

CEA-R 2523 - CAMBILLARD Etienne-P., SCHWAB Bernard L.

POMPES ELECTROMAGNETIQUES ANNULAIRES - CONSTRUCTION ET ESSAIS -
THEORIE ET CONFRONTATION AVEC L'EXPERIENCE

Sommaire. - Ce rapport comprend trois parties. La première est consacrée à la description des différentes pompes construites, aux essais, effectués et aux résultats obtenus. La deuxième partie expose une méthode théorique de détermination de coefficients tenant compte de l'ouverture du circuit magnétique. On montre que le calcul d'avant-projet des pompes annulaires peut s'effectuer comme si le circuit magnétique n'était pas coupé, en affectant ensuite toutes les grandeurs essentielles (pression, pertes) de coefficients aisément calculables. La troisième partie de ce rapport utilise les bases de la théorie exposée dans la deuxième partie et développe une nouvelle méthode de calcul des pompes annulaires qui tient compte à la fois du déséquilibre des courants et d'un bobinage quelconque.

1964

p.

Commissariat à l'Energie Atomique - France

CEA-R 2523 - CAMBILLARD Etienne-P., SCHWAB Bernard-L.

ANNULAR ELECTROMAGNETIC PUMPS-CONSTRUCTION AND TESTING-
THEORY, AND COMPARISON WITH EXPERIMENTAL RESULTS.

Summary. - This report consists of three sections. The first is concerned with the description of different pumps which have been constructed, tests on these which have been completed and the results obtained. The second section presents a theoretical method for the determination of the coefficients, taking in account the break of the magnetic circuit. It is shown that the preliminary design calculations of the annular pumps can be made, neglecting the break of the magnetic circuit, by further assigning essential magnitudes (pressure, losses) with easily calculated coefficients. The third section of this report uses the theoretical bases exposed in the second section, and develops a new annular pump calculation method which takes into account both the current out of balance and any type of winding.

1964

p.

Commissariat à l'Energie Atomique - France

PREMIER MINISTRE
COMMISSARIAT A
L'ÉNERGIE ATOMIQUE

CEA - R 2523

POMPES ÉLECTROMAGNÉTIQUES ANNULAIRES

CONSTRUCTION ET ESSAIS
THÉORIE ET CONFRONTATION AVEC L'EXPÉRIENCE

par

Etienne CAMBILLARD
Bernard SCHWAB

Rapport CEA - R 2523

1964

G

**CENTRE D'ÉTUDES NUCLÉAIRES
DE FONTENAY-AUX-ROSES**

- Rapport CEA - R 2523 -

CENTRE DE FONTENAY-AUX-ROSES

POMPES ELECTROMAGNETIQUES ANNULAIRES

CONSTRUCTION ET ESSAIS

THEORIE ET CONFRONTATION AVEC L'EXPERIENCE

par

Etienne CAMBILLARD

Bernard SCHWAB

- JUILLET 1964 -

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION	5
PREMIERE PARTIE	
I - POMPE D'INDUCTION CO (100 m ³ /h)	7
1.- Généralités	7
2.- Noyau magnétique	7
3.- Conduit	7
4.- Isolation thermique	7
5.- Bobinage	8
6.- Circuit magnétique statorique	8
7.- Résultats	8
II - POMPES C1P ET C1S	9
1.- Généralités	9
2.- Construction des pompes	9
III - ESSAIS	10
1.- Généralités	10
2.- Mesures et résultats d'essais concernant les bobinages	10
3.- Courbes caractéristiques	12
4.- Détermination expérimentale des pertes de charge internes	13
5.- Circuit de refroidissement	13
6.- Démarrage des pompes	14
IV - CONCLUSION	15

DEUXIEME PARTIE

I - HYPOTHESES ET EQUATION FONDAMENTALE	17
II - FORCE MAGNETO-MOTRICE DE L'ARMATURE	19
III - METHODE DE RESOLUTION DE L'EQUATION FONDAMENTALE	21
IV - PRESSION ET PERTES	22

V	- RESOLUTION DE L'EQUATION FONDAMENTALE	24
VI	- CALCUL DES COEFFICIENTS D'EXTREMITE	26
VII	- FORCE MAGNETO-MOTRICE INVERSE	29
VIII	- COURANTS DESEQUILIBRES	30
IX	- ESSAIS PARTICULIERS	31
X	- CONCLUSION	32

TROISIEME PARTIE

I	- VALIDITE DE L'EQUATION FONDAMENTALE	33
II	- METHODE DE RESOLUTION	34
III	- RESOLUTION	35
IV	- CONDITIONS AUX FRONTIERES	35
V	- CONDITIONS AUX LIMITES	37
VI	- PRESSION - PERTES	38
VII	- APPLICATION DE LA METHODE	39
VIII	- CONCLUSION	41

ANNEXES

I	- RACINES DE L'EQUATION CARACTERISTIQUE	43
II	- CALCUL DES COEFFICIENTS A_1 , A_2 ET A_3	45
III	- CALCUL DES INTEGRALES DANS CHAQUE DOMAINE	47
IV	- NOTATIONS ET UNITES	49
	BIBLIOGRAPHIE	51

*

* * *

INTRODUCTION

Les pompes électromagnétiques permettent de véhiculer des métaux liquides avec l'avantage d'être étanches et de ne pas avoir de partie mobile dans le fluide à pomper. Chaque type de pompe électromagnétique est adapté à résoudre un problème donné de pompage dans les meilleures conditions possibles.

Actuellement, seules les pompes d'induction permettent d'envisager la création d'unités importantes du type électromagnétique. Les pompes d'induction sont polyphasées avec un conduit plat ou annulaire, soit à champ glissant créé mécaniquement.

On a d'abord étudié et réalisé une pompe d'induction annulaire polyphasée avec retour du fluide par le noyau magnétique central, de caractéristiques nominales prévues 100 m³/h, 3 bars. Les pompes de ce genre se prêtent tout particulièrement à une adaptation aux cuves contenant des pompes mécaniques centrifuges à niveau libre comme celles de Rapsodie. Il était intéressant d'étudier de telles pompes électromagnétiques, car on peut les concevoir pour être interchangeables avec les pompes mécaniques équivalentes. Cette idée a conduit à la réalisation de deux pompes d'induction annulaires polyphasées appelées C1P et C1S interchangeables avec leur homologue mécanique du circuit d'essais 1 MW de Cadarache. Pour continuer à explorer cette voie, une pompe d'induction annulaire de 375 m³/h - 3 bars a été étudiée.

Nous avons divisé ce rapport en trois parties :

- La première est consacrée à la description des différentes pompes d'induction annulaires construites, aux essais effectués et aux résultats obtenus.

La pompe 100 m³/h dont les différents éléments sont examinés en détail a permis la mise au point de technique de fabrication et de montage qui ont servi à la réalisation des autres pompes.

Les essais décrits concernent principalement les pompes C1S et C1P et sont relatifs aux bobinages et à leur refroidissement, aux courbes caractéristiques pression-débit, rendement-débit, aux pertes de charge internes et au démarrage. Les résultats obtenus sont discutés en considérant le point de vue technologique de la réalisation des pompes.

Le calcul des pompes C1P et C1S a été effectué en utilisant la méthode proposée par BLAKE / 2/. Or, les essais ont montré que ces pompes ne se comportaient pas comme prévu ; en particulier, le point nominal n'est pas obtenu pour la tension prévue et les courants sont fortement déséquilibrés.

Il en résulte que la méthode de BLAKE n'est pas satisfaisante ; nous avons donc cherché à mettre au point une nouvelle méthode pouvant tenir compte à la fois du déséquilibre des courants et d'un bobinage quelconque. Nous l'exposons dans la troisième partie de ce texte.

La deuxième partie est consacrée à l'exposé des hypothèses et équations de base qui sont utilisées dans la troisième partie. Nous en déduisons une méthode de détermination de coefficients d'effet d'extrémité pour la pression et les pertes applicables à des calculs d'avant projet.

*

PREMIERE PARTIE

CONSTRUCTION ET ESSAIS

I - POMPE D'INDUCTION 100 m³/h.

1.- Généralités :

La figure 1 représente la pompe électromagnétique d'induction annulaire polyphasée 100 m³/h - 3 bars (CO), en cours de montage /1/. On distingue :

- a.- Les bobines de l'enroulement polyphasé créant le champ glissant.
- b.- Quelques éléments du circuit magnétique statorique.
- c.- La paroi extérieure du conduit recouverte de clinquant d'acier inoxydable faisant partie de l'isolation thermique.

Le métal liquide circule de droite à gauche dans un espace annulaire et retourne par le centre de la pompe à l'intérieur du noyau de tôles radiales assurant la circulation du flux magnétique. Sur la partie droite de la figure 1 on distingue le tube de refoulement qui traverse pratiquement à angle droit le conduit d'aspiration.

Nous examinerons maintenant en détail les différentes parties de la pompe.

2.- Noyau magnétique :

Le tuyau de refoulement traverse le noyau magnétique inférieur ; les tôles radiales sont disposées suivant un anneau cylindrique comme le montre la figure 2 ; celle-ci est une vue en bout des tôles mises en place sur le tube de retour du fluide. La figure 3 montre le dispositif qui a été adopté pour la fixation des tôles radiales ; celles-ci viennent en butée sur un anneau (non visible sur la figure 3) et sont maintenues par les quatre tirants qui prennent appui sur la bride solidaire du tube de retour. Les tôles sont à cristaux orientés à isolation carlite.

3.- Conduit :

En vue d'obtenir des parois dont la résistance était la plus grande possible le matériau choisi a été du Nimonic 75. Lors de la construction on s'est heurté à des problèmes de soudage surtout aux raccordements acier inoxydable Nimonic ; les difficultés rencontrées ont été surmontées ; toutefois pour les autres pompes il n'a pas été jugé utile de reconduire l'emploi du Nimonic à la place de l'acier inoxydable employé habituellement.

4.- Isolation thermique :

Une lame d'air statique sert d'écran thermique entre le stator et la paroi extérieure du canal annulaire. Elle est obtenue en plaçant sur le conduit, avant le montage des bobines, quatre enroulements alternés de toile d'acier inoxydable et de clinquant d'acier inoxydable.

5.. Bobinage :

Etant donnée la position du bobinage près du conduit où circule le métal liquide dont la température maximale prévue était 500° C, il a été décidé d'employer comme conducteur du fil d'aluminium oxydé anodiquement : les bobinages peuvent alors supporter une température de 250° C, alors que les isolants classiques ne permettent pas de dépasser 180° C.

Chaque bobine est munie sur ses deux côtés de joues faites avec un matériau à base de mica et l'ensemble est entouré avec du ruban de soie de verre. Après fabrication chaque bobine est imprégnée à cœur sous vide et pression d'un vernis silicone. Cette imprégnation empêche les bobines d'absorber l'humidité de l'air et dans le cas présent leur confère une tenue mécanique indispensable pour un montage commode.

Le positionnement et le calage des bobines par rapport au conduit a été réalisé en plaçant celles-ci sur des bagues faites soit en céramique, soit en «Asbestex», matériau à base d'amiante. Seules les bagues en céramique ont donné satisfaction par leur résistance mécanique et par leur usinage respectant les cotes imposées.

6.. Circuit magnétique statorique :

Les paquets de tôles réalisant le circuit magnétique correspondant à la partie statorique d'une machine classique d'induction et appelés «peignes» à cause de leur forme, sont maintenus serrés sur le conduit à l'aide de frettes circulaires régulièrement espacées comme on le voit sur la figure 4 qui est une vue d'ensemble de la pompe.

7.. Résultats :

Cette pompe n'a été expérimentée que pendant 360 heures (dont 30 à 500° C), par suite d'une détérioration de quatre bobines, due à une erreur de branchement en cours d'essai.

Les performances obtenues ont été sensiblement inférieures à celles calculées : pour le débit nominal de 100 m³/h avec du NaK à 500° C la pression mesurée n'a été que d'environ 1,4 bar au lieu de 3 prévus. Les hypothèses de base du calcul étaient donc insuffisantes pour prévoir avec précision les caractéristiques de fonctionnement.

Etant donnée la durée relativement courte des essais, il n'a pas été possible de porter un jugement définitif sur le type de bobinage adopté. On peut cependant remarquer que le refroidissement de l'enroulement statorique étant assuré par convection naturelle de l'air ambiant la température moyenne des bobines, déterminée par des mesures de résistance, a atteint 400° C pour du NaK à 480° C. Il en est résulté une décomposition du vernis d'imprégnation (de brun foncé, il est devenu jaune très clair) qui ne semble pas avoir nui à l'intégrité du bobinage.

La réalisation de ce prototype a permis de mettre en oeuvre des techniques concernant la fabrication des différentes parties d'une pompe électromagnétique annulaire (circuit magnétique, conduit, bobinage) ainsi que des procédés de montage, qui ont été mis à profit dans la construction des pompes ClP et ClS.

*

II - POMPES C1P ET C1S.

1.- Généralités :

Les pompes C1P et C1S ont été conçues pour être interchangeables avec les pompes mécaniques correspondantes des boucles primaire et secondaire du circuit d'essais 1 MW de Cadarache. Les valeurs de la pression et du débit correspondant au point nominal de fonctionnement prévu sont indiquées dans le tableau 1 :

- TABLEAU 1 -

Pompe	Fluide utilisé	Température du fluide °C	Pression bars	Débit m ³ /h
C1P	Na	500	2	40
C1S	NaK	500	2	48

Ces caractéristiques nominales peu différentes ont permis de concevoir deux pompes de dimensions pratiquement identiques.

La figure 5 est une vue en coupe de la pompe C1S. L'ensemble de la pompe proprement dite comprenant le conduit, le circuit magnétique et le bobinage est supporté par une bride soudée à une virole support, élargie à sa partie supérieure pour former bouchon du réservoir dans lequel est immergée la pompe. Un tube de purge est soudé en haut de la pompe et aboutit à la base du bouchon dans l'atmosphère du réservoir. Le bobinage est refroidi par une circulation forcée d'air ; l'air de refroidissement descend le long du stator, remonte dans un espace annulaire, s'échappe pardix trous de diamètre 60mm, puis est collecté dans le bouchon avant d'être évacué par les tubes de sortie. La circulation de l'air est assurée par un ventilateur.

La figure 6 est une vue en coupe de la pompe C1P ; celle-ci ne diffère de C1S que par un bouchon plus haut (formant protection biologique pour du sodium radioactif), une virole support plus longue et par la présence d'un clapet anti-retour ; il existe aussi autour de la virole de la pompe une double enveloppe pour le préchauffage par gaz.

Après un certain temps de fonctionnement des pompes un débitmètre électromagnétique a été installé sur chaque tube de purge pour contrôler le débit de fluide à travers ces tuyauteries.

2.- Construction des Pompes ⁽¹⁾ :

a)- Circuit magnétique :

Le noyau intérieur a été réalisé de la même manière que pour la pompe 100m³/h, avec des tôles de même qualité ; par contre, les peignes sont renforcés par des joues latérales et chaque paquet de tôles a les dents maintenues par un boulon. Comme pour la pompe 100 m³/h, les peignes statoriques sont serrés sur le circuit par des flettes, visibles sur la figure 7.

(1) - Le détail des calculs et la fabrication des pompes C1P et C1S ont été confiés sous contrat à la Société G.A.A.A.

b)- Conduit :

Le conduit réalisé en acier inoxydable, présente deux parties singulières, l'entrée et le coude de retour. Les formes de ces deux pièces ont été dessinées après essais sur modèle hydraulique pour assurer une alimentation correcte et éviter l'apparition de décollements et de cavitation.

Ce modèle a servi également à mesurer les pertes de charge internes du conduit de pompe, dont on reparlera plus loin.

c)- Bobinage :

C'est du fil d'aluminium oxydé anodiquement qui a été utilisé pour fabriquer les bobines, comme sur la pompe 100 m³/h. Chaque bobine est entourée par un double enroulement de ruban de soie de verre et imprégnée à cœur sous vide et pression avec le même vernis silicone. Dans les encoches des peignes les bobines sont protégées sur les deux côtés par des plaques de mica.

Le positionnement des bobines a été obtenu à l'aide de petites cales en amiante, matériau à base d'amiante ; le montage est plus long et plus délicat qu'avec des bagues, mais il permet peut-être une meilleure isolation thermique. Chaque pompe comprend 36 bobines représentant 6 pôles.

Entre les peignes statoriques et le conduit sont disposés de la toile et du clinquant d'acier inoxydable comme sur la pompe 100 m³/h.

III – ESSAIS.

1.- Généralités :

La méthode de calcul utilisée (méthode BLAKE) est telle que, pour chaque pompe alimentée avec un système de tensions triphasé équilibré, les courants correspondants sont déséquilibrés en amplitude et en phase. Le déséquilibre en amplitude entre les deux courants d'intensité extrême, rapporté au courant le plus élevé, est compris entre 20 et 30 %. Toutefois, on a pu obtenir artificiellement des courants approximativement équilibrés, en plaçant des rhéostats et des selfs à noyau plongeur sur les deux phases dont les intensités étaient les plus élevées. Un certain nombre de mesures a été effectué dans ces conditions.

La pompe ClP a fonctionné actuellement 1 806 heures dont 1 289 avec du sodium entre 400 et 500° C.

La pompe ClS a fonctionné jusqu'à présent 4 871 heures dont 2 000 avec du NaK entre 400 et 500° C et 1 331 heures avec du NaK entre 500 et 550° C.

2.- Mesures et résultats d'essais concernant les bobinages :

– Température moyenne du bobinage :

La température moyenne θ_B du bobinage a été déterminée à partir des mesures de la résistance moyenne R des enroulements statoriques. Pour connaître la valeur de R en fonctionnement, alors que les mesures ne sont faites qu'après l'arrêt simultané de l'alimentation de la pompe et du ventilateur, la

méthode suivante a été utilisée : on mesure R périodiquement pendant les quelques minutes qui suivent l'arrêt de la pompe ; la courbe R en fonction du temps t extrapolée au temps t = 0 fournit la valeur cherchée. On en déduit alors la température moyenne en fonctionnement.

Par cette méthode on a vérifié que la température moyenne en fonctionnement du bobinage est acceptable. On a vérifié également qu'après l'arrêt simultané de la ventilation et de la pompe, la température moyenne θ_B évolue peu. La figure 8 illustre ces résultats ; elle représente les variations de θ_B en fonction du temps, déterminées après l'arrêt de la pompe ClS, pour différentes températures de NaK.

Les facteurs qui peuvent influer sur la température du bobinage en fonctionnement sont :

- la température du fluide,
- le niveau de métal liquide dans le réservoir contenant la pompe,
- l'intensité du courant dans l'enroulement statorique.

Les ordonnées à l'origine des courbes de la figure 8 montrent l'influence de la température du NaK : θ_B varie de 113° C pour une variation correspondante de 313° C du métal liquide.

Le niveau de métal liquide est pratiquement sans influence sur θ_B . Deux essais ont été faits pour des hauteurs de fluide correspondant au quart et aux trois quarts de la longueur du stator ; les valeurs de θ_B sont restées sensiblement les mêmes (figure 8).

Par contre, l'influence de l'intensité du courant est importante. Pour deux essais effectués avec des courants équilibrés de 25 et 50 A par phase, la différence entre les températures moyennes correspondantes se chiffre par un écart de 41 à 45° C suivant la température du NaK (voir figure 9).

On peut déduire de ces mesures que la position d'une pompe électromagnétique d'induction annulaire polyphasée immergée dans un réservoir de métal liquide n'entraîne pas pour le bobinage de problèmes plus délicats que le montage habituel de ce type de pompe.

– Comportement du bobinage :

Le fonctionnement habituel de la pompe ClP a eu lieu pour des intensités de phase comprises entre 15 et 20 Ampères. A l'intensité maximale de 25 A correspond une densité de courant de 1,85 A/mm² sauf pour trois bobines des pôles d'extrémités où la densité de courant vaut 2,78 A/mm².

La pompe ClS a fonctionné habituellement avec des intensités comprises entre 30 et 50 A. Pour l'intensité maximale de 50 A la densité de courant est de 2,289 A/mm² sauf pour quatre bobines des pôles d'extrémités où elle est de 3,125 A/mm².

Les résistances d'isolement par rapport à la masse des différentes phases des enroulements se sont toujours maintenues à des valeurs satisfaisantes :

- supérieures à 3 M Ω pour la pompe ClS,
- supérieures à 1 M Ω pour la pompe ClP.

Les impédances des différentes phases sont restées parfaitement constantes sur ClP, dont le bobinage a conservé son intégrité, mais non sur ClS dont l'une a diminué. On peut penser que certaines spires des bobines correspondantes sont en court-circuit (1). Toutefois, la pompe a continué à

(1) – Bien qu'on ne possède encore aucune preuve, il est possible que le bobinage ait été détérioré par l'emploi d'une technique imparfaite de montage.

fonctionner avec des caractéristiques diminuées. Par exemple la courbe caractéristique obtenue avec une alimentation de 220 volts par phase a pratiquement subi une translation vers le bas correspondant à une diminution de pression d'environ 0,5 bar.

En conclusion, si l'expérience avec le fil d'aluminium oxydé n'est pas définitivement concluante, elle est cependant très encourageante.

3.- Courbes caractéristiques :

Les pompes ont été alimentées à l'aide d'un groupe Ward-Léonard permettant de régler la différence de potentiel et la fréquence d'alimentation. Toutefois, l'expérience a montré que le réglage d'une pompe d'induction annulaire pour obtenir un point de fonctionnement donné peut s'effectuer en faisant varier uniquement la différence de potentiel d'alimentation, la fréquence restant fixe. Un régulateur d'induction pourra donc avantageusement être utilisé.

Les valeurs calculées et expérimentales des différences de potentiel et des intensités correspondant au point de fonctionnement nominal sont contenues dans le tableau 2 :

- TABLEAU 2 -

Pompe	Différences de potentiel par phase Volts		Intensités par phase Ampères	
	Calculée	Expérimentale	Calculée	Expérimentale
C1P	330	330 sur 2 phases 380 sur la 3 ^e phase	19,6	25
C1S	320	(θ _F NaK 400° C) ~ 286	40	(θ _F NaK 400° C) 50 sur 2 phases 37 sur la 3 ^e phase

Nota : Les valeurs expérimentales de la pompe C1S correspondent à une température de NaK de 400° C au lieu de 500° C. Toutefois, les résultats obtenus sont significatifs.

Les trois paramètres qui influent sur les caractéristiques pression-débit sont :

- la différence de potentiel d'alimentation,
- la fréquence d'alimentation,
- la température du fluide (résistivité).

On a déjà signalé qu'en faisant varier la différence de potentiel d'alimentation on pouvait obtenir le point de fonctionnement désiré. On peut le constater sur la figure 10 représentant les courbes caractéristiques obtenues pour trois différences de potentiel d'alimentation, le fluide (sodium) étant à 500° C.

La figure 11 représente les caractéristiques pression-débit obtenues avec trois fréquences d'alimentation différentes : 35, 40 et 50 Hz. À la précision près des mesures, on remarque que ces courbes se coupent pratiquement au même point, correspondant sensiblement à un débit de 36 m³/h. On constate ainsi qu'au-dessous de 36 m³/h les performances s'améliorent quand la fréquence diminue et qu'au-dessus les performances augmentent en même temps que la fréquence. Les courbes de rendement (figure 12)

correspondant à ces caractéristiques pression-débit ont une disposition analogue et se coupent sensiblement pour la même valeur du débit. Les rendements maximaux sont compris entre 15 et 20 %.

Les résistivités du fluide et du métal constituant les parois du conduit augmentent avec la température de fonctionnement. Il s'ensuit que la pompe étant alimentée sous une différence de potentiel constante les performances diminuent en fonction de la température. La figure 13 illustre ce phénomène.

4.- Détermination expérimentale des pertes de charge internes :

Le principe de la mesure est le suivant :

- La pression différentielle mesurée entre l'entrée et la sortie de la pompe peut s'écrire :

$$P = \pi (Q, I^2) - \omega (Q)$$

π pression transmise au fluide, est une fonction linéaire de I^2 ; $\omega (Q)$ représente les pertes de charge internes de la pompe.

Si pour une température θ_F du fluide, on fait varier le courant I et par suite π tout en conservant le débit Q constant, les pertes de charge $\omega (Q)$ sont invariables.

La courbe représentant la pression différentielle P en fonction du carré du courant I^2 est une droite ; la valeur extrapolée de cette droite pour $I = 0$ donne $P = -\omega (Q)$, c'est-à-dire les pertes de charge correspondant au débit Q de fluide à la température θ_F .

Remarque : L'expression de P en fonction de I^2 suppose que les courants de phase forment un système triphasé équilibré. Toutefois, dans le cas d'un système déséquilibré cette formule est encore valable en prenant l'un quelconque des courants avec l'hypothèse que les trois courants sont proportionnels entre eux. Expérimentalement, cette hypothèse a été vérifiée. On dispose ainsi d'un faisceau de trois droites qui, théoriquement, convergent au point d'ordonnée $-\omega (Q)$.

La figure 14 représente le rapport $\psi = \frac{\Delta H}{v^2}$ déterminé sur modèle hydraulique en fonction du

nombre de Reynolds rapporté à la partie annulaire (g : accélération de la pesanteur en m/s^2). Les croix portées sur cette figure indiquent les résultats expérimentaux obtenus avec la pompe ClP par la méthode indiquée ci-dessus. Il existe un bon accord pour trois des points. Les deux autres correspondent à des mesures effectuées dans des conditions où l'on a été amené à suspecter le bon fonctionnement de l'appareil de mesure de pression. Il serait nécessaire de compléter ces essais ; toutefois, on peut dire que cette méthode de mesure des pertes de charge internes d'une pompe présente un intérêt certain.

5.- Circuit de refroidissement :

Dans la conception actuelle du circuit de refroidissement, la puissance évacuée par l'air est élevée par rapport aux pertes Joule de la pompe. Cette puissance est de 33 kW avec du NaK dont la température est de 550° C, alors que la contribution des pertes Joule s'élève à 3 kW. On a constaté également que pour une diminution de niveau de NaK dans la cuve de 440 mm, la puissance évacuée diminue d'environ 4,8 kW pour une température du NaK constante et égale à 500° C.

Ces résultats ont permis d'approfondir l'étude du circuit de refroidissement et de prévoir de meilleurs écrans thermiques qui diminueront la puissance thermique évacuée sur une pompe de ce type :

- a)- Un écran thermique devra isoler la bride support de l'air de refroidissement.
- b)- La virole écran thermique s'est révélée insuffisante puisque la puissance évacuée est fonction du niveau de NaK dans la cuve de la pompe ; une ou plusieurs autres viroles seront nécessaires pour diminuer le rayonnement thermique.

6.- Démarrage des pompes :

a.- Niveau minimum pour le démarrage :

Le niveau de fluide dans le conduit doit atteindre une certaine valeur pour que la pompe puisse s'amorcer.

Expérimentalement, on a trouvé que l'amorçage se produit pour une hauteur minimale de métal liquide correspondant à la cinquième encoche sur les trente six existantes.

Sans qu'il soit possible de généraliser complètement on peut toutefois penser que le démarrage d'une pompe de ce type pourra s'effectuer si la hauteur de métal liquide dans le conduit est telle que la partie du stator correspondant approximativement au premier pôle est immergée.

Le tube de purge, prévu à la construction, permet le remplissage du conduit jusqu'au niveau assurant le démarrage. Toutefois, sur les deux pompes ce tube s'est trouvé bouché ; dans ces conditions une légère surpression d'argon (0,45 bar) a permis d'amener le niveau de métal liquide dans le conduit à la cote minimale permettant l'amorçage.

Par conséquent, une pompe électromagnétique de ce type pourra être conçue sans tube de purge, si on peut exercer une surpression de gaz permettant de faire monter le métal liquide à une hauteur suffisante dans le canal annulaire.

b.- Intensités des courants au démarrage des pompes :

Des essais ont été effectués sur la pompe ClP pour mesurer les courants lors du démarrage de la pompe alimentée instantanément sous la différence de potentiel de fonctionnement.

Pour l'essai conduisant à une intensité finale de 25 A par phase, la surintensité a été de 16 % sur deux phases et de 26 % sur la troisième.

On peut estimer que les surintensités sur d'autres pompes seront du même ordre de grandeur. Ces surintensités momentanées sont parfaitement admissibles. Par contre, un tel démarrage provoquait un ébranlement dans le circuit dont la tuyauterie était soumise à un déplacement considérable. Il en résulte qu'on peut démarrer une pompe sous son alimentation nominale ; toutefois, il est certainement préférable de prévoir un démarrage sous une différence de potentiel réduite, en utilisant par exemple un démarreur étoile-triangle ou des résistances statoriques éliminées progressivement.

c.- Préchauffage pour l'utilisation du sodium :

La pompe elle-même doit être préchauffée, par exemple en l'alimentant sous une différence de potentiel réduite ; il faut également prévoir le préchauffage de la cuve contenant la pompe.

Pour ClP, la différence de potentiel réduite d'alimentation était de 130 volts par phase (valeur nominale calculée 330 volts). La cuve était préchauffée par une circulation d'air chaud.

IV - CONCLUSION.

La construction de trois pompes prototypes (pompes 100 m³/h, C1S et C1P) a permis de mettre au point des méthodes de fabrication des différents éléments des pompes électromagnétiques d'induction annulaires (circuit magnétique, bobinage, conduit). Au cours des essais ces prototypes ont véhiculé pendant des durées significatives (4 870 heures pour C1S et 1 800 heures pour C1P) du métal liquide dont la température a atteint 550° C. On a ainsi constaté que l'utilisation d'aluminium oxydé comme conducteur semble une solution prometteuse pour des pompes de ce type.

Ces essais ont montré également que l'on peut obtenir un point de fonctionnement donné en faisant varier uniquement la différence de potentiel d'alimentation. Il est donc possible d'utiliser un régulateur d'induction pour assurer le réglage d'une pompe électromagnétique annulaire.

Les pertes de charge internes de la pompe C1P ont été déterminées à partir de mesures effectuées sur la pompe fonctionnant avec du sodium. Les pertes de charge sont représentées par les ordonnées à l'origine des droites pression - carré du courant tracées à débit constant. Les résultats obtenus sont en assez bon accord avec ceux issus d'essais effectués sur un modèle hydraulique. L'avantage de cette méthode est que les mesures sont faites, pompe en fonctionnement.

On a constaté qu'une pompe du type C1P ou C1S disposée dans un réservoir de métal liquide peut démarrer si la partie du stator correspondant approximativement au premier pôle est immergée. Le niveau de métal liquide ainsi défini peut être atteint, soit par l'utilisation d'un tube de purge placé au sommet de la pompe, soit par une légère surpression du gaz de couverture. Il est recommandé d'effectuer le démarrage avec une différence de potentiel réduite ; en effet, en démarrant la pompe avec la différence de potentiel nominale de fonctionnement on provoque un ébranlement du circuit préjudiciable à la bonne tenue mécanique de la tuyauterie.

Bien que des améliorations puissent être apportées, en particulier au dispositif de refroidissement, on peut conclure des essais effectués, que le montage d'une pompe électromagnétique d'induction annulaire polyphasée dans un réservoir de métal liquide se révèle intéressant. C'est en effet un moyen commode de rendre la pompe complètement démontable.

Les résultats obtenus avec les techniques mises en œuvre actuellement nous ont permis d'étudier la construction d'une pompe du type C1 de caractéristiques plus élevées : 375 m³/h - 3 bars.

★
★ ★

**DETERMINATION DE COEFFICIENTS
TENANT COMPTE DE L'OUVERTURE DU CIRCUIT MAGNETIQUE**

Nous allons démontrer que le calcul des pompes électromagnétiques annulaires peut s'effectuer comme pour un moteur, c'est-à-dire comme si le circuit magnétique n'était pas coupé, en affectant ensuite toutes les grandeurs essentielles - pression, pertes, de coefficients aisément calculables.

La pression et les pertes se déduisent de la connaissance du flux tout le long de la pompe. Nous sommes donc amenés, à partir des hypothèses et équations fondamentales, à établir et résoudre, en tenant compte des conditions aux limites, une équation aux dérivées partielles liant ce flux à la géométrie de la pompe et à son mode d'alimentation (f.m.m. de l'armature). Cette équation, résolue dans le cas d'une pompe à flux constant (cas théorique de la pompe de longueur infinie) et dans le cas d'une pompe à flux nul aux extrémités (cas réel), nous permet de calculer pression et pertes dans les deux cas. De la comparaison entre les deux résultats on obtient des coefficients appelés coefficients d'extrémité qui, appliqués à la pression et aux pertes d'une pompe calculée comme un moteur, c'est-à-dire à flux constant, nous donnent la pression et les pertes de la pompe réelle.

I - HYPOTHESES ET EQUATION FONDAMENTALE.

Les calculs sont effectués dans le système d'unités Giorgi rationalisé. La figure 15 schématisé le conduit annulaire ; nous supposerons l'entrefer ϵ constant (armature lisse) ; a désigne l'épaisseur du conduit annulaire de diamètre moyen D , e les épaisseurs des parois du conduit.

Nous prenons l'axe de la pompe comme axe Oz de coordonnées. L'origine est au centre de la pompe qui comporte 2 p pôles de longueur r .

Les hypothèses de calcul sont les suivantes :

A un instant donné :

- 1.- L'induction dans l'entrefer est radiale et ne dépend que de z ,
- 2.- les lignes de courant dans le métal liquide et les parois sont des circonférences axées sur oz,
- 3.- les densités de courant J_f et J_p dans le fluide et dans les parois ne dépendent que de z ,
- 4.- on suppose être en présence d'un écoulement en bloc (vitesse constante v dans toute la section).

La perméabilité dans l'entrefer est égale à 1.

Considérons une tranche dz (figure 16). Dans cette tranche le champ H est créé par la force magnéto-motrice dF_μ résultante de trois f.m.m. :

- a - celle de l'armature dF_s
- b - celle des courants dans le fluide dF_f
- c - celle des courants dans les parois dF_p

$$dF_\mu = dF_s + dF_f + dF_p \quad (1)$$

J_f et J_p étant les densités de courant dans le fluide et les parois :

$$dF_f = \alpha J_f dz \quad (2)$$

$$dF_p = 2e J_p dz \quad (3)$$

L'application du théorème d'Ampère le long du contour I (figure 16), en négligeant la circulation du champ dans le circuit magnétique, nous donne :

$$dF_\mu = \epsilon (H + \frac{\partial H}{\partial z} dz) - \epsilon H = \epsilon \frac{\partial H}{\partial z} dz \quad (4)$$

Le flux ϕ passant dans le noyau au point d'abscisse z , traverse l'entrefer une première fois entre les points d'abscisse $-pr$ et z , passe dans l'armature et traverse à nouveau l'entrefer entre les points d'abscisse z et pr .

ϕ peut donc être défini par :

$$\phi = \int_{-pr}^z \mu_0 H \pi D dz \quad (5)$$

Le flux ϕ est donc nul pour $z = -pr$ à l'entrée de la pompe.

On voit sur la figure 16 que le flux à gauche du point d'abscisse z est de sens opposé au flux à droite de ce point. Il en résulte que :

$$\int_{-pr}^{pr} \mu_0 H \pi D dz = 0$$

Le flux ϕ défini par (5) est donc nul aux deux extrémités de la pompe. Cette condition fondamentale nous servira plus loin.

Nous allons poursuivre le calcul en recherchant l'équation qui lie le flux ϕ aux paramètres principaux de la pompe et à la f.m.m. inductrice.

Dérivons la relation (5) :

$$H = \frac{1}{\mu_0 \pi D} \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \text{et} \quad \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{1}{\mu_0 \pi D} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \quad (6)$$

En tenant compte de (2), (3), (4) et (6) la relation (1) devient :

$$dF_\mu = dF_s + (\alpha J_f + 2e J_p) dz = \frac{\epsilon}{\mu_0 \pi D} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} dz \quad (7)$$

La variation de ϕ par rapport au temps induit dans le fluide et les parois une force électromotrice :

$$e_1 = - \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

Comme le fluide glisse à la vitesse v dans le conduit, une deuxième f.e.m. s'y trouve induite :

$$e_2 = - \mu_0 H v \pi D = - v \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

La loi d'Ohm appliquée aux spires de courant induit s'écrit :

pour le fluide : $e_1 + e_2 = - \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + v \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = \rho_f \pi D J_f$ (8)

et pour les parois : $e_1 = - \frac{\partial \phi}{\partial t} = \rho_p \pi D J_p$ (9)

Nous allons introduire maintenant les paramètres sans dimensions X , g et K définis ci-après :

a.-
$$X = \frac{2e}{\alpha} \frac{\rho_f}{\rho_p}$$
 (10)

caractérise le conduit et la résistivité du métal pompé.

b.- A partir du double pas polaire λ et de la fréquence f du courant inducteur, nous pouvons définir une vitesse de référence : $v_r = \lambda f$ qui est la vitesse du champ glissant dans le cas d'une f.m.m. sinusoïdale glissante, seul cas que nous envisagerons ici.

Dans ce cas seulement, il est possible de définir comme dans les moteurs classiques, un glissement g par la relation :

$$g = \frac{v_r - v}{v_r} = 1 - \frac{v}{v_r}$$
 (11)

c.-
$$K = \frac{\mu_0 \alpha v_r^2}{\omega \epsilon \rho_f}$$
 (12)

caractérise l'alimentation de la pompe, sa géométrie et le fluide.

Des relations (8) et (9) nous tirons J_p et J_f qui, reportés dans (7) nous donnent la relation cherchée en introduisant les paramètres sans dimensions définis ci-dessus :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{\omega}{v_r} K (1 - g) \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\omega}{v_r^2} K (1 + X) \frac{\partial \phi}{\partial t} = \mu_0 \frac{\pi D}{\epsilon} \frac{\partial F_s}{\partial z}$$
 (13)

C'est cette équation aux dérivées partielles linéaires à coefficients constants liant le flux ϕ à la f.m.m. inductrice F_s que nous nous proposons de résoudre car la connaissance du flux en tous points de la pompe permet le calcul complet des performances de la machine (pression, rendement).

II – FORCE MAGNETO-MOTRICE DE L'ARMATURE.

Dans un moteur asynchrone ayant $2p$ pôles et bobinés à raison de m rainures par pôle et phase contenant chacune n_c conducteurs parcourus par un courant $i = I \sqrt{2} \cos \omega t$ (pour la phase 1 par exemple), le terme fondamental du développement en série de Fourier de la f.m.m. directe s'écrit :

$$F_s = \frac{q}{\pi} k_b m n_c I \sqrt{2} \cos (\omega t - p\theta)$$
 (14)

l'origine des arcs θ mesurés le long de l'entrefer étant prise dans l'axe des m bobines de la phase 1.

La relation :

$$\theta = 2\pi \frac{z_1}{2p\tau}$$

permet de remplacer les arcs θ par l'abscisse curviligne z_1 le long de l'entrefer (l'origine de z_1 , étant prise dans l'axe des m bobines de la phase 1).

$$F_s = \frac{q}{\pi} k_b m n_c I \sqrt{2} \cos (\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} z_1) \quad (15)$$

Pour ramener l'origine au centre de la pompe, il faut considérer deux cas suivant que p est pair ou impair.

a.- p pair (figure 17 a) :

L'origine des z se situe entre deux doubles pôles. Si l'on suppose que les premières bobines de la pompe appartiennent à la phase 1, le changement de variable $z = z_1 + \frac{\lambda}{3}$ (en triphasé) permet de transformer la relation (15) :

$$F_s = \frac{3}{\pi} k_b m n_c I \sqrt{2} \cos [\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (z - \frac{\lambda}{3})]$$

Pour simplifier l'écriture, nous utiliserons dans la suite des calculs, la variable :

$$\psi = \frac{2\pi}{\lambda} z$$

Il vient :

$$F_s = \frac{3}{\pi} k_b m n_c I \sqrt{2} \cos (\omega t - \psi + \frac{2\pi}{3}) \quad (16)$$

b.- p impair (figure 17 b) :

L'origine des z se situe au centre d'un double pôle. Avec les mêmes hypothèses pour le repérage de la phase 1, le changement de variable $z_1 = z + \frac{\lambda}{6}$ (en triphasé) permet de transformer la relation (15) :

$$F_s = \frac{3}{\pi} k_b m n_c I \sqrt{2} \cos (\omega t - \psi - \frac{\pi}{3}) \quad (17)$$

Nous poserons :

$$A = \frac{3 k_b m n_c I \sqrt{2}}{\pi}$$

A représente les ampères-tours maximum utiles par unité d'angle. La valeur usuelle en électrotechnique A_s représentant les ampères-tours maximum utiles par unité de longueur est liée à A par :

$$A = A_s \frac{\lambda}{2\pi}$$

III - METHODE DE RESOLUTION DE L'EQUATION FONDAMENTALE.

L'équation (13) s'écrit en remplaçant z par $\frac{\lambda}{2\pi}\psi$:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \psi^2} + K(1-g) \frac{\partial \phi}{\partial \psi} + \frac{K(1+X)}{\omega} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\mu_0 \lambda D}{2\epsilon} \frac{\partial F_s}{\partial \psi} \quad (18)$$

Le second membre de cette équation, par exemple dans le cas de p pair, s'écrit :

$$\frac{\partial F_s}{\partial \psi} = A \sin(\omega t - \psi + \frac{2\pi}{3})$$

On peut donc considérer $\frac{\partial F_s}{\partial \psi}$ comme la partie imaginaire de :

$$A e^{j(\omega t - \psi + \frac{2\pi}{3})}$$

Comme nous ne recherchons que le régime permanent, il est possible d'éliminer le temps dans l'équation aux dérivées partielles (18) en introduisant la fonction :

$$Y = Z e^{j(\omega t + \frac{2\pi}{3})}$$

dont la partie imaginaire représentera la fonction ϕ cherchée.

Les dérivées de Y s'écrivent :

$$\frac{\partial Y}{\partial t} = j\omega Z e^{j(\omega t + \frac{2\pi}{3})}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \psi} = Z' e^{j(\omega t + \frac{2\pi}{3})}$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial \psi^2} = Z'' e^{j(\omega t + \frac{2\pi}{3})}$$

L'équation (18) devient alors, en posant : $c = \frac{\mu_0 \lambda D}{2\epsilon}$

$$Z'' + K(1-g)Z' + jK(1+X)Z = cAe^{-j\psi} \quad (19)$$

C'est une équation différentielle, qui est linéaire à coefficients constants complexes, lorsque la géométrie de la pompe est donnée ainsi que son débit (K, X et g constants). On trouve la même équation que p soit pair ou impair.

Sa résolution nous donnera :

$$\phi = J [Z e^{j(\omega t + \frac{2\pi}{3})}] \quad \text{pour } p \text{ pair.}$$

$$\phi = J [Z e^{j(\omega t - \frac{\pi}{3})}] \quad \text{pour } p \text{ impair.}$$

Supposons Z connu par son module ϕ_0 et son argument φ

$$Z = \phi_0 e^{j\varphi}$$

On aura alors :

$$\phi = \Im [\phi_0 e^{j\varphi} e^{j(\omega t + \frac{2\pi}{3})}] = \phi_0 \sin (\omega t + \frac{2\pi}{3} + \varphi)$$

On voit que le module ϕ_0 de Z représente l'amplitude du flux passant dans le noyau magnétique de la pompe.

IV - PRESSION - PERTES.

1.- Pertes Joule dans les parois :

Dans la tranche dz , les pertes dW_p dans les parois s'expriment par :

$$dW_p = \rho_p \pi D 2e J_p^2 dz = \rho_p e \lambda D J_p^2 d\psi$$

Or, d'après (9) :

$$J_p = \frac{-I}{\rho_p \pi D} \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

Il faut calculer la valeur moyenne de J_p^2 pendant une période.

On sait que les valeurs moyennes des puissances actives et réactives, résultat du produit de deux grandeurs sinusoïdales instantanées représentées sous la forme de fonctions cissoïdales (cosinus + j sinus) s'obtiennent en effectuant le produit d'une de ces grandeurs par la valeur conjuguée de l'autre et en divisant le résultat par deux.

$$\text{Ici : } \frac{\partial \phi}{\partial t} = \Im [j\omega Z e^{j(\omega t + \frac{2\pi}{3})}]$$

$$\text{dont la fonction cissoïdale est : } \frac{\partial Y}{\partial t} = j\omega Z e^{j(\omega t + \frac{2\pi}{3})}$$

$$\text{d'où : } J_{p \text{ moyen}}^2 = \frac{I}{2} \frac{\omega^2}{(\rho_p \pi D)^2} \bar{Z} \underline{Z} d\psi \quad (\underline{Z} \text{ désigne le conjugué de } \bar{Z})$$

$$\text{et } dW_{p \text{ moyen}} = \frac{\lambda f^2}{D} \frac{2e}{\rho_p} \bar{Z} \underline{Z} d\psi \quad (20)$$

Le produit $\bar{Z} \underline{Z}$ est réel.

2.- Pertes Joule dans le fluide :

Dans la tranche dz , les pertes dW_f dans le fluide s'expriment par :

$$dW_f = \rho_f \pi D \alpha J_f^2 dz = \frac{\alpha \lambda}{2} \rho_f D J_f^2 d\psi$$

Or, d'après (8) :

$$J_f = -\frac{1}{\rho_f \pi D} \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \omega (1 - g) \frac{\partial \phi}{\partial \psi} \right]$$

La valeur moyenne de J_f^2 s'écrit :

$$\begin{aligned} J_{f \text{ moyen}}^2 &= \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{(\rho_f \pi D)^2} [j \bar{Z} + (1 - g) \bar{Z}'] [-j \underline{Z} + (1 - g) \underline{Z}'] \\ &= \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{(\rho_f \pi D)^2} [(1 - g)^2 \bar{Z}' \underline{Z}' + \bar{Z} \underline{Z} + j(1 - g)(\bar{Z} \underline{Z}' - \underline{Z} \bar{Z}')] \end{aligned}$$

Il nous faut conserver seulement la partie réelle de cette expression ; or $\bar{Z}' \underline{Z}'$ et $\bar{Z} \underline{Z}$ sont réels.

La partie imaginaire de $\bar{Z} \underline{Z}' - \underline{Z} \bar{Z}'$, différence de deux nombres conjugués vaut $2 \Im(\bar{Z} \underline{Z}')$ donc :

$$dW_{f \text{ moyen}} = \frac{\lambda f^2}{D} \frac{\alpha}{\rho_f} [\bar{Z} \underline{Z} + (1 - g)^2 \bar{Z}' \underline{Z}' - 2(1 - g) \Im(\bar{Z} \underline{Z}')] d\psi \quad (21)$$

3.. Pression interne :

Nous appelons pression interne Π la pression délivrée par la pompe avant soustraction des pertes de charge.

Dans une tranche dz , la force d_f exercée sur le fluide s'écrit :

$$d_f = \mu_0 H \pi D \alpha J_f dz$$

La section de passage du fluide est $\pi D \alpha$, d'où la pression créée par la tranche dz :

$$d\Pi = \mu_0 H J_f dz = \mu_0 H \frac{\lambda}{2\pi} J_f d\psi$$

Or, d'après (6) :

$$\mu_0 H = \frac{1}{\pi D} \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{2}{\lambda D} \frac{\partial \phi}{\partial \psi}$$

et d'après (8) :

$$J_f = -\frac{1}{\rho_f \pi D} \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \omega (1 - g) \frac{\partial \phi}{\partial \psi} \right]$$

d'où :

$$d\Pi = -\frac{1}{\rho_f (\pi D)^2} \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \omega (1 - g) \frac{\partial \phi}{\partial \psi} \right] \frac{\partial \phi}{\partial \psi} d\psi$$

La valeur moyenne de $d\Pi$ peut donc s'écrire :

$$d\Pi_{\text{moyen}} = - \frac{\omega}{2 \rho_f (\pi D)^2} [j \bar{Z} + (1 - q) \bar{Z}'] \underline{Z}' d\psi$$

dont la partie réelle est :

$$d\Pi_{\text{moyen}} = - \frac{\omega}{2 \rho_f (\pi D)^2} [(1 - q) \bar{Z}' \underline{Z}' - J(\bar{Z} \underline{Z}')] d\psi \quad (22)$$

L'examen des relations (20), (21) et (22) montre qu'il suffit de calculer les produits $\bar{Z} \underline{Z}$, $\bar{Z}' \underline{Z}'$ et $\bar{Z} \underline{Z}'$ et ensuite d'intégrer ces relations le long de la pompe pour obtenir les pertes et la pression interne de la pompe.

V – RESOLUTION DE L'EQUATION FONDAMENTALE.

Nous avons vu au chapitre III que le problème se ramène à résoudre l'équation différentielle linéaire à coefficients complexes (19).

1.- Solution de l'équation sans second membre :

$$Z'' + K(1 - q) Z' + j K(1 + X) Z = 0$$

dont l'équation caractéristique est :

$$r^2 + K(1 - q) r + j K(1 + X) = 0.$$

Les racines r_1 et r_2 sont complexes et on démontre que les parties réelles de r_1 et r_2 sont de signe opposé (voir calcul en annexe I).

La solution de l'équation sans second membre est donc :

$$Z = B e^{r_1 \psi} + C e^{r_2 \psi} \quad (23)$$

B et C sont des constantes complexes.

2.- Solution particulière :

Le second membre étant une exponentielle, la solution particulière est donc de la forme :

$$Z = G e^{-j\psi} \quad (24)$$

3.- Solution générale :

Nous pouvons donc écrire cette solution :

$$Z = B e^{r_1 \psi} + C e^{r_2 \psi} + G e^{-j\psi} \quad (25)$$

4.- Détermination des constantes B et C :

Pour pouvoir, par la suite, déterminer les coefficients d'extrémité il nous faut connaître la solution dans le cas de la pompe de longueur infinie ou finie.

a.- Pompe de longueur infinie :

Comme les parties réelles de r_1 et r_2 sont de signe opposé, les termes $B e^{r_1 \psi}$ ou $C e^{r_2 \psi}$ deviennent infinis, l'un à $+\infty$, l'autre à $-\infty$. Nous devons donc prendre $B = C = 0$ et la solution s'écrit :

$$Z = G e^{-j\psi} \quad (26)$$

b.- Pompe de longueur finie :

Nous avons vu au chapitre I que le flux ϕ doit être nul aux deux extrémités de la pompe, c'est-à-dire que $Z = 0$ pour $\psi = \pm \pi p$.

Ceci s'exprime par les deux équations :

$$\begin{cases} 0 = B e^{r_1 \pi p} + C e^{r_2 \pi p} + G e^{-j \pi p} \\ 0 = B e^{-r_1 \pi p} + C e^{-r_2 \pi p} + G e^{j \pi p} \end{cases} \quad (27)$$

Le système (27) peut s'écrire que p soit pair ou impair :

$$\begin{vmatrix} e^{\pi p r_1} & e^{\pi p r_2} \\ e^{-\pi p r_1} & e^{-\pi p r_2} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} B \\ C \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -(-1)^p G \\ -(-1)^p G \end{vmatrix}$$

On trouve les valeurs de B et C suivantes :

$$B = (-1)^p G \frac{s h \pi p r_2}{s h \pi p (r_1 - r_2)}$$

$$C = -(-1)^p G \frac{s h \pi p r_1}{s h \pi p (r_1 - r_2)}$$

La solution s'écrit :

$$Z = G [(-1)^p \frac{s h \pi r_2}{s h \pi p (r_1 - r_2)} e^{r_1 \psi} - (-1)^p \frac{s h \pi p r_1}{s h \pi p (r_1 - r_2)} e^{r_2 \psi} + e^{-j\psi}] \quad (28)$$

Alors qu'il est très facile de revenir en grandeurs réelles pour la pompe de longueur infinie (formule 26), le calcul dans le cas de la pompe de longueur finie (formule 28) est très pénible ; mais, comme nous allons le voir, le calcul peut se poursuivre en grandeurs complexes car les calculatrices numériques actuelles s'accordent fort bien de ces grandeurs.

L'examen de la formule 26 nous montre que l'amplitude du flux le long de la pompe est constante, seule la phase varie en fonction de ψ . On retrouve donc bien les mêmes résultats que pour un moteur asynchrone classique.

Sous forme sans dimensions, le rapport $\frac{Z}{G} = 1 \underline{-\psi}$ traduit bien ce résultat.

Le module du rapport $\frac{Z}{G}$ tiré de la formule 28 nous donne donc la valeur relative de l'amplitude du flux pour la pompe à flux nul aux extrémités, par rapport à celle de la pompe à flux constant. Nous l'avons appelé le « facteur de forme du flux ». La différence entre l'argument du rapport $\frac{Z}{G}$ et $-\psi$ nous donne le déphasage des flux entre les deux pompes.

La figure 18 représente la variation en fonction de ψ du facteur de forme et du déphasage dans le cas de la pompe C1S supposée réalisée avec le même nombre de spires sur toutes les bobines.

Les paramètres principaux de cette pompe sont :

$$2p = 6$$

$$K(1-g) = 0,260$$

$$K(1+X) = 0,742$$

On constate une pointe de flux à l'entrée de la pompe alors qu'à la sortie de la pompe le flux décroît régulièrement. Sur une grande partie de la longueur de la pompe le flux est pratiquement constant et égal à celui de la pompe de longueur infinie.

VI - CALCUL DES COEFFICIENTS D'EXTREMITE.

Nous allons calculer, à l'aide des formules trouvées au chapitre IV et tenant compte des valeurs de Z déterminées au chapitre V, les pertes et la pression dans le cas de deux pompes de même longueur ($2p\pi$), l'une où l'amplitude du flux est constante sur toute la longueur (solution Z pour la pompe de longueur infinie), l'autre où le flux s'annule aux deux extrémités (solution Z' pour la pompe de longueur finie). Le rapport des pertes et de la pression dans ces deux cas nous fournira les coefficients cherchés.

1.- Pompe à flux constant :

Nous avons vu qu'il est nécessaire de calculer les grandeurs suivantes :

$$\bar{Z} \underline{Z}, \bar{Z}' \underline{Z}' \text{ et } \bar{Z} \underline{Z}'$$

$$\begin{aligned} \text{Or, d'après (26)} : \quad \bar{Z} &= \bar{G} e^{-j\psi} & \underline{Z} &= \underline{G} e^{j\psi} \\ \bar{Z}' &= -j \bar{G} e^{-j\psi} & \underline{Z}' &= j \underline{G} e^{j\psi} \end{aligned}$$

d'où :

$$\begin{aligned} \bar{Z} \underline{Z} &= \bar{G} \underline{G} \\ \bar{Z}' \underline{Z}' &= \bar{G} \underline{G} \\ \bar{Z} \underline{Z}' &= j \bar{G} \underline{G} \end{aligned}$$

Ces valeurs sont indépendantes de ψ .

a.- Pertes Joule dans les parois :

D'après (20) :

$$dW_p = \frac{\lambda f^2}{D} \frac{2e}{\rho p} \bar{G} \underline{G} d\psi$$

Pour toute la pompe les pertes W_p sont :

$$W_p = \int_{-\pi p}^{\pi p} dW_p = 2\pi p \frac{\lambda f^2}{D} \frac{2e}{\rho p} \bar{G} \underline{G} \quad (29)$$

b.- Pertes Joule dans le fluide :

D'après (21) :

$$dW_f = \frac{\lambda f^2}{D} \frac{a}{\rho_f} [\bar{G} \underline{G} + (1-g)^2 \bar{G} \underline{G} - 2(1-g) \bar{G} \underline{G}] d\psi$$

$$dW_f = \frac{\lambda f^2}{D} \frac{a}{\rho_f} \bar{G} \underline{G} g^2 d\psi$$

Pour toute la pompe les pertes W_f sont :

$$W_f = \int_{-\pi p}^{\pi p} dW_f = 2\pi p \frac{\lambda f^2}{D} \frac{a}{\rho_f} \bar{G} \underline{G} g^2 \quad (30)$$

c.- Pression interne - Puissance transmise au fluide :

D'après (22) :

$$d\Pi = -\frac{\omega}{2\rho_f(\pi D)^2} [(1-g) \bar{G} \underline{G} - \bar{G} \underline{G}] d\psi = \frac{\omega}{2\rho_f(\pi D)^2} \bar{G} \underline{G} g d\psi$$

Pour toute la pompe la pression délivrée est :

$$\Pi = \int_{-\pi p}^{\pi p} d\Pi = 2\pi p \frac{\omega}{2\rho_f(\pi D)^2} \bar{G} \underline{G} g \quad (31)$$

2.- Pompe à flux nul aux extrémités :

Nous écrirons (28) en posant :

$$\bar{M} = \frac{\sin \pi p r_2}{\sin \pi p (r_1 - r_2)} \quad \text{et} \quad \bar{N} = \frac{\sin \pi p r_1}{\sin \pi p (r_1 - r_2)}$$

$$\bar{Z} = \bar{G} [(-1)^p \bar{M} e^{\bar{r}_1 \psi} - (-1)^p \bar{N} e^{\bar{r}_2 \psi} + e^{-j\psi}]$$

Pour calculer les pertes et la pression, nous devons intégrer par rapport à ψ (de $-\pi p$ à $+\pi p$) les trois produits : $\bar{Z} \underline{Z}$, $\bar{Z}' \underline{Z}'$ et $\bar{Z} \underline{Z}'$.

$$\underline{Z} = G [(-1)^p M e^{i\psi} - (-1)^p N e^{i2\psi} + e^{j\psi}]$$

$$\bar{Z}' = \bar{G} [(-1)^p \bar{r}_1 \bar{M} e^{\bar{i}\psi} - (-1)^p \bar{r}_2 \bar{N} e^{\bar{i}2\psi} - j e^{-j\psi}]$$

$$\underline{Z}' = G [(-1)^p \underline{r}_1 M e^{i\psi} - (-1)^p \underline{r}_2 N e^{i2\psi} + j e^{j\psi}]$$

Ce calcul est effectué en annexe II.

Nous posons :

$$A_1 = \frac{1}{2 \pi p \bar{G} G} \int_{-\pi p}^{\pi p} \bar{Z} \underline{Z} d\psi - 1$$

$$A_2 = \frac{1}{2 \pi p \bar{G} G} \int_{-\pi p}^{\pi p} \bar{Z}' \underline{Z}' d\psi - 1$$

$$A_3 = \frac{1}{2 \pi p \bar{G} G} \Im \left(\int_{-\pi p}^{\pi p} \bar{Z} \underline{Z}' d\psi \right) - 1$$

a.- Pertes Joule dans les parois :

D'après (20) les pertes W_p pour toute la pompe s'écrivent alors :

$$W_p = \frac{\lambda f^2}{D} \frac{2e}{\rho_p} \int_{-\pi p}^{\pi p} \bar{Z} \underline{Z} d\psi = \frac{\lambda f^2}{D} \frac{2e}{\rho_p} (1 + A_1) 2 \pi p \bar{G} G \quad (32)$$

Formons le rapport :

$$K_p = \frac{\text{Pertes dans la pompe à flux nul aux extrémités}}{\text{Pertes dans la pompe à flux constant}}$$

Nous trouvons d'après (29) et (32) le coefficient cherché :

$$K_p = 1 + A_1$$

b.- Pertes Joule dans le fluide :

D'après (21) les pertes W_f pour toute la pompe s'écrivent alors :

$$W_f = \frac{\lambda f^2}{D} \frac{a}{\rho_f} \left[\int_{-\pi p}^{\pi p} \bar{Z} \underline{Z} d\psi + (1-g)^2 \int_{-\pi p}^{\pi p} \bar{Z}' \underline{Z}' d\psi - 2(1-g) \Im \left(\int_{-\pi p}^{\pi p} \bar{Z} \underline{Z}' d\psi \right) \right]$$

$$W_f = \frac{\lambda f^2}{D} \frac{a}{\rho_f} 2\pi p \bar{G} G [1 + A_1 + (1 - g)^2 (1 + A_2) - 2 (1 - g) (1 + A_3)] \quad \rightarrow (33)$$

Le coefficient cherché défini de la même façon que ci-dessus s'écrit d'après (33) et (30) :

$$K_f = \frac{1 + A_1 + (1 - g)^2 (1 + A_2) - 2 (1 - g) (1 + A_3)}{g^2}$$

c.- Pression interne :

D'après (22) la pression interne Π délivrée par la pompe s'écrit :

$$\Pi = \frac{-\omega}{2 \rho_f (\pi D)^2} [(1 - g) \int_{-\pi p}^{\pi p} \bar{Z}' Z' d\psi - J \left(\int_{-\pi p}^{\pi p} \bar{Z} Z' d\psi \right)]$$

$$\Pi = - \frac{\omega}{2 \rho_f (\pi D)^2} [(1 - g) (1 + A_2) - (1 + A_3)] 2\pi p \bar{G} G \quad (34)$$

Formons le rapport :

$$K_\Pi = \frac{\text{Pression délivrée par la pompe à flux nul aux extrémités}}{\text{Pression délivrée par la pompe à flux constant}}$$

Nous trouvons d'après (31) et (34) :

$$K_\Pi = 1 - \frac{(1 - g) A_2 - A_3}{g}$$

Nous avons établi un programme qui calcule les coefficients A_1 , A_2 et A_3 à partir des valeurs de $K(1 - g)$, $K(1 + X)$ et p et permet d'établir des tables de ces coefficients.

La figure 19 montre les variations de A_1 pour $p = 3$ en fonction de $K(1 + X)$ pour diverses valeurs du paramètre $K(1 - g)$. Ces courbes sont assez tourmentées et nécessitent un très grand nombre de points pour les tracer correctement dans un grand domaine de variation des paramètres.

Ce programme a été utilisé pour le calcul d'une pompe capable d'être montée sur le circuit 10MW de Rapsodie (375 m³/h - 3 bars).

VII - FORCE MAGNETO-MOTRICE INVERSE.

Nous n'avons considéré jusqu'ici que le cas d'une force magnéto-motrice directe. Si l'on désire étudier le fonctionnement de la machine lorsque les courants d'alimentation sont déséquilibrés, il faut examiner son comportement en présence d'une f.m.m. inverse.

Cette f.m.m. s'obtient (chapitre II) en remplaçant $-\psi$ par ψ .

$$F_{Si} = \frac{q}{\pi} k_b m n_c I_i \sqrt{2} \cos(\omega t + \psi + \frac{2\pi}{3}) \quad \text{par exemple pour } p \text{ pair.}$$

La même méthode de calcul pour résoudre l'équation fondamentale conduit à remplacer l'équation (19) par :

$$Z'' + K(1-g) Z' + jK(1+X) Z = c A e^{j\psi} \quad (19')$$

Seule la solution particulière est différente et la solution générale s'écrit :

$$Z = G_i [(-1)^p M e^{r_1 \psi} - (-1)^p N e^{r_2 \psi} + e^{j\psi}]$$

Le calcul peut être poursuivi comme au chapitre VI.

On peut également déterminer des coefficients d'effet d'extrémité. Les coefficients cherchés s'obtiennent en remplaçant j par $-j$ dans les expressions de l'annexe II.

Le programme calcule également ces coefficients.

VIII – COURANTS DESEQUILIBRES.

Lorsqu'on alimente une pompe par un réseau triphasé équilibré, les courants de phase I_1, I_2 et I_3 ne sont pas équilibrés puisque la pompe est de constitution dissymétrique.

Ces courants peuvent être décomposés en leurs composantes symétriques.

Nous avons étudié le comportement de la pompe pour chacun des systèmes direct et inverse pris séparément.

Le système homopolaire n'engendre aucune force magnéto-motrice.

L'équation (18) étant linéaire, on peut appliquer la méthode de superposition et additionner les solutions Z pour chacune des composantes directe et inverse :

$$Z = Z_d + Z_i$$

avec :

$$Z_d = G_d [(-1)^p M e^{r_1 \psi} - (-1)^p N e^{r_2 \psi} + e^{-j\psi}]$$

$$Z_i = G_i [(-1)^p M e^{r_1 \psi} - (-1)^p N e^{r_2 \psi} + e^{j\psi}]$$

Par contre le calcul des produits $\bar{Z} \underline{Z}$, $\bar{Z}' \underline{Z}'$ et $\bar{Z} \underline{Z}'$ ne peut s'effectuer par superposition sauf dans le cas particulier de la pompe à flux constant.

En effet :

$$\bar{Z} \underline{Z} = \bar{Z}_d \underline{Z}_d + \bar{Z}_i \underline{Z}_i + 2 R (\bar{Z}_d \underline{Z}_i)$$

Pour la pompe à flux constant :

$$Z_d = G_d e^{-j\psi}$$

$$Z_i = G_i e^{j\psi}$$

et

$$\bar{Z}_d \underline{Z}_i = \bar{G}_d \underline{G}_i e^{-j2\psi}$$

or

$$\int_{-\pi p}^{\pi p} e^{-j2\psi} d\psi = 0$$

dans ce cas seulement :

$$\int_{-\pi p}^{\pi p} \bar{Z} \underline{Z} d\psi = \int_{-\pi p}^{\pi p} \bar{Z}_d \underline{Z}_d d\psi + \int_{-\pi p}^{\pi p} \bar{Z}_i \underline{Z}_i d\psi$$

Il en est de même pour :

$$\int \bar{Z}' \underline{Z}' d\psi \quad \text{et} \quad \int \bar{Z} \underline{Z}' d\psi$$

La superposition est alors applicable aux pertes et à la pression exactement comme elle l'est pour le couple et les pertes dans un moteur asynchrone classique.

Dans le cas de la pompe à flux nul aux extrémités la superposition n'est possible que pour le flux.

Nous ne développerons pas plus loin cette méthode de calcul puisque la troisième partie de cet exposé décrit une méthode pouvant tenir compte à la fois du déséquilibre des courants et d'un bobinage quelconque (nombre de conducteur et couplage différents pour chaque rainure).

IX - ESSAIS PARTICULIERS.

Certains expérimentateurs ont mesuré le flux le long de la pompe en l'absence de métal liquide. Nous allons voir que le facteur de forme de ce flux peut être très différent du flux réel en charge.

1.- Pompe sans conduit annulaire :

L'équation (18) s'écrit dans ce cas ($g = 1$; $X = 0$).

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \psi^2} + \frac{K}{\omega} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \mu_0 \frac{\lambda D}{2\epsilon} \frac{\partial F_s}{\partial \psi}$$

Pour une alimentation en courants équilibrés, l'équation (19) devient alors :

$$Z'' + j K Z' = c A e^{-j\psi}$$

Les racines de l'équation caractéristique sont : $\begin{cases} r_1 = 0 \\ r_2 = -j K \end{cases}$

d'où :

$$Z = G [-(-1)^p + e^{-j\psi}]$$

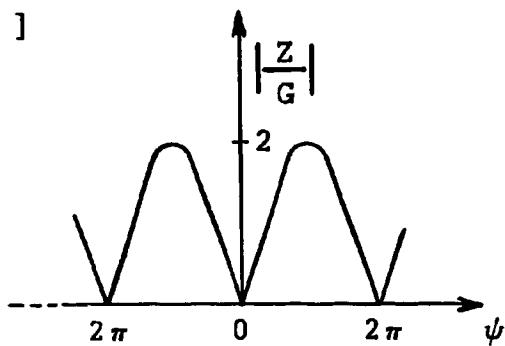
pour p pair :

$$Z = G [(\cos \psi - 1) - j \sin \psi]$$

Le facteur de forme peut s'écrire :

$$\frac{Z}{G} = 2 \left| \sin \frac{\psi}{2} \right| e^{-j(\frac{\pi}{2} + \frac{\psi}{2})}$$

Il s'annule pour $\psi = 2Kn$ c'est-à-dire tous les deux pôles. On obtient le même résultat pour p impair.



2.- Pompe avec son conduit vide :

C'est le cas, par exemple, du fonctionnement de la pompe en préchauffage lorsqu'on utilise du sodium.

L'équation (18) s'écrit dans ce cas en reprenant tout le calcul :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \psi^2} + \frac{KX}{\omega} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \mu \frac{\lambda D}{2\epsilon} \frac{\partial F_S}{\partial \psi}$$

Pour une alimentation en courants équilibrés l'équation (19) devient alors :

$$Z'' + j K X Z = c A e^{-j\psi}$$

Les racines de l'équation caractéristique sont :
$$\begin{cases} r_1 = 0 \\ r_2 = -j K X \end{cases}$$

d'où :

$$Z = G [-(-1)^p + e^{-j\psi}]$$

Les conclusions du paragraphe précédent restent valables, seules changent l'amplitude et la phase du flux par variation de G .

X - CONCLUSION.

Cette deuxième partie montre que l'on peut, à l'aide d'hypothèses vraisemblables et des lois fondamentales de l'électromagnétisme, lier le flux le long de la pompe à ses paramètres constructifs principaux. On en déduit les pertes et la pression de deux pompes de même longueur, l'une hypothétique à flux constant, l'autre réelle à flux nul aux extrémités. La comparaison des deux résultats nous donne une méthode de détermination de coefficients d'effet d'extrémités.

Les coefficients de pression et de pertes calculés à l'aide de cette méthode permettent de tenir compte, dans le calcul des pompes électromagnétiques annulaires, de l'ouverture du circuit magnétique. La connaissance du flux tout le long de la pompe nous permettrait de compléter cette théorie par le calcul des tensions induites dans chaque phase et de remonter ainsi aux tensions d'alimentation.

L'hypothèse d'une force magnéto-motrice statorique glissante limite cependant la méthode au calcul de pompes où tous les pôles sont bobinés de façon identique. De plus, elle suppose, soit que les courants sont équilibrés, soit que leur déséquilibre est connu à priori. Elle ne peut donc être appliquée qu'au dépouillement d'essais ou aux calculs d'avant projet de pompe suffisamment longue pour que le déséquilibre des courants puisse être négligé.

*
* *

TROISIEME PARTIE

CONFRONTATION DES RESULTATS D'ESSAIS AUX RESULTATS THEORIQUES OBTENUS A L'AIDE D'UNE NOUVELLE METHODE DE CALCUL

INTRODUCTION.

Les pompes électromagnétiques annulaires construites pour le circuit d'essai 1 MW de Rapsodie (appelées C1P et C1S) ont été calculées en utilisant la méthode proposée par BLAKE /2/. Elle consiste à se donner à priori le flux le long de la pompe, tel qu'il soit nul aux deux extrémités, constant dans la partie centrale, et raccordé aux extrémités par un arc de sinusoïde. Les essais ont montré que les valeurs nominales de la pression et du débit étaient obtenues pour des valeurs du courant et de la tension très différentes de celles prévues par le calcul. De plus, les courants d'alimentation sont fortement déséquilibrés, ce qui rend toute comparaison avec le calcul impossible.

Nous avons donc été amenés à réviser complètement cette méthode. Comme le nombre de spires placées dans les encoches n'est pas le même tout le long de la pompe, la méthode des coefficients d'extrémités (exposée dans la 2ème partie), qui suppose que la force magnéto-motrice est périodique, n'est plus applicable ici. De plus, les courants dans les trois phases étant déséquilibrés, il faudrait passer par la décomposition en leur composante symétrique, ce qui compliquerait le calcul.

Nous avons préféré reprendre seulement les bases de la théorie sur les coefficients d'extrémité et développer une nouvelle méthode de calcul qui a également pour but la détermination du flux tout le long de la pompe par une méthode de résolution de l'équation fondamentale voisine de celle exposée dans la 2ème partie. Aux conditions aux limites précédentes s'ajoutent maintenant des conditions aux frontières entre dents et encoches. De la connaissance du flux nous déduisons la pression et les pertes et confrontons ce calcul aux valeurs expérimentales relevées sur la pompe C1P.

I - VALIDITE DE L'EQUATION FONDAMENTALE.

L'équation (13) est valable pour une armature lisse. En présence d'une armature encochée, il est fait usage, en électrotechnique classique, du coefficient de CARTER /6/ qui permet de définir, à partir de la géométrie de l'entrefer et des encoches, un entrefer équivalent plus grand, tel que la reluctance de cet entrefer soit la même que celle de l'entrefer muni d'encoches.

Le coefficient de Carter résulte d'une détermination du champ effectuée à l'aide de la transformation conforme. Il n'est donc valable que pour des champs en milieu non conducteur : c'est le cas des entrefers de moteurs classiques.

Par contre, l'entrefer d'une pompe électromagnétique comporte des conducteurs : les parois du conduit et le fluide qui, de plus, est en mouvement. Nous avons entrepris une étude théorique de ce cas mais nous ne disposons pas encore des résultats.

Nous supposerons donc que nous pouvons définir un entrefer équivalent et en l'absence d'autre information, nous avons admis d'utiliser le coefficient de Carter. Nous conservons la même notation ϵ pour cet entrefer équivalent.

La figure 20a schématisé ce que peuvent être les lignes de champ au droit d'une encoche. Nous assimilerons les lignes de champ à celles de la figure 20b, c'est-à-dire que nous supposons le champ

radial aussi bien sous les dents que sous les encoches, dans toute l'épaisseur de l'entrefer fictif, et normal aux parois de l'encoche au niveau des conducteurs (flux de fuite).

Dans ces conditions, la circulation du champ le long du contour C1 sous une dent, en négligeant toujours la circulation dans le fer, est la même que dans le cas de l'armature lisse, seule la force magnéto-motrice du stator est nulle puisqu'il n'y a pas de conducteur dans la dent :

$$dF_S = 0.$$

L'entrefer intervenant alors dans (4) est l'entrefer fictif équivalent.

La circulation du champ le long du contour C2, sous une encoche, est aussi la même que dans le cas de l'armature lisse puisque ce contour coupe orthogonalement les lignes du champ de fuite dans l'encoche. La f.m.m. statorique de la tranche dz est alors :

$$dF_S = \frac{n_i I_i \sqrt{2} dz}{b} \cos(\omega t - \alpha_i)$$

si le courant alimentant l'encoche i est de la forme :

$$i = I_i \sqrt{2} \cos(\omega t - \alpha_i)$$

La référence des déphasages des courants d'encoche étant prise telle que $\alpha_1 = 0$ pour la première encoche par exemple.

Nous posons : $\psi = \frac{2\pi}{\lambda} = z$

et

$$A_i = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{n_i I_i \sqrt{2}}{b}$$

d'où

$$\frac{\partial F_S}{\partial \psi} = A_i \cos(\omega t - \alpha_i)$$

Pour chaque encoche A_i et α_i sont constants.

L'équation fondamentale (18) s'écrit donc :

$$(35) \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial \psi^2} + K(1-g) \frac{\partial \phi}{\partial \psi} + \frac{K(1+x)}{\omega} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \begin{cases} \frac{\mu_0 \lambda D}{2\epsilon} A_i \cos(\omega t - \alpha_i) & \text{sous une encoche} \\ 0 & \text{sous une dent.} \end{cases}$$

II - METHODE DE RESOLUTION.

Nous considérons maintenant une pompe comportant n encoches numérotées 1, 2, 3, 4, i ... n (figure 21).

Chaque dent ou encoche forme un domaine pour lequel le second membre de l'équation fondamentale (35) est, soit nul, soit constant.

Les domaines sont numérotés 0, 1, 2 ... k ... 2n.

Les domaines sont séparés entre eux par des frontières numérotées 0, 1, 2 ... k ... 2n + 1.

Nous nous proposons de résoudre l'équation fondamentale pour chaque domaine en utilisant la méthode exposée dans la 2ème partie ; les constantes d'intégration seront déterminées de telle sorte que le flux et le champ soient continus aux frontières et que le flux soit nul aux deux extrémités de la pompe.

III - RESOLUTION.

1.. Le domaine est une encoche :

Le second membre de l'équation (35) peut être considéré comme la partie réelle de :

$$c A_i e^{-j\alpha_i} e^{j\omega t}$$

Comme nous ne recherchons que le régime permanent il est possible d'éliminer le temps dans cette équation en introduisant la fonction $Y = Z e^{j\omega t}$ dont la partie réelle représentera le flux ϕ cherché.

L'équation 19 devient :

$$Z_k'' + K(1-g) Z_k' + jK(1+X) Z_k = c A_i e^{-j\alpha_i} \quad (36)$$

Dont la solution s'écrit : (25) :

$$Z_k = B_k e^{r_1 \psi} + C_k e^{r_2 \psi} + F_i \quad (37)$$

2.. Le domaine est une dent :

L'équation (35) devient :

$$Z_k'' + K(1-g) Z_k' + jK(1+X) Z_k = 0$$

Dont la solution s'écrit :

$$Z_k = B_k e^{r_1 \psi} + C_k e^{r_2 \psi} \quad (38)$$

IV - CONDITIONS AUX FRONTIERES.

Le flux ϕ_k est la partie réelle de $Z_k e^{j\omega t}$; à chaque frontière k on doit donc avoir pour assurer la continuité du flux :

$$(Z_k) \psi = \psi_k = (Z_{k-1}) \psi = \psi_k$$

Le champ $H_k = \frac{2}{\mu_0 \lambda D} \frac{\partial \phi_k}{\partial \psi}$ (6) est proportionnel à la partie réelle de $Z_k' e^{j\omega t}$; à chaque frontière k on doit donc avoir pour assurer la continuité du champ :

$$(Z_k') \psi = \psi_k = (Z_{k-1}') \psi = \psi_k$$

Nous allons envisager les deux cas possibles :

- 1.- Passage d'une dent à une encoche (frontière k)
- 2.- Passage d'une encoche à une dent (frontière k + 1).

1.- Passage d'une dent à une encoche à la frontière k :

a.- Continuité du flux d'après (37) et (38) :

$$B_{k-1} e^{r_1 \psi_k} + C_{k-1} r_2 \psi_k = B_k e^{r_1 \psi_k} + C_k r_2 \psi_k + F_i$$

c'est-à-dire

$$(B_{k-1} - B_k) e^{r_1 \psi_k} + (C_{k-1} - C_k) r_2 \psi_k = F_i \quad (39)$$

b.- Continuité du champ (déivation de 37 et 38) :

$$r_1 B_{k-1} e^{r_1 \psi_k} + r_2 C_{k-1} e^{r_2 \psi_k} = r_1 B_k e^{r_1 \psi_k} + r_2 C_k e^{r_2 \psi_k}$$

c'est-à-dire :

$$(B_{k-1} - B_k) r_1 e^{r_1 \psi_k} + (C_{k-1} - C_k) r_2 e^{r_2 \psi_k} = 0 \quad (40)$$

2.- Passage d'une encoche à une dent à la frontière k + 1

a.- Continuité du flux :

$$B_k e^{r_1 \psi_k} + 1 + C_k e^{r_2 \psi_k} + 1 + F_i = B_{k+1} e^{r_1 \psi_k} + 1 + C_{k+1} e^{r_2 \psi_k} + 1$$

c'est-à-dire :

$$(B_k - B_{k+1}) e^{r_1 \psi_k} + 1 + (C_k - C_{k+1}) e^{r_2 \psi_k} + 1 = - F_i \quad (41)$$

b.- Continuité du champ :

$$r_1 B_k e^{r_1 \psi_k} + 1 + r_2 C_k e^{r_2 \psi_k} + 1 = r_1 B_{k+1} e^{r_1 \psi_k} + 1 + r_2 C_{k+1} e^{r_2 \psi_k} + 1$$

c'est-à-dire :

$$(B_k - B_{k+1}) r_1 e^{r_1 \psi_k} + 1 + (C_k - C_{k+1}) r_2 e^{r_2 \psi_k} + 1 = 0 \quad (42)$$

Nous posons :

$D_k = B_{k-1} - B_k$		(43)
$E_k = C_{k-1} - C_k$		

Les équations (39) et (41) deviennent alors :

$$D_k e^{r_1 \psi_k} + E_k e^{r_2 \psi_k} = F_i \quad \text{pour } k \text{ impair.}$$

$$D_{k+1} e^{r_1 \psi_k} + 1 + E_{k+1} e^{r_2 \psi_k} + 1 = - F_i \quad \text{pour } k \text{ pair.}$$

On peut donc les résumer en une seule équation :

$$D_k e^{r_1} \psi_k + E_k e^{r_2} \psi_k = -(-1)^k F_i \quad (44)$$

comme $k = 2i - 1$

i est la partie entière de $\frac{k+1}{2}$

Les équations (40) et (42) peuvent elles aussi se résumer en une seule :

$$D_k r_1 e^{r_1} \psi_k + E_k r_2 e^{r_2} \psi_k = 0 \quad (45)$$

Les constantes D_k et E_k sont solutions du système suivant :

(équations 44 et 45)

$$\begin{vmatrix} e^{r_1} \psi_k & e^{r_2} \psi_k \\ r_1 e^{r_1} \psi_k & r_2 e^{r_2} \psi_k \end{vmatrix} \begin{vmatrix} D_k \\ E_k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -(-1)^k F_i \\ 0 \end{vmatrix}$$

On trouve :

$$D_k = (-1)^k \frac{r_2 F_i}{(r_1 - r_2) e^{r_1} \psi_k}$$

$$E_k = -(-1)^k \frac{r_1 F_i}{(r_1 - r_2) e^{r_2} \psi_k}$$

Les relations de récurrence (43) permettent de calculer les constantes d'intégration B_k et C_k de chaque domaine lorsque l'on connaît B_0 et C_0 . Nous allons déterminer ces constantes initiales.

V – CONDITIONS AUX LIMITES.

Le flux doit être nul aux deux extrémités de la pompe, c'est-à-dire que l'on doit avoir :

$$Z_0 = 0 \quad \text{pour } \psi = \psi_0$$

$$\text{et} \quad Z_{2n} = 0 \quad \text{pour } \psi = \psi_{2n+1}$$

Considérons les sommes :

$$u = \sum_{k=1}^{k=2n} D_k = (B_0 - B_1) + (B_1 - B_2) + \dots + (B_{2n-1} - B_{2n}) = B_0 - B_{2n} \quad (46)$$

et

$$v = \sum_{k=1}^{k=2n} E_k = (E_0 - E_1) + (E_1 - E_2) + \dots + (E_{2n-1} - E_{2n}) = E_0 - E_{2n} \quad (47)$$

Pour les domaines zéro et $2n$ qui sont des dents, Z s'exprime au moyen de la relation (38).

Si nous choisissons comme origine des ψ la frontière zéro, les deux conditions aux limites s'écrivent :

$$\left| \begin{array}{l} B_0 + C_0 = 0 \\ B_{2n} e^{r1} \psi_{2n+1} - C_{2n} e^{r2} \psi_{2n+1} = 0 \end{array} \right.$$

Les relations (46) et (47) permettent d'éliminer B_{2n} et C_{2n} et le système devient :

$$\left| \begin{array}{l} B_0 + C_0 = 0 \\ (B_0 - u) e^{r1} \psi_{2n+1} + (C_0 - v) e^{r2} \psi_{2n+1} = 0 \end{array} \right.$$

c'est-à-dire :

$$\left| \begin{array}{cc} 1 & 1 \\ e^{r1} \psi_{2n+1} & e^{r2} \psi_{2n+1} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} B_0 \\ C_0 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{l} 0 \\ u e^{r1} \psi_{2n+1} + v e^{r2} \psi_{2n+1} \end{array} \right|$$

Dont les solutions sont :

$$B_0 = -C_0 = \frac{u e^{r1} \psi_{2n+1} + v e^{r2} \psi_{2n+1}}{e^{r1} \psi_{2n+1} - e^{r2} \psi_{2n+1}} \quad (48)$$

VI - PRESSION-PERTES.

1.- Pertes Joule dans les parois :

L'expression (20) peut s'appliquer à chaque domaine. Les pertes totales s'obtiennent donc par l'intégration de cette expression dans chaque domaine et en effectuant la somme de ces pertes pour tous les domaines.

$$W_p = \frac{\lambda f^2}{D} \frac{2e}{\rho p} \sum_{k=0}^{k=2n} \int_{\psi_k}^{\psi_{k+1}} \bar{Z}_k Z_k d\psi \quad (49)$$

Le calcul de $\int_{\psi_k}^{\psi_{k+1}} \bar{Z}_k Z_k d\psi$ est effectué en annexe III.

2.- Pertes Joule dans le fluide :

L'application de la formule (21) de la même façon que ci-dessus, nous donne W_f . Cela nécessite le calcul de deux intégrales supplémentaires par domaine :

$$\begin{aligned} & \int_{\psi_k}^{\psi_{k+1}} \bar{Z}'_k Z'_k d\psi \\ & \int_{\psi_k}^{\psi_{k+1}} \bar{Z}_k Z'_k d\psi \end{aligned}$$

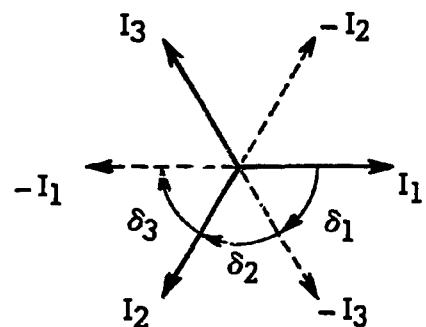
Ces calculs sont effectués en annexe III.

3.. Pression interne :

La formule (22) donne de la même manière la pression interne. Elle ne fait intervenir que les deux intégrales précédentes.

VII – APPLICATION DE LA METHODE.

Cette méthode suppose la connaissance des courants dans les encoches en amplitude et phase. Pour effectuer un calcul de projet de pompe, on peut prendre un système de courants triphasés équilibré, étant bien entendu que les tensions trouvées seront déséquilibrées.



Pour vérifier notre méthode, nous l'avons appliquée au déroulement des essais de la pompe ClP.

Pour chaque essai la pompe étant alimentée en couplage triangle, nous avons déterminé, à l'aide des mesures des courants d'enroulement et de ligne les déphasages δ_1 , δ_2 et δ_3 des courants d'enroulements.

Le schéma du bobinage de la pompe indique pour chaque encoche à l'aide des chiffres 1, 2, 3, -1, -2, -3 à quelle phase appartient la bobine (le signe - indique que la bobine est connectée en opposition avec celle de signe +, ce qui revient à leur affecter un courant opposé vectoriellement).

Le déphasage α_i du courant de chaque encoche s'obtient en additionnant le nombre nécessaire d'arcs δ_j pour passer du courant dans une encoche au courant dans l'encoche suivante, depuis l'entrée de la pompe jusqu'à sa sortie.

On prend comme référence $\alpha_1 = 0$.

Par exemple pour ClP on obtient les valeurs suivantes :

N° de l'encoche	Affectation:	α_i
1	3	$\alpha_1 = 0$
2	-2	$\alpha_2 = \delta_2$
3	1	$\alpha_3 = \alpha_2 + \delta_3$
4	-3	$\alpha_4 = \alpha_3 + \delta_1$
5	2	$\alpha_5 = \alpha_4 + \delta_2$
6	2	$\alpha_6 = \alpha_5$
7	-1	$\alpha_7 = \alpha_6 + \delta_3$
-----	-----	-----

Le programme que nous avons préparé calcule lui-même les valeurs de α_i connaissant les affectations des encoches (c'est-à-dire le schéma de bobinage) et les valeurs de δ_i pour chaque essai. Ceci permet d'effectuer le calcul avec n'importe quel schéma de bobinage et n'importe quels courants.

Dans le cas théorique d'un système de courants équilibrés direct, on prend :

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = -\frac{\pi}{3}$$

et $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \frac{\pi}{3}$ pour un système inverse.

On calcule alors pour chaque encoche la grandeur complexe F_i solution particulière de (36).

$$F_i = -j \frac{c A_i}{K(1+X)} e^{-j \alpha_i}$$

Puis pour chaque frontière k depuis $k=1$ jusqu'à $k=2n$ les grandeurs complexes :

$$\frac{r_1 - r_2}{r_2} D_k = (-1)^k \frac{F_i}{e^{r_1 \psi_k}}$$

$$\frac{r_1 - r_2}{r_1} E_k = -(-1)^k \frac{F_i}{e^{r_2 \psi_k}}$$

Ce calcul s'effectue rapidement «en boucle», d'abord pour les frontières de numéro impair, puis pour les frontières de numéro pair car ψ varie alors par pas dentaire.

On effectue ensuite les deux sommes u et v (46 et 47) et le calcul des constantes B_0 et C_0 (48).

Puis, à l'aide des relations de récurrence (43) on calcule toutes les constantes B_k et C_k .

$$B_k = B_{k-1} - D_k$$

$$C_k = C_{k-1} - E_k$$

On peut alors calculer le flux tout le long de la pompe à l'aide des relations (37) et (38) suivant que le domaine est une encoche ou une dent. On le calcule à chaque frontière et l'on vérifie qu'il est nul à la sortie de la pompe. Nous rappelons que le module de Z_k représente l'amplitude du flux à travers le noyau.

On poursuit en effectuant le calcul dans chaque domaine des grandeurs I_k , J_k , \bar{K}_k , \bar{L}_k , \bar{M}_k (annexe III) et des trois intégrales définies à l'aide des formules (21), (22) et (23).

Par sommation successive de chaque domaine, on déduit à l'aide de (49) les pertes Joule dans la paroi pour toute la pompe, puis de façon semblable les pertes Joule dans le fluide et la pression interne (chapitre VI).

Pour comparer notre méthode à celle de BLAKE /2/, nous avons tracé, figure 22, la valeur du flux le long de la pompe dans le cas de la pompe ClP, le bobinage étant celui qui a été réalisé à l'aide de la méthode de Blake et la pompe étant supposée alimentée par un système de courants équilibrés (20 A).

On constate une assez grande différence avec le flux qui a servi à la détermination du bobinage, surtout à la sortie de la pompe.

Les légères oscillations du flux que l'on observe ont une période de deux pas dentaire, ce qui correspond au mode de réalisation du bobinage (deux encoches par pôle et par phase dans la partie centrale de la pompe).

Nous avons tracé figure 23 les résultats du dépouillement d'un essai qui s'approche assez bien du cas théorique précédent avec :

$$\begin{array}{ll} I_1 = 21,7 \text{ A} & \delta_1 = 1,153 \text{ rad} \\ I_2 = 20,1 \text{ A} & \delta_2 = 0,9125 \text{ rad} \\ I_3 = 16 \text{ A} & \delta_3 = 1,075 \text{ rad} \end{array}$$

Le flux présente, en outre, des pointes de période 1 pôle qui correspondent au déséquilibre des courants.

La figure 23 montre également l'évolution de la pression le long de la pompe.

On constate à l'entrée de la pompe une pointe de flux assez forte qui a pour effet de freiner le métal liquide : la pression à l'entrée commence par décroître. Comme c'est à cet endroit qu'en général la pression est la plus faible dans un circuit, il peut y avoir risque de cavitation.

Nous avons dépouillé à l'aide de cette méthode 106 points d'essais de la pompe ClP (séries 1 à 15).

A la pression mesurée P est ajoutée la perte de charge ϖ , déduite d'essais à l'eau pour le coude et le tube de retour, et calculée pour l'espace annulaire (formule de KOO / 7/).

d'où :

$$\Pi_{\text{essai}} = P + \varpi$$

Nous avons porté sur les figures 24, 25 et 26 l'écart relatif Δ entre le calcul et les essais défini par :

$$\Delta = \frac{\Pi_{\text{calcul}} - \Pi_{\text{essai}}}{\Pi_{\text{essai}}} \quad \%$$

Les figures 24 et 25 correspondent à des séries d'essais à débit variable (59 points) et Δ a été porté en fonction de $K(1 - g)$.

Sur la figure 24 les points sont groupés à température constante alors que sur la figure 25 ils sont groupés à fréquence constante. On ne constate aucun effet systématique de ces deux grandeurs. L'écart moyen est de + 8 à 9 % ; il est plus faible pour les points à grand débit.

Sur la figure 26 sont groupés 47 points obtenus à débit constant. L'écart Δ est porté en fonction du carré du courant dans l'une des phases. Cette courbe montre que la méthode semble correcte quel que soit le courant (écart moyen + 5 %).

VIII – CONCLUSION.

La méthode de calcul exposée dans cette troisième partie repose sur une décomposition de la pompe en autant de domaines qu'il y a d'encoches et de dents. On détermine le flux dans chaque domaine par une équation dont les constantes sont ajustées pour satisfaire aux conditions de flux nul aux extrémités et assurer la continuité du flux et de l'induction magnétique tout le long de la pompe.

La méthode que nous proposons nécessite encore des mises au point théoriques en particulier pour déterminer l'entrefer équivalent. Cependant, telle qu'elle est décrite, elle semble déjà assez bien vérifiée par l'expérience.

Elle semble plus complète que celle de BLAKE /2/, bien que plus difficile à mettre en oeuvre. Ces difficultés tombent dès que l'on dispose d'une calculatrice électronique rapide et une fois le programme mis au point.

La méthode de BLAKE conduit à un bobinage gradué à l'entrée et à la sortie de la pompe qui ne donne pas la pression maximale que l'on peut obtenir. Etant donné la tendance du flux à diminuer rapidement à la sortie de la pompe, il semble préférable de conserver un nombre de conducteurs par encoche au moins égal à celui des pôles centraux. A l'entrée, par contre, il semble qu'un bobinage gradué soit nécessaire pour atténuer la pointe de flux et diminuer les pertes.

★

★ ★

ANNEXE I

RACINES DE L'EQUATION CARACTERISTIQUE

L'équation du second degré en r : $r^2 + K(1-g)r + jK(1+X) = 0$

a pour discriminant : $\Delta = K^2(1-g)^2 - j4K(1+X)$

Ecrivons Δ sous la forme : $\Delta = \rho e^{j\theta}$

avec $\rho^2 = K^4(1-g)^4 + 16K^2(1+X)^2$

$$\text{et } \cos \theta = \frac{K^2(1-g)^2}{\rho}$$

soit $\alpha + j\beta$ l'une des deux racines carrées de Δ

$$\alpha = \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2}$$

$$\beta = \sqrt{\rho} \sin \frac{\theta}{2}$$

$$\text{Or } \cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}} = \sqrt{\frac{\rho + K^2(1-g)^2}{2\rho}}$$

$$\text{et } \sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} = \sqrt{\frac{\rho - K^2(1-g)^2}{2\rho}}$$

d'où

$$\alpha = \sqrt{\frac{\rho + K^2(1-g)^2}{2}}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{\rho - K^2(1-g)^2}{2}}$$

Les deux racines de Δ sont alors :

$$\alpha + j\beta$$

$$\text{et } -\alpha - j\beta$$

Les racines r_1 et r_2 de l'équation caractéristique s'écrivent :

$$r_1 = - \frac{K(1-g)}{2} + \frac{\alpha + j\beta}{2} = \frac{\alpha - K(1-g)}{2} + j \frac{\beta}{2}$$

$$r_2 = - \frac{K(1-g)}{2} - \frac{\alpha + j\beta}{2} = - \frac{\alpha + K(1-g)}{2} - j \frac{\beta}{2}$$

r_1 et r_2 ne sont fonction que des deux seuls paramètres sans dimensions : $K(1-g)$ et $K(1+X)$.

SIGNE DES PARTIES REELLES DE r_1 et r_2 .

Le produit des parties réelles de r_1 et r_2 donne :

$$\begin{aligned} - \left[\frac{\alpha - K(1-g)}{2} \right] \left[\frac{\alpha + K(1-g)}{2} \right] &= - \frac{1}{4} [\alpha^2 - K^2(1-g)^2] \\ &- \frac{K^2(1-g)^2}{8} \left[\sqrt{1 + \frac{16(1+X)^2}{K^2(1-g)^4}} - 1 \right] \end{aligned}$$

Ce produit est négatif, donc les parties réelles de r_1 et r_2 sont de signe opposé.

Le calcul numérique de ces racines est rendu beaucoup plus simple à l'aide des calculatrices qui disposent en général d'une instruction donnant directement la racine d'un nombre complexe.

★
★ ★

ANNEXE II

CALCUL DES INTEGRALES DE $\bar{Z} \underline{Z}$, $\bar{Z}' \underline{Z}'$ et $\bar{Z} \underline{Z}'$

$$1 - \bar{Z} \underline{Z} = \bar{G} \underline{G} [1 + \bar{M} \underline{M} e^{(\bar{r}_1 + r_1)\psi} + \bar{N} \underline{N} e^{(\bar{r}_2 + r_2)\psi} - \bar{M} \underline{N} e^{(\bar{r}_1 + r_2)\psi} \\ - \underline{M} \bar{N} e^{(r_1 + \bar{r}_2)\psi} + (-1)^p \bar{M} e^{(\bar{r}_1 + j)\psi} + (-1)^p \underline{M} e^{(r_1 - j)\psi} \\ - (-1)^p \bar{N} e^{(\bar{r}_2 + j)\psi} - (-1)^p \underline{N} e^{(r_2 - j)\psi}]$$

En regroupant les termes conjugués :

$$\bar{Z} \underline{Z} = \bar{G} \underline{G} \left\{ 1 + \bar{M} \underline{M} e^{(\bar{r}_1 + r_1)\psi} + \bar{N} \underline{N} e^{(\bar{r}_2 + r_2)\psi} - 2 R [\bar{M} \underline{N} e^{(\bar{r}_1 + r_2)\psi}] \\ + 2 (-1)^p R [\bar{M} e^{(\bar{r}_1 + j)\psi}] - 2 (-1)^p R [\bar{N} e^{(\bar{r}_2 + j)\psi}] \right\}$$

On doit intégrer des expressions de la forme :

$$\int_{-\pi p}^{\pi p} e^{\alpha \psi} d\psi = \frac{1}{\alpha} [e^{\alpha \psi}]_{-\pi p}^{\pi p} = \frac{1}{\alpha} (e^{\alpha \pi p} - e^{-\alpha \pi p}) = \frac{2 s h \alpha \pi p}{\alpha}$$

$$\text{et } (-1)^p \int_{-\pi p}^{\pi p} e^{(\alpha + j)\psi} d\psi = \frac{(-1)^p}{\alpha + j} [e^{(\alpha + j)\psi}]_{-\pi p}^{\pi p} = \frac{(-1)^p}{\alpha + j} 2 s h (\alpha + j) \pi p \\ = \frac{2 (-1)^p}{\alpha + j} s h \alpha \pi p \cos \pi p \\ = \frac{2}{\alpha + j} s h \alpha \pi p$$

que p soit pair ou impair.

$$\text{d'où } \int_{-\pi p}^{\pi p} \bar{Z} \underline{Z} d\psi = 2 \pi p \bar{G} \underline{G} (1 + A_1)$$

$$\text{En posant : } A_1 = \frac{1}{2 \pi p} [2 \bar{M} \underline{M} \frac{s h \pi p (\bar{r}_1 + r_1)}{\bar{r}_1 + r_1} + 2 \bar{N} \underline{N} \frac{s h \pi p (\bar{r}_2 + r_2)}{\bar{r}_2 + r_2} \\ + 2 R (-2 \bar{M} \underline{N} \frac{s h \pi p (\bar{r}_1 + r_2)}{\bar{r}_1 + r_2} + \frac{2 \bar{M} s h \pi p \bar{r}_1}{\bar{r}_1 + j} - 2 \bar{N} \frac{s h \pi p \bar{r}_2}{\bar{r}_2 + j})]$$

$$\text{Des calculs identiques donnent : } \int_{-\pi p}^{\pi p} \bar{Z}' \underline{Z}' d\psi = 2 \pi p \bar{G} \underline{G} (1 + A_2)$$

avec

$$A_2 = \frac{1}{2\pi p} [2 \bar{r}_1 \underline{r}_1 \bar{M} \underline{M} \frac{\sinh \pi p (\bar{r}_1 + \underline{r}_1)}{\bar{r}_1 + \underline{r}_1} + 2 \bar{r}_2 \underline{r}_2 \bar{N} \underline{N} \frac{\sinh \pi p (\bar{r}_2 + \underline{r}_2)}{\bar{r}_2 + \underline{r}_2} - 2 R (2 \bar{r}_1 \underline{r}_2 \bar{M} \underline{N} \frac{\sinh \pi p (\bar{r}_1 + \underline{r}_2)}{\bar{r}_1 + \underline{r}_2} - 2 \bar{r}_2 (2 \bar{r}_1 \frac{\bar{M} \sinh \pi p \bar{r}_1}{\bar{r}_1 + j} - 2 \bar{r}_2 \frac{\bar{N} \sinh \pi p \bar{r}_2}{\bar{r}_2 + j}))]$$

et

$$\int_{-\pi p}^{\pi p} \bar{Z} \underline{Z}' d\psi = 2\pi p \bar{G} \underline{G} (1 + A_3)$$

avec

$$A_3 = \frac{1}{2\pi p} \int [2 \bar{r}_1 \bar{M} \underline{M} \frac{\sinh \pi p (\bar{r}_1 + \underline{r}_1)}{\bar{r}_1 + \underline{r}_1} + 2 \bar{r}_2 \bar{N} \underline{N} \frac{\sinh \pi p (\bar{r}_2 + \underline{r}_2)}{\bar{r}_2 + \underline{r}_2} - 2 \bar{r}_2 \bar{M} \underline{N} \frac{\sinh \pi p (\bar{r}_1 + \underline{r}_2)}{\bar{r}_1 + \underline{r}_2} - 2 \bar{r}_1 \bar{N} \underline{M} \frac{\sinh \pi p (\bar{r}_2 + \underline{r}_1)}{\bar{r}_2 + \underline{r}_1} + j \frac{\bar{M} \sinh \pi p \bar{r}_1}{\bar{r}_1 + j} - j \frac{\bar{N} \sinh \pi p \bar{r}_2}{\bar{r}_2 + j} + \underline{r}_1 \underline{M} \frac{\sinh \pi p \underline{r}_1}{\underline{r}_1 - j} - \underline{r}_2 \frac{\sinh \pi p \underline{r}_2}{\underline{r}_2 - j}]$$

M et N (définis page 27) sont des fonctions de r_1 et r_2 .

Les coefficients A_1 , A_2 et A_3 ne sont donc fonctions que de r_1 , r_2 et p , c'est-à-dire finalement des paramètres fondamentaux de la pompe :

$$K (1 + X)$$

$$K (1 - g)$$

$$p$$

★
★ ★

ANNEXE III

CALCUL DES INTEGRALES DANS CHAQUE DOMAINE

Nous effectuons le calcul pour une écouche. Il suffit de faire $F_i = 0$ dans les formules pour obtenir le résultat pour une dent.

Pour alléger l'écriture, nous supprimons les indices k et i :

1.- Calcul de :

$$\bar{Z} \underline{Z} = (\bar{B} e^{\bar{r}_1} \psi + \bar{C} e^{\bar{r}_2} \psi + \bar{F}) (\underline{B} e^{\underline{r}_1} \psi + \underline{C} e^{\underline{r}_2} \psi + \underline{F})$$

Nous poserons : $e x_1 = e^{\bar{r}_1} \psi$

$$e x_2 = e^{\bar{r}_2} \psi$$

Ces exponentielles ont dû déjà être calculées pour obtenir D et F .

D'où :

$$\bar{Z} \underline{Z} = \bar{B} \underline{B} \bar{e} \underline{x}_1 \underline{e} x_1 + \bar{C} \underline{C} \bar{e} \underline{x}_2 \underline{e} x_2 + \bar{F} \underline{F} + 2 R (\bar{B} \bar{e} \underline{x}_1 \underline{C} \underline{e} x_2 + \bar{F} \bar{B} \bar{e} \underline{x}_1 + \bar{F} \bar{C} \bar{e} \underline{x}_2)$$

et

$$\int \bar{Z} \underline{Z} d\psi = \frac{\bar{B} \underline{B}}{\bar{r}_1 + \underline{r}_1} \bar{e} \underline{x}_1 \underline{e} x_1 + \frac{\bar{C} \underline{C}}{\bar{r}_2 + \underline{r}_2} \bar{e} \underline{x}_2 \underline{e} x_2 + \bar{F} \underline{F} \psi$$

$$+ 2 R \left(\frac{\bar{B} \underline{C}}{\bar{r}_1 + \underline{r}_2} \bar{e} \underline{x}_1 \underline{e} x_2 + \frac{\bar{F} \bar{B}}{\bar{r}_1} \bar{e} \underline{x}_1 + \frac{\bar{F} \bar{C}}{\bar{r}_2} \bar{e} \underline{x}_2 \right)$$

2.- Calcul de :

$$\bar{Z}' \underline{Z}' = (\bar{r}_1 \bar{B} \bar{e} \underline{x}_1 + \bar{r}_2 \bar{C} \bar{e} \underline{x}_2) (\underline{r}_1 \underline{B} \underline{e} x_1 + \underline{r}_2 \underline{C} \underline{e} x_2)$$

$$= \bar{r}_1 \underline{r}_1 \bar{B} \underline{B} \bar{e} \underline{x}_1 \underline{e} x_1 + \bar{r}_2 \underline{r}_2 \bar{C} \underline{C} \bar{e} \underline{x}_2 \underline{e} x_2 + 2 R (\bar{r}_1 \underline{r}_2 \bar{B} \bar{C} \bar{e} \underline{x}_1 \underline{e} x_2)$$

d'où :

$$\int \bar{Z}' \underline{Z}' d\psi = \bar{r}_1 \underline{r}_1 \frac{\bar{B} \underline{B}}{\bar{r}_1 + \underline{r}_1} \bar{e} \underline{x}_1 \underline{e} x_1 + \bar{r}_2 \underline{r}_2 \frac{\bar{C} \underline{C}}{\bar{r}_2 + \underline{r}_2} \bar{e} \underline{x}_2 \underline{e} x_2 + 2 R (\bar{r}_1 \underline{r}_2 \frac{\bar{B} \bar{C} \bar{e} \underline{x}_1 \underline{e} x_2}{\bar{r}_1 + \underline{r}_2})$$

3.- Calcul de :

$$\bar{Z} \underline{Z}' = (\bar{B} \bar{e} \underline{x}_1 + \bar{C} \bar{e} \underline{x}_2 + \bar{F}) (\underline{r}_1 \underline{B} \underline{e} x_1 + \underline{r}_2 \underline{C} \underline{e} x_2)$$

$$= \underline{r}_1 \bar{B} \underline{B} \bar{e} \underline{x}_1 \underline{e} x_1 + \underline{r}_2 \bar{C} \underline{C} \bar{e} \underline{x}_2 \underline{e} x_2 + \underline{r}_1 \underline{B} \bar{C} \bar{e} \underline{x}_1 \bar{e} x_2$$

$$+ \underline{r}_2 \bar{B} \underline{C} \bar{e} \underline{x}_1 \underline{e} x_2 + \underline{r}_1 \bar{F} \bar{B} \underline{e} x_1 + \underline{r}_2 \bar{F} \bar{C} \underline{e} x_2$$

d'où

$$\int \bar{Z} Z' d\psi = r_1 \frac{\bar{B} B}{r_1 + r_1} \bar{e}x_1 e x_1 + r_2 \frac{\bar{C} C}{r_2 + r_2} \bar{e}x_2 e x_2 + r_1 \frac{B \bar{C}}{r_1 + r_2} e x_1 \bar{e}x_2 \\ + r_2 \frac{\bar{B} \bar{C}}{r_1 + r_2} \bar{e}x_1 e x_2 + \bar{F} B e x_1 + \bar{F} C e x_2$$

Ces trois intégrales ne nécessitent que le calcul des cinq expressions suivantes par domaine :

$$I_k = \frac{1}{r_1 + r_1} \bar{B}_k B_k [\bar{e}x_1 e x_1]_{\psi_k}^{\psi k+1} \quad \text{grandeur réelle.}$$

$$J_k = \frac{1}{r_2 + r_2} \bar{C}_k C_k [\bar{e}x_2 e x_2]_{\psi_k}^{\psi k+1} \quad \text{grandeur réelle.}$$

$$\bar{K}_k = \frac{1}{r_1 + r_2} \bar{B}_k C_k [\bar{e}x_1 e x_2]_{\psi_k}^{\psi k+1} \quad \text{grandeur complexe.}$$

$$\bar{L}_k = \bar{B}_k [\bar{e}x_1]_{\psi_k}^{\psi k+1} \quad \text{grandeur complexe.}$$

$$\bar{M}_k = \bar{C}_k [\bar{e}x_2]_{\psi_k}^{\psi k+1} \quad \text{grandeur complexe.}$$

Les valeurs des intégrales définies pour chaque domaine s'écrivent alors :

$$\int_{\psi_k}^{\psi k+1} \bar{Z}_k Z_k d\psi = I_k + J_k + \bar{F}_i F_i (\psi_{k+1} - \psi_k) + 2 R [\bar{K}_k + \frac{\bar{F}_i}{r_1} \bar{L}_k + \frac{\bar{F}_i}{r_2} \bar{M}_k]$$

$$\int_{\psi_k}^{\psi k+1} \bar{Z}'_k Z'_k d\psi = r_1 r_1 I_k + r_2 r_2 J_k + 2 R [r_1 r_2 \bar{K}_k]$$

$$\int_{\psi_k}^{\psi k+1} \bar{Z}_k Z'_k d\psi = r_1 I_k + r_2 J_k + r_1 K_k + r_2 \bar{K}_k + \bar{F}_i L_k + \bar{F}_i M_k$$

Le résultat de cette dernière intégration est un nombre complexe et seule sa partie imaginaire entre dans les expressions (21) et (22).

*
* * *

ANNEXE IV

NOTATIONS ET UNITES

α	Epaisseur radiale de la veine fluide	m
A_1, A_2, A_3	Coefficients définis page 28 (annexe II)	
A	Ampère-tours maximum par unité d'angle	A/rad
A_s	Ampère-tours maximum par unité de longueur	A/m
c	Constante définie page 21	
B, C	Constantes d'intégration définies page 25	
D	Diamètre moyen de la veine fluide	m
e	Epaisseur radiale d'une des parois supposées identiques	m
f	Fréquence du courant d'alimentation	s ⁻¹
F_f	Valeur instantanée de la f.m.m. engendrée par les courants passant dans le fluide	A
F_p	Valeur instantanée de la f.m.m. engendrée par les courants passant dans les parois	A
F_s	Valeur instantanée du terme fondamental de la f.m.m. engendrée par l'armature statorique	A
F_μ	Résultante de F_f, F_p et F_s	A
g	Glissement défini page 19	
G, G_i, G_d	Constantes d'intégration	
H	Valeur instantanée du champ magnétique dans l'entrefer	At/m
I	Intensité efficace du courant statorique	A
j	Opérateur imaginaire	
J_f, J_p	Valeur instantanée de la densité de courant	A/m ²
k_b	Coefficient de bobinage du stator	
K	Paramètre défini page 19	
K_p, K_f, K_{II}	Coefficients définis pages 28 et 29	
m	Nombre d'encoches par pôle et phase	
n_c	Nombre de conducteur par encoche	
M, N	Constantes définies page 27	
P	Pression différentielle d'une pompe	Pa

P	Nombre de paires de pôles	
Q	Débit d'une pompe	m ³ /sec
q	Nombre de phase d'alimentation	
r, r ₁ , r ₂	Racines de l'équation caractéristique - page 24 et annexe I	
R	Résistance moyenne des enroulements	Ohms
Re	Nombre de Reynolds	
t	Temps	s
v _r	Vitesse de référence définie page 18	m/s
v	Vitesse du fluide	m/s
W _p	Pertes dans les parois de la pompe	W
W _f	Pertes dans le fluide	W
X	Paramètre défini page 19	
z, z ₁	Abscisse d'un point de la pompe	m
Y, Z	Fonctions définies page 21	
ε	Longueur de l'entrefer	m
Δ H	Pertes de charge totales d'une pompe	m
θ	Arc définissant un point d'une armature classique	rad
θ _B	Température moyenne du bobinage	°C
θ _F	Température du métal liquide	°C
λ	Double pas polaire	m
μ ₀	Perméabilité du vide = $4 \pi 10^{-7}$	
ν	Viscosité du fluide	m ² /sec
Π	Pression interne délivrée par la pompe	Pascal
ω	Pertes de charge internes d'une pompe	Pa
ρ _f	Résistivité du fluide	Ω m ² /m
ρ _p	Résistivité des parois	Ω m ² /m
r	Pas polaire	m
φ	Argument de Z (page 22)	rad
ϕ	Valeur instantanée du flux d'induction	Weber
ϕ ₀	Module de Z (page 22)	
ω	Pulsation du courant d'alimentation	s ⁻¹
ψ	Arc définissant un point de l'armature (page 20)	rad

★

★ ★

B I B L I O G R A P H I E

- /1/ E. CAMBILLARD - B. SCHWAB
Pompes électromagnétiques annulaires d'induction polyphasées.
Calcul et réalisation.
Bulletin de la Société Française des Electriciens - 8ème Série - Tome I -
n° 6 - Juin 1960.
- /2/ L.R. BLAKE
Conduction and induction pumps for liquid metals.
J. Brit. Nucl. Energy Conf. - July 1957 - p. 306-325.
- /3/ D.A. WATT
A study in design of travelling field electromagnetic pumps for liquid me-
tals 1956 - A.E.R.E. ED/R 1696.
- /4/ G.I. SHTURMAN
Induction machines with open magnetic circuits.
(translated by P. Collins) AERE trans. 818.
- /5/ G.I. SHTURMAN - R.L. ARONOV
«Edge Effect» in induction machines with open magnetic circuits.
(translated by P. Collins) AERE Trans. 819
- /6/ F.W. CARTER
Air-Gap Induction
Electrical world and Engineer, 1901, vol. 38, p. 884.
The magnetic field of the dynamo electric machine.
J. of the Inst. of Electrical Engineers, 1926, vol. 64 - pages 1 115, 1 138.
- /7/ W.H. Mc ADAMS
Transmission de la chaleur.
Dunod 1950 - page 133.

*

Manuscrit reçu le 21 Mai 1964.

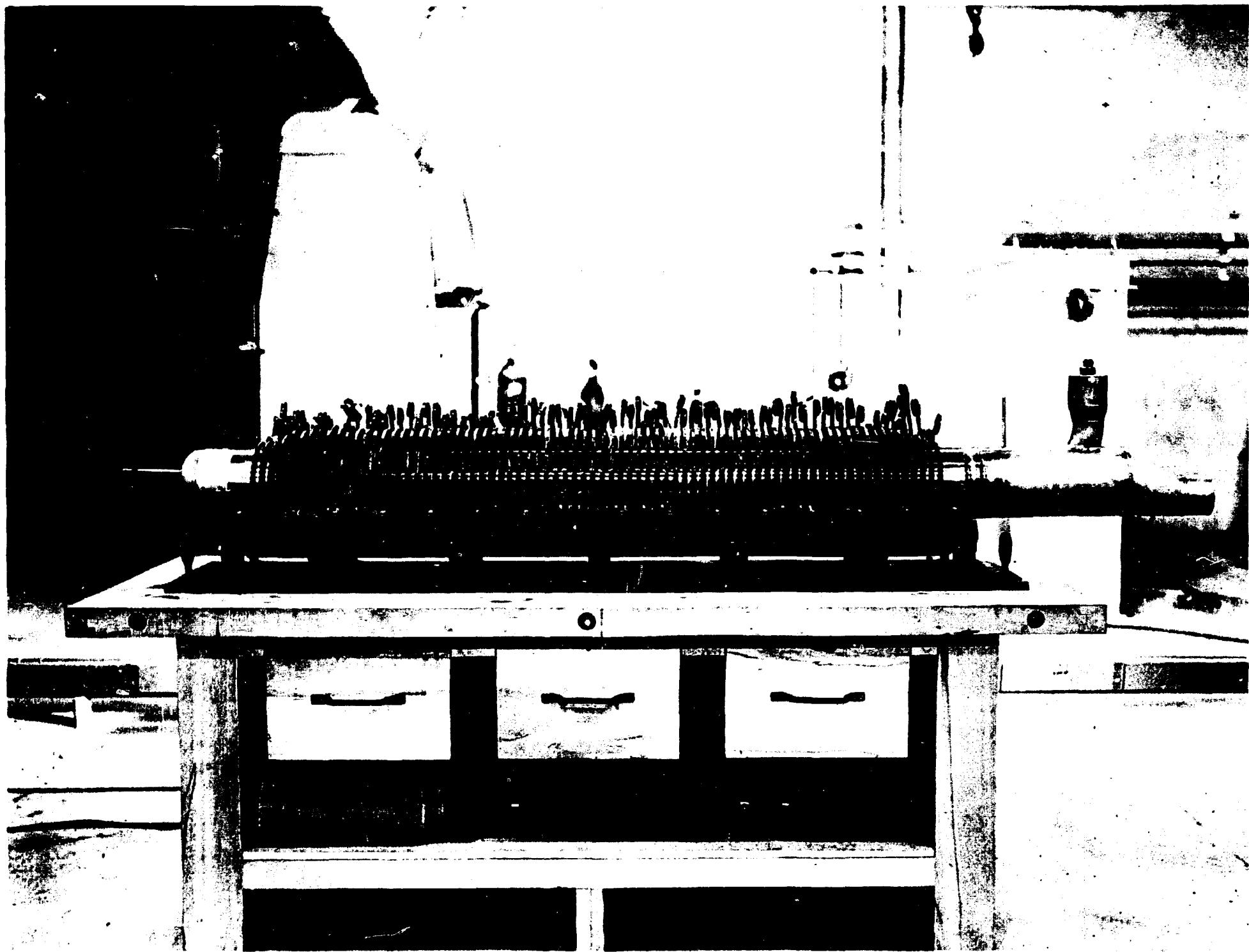


Fig. 1 - Pompe électromagnétique d'induction annulaire polyphasée 100 m³/h.
Vue en cours de montage.

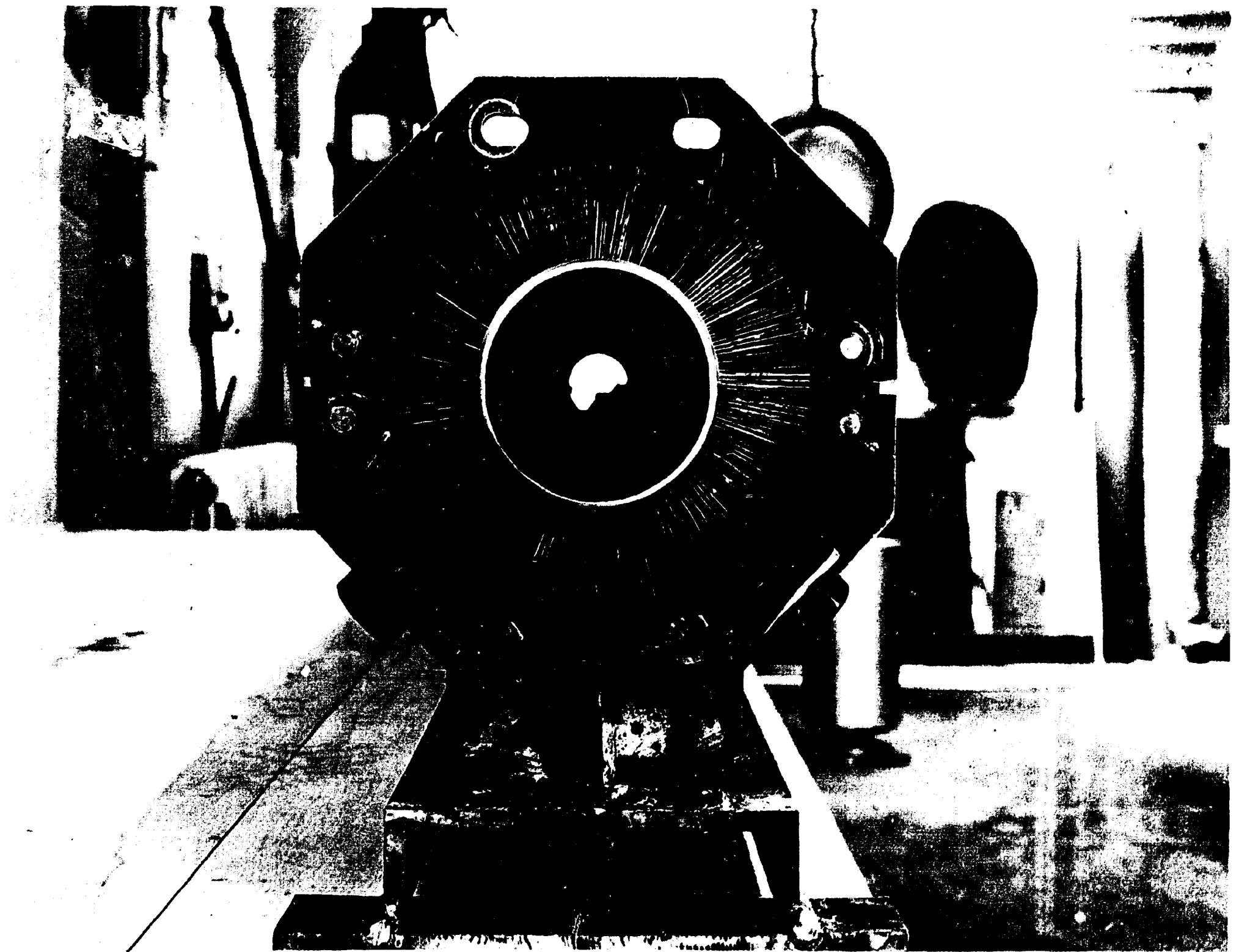


Fig. 2 - Pompe électromagnétique d'induction annulaire polyphasée 100 m³/h.
Vue en bout du noyau de tôles radiales.

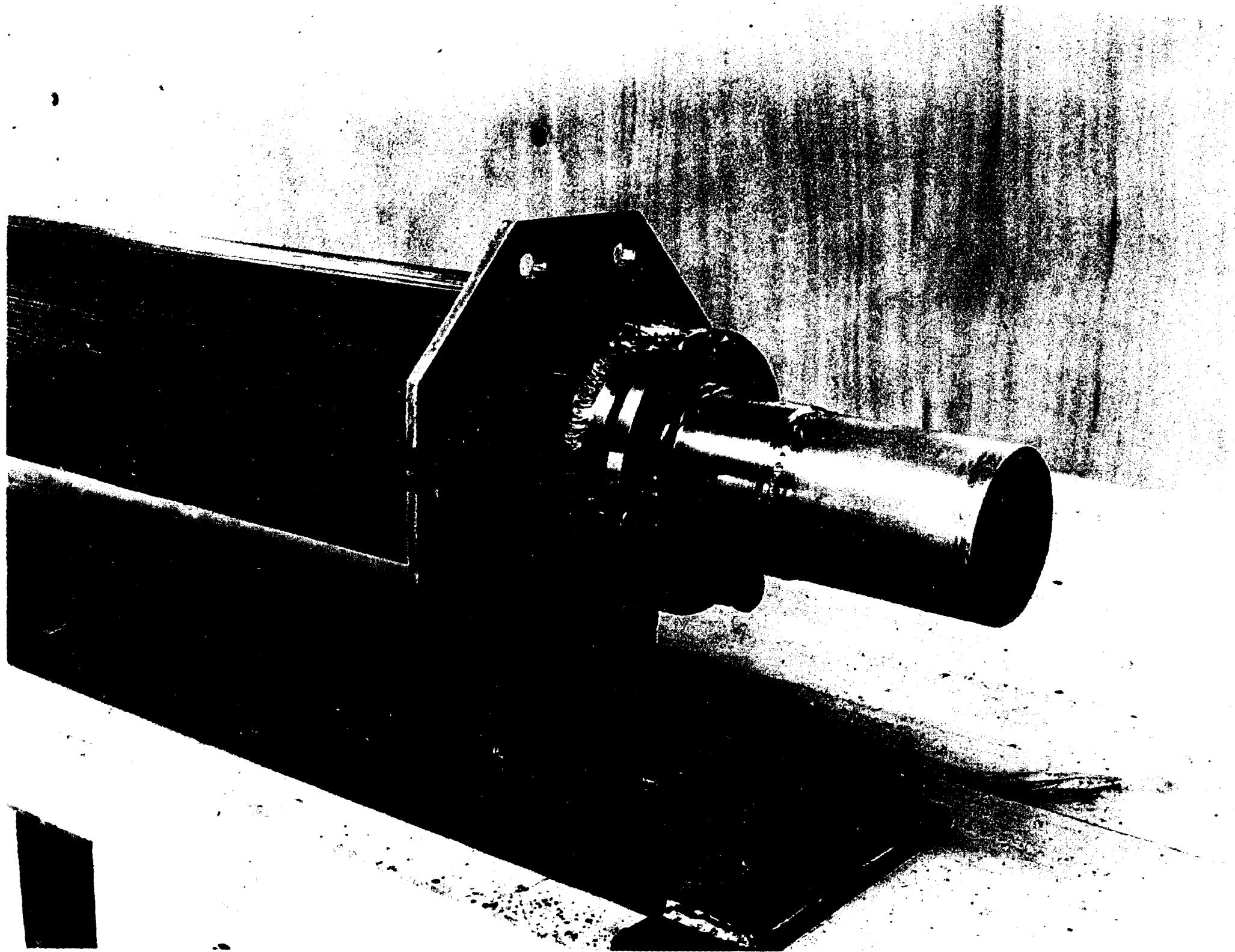


Fig. 3 - Pompe électromagnétique d'induction annulaire polyphasée 100 m³/h.
Vue de la fixation des tôles radiales.

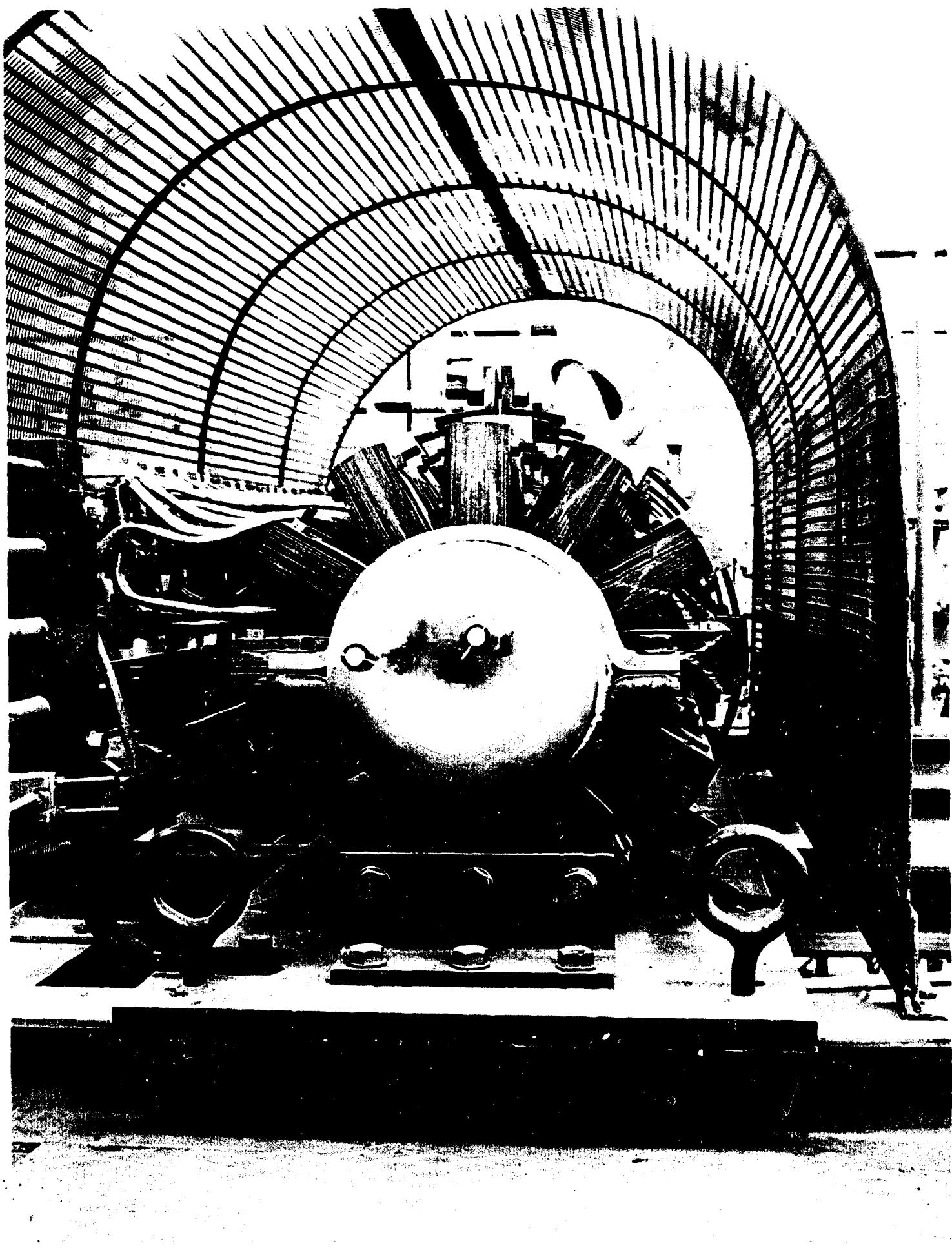
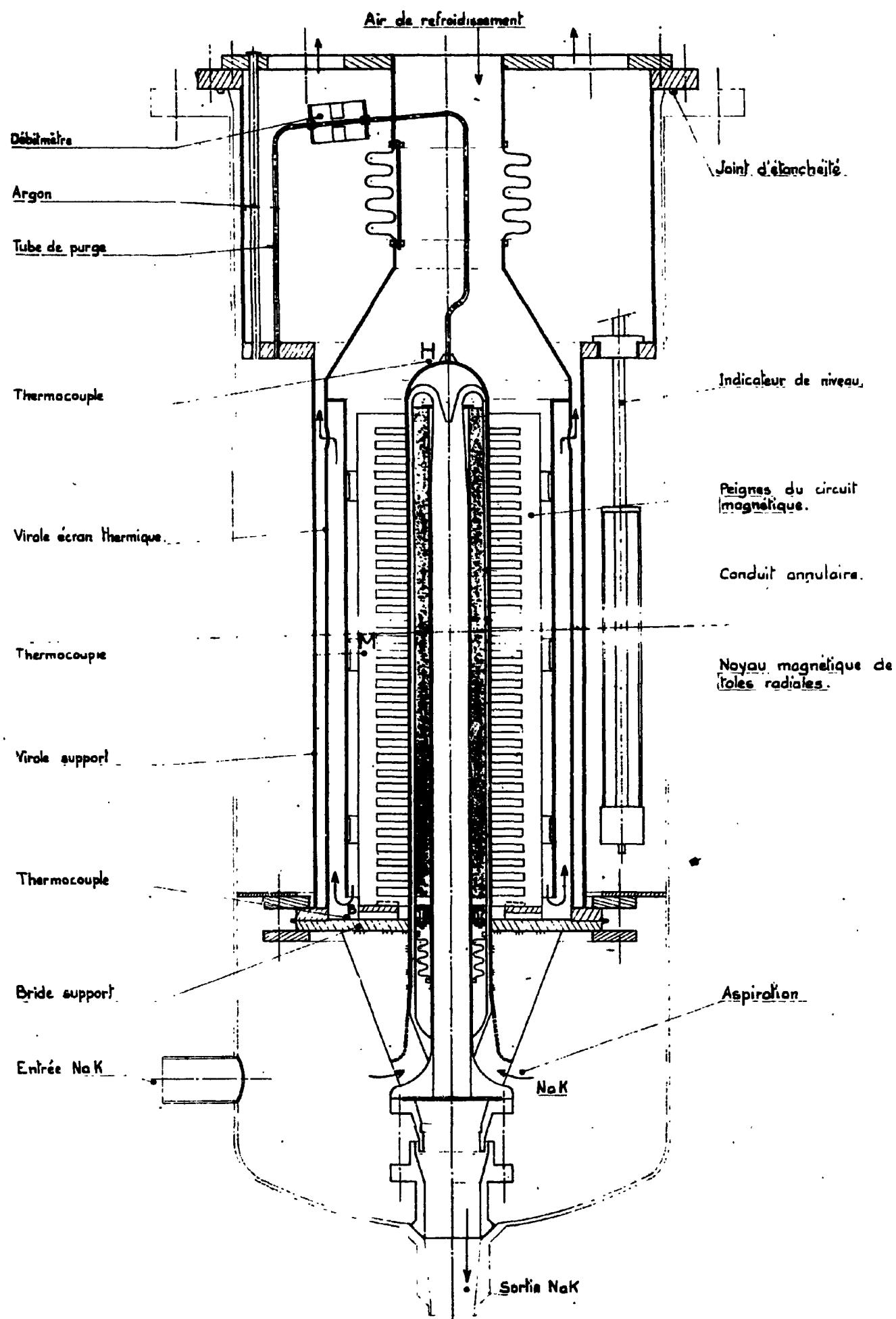


Fig. 4 - Pompe électromagnétique d'induction annulaire polyphasée 100 m³/h.
Vue d'ensemble.

POMPE ELECTROMAGNETIQUE C 1S

Figure : 5



POMPE ÉLECTROMAGNÉTIQUE C1P

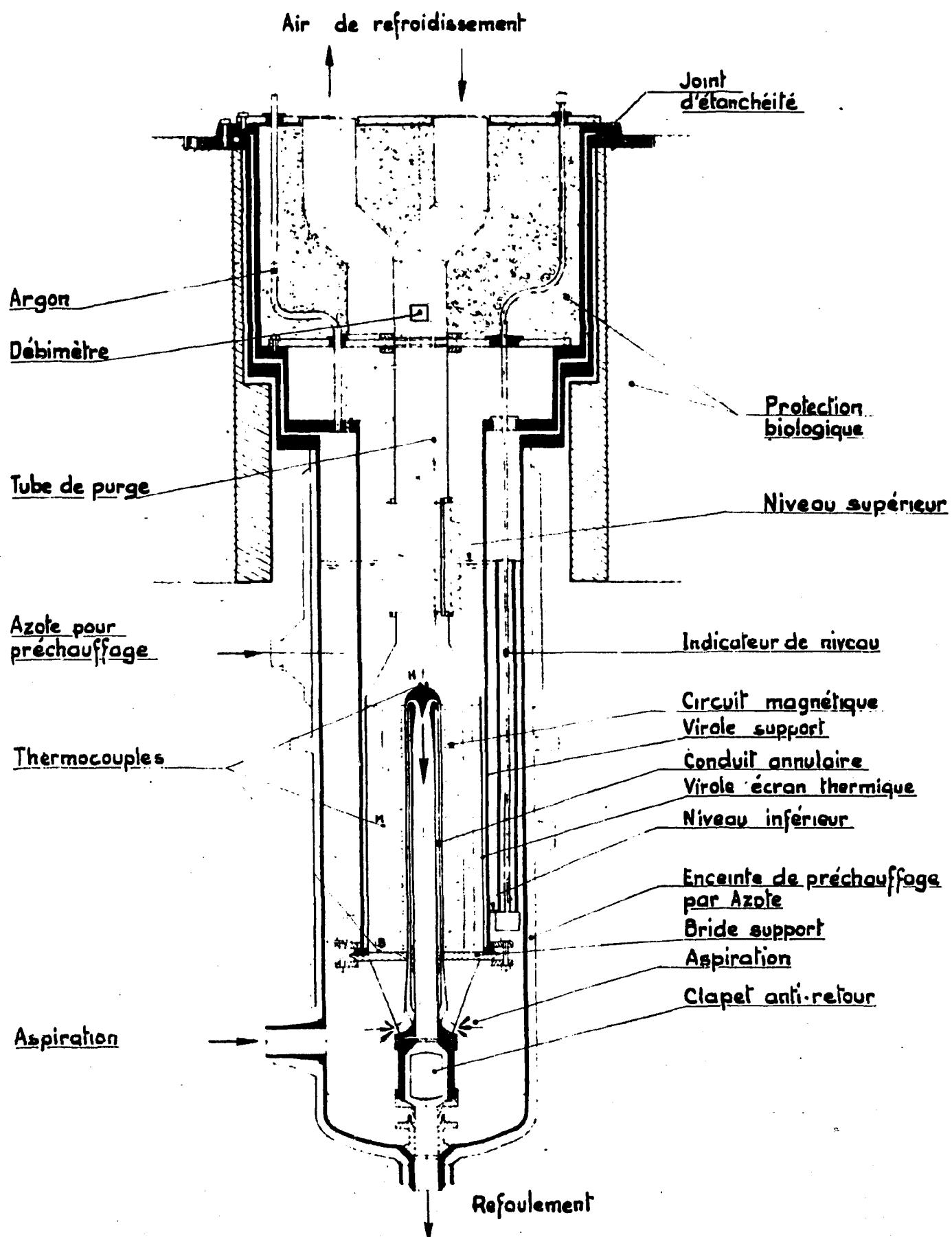


FIGURE 6

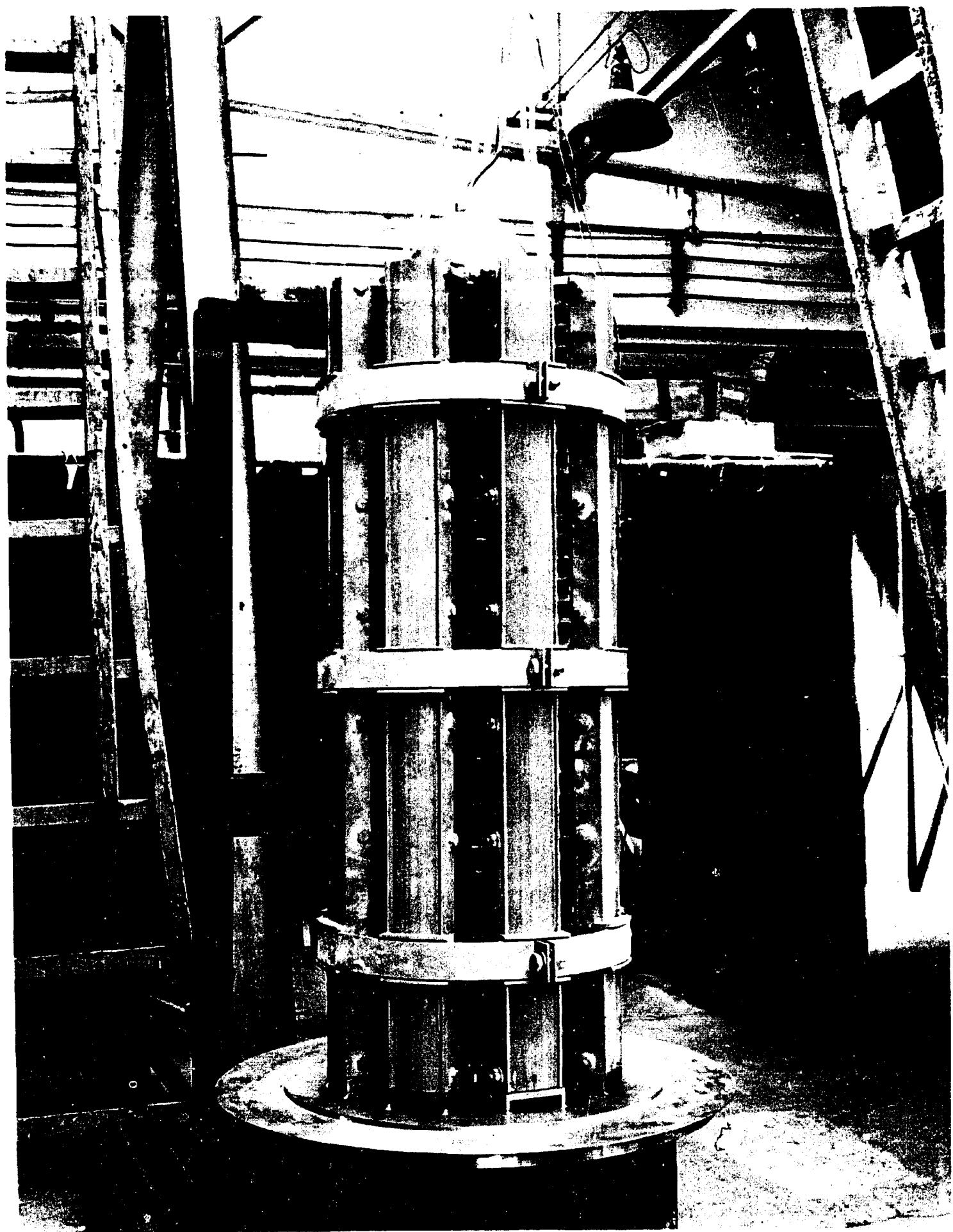
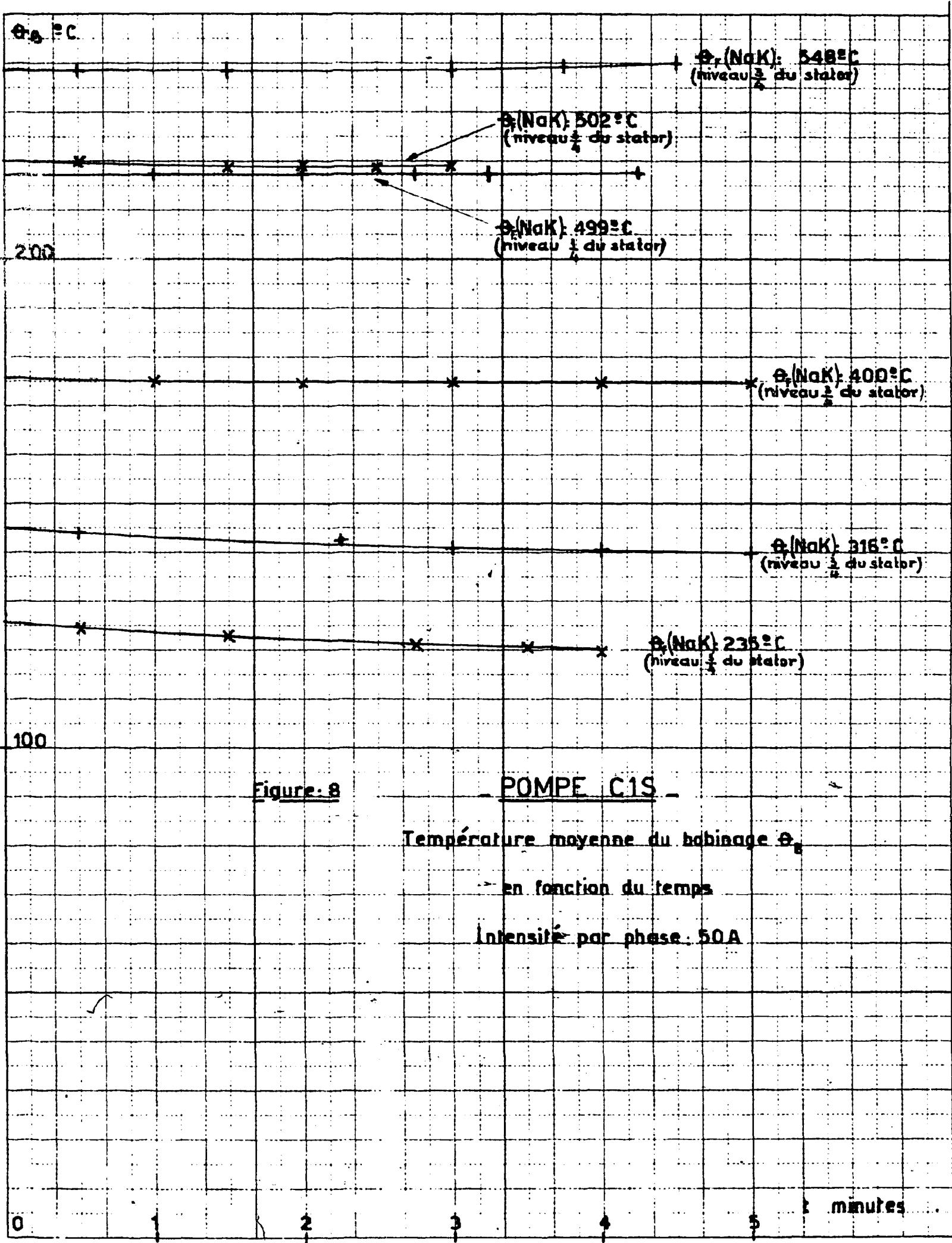
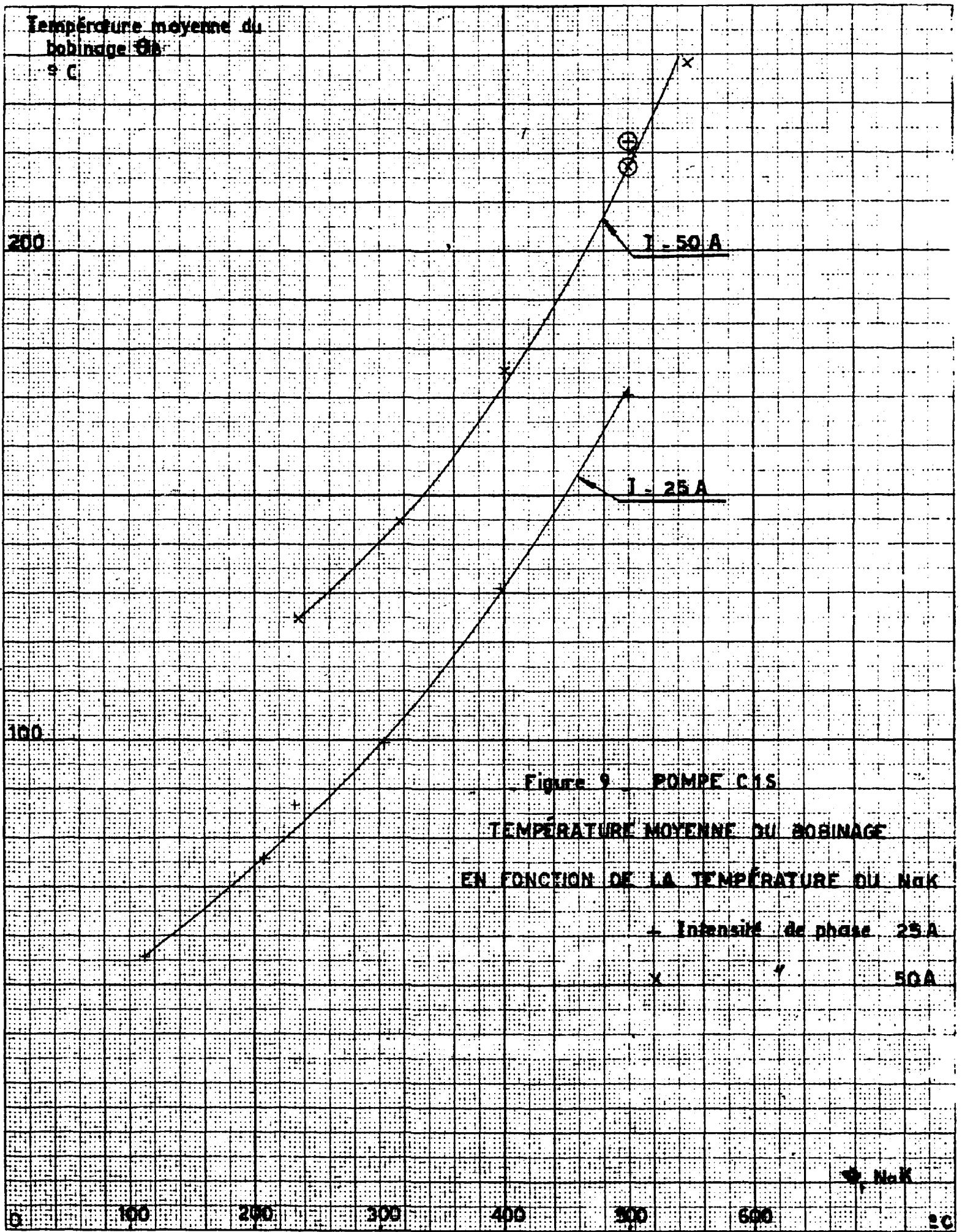


Fig. 7 - Pompe C1P.
Vue d'ensemble.





POMPE CIP COURBES PRESSION - DÉBIT

Fréquence : 50 Hz

P. bars.

Fluide: Na

Température : 500°C

3

Figure : 10

220 V

250 V

380 V

380V sur 1phase
330V sur 2phases

260V sur les 3phases

2

1

0

20

40

60

$Q \text{ m}^3/\text{h}$

220V sur les 3phases

POMPE C1P COURBES PRESSION-DÉBIT

Tension : 220 v

Température : 500°C

P bars

Fluide : Na

3

Figure: II

35 Hz

40 Hz

50 Hz

0°

2

35 Hz

40 Hz

50 Hz

1

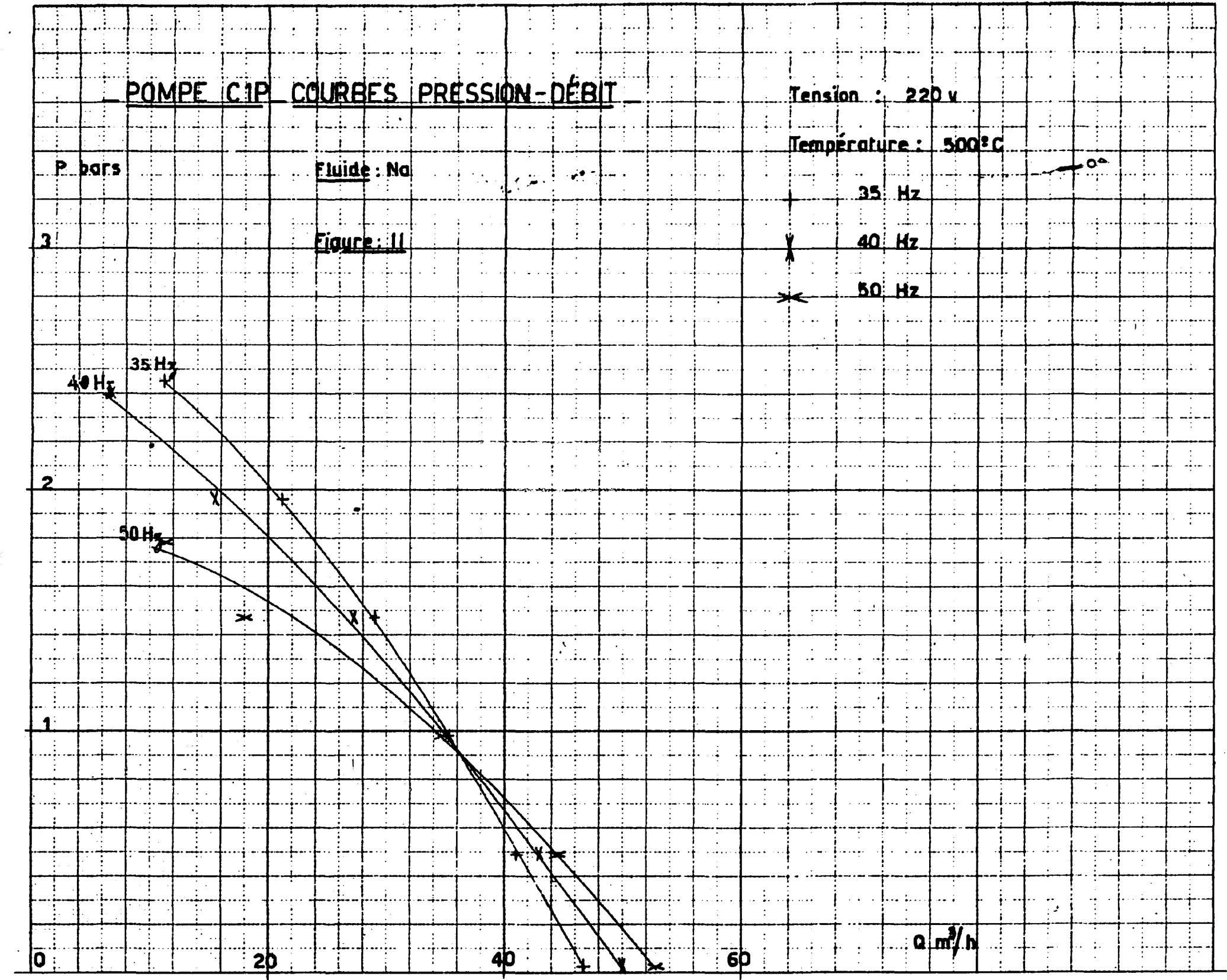
0

20

40

60

$Q \text{ m}^3/\text{h}$



POMPE C1P COURBES RENDEMENT-DÉBIT

Tension : 220v

Température : 150 °C

60 Hz

40 Hz

50 Hz

Fluides : Na

Figure 12

η %

20

10

40 Hz

35 Hz

50 Hz

Q m³/h

20

40

60

80

100

POMPE C1P COURBES PRESSION-DÉBIT

P bars

Fluide : Na

Tension : 220 V

Fréquence : 50 Hz

300°C

400°C

500°C

Figure : 13

3

2

1

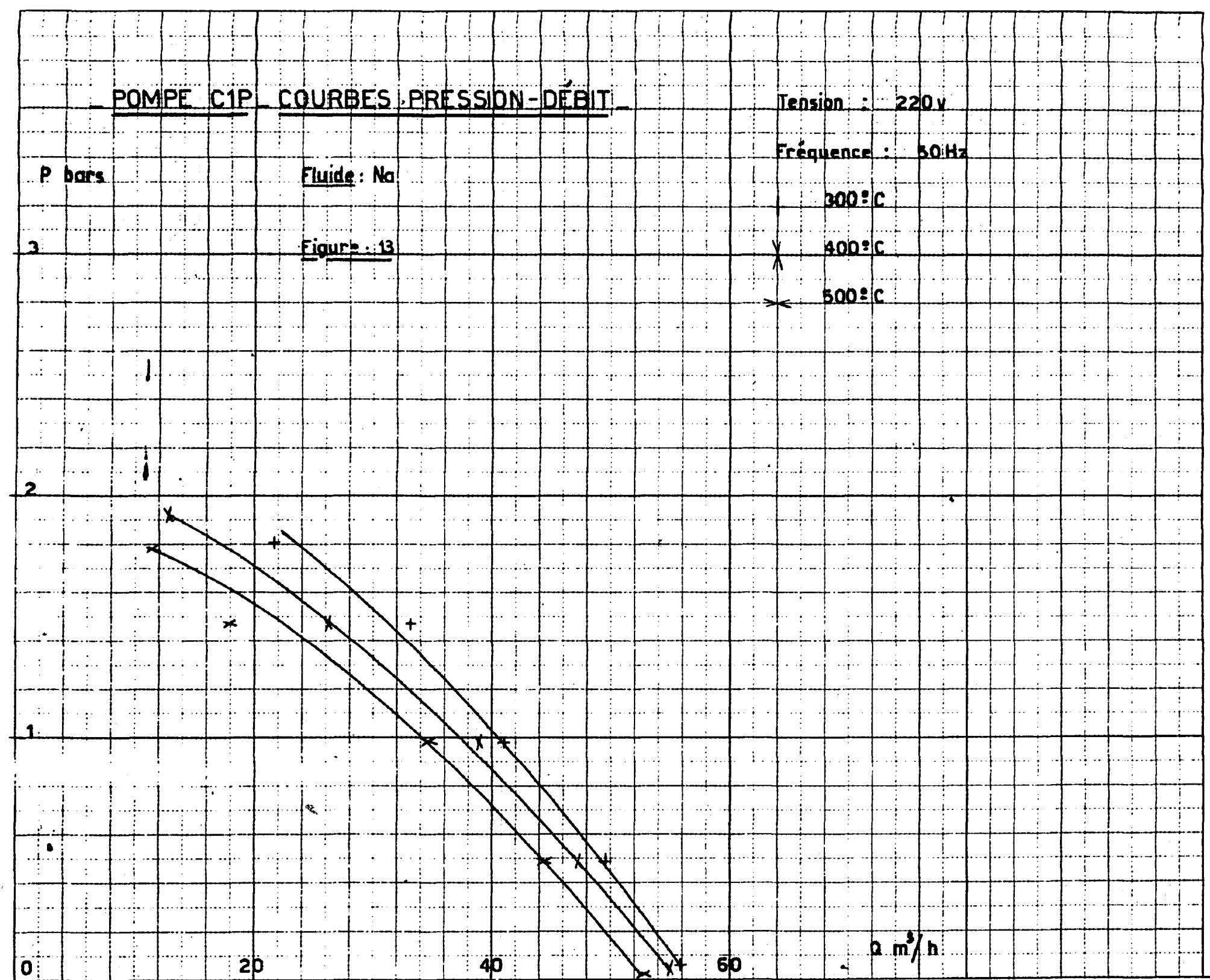
0

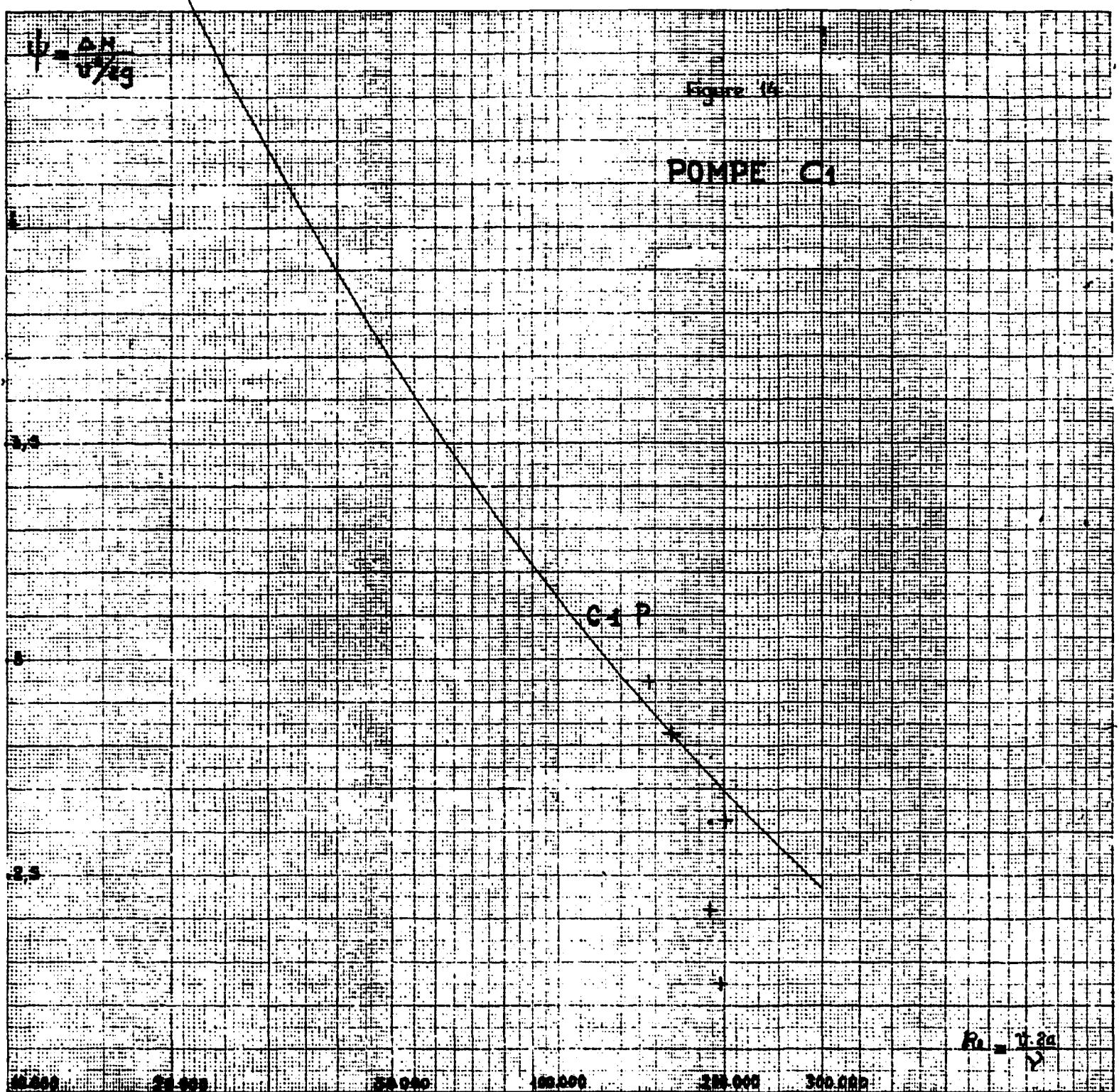
20

40

60

m^3/h





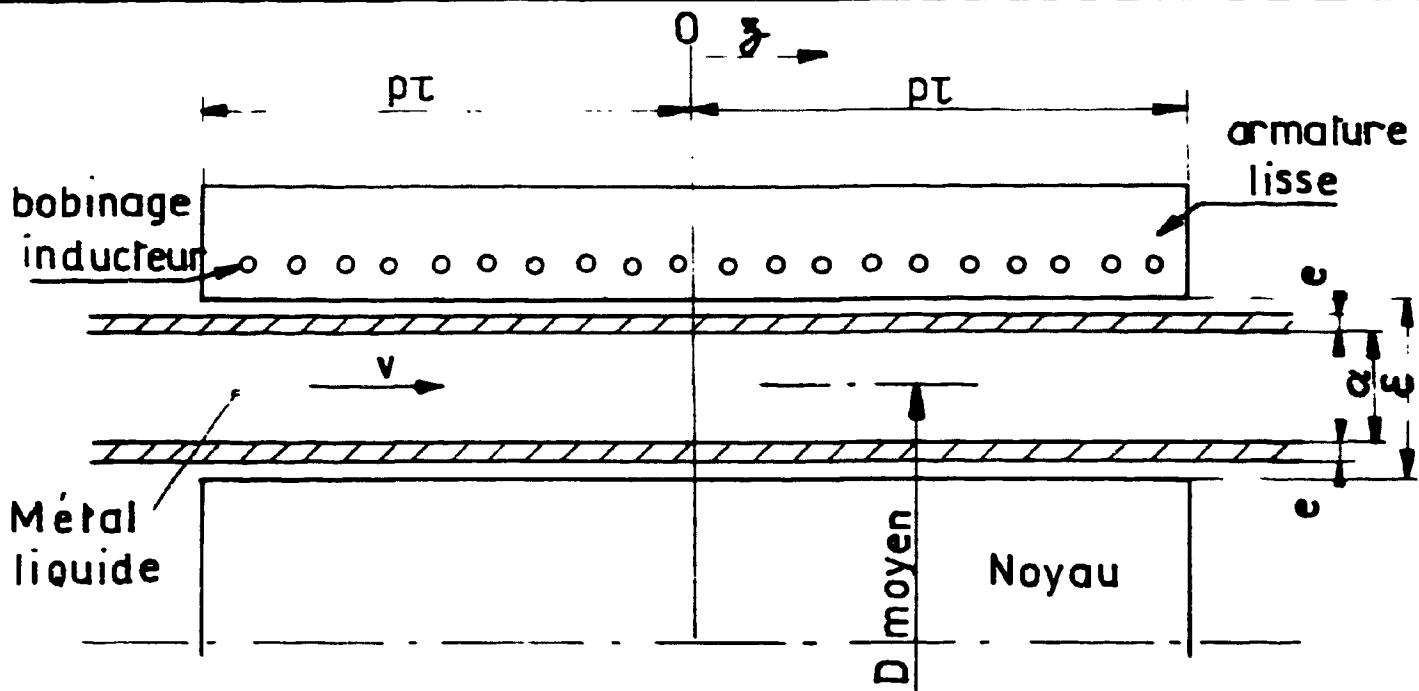


FIG. 15 DEMI COUPE SCHEMATIQUE D'UNE POMPE
ANNULAIRE COMPORTANT $2p$ PÔLES

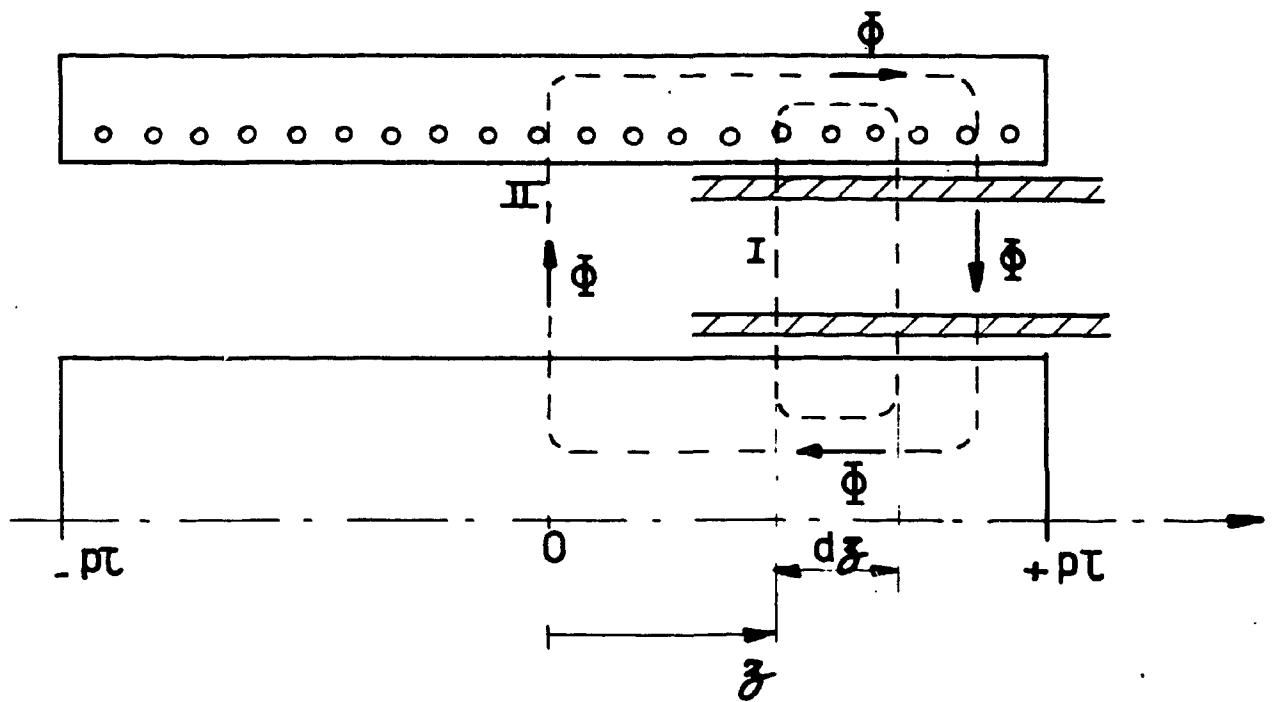


FIG. 16 CIRCULATION DU FLUX DANS LA POMPE

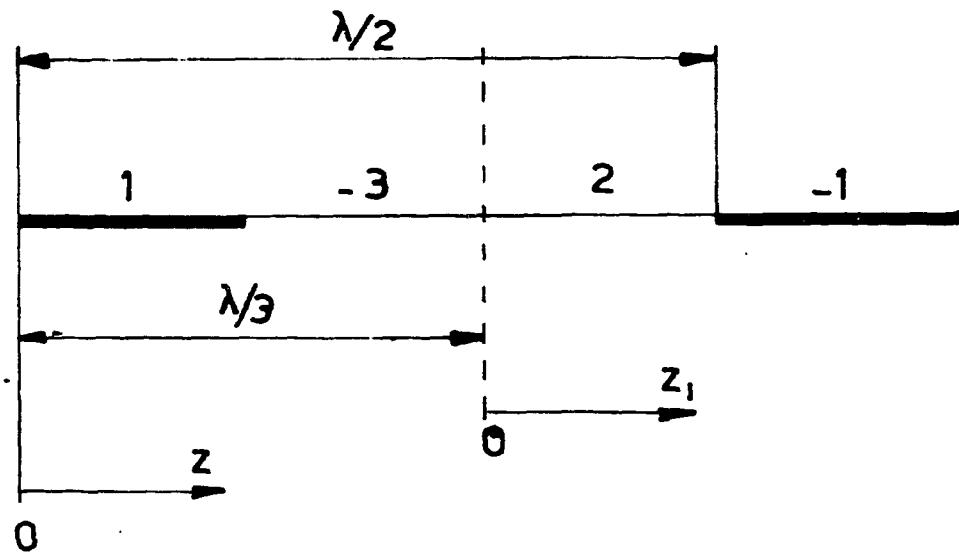


FIG . 17a p. pair

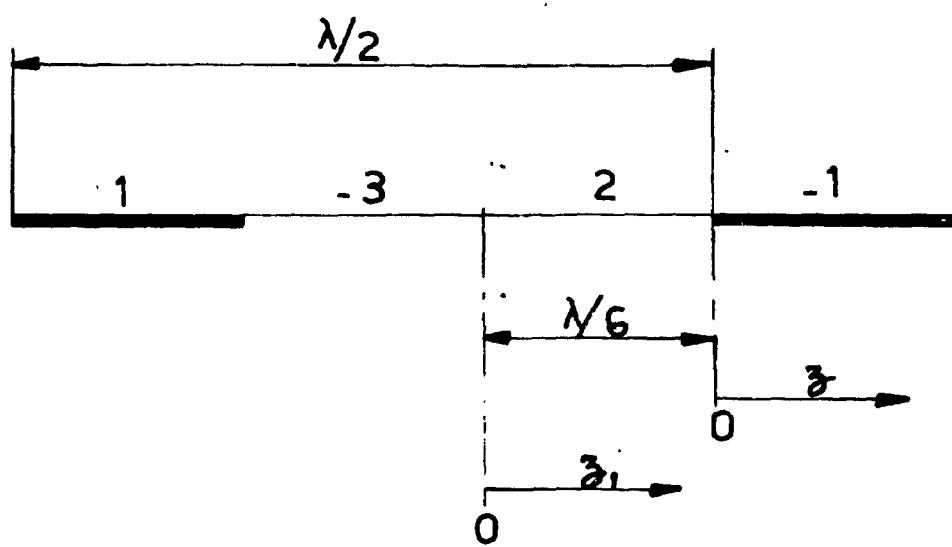


FIG . 17b p. impair

FIG.17 CHANGEMENT D'ORIGINE POUR LES F.M.M

FIG 18 . FACTEUR DE FORME DU FLUX
POMPE C1P

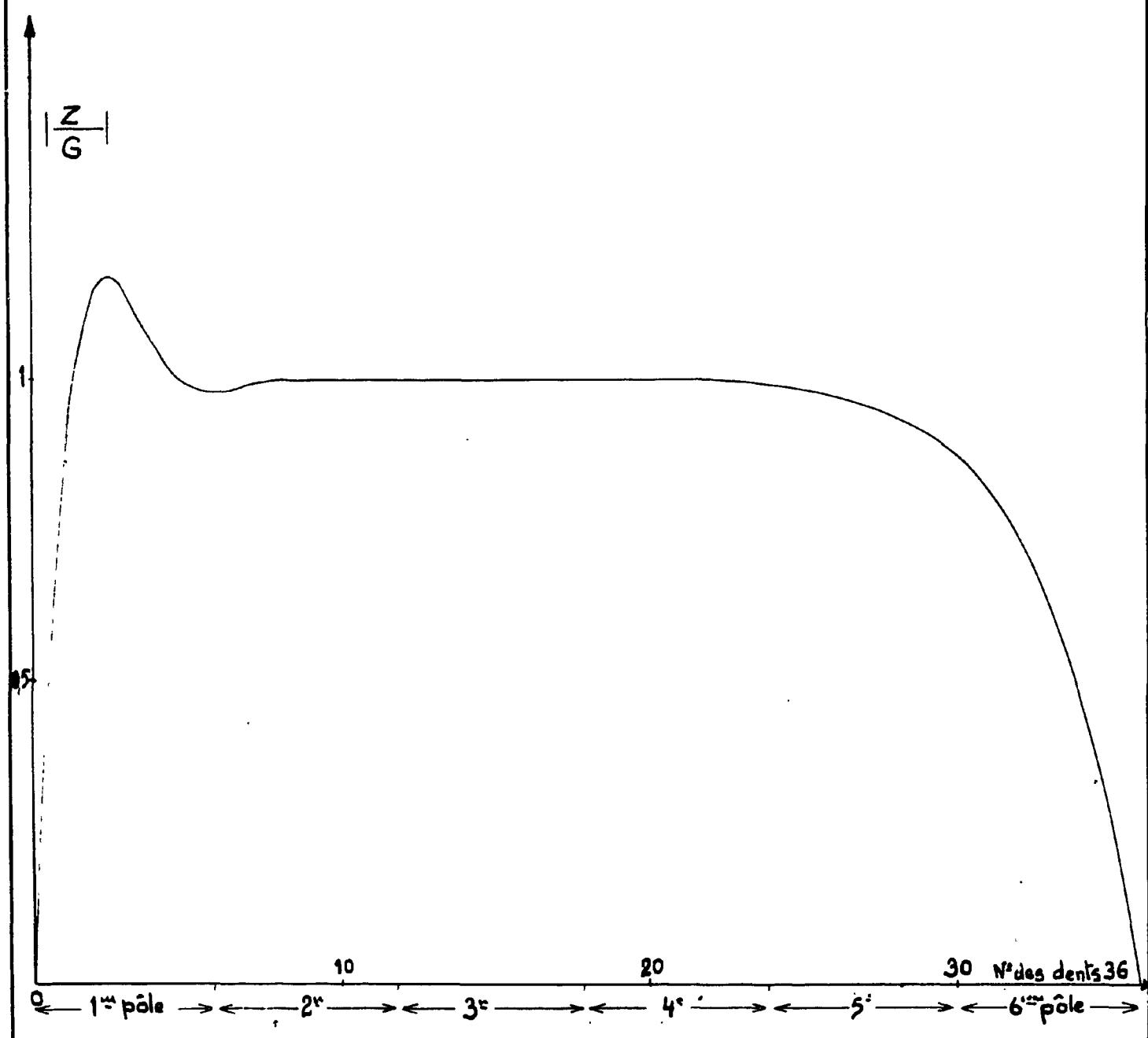
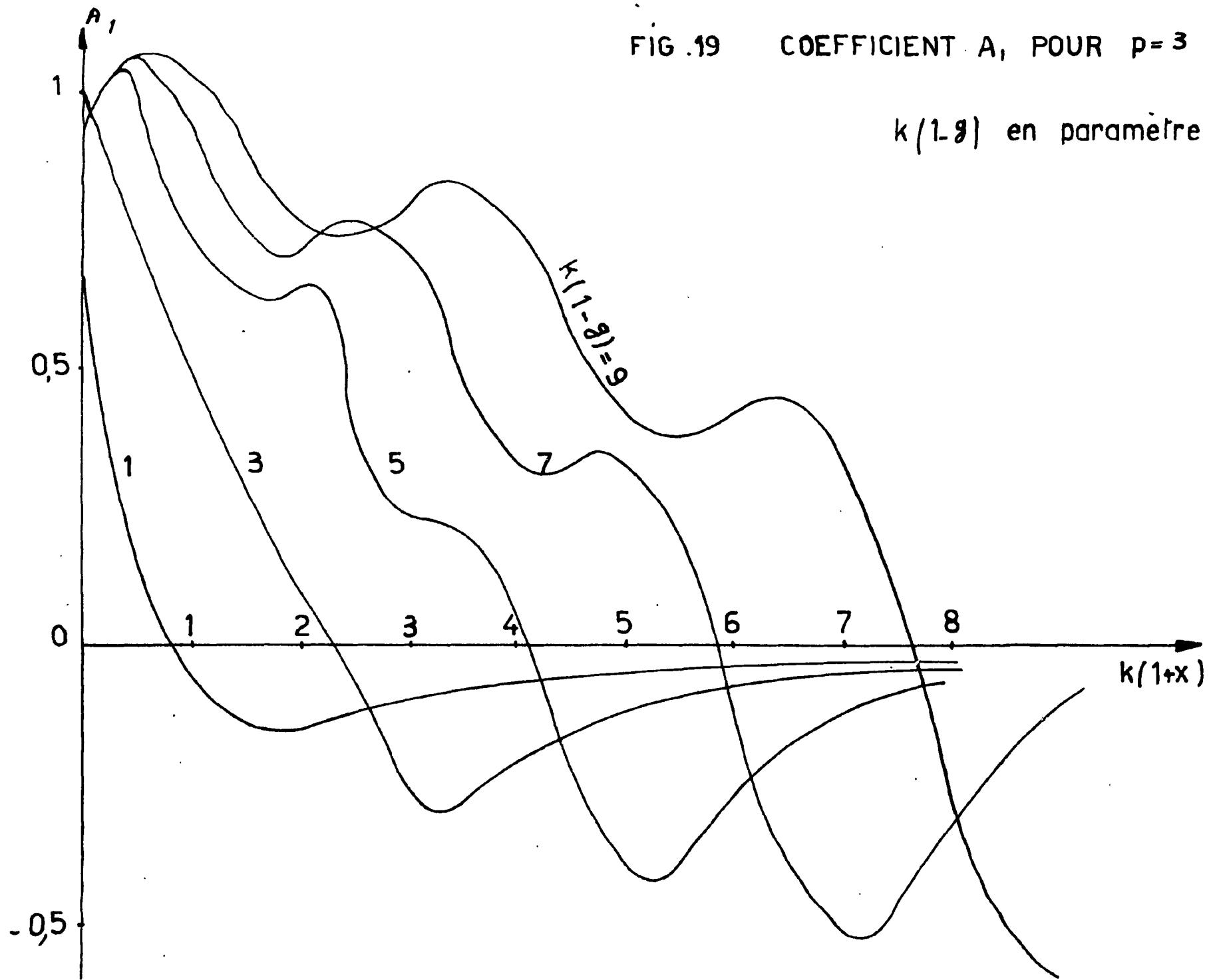


FIG.19 COEFFICIENT A, POUR $p=3$

$k(1-g)$ en paramètre



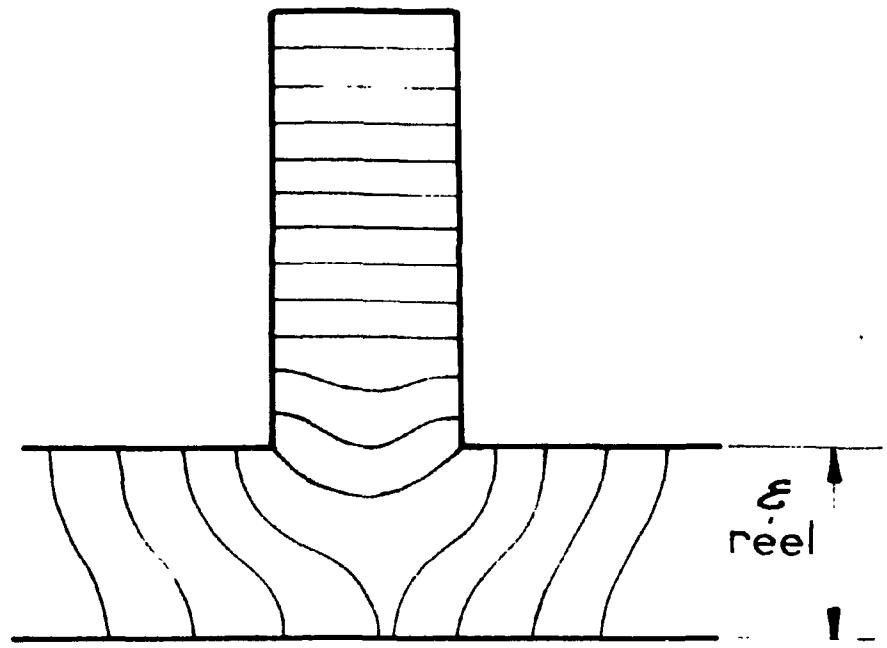


fig. 20 a

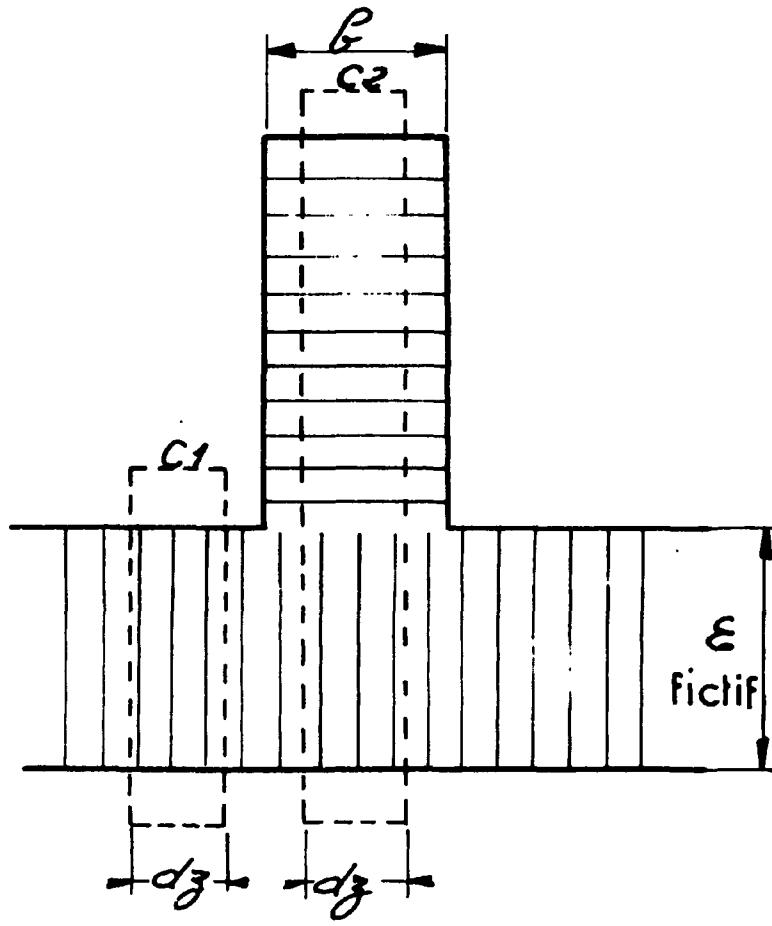
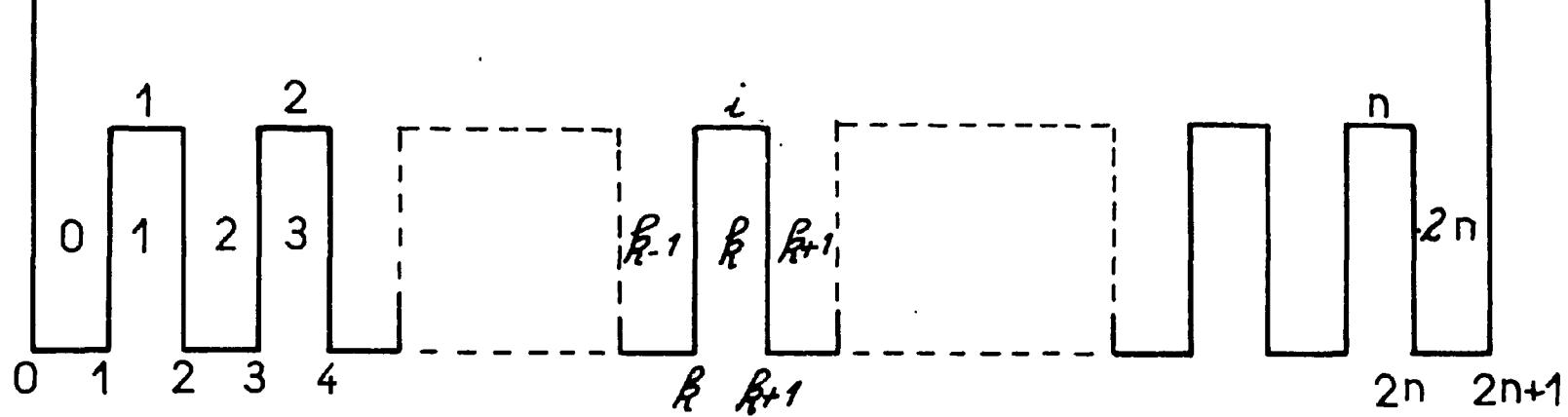


fig. 20 b

fig. 20 CHAMPS SOUS UNE ENCOCHE



n encoches numérotées 1 à n

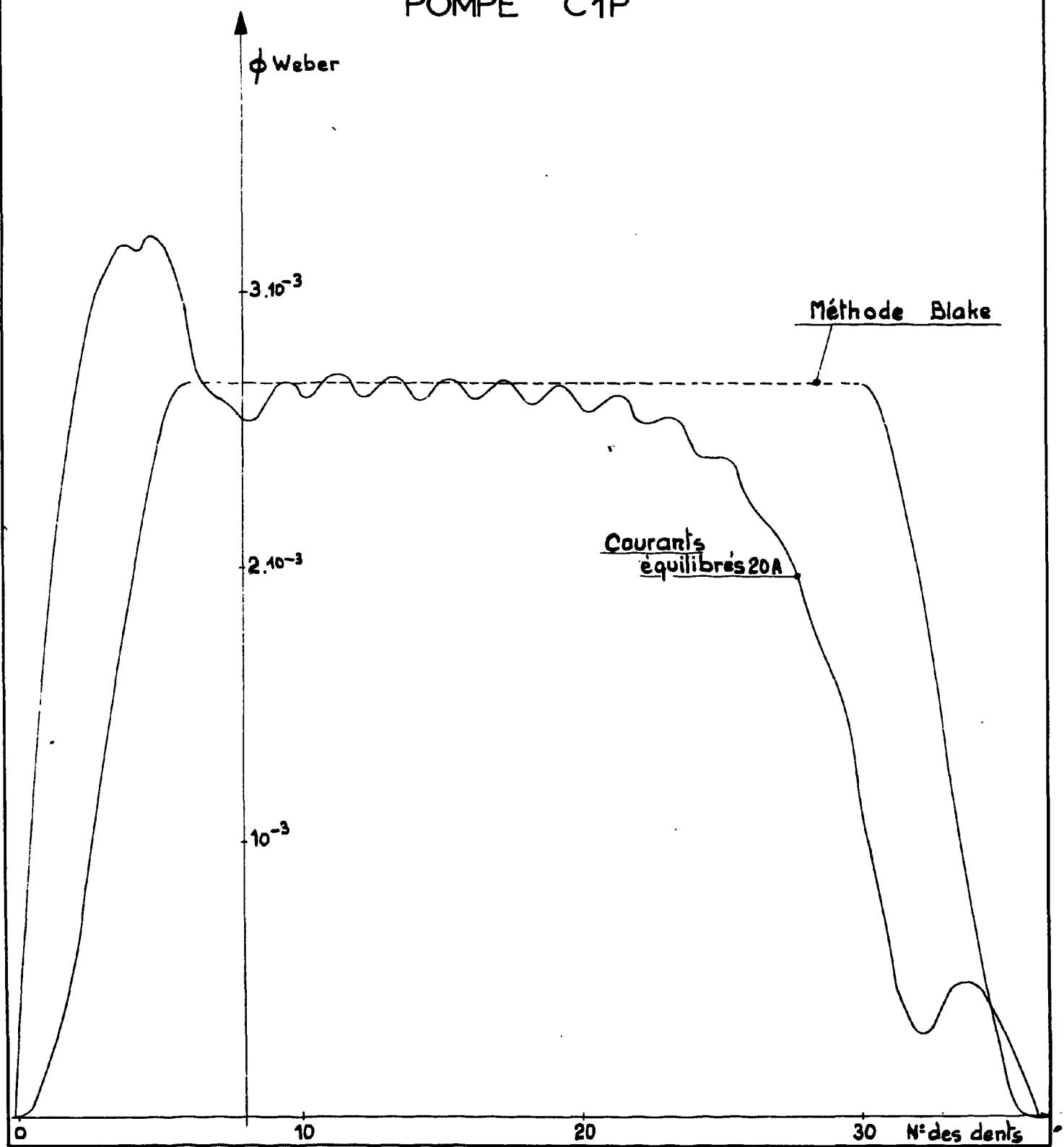
$n+1$ domaines numérotés 0 à $2n$

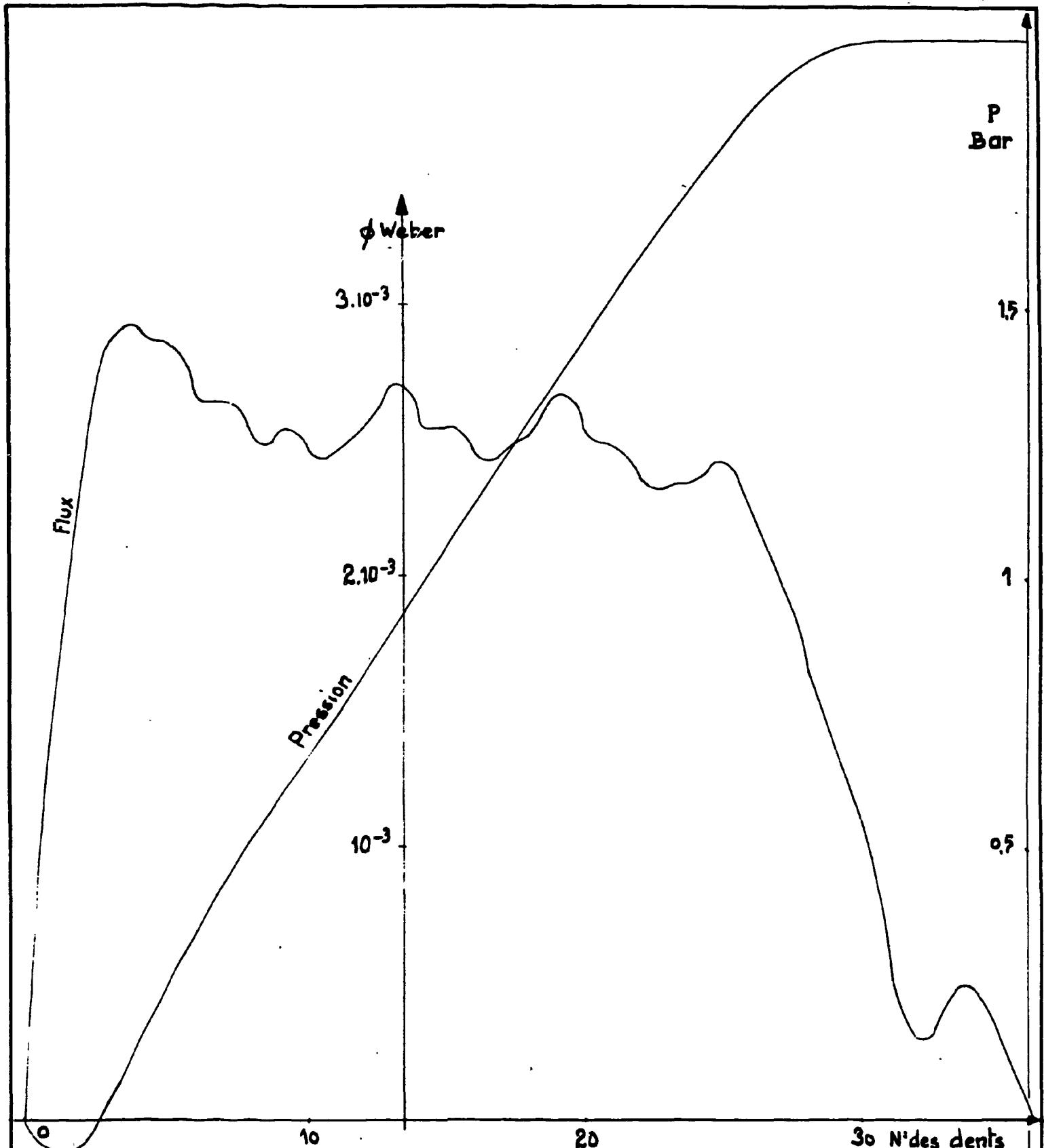
$2n+2$ frontières numérotées 0 à $2n+1$

fig.21 REPÉRAGE DES ENCOCHES, DOMAINES ET FRONTIÈRES

FIGURE : 22

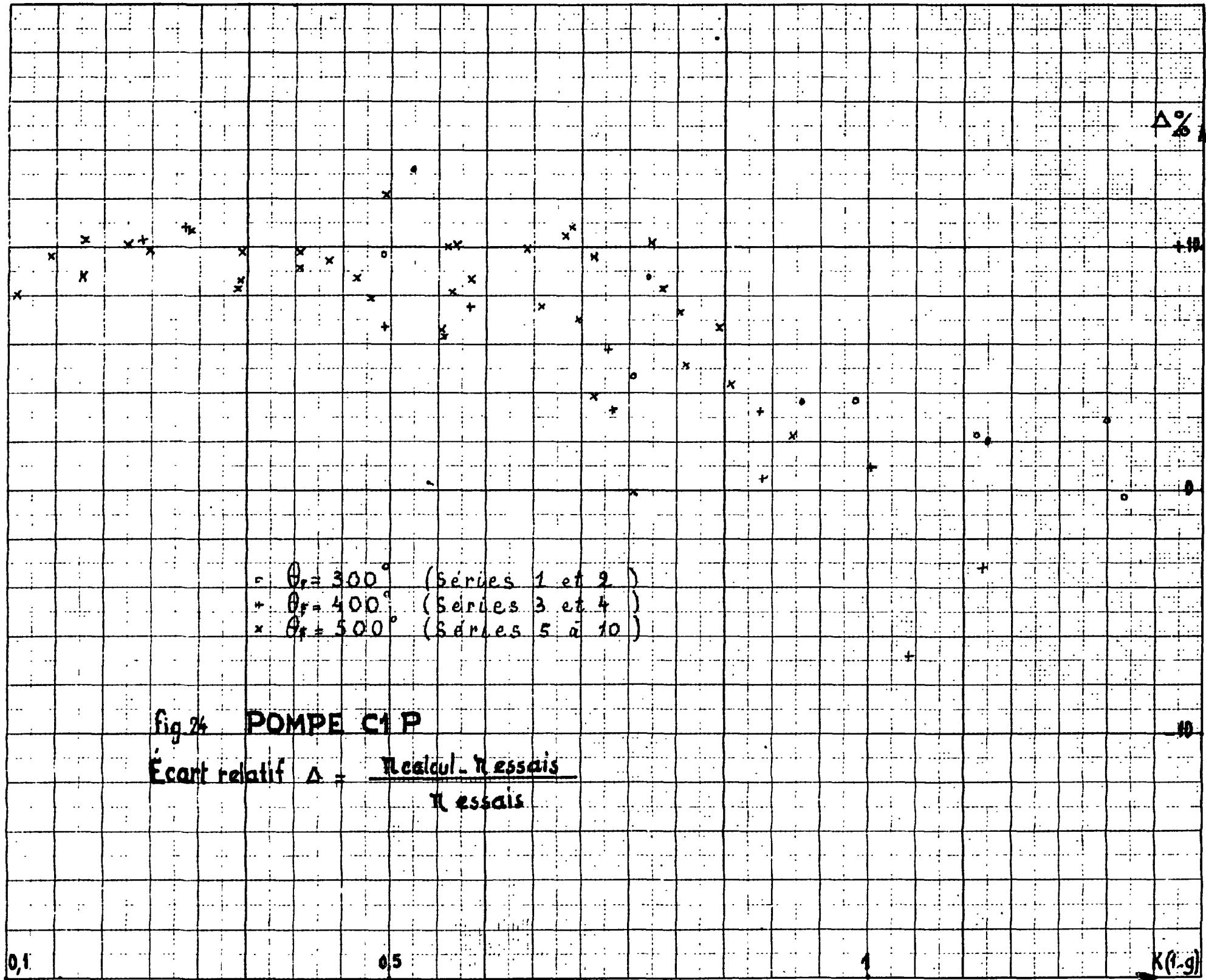
COMPARAISON DES FLUX
POMPE C1P

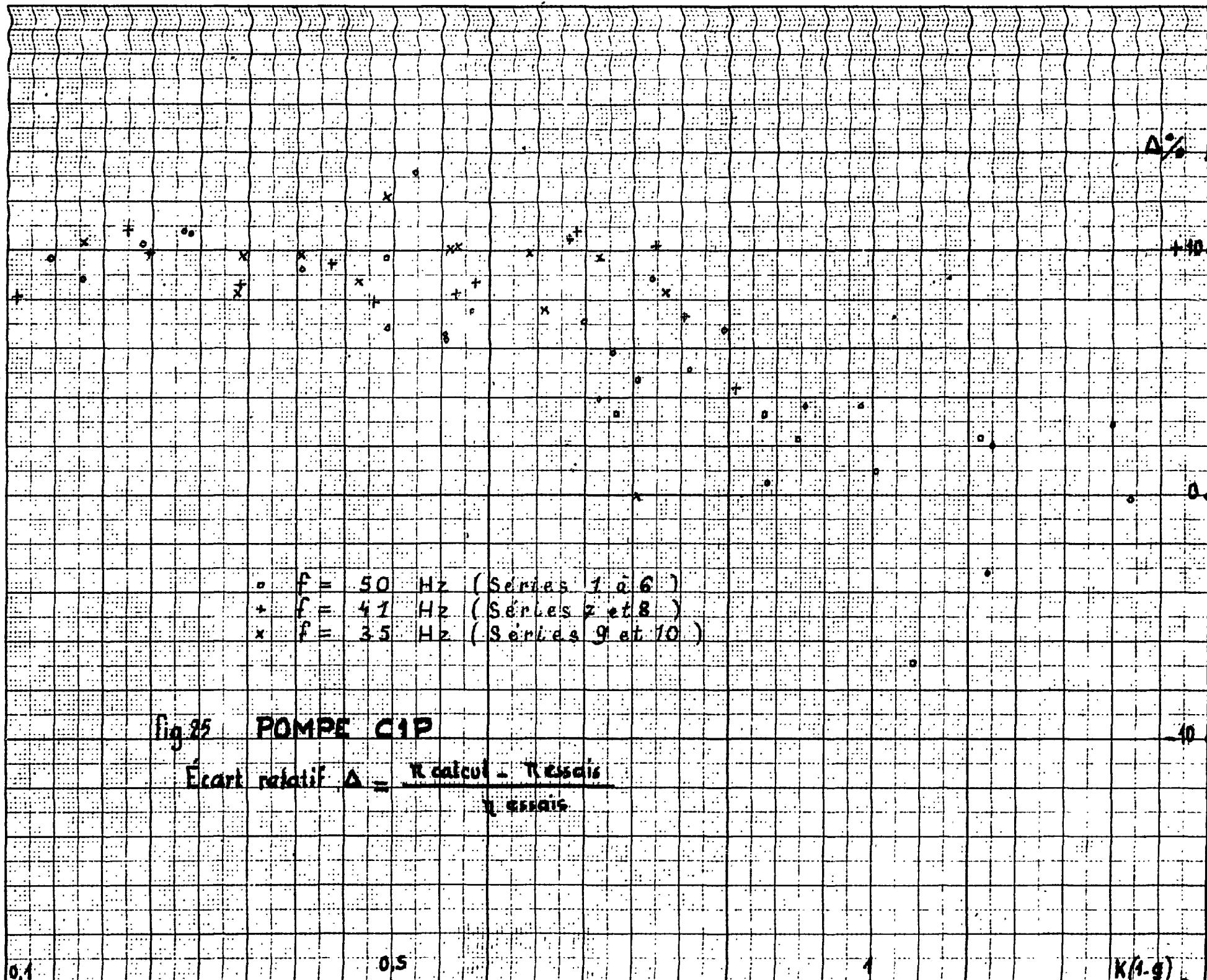




FLUX et PRESSION
C1P POINT N°4 SERIE N°6

FIGURE : 23





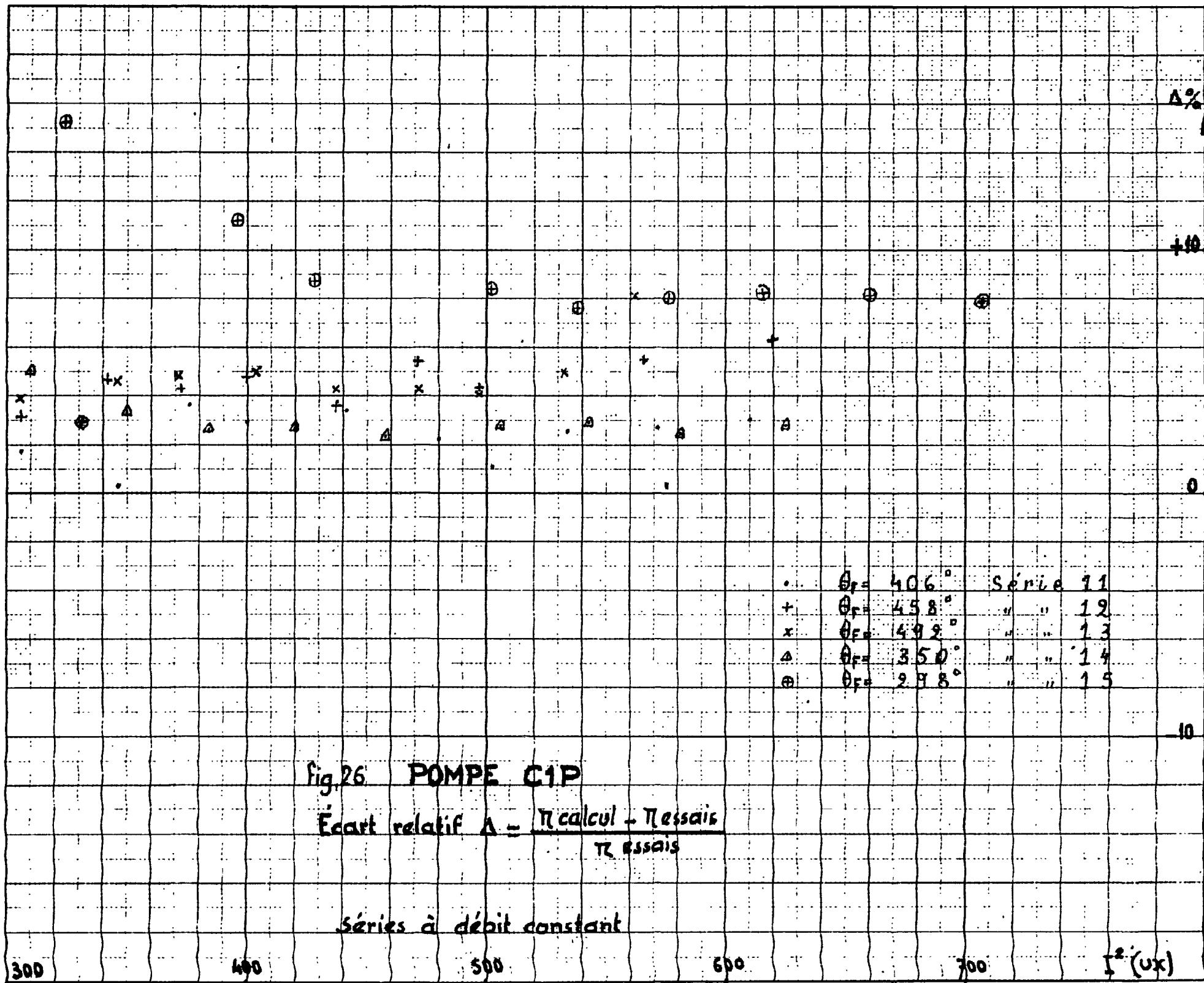


fig.26 POMPE CIP

$$\text{Écart relatif } \Delta = \frac{\pi_{\text{calcul}} - \pi_{\text{essais}}}{\pi_{\text{essais}}}$$

Séries à débit constant

300

400

500

600

700

I^2 (ux)

FIN