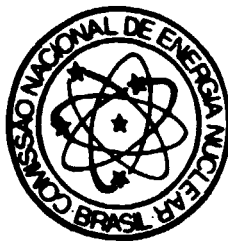


COMISSÃO NACIONAL
DE ENERGIA NUCLEAR



INSTITUTO DE
ENGENHARIA NUCLEAR

| IEN-064/94

**Estudos Básicos para a Solução da Equação
da Criticalidade - Dois Grupos de Energia e
Uma Dimensão - Uso da Linguagem Mathcad**

por
Luiz O. de B. Aghina (*)

IEN - 64

DEZEMBRO 1994

RIO DE JANEIRO
BRASIL

**Estudos Básicos para a Solução da Equação
da Criticalidade - Dois Grupos de Energia e
Uma Dimensão - Uso da Linguagem Mathcad**

por
Luiz O. de B. Aghina ^(*)

IEN - 64

DEZEMBRO 1994

Instituto de Engenharia Nuclear - CNEN
Caixa Postal 68550
CEP: 21945-970 - Rio de Janeiro
R.J. - BRASIL

^(*) Consultor / Colaborador para o IEN

Basic Studies for the Solution of the Criticality Equation - Two Groups of Energy and One Dimension

by

Luiz O. de B. Aghina^(*)

ABSTRACT

This work collects six basic studies for the numerical solution of the criticality equation for thermal reactors. Use is made of the diffusion theory for two groups of energy and one dimension, applicable to bare reactors, bare equivalent, infinite bare equivalent and reflected reactors. These studies were written in Mathcad 4.0/WIN programming, a practical form for use by the researchers and operators working with the Argonaut Reactor at the Instituto de Engenharia Nuclear (IEN).

Keywords: criticality, bare reactors, reflected reactors, two-group of neutrons diffusion theory, Argonaut reactors, iteration, numerical analysis, convergence, matrix.

^(*) Consultant/ Collaborator for the IEN

Estudos Básicos para a Solução da Equação da Criticalidade - Dois Grupos de Energia e Uma dimensão - Uso da Linguagem Mathcad

por

Luiz O. de B. Aghina^(*)

RESUMO

São agrupados 6 relatórios sobre estudos básicos para a solução numérica da equação da criticalidade de reatores térmicos, utilizando a teoria da difusão a dois grupos de energia e a uma dimensão, aplicáveis a reatores nus, nus equivalentes, nus infinitos equivalentes e a reatores refletidos. Os relatórios foram escritos em linguagem Mathcad 4.0 /WIN com a intenção de apresentar esses estudos de uma forma didática e prática, para uso dos pesquisadores e operadores que trabalham junto ao reator Argonauta do Instituto de Engenharia Nuclear (IEN).

Palavras chaves: criticalidade, reatores nus, reatores refletidos, teoria da difusão a 2 grupos de nêutrons, Mathcad, reator Argonauta, iterações, análise numérica, convergência, matrizes

^(*) Consultor / Colaborador para o IEN

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	1.1
2. LA - 04 - ARGO/94 // REV 1: Estudo sobre processo iterativo para solução da equação da criticalidade, pela teoria de 2 grupos de energia, de um reator finito nu ou nu equivalente de um reator refletido.....	2.1
3. LA - 06 - ARGO/94 // REV 1 : Solução numérica para criticalidade de reator, a 2 grupos de energia. Meio finito cujas fugas são incluídas nos termos de absorção transformando-o em um reator infinito equivalente(meio com limites periódicos).....	3.1
4. LA - 05 - ARGO/94 // REV 1 : Estudo sobre solução numérica da equação da criticalidade. Fissão rápida representada pelo fator de fissão rápida (ϵ) do K_{inf} (n.f.e.p).....	4.1
5. LA - 08 - ARGO/94 // REV 1 : Estudo sobre solução numérica da equação da criticalidade, para uma dimensão, pela teoria de 2 grupos de energia. Fissão rápida e térmica tratadas independentemente. Reator constituído de núcleo e refletor.....	5.1
6. LA - 09 - ARGO/94 // REV 1 : Estudo sobre solução numérica da equação da criticalidade, para uma dimensão pela teoria de 2 grupos de energia. Fissão rápida e térmica tratadas independentemente. Reator constituído de núcleo e refletor. Processamento reduzido : Apresentação numérica das matrizes e vetores.....	6.1
7. LA - 10 - ARGO/94 // REV 1 : Estudo sobre solução numérica da equação da criticalidade, para uma dimensão pela teoria de 2 grupos de energia. Fissão rápida e térmica tratadas independentemente. Reator constituído de núcleo e refletor. Processo iterativo automático.....	7.1

1. INTRODUÇÃO:

São apresentados de 6 relatórios LA-xxxxARGO/94//REV1 (LA de: Luiz O. de B. Aghina ; ARGONAUTA de: reator Argonauta e REV de: revisão), na forma de uma coletânea e nas suas versões originais (e revistas), elaborados para servirem de apoio didático/científico aos operadores e pesquisadores que operam e usam o reator Argonauta do Instituto de Engenharia Nuclear (IEN).

Os relatórios foram escritos na linguagem Mathcad 4.0 / WIN. O autor julga que esta linguagem permite a apresentação de um assunto técnico/científico numa forma didática, pois se mistura a entrada de dados, textos, cálculos e apresentação de resultados, de uma maneira bem prática. O interessado, para repetir o cálculo de um programa em Mathcad com outros parâmetros, só precisa entrar com o "file" em questão e alterar o que for necessário : o Mathcad refaz automaticamente todos os cálculos e apresenta os novos resultados, incluindo as tabelas e gráficos. É uma maneira bem "amigável" de se tratar a entrada de dados e saída de resultados.

A seguir são descritos como resumos, os diferentes relatórios, que devem ser analisados ou estudados na sequência em que estão agrupados e não pela ordem cronológica em que foram elaborados. Os "files" podem ser obtidos no próprio IEN ou com o autor.

1.1) LA - 04 - ARGONAUTA/94 // REV1

Data: 05/08/94// 20/09/94

File: ITERA.MCD

ESTUDO SOBRE PROCESSO ITERATIVO PARA SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DA CRITICALIDADE, PELA TEORIA DE 2 GRUPOS DE ENERGIA, DE UM REATOR FINITO NU OU NU EQUIVALENTE DE UM REATOR REFLETIDO.

É apresentada a formulação da teoria de difusão a 2 grupos de energia para o cálculo da criticalidade de um reator finito nu, na formulação analítica e numérica e mostrado como é rápido a convergência dos resultados no processo iterativo.

1.2) LA - 06 - ARGONAUTA/94 // REV1

Data: 15/08/94// 20/09/94

File: MINFEQ.MCD

SOLUÇÃO NUMÉRICA PARA CRITICALIDADE DE REATOR, A 2 GRUPOS DE ENERGIA. MEIO FINITO CUJAS FUGAS SÃO INCLUIDAS NOS TERMOS DE ABSORÇÃO, TRANSFORMANDO-O EM UM REATOR INFINITO EQUIVALENTE (MEIO COM LIMITES PERIÓDICOS)

É apresentada a formulação de um processo iterativo como mostrado no relatório LA - 04 - 94//REV1 para a solução numérica da equação da criticalidade de um reator infinito equivalente a um reator finito. Mostra-se que o processo é estável e converge rapidamente. Seus resultados servem para análise da eficiência e precisão de diferentes programas de cálculo para a criticalidade de reatores.

Foi adotado para o processo iterativo, repetir a impressão das equações utilizadas a cada iteração. Este procedimento foi usado para facilitar a compreensão do método pelos alunos ou

pesquisadores. Mais tarde, no relatório LA - 10 - ARGO/94//REV1, o método é modificado para um procedimento automático.

1.3) LA - 05 - ARGO/94// REV1

Data: 10/08/94// 20/09/94

File: ARGNUMV.MCD

ESTUDO SOBRE SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA CRITICALIDADE, FISSÃO RÁPIDA REPRESENTADA PELO FATOR DE FISSÃO RÁPIDA (ϵ) DO $K_{eff}(inf.e.p)$

É apresentado neste relatório, a solução da equação da criticalidade para um reator refletido (uso a direção vertical do reator Argonauta : núcleo e água como refletor superior e inferior). A fissão rápida é representada pelo fator de fissão rápida (ϵ) parâmetro este, constituinte do $K(x)$. Este método não é preciso no caso de reatores pequenos (tipo Argonauta), pois o (ϵ) depende do "buckling" material que depende do autovalor (L) do sistema, ou seja, do seu $K(efetivo)$. Assim, foi adotado um procedimento iterativo global, para o autovalor, da seguinte forma :

Inicia-se o processo com $L(inicial)=1$. Calcula-se o (ϵ) correspondente e ao final do processo iterativo obtém-se um novo $L(final)$. Inicia-se um novo procedimento com este valor de L e ao final dos cálculos um novo L é obtido. O processo converge quando $L(final) = L(inicial)$. No relatório, para economia de páginas, só é apresentado o procedimento da última iteração global de L .

1.4) LA - 08 - ARGO/94// REV1

Data: 29/08/94// 20/09/94

File: ARGNUMVI.MCD

ESTUDO SOBRE SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA CRITICALIDADE, PARA UMA DIMENSÃO, PELA TEORIA DE 2 GRUPOS DE ENERGIA. FISSÃO RÁPIDA E TÉRMICA TRATADAS INDEPENDENTEMENTE. REATOR CONSTITUÍDO DE NÚCLEO E REFLETOR.

Nos procedimentos de cálculos apresentados neste relatório, foi adotado tratar as fissões térmicas e rápidas de forma independente. Esta metodologia é mais precisa e evita-se a iteração global do autovalor do sistema de equações representativo da criticalidade do reator. O processo iterativo para a solução numérica ainda utiliza a repetição da impressão das equações pertinentes a cada iteração.

1.5) LA - 09 - ARGO/94// REV1

Data: 30/08/94// 20/09/94

File: ARGONUMVR.MCD

ESTUDO SOBRE SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA CRITICALIDADE, PARA UMA DIMENSÃO, PELA TEORIA DE 2 GRUPOS DE ENERGIA. FISSÃO RÁPIDA E TÉRMICA TRATADAS INDEPENDENTEMENTE. REATOR CONSTITUÍDO DE NÚCLEO E REFLETOR. PROCESSAMENTO REDUZIDO : APRESENTAÇÃO NUMÉRICA DAS MATRIZES E VETORES.

O programa de cálculo neste relatório é idêntico ao do LA - 08 - ARGO/94// REV1, porém o número de intervalos para o cálculo numérico, tanto para o núcleo e refletor é reduzido para 4

e o número máximo para o processo iterativo é diminuído para 5. A razão dessa mudança é para possibilitar a apresentação das matrizes e vetores envolvidos nos cálculos e assim facilitar a compreensão do método numérico adotado.

1.6) LA - 10 - ARG0/94/REV1

Data: 18/09/94/ 29/09/94

File: ARGONUMVA.MCD

ESTUDO SOBRE SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA CRITICALIDADE, PARA UMA DIMENSÃO, PELA TEORIA DE 2 GRUPOS DE ENERGIA. FISSÃO RÁPIDA E TÉRMICA TRATADAS INDEPENDENTEMENTE. REATOR CONSTITUÍDO DE NÚCLEO E REFLETOR. PROCESSO ITERATIVO AUTOMÁTICO.

No programa de cálculo apresentado neste relatório, foi adotado um método automático para o processo iterativo, tornando fácil o estudo da convergência dos resultados em função da ordem máxima das iterações. Foi empregado também o procedimento independente para as fissões térmicas e rápidas. Este é o programa de cálculo, que em princípio, deve ser usado para uma análise básica, da criticalidade pela teoria de 2 grupos de energia de nêutrons, de um reator refletido e a uma dimensão.

Relatório : LA - 04 - ARGO/94 // REV1

Data : 05/08/94// 20/09/94

Autor : Luiz O. de B. Aghina (Eng. consultor e colaborador para o IEN)
(Escrito em MATHCAD 4.0 / WIN - File : ITERA.MCD)

ESTUDO SOBRE PROCESSO ITERATIVO PARA SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE CRITICALIDADE, PELA TEORIA DE 2 GRUPOS DE ENERGIA, DE UM REATOR FINITO NU OU NU EQUIVALENTE DE UM REATOR REFLETIDO.

I) Introdução

As diferenças entre resultados de cálculos de criticalidade executados por diversos programas de cálculo levaram-me a rever um artigo (ref. 1) que trata de maneira objetiva o assunto. Nete, é mostrado que a principal razão das discrepâncias nos resultados e a demora na convergência dos mesmos está no uso de computadores trabalhando com precisão insuficiente e não ao mal condicionamento de matrizes.

No presente trabalho desenvolvo um pouco mais o que é apresentado na ref.1 e o adapto a um processo iterativo que uso nos programas do MATHCAD 4.0 para cálculo de criticalidade.

II) Equação da Criticalidade - Teoria de 2 Grupos de Energia :

Seja um reator homogêneo, nu e finito ou nu equivalente de um reator refletido, caracterizado por um "Buckling"geometrico total (Bg2), tal que, para as dimensões do reator nu ou nu equivalente:

$$Bg2 = (\pi/largura)^2 + (\pi/comprimento)^2 + (\pi/altura)^2 \quad (\text{por ex.: para coord. retangulares})$$

Considera-se que as dimensões do reator já incluem as distâncias extrapoladas e que o Bg2 é o mesmo tanto para o grupo de nêutrons rápidos como térmicos, isto é, a *forma espacial* do fluxo de nêutrons é a mesma para ambos os grupos de energia. É adotada a seguinte convenção :

i : grupo de energia. Rápido i=1; térmico i=2.

Σ_{aii} : seção de choque macroscópica (só) de absorção do grupo i

Σ_{r1} : seção de choque macroscópica de remoção (por espalhamento) do grupo rápido

$\nu \Sigma_{fi}$: ν vezes a seção macroscópica de fissão do grupo i

D_i : coeficiente de difusão do grupo i

ϕ_i : fluxo de nêutrons do grupo i

λ : autovalor. É igual ao Kef do reator.

Seja o sistema de equações a 2 grupos de energia representativo do estado de um reator (equação da criticalidade), cuja formulação é baseada na condição de equilíbrio:

(FUGAS + ABSORÇÕES) de nêutrons = (PRODUÇÃO) de nêutrons ; sempre por unidade de volume e tempo. Assim:

$$-D1\Delta\phi_1 + (\Sigma_{a11} + \Sigma_{r1})\phi_1 = (1/\lambda) \cdot (\nu\Sigma_{f1}\phi_1 + \nu\Sigma_{f2}\phi_2) \quad \text{para o grupo rápido (i=1)}$$

$$-D2\Delta\phi_2 + \Sigma_{a22}\phi_2 = \Sigma_{r1}\phi_1 \quad \text{para o grupo térmico (i=2)}$$

onde λ = autovalor que possibilita a solução do sistema, ou seja, o k_{eff} do reator.

O primeiro termo das duas equações, o das fugas, pode ser incluído no termo de absorção, fazendo-se uso da equação de autovalor, característica do processo de difusão de nêutrons:

$$\lambda \phi_i + Bg2 \cdot \phi_i = 0 \quad \text{ou multiplicando por } D_i : \quad D_i \cdot \lambda \phi_i = -D_i \cdot Bg2 \cdot \phi_i$$

Nota: a equação é a mesma para ambos os grupos de energia pois está se supondo, como já dito, que ambos os fluxos apresentam a mesma forma espacial dentro dos limites do reator. Substituindo o termo de fuga pela expressão acima e a incluindo na absorção, obtêm-se:

$$\begin{aligned} (\Sigma a_{11} + \Sigma r_1 + D_1 \cdot Bg2) \cdot \phi_1 &= 1/\lambda \cdot (\nu \Sigma f_1 \cdot \phi_1 + \nu \Sigma f_2 \cdot \phi_2) && \text{para o grupo rápido; } i=1 \\ (\Sigma a_{22} + D_2 \cdot Bg2) \cdot \phi_2 &= \Sigma r_1 \cdot \phi_1 && \text{para o grupo térmico; } i=2 \end{aligned} \quad (1)$$

Desta forma transforma-se a análise de um reator nu finito na de um reator nu infinito, cujas fugas foram reunidas no termo de absorção. Esta maneira de analisar é interessante pois pode-se determinar o λ que faz o reator crítico, empregando diferentes programas de cálculos tanto para 1, 2 ou 3 dimensões, fazendo com que as condições de contorno nos limites do reator, sejam simétricas ou periódicas.

Fazendo:

Σa_1 = seção de choque macroscópica de absorção total para o grupo rápido = $\Sigma a_{11} + \Sigma r_1 + D_1 \cdot Bg2$
 Σa_2 = seção de choque macroscópica de absorção total para o grupo térmico = $\Sigma a_{22} + D_2 \cdot Bg2$

substituindo em (1) e introduzindo um coeficiente nulo para ϕ_2 na primeira equação, obtêm-se :

$$\begin{aligned} \Sigma a_1 \cdot \phi_1 + 0 \cdot \phi_2 &= 1/\lambda \cdot (\nu \Sigma f_1 \cdot \phi_1 + \nu \Sigma f_2 \cdot \phi_2) \\ -\Sigma r_1 \cdot \phi_1 + \Sigma a_2 \cdot \phi_2 &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

que é o sistema de equações, com autovalor, representativo do estado de um reator nu infinito, equivalente ao reator nu finito.

III) Solução do Sistema de Equações da Criticalidade de Um Reator Infinito Equivalente :

NOTA: É empregado a forma simbólica para a solução de expressões algébricas e matriciais, mas para se ter ideia dos resultados parcelados antes são definidos os valores das variáveis ou constantes que entram nos cálculos. São usadas, como exemplo, as seções de choque e coeficientes de difusão para a célula atual do reator Argonauta (IEN), determinadas pelo HAMERDAT (HAMMER versão IEN). Assim:

$\Sigma a_{11} = 0.0276933 \text{ cm}^{-1}$	$D_1 = 1.3218287 \text{ cm}$	$Bg2 = \left(\frac{\pi}{40}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{90}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{70.5}\right)^2$
$\Sigma a_{22} = 0.0572090 \text{ cm}^{-1}$	$D_2 = 0.255942 \text{ cm}$	
$\Sigma r_1 = 0.02642667 \text{ cm}^{-1}$	largura = 40 cm	

$$\begin{array}{llll} \nu_{\Sigma 1} & 00230728 & \text{cm}^{-1} & \text{comprimento } 90 \text{ cm} \\ \nu_{\Sigma 2} & 0930923 & \text{cm}^{-1} & \text{altura } 70.5 \text{ cm} \end{array} \quad B_{g2} = 0.00937271 \text{ cm}^{-2}$$

e ainda:

$$\begin{array}{ll} \Sigma_{a1} = \Sigma_{a11} + \Sigma_{r1} \cdot D1 \cdot B_{g2} & \Sigma_{a1} = 0.04158512 \text{ cm}^{-1} \\ \Sigma_{a2} = \Sigma_{a22} + \Sigma_{r2} \cdot D2 \cdot B_{g2} & \Sigma_{a2} = 0.05960787 \text{ cm}^{-1} \end{array}$$

Para a solução do sistema de equações (2), isto é, a procura do autovalor λ , serão formadas inicialmente as seguintes matrizes:

$$L = \begin{pmatrix} \Sigma_{a1} & 0 \\ \Sigma_{r1} & \Sigma_{a2} \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} \nu_{\Sigma 1} & \nu_{\Sigma 2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

e o vetor dos fluxos:

$$\Phi = [\phi_1 \quad \phi_2]^T$$

Assim o sistema (1) pode ser escrito da seguinte forma:

$$L \cdot \Phi = 1/\lambda \cdot N \cdot \Phi \quad (3)$$

chamando a matriz $M = L^{-1} \cdot N$, tem-se:

$$M = \begin{pmatrix} \Sigma_{a1} & 0 & \nu_{\Sigma 1} & \nu_{\Sigma 2} \\ \Sigma_{r1} & \Sigma_{a2} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad M = \begin{pmatrix} \frac{1}{\Sigma_{a1}} \nu_{\Sigma 1} & \frac{1}{\Sigma_{a1}} \nu_{\Sigma 2} \\ \frac{\Sigma_{r1}}{(\Sigma_{a1} \cdot \Sigma_{a2})} \nu_{\Sigma 1} & \frac{\Sigma_{r1}}{(\Sigma_{a1} \cdot \Sigma_{a2})} \nu_{\Sigma 2} \end{pmatrix}$$

A equação matricial (3) pode ser escrita então, como:

$$\Phi = (1/\lambda) \cdot M \cdot \Phi \quad (4)$$

$$\text{ou } M \cdot \Phi = \lambda \cdot \Phi \quad (5)$$

Como M é uma matriz 2X2, a equação (5) vai fornecer 2 valores para o autovalor λ ou seja λ_1 e λ_2 . Eles são determinados por:

$$\lambda_1 + \lambda_2 = \text{traço de M}$$

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 = \text{determinante de M}$$

Como o determinante de M é nulo, faz-se $\lambda_2 = 0$, donde:

$\lambda = \lambda_1 = \text{traço de M}$, ou seja:

$$\lambda = \frac{1}{\Sigma_1} \cdot v\Sigma_1 + \frac{\Sigma_1}{\Sigma_1 \Sigma_2} \cdot v\Sigma_2 \quad (6) \quad \lambda = 1.04794716$$

Nota: para comparar, o cálculo de λ executado na máquina HP 48SX, forneceu: $\lambda = 1.04794716$ (precisão máxima da HP48SX é de 12 dígitos)

IV) Processo iterativo para a Determinação de λ e Φ :

O processo iterativo que uso com o MATHCAD, baseia-se na solução da equação (4) da direita para esquerda e na obtenção de λ , pela condição de normalização da fonte de nêutrons rápidos em um volume unitário do reator infinito equivalente. Para se acompanhar o processo iterativo, a ordem da iteração é chamada de j , indo de $j=0$ (condição de partida) até um j que permita se obter λ e Φ com a precisão desejada. É usada a convenção de se apresentar λ ou Φ em uma determinada ordem de iteração, fazendo-se anexar j à letra representativa da variável. Assim, para a iteração de ordem $j=3$ tem-se: λ_3 ; Φ_3 ; Φ_{31} .

IV-1) Condição de normalização:

Fonte rápida/(vol. unitário) = 1 = $1/\lambda \cdot (v\Sigma_1 \cdot \Phi_1 + v\Sigma_2 \cdot \Phi_2)$

donde, λ na ordem j de iteração é determinado por: $\lambda_j = v\Sigma_1 \cdot \Phi_{j1} + v\Sigma_2 \cdot \Phi_{j2} \quad (7)$

ou matricialmente: $\lambda_j = N \cdot \Phi_j \quad (8)$

em que o primeiro coef. do vetor λ_j é λ_j e o segundo coef. é 0.

IV-2) Processo iterativo:

A equação (4), aplicada durante o processo iterativo, que se faz da direita para a esquerda, é apresentada da seguinte forma:

$$\Phi_{(j+1)} = (1/\lambda_j) \cdot M \cdot \Phi_j \quad (9)$$

Inicia-se o processo iterativo ($j=0$) fazendo arbitrariamente:

$$\lambda_0 = 1 \quad \text{e} \quad \Phi_0 = 1$$

Pela condição de normalização ou eq. (7) calcula-se Φ_{01} , assim:

$$\Phi_{01} = \frac{1 - v\Sigma_2}{v\Sigma_1} \quad \Phi_{01} = 393.06356402$$

Φ_0 é formado então por:

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} 1 - v\Sigma_2 \\ v\Sigma_1 \end{pmatrix} \quad \Phi_0 = \begin{pmatrix} 393.06356402 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Com Φ_0 e pela eq. (9) determina-se Φ_1 , por :

$$\Phi_1 = \frac{1}{\lambda_0} \cdot M \cdot \Phi_0 \qquad \Phi_1 = \begin{pmatrix} 24.04706587 \\ 10.6610734 \end{pmatrix}$$

Simbolicamente, o MATHCAD calcula Φ_1 da seguinte forma: (com $\lambda_0=1$)

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \frac{v_{\Sigma f1}}{\Sigma a1} & \frac{v_{\Sigma f2}}{\Sigma a1} & \frac{1 - v_{\Sigma f2}}{v_{\Sigma f1}} \\ \frac{\Sigma r1 \cdot v_{\Sigma f1}}{\Sigma a1 \cdot \Sigma a2} & \frac{\Sigma r1 \cdot v_{\Sigma f2}}{\Sigma a1 \cdot \Sigma a2} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ \Sigma a1 \\ \Sigma r1 \\ (\Sigma a1 \cdot \Sigma a2) \end{pmatrix}$$

ORIGIN 1 (No MATHCAD isto é feito para ser 1 a ordem inicial dos coef. das matrizes e vetores)

donde :

$$\phi_{1_1} = \Phi_{1_1} \quad \text{e} \quad \phi_{1_2} = \Phi_{1_2}$$

Com Φ_1 calcula-se λ_1 por meio da condição de normalização ou da eq. (7), assim:

$$\lambda_1 = v_{\Sigma f1} \cdot \phi_{1_1} + v_{\Sigma f2} \cdot \phi_{1_2} \qquad \lambda_1 = 1.04794716$$

NOTA: NA PRIMEIRA ITERAÇÃO (J = 1) JÁ SE ATINGE O VALOR CORRETO DE λ

Φ_2 é determinado pela aplicação novamente da eq. (9), assim:

$$\Phi_2 = \frac{1}{\lambda_1} \cdot M \cdot \Phi_1 \qquad \Phi_2 = \begin{pmatrix} 24.04706587 \\ 10.6610734 \end{pmatrix} \qquad \frac{\Phi_{2_1}}{\Phi_{2_2}} = 2.25559519$$

NOTA: COMO Φ_2 É IDENTICO A Φ_1 , VE-SE QUE O PROCESSO CONVERGE QUANTO AO FLUXO, JÁ NA PRIMEIRA ITERAÇÃO.

IV-2-1) Demonstração da convergência do processo iterativo em λ e Φ :

Para se operar simbolicamente com o MATHCAD deve-se antes formar, como já visto, o vetor $\lambda\lambda$ no qual o primeiro coeficiente é o próprio λ , e 0 o segundo coeficiente. Assim :

$$\lambda\lambda = \begin{bmatrix} \lambda \\ 0 \end{bmatrix}$$

sendo :

$$\lambda_0 = 1 \quad \Phi_0 = \begin{bmatrix} 1 - v\Sigma f_2 \\ v\Sigma f_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

e como:

$$\Phi(j+1) = (1/\lambda_j) \cdot M \cdot \Phi_j \quad ; \quad \lambda\lambda(j+1) = N \cdot \Phi(j+1) \quad , \text{ tem-se:}$$

$$\Phi_1 = \frac{1}{\lambda_0} \cdot \begin{bmatrix} \frac{v\Sigma f_1}{\Sigma a_1} & \frac{v\Sigma f_2}{\Sigma a_1} \\ \frac{\Sigma r_1 - v\Sigma f_1}{\Sigma a_1 \cdot \Sigma a_2} & \frac{\Sigma r_1 - v\Sigma f_2}{\Sigma a_1 \cdot \Sigma a_2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ v\Sigma f_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ \Sigma a_1 \\ \Sigma r_1 \\ (\Sigma a_1 \cdot \Sigma a_2) \end{bmatrix} \quad e \quad \lambda\lambda_1 = \begin{bmatrix} v\Sigma f_1 & v\Sigma f_2 \\ 0 & 0 \\ \Sigma a_1 \\ \Sigma a_1 \cdot \Sigma a_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \Sigma a_1 \\ \Sigma r_1 \\ (\Sigma a_1 \cdot \Sigma a_2) \end{bmatrix}$$

ou seja :

$$\lambda\lambda_1 = \begin{bmatrix} \frac{v\Sigma f_1}{\Sigma a_1} & \frac{v\Sigma f_2}{\Sigma a_1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Sigma r_1 \\ (\Sigma a_1 \cdot \Sigma a_2) \end{bmatrix} \quad \text{isto é, } \lambda_1 = \lambda\lambda_1$$

continuando :

$$\Phi_2 = \frac{1}{\left(\frac{v\Sigma f_1}{\Sigma a_1} \cdot \frac{v\Sigma f_2 - \Sigma r_1}{\Sigma a_1 \cdot \Sigma a_2} \right)} \cdot \begin{bmatrix} \frac{v\Sigma f_1}{\Sigma a_1} & \frac{v\Sigma f_2}{\Sigma a_1} \\ \frac{\Sigma r_1 - v\Sigma f_1}{\Sigma a_1 \cdot \Sigma a_2} & \frac{\Sigma r_1 - v\Sigma f_2}{\Sigma a_1 \cdot \Sigma a_2} \\ \Sigma r_1 & (\Sigma a_1 \cdot \Sigma a_2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \Sigma a_1 \\ \Sigma r_1 \\ (\Sigma a_1 \cdot \Sigma a_2) \end{bmatrix}$$

$$\Phi_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ \Sigma a_1 \\ \Sigma r_1 \\ (\Sigma a_1 \cdot \Sigma a_2) \end{bmatrix} \quad \text{isto é, } \Phi_2 = \Phi_1$$

$$\begin{array}{c}
 \lambda_2 \\
 \begin{array}{ccc}
 v\Sigma f_1 & v\Sigma f_2 & \Sigma a_1 \\
 0 & 0 & \Sigma r_1 \\
 & & (\Sigma a_1 - \Sigma a_2)
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \lambda_2 \\
 \begin{array}{ccc}
 v\Sigma f_1 & \Sigma r_1 & v\Sigma f_2 \\
 \Sigma a_1 & & (\Sigma a_1 - \Sigma a_2) \\
 0 & &
 \end{array}
 \end{array}$$

sendo $\lambda_2 = \lambda_{21}$ ou seja $\lambda_2 = \lambda_1$

Como mostrado, este processo iterativo leva à convergência do autovalor λ e dos fluxos rápidos e térmicos logo na primeira iteração.

V) Comparação de Programas de Cálculos para a Criticalidade :

Com a técnica de incluir as fugas de um reator nu finito no termo de absorção da sua equação de criticalidade, transformando-o em um reator nu infinito equivalente, pode-se comparar os resultados entre diferentes programas de cálculo de criticalidade com os resultados do modelo acima desenvolvido.

Como foi visto, um processo iterativo bem estabelecido e com computadores trabalhando sob precisões adequadas, fornecerá nas primeiras iterações um resultado convergente para o $\lambda = K_{eff}$ e fluxos de nêutrons. Erros devido a imprecisões numéricas levam a altos valores da ordem da iteração para a convergência dos resultados ou mesmo a oscilações persistentes.

Assim, programas de cálculo podem ser avaliados e comparados, calculando-se a criticalidade de um volume unitário de um reator "teste equivalente" em cujos limites físicos se apliquem condições de contorno, do tipo simétrico ou periódico, para transformá-lo em um meio infinito.



Luiz Aghina

Rio, 5/8/94 // REV1: 20/09/94

Ref 1 : Y. Bartal, Y. Gur e S. Yiftah (1983) "Roundoff Error Problems in Diffusion Calculations" - (Technical Notes), Ann. nucl. Energy, Vol. 10, NO. 10, pp 553 - 554.

Agradecimento: Ao Dr. J. Anchieta W. da Nóbrega (IEN) pelas conversas que tivemos sobre a não convergência de resultados em alguns programas de cálculo de criticalidade..

Relatório : LA - 06 - ARGO/94 // REV1

Data : 15/08/94// 20/09/94

Autor : Luiz O. de B. Aghina (Eng. consultor e colaborador para o IEN)
(Escrito em MATHCAD 4.0 / WIN - File : MINFEQ.MCD)

SOLUÇÃO NUMÉRICA PARA CRITICALIDADE DE REATOR, A 2 GRUPOS DE ENERGIA. MEIO FINITO CUJAS FUGAS SÃO INCLUIDAS NOS TERMOS DE ABSORÇÃO, TRANSFORMANDO-O EM UM REATOR INFINITO EQUIVALENTE (MEIO COM LIMITES PERIÓDICOS).

I) Dados Geométricos(cm), Seções de Choques Macroscópicas(cm-1) e Coeficientes de Difusão(cm) :

H 70.5 (altura) L 40 (largura) C 90 (comprimento)

Z 6 (dimensão periódica do reator infinito equivalente) N 6 (num. de intervalos)

SA11 = .00276933 (Seção de choque macroscópica só de absorção do grupo rápido)

SA22 = .0572090 (Seção de choque macroscópica só de absorção do grupo térmico)

SR1 = .02642667 (Seção de choque macroscópica de remoção do grupo rápido - "scattering")

NSF1 = .00230728 (v vezes a seção de choque macroscópica de fissão do grupo rápido)

NSF2 = .0930923 (v vezes a seção de choque macroscópica de fissão do grupo térmico)

D1 = 1.3218287 (coeficiente de difusão do grupo rápido)

D2 = .255942 (coeficiente de difusão do grupo térmico)

II) Preparação das Constantes :

$h = \frac{Z}{N}$ (dist.inter nó) $c = 1$ (primeiro nó à esquerda) $f = N + 1$ (ultimo nó à direita)

$h = 1$ $f = 7$

$BG2 = \frac{\pi^2}{H^2} + \frac{\pi^2}{L^2} + \frac{\pi^2}{C^2}$ ("Buckling" total)

$BG2 = 0.00937271$

SA1 = SA11 + SR1 + D1·BG2 (absorção total grupo rápido)

SA1 = 0.04158512

SA2 = SA22 + D2·BG2 (absorção total grupo térmico)

SA2 = 0.05960787

$$a1 = 2 \cdot \frac{h^2 \cdot SA1}{D1}$$

$$a1 = 2.03146029$$

$$a2 = 2 \cdot \frac{h^2 \cdot SA2}{D2}$$

$$a2 = 2.23289601$$

$$b1 = \frac{h^2 \cdot NSF1}{D1}$$

$$b1 = 0.00174552$$

$$c1 = \frac{h^2 \cdot NSF2}{D1}$$

$$c1 = 0.0704269$$

$$c2 = \frac{h^2 \cdot SR1}{D2}$$

$$c2 = 0.10325257$$

III) Preparação das Matrizes :

ORIGIN = 1

i = 1..f j = 1..f s = 2..f + 1

$$A1_{i,j} = 0 \quad A2_{i,j} = 0$$

$$A1_{i,i} = a1 \quad A2_{i,i} = a2$$

$$A1_{s,s+1} = -1 \quad A2_{s,s+1} = -1$$

$$A1_{s,s+1} = -1 \quad A2_{s,s+1} = -1$$

$$A1_{1,2} = -2 \quad A2_{1,2} = -2$$

$$A1_{f,f+1} = -2 \quad A2_{f,f+1} = -2$$

$$AB = A1^{-1} \cdot b1 \quad AC1 = A1^{-1} \cdot c1 \quad AC2 = A2^{-1} \cdot c2$$

IV) Preparação para o Processo Iterativo :

convenção : t = ordem da iteração. Vai de t = 1 (cond. iniciais) até t = ITM (numero máximo de iterações)

$Fg_{n,t}$ = fluxo de nêutrons do grupo g, no nó n e na iteração de ordem t

$\lambda_t = L_t$ = autovalor (= K_{ef}) na iteração de ordem t

ITM: = 5

IV-1) Condição de Normalização : Fonte de neutrons rápidos por unidade de volume é unitária :

$$\lambda = L = (h/3 \cdot Z) \cdot [b \cdot (F1_1 + F1_f + 4 \sum (n=\text{par}) F1_n + 2 \sum (n=\text{ímpar}) F1_n) + c \cdot (F2_1 + F2_f + 4 \sum (n=\text{par}) F2_n + 2 \sum (n=\text{ímpar}) F2_n)]$$

onde: b = NSF1 c = NSF2

$$L_t = 1 \quad F2_{1,t} = 1 \quad F1_{1,t} = \frac{1}{b} \cdot c \cdot F2_{1,t}$$

$$F2_{1,1} = 1$$

$$F1_{1,1} = 393.06356402$$

V) Processo Iterativo : de $t=2$ até $t=ITM$

nota: cond. inicial : $t=1$

$$s = 2, 4, \dots, f_1 \quad w = 3, 5, \dots, f_2$$

$$t = 2$$

$$F1^{<t>} = \frac{1}{L_t} \cdot AB \cdot F1^{<t-1>} + AC1 \cdot F2^{<t-1>}$$

$$F2^{<t>} = AC2 \cdot F1^{<t>}$$

$$L_t = \frac{h}{3 \cdot Z} \cdot \left(b \cdot F1_{1,t} \cdot F1_{f,t} + 4 \cdot \sum_s F1_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F1_{w,t} \right) + c \cdot \left(F2_{1,t} \cdot F2_{f,t} + 4 \cdot \sum_s F2_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F2_{w,t} \right)$$

nota: copiar pelo COPY as fórmulas entre as linhas tracejadas. A cada novo t , reproduzi-las pelo PAST.

$$t = 3$$

$$F1^{<t>} = \frac{1}{L_t} \cdot AB \cdot F1^{<t-1>} + AC1 \cdot F2^{<t-1>}$$

$$F2^{<t>} = AC2 \cdot F1^{<t>}$$

$$L_t = \frac{h}{3 \cdot Z} \cdot \left(b \cdot F1_{1,t} \cdot F1_{f,t} + 4 \cdot \sum_s F1_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F1_{w,t} \right) + c \cdot \left(F2_{1,t} \cdot F2_{f,t} + 4 \cdot \sum_s F2_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F2_{w,t} \right)$$

$$t = 4$$

$$F1^{<t>} = \frac{1}{L_t} \cdot AB \cdot F1^{<t-1>} + AC1 \cdot F2^{<t-1>}$$

$$F2^{<t>} = AC2 \cdot F1^{<t>}$$

$$L_t = \frac{h}{3 \cdot Z} \cdot \left(b \cdot F1_{1,t} \cdot F1_{f,t} + 4 \cdot \sum_s F1_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F1_{w,t} \right) + c \cdot \left(F2_{1,t} \cdot F2_{f,t} + 4 \cdot \sum_s F2_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F2_{w,t} \right)$$

O processo segue até $t = \text{ITM}$:

$t = \text{ITM}$

$$F1^{(t)} = \frac{1}{L_t} \left(AB \cdot F1^{(t-1)} + AC1 \cdot F2^{(t-1)} \right)$$

$$F2^{(t)} = AC2 \cdot F1^{(t)}$$

$$L_t = \frac{h}{3 \cdot Z} \left(b \cdot F1_{l,t} + F1_{f,t} + 4 \cdot \sum_s F1_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F1_{w,t} + c \cdot F2_{l,t} + F2_{f,t} + 4 \cdot \sum_s F2_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F2_{w,t} \right)$$

Assim, obtém-se:

$L =$	1 1.04794716 1.04794716 1.04794716 1.04794716	$F1 =$	393.06356402	24.04706587	24.04706587	24.04706587	24.04706587
			393.06356402	24.04706587	24.04706587	24.04706587	24.04706587
			393.06356402	24.04706587	24.04706587	24.04706587	24.04706587
			393.06356402	24.04706587	24.04706587	24.04706587	24.04706587
			393.06356402	24.04706587	24.04706587	24.04706587	24.04706587
			393.06356402	24.04706587	24.04706587	24.04706587	24.04706587

$F2 =$	1 1 1 1 1 1 1	10.6610734	10.6610734	10.6610734	10.6610734
		10.6610734	10.6610734	10.6610734	10.6610734
		10.6610734	10.6610734	10.6610734	10.6610734
		10.6610734	10.6610734	10.6610734	10.6610734
		10.6610734	10.6610734	10.6610734	10.6610734
		10.6610734	10.6610734	10.6610734	10.6610734
		10.6610734	10.6610734	10.6610734	10.6610734

Para o nó = 4 e última
iteração

$$\frac{F1_{4,5}}{F2_{4,5}} = 2.25559519$$

Nota: na primeira iteração ($t=2$) já se obtém os valores corretos para o autovalor ($L=\lambda=K_{eff}$) e para os autovetores (Fg = fluxos de nêutrons em cada grupo g de energia)


Luiz Aghina

Relatório : LA - 05 - ARGO/94 // REV1

Data : 10/08/94// 20/09/94

**Autor : Luiz O. de B. Aghina (Eng. consultor e colaborador para o IEN)
(Escrito em MATHCAD 4.0 / WIN - File : ARGNUMV.MCD)**

ESTUDO SOBRE SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA CRITICALIDADE . FISSÃO RÁPIDA REPRESENTADA PELO FATOR DE FISSÃO RÁPIDA (ϵ) DO K_{INF} (nf.e.p)

Trata-se de um problema a uma dimensão, a dois grupos de energia e duas regiões (núcleo/refletor). Características particulares:

- a) todo o reator (núcleo + refletor) é dividido por intervalos (inter nós) de comprimento constante em cada região.
- b) a direção escolhida é a vertical, tendo o núcleo, refletores de água nas suas partes superior e inferior.
- c) o núcleo do reator é representado pela célula normal do ARGONAUTA e as seções de choque e coeficientes de difusão são obtidos do HAMERDAT (HAMMER versão IEN).
- d) condições de contorno:
 - d1: simetria para a distribuição dos fluxos (tér. e ráp.) no centro do núcleo
 - d2: no limite físico do refletor, a relação dos fluxos térmico e rápido com as respectivas correntes é igual a 2.13
 - d3: normalização: a integral da fonte de nêutrons rápidos, ao longo da direção vertical do núcleo do reator, por unidade de área, é unitária.

1) Dados para as Entradas:

nota: qualquer problema novo pode ser resolvido, apagando-se o dado existente e entrando em seguida com novo dado. O MATHCAD se encarrega de automaticamente de refazer todos os cálculos.

1-a) Seções de choque macroscópicas(cm-1) e coeficientes de difusão(cm) e parâmetros:

convenção: SA_{gk} = seção de choque macroscópica de absorção(cm-1)
 SR_{gk} = seção de choque macroscópica de remoção(cm-1)
 $NSF_g = (V)$. seção de choque macroscópica de fissão(cm-1)
 D_{gk} = coeficiente de difusão(cm)
 g = grupo dos nêutrons : $g=1$ grupo rápidos ; $g=2$ grupo térmico
 k = região do reator : $k=N$ núcleo ; $k=R$ refletor
 LN = comprimento de difusão do núcleo(cm)
 TN = idade de Fermi do núcleo(cm²)

$K_{\infty} = K(\text{infinito}) = e \cdot p \cdot \eta f$

e = fator de fissão rápida.

p = probabilidade de escape as ressonâncias

ηf = número de nêutrons produzidos por nêutron absorvido no núcleo

L_i = autovalor na iteração i

L_i = autovalor do núcleo(homogêneo). Iniciar com $L_i = 1$. Ao final de cada processo iterativo, fazer $L_i = L_{i+1}$ e dar partida novamente nos

cálculos. Este processo iterativo global termina quando $L_{i+1} = L_i$. Nesta

situação $L_{i+1} = K_{\text{ef}}$

BT2= "buckling"geométrico transversal

BM2= "buckling" material do núcleo homogêneo com autovalor = L_i

Nota: e (fator de fissão rápida) depende de BM2. Por isto é necessária a iteração global para se chegar a $L_{i+1} = L_i$.

Valores das seções de choques macroscópicas:

SA1N = 00276933

SA2N = 0572090

SRN = 02642667

NSF1 = 00230728

NSF2 = 0930923

D1N = 1.3218287

D2N = 255942

SA1R = 00048901

SA2R = 0185544

SRR = 0492064

D1R = 1.266355

D2R = 154671

I-b) Propriedades geométricas e especificação dos nós:

Z= comprimento da 1/2 do núcleo

T= comprimento do refletor

nN= número de intervalos no 1/2 núcleo

nR= número de intervalos no refletor

IR= comp. do intervalo no núcleo

IR= comp. do intervalo no refletor

c=nó do centro do núcleo

m= nó da interface núcleo/refletor

f= nó da interface refletor/vácuo

Entrada de dados :

nota: nN deve ser par

$L_i = 1.05696$

Nota: para economizar tempo e paginas, só se está representando a ultima iteração de L_i .

Z = 30

T = 25.5

nN = 20

nR = 20

BT2 = 0.007387

Dados calculados:

$$IN = \frac{Z}{nN} \quad IR = \frac{T}{nR}$$

$$IN = 1.5 \quad IR = 1.275$$

$$c = l \cdot m \cdot nN \cdot l \cdot f \cdot m \cdot nR$$

$$m = 2.1 \cdot 10^{-1} \quad f = 4.1 \cdot 10^{-1}$$

II) Parâmetros Calculados:**II-a) Geral :**

$$SAN = SA1N \cdot SRN \quad SAR = SA1R \cdot SRR \quad W = \frac{SA1N \cdot SRN}{D1N} \cdot \frac{NSF1}{LI} \cdot \frac{SA2N}{D2N}$$

$$SAN = 2.9196 \cdot 10^{-2} \quad SAR = 4.96954 \cdot 10^{-2}$$

$$WW = \frac{SA2N}{D2N} \cdot W \cdot \frac{SA2N}{D2N} \cdot \frac{NSF2}{LI} \cdot \frac{SRN}{D1N \cdot D2N}$$

$$BM2 = \frac{W}{2} \cdot \frac{W^2}{2} \cdot \frac{4 \cdot WW}{2}$$

$$BI12 = 9.13467 \cdot 10^{-3}$$

$$nf = \frac{NSF2}{SA2N} \quad e = 1 - \frac{NSF1}{NSF2} \cdot \frac{(SA2N + D2N \cdot BM2)}{SRN} \quad p = \frac{SRN}{SAN} \quad KIN = nf \cdot e \cdot p$$

$$LN = \frac{D2N}{SA2N} \quad TN = \frac{D1N}{SAN}$$

$$nf = 1.62723 \quad e = 1.05585 \quad p = 9.05147 \cdot 10^{-1} \quad KIN = 1.55514$$

$$LN = 2.11514 \text{ (cm)} \quad TN = 4.52743 \cdot 10^{-1} \text{ (cm}^2\text{)}$$

II-b) : Específico para nós 2 a m-1 (do núcleo) e m+1 a f-2 (do refletor) :

$$S1N = D1N \cdot BT2 + SAN \quad S1R = D1R \cdot BT2 + SAR \quad S1N = 3.89603 \cdot 10^{-2}$$

$$S2N = D2N \cdot BT2 + SA2N \quad S2R = D2R \cdot BT2 + SA2R \quad S2N = 5.90996 \cdot 10^{-2}$$

$$S2R = 1.9697 \cdot 10^{-2}$$

$$S1R = 5.905 \cdot 10^{-2}$$

$$h1N = NSF2 \cdot e$$

$$h1N = 9.82913 \cdot 10^{-2}$$

$$hh = \frac{2}{3} \cdot IN \cdot (h1N)$$

$$hh = 9.82913 \cdot 10^{-2}$$

$$h2N = SRN \quad h2R = SRR$$

$$a1N = \frac{2}{3} \cdot IN^2 \cdot \frac{S1N}{D1N}$$

$$a1R = \frac{2}{3} \cdot IR^2 \cdot \frac{S1R}{D1R}$$

$$a1N = 2.06632$$

$$a2N = \frac{2}{3} \cdot IN^2 \cdot \frac{S2N}{D2N}$$

$$a2R = \frac{2}{3} \cdot IR^2 \cdot \frac{S2R}{D2R}$$

$$a1R = 2.0758$$

$$a2N = 2.51955$$

$$a2R = 2.20702$$

$$g1N = IN^2 \cdot \frac{h1N}{D1N}$$

$$g2N = IN^2 \cdot \frac{h2N}{D2N}$$

$$g2R = IR^2 \cdot \frac{h2R}{D2R}$$

$$g1N = 1.6731 \cdot 10^{-1}$$

$$g2N = 2.32318 \cdot 10^{-1}$$

$$g2R = 5.1717 \cdot 10^{-1}$$

Nota: $h1R = g1R = 0$

II-c) Específico para o nó=m (Interface núcleo/refletor) :

$$D1M = \frac{IR}{IN} \cdot \frac{D1N}{D1R}$$

$$D1M = 8.87235 \cdot 10^{-1}$$

$$D2M = \frac{IR}{IN} \cdot \frac{D2N}{D2R}$$

$$D2M = 1.40654$$

$$a1M = \frac{1}{2} \cdot (D1M \cdot a1N + a1R)$$

$$a1M = 1.95456$$

$$a2M = \frac{1}{2} \cdot (D2M \cdot a2N + a2R)$$

$$a2M = 2.87543$$

$$g1M = \frac{1}{2} \cdot (D1M \cdot g1N)$$

$$g1M = 7.42217 \cdot 10^{-2}$$

$$g2M = \frac{1}{2} \cdot (D2M \cdot g2N + g2R)$$

$$g2M = 4.21967 \cdot 10^{-1}$$

II-d) : Especifico para o nó=c (meio do núcleo) :

$$a1C = \frac{a1N}{2} \quad a1C = 1.03316$$

$$a2C = \frac{a2N}{2} \quad a2C = 1.25977$$

$$g1C = \frac{g1N}{2} \quad g1C = 8.36551 \cdot 10^{-2}$$

$$g2C = \frac{g2N}{2} \quad g2C = 1.16159 \cdot 10^{-1}$$

II-c) : Especifico para o nó = f-1

$$a1F = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1.0656 \cdot D1R} \quad 1$$

$$a2F = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1.0656 \cdot D2R} \quad 1$$

$$a1F = 7.46505 \cdot 10^{-1}$$

$$a2F = 9.06854 \cdot 10^{-1}$$

$$b1F = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{1.0656 \cdot D1R} \quad 1$$

$$b2F = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{1.0656 \cdot D2R} \quad 1$$

$$b1F = 1.06182$$

$$b2F = 1.83444$$

$$g2F = g2R$$

Nota: $g1F = g1R = 0$

III) Formação das Matrizes:

ORIGIN = 1

$i = 1..f - 1$ $j = 1..f - 1$

$s = 2..f - 2$

$A1_{i,j} = 0$ $A2_{i,j} = 0$ $G1_{i,j} = 0$ $G2_{i,j} = 0$

$A1_{s,s-1} = 1$ $A2_{s,s-1} = 1$

$A1_{1,1} = a1C$ $A2_{1,1} = a2C$ $G1_{1,1} = g1C$ $G2_{1,1} = g2C$

$s = 1..f - 2$

$A1_{s,s+1} = 1$ $A2_{s,s+1} = 1$

$s = 2..m - 1$

$A1_{s,s} = a1N$ $A2_{s,s} = a2N$ $G1_{s,s} = g1N$ $G2_{s,s} = g2N$

$A1_{m,m-1} = D1M$ $A2_{m,m-1} = D2M$

$A1_{m,m} = a1M$ $A2_{m,m} = a2M$ $G1_{m,m} = g1M$ $G2_{m,m} = g2M$

$s = m + 1..f - 2$

$A1_{s,s} = a1R$ $A2_{s,s} = a2R$ $A1_{f-1,f-2} = a1F$ $A2_{f-1,f-2} = a2F$

$s = m + 1..f - 1$ $A1_{f-1,f-1} = b1F$ $A2_{f-1,f-1} = b2F$

$G2_{s,s} = g2R$

$H1 = A1^{-1} \cdot G1$ $H2 = A2^{-1} \cdot G2$

IV) Solução pelo Processo Iterativo :

nota: $F1_{i,t}$ = Fluxo rápido no nó i e na iteração t

$F2_{i,t}$ = Fluxo térmico no nó i e na iteração t

L_t = autovalor na iteração t .

ITM = número máximo de iterações. **Nota: L_{ITM} (caso tenha convergido) = K_{ef}**

nota: Para a primeira iteração ($t=1$) faz-se : $L_1=1$, $F2_{nucleo,1}$ = constante calculada pela normalização da fonte rápida no núcleo e $F2_{refletor,1} = 0$. Assim:

ITM = 20

$t = 1..ITM$ $q = 1..m$

$L_t = 1$ $F1_{1,1} = 0$ $F2_{1,1} = 0$ $F2_{q,1} = 0.5 \cdot \frac{1}{Z \cdot h1N}$ $F2_{1,1} = 1.69564 \cdot 10^{-1}$

Para o processo iterativo, seleciona-se as expressões entre as linhas tracejadas e COPY. Ao término dos cálculos com $t=2$, coloca-se o cursor em uma posição limpa, digita-se $t=3$ e PAST. O MATHCAD executa os cálculos automaticamente. Segue-se assim este processo até $t=ITM$. Depois é só ver os resultados observando se L , $F1$ e $F2$ convergiram. Caso contrário, tem que se aumentar ITM. Basta alterar ITM que o MATHCAD automaticamente altera as ordens das matrizes. Em seguida é só continuar com o mesmo processo iterativo, com PAST, a cada t .

$$s = 2,4 \cdot m \cdot l \quad w = 3,5 \cdot m \cdot 2$$

$t = 2$

$$F1^{<t-1>} = \frac{1}{L_{t-1}} \cdot H1 \cdot F2^{<t-1>}$$

$$F2^{<t>} = H2 \cdot F1^{<t-1>}$$

$$L_t = hh \cdot F2_{l,t} \cdot F2_{m,t} + 4 \sum_s F2_{s,t} + 2 \sum_w F2_{w,t}$$

$t = 3$

$$F1^{<t-1>} = \frac{1}{L_{t-1}} \cdot H1 \cdot F2^{<t-1>}$$

$$F2^{<t>} = H2 \cdot F1^{<t-1>}$$

$$L_t = hh \cdot F2_{l,t} \cdot F2_{m,t} + 4 \sum_s F2_{s,t} + 2 \sum_w F2_{w,t}$$

$t = 4$

$$F1^{<t-1>} = \frac{1}{L_{t-1}} \cdot H1 \cdot F2^{<t-1>}$$

$$F2^{<t>} = H2 \cdot F1^{<t-1>}$$

$$L_t = hh \cdot F2_{l,t} \cdot F2_{m,t} + 4 \sum_s F2_{s,t} + 2 \sum_w F2_{w,t}$$

$t = 5$

$$F1^{<t-1>} = \frac{1}{L_{t-1}} \cdot H1 \cdot F2^{<t-1>}$$

$$F2^{<t>} = H2 \cdot F1^{<t-1>}$$

$$L_t = hh \cdot F2_{l,t} \cdot F2_{m,t} + 4 \sum_s F2_{s,t} + 2 \sum_w F2_{w,t}$$

$$t = ITM$$

$$F1^{<t>} = \frac{1}{L_t} H1 \cdot F2^{<t-1>}$$

$$F2^{<t>} = H2 \cdot F1^{<t-1>}$$

$$L_t = hh \cdot F2_{1,t} + F2_{m,t} + 4 \cdot \sum_s F2_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F2_{w,t}$$

para $F1$, correspondente a iteração $t=ITM$:

$$F1^{<t>} = \frac{1}{L_t} H1 \cdot F2^{<t-1>}$$

e para o nó f :

$$F1_{f,ITM} = (a1R + b1F) \cdot F1_{f-1,ITM} + (a1F + 1) \cdot F1_{f+2,ITM}$$

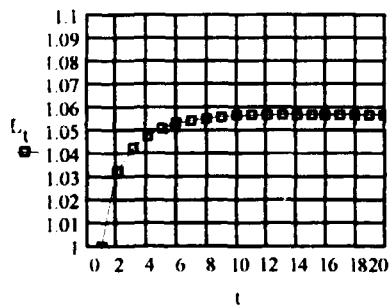
$$F2_{f,ITM} = (a2R + b2F) \cdot F2_{f-1,ITM} + (a2F + 1) \cdot F2_{f+2,ITM}$$

Sejam os valores de L (K_{ef}) das duas ultimas iterações e o gráfico ao longo delas:

$$t = 1 \dots ITM$$

$$L_{ITM-1} = 1.05696$$

$$L_{ITM} = 1.05696$$



Sejam as duas ultimas iterações de $F1$ e $F2$, no centro do núcleo:

$$u = ITM - 1 \dots ITM$$

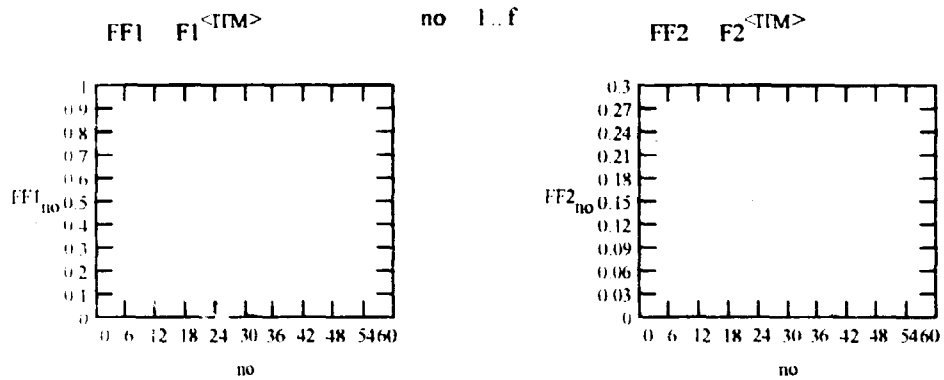
$$F1_{1,u} = \begin{bmatrix} 5.21526 \cdot 10^{-1} \\ 5.21541 \cdot 10^{-1} \end{bmatrix}$$

$$R_{1,u} = \frac{F1_{1,u}}{F2_{1,u}}$$

$$R_{1,u} = \begin{bmatrix} 2.25338 \\ 2.25324 \end{bmatrix}$$

$$F2_{1,u} = \begin{bmatrix} 2.31442 \cdot 10^{-1} \\ 2.31452 \cdot 10^{-1} \end{bmatrix}$$

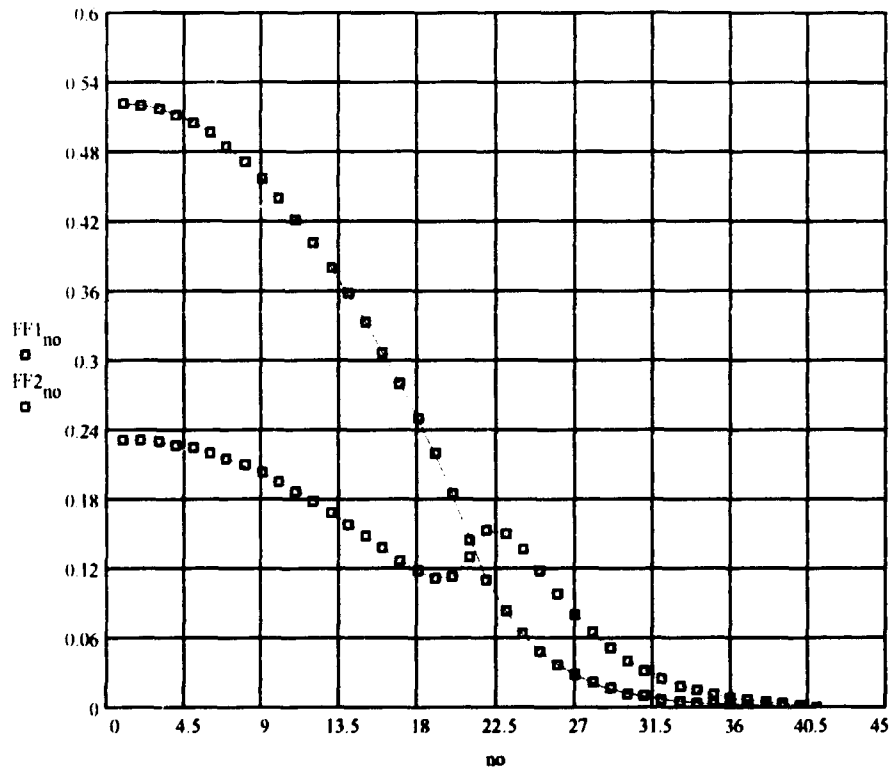
e os gráficos de F1 e F2 (para $t=ITM$) ao longo da direção vertical do reator.



$m = 2.1 \cdot 10^4$

$f = 4.1 \cdot 10^4$

Em escala maior, FF1 e FF2, no mesmo gráfico:



Sejam FF1 e FF2 normalizados (Fn1 e Fn2) e as distâncias em cm ao longo do eixo vertical do reator :

$$Fn1 = \frac{1}{FF1} \cdot FF1$$

$$Fn2 = \frac{1}{FF2} \cdot FF2$$

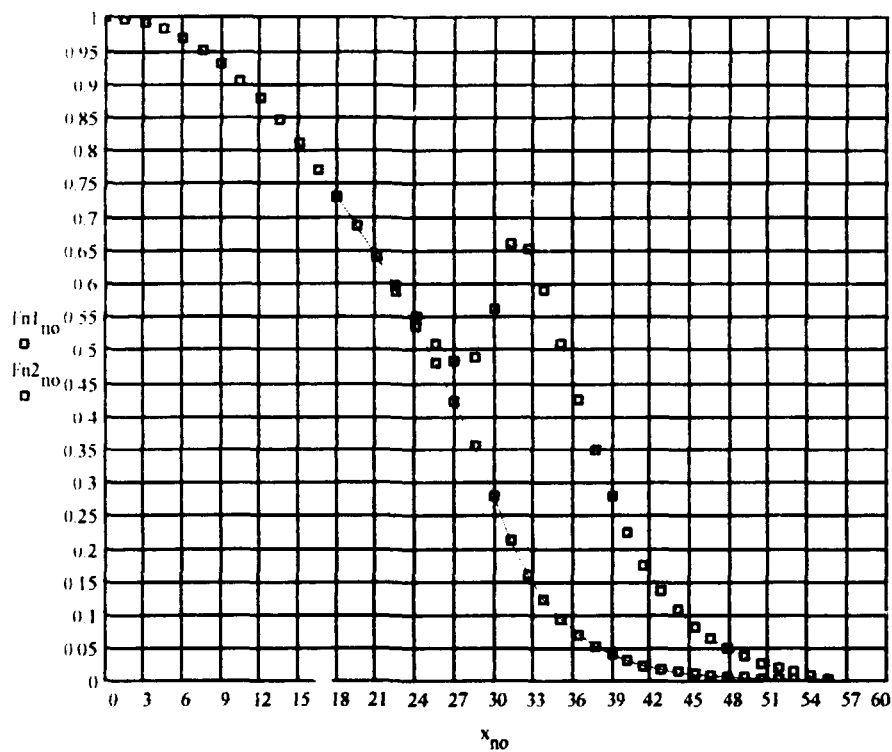
$$z1 = 1 \dots m$$

$$z2 = m - 1 \dots f$$

$$x_{z1} = z1 \cdot IN \cdot IN$$

$$x_{z2} = (z2 - m) \cdot IR + (m - 1) \cdot IN$$

nota: x(no)= x do nó. em cm.



Sejam os fluxos normalizados, separados para o núcleo e refletor. Assim z do nó 1 até m e zz do nó $m+1$ até f .

4.11

$z = 1 \dots m$			$zz = m + 1 \dots f$		
NUCLEO			REFLETOR		
x_i	$Fn1_i$	$Fn2_i$	x_{ii}	$Fn1_{ii}$	$Fn2_{ii}$
0	1	1	$3.1275 \cdot 10^1$	$2.11198 \cdot 10^1$	$6.60652 \cdot 10^1$
1.5	$9.98035 \cdot 10^1$	$9.98035 \cdot 10^1$	$3.255 \cdot 10^1$	$1.60505 \cdot 10^1$	$6.51645 \cdot 10^1$
3	$9.92147 \cdot 10^1$	$9.92148 \cdot 10^1$	$3.3825 \cdot 10^1$	$1.2198 \cdot 10^1$	$5.90485 \cdot 10^1$
4.5	$9.82359 \cdot 10^1$	$9.82362 \cdot 10^1$	$3.51 \cdot 10^1$	$9.27009 \cdot 10^2$	$5.09412 \cdot 10^1$
6	$9.6871 \cdot 10^1$	$9.68716 \cdot 10^1$	$3.6375 \cdot 10^1$	$7.04488 \cdot 10^2$	$4.25761 \cdot 10^1$
7.5	$9.51253 \cdot 10^1$	$9.51263 \cdot 10^1$	$3.765 \cdot 10^1$	$5.35369 \cdot 10^2$	$3.48149 \cdot 10^1$
9	$9.30056 \cdot 10^1$	$9.30073 \cdot 10^1$	$4.02 \cdot 10^1$	$4.06833 \cdot 10^2$	$2.80219 \cdot 10^1$
$1.05 \cdot 10^1$	$9.05203 \cdot 10^1$	$9.05231 \cdot 10^1$	$4.1475 \cdot 10^1$	$3.09135 \cdot 10^2$	$2.22886 \cdot 10^1$
$1.2 \cdot 10^1$	$8.7679 \cdot 10^1$	$8.76839 \cdot 10^1$	$4.275 \cdot 10^1$	$2.34871 \cdot 10^2$	$1.75668 \cdot 10^1$
$1.35 \cdot 10^1$	$8.44927 \cdot 10^1$	$8.45017 \cdot 10^1$	$4.4025 \cdot 10^1$	$1.78411 \cdot 10^2$	$1.37445 \cdot 10^1$
$1.5 \cdot 10^1$	$8.09737 \cdot 10^1$	$8.09912 \cdot 10^1$	$4.53 \cdot 10^1$	$1.35475 \cdot 10^2$	$1.06883 \cdot 10^1$
$1.65 \cdot 10^1$	$7.71352 \cdot 10^1$	$7.71703 \cdot 10^1$	$4.6575 \cdot 10^1$	$1.02808 \cdot 10^2$	$8.26594 \cdot 10^2$
$1.8 \cdot 10^1$	$7.2991 \cdot 10^1$	$7.30632 \cdot 10^1$	$4.785 \cdot 10^1$	$7.79346 \cdot 10^3$	$6.35666 \cdot 10^2$
$1.95 \cdot 10^1$	$6.85549 \cdot 10^1$	$6.87053 \cdot 10^1$	$4.9125 \cdot 10^1$	$5.89686 \cdot 10^3$	$4.85507 \cdot 10^2$
$2.1 \cdot 10^1$	$6.38387 \cdot 10^1$	$6.41546 \cdot 10^1$	$5.04 \cdot 10^1$	$4.44726 \cdot 10^3$	$3.67135 \cdot 10^2$
$2.25 \cdot 10^1$	$5.88495 \cdot 10^1$	$5.95153 \cdot 10^1$	$5.1675 \cdot 10^1$	$3.33477 \cdot 10^3$	$2.72939 \cdot 10^2$
$2.4 \cdot 10^1$	$5.35821 \cdot 10^1$	$5.49892 \cdot 10^1$	$5.295 \cdot 10^1$	$2.47507 \cdot 10^3$	$1.96382 \cdot 10^2$
$2.55 \cdot 10^1$	$4.80053 \cdot 10^1$	$5.09818 \cdot 10^1$	$5.4225 \cdot 10^1$	$1.80299 \cdot 10^3$	$1.31635 \cdot 10^2$
$2.7 \cdot 10^1$	$4.20308 \cdot 10^1$	$4.83305 \cdot 10^1$	$5.55 \cdot 10^1$	$1.26758 \cdot 10^3$	$7.31266 \cdot 10^3$
$2.85 \cdot 10^1$	$3.54485 \cdot 10^1$	$4.87856 \cdot 10^1$		$8.2825 \cdot 10^4$	$1.49846 \cdot 10^3$
$3 \cdot 10^1$	$2.77899 \cdot 10^1$	$5.60295 \cdot 10^1$			


Luiz Aghina

Rio, 10/08/94 // REV1: 20/09/94

Bibliografia :

WANDA 4 - A One Dimensional Few Groups Diffusion Equations Code For IBM 704 - WAPD - TM - 28 - July/59
 CODIGO CARMEN - J. Anchieta W. da Nóbrega - IEN/CNEN - abril/67
 NOTAS PESSOAIS - Luiz O. de B. Aghina - julho/71
 REACTOR PHYSICS - Paul F. Zweifel - Editor : McGraw - Hill - 1973
 NUCLEAR REACTOR PHYSICS - J.J. Duderstadt e L.Y. Hamilton - Editor : J. Willey & Sons - 1975
 NUCLEAR REACTOR ANALYSIS - A. Henry - Editor : MIT Press - 1975
 COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING AND SCIENCE - With applications to Fluid Dynamics and Nuclear Systems - Shoichiro Nakamura - Editor : J. Willey & Sons - 1977

Relatório : LA - 08 - ARGO/94 // REV1

Data : 29/08/94// 20/09/94

**Autor : Luiz O. de B. Aghina (Eng. consultor e colaborador para o IEN)
(Escrito em MATHCAD 4.0 / WIN - File : ARGNUMVI.MCD)**

ESTUDO SOBRE SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA CRITICALIDADE, PARA UMA DIMENSÃO, PELA TEORIA DE 2 GRUPOS DE ENERGIA. FISSÃO RÁPIDA E TÉRMICA TRATADAS INDEPENDENTEMENTE. REATOR CONSTITUÍDO DE NÚCLEO E REFLETOR.

Trata-se de um problema a uma dimensão, a dois grupos de energia e duas regiões (núcleo/refletor). Características particulares:

- a) todo o reator (núcleo + refletor) é dividido por intervalos (inter nós) de comprimento constante em cada região.
- b) a direção escolhida é a vertical, tendo o núcleo, refletores de água nas suas partes superior e inferior.
- c) o núcleo do reator é representado pela célula normal do ARGONAUTA e as seções de choque e coeficientes de difusão são obtidos do HAMERDAT (HAMMER versão IEN para IBM PC).
- d) condições de contorno:
 - d1: simetria para a distribuição dos fluxos (térm. e ráp.) no centro do núcleo
 - d2: no limite físico do refletor, a relação dos fluxos térmico e rápido com as respectivas correntes é igual a 2.13
 - d3: normalização : a integral da fonte de nêutrons rápidos ao longo da direção vertical do reator por unidade de comprimento, é unitária.

I) Dados para as entradas:

nota: qualquer problema novo pode ser resolvido apagando-se o dado existente e entrando em seguida com novo dado. O MATHCAD se encarrega de automaticamente de refazer todos os cálculos.

I-a) Seções de choque macroscópicas(cm-1) e coeficientes de difusão(cm) :

Convenção :

- SAgk = seção de choque macroscópica de absorção do grupo g e região k
- SRgk = seção de choque macroscópica de remoção por espalhamento do grupo g e região k
- NSFg = (ν) vezes a seção de choque macroscópica de fissão do grupo g
- Dgk = coeficiente de difusão do grupo g e região k
- g = grupo de neutrons : g=1 grupo rápido ; g=2 grupo térmico
- k = região do reator : k=N núcleo ; k=R refletor

SA1N 00276933

SA1R 00048901

SA2N 0572090

SA2R 0185544

SRN 02642667

SRR 0492064

NSF1 00230728

D1R 1.266355

NSF2 0930923

D2R 154671

D1N 1.3218287

D2N 255942

I-b) Propriedades geométricas:

Z= comprimento da 1/2 do núcleo (cm)

T= comprimento do refletor (cm)

nN= número de intervalos no 1/2 núcleo

nR= número de intervalos no refletor

IR= comp. do intervalo no núcleo (cm)

IR= comp. do intervalo no refletor (cm)

c=nó do centro do núcleo

m= nó da interface núcleo/refletor

f= nó da interface refletor/vácuo

"Buckling" geométrico transversal (BT2):

C= comprimento equivalente do reator(distancia física + 2 vezes a economia de refletor ou a distancia extrapolada) (cm)

L= largura equivalente do reator (cm).

$$BT2 = (\pi/C)^2 + (\pi/L)^2 \text{ cm}^{-2}$$

I-b1) Dados de entrada:

nota: nN deve ser par

Z = 30

T = 25.5

nN = 20

nR = 20

C = 90

L = 40

I-b2) Dados calculados:

$$IN = \frac{Z}{nN}$$

$$IR = \frac{T}{nR}$$

$$BT2 = \left(\frac{\pi}{C}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2$$

IN = 1.5

IR = 1.275

BT2 = 0.00738697

c = 1

m = nN + 1

f = m + nR

m = 21 f = 41

II) Parametros Calculados:

II-a) : Geral

$$S_{AN} = S_{A1N} + S_{RN}$$

$$S_{AR} = S_{A1R} + S_{RR}$$

$$S_{AN} = 0.029196$$

$$S_{AR} = 0.04969541$$

$$S_{1N} = D_{1N} \cdot BT_2 + S_{AN} \quad (\text{absorção total do grupo rápido no núcleo}) \quad S_{1N} = 0.03896031$$

$$S_{2N} = D_{2N} \cdot BT_2 + S_{A2N} \quad (\text{absorção total do grupo térmico no núcleo}) \quad S_{2N} = 0.05909964$$

$$S_{1R} = D_{1R} \cdot BT_2 + S_{AR} \quad (\text{absorção total do grupo rápido no refletor}) \quad S_{1R} = 0.05904994$$

$$S_{2R} = D_{2R} \cdot BT_2 + S_{A2R} \quad (\text{absorção total do grupo térmico no refletor}) \quad S_{2R} = 0.01969695$$

$$hh = \frac{1}{3} \cdot \frac{IN}{Z} \quad b = NSF1 \quad c = NSF2 \quad hh = 0.01666667$$

II-b) : Específico para nós 1 a m-1 (do núcleo) e m+1 a f-2 (do refletor) :

$$\begin{aligned} a_1 &= 2 + IN^2 \cdot \left(\frac{S_{1N}}{D_{1N}} \right) & a_{11} &= 2 + IR^2 \cdot \left(\frac{S_{1R}}{D_{1R}} \right) & a_1 &= 2.06631775 \\ a_2 &= 2 + IN^2 \cdot \left(\frac{S_{2N}}{D_{2N}} \right) & a_{22} &= 2 + IR^2 \cdot \left(\frac{S_{2R}}{D_{2R}} \right) & a_{11} &= 2.07580264 \\ & & & & a_2 &= 2.51954811 \\ & & & & a_{22} &= 2.20701912 \\ b_1 &= \frac{IN^2 \cdot NSF1}{D_{1N}} & b_2 &= \frac{IN^2 \cdot NSF2}{D_{1N}} & b_1 &= 0.00392742 \\ b_3 &= \frac{IN^2 \cdot S_{RN}}{D_{2N}} & b_{33} &= \frac{IR^2 \cdot S_{RR}}{D_{2R}} & b_2 &= 0.15846053 \\ & & & & b_3 &= 0.23231829 \\ & & & & b_{33} &= 0.5171697 \end{aligned}$$

II-c) Específico para o nó=m (interface núcleo/refletor) :

$$\begin{aligned} a_{1n} &= \left(\frac{IR}{IN} \right) \cdot \left(\frac{D_{1N}}{D_{1R}} \right) & a_{1n} &= 0.88723493 \\ a_{2n} &= \left(\frac{IR}{IN} \right) \cdot \left(\frac{D_{2N}}{D_{2R}} \right) & a_{2n} &= 1.40653839 \end{aligned}$$

$$a1m = 1 + a1n \cdot \frac{IN \cdot IR}{2 \cdot D1R} \cdot SIN + \frac{IR^2}{2 \cdot D1R} \cdot S1R$$

$$a1m = 1.95455597$$

$$a2m = 1 + a2n \cdot \frac{IN \cdot IR}{2 \cdot D2R} \cdot S2N + \frac{IR^2}{2 \cdot D2R} \cdot S2R$$

$$a2m = 2.87543014$$

$$b1m = \frac{IN \cdot IR}{2 \cdot D1R} \cdot NSF1$$

$$b1m = 0.00174227$$

$$b2m = \frac{IN \cdot IR}{2 \cdot D1R} \cdot NSF2$$

$$b2m = 0.07029586$$

$$b3m = \frac{IR^2}{2 \cdot D2R} \cdot (SRN + SRR)$$

$$b3m = 0.3974598$$

II-d) Específico para o nó f-1 :

$$a1f = 3 + \frac{2}{2.13} \cdot \frac{IR}{D1R}$$

$$a2f = 3 + \frac{2}{2.13} \cdot \frac{IR}{D2R}$$

$$a1f = 3.94537716$$

$$a2f = 10.74019111$$

$$af1 = \frac{1}{a1f} - 1$$

$$af2 = \frac{1}{a2f} - 1$$

$$af1 = 0.74653881$$

$$af2 = 0.90689179$$

$$af11 = a11 + \frac{4}{a1f}$$

$$af22 = a22 + \frac{4}{a2f}$$

$$af11 = 1.06195788$$

$$af22 = 1.83458627$$

ORIGIN = 1 (necessário para iniciar a ordem dos coef. das matrizes e vetores com 1)

- Formação das matrizes A1, A2, B1, B2 e B3 com os coeficientes nulos:

$$i = 1..f-1 \quad j = 1..f-1$$

$$A1_{i,j} = 0 \quad A2_{i,i} = 0 \quad B1_{i,i} = 0 \quad B2_{i,i} = 0 \quad B3_{i,i} = 0$$

- Completando os coeficientes das matrizes A1 e A2 :

$$i = 1..f-2 \quad A1_{i,i+1} = 1 \quad A2_{i,i+1} = 1$$

$$i = 2..f-2 \quad A1_{i,i-1} = 1 \quad A2_{i,i-1} = 1$$

- Acertando os coeficientes das matrizes A1 e A2, fora da diagonal:

$$A1_{1,2} = 2 \quad A2_{1,2} = 2 \quad A1_{m,m-1} = a1n \quad A2_{m,m-1} = a2n$$

$$A1_{f-1,f-2} = af1 \quad A2_{f-1,f-2} = af2$$

- Acertando os coeficientes da diagonal das matrizes A1 e A2:

$$i = 1..m-1$$

$$A1_{i,i} = a1 \quad A2_{i,i} = a2 \quad A1_{m,m} = a1m \quad A2_{m,m} = a2m$$

$$i = m+1..f-2$$

$$A1_{i,i} = a11 \quad A2_{i,i} = a22 \quad A1_{f-1,f-1} = af11 \quad A2_{f-1,f-1} = af22$$

- Completando os coeficientes das matrizes B1, B2 e B3:

$$i = 1..m-1$$

$$B1_{i,i} = b1 \quad B2_{i,i} = b2 \quad B3_{i,i} = b3$$

$$B1_{m,m} = b1m \quad B2_{m,m} = b2m \quad B3_{m,m} = b3m$$

$$i = m+1..f-1$$

$$B3_{i,i} = b33$$

III) Sistema de Equações :

Sejam : F_1 = vetor representativo do fluxo rápido. F_{1i} = fluxo rápido no nó i

F_2 = vetor representativo do fluxo térmico. F_{2i} = fluxo térmico no nó i

Inicialmente a formação das matrizes e a solução do sistema correspondente, é para obter os fluxos do nó 1 até o nó $f-1$ (autovetores) e o $\lambda = K_{eff}$ (autovalor) do sistema. Finalmente são calculados os fluxos para o nó f , com base nos resultados dos nós $f-1$ e $f-2$.

Seja o sistema de equações, escrito na forma matricial, para a solução numérica:

$$\begin{aligned} A_1 \cdot F_1 &= (1/\lambda) \cdot (B_1 \cdot F_1 + B_2 \cdot F_2) \\ A_2 \cdot F_2 &= B_3 \cdot F_1 \end{aligned}$$

A solução para os fluxos é formalizada por:

$$\begin{aligned} F_1 &= (1/\lambda) \cdot (H_1 \cdot F_1 + H_2 \cdot F_2) \\ F_2 &= H_3 \cdot F_1 \end{aligned} \quad (1)$$

sendo :

$$H_1 = A_1^{-1} \cdot B_1 \quad H_2 = A_1^{-1} \cdot B_2 \quad H_3 = A_2^{-1} \cdot B_3$$

e λ é obtida pela condição de normalização já mencionada, ou seja, a integral da fonte de nêutrons rápidos no núcleo do reator por unidade de comprimento, é unitária. Assim:

$$1 = (1/\lambda) \cdot hh \cdot [b \cdot (F_{11} + F_{1m} + 4\sum(i=\text{par})F_{1i} + 2\sum(i=\text{ímpar})F_{1i}) + c \cdot (F_{21} + F_{2m} + 4\sum(i=\text{par})F_{2i} + 2\sum(i=\text{ímpar})F_{2i})] \quad (2)$$

IV) Solução (explicação do método iterativo) :

O processo iterativo para a solução do sistema de equações (1), é feito percorrendo-se as equações da direita para a esquerda, e que será mostrada a seguir. Antes a seguinte convenção será estabelecida:

t = ordem da iteração. Vai de $t=1$ até o máximo estabelecido de $t = ITM$

$F_g^{<t>}$ = matriz do fluxo do grupo g de energia, para cada nó e na iteração de ordem t . Cada coluna é o fluxo F_g para a iteração t .

$\lambda_t = \lambda$ na iteração de ordem t

$F_{gi,t}$ = fluxo do grupo g de energia no nó i e na iteração de ordem t

$t = 1$: condição inicial

Assim, para a ordem t da iteração tem-se :

$$\begin{aligned} F_1^{<t>} &= (1/\lambda_{t-1}) \cdot (H_1 \cdot F_1^{<t-1>} + H_2 \cdot F_2^{<t-1>}) \\ F_2^{<t>} &= H_3 \cdot F_1^{<t>} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} e \quad \lambda_t &= hh \cdot [b \cdot (F_{11,t} + F_{1m,t} + 4\sum(i=\text{par})F_{1i,t} + 2\sum(i=\text{ímpar})F_{1i,t}) + \\ &\quad + c \cdot (F_{21,t} + F_{2m,t} + 4\sum(i=\text{par})F_{2i,t} + 2\sum(i=\text{ímpar})F_{2i,t})] \end{aligned}$$

Para as condições iniciais, ou seja, para a iteração de ordem $t=1$, estipula-se:

$$\lambda_1=1 \quad F2_{i,1} \text{ (no núcleo) } = 1 \quad i : \text{ de } 1 \text{ até } m$$

$F1_{i,1}$ (no núcleo) = uma constante e é determinado pela condição de normalização da fonte de nêutrons rápidos no núcleo.

Como ambos os fluxos são constantes para a condição inicial, pode-se aplicar a integral na formulação analítica assim:

$$1 = (1/1) \cdot (b \cdot (F1_{i,1}) + c \cdot (1))$$

onde :

$$F1_{i,1} \text{ (no núcleo) } = (1 - c)/b \quad \text{nota: } i \text{ de } 1 \text{ até } m$$

Os fluxos no refletor para as condições iniciais, são estipulados como nulos:

$$F1_{i,1} \text{ (no refletor) } = F2_{i,1} \text{ (no refletor) } = 0 \quad \text{nota: } i \text{ de } m+1 \text{ até } f-1$$

O processo iterativo se faz aplicando as equações do sistema (3) a partir das condições iniciais ($t=1$) até a ordem máxima de iteração $t=ITM$. Caso os fluxos e λ não tenham convergidos, então é necessário aumentar o valor de ITM.

Após o término das iterações, calculam-se os valores dos fluxos para o nó f , assim:

$$F1_f = (4 \cdot F1_{f-1} - F1_{f-2}) \cdot (1/a1f) \quad F2_f = (4 \cdot F2_{f-1} - F2_{f-2}) \cdot (1/a2f)$$

V) Solução : processo iterativo (calculos) :

ITM = 20 (ordem máxima estipulada para as iterações)

V-1) Preparação das condições iniciais:

nota : para facilitar vamos chamar $\lambda = K_{ef} = L$

$t = 1 \dots ITM$ $q = 1 \dots m$ $L_t = 1$ (prepara-se um vetor $L=\lambda$, com coef. = 1 e que serão modificados seqüencialmente a cada iteração)

$$i = 1 \dots f-1 \quad F1_{i,t} = 0 \quad F2_{i,t} = 0$$

$$F2_{q,1} = 1 \quad F1_{q,1} = \frac{1-c}{b} \quad F2_{1,1} = 1 \quad F1_{1,1} = 393.06356402$$

V-2) Preparação das matrizes :

$$H1 = A1^{-1} \cdot B1 \quad H2 = A1^{-1} \cdot B2 \quad H3 = A2^{-1} \cdot B3$$

V-3) Processo iterativo propriamente dito :

Já com as condições iniciais determinadas, inicia-se o processo repetitivo a partir de $t=2$ e continua-se até $t=ITM$ (se houver a convergência dos valores calculados). Assim:

$s = 2, 4 \dots m - 1$ (nós pares) $w = 3, 5 \dots m - 2$ (nós ímpares)

$t = 2$

$$F1^{<t>} = \left(\frac{1}{L_{t-1}} \right) \cdot H1 \cdot F1^{<t-1>} + H2 \cdot F2^{<t-1>}$$

$$F2^{<t>} = H3 \cdot F1^{<t>}$$

$$L_t = hh \cdot \left[b \cdot F1_{1,t} + F1_{m,t} + 4 \cdot \sum_s F1_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F1_{w,t} \right] + c \cdot \left[F2_{1,t} + F2_{m,t} + 4 \cdot \sum_s F2_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F2_{w,t} \right]$$

NOTA: Copiar as equações entre as linhas tracejadas pelo COPY. A cada novo t , reproduzir as equações pelo PAST.

$t = 3$

$$F1^{<t>} = \left(\frac{1}{L_{t-1}} \right) \cdot H1 \cdot F1^{<t-1>} + H2 \cdot F2^{<t-1>}$$

$$F2^{<t>} = H3 \cdot F1^{<t>}$$

$$L_t = hh \cdot \left[b \cdot F1_{1,t} + F1_{m,t} + 4 \cdot \sum_s F1_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F1_{w,t} \right] + c \cdot \left[F2_{1,t} + F2_{m,t} + 4 \cdot \sum_s F2_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F2_{w,t} \right]$$

$t = 4$

$$F1^{<t>} = \left(\frac{1}{L_{t-1}} \right) \cdot H1 \cdot F1^{<t-1>} + H2 \cdot F2^{<t-1>}$$

$$F2^{<t>} = H3 \cdot F1^{<t>}$$

$$L_t = hh \cdot \left[b \cdot F1_{1,t} + F1_{m,t} + 4 \cdot \sum_s F1_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F1_{w,t} \right] + c \cdot \left[F2_{1,t} + F2_{m,t} + 4 \cdot \sum_s F2_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F2_{w,t} \right]$$

$$t = \text{ITM}$$

$$F1^{<t>} = \frac{1}{L_{t-1}} \cdot H1 \cdot F1^{<t-1>} + H2 \cdot F2^{<t-1>}$$

$$F2^{<t>} = H3 \cdot F1^{<t>}$$

$$L_t = hh + b \cdot F1_{t,t} + F1_{m,t} + 4 \sum_s F1_{s,t} + 2 \sum_w F1_{w,t} + c \cdot F2_{t,t} + F2_{m,t} + 4 \sum_s F2_{s,t} + 2 \sum_w F2_{w,t}$$

e para os fluxos do nó f , tem-se :

$$F1_{f,\text{ITM}} = 4 \cdot F1_{f-1,\text{ITM}} + F1_{f-2,\text{ITM}} \cdot \frac{1}{a1f}$$

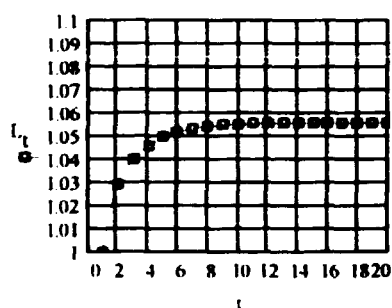
$$F2_{f,\text{ITM}} = 4 \cdot F2_{f-1,\text{ITM}} + F2_{f-2,\text{ITM}} \cdot \frac{1}{a2f}$$

Sejam os valores de L ($= \lambda = \text{Kef}$) das duas ultimas iterações e o gráfico ao longo delas :

$$t = L_{\text{ITM}}$$

$$L_{\text{ITM}-1} = 1.05584751$$

$$L_{\text{ITM}} = 1.05585214$$



Sejam as duas últimas iterações de $F1$ e $F2$ no centro do núcleo e suas relações :

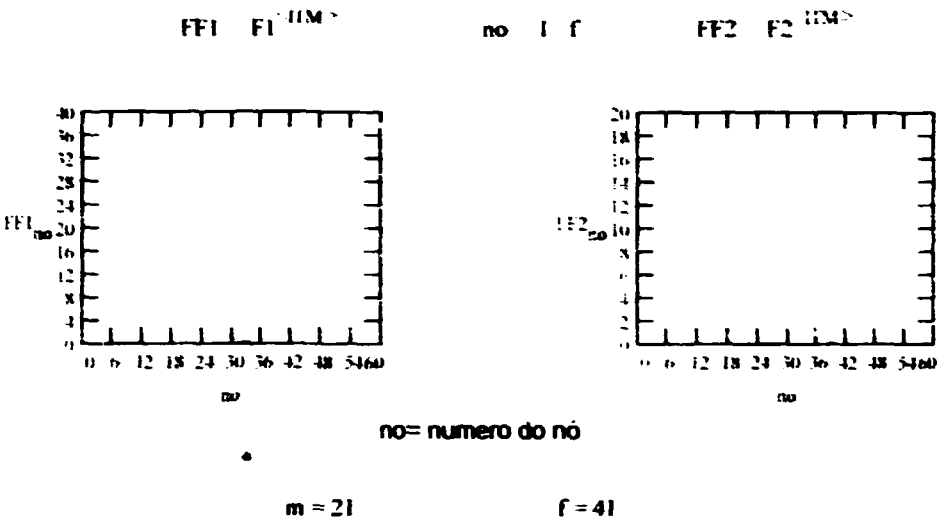
$$k = \text{ITM} - L_{\text{ITM}}$$

$$F1_{1,k} = \begin{array}{|c|} \hline 31.48129091 \\ \hline 31.4826831 \\ \hline \end{array}$$

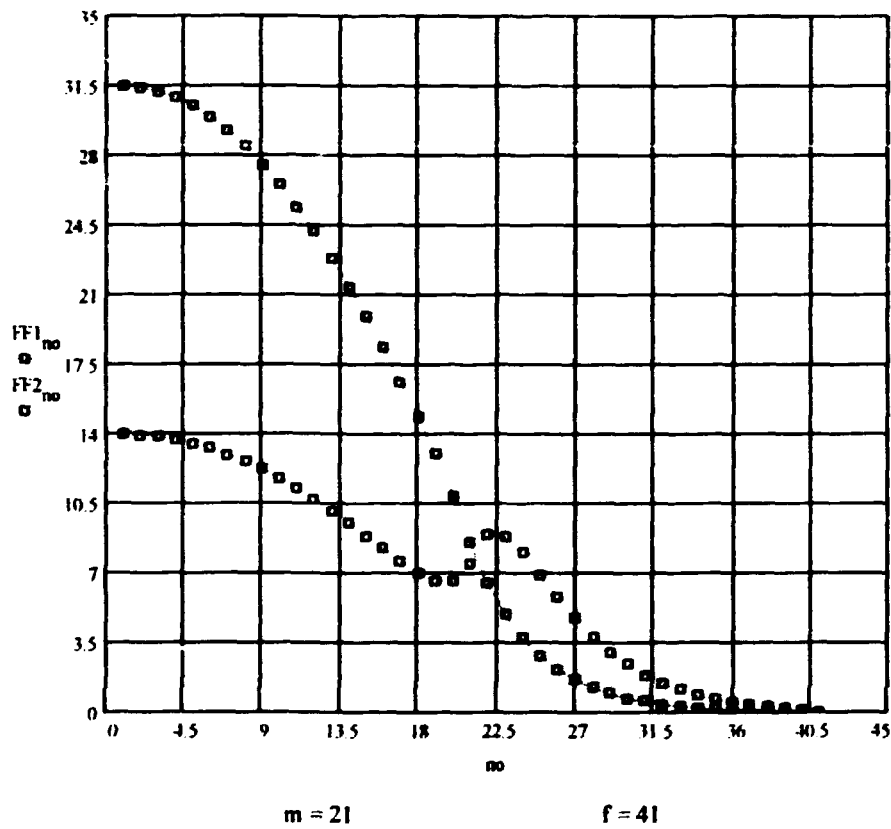
$$R_{1,k} = \begin{array}{|c|} \hline F1_{1,k} \\ F2_{1,k} \\ \hline R_{1,k} \\ \hline 2.25355682 \\ 2.25356105 \\ \hline \end{array}$$

$$F2_{1,k} = \begin{array}{|c|} \hline 13.96960157 \\ \hline 13.97019311 \\ \hline \end{array}$$

e os gráficos de F1 e F2 (para t=ITM) ao longo da direção vertical do reator :



Em escala maior, FF1 e FF2, no mesmo gráfico:

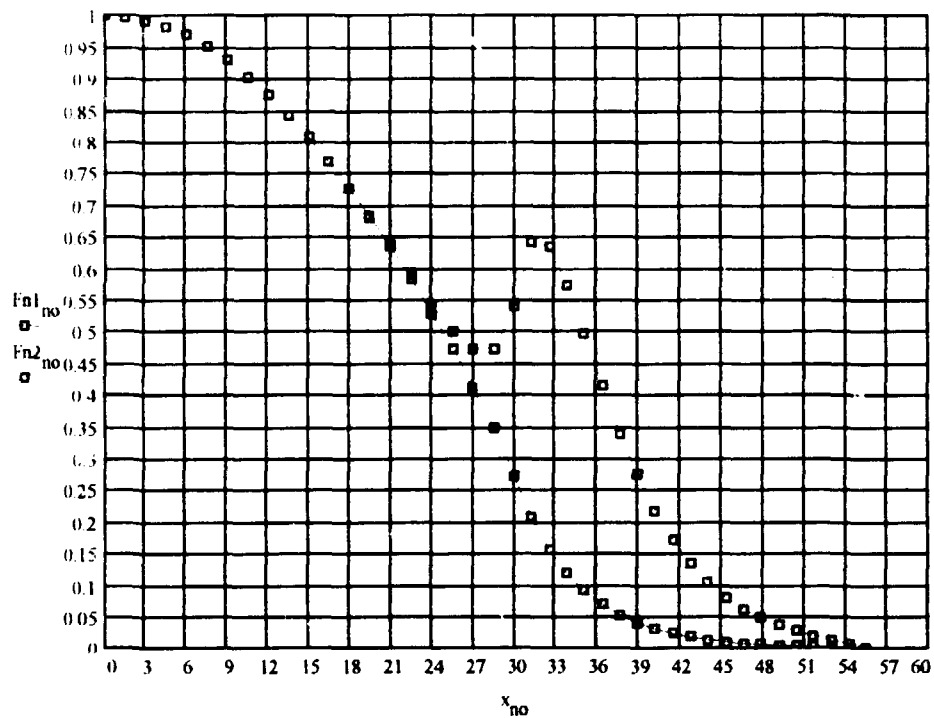


Sejam FF1 e FF2 normalizados (Fn1 e Fn2) e as distâncias (x) em cm ao longo da direção vertical do reator.

5.11

$$Fn1 = \frac{1}{FF1_l} \cdot FF1 \quad Fn2 = \frac{1}{FF2_l} \cdot FF2 \quad z1 = 1...m \quad z2 = m + 1...f$$

$$x_{z1} = z1 \cdot IN - IN \quad x_{z2} = (z2 - m) \cdot IR + (m - 1) \cdot IN \quad \text{nota: } x_{no} = x \text{ do nó, em cm}$$



$$x_m = 30$$

$$x_f = 55.5$$

$z = 1 \dots m$			$zz = m+1 \dots f$		
NÚCLEO			REFLETOR		
x_i	$Fn1_i$	$Fn2_i$	x_{ii}	$Fn1_{ii}$	$Fn2_{ii}$
0	1	1	31.275	0.20616402	0.63946744
1.5	0.99800234	0.99800233	32.55	0.15668	0.63266191
3	0.99201729	0.9920173	33.825	0.11907274	0.57422312
4.5	0.98206868	0.98206883	35.1	0.0904915	0.49588337
6	0.96819606	0.96819675	36.375	0.06876976	0.41473552
7.5	0.95045461	0.95045675	37.65	0.05226095	0.33929653
9	0.92891484	0.92892047	38.925	0.03971366	0.27318965
10.5	0.90366227	0.90367579	40.2	0.03017676	0.21735305
12	0.87479694	0.87482769	41.475	0.02292735	0.17134246
13.5	0.84243269	0.84250045	42.75	0.01741589	0.13408182
15	0.80669601	0.80684262	44.025	0.0132246	0.10428093
16.5	0.76772412	0.76803794	45.3	0.01003577	0.08065526
18	0.7256613	0.72632899	46.575	0.00760768	0.06203035
19.5	0.68065181	0.68206766	47.85	0.00575627	0.04738036
21	0.63282546	0.63582251	49.125	0.0043412	0.03583023
22.5	0.58226793	0.58860612	50.4	0.0032552	0.0266381
24	0.52895864	0.54235637	51.675	0.00241596	0.01916671
25.5	0.47264047	0.50095402	52.95	0.00175985	0.01284746
27	0.41254518	0.47237356	54.225	0.00123715	0.00713683
28.5	0.3468142	0.47322856	55.5	0.00080822	0.00146178
30	0.27127582	0.53837625			


Luiz Aghina

Rio, 29/08/94 // 20/09/94

Bibliografia :

Relatório : LA - 04 - ARGO/94//REV1 , de agosto/setembro/94 : Luiz O. de B. Aghina

Relatório : LA - 05 - ARGO/94//REV1 , de agosto/setembro/94 : Luiz O. de B. Aghina

Relatório : LA - 06 - ARGO/94//REV1 , de agosto/setembro/94 : Luiz O. de B. Aghina

Ver bibliografia adicional indicada no relatório LA - 05 - ARGO/94//REV1

Relatório : LA - 09 - ARGO/94 // REV1

Data : 30/08/94// 20/09/94

**Autor : Luiz O. de B. Aghina (Eng. consultor e colaborador para o IEN)
(Escrito em MATHCAD 4.0 / WIN - File : ARGNUMVR.MCD)**

ESTUDO SOBRE SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA CRITICALIDADE, PARA UMA DIMENSÃO, PELA TEORIA DE 2 GRUPOS DE ENERGIA. FISSÃO RÁPIDA E TÉRMICA TRATADAS INDEPENDENTEMENTE. REATOR CONSTITUÍDO DE NÚCLEO E REFLETOR. PROCESSAMENTO REDUZIDO : APRESENTAÇÃO NUMÉRICA DAS MATRIZES E VETORES.

Trata-se de um problema a uma dimensão, a dois grupos de energia e duas regiões (núcleo/refletor). Características particulares:

- a) todo o reator (núcleo + refletor) é dividido por intervalos (inter nós) de comprimento constante em cada região.
- b) a direção escolhida é a vertical, tendo o núcleo, refletores de água nas suas partes superior e inferior.
- c) o núcleo do reator é representado pela célula normal do ARGONAUTA e as seções de choque e coeficientes de difusão são obtidos do HAMERDAT (HAMMER versão IEN para IBM PC).
- d) condições de contorno:
 - d1: simetria para a distribuição dos fluxos (tér. e ráp.) no centro do núcleo
 - d2: no limite físico do refletor, a relação dos fluxos térmico e rápido com as respectivas correntes é igual a 2.13
 - d3: normalização : a integral da fonte de nêutrons rápidos ao longo da direção vertical do reator por unidade de comprimento, é unitária.

I) Dados para as entradas:

nota: qualquer problema novo pode ser resolvido apagando-se o dado existente e entrando em seguida com novo dado. O MATHCAD se encarrega de automaticamente de refazer todos os cálculos.

I-a) Seções de choque macroscópicas(cm-1) e coeficientes de difusão(cm) :

Convenção :

SA_{gk} = seção de choque macroscópica de absorção do grupo g e região k

SR_{gk} = seção de choque macroscópica de remoção por espalhamento do grupo g e região k

NSF_g = (ν) vezes a seção de choque macroscópica de fissão do grupo g

D_{gk} = coeficiente de difusão do grupo g e região k

g = grupo de neutrons : g=1 grupo rápido ; g=2 grupo térmico

k = região do reator : k=N núcleo ; k=R refletor

SA1N 00276933
 SA2N 0572090
 SRN 02642667
 NSF1 00230728
 NSF2 0930923
 DIN 1.3218287
 D2N 255942

SA1R 00048901
 SA2R 0185544
 SRR 0492064
 D1R 1.266355
 D2R 154671

I-b) Propriedades geométricas:

Z= comprimento da 1/2 do núcleo (cm)

T= comprimento do refletor (cm)

nN= número de intervalos no 1/2 núcleo

nR= número de intervalos no refletor

IR= comp. do intervalo no núcleo (cm)

IR= comp. do intervalo no refletor (cm)

c=nó do centro do núcleo

m= nó da interface núcleo/refletor

f= nó da interface refletor/vácuo

"Buckling" geométrico transversal (BT2):

C= comprimento equivalente do reator(distancia física + 2 vezes a economia de refletor ou a distancia extrapolada) (cm)

L= largura equivalente do reator (cm).

$$BT2 = (\pi/C)^2 + (\pi/L)^2 \text{ cm}^{-2}$$

I-b1) Dados de entrada:

nota: nN deve ser par

Z = 30

T = 25.5

nN = 4

nR = 4

C = 90

L = 40

I-b2) Dados calculados:

$$IN = \frac{Z}{nN}$$

$$IR = \frac{T}{nR}$$

$$BT2 = \left(\frac{\pi}{C}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2$$

IN = 7.5

IR = 6.375

BT2 = 0.00739

c = 1

m = nN + 1

f = m + nR

m = 5 f = 9

II) Parametros Calculados:**II-a) : Geral**

$$S_{AN} = S_{A1N} \cdot S_{RN} \qquad S_{AR} = S_{A1R} \cdot S_{RR} \qquad S_{AN} = 0.0292$$

$$S_{AR} = 0.0497$$

$$S_{1N} = D_{1N} \cdot B_{T2} \cdot S_{AN} \quad (\text{absorção total do grupo rápido no núcleo}) \qquad S_{1N} = 0.03896$$

$$S_{2N} = D_{2N} \cdot B_{T2} \cdot S_{A2N} \quad (\text{absorção total do grupo térmico no núcleo}) \qquad S_{2N} = 0.0591$$

$$S_{1R} = D_{1R} \cdot B_{T2} \cdot S_{AR} \quad (\text{absorção total do grupo rápido no refletor}) \qquad S_{1R} = 0.05905$$

$$S_{2R} = D_{2R} \cdot B_{T2} \cdot S_{A2R} \quad (\text{absorção total do grupo térmico no refletor}) \qquad S_{2R} = 0.0197$$

$$h_h = \frac{1}{3} \cdot \frac{I_N}{Z} \qquad b = NSF1 \qquad c = NSF2 \qquad h_h = 0.08333$$

II-b) : Específico para nós 1 a m-1 (do núcleo) e m+1 a f-2 (do refletor) :

$$a1 = 2 - I_N^2 \cdot \left(\frac{S_{1N}}{D_{1N}} \right) \qquad a11 = 2 - I_R^2 \cdot \left(\frac{S_{1R}}{D_{1R}} \right) \qquad a1 = 3.65794$$

$$a11 = 3.89507$$

$$a2 = 2 - I_N^2 \cdot \left(\frac{S_{2N}}{D_{2N}} \right) \qquad a22 = 2 - I_R^2 \cdot \left(\frac{S_{2R}}{D_{2R}} \right) \qquad a2 = 14.9887$$

$$a22 = 7.17548$$

$$b1 = \frac{I_N^2 \cdot NSF1}{D_{1N}} \qquad b2 = \frac{I_N^2 \cdot NSF2}{D_{1N}} \qquad b1 = 0.09819$$

$$b2 = 3.96151$$

$$b3 = \frac{I_N^2 \cdot S_{RN}}{D_{2N}} \qquad b33 = \frac{I_R^2 \cdot S_{RR}}{D_{2R}} \qquad b3 = 5.80796$$

$$b33 = 12.92924$$

II-c) Específico para o nó=m (interface núcleo/refletor) :

$$a1n = \frac{I_R}{I_N} \cdot \left(\frac{D_{1N}}{D_{1R}} \right) \qquad a1n = 0.88723$$

$$a2n = \frac{I_R}{I_N} \cdot \left(\frac{D_{2N}}{D_{2R}} \right) \qquad a2n = 1.40654$$

$$a1m = 1 - a1n \cdot \frac{IN \cdot IR}{2 \cdot D1R} \cdot S1N - \frac{IR^2}{2 \cdot D1R} \cdot S1R$$

$$a1m = 3.57026$$

$$a2m = 1 - a2n \cdot \frac{IN \cdot IR}{2 \cdot D2R} \cdot S2N - \frac{IR^2}{2 \cdot D2R} \cdot S2R$$

$$a2m = 14.12883$$

$$b1m = \frac{IN \cdot IR}{2 \cdot D1R} \cdot NSF1$$

$$b1m = 0.04356$$

$$b2m = \frac{IN \cdot IR}{2 \cdot D1R} \cdot NSF2$$

$$b2m = 1.7574$$

$$b3m = \frac{IR^2}{2 \cdot D2R} \cdot (SRN + SRR)$$

$$b3m = 9.93649$$

II-d) Específico para o nó f-1 :

$$a1f = 3 - \frac{2}{2.13} \cdot \frac{IR}{D1R}$$

$$a2f = 3 - \frac{2}{2.13} \cdot \frac{IR}{D2R}$$

$$a1f = 7.72689$$

$$a2f = 41.70096$$

$$af1 = \frac{1}{a1f} - 1$$

$$af2 = \frac{1}{a2f} - 1$$

$$af1 = -0.87058$$

$$af2 = 0.97602$$

$$af11 = a11 - \frac{4}{a1f}$$

$$af22 = a22 - \frac{4}{a2f}$$

$$af11 = 3.37739$$

$$af22 = 7.07956$$

ORIGIN = 1 (necessário para iniciar a ordem dos coef. das matrizes e vetores com 1)

- Formação das matrizes A1, A2, B1, B2 e B3 com os coeficientes nulos:

$$i = 1..f-1 \quad j = 1..f-1$$

$$A1_{i,j} = 0 \quad A2_{i,j} = 0 \quad B1_{i,j} = 0 \quad B2_{i,j} = 0 \quad B3_{i,j} = 0$$

- Completando os coeficientes das matrizes A1 e A2 :

$$i = 1..f-2 \quad A1_{i,i+1} = 1 \quad A2_{i,i+1} = 1$$

$$i = 2..f-2 \quad A1_{i,i-1} = 1 \quad A2_{i,i-1} = 1$$

- Acertando os coeficientes das matrizes A1 e A2, fora da diagonal:

$$A1_{1,2} = 2 \quad A2_{1,2} = 2 \quad A1_{m,m-1} = a1n \quad A2_{m,m-1} = a2n$$

$$A1_{f-1,f-2} = af1 \quad A2_{f-1,f-2} = af2$$

- Acertando os coeficientes da diagonal das matrizes A1 e A2:

$$i = 1..m-1$$

$$A1_{i,i} = a1 \quad A2_{i,i} = a2 \quad A1_{m,m} = a1m \quad A2_{m,m} = a2m$$

$$i = m+1..f-2$$

$$A1_{i,i} = a11 \quad A2_{i,i} = a22 \quad A1_{f-1,f-1} = af11 \quad A2_{f-1,f-1} = af22$$

- Completando os coeficientes das matrizes B1, B2 e B3:

$$i = 1..m-1$$

$$B1_{i,i} = b1 \quad B2_{i,i} = b2 \quad B3_{i,i} = b3$$

$$B1_{m,m} = b1m \quad B2_{m,m} = b2m \quad B3_{m,m} = b3m$$

$$i = m+1..f-1$$

$$B3_{i,i} = b33$$

III) Sistema de Equações :

Sejam : $F1$ = vetor representativo do fluxo rápido. $F1_i$ = fluxo rápido no nó i

$F2$ = vetor representativo do fluxo térmico. $F2_i$ = fluxo térmico no nó i

Inicialmente a formação das matrizes e a solução do sistema correspondente, é para obter os fluxos do nó 1 até o nó $f-1$ (autovetores) e o $\lambda = K_{eff}$ (autovalor) do sistema. Finalmente são calculados os fluxos para o nó f , com base nos resultados dos nós $f-1$ e $f-2$.

Seja o sistema de equações, escrito na forma matricial, para a solução numérica:

$$\begin{aligned} A1 \cdot F1 &= (1/\lambda) \cdot (B1 \cdot F1 + B2 \cdot F2) \\ A2 \cdot F2 &= B3 \cdot F1 \end{aligned}$$

A solução para os fluxos é formalizada por:

$$\begin{aligned} F1 &= (1/\lambda) \cdot (H1 \cdot F1 + H2 \cdot F2) \\ F2 &= H3 \cdot F1 \end{aligned} \quad (1)$$

sendo :

$$H1 = A1^{-1} \cdot B1 \quad H2 = A1^{-1} \cdot B2 \quad H3 = A2^{-1} \cdot B3$$

e λ é obtida pela condição de normalização já mencionada, ou seja, a integral da fonte de nêutrons rápidos no núcleo do reator por unidade de comprimento, é unitária. Assim:

$$1 = (1/\lambda) \cdot hh \cdot [b \cdot (F1_1 + F1_m + 4\sum(i=\text{par})F1_i + 2\sum(i=\text{ímpar})F1_i) + c \cdot (F2_1 + F2_m + 4\sum(i=\text{par})F2_i + 2\sum(i=\text{ímpar})F2_i)] \quad (2)$$

IV) Solução (explicação do método iterativo) :

O processo iterativo para a solução do sistema de equações (1), é feito percorrendo-se as equações da direita para a esquerda, e que será mostrada a seguir. Antes a seguinte convenção será estabelecida:

t = ordem da iteração. Vai de $t=1$ até o máximo estabelecido de $t = ITM$

$Fg^{<t>}$ = matriz do fluxo do grupo g de energia, para cada nó e na iteração de ordem t . Cada coluna é o fluxo Fg para a iteração t .

$\lambda_t = \lambda$ na iteração de ordem t

$Fg_{i,t}$ = fluxo do grupo g de energia no nó i e na iteração de ordem t

$t = 1$: condição inicial

Assim, para a ordem t da iteração tem-se :

$$\begin{aligned} F1^{<t>} &= (1/\lambda_{t-1}) \cdot (H1 \cdot F1^{<t-1>} + H2 \cdot F2^{<t-1>}) \\ F2^{<t>} &= H3 \cdot F1^{<t>} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} e \quad \lambda_t &= hh \cdot [b \cdot (F1_{1,t} + F1_{m,t} + 4\sum(i=\text{par})F1_{i,t} + 2\sum(i=\text{ímpar})F1_{i,t}) + \\ &\quad + c \cdot (F2_{1,t} + F2_{m,t} + 4\sum(i=\text{par})F2_{i,t} + 2\sum(i=\text{ímpar})F2_{i,t})] \end{aligned}$$

Para as condições iniciais, ou seja, para a iteração de ordem $t=1$, estipula-se:

$$\lambda_1 = 1 \quad F_{2i,1}(\text{no núcleo}) = 1 \quad i: \text{de } 1 \text{ até } m$$

$F_{1i,1}(\text{no núcleo})$ = uma constante e é determinado pela condição de normalização da fonte de nêutrons rápidos no núcleo.

Como ambos os fluxos são constantes para a condição inicial, pode-se aplicar a integral na formulação analítica assim:

$$1 = (1/1) \cdot (b \cdot (F_{1i,1}) + c \cdot (1))$$

onde :

$$F_{1i,1}(\text{no núcleo}) = (1 - c)/b \quad \text{nota: } i \text{ de } 1 \text{ até } m$$

Os fluxos no refletor para as condições iniciais, são estipulados como nulos:

$$F_{1i,1}(\text{no refletor}) = F_{2i,1}(\text{no refletor}) = 0 \quad \text{nota: } i \text{ de } m+1 \text{ até } f-1$$

O processo iterativo se faz aplicando as equações do sistema (3) a partir das condições iniciais ($t=1$) até a ordem máxima de iteração $t=ITM$. Caso os fluxos e λ não tenham convergidos, então é necessário aumentar o valor de ITM .

Após o termino das iterações, calculam-se os valores dos fluxos para o nó f , assim:

$$F_{1f} = (4 \cdot F_{1f-1} - F_{1f-2}) \cdot (1/a_{1f}) \quad F_{2f} = (4 \cdot F_{2f-1} - F_{2f-2}) \cdot (1/a_{2f})$$

V) Solução : processo iterativo (calculos) :

$ITM = 5$ (ordem máxima estipulada para as iterações)

V-1) Preparação das condições iniciais:

nota : para facilitar vamos chamar $\lambda = K_{ef} = L$

$t = 1 \dots ITM$ $q = 1 \dots m$ $L_t = 1$ (prepara-se um vetor $L=\lambda$, com coef. = 1 e que serão modificados sequencialmente a cada iteração)

$$i = 1 \dots f-1 \quad F_{1i,t} = 0 \quad F_{2i,t} = 0$$

$$F_{2q,t} = 1 \quad F_{1q,t} = \frac{1-c}{b} \quad F_{2i,t} = 1 \quad F_{1i,t} = 393.06356$$

V-2) Preparação das matrizes :

$$H1 = A1^{-1} \cdot B1 \quad H2 = A1^{-1} \cdot B2 \quad H3 = A2^{-1} \cdot B3$$

V-3) Processo iterativo propriamente dito :

Já com as condições iniciais determinadas, inicia-se o processo repetitivo a partir de $t=2$ e continua-se até $t=ITM$ (se houver a convergência dos valores calculados). Assim:

$s = 2,4...m-1$ (nós pares) $w = 3,5...m-2$ (nós ímpares)

$t = 2$

$$F1^{<q>} = \frac{1}{L_{t-1}} \cdot (H1 \cdot F1^{<q-1>} + H2 \cdot F2^{<q-1>})$$

$$F2^{<q>} = H3 \cdot F1^{<q>}$$

$$L_t = hh \cdot \left[b \cdot (F1_{1,t} + F1_{m,t} + 4 \cdot \sum_s F1_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F1_{w,t}) + c \cdot (F2_{1,t} + F2_{m,t} + 4 \cdot \sum_s F2_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F2_{w,t}) \right]$$

NOTA: Copiar as equações entre as linhas tracejadas pelo COPY. A cada novo t , reproduzir as equações pelo PAST.

$t = 3$

$$F1^{<q>} = \left(\frac{1}{L_{t-1}} \right) \cdot (H1 \cdot F1^{<q-1>} + H2 \cdot F2^{<q-1>})$$

$$F2^{<q>} = H3 \cdot F1^{<q>}$$

$$L_t = hh \cdot \left[b \cdot (F1_{1,t} + F1_{m,t} + 4 \cdot \sum_s F1_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F1_{w,t}) + c \cdot (F2_{1,t} + F2_{m,t} + 4 \cdot \sum_s F2_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F2_{w,t}) \right]$$

$t = 4$

$$F1^{<q>} = \left(\frac{1}{L_{t-1}} \right) \cdot (H1 \cdot F1^{<q-1>} + H2 \cdot F2^{<q-1>})$$

$$F2^{<q>} = H3 \cdot F1^{<q>}$$

$$L_t = hh \cdot \left[b \cdot (F1_{1,t} + F1_{m,t} + 4 \cdot \sum_s F1_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F1_{w,t}) + c \cdot (F2_{1,t} + F2_{m,t} + 4 \cdot \sum_s F2_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F2_{w,t}) \right]$$

$t = \text{ITM}$

$$F1^{(t)} = \frac{1}{L_{t-1}} \cdot H1 \cdot F1^{(t-1)} + H2 \cdot F2^{(t-1)}$$

$$F2^{(t)} = H3 \cdot F1^{(t)}$$

$$L_t = hh + b \cdot F1_{l,t} + F1_{m,t} + 4 \cdot \sum_s F1_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F1_{w,t} + c \cdot F2_{l,t} + F2_{m,t} + 4 \cdot \sum_s F2_{s,t} + 2 \cdot \sum_w F2_{w,t}$$

e para os fluxos do nó f , tem-se :

$$F1_{f,\text{ITM}} = 4 \cdot F1_{f-1,\text{ITM}} + F1_{f-2,\text{ITM}} \cdot \frac{1}{a1f}$$

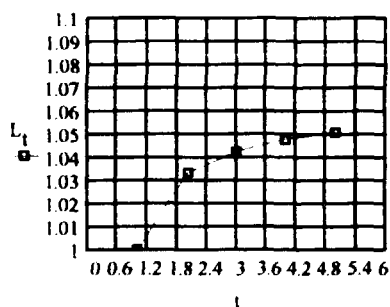
$$F2_{f,\text{ITM}} = 4 \cdot F2_{f-1,\text{ITM}} + F2_{f-2,\text{ITM}} \cdot \frac{1}{a2f}$$

Sejam os valores de L ($= \lambda = \text{Kef}$) das duas ultimas iterações e o gráfico ao longo delas :

$t = 1 \dots \text{ITM}$

$$L_{\text{ITM}-1} = 1.04789$$

$$L_{\text{ITM}} = 1.05115$$



Sejam as duas últimas iterações de $F1$ e $F2$ no centro do núcleo e suas relações :

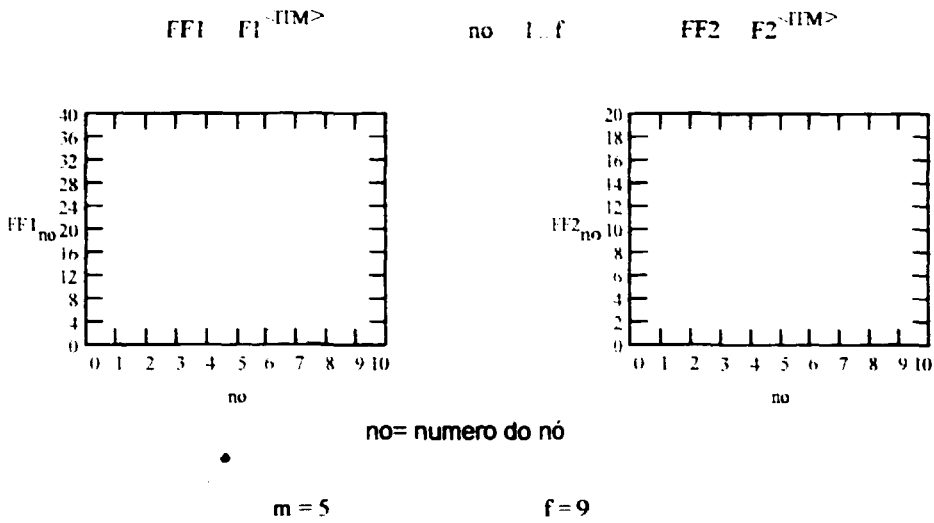
$k = \text{ITM} - 1 \dots \text{ITM}$

$F1_{l,k}$
28.40428
29.26986

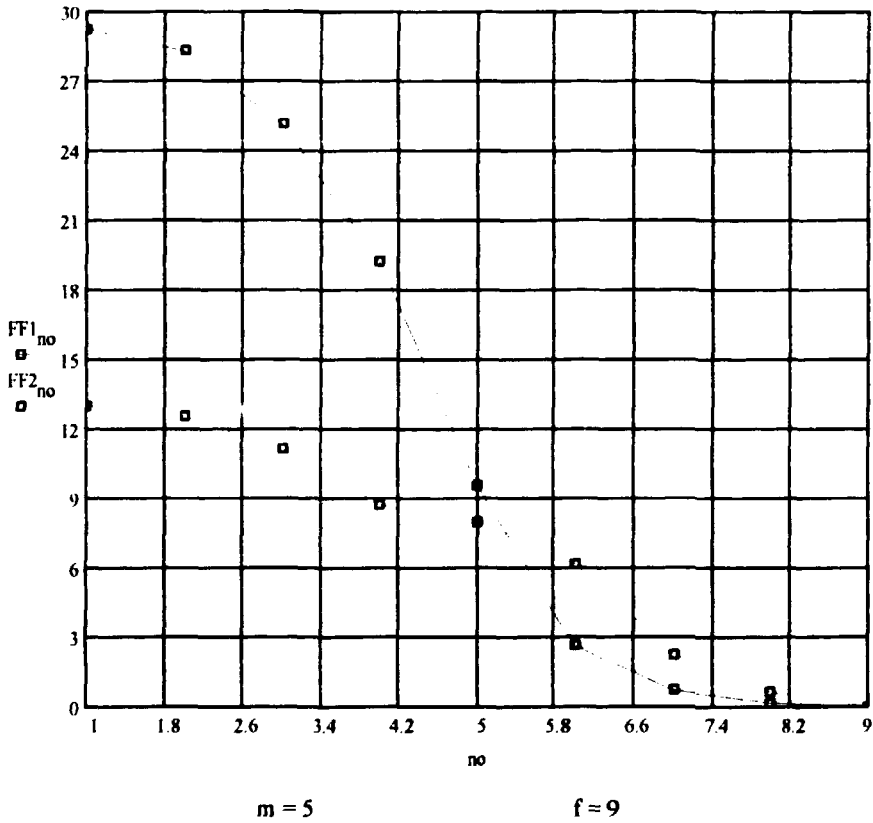
$$R_{l,k} = \frac{F1_{l,k}}{F2_{l,k}}$$

$R_{l,k}$
2.24576
2.24807

$F2_{l,k}$
12.64795
13.01999



Em escala maior, FF1 e FF2, no mesmo gráfico:

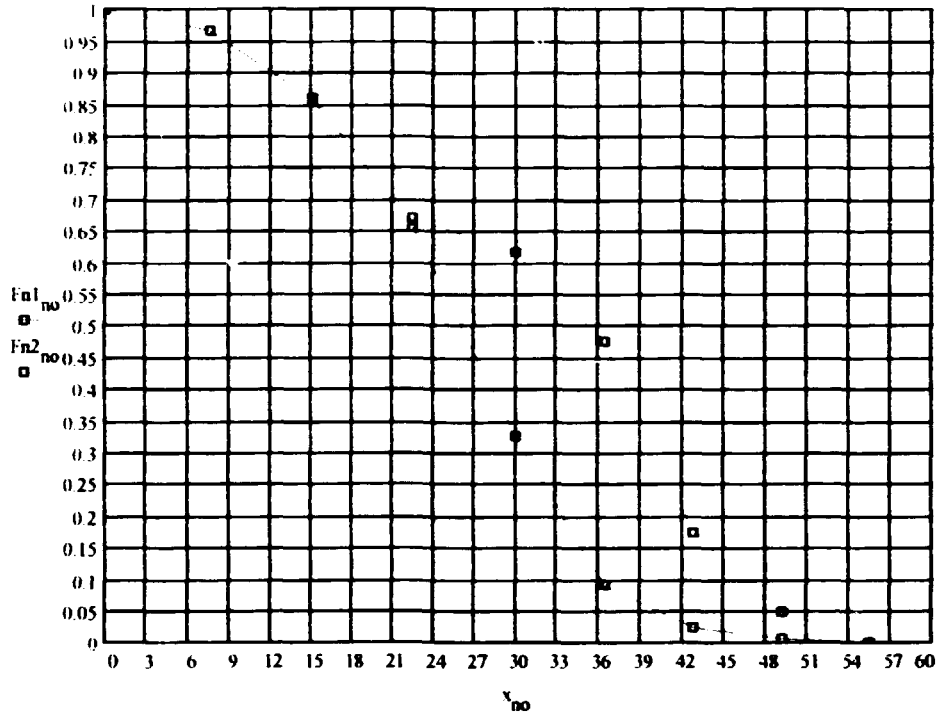


Sejam FF1 e FF2 normalizados (Fn1 e Fn2) e as distâncias (x) em cm ao longo da direção vertical do reator:

6.11

$$Fn1 = \frac{1}{FF1} \cdot FF1 \quad Fn2 = \frac{1}{FF2} \cdot FF2 \quad z1 = 1 \dots m \quad z2 = m + 1 \dots f$$

$$x_{z1} = z1 \cdot IN \quad IN \quad x_{z2} = (z2 - m) \cdot IR + (m + 1) \cdot IN \quad \text{nota: } x_{no} = x \text{ do nó, em cm}$$



$$x_m = 30$$

$$x_f = 55.5$$

Sejam os fluxos normalizados, separados para o núcleo e refletor. Assim z do nó 1 até m e zz do nó $m+1$ até f .

6.12

$z \quad 1 \quad m$			$zz \quad m+1 \quad f$		
NÚCLEO			REFLETOR		
x_i	$Fn1_i$	$Fn2_i$	x_{ii}	$Fn1_{ii}$	$Fn2_{ii}$
0	1	1	36.375	0.09018	0.47541
7.5	0.96671	0.966	42.75	0.02479	0.17368
15	0.85862	0.85711	49.125	0.00639	0.05018
22.5	0.65651	0.6702	55.5	0.0001	0.00065
30	0.32646	0.61651			


Luiz Aghina

Rio, 29/08/94 // 20/09/94

Bibliografia :

Relatório : LA - 04 - ARGO/94//REV1 , de agosto/setembro/94 : Luiz O. de B. Aghina
Relatório : LA - 05 - ARGO/94//REV1 , de agosto/setembro/94 : Luiz O. de B. Aghina
Relatório : LA - 06 - ARGO/94//REV1 , de agosto/setembro/94 : Luiz O. de B. Aghina

Ver bibliografia adicional indicada no relatório LA - 05 - ARGO/94//REV1

$$A1 = \begin{bmatrix} 3.65794 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3.65794 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3.65794 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3.65794 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.88723 & 3.57026 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3.89507 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3.89507 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.87058 & 3.37739 \end{bmatrix}$$

$$A2 = \begin{bmatrix} 14.9887 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 14.9887 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 14.9887 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 14.9887 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.40654 & 14.12883 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7.17548 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7.17548 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.97602 & 7.07956 \end{bmatrix}$$

$$B1 = \begin{bmatrix} 0.09819 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.09819 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.09819 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.09819 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.04356 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B2 = \begin{bmatrix} 3.96151 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3.96151 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3.96151 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.96151 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.7574 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B3 = \begin{bmatrix} 5.80796 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5.80796 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5.80796 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5.80796 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9.93649 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12.92924 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12.92924 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12.92924 \end{bmatrix}$$

$$A1^{-1} = \begin{bmatrix} 0.3265 & 0.19431 & 0.05778 & 0.01705 & 0.00518 & 0.00143 & 0.00039 & 0.00012 \\ 0.09716 & 0.35539 & 0.10568 & 0.03119 & 0.00947 & 0.00262 & 0.00072 & 0.00021 \\ 0.02889 & 0.10568 & 0.32879 & 0.09703 & 0.02946 & 0.00814 & 0.00224 & 0.00066 \\ 0.00853 & 0.03119 & 0.09703 & 0.32374 & 0.09828 & 0.02715 & 0.00746 & 0.00221 \\ 0.0023 & 0.0084 & 0.02613 & 0.0872 & 0.33005 & 0.09117 & 0.02507 & 0.00742 \\ 0.00063 & 0.00232 & 0.00722 & 0.02409 & 0.09117 & 0.30142 & 0.08287 & 0.02454 \\ 0.00017 & 0.00064 & 0.00198 & 0.00662 & 0.02507 & 0.08287 & 0.29771 & 0.08815 \\ 0.00004 & 0.00016 & 0.00051 & 0.00171 & 0.00646 & 0.02136 & 0.07674 & 0.31881 \end{bmatrix}$$

$$A2^{-1} = \begin{bmatrix} 0.06732 & 0.00902 & 0.0006 & 0.00004 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.00451 & 0.06762 & 0.00453 & 0.0003 & 0.00002 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0003 & 0.00453 & 0.06732 & 0.00452 & 0.00032 & 0.00005 & 0.00001 & 0 \\ 0.00002 & 0.0003 & 0.00452 & 0.06747 & 0.00482 & 0.00069 & 0.0001 & 0.00001 \\ 0 & 0.00003 & 0.00045 & 0.00679 & 0.07198 & 0.01023 & 0.00145 & 0.00021 \\ 0 & 0 & 0.00006 & 0.00096 & 0.01023 & 0.14363 & 0.02041 & 0.00288 \\ 0 & 0 & 0.00001 & 0.00014 & 0.00145 & 0.02041 & 0.14499 & 0.02048 \\ 0 & 0 & 0 & 0.00002 & 0.0002 & 0.00281 & 0.01999 & 0.14408 \end{bmatrix}$$

$$A1^{-1} \cdot A1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A2^{-1} \cdot A2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H1 = \begin{bmatrix} 0.03206 & 0.01908 & 0.00567 & 0.00167 & 0.00023 & 0 & 0 & 0 \\ 0.00954 & 0.03489 & 0.01038 & 0.00306 & 0.00041 & 0 & 0 & 0 \\ 0.00284 & 0.01038 & 0.03228 & 0.00953 & 0.00128 & 0 & 0 & 0 \\ 0.00084 & 0.00306 & 0.00953 & 0.03179 & 0.00428 & 0 & 0 & 0 \\ 0.00023 & 0.00082 & 0.00257 & 0.00856 & 0.01438 & 0 & 0 & 0 \\ 0.00006 & 0.00023 & 0.00071 & 0.00237 & 0.00397 & 0 & 0 & 0 \\ 0.00002 & 0.00006 & 0.00019 & 0.00065 & 0.00109 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00002 & 0.00005 & 0.00017 & 0.00028 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H2 = \begin{bmatrix} 1.29343 & 0.76976 & 0.2289 & 0.06755 & 0.0091 & 0 & 0 & 0 \\ 0.38488 & 1.40788 & 0.41866 & 0.12355 & 0.01664 & 0 & 0 & 0 \\ 0.11445 & 0.41866 & 1.30252 & 0.38438 & 0.05177 & 0 & 0 & 0 \\ 0.03378 & 0.12355 & 0.38438 & 1.28251 & 0.17272 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0091 & 0.03328 & 0.16353 & 0.34544 & 0.58003 & 0 & 0 & 0 \\ 0.00251 & 0.00919 & 0.0286 & 0.09542 & 0.16022 & 0 & 0 & 0 \\ 0.00069 & 0.00253 & 0.00786 & 0.02623 & 0.04405 & 0 & 0 & 0 \\ 0.00018 & 0.00065 & 0.00203 & 0.00676 & 0.01135 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H3 = \begin{bmatrix} 0.39099 & 0.0524 & 0.00351 & 0.00024 & 0.00003 & 0.00001 & 0 & 0 \\ 0.0262 & 0.39274 & 0.02632 & 0.00177 & 0.00022 & 0.00004 & 0.00001 & 0 \\ 0.00176 & 0.02632 & 0.391 & 0.02626 & 0.00321 & 0.00059 & 0.00008 & 0.00001 \\ 0.00012 & 0.00177 & 0.02626 & 0.39187 & 0.04793 & 0.00887 & 0.00126 & 0.00018 \\ 0.00001 & 0.00018 & 0.00264 & 0.03941 & 0.71525 & 0.13232 & 0.0188 & 0.00266 \\ 0 & 0.00003 & 0.00038 & 0.0056 & 0.10169 & 1.85708 & 0.26388 & 0.03727 \\ 0 & 0 & 0.00005 & 0.0008 & 0.01445 & 0.26388 & 1.87466 & 0.2648 \\ 0 & 0 & 0.00001 & 0.00011 & 0.00199 & 0.03638 & 0.25845 & 1.86278 \end{bmatrix}$$

	393.06356	25.44508	27.1689	28.40428	29.26986	
	393.06356	25.261	26.69901	27.65616	28.29545	
	393.06356	24.40355	24.88415	25.06382	25.13182	1
	393.06356	21.45112	20.39578	19.69036	19.2159	1.03329
F1 =	393.06356	11.50876	10.58916	9.96706	9.55546	L = 1.0426
0		3.1791	2.92507	2.75323	2.63953	1.04789
0		0.87403	0.80419	0.75694	0.72568	1.05115
0		0.2253	0.20729	0.19512	0.18706	
0		0	0	0	0.00292	

	1	11.36357	12.11433	12.64795	13.01999
	1	11.27062	11.89113	12.30275	12.57736
	1	10.85357	11.05154	11.12852	11.1596
	1	9.6756	9.23098	8.9297	8.72602
F2 =	1	9.58389	8.85112	8.35537	8.02693
	0	7.44327	6.85321	6.45404	6.18988
	0	2.72184	2.50501	2.35834	2.26128
	0	0.7867	0.72393	0.68147	0.65337
	0	0	0	0	0.00845

Relatório : LA - 10 - ARGO/94/REV1

Data : 18/09/94/29/09/94

**Autor : Luiz O. de B. Aghina (Eng. consultor e colaborador para o IEN)
(Escrito em MATHCAD 4.0 / WIN - File : ARGNUMVA.MCD)**

ESTUDO SOBRE SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA CRITICALIDADE, PARA UMA DIMENSÃO, PELA TEORIA DE 2 GRUPOS DE ENERGIA. FISSÃO RÁPIDA E TÉRMICA TRATADAS INDEPENDENTEMENTE. REATOR CONSTITUÍDO DE NÚCLEO E REFLETOR. PROCESSO ITERATIVO AUTOMÁTICO.

Trata-se de um problema a uma dimensão, a dois grupos de energia e duas regiões (núcleo/refletor). Características particulares:

- a) todo o reator (núcleo + refletor) é dividido por intervalos (inter nós) de comprimento constante em cada região.
- b) a direção escolhida é a vertical, tendo o núcleo, refletores de água nas suas partes superior e inferior.
- c) o núcleo do reator é representado pela célula normal do ARGONAUTA e as seções de choque e coeficientes de difusão são obtidos do HAMERDAT (HAMMER versão IEN para IBM PC).
- d) condições de contorno:
 - d1: simetria para a distribuição dos fluxos (térm. e ráp.) no centro do núcleo
 - d2: no limite físico do refletor, a relação dos fluxos térmico e rápido com as respectivas correntes é igual a 2.13
 - d3: normalização : a integral da fonte de nêutrons rápidos ao longo da direção vertical do reator por unidade de comprimento, é unitária.

I) Dados para as Entradas:

nota: qualquer problema novo pode ser resolvido apagando-se o dado existente e entrando em seguida com novo dado. O MATHCAD se encarrega de automaticamente de refazer todos os cálculos.

I-a) Seções de choque macroscópicas(cm-1) e coeficientes de difusão(cm) :

Convenção :

SAgk = seção de choque macroscópica de absorção do grupo g e região k

SRgk = seção de choque macroscópica de remoção por espalhamento do grupo g e região k

NSFg = (ν) vezes a seção de choque macroscópica de fissão do grupo g

Dgk = coeficiente de difusão do grupo g e região k

g = grupo de nêutrons : g=1 grupo rápido ; g=2 grupo térmico

k = região do reator : k=N núcleo ; k=R refletor

SA1N 00276933
 SA2N 0572090
 SRN 02642667
 NSF1 00230728
 NSF2 0930923
 DIN 13218287
 D2N 255942

SA1R 00048901
 SA2R 0185544
 SRR 0492064
 DIR 1.266355
 D2R 154671

I-b) Propriedades geométricas:

Z= comprimento da 1/2 do núcleo (cm)

T= comprimento do refletor (cm)

nN= número de intervalos no 1/2 núcleo

nR= número de intervalos no refletor

IR= comp. do intervalo no núcleo (cm)

IR= comp. do intervalo no refletor (cm)

c= nó do centro do núcleo

m= nó da interface núcleo/refletor

f= nó da interface refletor/vácuo

"Buckling" geométrico transversal (BT2):

C= comprimento equivalente do reator(distancia física + 2 vezes a economia de refletor ou a distancia extrapolada) (cm)

L= largura equivalente do reator (cm).

$$BT2 = (\pi/C)^2 + (\pi/L)^2 \text{ cm}^{-2}$$

I-b1) Dados de entrada:

nota: nN deve ser par

Z = 30

T = 25.5

nN = 20

nR = 20

C = 90

L = 40

I-b2) Dados calculados:

$$IN = \frac{Z}{nN}$$

$$IR = \frac{T}{nR}$$

$$BT2 = \left(\frac{\pi}{C}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2$$

$$IN = 1.5$$

$$IR = 1.275$$

$$BT2 = 0.00738697$$

$$c = 1 \quad m = nN + 1 \quad f = m + nR$$

$$m = 21 \quad f = 41$$

II) Parâmetros Calculados:**II-a) : Geral**

$$S_{AN} = S_{A1N} \cdot S_{RN}$$

$$S_{AR} = S_{A1R} \cdot S_{RR}$$

$$S_{AN} = 0.029196$$

$$S_{AR} = 0.04969541$$

$$S_{1N} = D_{1N} \cdot B_{T2} \cdot S_{AN} \quad (\text{absorção total do grupo rápido no núcleo}) \quad S_{1N} = 0.03896031$$

$$S_{2N} = D_{2N} \cdot B_{T2} \cdot S_{A2N} \quad (\text{absorção total do grupo térmico no núcleo}) \quad S_{2N} = 0.05909964$$

$$S_{1R} = D_{1R} \cdot B_{T2} \cdot S_{AR} \quad (\text{absorção total do grupo rápido no refletor}) \quad S_{1R} = 0.05904994$$

$$S_{2R} = D_{2R} \cdot B_{T2} \cdot S_{A2R} \quad (\text{absorção total do grupo térmico no refletor}) \quad S_{2R} = 0.01969695$$

$$hh = \frac{1}{3} \cdot \frac{IN}{Z} \quad b = NSF1 \quad c = NSF2 \quad hh = 0.01666667$$

II-b) : Específico para nós 1 a m-1 (do núcleo) e m+1 a f -2 (do refletor) :

$$\begin{aligned} a_1 &= 2 + IN^2 \cdot \frac{S_{1N}}{D_{1N}} & a_{11} &= 2 + IR^2 \cdot \frac{S_{1R}}{D_{1R}} & a_1 &= 2.06631775 \\ a_2 &= 2 + IN^2 \cdot \frac{S_{2N}}{D_{2N}} & a_{22} &= 2 + IR^2 \cdot \frac{S_{2R}}{D_{2R}} & a_{11} &= 2.07580264 \\ b_1 &= \frac{IN^2 \cdot NSF1}{D_{1N}} & b_2 &= \frac{IN^2 \cdot NSF2}{D_{1N}} & a_2 &= 2.51954811 \\ b_3 &= \frac{IN^2 \cdot S_{RN}}{D_{2N}} & b_{33} &= \frac{IR^2 \cdot S_{RR}}{D_{2R}} & a_{22} &= 2.20701912 \\ & & & & b_1 &= 0.00392742 \\ & & & & b_2 &= 0.15846053 \\ & & & & b_3 &= 0.23231829 \\ & & & & b_{33} &= 0.5171697 \end{aligned}$$

II-c) Específico para o nó=m (Interface núcleo/refletor) :

$$\begin{aligned} a_{1n} &= \left(\frac{IR}{IN} \cdot \frac{D_{1N}}{D_{1R}} \right) & a_{1n} &= 0.88723493 \\ a_{2n} &= \left(\frac{IR}{IN} \cdot \frac{D_{2N}}{D_{2R}} \right) & a_{2n} &= 1.40653839 \end{aligned}$$

$$a1m = 1 - a1n \cdot \frac{IN \cdot IR}{2 \cdot D1R} \cdot S1N - \frac{IR^2}{2 \cdot D1R} \cdot S1R$$

$$a1m = 1.95455597$$

$$a2m = 1 - a2n \cdot \frac{IN \cdot IR}{2 \cdot D2R} \cdot S2N - \frac{IR^2}{2 \cdot D2R} \cdot S2R$$

$$a2m = 2.87543014$$

$$b1m = \frac{IN \cdot IR}{2 \cdot D1R} \cdot NSF1$$

$$b1m = 0.00174227$$

$$b2m = \frac{IN \cdot IR}{2 \cdot D1R} \cdot NSF2$$

$$b2m = 0.07029586$$

$$b3m = \frac{IR^2}{2 \cdot D2R} \cdot (SRN + SRR)$$

$$b3m = 0.3974598$$

II-d) Especifico para o nó f-1 :

$$a1f = 3 + \frac{2}{2.13} \cdot \frac{IR}{D1R}$$

$$a2f = 3 + \frac{2}{2.13} \cdot \frac{IR}{D2R}$$

$$a1f = 3.94537716$$

$$a2f = 10.74019111$$

$$af1 = \frac{1}{a1f} - 1$$

$$af2 = \frac{1}{a2f} - 1$$

$$af1 = -0.74653881$$

$$af2 = -0.90689179$$

$$af11 = a11 \cdot \frac{4}{a1f}$$

$$af22 = a22 \cdot \frac{4}{a2f}$$

$$af11 = 1.06195788$$

$$af22 = 1.83458627$$

ORIGIN = 1 (necessário para iniciar a ordem dos coef. das matrizes e vetores com 1)

- Formação das matrizes A1, A2, B1, B2 e B3 com os coeficientes nulos:

$$i = 1..f - 1 \quad j = 1..f - 1$$

$$A1_{i,j} = 0 \quad A2_{i,j} = 0 \quad B1_{i,j} = 0 \quad B2_{i,j} = 0 \quad B3_{i,j} = 0$$

- Completando os coeficientes das matrizes A1 e A2:

$$i = 1..f - 2 \quad A1_{i,i+1} = 1 \quad A2_{i,i+1} = 1$$

$$i = 2..f - 2 \quad A1_{i,i-1} = 1 \quad A2_{i,i-1} = 1$$

- Acertando os coeficientes das matrizes A1 e A2, fora da diagonal:

$$A1_{1,2} = 2 \quad A2_{1,2} = 2 \quad A1_{m,m-1} = a1n \quad A2_{m,m-1} = a2n$$

$$A1_{f-1,f-2} = af1 \quad A2_{f-1,f-2} = af2$$

- Acertando os coeficientes da diagonal das matrizes A1 e A2:

$$i = 1..m - 1$$

$$A1_{i,i} = a1 \quad A2_{i,i} = a2 \quad A1_{m,m} = a1m \quad A2_{m,m} = a2m$$

$$i = m + 1..f - 2$$

$$A1_{i,i} = a11 \quad A2_{i,i} = a22 \quad A1_{f-1,f-1} = af11 \quad A2_{f-1,f-1} = af22$$

- Completando os coeficientes das matrizes B1, B2 e B3:

$$i = 1..m - 1$$

$$B1_{i,i} = b1 \quad B2_{i,i} = b2 \quad B3_{i,i} = b3$$

$$B1_{m,m} = b1m \quad B2_{m,m} = b2m \quad B3_{m,m} = b3m$$

$$i = m + 1..f - 1$$

$$B3_{i,i} = b33$$

IV) Sistema de Equações :

Sejam : $F1$ = vetor representativo do fluxo rápido. $F1_i$ = fluxo rápido no nó i

$F2$ = vetor representativo do fluxo térmico. $F2_i$ = fluxo térmico no nó i

Inicialmente a formação das matrizes e a solução do sistema correspondente, é para obter os fluxos do nó 1 até o nó $f-1$ (autovetores) e o $\lambda = K_{ef}$ (autovalor) do sistema. Finalmente são calculados os fluxos para o nó f , baseando-se nos resultados para os nós $f-1$ e $f-2$.

Seja o sistema de equações, escrito na forma matricial, para a solução numérica:

$$A1 \cdot F1 = (1/\lambda) \cdot (B1 \cdot F1 + B2 \cdot F2)$$

$$A2 \cdot F2 = B3 \cdot F1$$

A solução para os fluxos é formalizada por:

$$\begin{aligned} F1 &= (1/\lambda) \cdot (H1 \cdot F1 + H2 \cdot F2) \\ F2 &= H3 \cdot F1 \quad \text{ou} \quad F2 = (1/\lambda) \cdot (H4 \cdot F1 + H5 \cdot F2) \end{aligned} \quad (1)$$

sendo :

$$H1 = A1^{-1} \cdot B1 ; \quad H2 = A1^{-1} \cdot B2 ; \quad H3 = A2^{-1} \cdot B3 ; \quad H4 = H3 \cdot H1 ; \quad H5 = H3 \cdot H2$$

e λ é obtida pela condição de normalização já mencionada, ou seja, a integral da fonte de nêutros rápidos no núcleo do reator por unidade de comprimento, é unitária. Assim:

$$\begin{aligned} 1 &= (1/\lambda) \cdot hh \cdot [b \cdot (F1_1 + F1_m + 4\sum(i=\text{par})F1_i + 2\sum(i=\text{ímpar})F1_i) + c \cdot (F2_1 + F2_m + \\ &\quad + 4\sum(i=\text{par})F2_i + 2\sum(i=\text{ímpar})F2_i)] \end{aligned} \quad (2)$$

V) Solução (explicação do método iterativo) :

O processo iterativo para a solução do sistema de equações (1), é feito percorrendo-se as equações da direita para a esquerda, e que será mostrada a seguir. Antes a seguinte convenção será estabelecida:

t = ordem da iteração. Vai de $t=1$ até o máximo estabelecido de $t = ITM$

$Fg^{<t>}$ = matriz do fluxo do grupo g de energia, para cada nó e na iteração de ordem t . Cada coluna é o fluxo Fg para a iteração t .

$\lambda_t = \lambda$ na iteração de ordem t

$Fg_{i,t}$ = fluxo do grupo g de energia no nó i e na iteração de ordem t

$t = 1$: condição inicial

Assim, para a ordem $t+1$ da iteração, tem-se :

$$\begin{aligned} F1^{<t+1>} &= (1/\lambda_t) \cdot (H1 \cdot F1^{<t>} + H2 \cdot F2^{<t>}) \\ F2^{<t+1>} &= (1/\lambda_t) \cdot (H4 \cdot F1^{<t>} + H5 \cdot F2^{<t>}) \\ \lambda_{t+1} &= hh \cdot [b \cdot (F1_{1,t+1} + F1_{m,t+1} + 4\sum(i=\text{par})F1_{i,t+1} + 2\sum(i=\text{ímpar})F1_{i,t+1}) + \\ &\quad + c \cdot (F2_{1,t+1} + F2_{m,t+1} + 4\sum(i=\text{par})F2_{i,t+1} + 2\sum(i=\text{ímpar})F2_{i,t+1})] \end{aligned} \quad (3)$$

Para as condições iniciais, ou seja, para a iteração de ordem $t=1$, estipula-se:

$$\lambda_1=1 \quad F_{2,i,1}(\text{no núcleo}) = 1 \quad i: \text{ de } 1 \text{ até } m$$

$F_{1,i,1}(\text{no núcleo})$ = uma constante e é determinado pela condição de normalização da fonte de nêutrons rápidos no núcleo.

Como ambos os fluxos são constantes para a condição inicial, pode-se aplicar a integral na formulação analítica, assim:

$$1 = (1/\lambda) \cdot (b \cdot (F_{1,i,1}) + c \cdot (1))$$

donde :

$$F_{1,i,1}(\text{no núcleo}) = (1 - c)/b \quad \text{nota: } i \text{ de } 1 \text{ até } m$$

Os fluxos no refletor para as condições iniciais, são estipulados como nulos:

$$F_{1,i,1}(\text{no refletor}) = F_{2,i,1}(\text{no refletor}) = 0 \quad \text{nota : } i \text{ de } m+1 \text{ até } f-1$$

O processo iterativo se faz aplicando as equações do sistema (3) a partir das condições iniciais ($t=1$) até a ordem máxima de iteração $t=ITM$. Caso os fluxos e λ não tenham convergidos, então será necessário aumentar o valor de ITM.

Após o término das iterações, calculam-se os valores dos fluxos para o nó f , assim:

$$F_{1f} = (4 \cdot F_{1f-1} - F_{1f-2}) \cdot (1/a_{1f}) \quad F_{2f} = (4 \cdot F_{2f-1} - F_{2f-2}) \cdot (1/a_{2f})$$

VI) Solução : processo iterativo (cálculos) :

ITM = 20 (ordem máxima estipulada para as iterações)

VI-1) Preparação das condições iniciais:

nota : para facilitar chama-se : $\lambda = K_{eff} = L$

$t = 1 \dots ITM$ $q = 1 \dots m$ $L_1 = 1$ (prepara-se um vetor $L=\lambda$, com coeficientes = 1 e que serão modificados sequencialmente a cada iteração)

$$i = 1 \dots f-1 \quad F_{1,i,t} = 0 \quad F_{2,i,t} = 0$$

$$F_{2,q,t} = 1 \quad F_{1,q,t} = \frac{1-c}{b} \quad F_{2,1,1} = 1 \quad F_{1,1,1} = 393.06356402$$

VI-2) Preparação das matrizes :

$$H1 = A1 \cdot B1 \quad H2 = A1 \cdot B2 \quad H3 = A2 \cdot B3 \quad H4 = H3 \cdot H1 \quad H5 = H3 \cdot H2$$

Já com as condições iniciais determinadas ($t=1$), inicia-se o processo repetitivo a partir de $t=1$ até $t=ITM-1$, calculando-se as variáveis de $t+1$ até ITM (se houver convergência). Para simplificar a escrita, faz-se $L_t = I(F1, F2, t)$, empregando-se a função $I(X1, X2, z)$ que contém a formulação da integral numérica de Simpson, assim:

$s = 2, 4 \dots m-1$ (nós pares)

$w = 3, 5 \dots m-2$ (nós ímpares)

$$I(X1, X2, z) = hh \cdot b \cdot X1_{1,z} \cdot X1_{m,z} + 4 \cdot \sum_s X1_{s,z} + 2 \cdot \sum_w X1_{w,z} + c \cdot X2_{1,z} \cdot X2_{m,z} + 4 \cdot \sum_s X2_{s,z} + 2 \cdot \sum_w X2_{w,z}$$

O processo iterativo se faz de forma automática, usando-se a equação matricial (vetores) (4):

$t = 1 \dots ITM-1$ ordem da iteração

$j = 1 \dots f-1$ número do nó.

$$\begin{aligned} F1_{j,t+1} &= L_t \cdot H1 \cdot F1^{<t>}_j + H2 \cdot F2^{<t>}_j \\ F2_{j,t+1} &= L_t \cdot H4 \cdot F1^{<t>}_j + H5 \cdot F2^{<t>}_j \\ L_{t+1} &= I(F1, F2, t+1) \end{aligned} \quad (4)$$

NOTA: Para cada t , são calculadas simultaneamente para cada j , as variáveis correspondente as 3 linhas do vetor à direita da igualdade. $I(\)$ usa os valores de $F1$ e $F2$ (da ordem $t+1$) da matriz original ainda não corrigida. Finalizados os cálculos para o j em questão é que o vetor do lado esquerdo da igualdade assume os valores corrigidos de $F1$ e $F2$ para $t+1$. Como a integral $I(\)$, só usa os j (nós) do núcleo, quando j for $> m$ o cálculo desta integral já conta com os valores corrigidos de $F1$ e $F2$ para $t+1$ e então L_{t+1} passa assumir o seu valor correto. Só assim foi possível fazer um processo iterativo simultâneo entre várias equações com índices de iteração diferentes do lado direito da igualdade.

e para os fluxos do nó f , tem-se :

$$F1_{f,ITM} = 4 \cdot F1_{f-1,ITM} - F1_{f-2,ITM} \cdot \frac{1}{a1f}$$

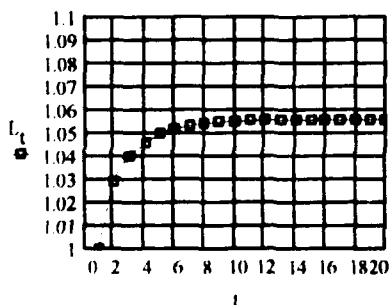
$$F2_{f,ITM} = 4 \cdot F2_{f-1,ITM} - F2_{f-2,ITM} \cdot \frac{1}{a2f}$$

Sejam os valores de L ($= \lambda = Kef$) das duas últimas iterações e o gráfico ao longo delas :

$t = 1 \dots ITM$

$$L_{ITM-1} = 1.05584751$$

$$L_{ITM} = 1.05585214$$



Sejam as duas últimas iterações de F1 e F2 no centro do núcleo e suas relações :

$k = \text{ITM} = 1 \dots \text{ITM}$

$$F1_{1,k}$$

31.48129091
31.4826831

$R_{1,k}$ $F1_{1,k}$
 $F2_{1,k}$

$$R_{1,k}$$

2.25355682
2.25356105

$$F2_{1,k}$$

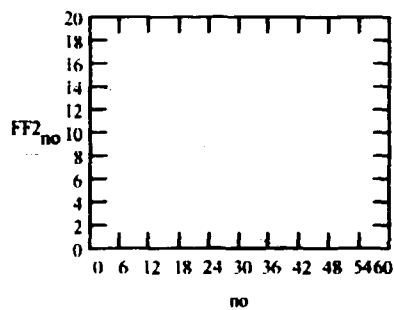
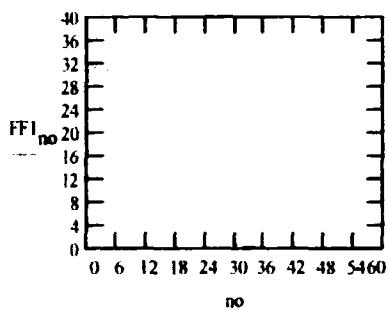
13.96960157
13.97019311

e os gráficos de F1 e F2 (para $t=\text{ITM}$) ao longo da direção vertical do reator :

FF1 $F1^{<\text{ITM}>}$

FF2 $F2^{<\text{ITM}>}$

no $1 \dots f$

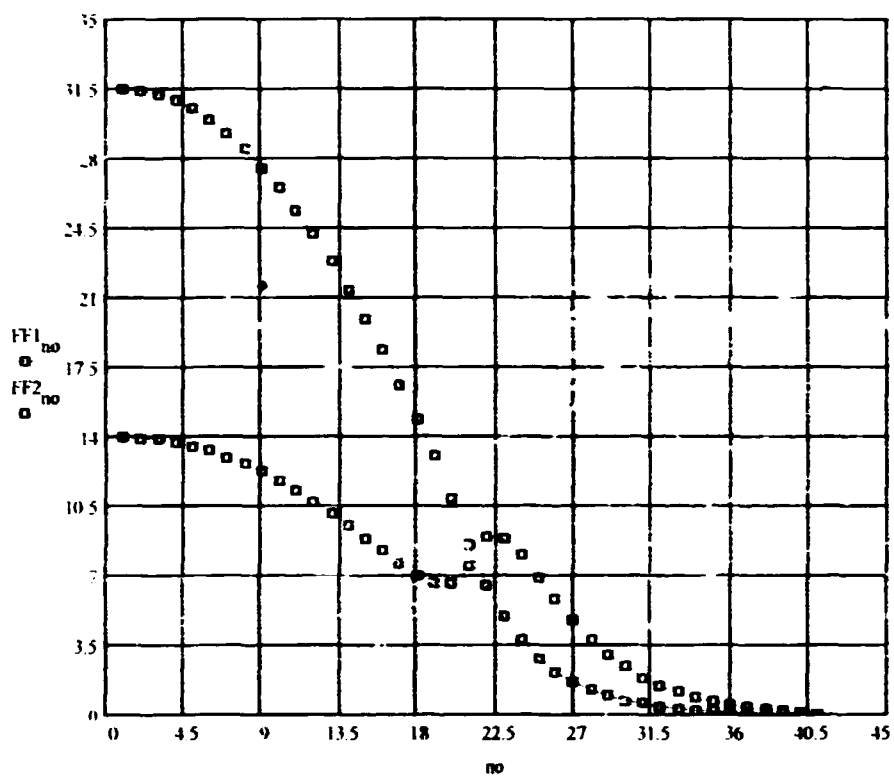


no= número do nó

$m = 21$

$f = 41$

Em escala maior, FF1 e FF2, no mesmo gráfico:



$m = 21$

$f = 4i$

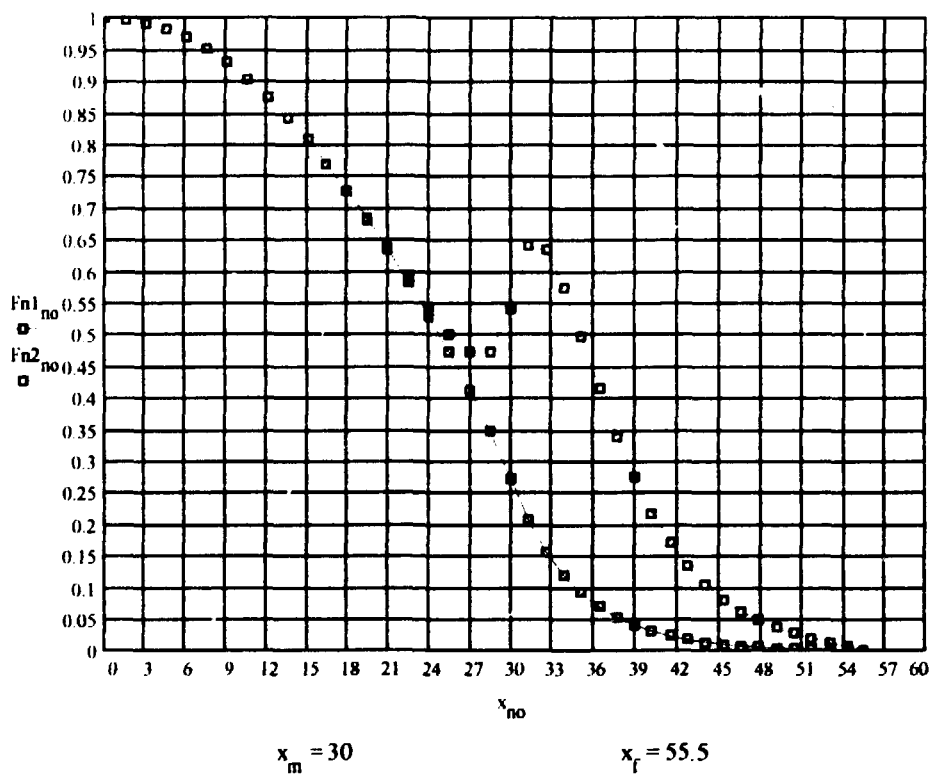
Sejam FF1 e FF2 normalizados (Fn1 e Fn2) e as distâncias (x) em cm ao longo da direção vertical do reator.

$$Fn1 = \frac{FF1}{FF1_1} \quad Fn2 = \frac{FF2}{FF2_1} \quad z1 = l - m \quad z2 = m + l - f$$

$$x_{z1} = z1 \cdot IN \quad IN$$

$$x_{z2} = (z2 - m) \cdot IR + (m - l) \cdot IN$$

nota: x_{no} = x do nó, em cm



z 1...m

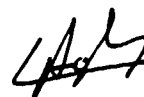
zz m+1...f

NÚCLEO

REFLETOR

x	Fn1	Fn2
1	1	1
0	0.99800234	0.99800233
1.5	0.99201729	0.9920173
3	0.98206868	0.98206883
4.5	0.96819606	0.96819675
6	0.95045461	0.95045675
7.5	0.92891484	0.92892047
9	0.90366227	0.90367579
10.5	0.87479694	0.87482769
12	0.84243269	0.84250045
13.5	0.80669601	0.80684262
15	0.76772412	0.76803794
16.5	0.7256613	0.72632899
18	0.68065181	0.68206766
19.5	0.63282546	0.63582251
21	0.58226793	0.58860612
22.5	0.52895864	0.54235637
24	0.47264047	0.50095402
25.5	0.41254518	0.47237356
27	0.3468142	0.47322856
28.5	0.27127582	0.53837625
30		

x	Fn1	Fn2
1	1	1
31.275	0.20616402	0.63946744
32.55	0.15668	0.63266191
33.825	0.11907274	0.57422312
35.1	0.0904915	0.49588337
36.375	0.06876976	0.41473552
37.65	0.05226095	0.33929653
38.925	0.03971366	0.27318965
40.2	0.03017676	0.21735305
41.475	0.02292735	0.17134246
42.75	0.01741589	0.13408182
44.025	0.0132246	0.10428093
45.3	0.01003577	0.08065526
46.575	0.00760768	0.06203035
47.85	0.00575627	0.04738036
49.125	0.0043412	0.03583023
50.4	0.0032552	0.0266381
51.675	0.00241596	0.01916671
52.95	0.00175985	0.01284746
54.225	0.00123715	0.00713683
55.5	0.00080822	0.00146178



Luiz Aghina

Rio, 18/09/94/29/09/94

Bibliografia :

Relatório : LA - 04 - ARGO/94//REV1 , de agosto/setembro/94 : Luiz O. de B. Aghina

Relatório : LA - 05 - ARGO/94//REV1 , de agosto/setembro/94 : Luiz O. de B. Aghina

Relatório : LA - 06 - ARGO/94//REV1 , de agosto/setembro/94 : Luiz O. de B. Aghina

Ver bibliografia adicional indicada no relatório LA - 05 - ARGO/94//REV1

LEITORES INTERESSADOS NESTA PUBLICAÇÃO.
FAVOR ENCAMINHAR SEUS PEDIDOS PARA
IEN-BIBLIOTECA.

INSTITUTO DE ENGENHARIA NUCLEAR
CAIXA POSTAL 68550
RIO DE JANEIRO. RJ. BRASIL
21945-970