

최종보고서

1단계 PSA 전산 체제 개선
Improvement of Level-1 PSA Computer Code Package

원자력 발전소의 동적 신뢰성
모형화 및 분석

Modeling and Analysis for
Dynamic Reliability of Nuclear Power Plants

MASTER

연구기관
기초전력공동연구소

DISTRIBUTION OF THIS DOCUMENT IS UNLIMITED
FOREIGN SALES PROHIBITED

한국원자력연구소

DISCLAIMER

Portions of this document may be illegible electronic image products. Images are produced from the best available original document.

계 료 금

한국의 원자력 연구소와 기업

본 보고서를 “원자력 안전성 향상 연구” 과제의 세부과제 “원자
력 발전소의 동적 신뢰성 모형화 및 분석”의 최종보고서로 제출함

1996. 7. 20.

연구수행기관명: 기초전력공통연구소

[illegible]

요 약 문

I. 제 목

원자력 발전소의 동적 신뢰성 모형화 및 분석

(1차 년도 부제: 주요 부품의 수명모형 수립 및 패키지 개발)

(2차 년도 부제: 기기 수준의 동적 신뢰성 분석)

(3차 년도 부제: 계통 수준의 동적 신뢰성 분석)

II. 연구개발의 목적 및 중요성

본 연구과제의 최종 목표는 원자력 발전소의 동적 신뢰성 분석을 위한 모형과 도구를 개발하는 것이다. 그 첫 단계인 1차 년도('93-'94)의 연구는 상시작동 기기의 고장 자료를 통하여 신뢰도를 분석하는 절차와 기본적 구조에서의 신뢰도 분석을 위한 모의실험기의 개발에 관하여 수행되었다. 2차 년도('94-'95)에서는 다양한 기기의 고장 자료로부터 기기의 수명 분포 및 예방보수의 효과를 추정하고, 이로부터 다수의 기기로 구성된 특정 구조를 갖는 계통의 수명 분포를 추정하는 일련의 절차를 개발하고 이를 전산화하는 연구를 수행하였다.

3차 년도 연구는 선행 연구에서 고려되지 않은 특수한 고장 유형에 대한 분석 모형을 개발하고 1·2단계 연구의 결과를 종합·보완하여 원전 계통의 시간 중속적 신뢰도를 평가하는 분석도구를 완성하는 것을 목적으로 한다.

원자력 발전소에 대한 기존의 신뢰도 분석에는 정적인(static) 방법이 사용되어 평균적인 고장을 또는 사고확률만을 평가할 수 있었다. 발전소의 모든 설비

는 기계적 노후화(aging), 부식·침식 등의 환경적 악화, 물리적·전기적 충격 등을 통하여 사용 및 대기시간에 따른 성능의 저하를 겪기 마련이다. 따라서 평균적인 안전성 평가 결과는 가동 전 원전에 대한 예비적인 정보를 제공할 뿐 운전중인 원전의 안전성에 대해서는 정확한 정보를 주지 못하는 단점이 있다. 따라서 가동중인 원전의 시간에 따른 신뢰도 추이를 정확히 평가하는 일은 효율적인 보수·유지 체계를 확립하여 원전의 안전성 및 이용률을 제고하는데 필수적이라고 판단된다.

선행 연구에서는 기기 수준의 고장 자료 분석을 다루었으나, 계통 수준의 분석을 위하여 새로운 분야에 대한 연구가 요구된다. 따라서 3차 연도에서는 원전 고장의 주요 인자로 지목되는 공통원인 고장 분석, 대기구조를 갖는 계통의 모형화, 그 밖에 보다 현실적인 상황을 반영할 수 있는 새로운 모형에 대한 연구를 수행한다.

III. 연구개발의 내용 및 범위

본 연구에서 동적 신뢰도란 시간 종속적 신뢰도 즉, 시간에 따른 고장특성의 변화를 의미한다. 따라서 연구의 기본적 대상은 시간에 따라 열화가 진행되는 수리 가능한 기기 및 이들로 구성된 계통이 된다. 기기는 항상 작동하는 기기와 대기 기기 모두를 고려 대상으로 한다. 계통 수준의 신뢰도 분석에서는 예방보수의 효과 분석, 공통원인 고장 분석, 대기구조의 하부계통의 모형화 등 현실적인 주제들을 다룬다.

원자력 발전소에서 계통의 고장은 기기들의 단독, 혹은 복합적 고장에 의해 발생한다. 본 연구에서는 이러한 계층적 특성을 반영하여 하위의 기기 신뢰도 자료 분석을 기초로 하여 상위 계통의 시간 종속적 신뢰도 연구를 수행한다.

본 연구에서 계통의 동적 신뢰도 분석을 위한 기본 도구로서 시뮬레이터를 사용한다. 다양한 고장 양태를 갖는 복잡한 구조의 계통을 분석하는 데는 시뮬레이터만큼 현실적이고 유연성이 있는 방법은 없기 때문이다. 계통 수준의 분석에 앞서서 현실적인 상황을 반영한 기기 수준 고장 자료의 분석이 선행되어야 하

며, 시뮬레이터의 기능을 보완할 수 있는 관련 연구도 요구된다. 이에 따라 본 연구는 크게 다음의 세 분야로 구성된다.

1. 기기의 고장 자료로부터 기기의 수명 분포 및 보수 효과 분석
2. 계통 수준의 분석을 위한 모형 수립 및 시뮬레이터 개발
3. 시뮬레이터의 기능을 보완할 수 있는 동적 신뢰성 분석 관련 연구

첫 번째 기기 수준의 연구 분야는 3단계로 나누어 수행된다.

- (1) 상시 작동 기기의 수명 분포 및 수리 효과 분석 (1차 년도)
- (2) 대기 기기의 수명 분포 및 보수 효과 분석 (2차 년도)
- (3) 다수의 고장 유형을 갖는 기기의 신뢰성 모형화 및 분석 (2차 년도)

두 번째 계통 수준의 분석을 위한 시뮬레이터 개발 연구 분야는 여섯 단계로 나누어 수행된다.

- (1) 직렬 및 병렬 구조로 구성된 계통에서 구성 기기의 고장 및 수리를 반영한 시뮬레이터 구현 (1차 년도)
- (2) 예방보수의 효과 분석 모형 개발 (2차 년도)
- (3) 공통원인 고장 분석 모형 개발 (3차 년도)
- (4) 대기구조 분석 모형 개발 (3차 년도)
- (5) 시뮬레이션 결과 자료 분석 모형 개발 (3차 년도)
- (6) 입출력 보완 및 사용자 편의성 개선 (3차 년도)

세 번째로 동적 신뢰성 분석 관련 연구는 다음의 분야에서 수행된다.

- (1) 수리 가능한 대기 중복 구조 신뢰도의 해석적 분석 (2차 년도)
- (2) 하부 계통의 중요도 분석 (2차 년도)
- (3) 계통 구조 표현의 간소화 방안 (2차 년도)
- (4) 시뮬레이션 가속화 연구 (3차 년도)
- (5) PH-type 분포를 이용한 해석적 연구 (3차 년도)
- (6) 동적 수리효과에 관한 연구 (3차 년도)

IV. 연구개발결과 및 활용에 대한 건의

본 연구를 통하여 개발된 결과물 및 그 용도는 다음과 같다. 1·2차년 연구 결과의 활용 방안은 연차 보고서에 기술되어 있다.

1. 1차년 연구 결과

- (1) 고장시간 자료에 대한 추세 검정 절차 및 전산코드
- (2) 독립적이고 동일한 분포를 따르는 고장시간 자료에 대한 최적분포 선정 절차 및 전산코드
- (3) 불완전한 수리 하에서 발생한 종속적 고장시간 자료에 대한 최적분포 선정 절차 및 전산코드
- (4) 부품의 수명분포와 수리시간분포 및 기기의 구조함수를 입력으로 하여 기기의 수명분포를 추정하는 절차 및 전산코드 (시뮬레이터)

2. 2차년 연구 결과

- (1) 상시 작동 기기의 수명 분포 및 보수 효과 추정 모형 및 전산코드
- (2) 대기 기기의 수명 분포 및 보수 효과 추정 모형 및 전산코드
- (3) 다수의 고장 유형을 갖는 기기의 신뢰성 모형 및 추정 전산코드
- (4) 수리 가능한 대기 중복 구조의 신뢰성 분석 코드
- (5) 하부 계통의 중요도 분석 코드
- (6) 계통 구조 간소화 코드

3. 3차년 연구 결과

- (1) 계통 신뢰도 분석용 시뮬레이터: 원전 계통의 시간 종속적 신뢰성 분석 및 최적 보수정책 수립에 활용된다. 세부적인 활용 방안은 다음과 같다.

- 직렬, 병렬, 대기 구조로 구성된 계통의 시간 종속적 신뢰도 분석
- 수리 가능한 계통의 보수 효과 및 이용률 변화 분석
- 다양한 보수정책 및 보수주기 변화에 따른 민감도 분석
- 대기 구조에서의 시험 주기 및 수리 우선 순위 결정
- 계통 신뢰도에 미치는 공통원인 고장의 영향 분석

(2) 시뮬레이터 가속화 방안 연구

- 큰 다중성을 갖는 복잡한 계통의 고장 시간을 신속하게 생성하도록 하여 시뮬레이션의 시간과 비용을 절감한다.

(3) PH-type 분포를 이용한 해석적 연구

- 병렬 구조, 대기 구조를 갖는 하부계통의 신뢰도를 해석적으로 분석하여 전체 시뮬레이션의 시간과 비용을 절감한다.

시간 종속적 신뢰도 연구는 부품의 교체시기 결정과 같은 작은 문제로부터 크게는 주요 계통의 보수 및 교체시기, 더 나아가 원전의 수명 평가에 이르기까지 다양한 분야에서 요구되고 있다. 본 연구에서 개발된 시뮬레이터는 주요 계통에 대한 시간 종속적 신뢰도 평가 및 보수·유지 정책 개발에 크게 활용될 것으로 예상된다. 따라서 충분한 고장 자료만 확보된다면 원전의 신뢰도 및 이용률 향상 연구에 광범위한 활용 가치가 있다고 판단된다.

SUMMARY

I. Project Title

Modeling and Analysis for Dynamic Reliability of Nuclear Power Plants

(First year sub-title: Development of the Life Model and a Package for Major Components)

(Second year sub-title: Time Dependent Reliability Analysis for Components)

(Third year sub-title: Time Dependent Reliability Analysis for Systems)

II. Objectives and Importance of the Project

The objective of this project is to develop a methodology of the dynamic reliability analysis for nuclear power plants. The first year's research was focused on developing a procedure for analyzing failure data of running components. A simulator for estimating the reliability of series-parallel structures is also developed. The second year's research was concentrated on estimating the lifetime distribution and PM(preventive maintenance) effect of a component from its failure data in various cases, and the lifetime distribution of a system with a particular structure. Computer codes for performing these jobs were also developed.

The objectives of the third year's research is to develop models for analyzing special failure types that were not considered in the first two years, and to complete a methodology of the dynamic reliability analysis for nuclear power plants.

The previous researches for the reliability of nuclear power plants have been based on 'static' methods, so they can assess only the average failure rate or event probabilities. Most facilities in nuclear power plants are subject to degradation due to mechanical aging, environmental stress such as erosion or corrosion, and physical or electrical shocks. For these reasons, the previous studies are not proper for predicting the trend of failures of systems subject to degradation or for preventing those failures. Recently, attention has been raised on optimal management of nuclear power plants by utilizing the operating history as much as possible. The static methodologies can not fulfill this goal. Therefore, a time-dependent reliability methodology is essential for forecasting the future failures, establishing maintenance policies, and providing aging prevention. Also, to take practical situations into consideration, subjects such as common cause failure analysis, modeling standby systems need to be incorporated into the analysis.

III. Scope and Contents of the Project

In this research, the dynamic reliability means the time dependent reliability, that is the change of failure characteristics with respect to operation time. Thus the basic subjects of the research are repairable components subject to degradation and systems composed of such components. The third year's research has been focused on completion of the simulator and practical subjects such as common cause failure analysis and standby system analysis.

The failure of a system in nuclear power plants is caused by a single or multiple failures of components. Such hierarchical characteristics are reflected in this research to analyze the system reliability based on analysis results for lower level components.

In this research, the basic tool for analyzing system reliability is a simulator, which is most practical and flexible for modeling complex systems subject to various types of failures. The analysis of failure data of components must be preceded for providing proper input to the simulator. Thus this research is divided into three major parts.

1. Analysis of the time dependent life distribution and the PM effect of a component from its failure data and maintenance history
2. Development of a simulator for system reliability analysis
3. Related researches for supporting the simulator

The first research area is composed of the following subjects.

- (1) Analysis of the reliability and PM effect for running components (1st year)
- (2) Analysis of the reliability and PM effect for standby components (2nd year)
- (3) Analysis of the reliability for a component subject to several failure types (2nd year)

The second research field comprises the following subjects.

- (1) Development of a simulator for systems with series-parallel structure (1st year)
- (2) Modeling and assessing PM effects (2nd year)
- (3) Common cause failure analysis (3rd year)
- (4) Modeling standby structure (3rd year)
- (5) Analysis of the output of the simulator (3rd year)
- (6) Designing input/output for enhancing user interface (3rd year)

The third research area comprises the following subjects.

- (1) Reliability analysis of a standby system with repairable components (2nd year)
- (2) Importance analysis of sub-systems (2nd year)
- (3) Reduction of the system structure (2nd year)
- (4) Accelerating simulation (3rd year)
- (5) Analytic approach using PH-type distribution (3rd year)
- (6) Analysis for dynamic repair effect (3rd year)

IV. Results and Proposal for Applications

The results of this research and their potential applications are as follows.

1. The results of the first year's research

- (1) Trend test procedure and a code for failure data analysis
- (2) Best life distribution selection procedure and a code for IID failure data analysis
- (3) Best life distribution selection procedure and a code for failure data under imperfect repair
- (4) Component failure time simulator

2. The results of the second year's research

- (1) Computer codes for the reliability and PM effect analysis for running components
- (2) Computer codes for the reliability and PM effect analysis for standby components

- (3) Computer codes for the reliability analysis for a component with several failure types
- (4) Computer codes for the reliability analysis of a standby system with repairable components
- (5) Computer codes for the importance analysis of sub-systems
- (6) Computer codes for reduction of system structure

3. The results and application area of the third year's research

- (1) The simulator for system reliability analysis: This result can be utilized for analyzing time dependent reliability of systems and for establishing optimal maintenance policies. The detailed application areas are as follows.

- for analyzing time dependent reliability of systems
- for analyzing maintenance effect and availability of repairable systems
- for analyzing sensitivity according to PM policies and PM intervals
- for analyzing test intervals and PM priorities
- for analyzing the effect of common cause failures

- (2) Acceleration of the simulator

- for reducing time and cost for simulating large scale systems

- (3) Analytic approaches using PH-type distribution

- for reducing simulation time by providing analytic solution for pure parallel or pure standby modules

Time dependent reliability analyses are required in various fields such as determining replacement time of a component, maintenance or replacement interval of major components, and life extension study for nuclear power plants. The methodologies and computer codes developed in this research can be applied to vast area for enhancing the reliability as well as the availability of nuclear power plants, provided sufficient failure data are available.

목 차

제 1 장 서론	1
제 1 절 연구의 목적	1
제 2 절 연구의 필요성	1
제 3 절 연구의 개요	3
1. 연구의 대상	3
2. 연구의 구성	5
3. 3차년 연구의 구성	6
제 2 장 계통의 동적 신뢰성 분석을 위한 시뮬레이터	13
제 1 절 시뮬레이터의 개요	13
1. 시뮬레이터의 운영환경	14
2. 시뮬레이션 모형의 입력 방법	14
3. 대상 계통에 대한 다양한 옵션	15
4. 계통 고장 추적 방식의 개선	15
5. 출력되는 결과 척도의 다양성	15
제 2 절 시뮬레이터의 기능 및 논리	16
1. 시뮬레이터의 기능	16
2. 시뮬레이터의 구현논리	23
제 3 절 예제 및 활용 방안	38
1. 예 제	38
2. 활용 방안	41
제 3 장 시뮬레이션을 통한 계통 신뢰도 분석	49
제 1 절 시뮬레이터에 반영된 입력 구조의 모형화	49
1. 공통원인을 고장을 반영한 시뮬레이션	49
2. 대기 구조를 반영한 시뮬레이션	69
제 2 절 시뮬레이션 결과분석 모형	112

1. 수리가능한 계통의 고장모형	112
2. 비례수명감소 모형	115
3. 고장시간의 조건부 확률분포	116
4. 고장시간의 결합확률분포	119
5. 예방보수가 있는 계통의 PAR 모형	123
6. PAR 모형 적용을 위한 고장분포	127
7. 분포모수와 보수효과의 추정	127
8. 추계적 과정에 대한 적용 및 모수 추정	128
 제 4 장 동적 신뢰도 분석 관련 연구	140
제 1 절 가속 시뮬레이션에 관한 연구	140
1. 연구 목적	140
2. 중요도 샘플링	141
3. 재시작 기법(RESTART)	158
4. 결론	164
제 2 절 PH-type 분포를 이용한 해석적 연구	177
1. 연구 목적	177
2. 연구 배경	178
3. 연구 내용	190
4. 결론	210
제 3 절 동적 수리 효과에 관한 연구	214
1. 연구 목적	214
2. 연구 배경	217
3. 동적 불완전 수리 모형	227
4. 모수 추정 절차	233
5. 실험 예제	239
 제 5 장 결론 및 추후 연구 방향	252
참고 문헌	255

■ 부 록 1 : 시뮬레이터 사용자 매뉴얼	268
-------------------------------	-----

■ 부 록 2 : 주요 연구 실적	300
--------------------------	-----

표 목차

[표 4.1.1] 최적 대안 선정을 위한 검정값	167
[표 4.1.2] (다중도-1, 50) 조합에 대한 전이회수의 95% 신뢰구간 비교	167
[표 4.1.3] (다중도-1, 50) 조합에 대한 고장시간의 95% 신뢰구간 비교	167
[표 4.1.4] 다중도 5인 각 조합에 대한 전이회수, 평균 고장시간, 분포오차	168
[표 4.3.1] 수리 효과 모형에 대한 요약	242

그림 목차

[그림 1.3.1] 연구의 개요	11
[그림 1.3.2] 3차년 연구의 개요	12
[그림 2.2.1] 시뮬레이터의 입·출력	36
[그림 2.2.2] 시뮬레이터의 작동과정	37
[그림 2.3.1a] 예제 1 고장 수목	42
[그림 2.3.1b] 예제 2 고장 수목	42
[그림 2.3.1c] 예제 3 고장 수목	42
[그림 2.3.1d] 예제 4 고장 수목	42
[그림 2.3.2] 고장 시간 히스토그램 (대상 계통 : 예제 1 고장 수목)	43
[그림 2.3.3] 고장 시간 히스토그램 (대상 계통 : 예제 2 고장 수목)	43
[그림 2.3.4] 고장 시간 히스토그램 (대상 계통 : 예제 3 고장 수목)	44
[그림 2.3.5] 고장 시간 히스토그램 (대상 계통 : 예제 4 고장 수목)	44
[그림 2.3.6a] 고장 시간 히스토그램 (대상 계통 : 예제 2 고장 수목) - 주기가 10인 시험 실시 -	45
[그림 2.3.6b] 고장 시간 히스토그램 (대상 계통 : 예제 2 고장 수목) - 주기가 20인 시험 실시 -	45
[그림 2.3.7] 계통의 평균 고장 시간 (주기적 시험 실시하는 경우)	46
[그림 2.3.8a] 고장 시간 히스토그램 (대상 계통 : 예제 2 고장 수목) - 주기가 10인 예방 보수 실시 -	47
[그림 2.3.8b] 고장 시간 히스토그램 (대상 계통 : 예제 2 고장 수목) - 주기가 20인 예방 보수 실시 -	47
[그림 2.3.9] 계통의 평균 고장 시간 (주기적 예방 보수 실시하는 경우)	48
[그림 3.1.1] 공통원인 고장의 고장 수목 구조에서의 표현	95
[그림 3.1.2] 고정된 고장 확률 모형	95
[그림 3.1.3] 부품별 충격 누적 모형	95
[그림 3.1.4] 지수적 수명 종속 모형	96
[그림 3.1.5] 초기고장확률이 반영되는 수명 종속 모형	96

[그림 3.1.6]	공통원인 고장 반영 흐름도 (전체)	97
[그림 3.1.7]	공통원인 고장 반영 흐름도(대기기기 부분)	98
[그림 3.1.8]	병렬 구조의 중복도 변화에 따른 평균 고장 시간의 변화	99
[그림 3.1.9]	병렬 구조의 중복도 변화에 따른 각 모형의 CCF 기여율	99
[그림 3.1.10]	모형 A의 모수 변화에 따른 고장 시간의 변화	100
[그림 3.1.11]	모형 B의 모수 변화에 따른 고장 시간의 변화	100
[그림 3.1.12]	모형 D의 모수 변화에 따른 고장 시간의 변화	100
[그림 3.1.13]	모형 E의 모수 b의 변화에 따른 고장 시간의 변화	101
[그림 3.1.14]	모형 E의 모수 a의 변화에 따른 고장 시간의 변화	101
[그림 3.1.15]	수리 효과의 변화에 따른 모형 B의 적용	102
[그림 3.1.16]	수리 효과의 변화에 따른 모형 D 적용	102
[그림 3.1.17]	단일 기기들로만 이루어진 경우의 사건 추적 논리	103
[그림 3.1.18]	대기 기기 모듈을 포함한 경우의 사건 추적 논리	104
[그림 3.1.19]	예방 보수의 실시에 따른 시뮬레이션 방법	105
[그림 3.1.20]	대기 기기에 대한 시험의 실시에 따른 시뮬레이션 방법	105
[그림 3.1.21]	대기 기기 선택 기준에 따른 시뮬레이션 방법	106
[그림 3.1.22]	대기중 고장 유형에 따른 시뮬레이션 방법	106
[그림 3.1.23]	대기 기기수 변화와 대기 기기 선택기준에 따른 평균 고장 시간	107
[그림 3.1.24a]	시험 주기의 변화에 따른 평균 고장 시간 - 기기의 대기중 MTTF = 1.0 -	108
[그림 3.1.24b]	시험 주기의 변화에 따른 평균 고장 시간 - 기기의 대기중 MTTF = 1.5 -	108
[그림 3.1.24c]	시험 주기의 변화에 따른 평균 고장 시간 - 기기의 대기중 MTTF = 2.0 -	109
[그림 3.1.24d]	시험 주기의 변화에 따른 평균 고장 시간 - 기기의 대기중 MTTF = 1.0, 1.5, 2.0 -	109
[그림 3.1.25a]	예방 보수 주기의 변화에 따른 평균 고장 시간 - 기기의 작동 시간 분포 : Gamma(1.5,1) -	110

[그림 3.1.25b] 예방 보수 주기의 변화에 따른 평균 고장 시간	
- 기기의 작동 시간 분포 : $\text{Gamma}(2.0,1)$ -	110
[그림 3.1.25c] 예방 보수 주기의 변화에 따른 평균 고장 시간	
- 기기의 작동 시간 분포 : $\text{Gamma}(2.5,1)$ -	111
[그림 3.1.25d] 예방 보수 주기의 변화에 따른 평균 고장 시간 - 기기의 작동	
시간 분포 : $\text{Gamma}(1.5,1)$, $\text{Gamma}(2,1)$, $\text{Gamma}(2.5,1)$ -	111
[그림 3.2.1] 수리 가능한 기기의 고장 모형 선택 과정	137
[그림 3.2.2] HPP, NHPP, RP의 관계	137
[그림 3.2.3] NHPP, RP, PAR 모형의 고장 강도 추이	138
[그림 3.2.4] 예방 보수가 있는 기기의 PAR 모형	138
[그림 3.2.5] 고장 강도 함수의 형태	139
[그림 4.1.1] 고장 가속화 적용 대상 계통	169
[그림 4.1.2] 변환된 이산시간 마코프 연쇄	169
[그림 4.1.3] 단순 가속화법	169
[그림 4.1.4] 균형적인 가속화법	170
[그림 4.1.5] 연속시간 마코프 연쇄 예제 계통	170
[그림 4.1.6] 변환된 전이율에 의한 예제 계통	170
[그림 4.1.7] 연속시간 마코프 연쇄에서의 중요도 샘플링 결과	171
[그림 4.1.8] 이산시간 마코프 연쇄에서의 계통 고장 확률 추정	171
[그림 4.1.9] 고정된 상태 전이 회수(DTMC vs. CTMC)	172
[그림 4.1.10] 적절한 중요도 샘플링 분포	172
[그림 4.1.11] 시간에 따른 계통의 진화	173
[그림 4.1.12] 재시작 기법의 적용	173
[그림 4.1.13] 안정 상태에서의 고장 상태의 진화	173
[그림 4.1.14] 4중 병렬에서 평균 고장시간의 95% 신뢰구간 비교	174
[그림 4.1.15] 4중 병렬에서 평균 전이회수의 95% 신뢰구간 비교	174
[그림 4.1.16] 각 다중도에 따른 평균 고장시간의 비교	175
[그림 4.1.17] 6회 반복실험의 고장자료 분포도	175
[그림 4.1.18] 각 실험 조합에 대한 전이회수, 평균 고장시간, 분포오차	

(상대적 크기로 조절된 그림)	176
[그림 4.1.19] 최소 분포오차 조합의 분포도	176
[그림 4.2.1] 2개 부품/기기로 이루어진 병렬구조 시스템의 신뢰성그래프	212
[그림 4.2.2] 2개 부품/기기로 이루어진 대기구조 시스템의 신뢰성그래프	212
[그림 4.2.3] 시뮬레이터로부터 구한 2개 기기로 이루어진 병렬 구조 계통의 신뢰성 그래프	213
[그림 4.3.1] 수리 효과 모형들의 관계	243
[그림 4.3.2] 수리 효과 모형에 따른 $\lambda(t)$ 의 비교	244
[그림 4.3.3] 불완전 수리 모형하에서의 고장률	245
[그림 4.3.4] EM 알고리즘	246
[그림 4.3.5] 동적 불완전 수리 모형의 표본 경로	246
[그림 4.3.6] 동적 불완전 수리 모형과 기존 모형의 관계	247
[그림 4.3.7] 수리 모형들에 대한 고장률	247
[그림 4.3.8] 모수 추정 절차	248
[그림 4.3.9] 자료 개수에 따른 추정치의 변동 계수 ($\alpha=2.0$, $\beta=1.0$, $p_{11}=0.1$, $p_{22}=0.1$)	249
[그림 4.3.10] 형상 모수에 따른 추정치의 95% 신뢰 구간 ($\beta=1.0$, $p_{11}=0.1$, $p_{22}=0.1$, $N=50$)	250
[그림 4.3.11] 전이 유형에 따른 상대 오차 ($\alpha=2.0$, $\beta=1.0$, $N=50$)	251

제 1 장 서론

제 1 절 연구의 목적

본 연구는 원자력 발전소의 동적 신뢰성 모형화 및 분석 방법론 개발을 주제로 하여 3년간 3단계에 걸쳐 수행되었다. 연구의 최종 목표는 복잡한 구조를 갖는 원전 계통의 시간 종속적 신뢰도를 추정하고 이로부터 계통의 운영에 필요한 신뢰성 척도를 평가·분석하는 일련의 절차 및 분석 도구를 개발하는 것이다.

그 첫 단계로 1차 년도의 연구는 부품의 고장 자료로부터 부품의 수명분포 및 수리의 효과를 추정하고, 이 결과를 이용하여 다수의 부품으로 구성된 기기의 수명분포를 추정하는 일련의 절차와 전산코드를 개발하고자 하는 목적 아래 기기 수준의 동적 신뢰도 분석에 관하여 수행되었다.

2차 년도 연구는 기기의 고장 자료로부터 기기의 수명 분포 및 예방보수의 효과를 추정하고, 이로부터 다수의 기기로 구성된 특정 구조를 갖는 계통의 수명 분포를 추정하는 다양한 분석모형을 개발하는데 중점을 두어 수행되었다.

본 연구의 최종 단계인 3차년에서는 선행 연구에서 고려되지 않은 특수한 고장 유형에 대한 분석 모형을 개발하고 1·2단계 연구의 결과를 종합·보완하여 원전 계통의 시간 종속적 신뢰도를 평가하는 분석도구를 완성하는 것을 목적으로 한다.

제 2 절 연구의 필요성

원자력 발전소에 대한 기존의 신뢰도 분석에는 고장수목 분석과 같은 정적인(static) 방법이 사용되어 평균적인 고장률 또는 사고 확률만을 평가할 수 있었다. 발전소의 모든 설비는 기계적 노후화(aging), 부식·침식 등의 환경적 악화, 물리적·전기적 충격 등을 통하여 사용 및 대기시간에 따른 성능의 저하를 겪기 마련이다. 따라서 평균적인 안전성 평가 결과는 사용전 원전에 대한 예비적인

정보를 제공할 뿐 운전중인 원전의 안전성에 대해서는 정확한 정보를 주지 못하는 단점이 있다. 따라서 가동중인 원전의 시간에 따른 신뢰도 추이를 정확히 평가할 수 있는 방법의 개발이, 효율적인 보수·유지 체계 확립과 함께 원전의 안전성 및 이용률을 제고하는데 필수적이라고 판단된다.

원전에 대한 확률론적 안전성 평가(Probabilistic Safety Assessment, PSA)기법은 평균적 관점에서 원전의 노심 손상 빈도를 추정하고 취약 설계를 발견하는데 매우 유용하게 사용되어 왔다. 최근에는 일회성 PSA를 지양하여 일정한 주기마다 PSA가 재수행되어야 한다는 주장이 일고 있다. 이는 원전의 노후화에 따른 신뢰도의 변화를 시간에 따라 재평가할 필요성이 부각되고 있음을 보여주는 예라고 할 수 있다. 이러한 재수행에는 많은 노력과 비용이 소요되기 마련이며 재수행 주기 사이의 과도적인 상태에 대해서는 정확한 평가가 이루어 질 수 없다. 따라서 본 연구에서는 가동 시간에 따른 계통 신뢰도의 연속적인 변화를 예측할 수 있는 분석 모형 및 도구를 제시하고자 하는 것이다.

본 연구의 필요성은 원전의 안전성 뿐 아니라 효율적인 보수·유지 체계를 확립하여 이용률을 제고하는 측면에서 더욱 부각된다. 최근 들어 가동 기록(operating history)의 적극적 활용을 통한 원전의 합리적 운영에 대한 관심이 고조되고 있으나 고장 및 보수 이력과 같은 자료를 분석하여 계통의 동적 신뢰도를 평가하는 기법은 거의 찾아볼 수 없는 실정이다. 우선 계통 신뢰도가 정확히 평가되어야 계통의 추후 고장 양태에 대한 정보를 얻을 수 있으므로 합리적 보수정책의 수립이나 노후화(aging) 대책 마련 등 원전의 운영에 도움을 줄 수 있는 것이다. 시간 종속적(time dependent) 신뢰도 연구는 부품의 교체시기 결정과 같은 작은 문제로부터 크게는 주요 계통의 보수 및 교체시기, 더 나아가 원전의 수명 평가에 이르기까지 다양한 분야에서 요구되고 있다.

계통 수준의 신뢰도 분석을 완성하기 위하여 선행 연구에서 고려되지 않은 몇 가지 주요 문제를 해결할 필요가 있다. 첫째, 원전 사고 경위의 주요 인자인 공통원인 고장에 대한 분석 모형을 수립하고 시뮬레이터에 반영하여야 한다. 둘째, 원전과 같이 고신뢰도를 갖는 계통에서 자주 나타나는 대기구조의 고장 모형을 반영하여야 한다. 셋째, 시뮬레이션 결과로 얻는 계통 고장시간 자료를 분석하여 계통의 신뢰도, 고장률함수, 이용률능도 등을 분석할 수 있는 분석 모형이 수립

되어야 한다. 이와 더불어 시뮬레이터의 입출력 기능을 강화하여 사용의 편의성을 제고해야 할 것이다.

제 3 절 연구의 개요

1. 연구의 대상

본 연구에서 동적 신뢰도란 시간 종속적(time-dependent) 신뢰도 즉, 시간에 따른 고장특성의 변화를 의미한다. 따라서 연구의 기본적 대상은 시간에 따라 열화(degradation)가 진행되는 수리가능한 기기 및 이들로 구성된 계통이 된다. 기기는 항시 작동하는 기기와 대기 기기의 두 가지 모두를 고려 대상으로 한다. 계통 수준의 신뢰도 분석에서는 예방보수의 효과, 공통원인 고장, 대기구조의 하부계통 등 현실적인 문제들을 다룬다.

1차년 연구에서는 '고장이력 및 수리이력이 기록되는 최소의 단위'를 부품(part)으로 정의하였으나, 원전에서는 고장이력의 기본단위가 기기이므로 기본 연구대상을 기기로 정의한다. 따라서 본 연구에서 다루는 자료의 유형은 기기 단위의 고장 및 보수 이력으로 가정한다. 부품에 대한 선행연구의 모든 결과는 기기 수준에서 적용된다.

또한 기기 수명분포의 추정에 있어서 인적 오류(human error)에 의한 고장은 고려 대상에 포함하지 않는다. 기기의 고장 자료는 크게 정성적 자료와 정량적 자료로 구분하여 정성적 자료는 기기의 수리가능 여부만, 정량적 자료는 기기의 고장시간 및 수리완료 시간으로 하여 최소한의 자료만 가용한 것으로 가정한다.

기존의 신뢰도 이론들은 고장 자료로부터 신뢰도를 추정하는 분야와 주어진 신뢰도를 이용하여 최적의 계통 운영 정책을 결정하는 두 가지 분야로 나뉘어진다. 후자의 경우는 상당히 많은 연구가 수행되었으나 정작 가장 기본이 되는 '고장 자료로부터 수명분포를 추정하는 방법론'은 그 연구가 미미한 실정이다. 수명 시험이 불가능한 원자력 계통에서는 가동 이력을 최대한 활용할 수 있는 분석 기법이 절실히 요구된다. 본 연구에서는 이 문제에 중점을 두어 가능한 모든 형태의 운전 자료를 활용하여 시간 종속적 신뢰도를 평가할 수 있는 방법론을 개

발하고자 한다.

이에 따라 1차년 연구에서는 한 부품에 대한 일련의 고장 자료로부터 부품의 수명분포와 수리효과를 동시에 추정할 수 있는 방법론을 개발하는 연구를 추진하였다. 2차년 연구에서는 현실적인 경우를 고려하여 예방보수가 수행되는 기기, 대기(stand-by) 기기, 대기 구조를 갖는 계통, 다수의 고장 유형을 갖는 기기 등에 대한 신뢰도 분석 방법론과 하부 계통의 중요도 평가 등 1차년 연구에서 수행하지 못한 다양한 문제들에 대한 연구를 추진하였다.

다수의 부품 및 기기로 구성된 계통에 대한 신뢰성의 분석은 대부분 고장수목(Fault Tree)을 이용한 정적신뢰성 분석을 중심으로 현장에서 활용되고 있다. 이러한 접근방법은 분석과정이 비교적 간단한 이점이 있으나 부품 및 기기의 노후화 경향, 즉 열화를 반영할 수 없으며, 마찬가지로 계통에 대해서도 열화되는 특성을 확인할 수가 없다는 결함을 가지고 있다. 이러한 관점에서, 시간에 따른 부품 및 기기의 열화를 반영한 동적신뢰성 분석을 위한 다양한 접근방법이 연구되어왔다.

이상적으로는 해석적 방법에 의해 계통의 신뢰성을 하나의 함수 형태로 도출할 수 있으면 가장 효과적인 분석이 가능하겠지만, 계통을 구성하고 있는 부품 및 기기의 수리만 고려되더라도 이러한 시도는 불가능한 것으로 알려져 있다. 결국, 분석가능성을 염두에 둔 많은 가정과 제한들을 통해 해석적 모형을 수립한 후 수리적인 알고리즘을 통해 계통의 동적신뢰성을 단계적으로 계산할 수 있는 방법들이 연구되고 있다. 이에 반해, 시뮬레이션을 통한 분석방법은 분석가능성이란 측면에서 거의 제한이 없다고 볼 수 있다. 하지만 이 방법도 많은 시간 투자와 지루한 작업을 요한다는 측면에서 역시 한계를 가지고 있다.

본 연구에서 계통 신뢰도 분석을 위한 도구로 개발된 시뮬레이터는 시뮬레이션 방법에 기초하고 있다. 그것은 시뮬레이터가 현실에서 존재하는 다양하고 복잡한 구조와 부품 및 기기의 고장특성을 반영한 계통의 동적신뢰성을 분석할 수 있다는 것을 의미한다. 실제 분석과정에 소요될 많은 시간에 대한 보상의 관점에서 시뮬레이터는 훨씬 현실적인 계통을 대상으로 하고 있어야 한다. 또한, 시뮬레이터는 고장자료를 이용한 수명분포의 추정 이론들을 적용하고 있다. 즉, 적정 수의 계통 고장자료를 시뮬레이션으로 얻고 나면 수명분포 추정 절차에 의해

가장 근사한 계통의 고장분포를 선택해주므로, 실제 고장자료가 거의 없는 계통의 신뢰성을 평가하는데 충분한 정보를 얻을 수 있다.

2. 연구의 구성

본 연구에서 계통의 동적 신뢰도 분석을 위한 기본 도구로서 시뮬레이터를 사용한다. 다양한 고장 양태를 갖는 복잡한 구조의 계통을 분석하는 데는 시뮬레이터만큼 현실적이고 유연성이 있는 방법은 없기 때문이다. 계통 수준의 분석에 앞서서 현실적인 상황을 반영한 기기 수준 고장 자료의 분석이 선행되어야 하며, 시뮬레이터의 기능을 보완할 수 있는 관련 연구도 요구된다. 이에 따라 본 연구는 크게 다음의 세 분야로 구성된다.

- (1) 기기의 고장 자료로부터 기기의 수명 분포 및 보수 효과 분석
- (2) 계통 수준의 분석을 위한 모형 수립 및 시뮬레이터 구현
- (3) 시뮬레이터의 기능을 보완할 수 있는 동적 신뢰도 분석 관련 연구

첫 번째 기기 수준의 연구 분야는 3단계로 구분되어 수행한다.

- (1) 상시 작동 기기의 수명 분포 및 수리 효과 분석 (1차 년도)
- (2) 대기 기기의 수명 분포 및 보수 효과 분석 (2차 년도)
- (3) 다수의 고장 유형을 갖는 기기의 신뢰성 모형화 및 분석 (2차 년도)

두 번째 계통 수준의 분석을 위한 시뮬레이터 구현 연구 분야는 여섯 단계로 구분되어 수행한다.

- (1) 직렬 및 병렬 구조로 구성된 계통에서 구성 기기의 고장 및 수리를 반영한 시뮬레이터 구현 (1차 년도)
- (2) 예방보수의 효과 분석 모형 개발 (2차 년도)
- (3) 공통원인 고장 분석 모형 개발 (3차 년도)
- (4) 대기구조 분석 모형 개발 (3차 년도)
- (5) 시뮬레이션 결과 자료 분석 모형 개발 (3차 년도)
- (6) 입출력 보완·개선 (3차 년도)

세 번째 동적 신뢰도 관련 연구는 다음의 분야에서 수행된다.

- (1) 수리가능한 대기 중복 구조의 해석적 신뢰성 분석 (2차 년도)

- (2) 하부 계통의 중요도 분석 (2차 년도)
- (3) 계통 구조 표현의 간소화 방안 (2차 년도)
- (4) 시뮬레이션 가속화 연구 (3차 년도)
- (5) PH-type 분포를 이용한 해석적 연구 (3차 년도)
- (6) 동적 수리효과에 관한 연구 (3차 년도)

이상의 연구 개요는 [그림 1.3.1]과 같이 요약된다.

3. 3차년 연구의 구성

본 연구는 원자력 발전소의 동적 신뢰도를 추정하는 것으로서 삼단계로 추진되어 왔다. 1차 년도에서는 기기 수준의 신뢰도 분석에 중점을 두어 작동과 고장, 수리가 반복될 때 상시 작동 기기의 고장자료로부터 시간 종속적 고장률을 추정하는 방법을 개발하였으며, 시뮬레이터의 기본 골격을 완성하였다. 2차년 연구에서는 예방보수의 효과를 평가하고 기동 요구 시에만 작동하는 대기 기기의 신뢰성을 분석하는 모형을 수립하였으며, 다수의 고장 유형을 갖는 기기에 대한 분석 방법을 개발하였다. 또한 관련 연구로서 수리 가능한 대기 중복 구조의 신뢰성 분석, 하부계통의 중요도 분석, 계통 구조 표현의 간소화 방법 등을 연구하였다.

3차 년도 연구는 계통의 동적 신뢰도를 분석하기 위한 시뮬레이터를 확장, 개선하는데 중점을 두고 수행된다. 연구의 내용은 크게 네 부분으로 구성된다. 우선 시뮬레이터의 입출력 기능을 보완하여 실제 계통의 신뢰성 분석에 적합하도록 개선한다. 둘째로 원전 계통의 분석에 필수적인 입력 모형을 수립한다. 원전 사고 경위의 주요 인자로 부각되고 있는 공통원인 고장을 반영할 수 있는 모듈과 원전 계통의 주요 구조인 대기구조의 고장 분석 모형을 수립하고 시뮬레이터에 구현한다. 다음으로 시뮬레이션의 직접적인 결과인 계통의 고장시간을 이용하여 계통 수준에서의 신뢰성을 분석하는 모형을 수립하고 이해하기 쉬운 출력을 구현한다. 마지막으로 시뮬레이터의 기능을 보완하는 관련 연구를 수행한다. 3차년 연구의 개요는 [그림 1.3.2]와 같이 요약된다.

가. 시뮬레이터의 입출력 개선 및 기능 보완

본 3차년 연구에서 완성된 시뮬레이터는 시뮬레이션에 기초한 기기 수명분포의 추정이라는 단순한 목표로 1차년도에 개발되었던 시뮬레이터를 원형으로 하고는 있지만, 원전 계통 분석에 요구되는 많은 기능이 추가되고 사용자 편이를 크게 제고한다. 1차년도의 시뮬레이터와 비교하여 향상된 특징들은 정리하면 다음과 같다.

먼저, PC 환경의 DOS 운영체제에서 작동되던 것을 Windows 운영체제에서 작동하도록 하고, Pop-up 메뉴 방식을 이용하여 대상 계통을 기술하고 시뮬레이션 결과를 그래픽 형태로 출력하기까지의 과정이 사용자 요구대로 단계적으로 실행될 수 있게 한다. 다음으로 기존의 텍스트 파일의 편집을 통한 기존의 입력 방식과 함께 Windows 대화상자를 통해 간편하게 입력하는 방식도 추가한다.

다양한 원인들에 의한 복잡한 상황을 모형화할 수 있도록 하기 위해 시뮬레이터는 많은 옵션들을 추가하고 계통 고장 발생시 수리되어 다시 작동을 할 수 있는 경우도 고려하고, 계통 상태를 개선시키기 위한 다양한 예방보수 정책도 시뮬레이션에 구현한다.

계통 고장 추적방식도 개선하여 2차년도 연구결과인 고장수목 간소화 방법을 적용해 먼저 고장수목의 크기를 줄인 다음 이 고장수목 구조를 직접 추적하는 방식으로 계통 고장 여부를 확인한다. 이렇게 함으로써 절단집합 생성에 걸리는 시간을 줄일 뿐만 아니라, 절단집합을 유지하기 위한 메모리를 절약할 수 있다.

출력되는 결과 척도를 다양화하여 수리 가능한 계통에 대해 조건부 신뢰성 및 고장을 그래프까지 나타낼 수 있고 계통 수리효과 및 다양한 예방보수 방식에 의한 계통 예방보수 효과도 계산하도록 개선하였다. 또한, 신뢰성과 더불어 계통의 동적 상태를 나타내는 척도로 사용되는 가용성(Availability)을 구하기 위한 시뮬레이션도 가능하게 하여 시간에 따라 변하는 계통 가용성 그래프를 나타내는 기능을 추가한다. 2장에서는 본 연구의 주요 결과물인 시뮬레이터의 기능과 논리(logic)에 대해 살펴보고, 그 실행예제를 제시하도록 한다.

나. 특수한 입력 구조의 모형화

(1) 공통원인 고장 모형

원전 사고 경위의 주요 인자로 부각되고 있는 공통원인 고장 사건을 모의할 수 있는 모형을 개발하고 시뮬레이터의 한 모듈로 구성한다. 특히 충격에 의한 기기 방어력의 저하를 모형화 하여 공통원인 고장 사건에서도 기기의 열화를 반영할 수 있는 모형을 수립한다. 또한 공통원인 기기군의 구성에 제한이 없게 하여 다양한 경우에 대한 민감도 분석도 가능하도록 한다. 시뮬레이터에 반영된 공통원인고장 모형은 기본적으로 충격모형에 기초하고 있으며 고장확률 모형으로 5가지를 제공하고 있다. 이 고장확률 모형에 대해서는 3장 1절에 상세히 기술된다.

(2) 대기구조 모형

원전과 같이 고신뢰도의 대형 계통에서는 대기 계통에 대한 분석이 필연적이므로 대기 구조를 갖는 하부계통의 고장을 시뮬레이션 할 수 있는 모듈을 구성한다. 이 모듈에서는 대기 기기에 대한 시험 및 검사의 효과, 예방보수의 효과 등을 중점적으로 분석할 수 있도록 다양한 기능을 추가한다. 또한 cold 유형일 때 대기상태에서 작동상태로 바뀌게 될 때의 전환(switching) 확률을 지정할 수 있도록 한다. 특히 대기 기기에 대해서는 개별적인 예방보수를 수행할 수 있도록 한다. 대기 상태에 있는 기기에 대한 시험정책도 모형화하며, 마지막으로 대기상태에 있는 여러 개의 기기 중 어떤 기기를 우선적으로 작동상태로 전환하느냐를 결정하는 규칙을 지정할 수 있도록 한다. 이에 대한 상세한 내용은 3장 1절에 기술된다.

다. 시뮬레이션 결과 분석 모형

시뮬레이션의 직접적인 결과는 계통의 고장시간이므로 이러한 출력 자료를 분석하여 계통 신뢰도, 이용률, 고장률 함수 등의 유용한 정보를 얻어내기 위해서는 확률 통계 이론에 근거한 분석 모형이 필수적이다. 본 시뮬레이터는 기

본적인 입력 자료로서 계통의 구조, 기기의 고장시간 분포함수, 예방보수 유형 및 주기, 보수의 효과모수 등을 사용한다. 계통의 고장시간을 이용하여 계통 수준에서의 고장시간 분포함수, 보수의 효과모수 등을 추정하는 이론적인 모형을 구현하여 사용자가 계통의 신뢰성을 도표를 통하여 쉽게 볼 수 있도록 구성한다. 이에 대한 상세한 내용은 3장 2절에 기술된다.

라. 동적 신뢰도 분석 관련 연구

(1) 시뮬레이션 가속화 연구

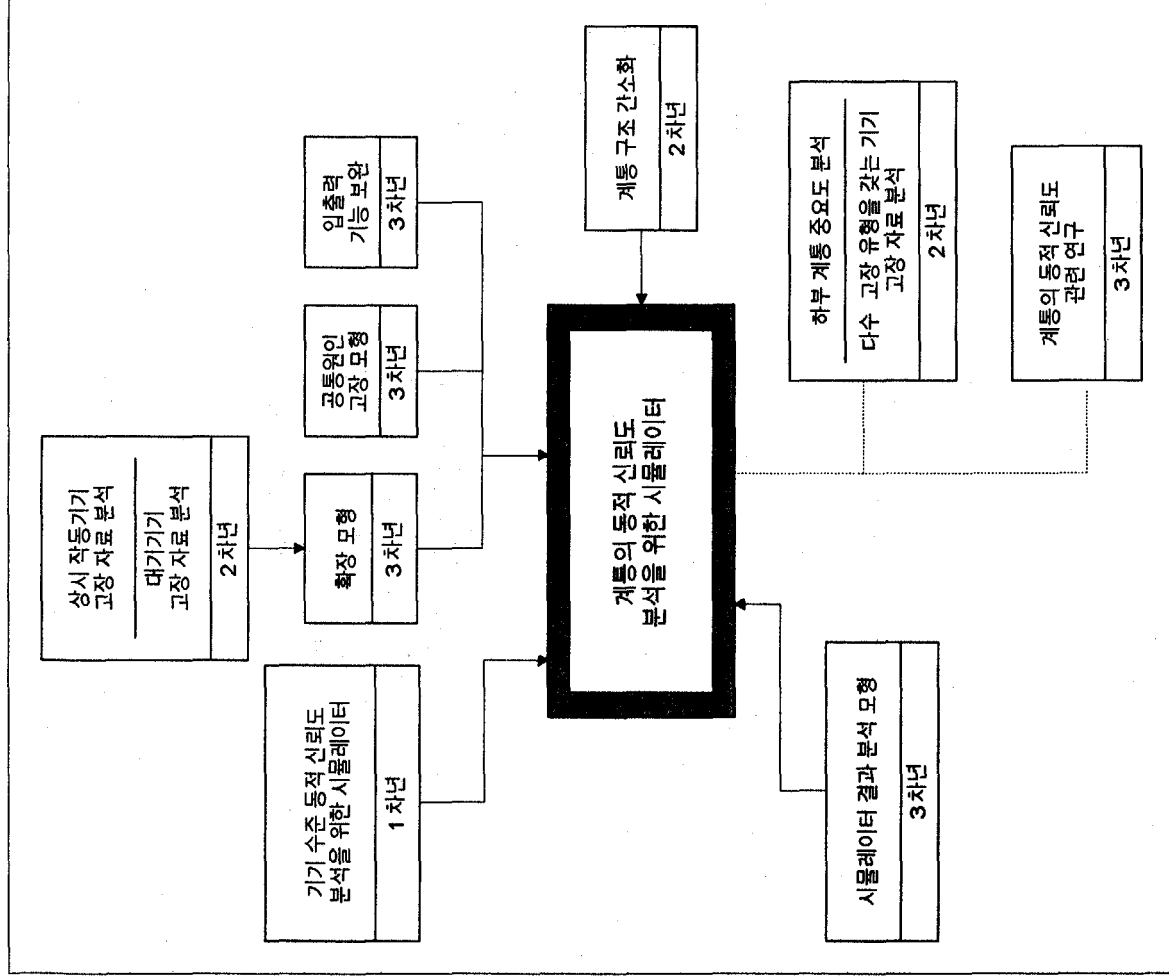
시뮬레이션은 해석적으로 해결할 수 없는 복잡한 확률적 문제를 접근하는 유용한 도구이지만, 상당히 많은 수의 반복실험을 수행하여야 정확한 해를 구할 수 있으므로 시간적으로나 비용 면에서 최선의 방법은 아닌 것이다. 따라서 두 가지 측면에서의 지속적인 연구가 필요하다. 첫째, 시뮬레이터의 실험 시간을 줄일 수 있는 연구가 필요하다. 이를 가속화 연구라고 하는데 본 시뮬레이터와 같은 이산 사건을 대상으로 할 때는 결국 사건의 발생 횟수를 줄이는 연구가 요구된다. 이에 따라 다각적 측면에서 가속화의 가능성을 타진하고 기술적으로 문제가 적은 재시작 방법을 중점적으로 다루어 본다. 이에 대한 상세한 내용은 4장 1절에 기술된다.

(2) 해석적 연구

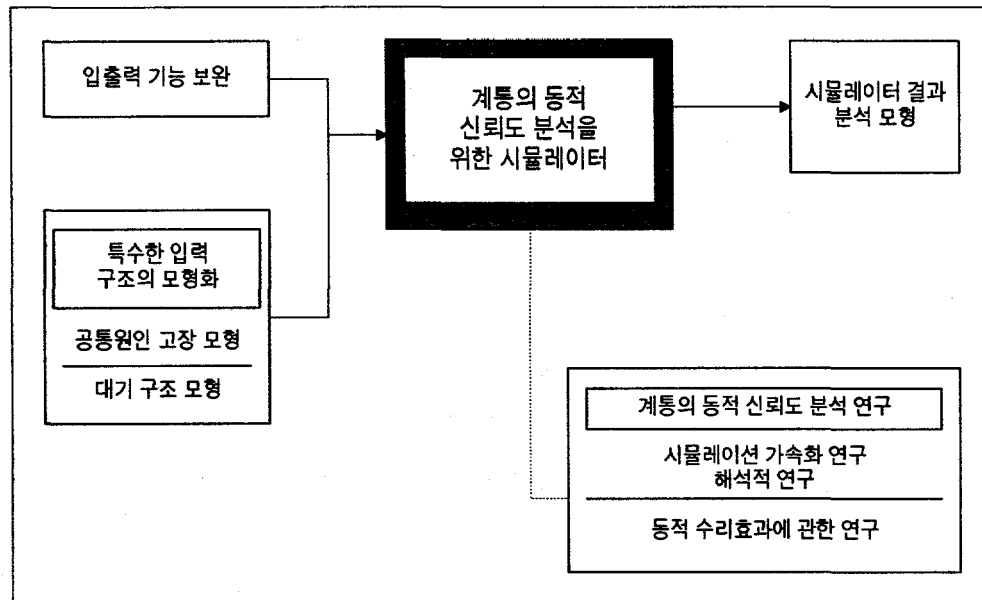
해석적인 방법을 통하여 계통의 동적 신뢰도를 구하는 방법을 살펴본다. 특히 모든 확률적 분포를 phase type으로 처리하여 마코프 과정을 통한 계통 신뢰도 분석 방법을 중점적으로 다룬다. 특히, 대기 구조와 병렬 구조에서의 해석적 접근 방법을 제시한다. 그러나 복잡한 계통에서는 상당히 많은 수의 상태가 요구되어 전이 행렬의 크기가 매우 커짐으로 인해 해를 구하기 어려운 점이 있어서 현실적으로 사용하기 위해서는 효율적인 알고리즘의 개발이 필요하다. 이에 대한 상세한 내용은 4장 2절에 기술된다.

(3) 동적 수리효과에 관한 연구

본 시뮬레이터에서 사용한 보수모형은 기본적으로 비례수명감소 모형으로서 보수의 효과에 따라 보수 후의 기기의 실질적 나이가 사용 시간에 비례하여 감소하는 특성을 반영한다. 또 다른 형태의 보수모형으로는 보수의 효과가 확률적으로 변하는 모형이다. 이는 보수 후 기기의 상태가 처음 상태와 같아지던지 (GAN, good as new), 아니면 고장 직전의 상태와 같아지는 (BAO, bad as old) 특성을 반영한다. 이 모형에서 보수효과 사이의 종속성을 고려하여 마코프 사슬로 표현하면 동적인 특성을 갖는 보수효과 모형을 얻는다. 기기의 고장시간 간격이 감소 추세를 보이지 않으면서 종속성을 나타낸다면 이 모형의 타당성이 부각된다. 이에 대한 상세한 내용은 4장 3절에 기술된다.



[그림 1.3.1] 연구의 개요



[그림 1.3.2] 3차년 연구의 개요

제 2 장 계통의 동적 신뢰성 분석을 위한 시뮬레이터

본 장에서는 본 연구과제의 주요한 결과물인 시뮬레이터의 기능과 논리(logic)에 대해 살펴보고, 그 실행예제를 제시하도록 한다. 먼저 1절에서는 시뮬레이터 개발의 배경과 1차년도에 개발되었던 시뮬레이터와의 비교를 중심으로 시뮬레이터의 개략적인 특징을 살펴보고, 2절에서는 이러한 기능들의 작동과정과 관련한 논리들을 살펴본다. 마지막으로 3절에서 몇개의 예제 계통에 대해 시뮬레이터의 실행과정을 제시하도록 한다.

제 1 절 시뮬레이터의 개요

다수의 부품 및 기기로 구성된 계통에 대한 신뢰성의 분석은 대부분 고장수목(Fault Tree)을 이용한 정적 신뢰성 분석을 중심으로 현장에서 활용되고 있다. 이러한 접근방법은 분석과정이 비교적 간단한 잇점이 있으나 부품 및 기기의 노후화 경향, 즉 열화를 반영할 수 없으며, 마찬가지로 계통에 대해서도 열화되는 특성을 확인할 수가 없다는 결함을 가지고 있다. 이러한 관점에서, 시간에 따른 부품 및 기기의 열화를 반영한 동적 신뢰성 분석을 위한 다양한 접근방법이 연구되어왔다.

이상적으로는 해석적 방법에 의해 계통의 신뢰성을 하나의 함수 형태로 도출할 수 있으면 가장 효과적인 분석이 가능하겠지만, 계통을 구성하고 있는 부품 및 기기의 수리만 고려되더라도 불가능한 것으로 알려져 있다. 결국, 분석가능성을 염두에 둔 많은 가정과 제한들을 통해 해석적 모형을 수립한 후 수리적인 알고리즘을 통해 계통의 동적 신뢰성을 단계적으로 계산할 수 있는 방법들이 연구되고 있다. 이에 반해, 시뮬레이션을 통한 분석방법은 분석가능성이란 측면에서 거의 제한이 없다고 볼 수 있다. 하지만 이 방법도 많은 시간투자와 복잡한 작업을 요한다는 측면에서 역시 한계를 가지고 있다.

본 연구에서 개발된 시뮬레이터는 시뮬레이션 방법에 기초하고 있다. 그것은

시뮬레이터가 현실에서 존재하는 다양하고 복잡한 구조와 부품 및 기기의 고장 특성을 반영한 계통의 동적 신뢰성을 분석할 수 있다는 것을 의미한다. 실제 분석과정에 소요될 많은 시간에 대한 보상의 관점에서 시뮬레이터는 훨씬 현실적인 계통을 대상으로 하고 있어야 한다. 또한, 시뮬레이터는 고장자료를 이용한 수명분포의 추정 이론들을 적용하고 있다. 즉, 적정 수의 계통 고장자료를 시뮬레이션으로 얻고나면 수명분포 추정 절차에 의해 가장 근사한 계통 고장분포를 선택해주므로, 실제 고장자료가 거의 없는 계통에 대해서도 기기 고장자료를 활용하여 계통의 고장분포에 관한 정보를 제공한다.

본 3차년도에 완성된 시뮬레이터는 시뮬레이션에 기초한 기기 수명분포의 추정이라는 단순한 목표로 1차년도에 개발되었던 시뮬레이터를 원형으로 하고는 있지만, 그 기능과 사용자 인터페이스 측면에서 비교할 수 없을 정도의 큰 향상을 이루었다. 시뮬레이터의 상세한 기능들을 살펴보기 전에 우선 1차년도의 시뮬레이터와 비교하여 향상된 특징들을 정리하면 다음과 같다.

1. 시뮬레이터의 운영환경

먼저, 시뮬레이터는 PC 환경의 윈도우즈(Windows) 운영체제에서 작동한다. 1차년도 시뮬레이터는 도스(DOS) 운영체제에서 작동되는 관계로 사용자 인터페이스 측면에서의 불편함이 많이 따랐다. 이를 개선하기 위해 윈도우즈 응용 프로그램으로 개발된 시뮬레이터는 팝업(Pop-up) 메뉴 방식을 이용하여 대상 계통을 기술하고, 이를 시뮬레이션하여 그 결과를 그래픽 형태로 출력하기까지의 과정이 사용자 요구대로 단계적으로 실행될 수 있게 하였다.

2. 시뮬레이션 모형의 입력방법

1차년도 시뮬레이터에서는 필요한 입력 파일을 정해진 형식대로 미리 작성해 놓은 상태에서 시뮬레이터의 수행이 가능하였다. 또한, 입력 파일을 작성할 때는 그 형식을 정확히 기억하고 있어야 하는 부담도 있었다. 시뮬레이터에서는 이러한 텍스트 파일의 편집을 통한 기존의 입력방식과 함께, Windows 대화상자(dialog box)를 통해 간편하게 입력하는 방식도 추가하였다.

3. 대상 계통에 대한 다양한 옵션(option)

대부분의 현실적인 계통은 매우 다양한 원인들에 의해 복잡한 과정을 거쳐 고장이 일어나고, 이 고장을 줄이기 위한 인위적인 조치들까지 취해지게 된다. 이러한 모든 상황을 가능한 한 모형화할 수 있도록 하기위해 시뮬레이터는 많은 옵션들을 유지하고 있다. 1차년도 시뮬레이터의 대상은 다수 부품이 고장수목 구조를 이루고 있는 단순 기기나 계통으로 제한되어 있었다. 반면, 개선된 시뮬레이터에서는 대상 계통의 구성 기기로서 복잡한 고장 메카니즘을 갖는 대기 기기도 첨가시켰으며, 외부적인 성격을 가지는 공통원인 고장(CCF:Common Cause Failure)까지 반영할 수 있도록 하였다. 또한, 계통 자체도 고장 발생시 그 수명을 다하지 않고 수리되어 다시 작동을 할 수 있는 경우도 고려하였고, 계통 상태를 개선시키기 위한 다양한 예방보수(PM:Preventive Maintenance) 정책도 시뮬레이션에 구현할 수 있게 하였다.

4. 계통 고장 추적방식의 개선

1차년도 시뮬레이터에서는 고장수목을 통해 모든 절단집합(Cut Set)을 구하고 이를 메모리에 유지하면서 계통 고장을 추적하였다. 그러나, 개선된 시뮬레이터에서는 절단집합을 구하지 않는다. 대신에 2차년도 연구결과로 나왔던 고장수목 간소화 방법을 적용해 먼저 고장수목의 크기를 줄인 다음, 이 고장수목 구조를 파일로 가지고 있다가 고장수목을 직접 추적하는 방식으로 계통 고장 여부를 확인한다. 이렇게 함으로써 절단집합 생성에 걸리는 시간을 줄일뿐만 아니라, 절단집합을 유지하기위한 메모리가 절약된다.

5. 출력되는 결과 척도의 다양성

1차년도 시뮬레이터에서는 수리불가능한 기기가 처음으로 고장날 때까지의 독립적인 시간 자료를 이용해 추정한 기기의 수명분포가 유일한 결과였던 반면, 개선된 시뮬레이터는, 수리가능한 계통에 대해, 현장에서의 정보를 이용한 조건부적인 신뢰성 및 고장률 그래프까지 나타낼 수 있고 계통 수리효과 및 다양한

예방보수 방식에 의한 계통 예방보수 효과도 계산해 준다. 또한, 신뢰도와 함께 계통의 동적상태를 나타내는 척도로 사용되는 가용도(Availability)을 구하기 위한 시뮬레이션도 가능하게하여 시간에 따라 변하는 계통 가용도 그래프를 나타낼 수가 있다.

제 2 절 시뮬레이터의 기능 및 논리

1절에서 개략적인 시뮬레이터의 특징을 제시하였다. 본 절에서는 사용자 관점에서의 시뮬레이터의 구체적인 기능과 구현 논리에 대해 살펴보도록 하겠다.

1. 시뮬레이터의 기능

먼저 시뮬레이터의 기능을 입력-출력 도식으로 표현하면 [그림 2.2.1]와 같다. 시뮬레이터의 기능은 이 그림에서의 각 부분을 좀더 구체적으로 고찰하면서 정리하도록 한다.

가. 입력부분

입력부분은 크게 다음의 5가지 부분으로 나뉘어지고 각각은 하나의 입력파일로 시뮬레이터에 입력되게 된다.

- (1) 대상 계통 옵션
- (2) 고장수목
- (3) 부품 및 단순 기기의 입력모형
- (4) 대기 기기의 입력모형
- (5) 공통원인 고장 입력모형

(1) 대상 계통 옵션

신뢰성 분석의 대상이 되고 있는 계통의 조건이나 전체적인 고려사항을 지정해주는 부분으로서 크게 계통의 수리가능성에 대한 옵션과 계통 예방보수

(PM: Preventive Maintenance) 정책에 대한 옵션으로 나눌 수 있다.

(가) 수리가능성

시뮬레이터가 분석할 수 있는 계통은 크게 수리불가능한 경우와 수리가능한 경우로 나눌 수 있다. 먼저 수리불가능한 계통이란, 계통 고장시 오직 대체(replacement)만이 가능한 경우로 볼 수 있으며, 따라서 가용도란 척도는 의미가 없고, 오직 계통이 처음 고장날 때까지 시간의 분포를 추정하여 신뢰도 함수를 출력해준다. 물론, 수리가능한 계통에 대해서도 처음 고장날 때까지의 시간분포만을 구하고자 할 때는 이 옵션을 지정할 수 있다. 다음으로 수리가능한 계통은 계통이 고장났을 때 수리를 통해 다시 작동할 수 있는 계통을 말하므로, 계통의 가용도가 관심 척도가 될 수도 있고 계통의 신뢰도가 척도가 될 수도 있다. 여기서 계통의 수리는 계통 고장시 고장나 있는 부품 및 기기의 수리로 볼 수 있으며, 따라서 계통이 고장에서 회복되는 시점은 고장난 부품 및 기기의 수리 시점중에서 계통의 상태를 다시 작동가능한 상태로 만드는 최소의 시점으로 가정한다. 계통이 수리될 때 계통은 새 것과 같은 상태(GAN: Good As New)로 되지도 않을 것이고, 또한 고장 전의 상태와 똑같은 상태(BAO: Bad As Old)로 회복되지도 않을 것이다. 즉, 적절한 수리효과에 의해 적어도 고장 전보다는 더 나은 상태가 될 것이다. 본 시뮬레이터서는 이런 경우 수리효과도 추정할 수 있다. 따라서 신뢰도를 알아보고자 하는 경우, 실제 계통의 과거 고장이력에 대한 정보가 입력되고 이 정보에 의해 현재까지의 수리효과가 반영된 조건부 신뢰도 함수가 출력되게 된다.

(나) 전체적인 예방보수 정책

본 시뮬레이터에서는 계통 전체적인 예방보수(overhaul PM) 정책을 반영할 수 있다. 그러나 대기 기기를 구성하고 있는 부품 및 기기를 제외하고 다른 일반적인 부품 및 기기에 대한 개별적인 예방보수 정책은 고려하지 않고 있다. 일반적으로 전체적인 예방보수가 시행될 때는 계통이 완전히 작동을 멈추게 된다. 단, 본 시뮬레이터에서 수리불가능한 계통의 경우는, 예방보수가 시행될 때 계통은 작동을 멈추지 않는다고 가정한다. 즉, 계통의 작동을 그대로 유지한 상태에

서 최소한의 예방보수가 이루어지는 것으로 가정하였다. 계통 예방보수의 시행 시기에 대한 옵션은, 특정 시간마다 정기적으로 시행하는 경우와 계통 고장이 특정 횟수만큼 일어날 때마다 시행하는 두가지 경우를 제공하고 있다. 예방보수의 효과는 두가지 경우로 나뉘어진다. 즉 본 시뮬레이터에서는 전체적인 예방보수가 계통을 구성하고 있는 모든 부품 및 기기에 적용되는 경우와 예방보수 시행시점에서 고장나 있는 부품 및 기기에만 적용되는 경우로 구분하여 옵션으로 제공하고 있다. 그러나, 두가지 경우 모두에 대해 예방보수의 효과는 계통 전체적으로 정해지는 것이 아니라, 각 부품 및 기기에 대해 개별적으로 지정된 예방보수 효과에 의해 정해지는 것으로 가정하였다. 따라서, 부품 및 단순 기기의 입력모형 부분에서 이러한 예방보수의 효과가 지정되어지도록 되어있다.

(2) 고장수목

본 시뮬레이터에서 계통의 상태를 결정하는 것은 계통 고장수목의 논리구조를 통해서이다. 고장수목은 계통의 고장이 일어나는 조건을 AND/OR 게이트(gate) 구조로 나타내고 있는데, 고장수목의 기본 사상은 부품 및 단순 기기의 고장이 될 수 있고 대기기기의 고장이 될 수도 있다. 하지만 대기기기 자체의 구조는 고장수목에 표현하지 않는다. 즉, 대기기기는 하나의 독립적인 모듈로 간주하여 대기기의 입력모형 부분에서 입력되도록 한다.

(3) 부품 및 단순 기기의 입력모형

여기서는 고장수목을 구성하고 있는 부품 및 단순 기기들의 고장분포와 수리분포, 수리효과, 그리고 계통 전체적인 예방보수가 이루어질 때의 예방보수 효과를 지정하게 된다. 고장분포는 완전한 수리가 이루어지는 경우, 즉 수리효과가 1인 경우는 지수분포, 감마분포, 와이블분포, 대수정규분포 등 4가지를 제공하고 있고 불완전 수리일 경우는 감마분포와 와이블분포만 이용하도록 되어 있다. 그것은 지수분포가 상수고장률(CFR:Constant Failure Rate) 특성을 가지고, 대수정규분포가 고장률이 0에서 증가하다가 다시 감소하는 특성을 갖기 때문이다. 반면, 수리분포로는 일반분포의 대부분을 사용할 수 있다. 중요한 가정으로서, 본 시뮬레이터는 계통 예방보수가 있을 경우 부품 및 기기의 수리효과는 없는 것으

로, 즉 BAO로 간주한다. 이것은 대부분의 일반적인 기기에 대해, 만약 수리효과가 크게 되면 예방보수가 의미가 없어진다는 점을 반영한 것이다. 그러나 수리가 불가능하여 대체만이 가능한 경우가 있을 수도 있으므로, 이러한 경우는 수리효과를 1로 지정하는 방식으로 반영될 수 있게 하였다.

(4) 대기 구조의 입력모형

본 시뮬레이터에서는 다양한 대기구조도 반영할 수 있도록 하였다. 이것은 특히, 원자력발전소와 같이 기기의 중복설계가 많이 반영된 계통에 대해서 효과적인 분석 결과를 제공하기 위한 것이다. 대기 구조의 입력모형 부분에서는 이러한 대기기기와 관련된 옵션을 규정하는 부분이다. 대기기기는 먼저 대기상태에서의 고장특성에 따라, Cold 유형, Warm 유형, Hot 유형으로 나누어진다. Warm 유형과 Hot 유형은 대기상태에 있는 기기도 고장이 발생할 수 있는 경우로서, 특히 Hot 유형은 대기상태에서와 작동상태에서의 고장분포가 동일한 경우를 가리킨다. 또한 Cold 유형일때는 대기상태에서는 고장이 일어나지 않는 경우로서, 이 때는 대기상태에서 작동상태로 바뀌게 될 때의 전환(switching)이 제대로 이루어질 확률을 지정할 수 있도록 했다. 대기 구조를 구성하고 있는 기기의 고장 및 수리분포와 수리효과는 일반 부품 및 기기에서와 같다. 특히 대기기기의 유닛에 대해서는 개별적인 예방보수를 수행할 수 있도록 하였다. 이것은 대기기기가 계통 전체의 신뢰성 유지에 차지하는 비중이 크다는 가정에 기초하여 대기기기에 대해 중점적인 관리 상황을 반영하기 위한 것이다. 또, 대부분의 대기 구조가 시험(test) 없이 대기상태 기기의 고장 여부를 알 수 없으므로, 시뮬레이터는 대기 상태에 있는 기기들에 대한 시험정책도 모형화할 수 있다. 다만, 시험은 주기적으로 시행되고 시험을 시행하는데는 일정한 시간이 걸린다고 가정한다. 마지막으로 대기상태에 있는 여러개의 기기들 중 어떤 기기가 우선적으로 작동상태에 돌입하느냐를 결정하는 규칙을 지정할 수 있다. 본 시뮬레이터에서는 기기가 입력된 순서에 의해 결정되는 FCFS(First Come First Service)와 LCFS(Last Come First Service) 규칙, 가장 가동수명이 적은 기기를 먼저 작동하게 하는 규칙, 그리고 각 기기에 대해 순위를 직접 지정하는 방법 등 4가지의 옵션을 제공하고 있다.

만일, 사용자가 계통 전체가 아닌 대기 구조 하나에 대한 신뢰성 분석을 수행하고자 한다면, 계통 고장수목에 대기 구조의 고장을 나타내는 하나의 기본사상만 정의함으로써 대기기기에 대한 결과를 얻을 수도 있다.

(5) 공통원인 고장 입력모형

본 시뮬레이터에서는 외부환경이나 운전자 등의 요인에 의해 다수의 부품 및 기기가 한꺼번에 고장나는 공통원인 고장까지 고려할 수 있게 되어있다. 시물레이터에 반영된 공통원인 고장 모형은 기본적으로 충격모형에 기초하고 있다. 이러한 충격은 포아송과정(Poisson Process)으로 발생하는 것으로 가정한다. 일정한 발생률로 충격이 발생하여 그 요인과 관련된 부품 및 기기들이 확률적으로 고장나게 되는데, 이때의 고장확률은 그동안 받은 충격의 횟수에 종속적으로 결정될 수도 있고 그 기기의 가동수명에 종속적으로 결정될 수도 있다. 혹은 충격의 횟수나 가동수명과는 상관없이 일정한 확률로 고장날 수도 있다. 이러한 관점에서 시뮬레이터는 공통원인 고장에 의한 고장확률 모형으로 5가지를 제공하고 있다. 이 고장확률 모형에 대해서는 3장에서 자세히 살펴보도록 한다.

나. 출력부분

출력부분은 계통 신뢰도와 관련된 부분과 계통 가용도에 대한 부분으로 나누어지는데, 각각은 서로 다른 시뮬레이션 과정으로부터 생성된 자료에 기초하여 구해진다. 즉, 시뮬레이터에서 출력하는 주요 항목은 다음 두가지이다.

- (1) 계통의 동적 신뢰도
- (2) 계통의 동적 가용도

(1) 계통의 동적 신뢰도

계통의 신뢰도에 대한 출력은 입력부분에서 지정된 계통 상황에 따라 4가지의 서로 다른 결과를 출력하게 된다. 각각의 경우에 대해 계통 신뢰도와 함께 계통 고장률합수도 함께 구한다.

(가) 전체 예방보수가 없고 수리불가능한 계통 신뢰도 함수를 구하는 경우

가장 간단한 경우로서 계통의 첫 번째 고장 시간까지의 자료를 통해 계통 수명분포의 확률밀도함수(pdf) $f(t)$ 를 추정하면 계통의 신뢰도를 구할 수 있다. 따라서, 이 경우는 계통의 신뢰도 함수 $R(t)$ 와 고장률 함수 $\lambda(t)$ 의 그래프만 출력된다.

(나) 전체 예방보수가 있고 수리불가능한 계통 신뢰도 함수를 구하는 경우

입력부에서 기술한 바와 같이, 수리불가능한 계통에 대한 예방보수는 계통의 작동을 유지한 상태에서 이루어진다고 본다. 따라서, 계통의 고장자료에는 예방보수의 효과까지 이미 포함되어 있다고 보는 것이 타당하며, 계통이 고장과 수리를 반복하며 열화되는 상황이 반영되고 있지 않으므로 예방보수의 효과를 따로 추출할 수가 없다. 따라서, 이 경우도 계통의 신뢰도 함수 $R(t)$ 와 고장률 함수 $\lambda(t)$ 의 그래프만 출력하게 된다.

(다) 전체 예방보수가 없고 수리가 가능한 계통 신뢰도 함수를 구하는 경우

이 경우에 얻어지는 계통의 고장 간격시간상의 감소추세를 가지고 있다. 즉 계통의 고장이 거듭됨에 따라 불완전한 수리효과에 의해 고장률이 증가하고 따라서 고장시간은 감소하게 되는 것이다. 따라서, 이 경우의 계통 수명모형은 불완전 수리모형을 사용하여 추정하게 된다. 본 시뮬레이터에서는 1차년도 연구보고서 4장에서 기술된 불완전 수리 모형과 모수추정 방법을 이용하고 있다. 즉, 고장률 $\lambda(t)$ 가 수리 이전 시점까지는 연속적으로 단조증가하고, 수리가 완료되고 나면 처음 상태의 고장률과 고장직전 상태의 고장률 사이로 감소한 후 다시 다음번 고장까지 연속적으로 단조증가를 반복하는 것으로 가정하였다. 그리고 이때 고장률의 감소를 계통 나이가 감소하는 것으로 간주하여, 모든 수리에 대한 감소 정도를 일정한 수리효과 ρ , $0 < \rho < 1$ 로 모형화하여 평균적인 수리효과가 반영되도록 단순화하였다. 결국, 계통의 고장자료로부터 추정되는 것은 계통의 첫 번째 고장까지의 시간분포 $F_1(t)$ 와 ρ 가 된다. 그러면 이결과와 사용자가 입력하는 현장에서의 계통 고장이력 $\{x_1, x_2, \dots, x_{k-1}\}$ 를 조건부로 이용하여

$k-1$ 번째 수리가 끝난 시점에서부터 k 번째 고장시간까지의 분포와 신뢰도 함수, 고장률 함수를 계산할 수 있게 된다. 즉, 사용자가 고장이력을 입력하게 되면, 다음의 식에 의해 계통의 조건부 고장률함수 $\lambda_k(t)$ 와 조건부 신뢰도 함수 $R_k(t)$ 의 그래프가 출력되게 된다. 상세한 내용은 1차년도 보고서에 기술되어 있다.

$$\lambda_k(t) = \lambda_1(t + \tau_k), \quad t > 0$$

$$R_k(t) = \frac{1 - F_1(t + \tau_k)}{1 - F_1(\tau_k)}, \quad t > 0$$

$$\text{where } \tau_k = \begin{cases} \sum_{i=1}^{k-1} (1 - \rho)x_i, & k = 2, 3, \dots \\ 0, & k = 1 \end{cases}$$

(라) 전체 예방보수가 있고 수리가능한 계통 신뢰도 함수를 구하는 경우

계통 전체적인 예방보수가 있을 경우에는 수리가 되더라도 계통의 수리 효과는 0으로, 즉 BAO인 것으로 간주하고, 예방보수가 있는 계통의 고장모형으로 불균일 포아송과정(NHPP: NonHomogeneous Poisson Process) 모형을 적용한다. 그리고 예방보수에 의한 고장률 감소모형으로서 불완전 수리 모형에서 이용된 것과 유사한 가동수명감소 모형을 이용하였다. 즉 $k-1$ 번째 예방보수 시점 τ_{k-1} 와 k 번째 예방보수 시점 τ_k 사이의 고장률 $\lambda_k(t)$ 가 균일한 보수효과 ρ 에 의해 가동수명이 감소한 형태로 표현되는 것으로 가정하였다. 이와 관련된 연구는 2차년도 연구보고서 2장에 상세히 정리되어 있다. 따라서, 이 경우 출력부에서는 계통의 고장률 $\lambda_k(t)$ 에 관련된 변수와 계통의 보수효과를 출력하게 된다. 이 결과를 통해 k 번째 보수가 수행되고 난 후 그 시점에서부터의 계통 고장률 함수와 신뢰도를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \lambda_k(t) &= \lambda_{k-1}(t - \{\rho \cdot (\tau_{k-1} - \tau_{k-2})\}) \\ &= \lambda_1(t - \rho \cdot \tau_{k-1}) \end{aligned}$$

$$R_k(t) = e^{-\int_0^t \lambda_k(x) dx}$$

(2) 계통의 가용도

가용도는 특정시점에서 계통이 작동하고 있을 확률로 정의된다. 따라서, 계통의 가용도를 구하기 위해서는 특정시점에서의 계통 상태에 대한 많은 자료가 필요하다. 본 시뮬레이터에서는 미리 정해진 횟수만큼만 시뮬레이션을 수행하여 가용도를 추정, 계산하게 되는데, 시점 t 에서의 계통 가용도, $A(t)$ 에 대한 추정값은 다음과 같다.

$$A(t) = \frac{t \text{ 시점에서 시스템이 작동하고 있는 횟수}}{\text{총 실험횟수}}$$

2. 시뮬레이터의 구현논리

여기서는 입력된 계통 모형에 대해 시뮬레이터가 어떤 과정으로 원하는 결과를 출력하는지 살펴본다. 먼저, 시뮬레이터의 작동과정은 [그림 2.2.2]와 같이 나타낼 수 있다. 처음 입력부에서 5개의 입력파일을 생성하고, 그 중 고장수목 파일은 고장수목 간소화 알고리즘을 거쳐 변환된 파일로 시뮬레이션부에 입력된다. 시뮬레이션부는 난수발생기(random number generator), 사상발생기(event generator), 사상시간 추적논리(event time tracking logic)으로 구성된다. 여기서 시뮬레이션의 종료시점은 목표로 하는 척도에 따라 달라진다. 즉, 동적 신뢰도를 구할 경우는 계통 고장 횟수로 미리 정해주거나 축차적 횟수 결정 절차를 통해 자동적으로 판단할 수도 있게 하였고, 동적 가용도를 구할 경우는 계통의 시뮬레이션 시간을 지정하는 방법으로 종료되게 하였다. 시뮬레이션이 끝나게 되면 자료파일이 생성되게 된다. 계통 신뢰도를 목표로 할 때는 계통의 고장자료만 기록된 자료파일이 만들어지고, 계통 가용도를 목표로 한 실험이면 계통의 고장자료뿐 아니라 수리시간(예방보수 시간도 포함)에 대한 자료까지 기록된 자료파일이 만들어진다. 계통 고장/수리 자료파일로부터 가용도를 계산하는 과정은 간단하게 수행된다. 반면, 동적 신뢰도 함수를 구하기 위해서는, 계통 고장자료를 이용하여 계통 수명분포 혹은 계통 수리효과와 예방보수 효과까지 통계적 추정

이 수행되어야 한다. 마지막으로 출력부에서는 계통 신뢰도 함수와 고장률함수, 혹은 계통 가용도를 그래프 형태로 보여주게 된다. 그리고 출력부에서는 몇가지 제공된 옵션들을 통해 다양한 형태의 그래프를 그릴수가 있다. 이제 시뮬레이션 부를 중심으로 하여, 시뮬레이터의 작동과정을 다시 살펴보면서 시뮬레이터의 구현논리를 기술하고자 한다. 기본적인 배경이론들은 1차년도 연구보고서를 참조하라.

가. 입력부

1절에서 5개의 입력파일 내용들을 살펴보았다. 입력부에서는 이러한 형식의 시뮬레이션 입력파일을 작성하게 된다. 파일을 작성하는 방식은 시뮬레이터에서 자체적으로 제공하는 텍스트 파일 편집기를 이용하거나, 아니면 대화상자를 통해 대화식으로 입력할 수도 있다.

나. 시뮬레이션부

시뮬레이션부는 크게 신뢰도 출력을 목표로 하느냐, 혹은 가용도 출력을 목표로 하느냐에 따라 나뉘어진다. 그러나, 실제 구현에서 다른 점은 시뮬레이션의 결과 파일에 기록하는 내용일 뿐이다. 즉 신뢰도 출력을 목표로 할 때는 계통의 수명 자료만 기록하고 가용도 출력일때는 계통이 작동하는 시간과 수리나 예방보수를 하기위해 작동하지 않는 시간을 동시에 기록하여야 한다. 따라서, 시뮬레이션의 기본적인 구현논리는 같다고 볼 수 있다. [그림 2.2.2]에서 볼 수 있듯이 시뮬레이션부는 크게 난수발생기, 사상발생기, 사상시간 추적논리로 구성된다. 각각에 대해 자세히 설명하면 다음과 같다.

(1) 난수발생기

특정한 확률분포를 따르는 사상을 발생시키기 위해 난수를 발생시키는 부분으로 난수발생에 있어서의 이론적 배경과 프로그램, 코딩 방법은 1차년도 연구보고서 5장의 내용과 유사하다. 다만, 본 차년도 시뮬레이터에서는 수리가능한 계통도 고려하고 있으므로, 계통 수리가 끝나고 다시 작동을 시작할 때의 난수 발생

방법이 추가되어야 한다. 이 경우, 계통 회복과 동시에 수리가 완료된 부품 및 기기들은 각각의 수리효과가 적용된 새로운 고장분포로부터 다음 고장 시점을 발생시키면 된다. 반면에, 계통 고장시 작동하고 있던 부품 및 기기들의 고장 시점은 계통 회복과 동시에 다시 발생시켜야 한다. 이때 이러한 부품 및 기기들의 고장분포는 계통이 수리될 동안은 열화되지 않는다는 가정 하에서 계통 고장이 일어나기 전까지의 열화만을 반영한 형태로 변환해서 난수를 발생시켜야 한다.

(2) 사상발생기

본 시뮬레이터에서 난수 생성을 통해 발생하는 사상은 1차년도 시뮬레이터와 비교해서 훨씬 다양하고 복잡하다. 시뮬레이터에서 고려하고 있는 사상들을 나열하면 다음과 같다.

- ① 계통 전체 예방보수의 시작 시점과 완료 시점
- ② 고장수목을 이루는 부품 및 단순기기의 고장 시점과 수리완료 시점
- ③ 대기 기기를 이루는 부품들의 고장 시점과 수리완료 시점
- ④ 대기 기기를 이루는 부품들의 개별적인 예방보수의 시작 시점과 완료 시점
- ⑤ 대기 기기에 대한 시험의 시작 시점과 완료 시점
- ⑥ 대기 기기에서 전환의 성공 여부
- ⑦ 공통원인 고장의 발생시점과 공통원인에 의한 부품 및 기기의 고장여부

이러한 사상들을 발생시키는 논리는 1차년도 시뮬레이터와 같은 논리를 따르고 있다. 즉 대응되는 난수값에 대해 역변환법, 채택-기각법, 회선법, 구성법 등의 발생기법을 이용해 사상값이 발생된다. 자세한 내용은 1차년도 연구보고서의 5장을 참조하라.

(3) 사상시간 추적논리

계통의 고장여부는 고장수목을 구성하는 부품 및 기기들의 상태를 추적함으로써 판명될 수 있다. 1차년도 시뮬레이터가 미리 만들어진 절단집합을 유지하면서 계통 사상을 추적하는 것과 달리, 본차년도 시뮬레이터는 각 부품 및 기기의

상태가 바뀔 때마다 고장수목 파일에 접근하여 고장수목을 추적하면서 계통 사상을 판단한다.

사상 발생기에서 기본 사상의 고장과 수리 완료 시점이 발생되고, 대기 시스템 사상 발생기에서 대기 시스템의 고장, 예방 보수 시점, 시험 시점, 수리 완료 시점이, 그리고 전체 예방 보수 시점과 공통 원인 충격 시점이 각각 발생 된다. 그러면 이들 시점들을 차례로 추적하여 전체 시스템의 고장, 수리완료 등의 우리가 원하는 모의 실험 자료를 얻게 된다. 시스템의 상태를 순서대로 추적해가는 알고리즘을 살펴보도록 한다.

먼저, 추적 알고리즘을 구현하기 위해 유지해야 할 변수는 다음과 같다.

x_i : 부품 i의 작동시간

y_i : 부품 i의 수리시간

t_i : 부품 i의 작동시간 합

τ_i : 부품 i의 가상나이, 즉 수리효과를 반영한 나이

T_i : 부품 i의 clock (작동시간, 수리시간의 총합)

r_i : 부품 i의 상태변수 ($r_i=0$:작동중, $r_i=1$:고장)

PMtime : 전체 예방 보수 시점

Shock T_i : 공통 원인 i의 발생 시점

p : 공통원인 고장 충격 발생시 관련된 부품이 고장날 확률

SB T_i : 대기기기 i의 clock

SBPM T_i : 대기기기 i의 예방 보수 시점

SBTest T_i : 대기기기 i의 시험 시점

Status O, G, P, T, F : 대기기기를 구성하는 부품의 상태

(O:작동, G:대기, P:예방 보수중, T:시험중, F:고장)

$SB R_i$: 대기기기 i 의 상태 변수 (0 : 작동중, 1: 고장(수리중))

Min_T : 가장 일찍 발생하는 사상 시간

T : 계통의 고장시간

R : 계통의 구조함수값 (1:고장, 0:작동)

(가) 수리불가능한 계통일 경우

초기화

$R = 0$

$T_i = 0, \quad t_i = 0, \quad r_i = 0$

Generate Shock T_i

Generate standby time of each status O, G, P, T

If periodic PM policy, PMtime = PMperiod

Generate x_i , $T_i = x_i$

단계 1

Min_T = Min { T_i , Shock T_i , PMtime, SB T_i , SBPM T_i , SBTest T_i }

If Min_T = T_i , goto 단계 2

else if Min_T = PMtime, goto 단계 3

else if Min_T = Shock T_i , goto 단계 4

else if Min_T = SB T_i , goto 단계 5

else if Min_T = SBPM T_i ,

 Status = P and generate PM time

else if Min_T = SBTest T_i ,

 Status = T and generate Test time

단계 2 (Modifying Module of Basic Event)

If $r_i=0$, change $r_i=1$

compute R value(from Tracing Module of Fault Tree)

If $R = 1$ (system down), goto 단계 6

else Generate y_i

$$T_i = T_i + y_i$$

goto 단계 1

else $\tau_i = (1 - \rho_i) \cdot t_i$

Generate x_i using τ_i

$$T_i = T_i + x_i$$

goto 단계 1

단계 3 (PM Module)

Generate PM Duration Time

If $r_i=0$, modify t_i ($t_i = t_i - (T_i - \text{PMtime})$) (all $i \in \text{basic event}$)

Generate x_i , $T_i = \text{PMtime} + x_i$

Change status of Standby all component into G,

select operating comp and change status into O,

During PM, discard CCF Shock T_i and generate new Shock T_i

단계 4 (CCF Module)

If $r_j=0$, generate p and modify r_j (0 or 1) (all $j \in \text{CCF Group } i$)

If $r_j=1$, compute R

If $R=1$ (system down), goto 단계 6

else Generate y_j

$$T_j = T_j + y_j$$

generate new Shock T_i

goto 단계 1

단계 5 (Standby Module)

If Status = O, Status = R and generate repair time

If Status G exists, change Status = O (Selection Rule)

and generate operation time and modify PM schedule

else compute R, if R=0, goto 단계 1

else R=1, goto 단계 6

else if Status =G, Status =F

else if Status = R,

if $SBR_i = 0$, Status =G and generate standby time

and modify Test schedule

else Status =O and generate operation time

and modify PM schedule

else if Status = P,

if $SBR_i = 0$, Status =G and generate standby time

and modify Test schedule

else Status =O and generate operation time

and modify PM schedule

else if Status = T,

if result of test is not failed,

if $SBR_i = 0$, Status =G and generate standby time

and modify Test schedule

else $SBR_i = 1$, Status =O and generate operation time

and modify PM schedule

else Status =R and generate repair time
 modify $SB T_i$
 goto 단계 1

단계 6

$T = \text{Min_T}$
 Stop

(나) 수리가 가능한 계통일 경우

계통이 전체적인 작동 중지 상황에 놓였을 때, 부품 및 기기들의 수리를 통해 전체 계통도 수리가 가능한 경우이다. 이 경우 위 알고리즘에서 단계 6의 부분만 변화시켜 주면 된다. 즉 고장난 경우 끝내는 것이 아니라, 수리를 하여 계속 계통을 지켜보는 것이다.

수리가 시작되어 끝나는 시점또한 고장이 발생하는 시간을 찾는 경우처럼 가장 먼저 수리가 되는 부품들을 따라가며 계통을 재가동시킬 수 있는지를 알아 보게 된다. 재가동시킬 수 있으면 즉시 가동시키고 수리 중인 부품들을 여전히 수리중에 놓이게 된다. 알고리즘은 아래와 같다.

단계 6

If $r_i = 0$, modify t_i ($t_i = t_i - (T_i - \text{MinT})$) (all $i \in \text{basic event}$)
 modify ages of SB component.
 goto 단계 7

단계 7

$\text{Min_T} = \{ T_i, SBT_i \}$ (all $i \in \{ r_i = 1 \text{ or } SBR_i = 1 \}$)
 If $\text{Min_T} = T_i$, $r_i = 0$ and generate x_i
 else if $\text{Min_T} = SBT_i$, $SBR_i = 0$ and Status =G

compute R,

If $R=0$, $T_i = T_i + x_i$ ($\text{all } i \in \text{components with } r_i = 0$)

and goto 단계 1

else goto 단계 7 (repeat)

(다) 계통 고장사상 추적논리

마지막으로, 고장수목을 구성하고 있는 부품 및 기기의 상태에 따라 계통의 고장 여부를 판단하는 알고리즘을 살펴본다. 본 시뮬레이터에서는 회귀적으로 고장 수목의 구조를 따라가면서 계통의 고장을 판단한다. 즉, AND 게이트이면 하부구조들 중 하나라도 작동가능하면 게이트가 작동가능하고, OR 게이트이면 하부구조들 중 하나만 고장나도 게이트가 고장나는 것에 기초하여 쉽게 구현할 수 있다. k를 현재 추적 위치에서 계통이나 하부 시스템의 상태 변수(0:작동, 1: 고장)라고 하고, Top Event 즉, 계통의 고장사상을 0번 게이트로 정의하면, 시스템의 고장 여부는 아래의 알고리즘으로부터 알 수 있다.

단계 1

$k=0$,

If i gate is AND gate, goto 단계 2

else if i gate is OR gate, goto 단계3

단계 2

If sub part is gate, $k = (\text{result of algorithm recursive operation})$

else if sub part is basic event, $k = r_i$

If $k=0$ (at least one sub is not fail),

goto 단계 4

단계 3

If sub part is gate, $k = (\text{result of algorithm recursive operation})$

else if sub part is basic event, $k = r_i$

If $k=1$ (at least one sub part is fail),

goto 단계 4

단계 4

If gate $i = 0$, $R = k$ and Stop

else return k

다. 추정부

추정부에서는 계통 신뢰도 함수를 구하기 위해 시뮬레이션에서 얻어진 계통 고장자료를 토대로 계통 수명분포를 추정한다. 이 과정은 계통 옵션에 따라 다음과 같이 이루어진다.

(1) 전체 예방보수가 없고 수리불가능한 계통의 경우 :

이 경우 시뮬레이션을 통해 얻어지는 계통의 고장자료, 즉 고장시간 간격들은 서로 독립적이고 동일한 분포(IID)를 따르는 것으로 볼 수 있다. 따라서 1차년도 연구에서 수행되었던, IID 고장자료에 대한 최적 수명분포 선택 절차를 그대로 이용할 수 있다. 즉, 선별력이 비교적 우수한 것으로 알려진 최량불변검정 방법을 근간으로 하여 모수 추정법을 일부 개선시킨 방법을 이용하였다. 자세한 내용은 1차년도 연구보고서 3장을 참고하기 바란다.

(2) 전체 예방보수가 없고 수리가 가능한 계통의 경우 :

이 경우는 계통 고장 발생시 각 부품 및 기기의 수리에 의해 계통이 수리되게 되는데, 부품 및 기기들이 완벽하게 수리되는 것이 아니므로 계통의 고장자료는 고장시간이 감소하는 IFR 추세를 가질 수 있다. 다시말해, 수리 후의 계통 상태는 처음보다는 나쁘면서 고장 직전보다는 좋은 상태가 된다고 볼 수있다. 이렇게 수리에 의해 계통의 상태가 개선된 정도를 나타내는 정량적 척도를 수리효과라고 할 수 있는데, 1차년도 연구에서 제시되었던 것과 같이 본 연구에서도 이 수리효과를 수리가 직전의 작동시간을 특정한 비율로 감소시키는 것으로 모형화

하였다. 본 시뮬레이터에서는 수리효과를 항상 일정한 값(ρ)으로 가정하였다. 이것은 각 수리에 대해 달라지는 수리효과의 평균적인 값을 반영한 것이라고 할 수 있다. 이 수리효과는 0에서 1사이의 값을 가지면서 크면 클수록 수리 후 계통의 상태는 처음에 가까워진다는 것을 나타내게 된다.

따라서, 계통의 수명모형을 추정하기 위해서는 고장률 $\lambda(t)$ 에 대응하는 분포의 모수뿐 아니라 수리효과 모수 ρ 도 함께 추정해야하는 어려움이 따른다. 본 시뮬레이터에서는 최대우도추정법을 비선형계획법의 관점에서 접근하여 계통 수명모형의 모수를 추정하는 기법을 이용하였다. 이와 관련된 연구는 이미 1차년도 연구에서 수행되었으며, 자세한 내용은 1차년도 보고서 4장을 참고하기 바란다.

(3) 전체 예방보수가 있고 수리불가능한 계통의 경우 :

전술한 바와 같이 이 경우의 예방보수는 계통의 작동을 중지시키지 않는 것으로 가정하였으므로 계통 수명분포의 추정은 전체 예방보수가 없는 경우와 같다.

(4) 전체 예방보수가 있고 수리가능한 계통의 경우 :

수리 후 BAO를 가정하여 예방보수의 효과만을 중점적으로 관찰하기 위한 계통의 고장모형으로 NHPP 모형을 적용한다. 예방보수에 의한 고장률 감소모형으로는 가동수명감소 모형을 이용하여, 불완전 수리모형에서와 마찬가지로 예방보수 후 가동수명이 일정한 비율(ρ)로 감소하는 것으로 가정한다. 고장률 함수 모형으로는 다음의 세가지가 반영된다.

① Power-law 모형 : $\lambda(t) = \beta t^{\alpha}$, $\alpha, \beta > 0$

② 대수선형 모형 : $\lambda(t) = \beta e^{\alpha t}$, $\alpha, \beta > 0$

③ 유리함수 모형 : $\lambda(t) = \frac{\beta t}{t + \alpha}$, $\alpha, \beta > 0$

고장률 함수와 관련된 두 모수 α , β 와 보수효과 ρ 에 대한 추정은 역시 최대우도법에 근거하여 비선형계획법을 통해 구하게 된다. 이와 관련된 연구는 2차년도 연구보고서의 2장에 상세히 정리되어 있다.

라. 출력부

출력부에서는 시뮬레이션을 통해 얻어진 계통의 고장이나 수리 자료를 텍스트 파일로 보여주고, 계통 신뢰도 함수 및 고장률함수나 가용도를 그래프로 출력하는 부분이다. 그래프에서 원하는 시점에서의 신뢰도 값이나 가용도 값을 얻을 수도 있다. 또한 1절에서 설명한 것과 같은 방법으로 수리가능한 계통의 경우, 현장에서 얻어진 실제 계통의 고장 이력을 입력하여 조건부 신뢰도 함수 및 고장률 함수를 출력할 수도 있다.

마. 고장수목 간소화와 시뮬레이션의 종료시점 결정

본 시뮬레이터에서 계통 고장에 대한 판단은 고장수목의 추적을 통해 이루어 지므로, 고장수목의 크기를 축소시키는 것은 전체 시뮬레이션 수행의 속도에 영향을 미치게 된다. 본 시뮬레이터에서는 2차년도에 연구되었던 고장수목 간소화 방법론을 적용하여, 사용자가 입력한 고장수목을 먼저 축소시킨 후에 시뮬레이션을 수행하도록 되어있다. 고장수목의 간소화는 중복사상(replicated event)의 구조적 특성에 대한 규명 작업과 함께 부울린 대수(Boolean algebra) 및 흡수법칙(absorption law)을 고장수목에 적용하여 무관한 사상을 제거함으로써 실행된다. 자세한 내용은 2차년도 연구보고서 7장을 참고하기 바란다.

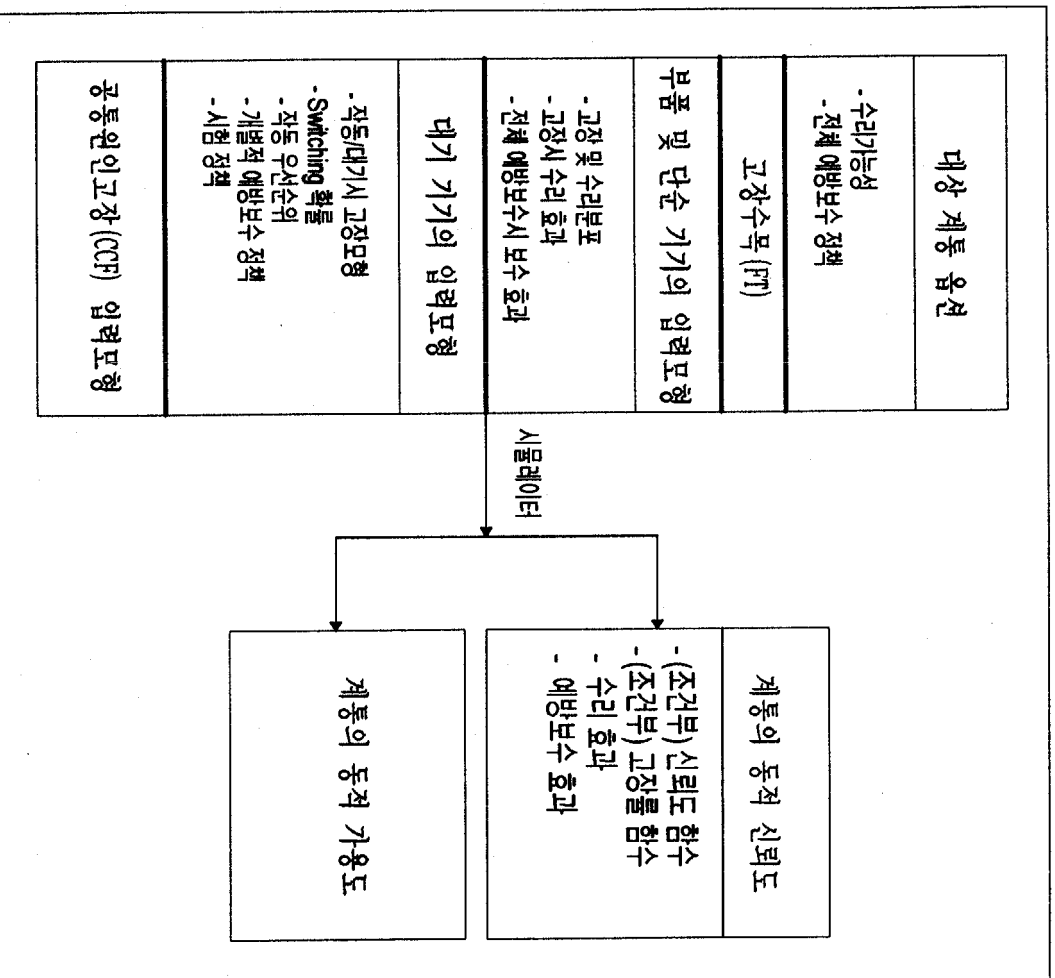
일반적으로 시뮬레이션을 종료하는 방법은 총 실험시간에 조건을 주어 종료하는 방법과 원하는 사상의 총 발생 횟수에 조건을 종료하는 방법, 두가지로 나눌 수 있는데, 시뮬레이션을 언제 종료하는가 하는 것은 계통 수명분포의 추정이나 정확한 순간 가용도 값에 대한 추정에 지대한 영향을 미친다. 본 시뮬레이터에서 채용하고 있는 종료방법은 계통 옵션과 목표로 하는 척도에 따라 다음과 같이 나누어진다.

(1) 계통 신뢰도 관련 척도를 구하고자하는 경우

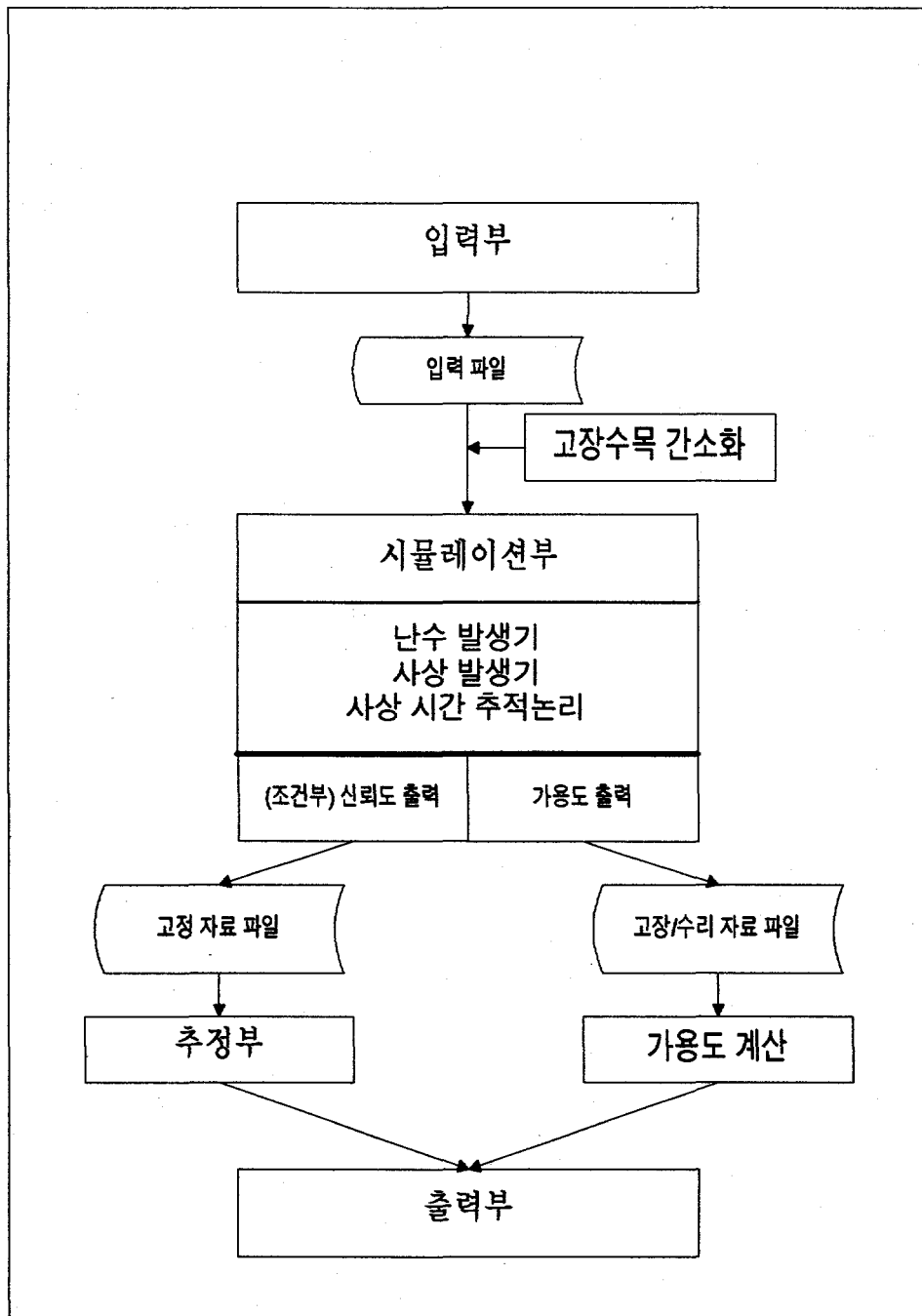
먼저, 계통의 수리가능성 여부와 상관없이 처음 계통이 고장날 때까지 걸리는 시간의 분포를 알아야 하므로, 첫 번째 계통 고장 시간자료는 반드시 필요하다. 이 자료의 갯수는 사용자가 계통의 총 고장횟수, 즉 계통 고장자료의 총 갯수를 지정하여 종료하는 방법과 축차적 횟수 결정절차에 의해 자동적으로 종료하는 방법 중 하나를 선택하여 정해진다. 축차적 횟수 결정절차에 대한 이론적 배경은 1차년도 연구보고서의 5장을 참고하기 바란다. 한편, 계통이 수리가능한 경우는 계통의 수리효과를 추정하기 위해 첫 번째 고장시간뿐 아니라 두 번째, 세 번째 등의 고장시간도 필요하다. 몇 번째 고장시간까지의 자료를 수리효과 추정에 포함시킬 것인가 하는 것은 시뮬레이터에서 미리 지정된 값(10)을 따르게 되어있다.

(2) 계통 가용도를 구하고자 하는 경우

한 단위의 시뮬레이션에 대해서는 사용자가 관심있는 시간구간이 있을 것이므로 이 구간의 최대값을 사용자가 지정하도록 하여 종료하고, 이러한 단위 시뮬레이션을 총 몇 번 수행할 것인가 하는 것은 미리 정해진 값(100)을 따르도록 한다.



[그림 2.2.1] 시뮬레이터의 입·출력



[그림 2.2.2] 시뮬레이터의 작동과정

제 3 절 예제 및 활용 방안

1. 예 제

예제는 간단한 계통을 대상으로 본 연구과제를 수행하면서 개발한 시뮬레이터를 이용하여 분석한 결과를 보이하고자 한다. 먼저 대상으로 잡은 계통을 고장 수목으로 나타내면 [그림 2.3.1a]와 같다. 계통을 이루고 있는 부품들에 대한 정보를 저장한 기본 부품 파일은 아래와 같다.(자세한 해석은 부록의 매뉴얼 참고)

[Basic Parts/Components]

: 1, part1, 0.7, 0.5, W(2,10), E(5)
: 2, part2, 0.8, 0.5, W(3,20), E(10)
: 3, part3, 0.7, 0.4, W(5,15), E(10)
: 4, part5, 0.8, 0.3, W(2,13), E(10)
: 5, part5, 0.8, 0.3, W(2,13), E(10)
: 6, part6, 1.0, 0.5, W(5,19), E(5)
: 7, part7, 1.0, 0.5, W(5,19), E(5)
: 8, part8, 0.8, 0.5, W(3,20), E(10)
: 9, part9, 0.8, 0.5, W(3,20), E(10)

[그림 2.3.1a]와 기본 부품 파일을 보면 게이트 5, 게이트 6와 게이트 7의 하위에 있는 기본 부품들은 동일한 부품들이 병렬 중복으로 배치되어 있음을 알 수 있다. 예제에서는 다음의 여섯 가지 실험을 실시하였다.

[예제 1]

[예제 1]에서는 [그림 2.3.1a]의 고장 수목을 대상으로 계통의 첫 번째 고장까지를 1000회 시뮬레이션하였다. [그림 2.3.2]는 [그림 2.3.1a]의 계통을 대상으로

시뮬레이션 하였을 때 얻어지는 첫 번째 고장시간들에 대한 히스토그램이다. 계통의 평균 고장 시간은 17.92로 추정되었다.

[예제 2]

두 번째 예제는 [그림 2.3.1a]의 고장 수목에서 게이트 5의 하위에 있는 병렬 중복 구조를 대기 구조로 변화시킨 계통을 대상으로 하였다. 변화된 계통을 그림으로 그리면 [그림 2.3.1b]와 같다.

첫 번째 예제와 같이 계통의 첫 번째 고장까지를 1000회 시뮬레이션 하였으며, 계통의 첫 번째 고장시간들에 대한 히스토그램은 [그림 2.3.3]이며 계통의 평균 고장 시간은 22.24이다. 이 값은 첫 번째 예제의 병렬 중복의 형태를 갖는 계통의 값보다 더 큰 값을 가짐을 알 수 있다.

[예제 3]

세 번째 예제는 [그림 2.3.1a]의 고장 수목에서 게이트 5와 게이트 6의 하위에 있는 병렬 중복 구조 두 개를 대기 구조로 각각 변화시킨 계통을 대상으로 하였다. 변화된 계통을 그림으로 나타내면 [그림 2.3.1c]와 같다. 위의 두 예제의 경우와 마찬가지로 계통의 첫 번째 고장까지를 1000회 시뮬레이션 한 결과 얻어진 계통의 첫 번째 고장 시간들에 대하여 히스토그램을 그려보면 [그림 2.3.4]이며 계통의 첫 번째 고장 시간의 평균값 23.25이다. 이 값은 위의 두 예제의 평균 고장 시간보다 더 큰 값을 가짐을 알 수 있다.

[예제 4]

네 번째 예제는 [그림 2.3.1a]의 고장 수목에서 게이트 5, 게이트 6과 게이트 7의 하위에 있는 병렬 중복 구조 세 개를 대기 구조로 각각 변화시킨 계통을 대상으로 하였다. 변화된 계통을 그림으로 나타내면 [그림 2.3.1d]와 같다. 위의 세 예제의 경우와 마찬가지로 계통의 첫 번째 고장까지를 1000회 시뮬레이션 한 결과 얻어진 계통의 첫 번째 고장 시간들에 대하여 히스토그램을 그려보면 [그림 2.3.5]와 같다. 그리고 이 계통의 첫 번째 고장 시간의 평균값은 23.57이다. 이 값은 위의 세 예제의 평균 고장 시간보다 더 큰 값을 가짐을 알 수 있다.

[예제 5]

다섯 번째 예제는 두 번째 예제에 사용된 계통([그림 2.3.1b])에 대하여 계통을 이루고 있는 대기 구조내의 대기 부품에 대하여 주기적 시험을 실시하는 경우에 대한 실험이다. 실험은 주기적 시험을 실시하는 간격은 10, 20의 두 경우로 나누어서 실시하였으며, 시험 시간은 평균이 2인 균일 분포를 따른다. [그림 2.3.6a]와 [그림 2.3.6b]는 시험 실시 간격이 각각 10과 20인 경우 계통의 첫 번째 고장 시간들에 대한 히스토그램이다. 계통의 평균 고장 시간은 시험 실시 간격이 10인 경우가 22.75이고, 시험 실시 간격이 20인 경우가 22.52이다. 계통의 평균 고장 시간의 관점에서 보았을 때, 시험 실시 간격이 10인 경우가 더 바람직한 계통의 운영 방법이라고 할 수 있다.

[그림 2.3.7]은 계통의 평균 고장 시간을 대기 구조가 포함되지 않은 계통([그림 2.3.1a]), 대기 구조가 하나 포함되어 있는 계통([그림 2.3.1b] : 시험을 실시하지 않는 경우, 주기 10마다 시험을 실시하는 경우, 주기 20마다 시험을 실시하는 경우의 세가지로 구분됨)와 대기 구조가 두 개 포함되어 있는 계통([그림 2.3.1c] : 예방 보수, 시험을 실시하지 않음), 대기 구조가 세 개 포함되어 있는 계통([그림 2.3.1d] : 예방 보수, 시험을 실시하지 않음)의 여섯 종류로 구분하여 나타낸 것이다.

[예제 6]

여섯 번째 예제는 두 번째 예제에 사용된 계통([그림 2.3.1b])에 대하여 계통을 이루고 있는 대기 구조내의 작동중 부품에 대하여 주기적으로 예방 보수를 실시하는 경우에 대한 실험이다. 실험은 주기적 예방 보수 간격을 10, 20의 두 경우로 나누어서 실시하였으며, 예방 보수 시간은 평균이 2인 균일 분포를 따른다. [그림 2.3.8a]와 [그림 2.3.8b]는 예방 보수 실시 간격이 각각 10과 20인 경우 계통의 첫 번째 고장 시간들에 대한 히스토그램이다. 계통의 평균 고장 시간은 예방 보수 실시 간격이 10인 경우가 22.53이고, 20인 경우가 22.12이다. 계통의 평균 고장 시간의 관점에서 보았을 때, 예방 보수 주기가 10인 경우가 더 바람직한 계통의 운영 방법이라고 할 수 있다.

[그림 2.3.9]는 계통의 평균 고장 시간을 대기 구조가 포함되지 않은 계통([그

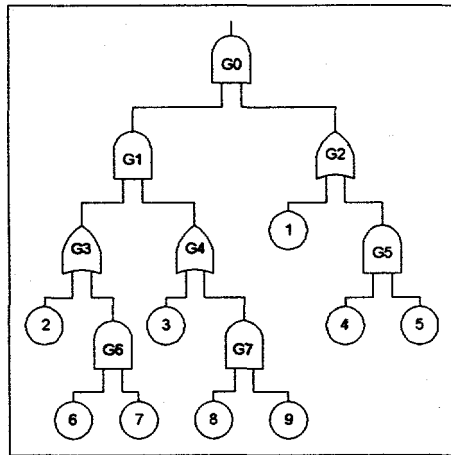
림 2.3.1a)], 대기 구조가 하나 포함되어 있는 계통([그림 2.3.1b] : 예방 보수를 실시하지 않는 경우, 주기 10마다 예방 보수를 실시하는 경우, 주기 20마다 예방 보수를 실시하는 경우의 세가지로 구분됨)와 대기 구조가 두 개 포함되어 있는 계통([그림 2.3.1c] : 예방 보수, 시험을 실시하지 않음), 대기 구조가 세 개 포함되어 있는 계통([그림 2.3.1d] : 예방 보수, 시험을 실시하지 않음)의 여섯 종류로 구분하여 나타낸 것이다.

2. 활용 방안

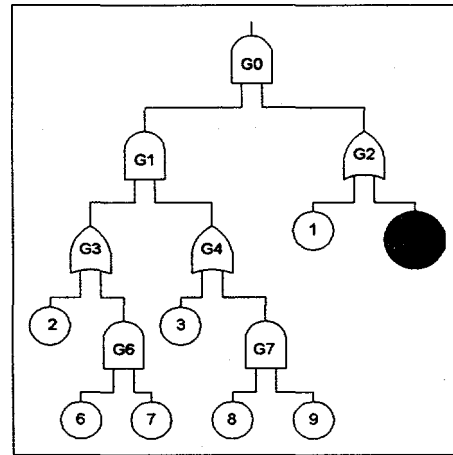
계통의 구조가 복잡해짐에 따라 해석적 접근 방법으로 계통의 신뢰성 분석을 하는 것은 매우 어렵고 또한 현실적으로도 불가능하다. 또한 계통에 대한 고장 자료가 부족한 것이 현실이므로 계통의 고장 자료를 바탕으로 한 통계적 분석도 어려워진다.

본 연구과제를 통하여 개발한 시뮬레이터는 위와 같은 계통의 신뢰성 분석에서의 문제점을 보완하기 위하여 많이 사용되어지고 있는 시뮬레이션 기법에 바탕을 두고 있으며, 이는 계통을 이루고 있는 기기들에 대한 고장 자료를 바탕으로 시뮬레이션을 수행하여 알고자 하는 복잡한 구조를 지닌 계통의 신뢰성 분석을 수행하는 보조 기구인 것이다.

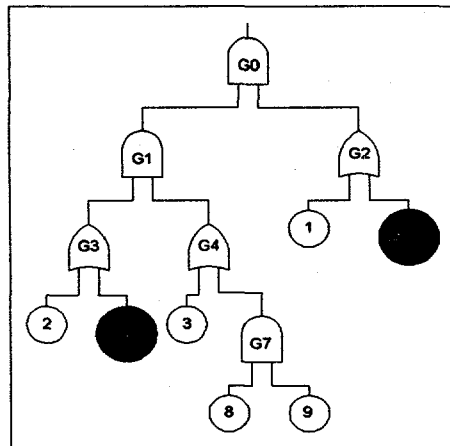
따라서 본 연구과제를 통하여 개발된 시뮬레이터를 이용함으로써 복잡한 구조를 가진 계통에 대한 신뢰도 분석에 많은 도움을 줄 수 있으리라 생각된다. 또한 기존의 시뮬레이터에서 반영하지 못해왔던 요소들인 기기들간의 공통 원인 고장, 계통 내의 대기 기기 모듈, 계통 전체의 수리후의 상태 변화, 예방 보수 등을 모두 고려하여 계통에 대하여 보다 현실적인 분석을 하는데 이용되어질 수 있을 것이다.



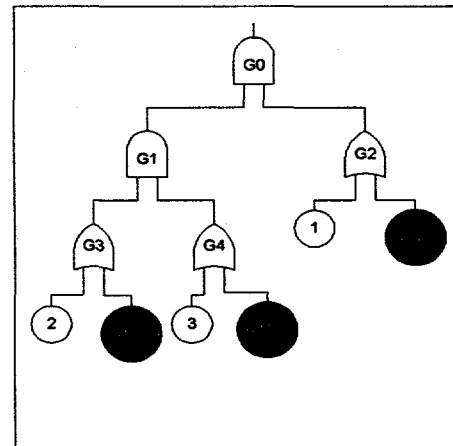
[그림 2.3.1a] 예제 1 고장 수목



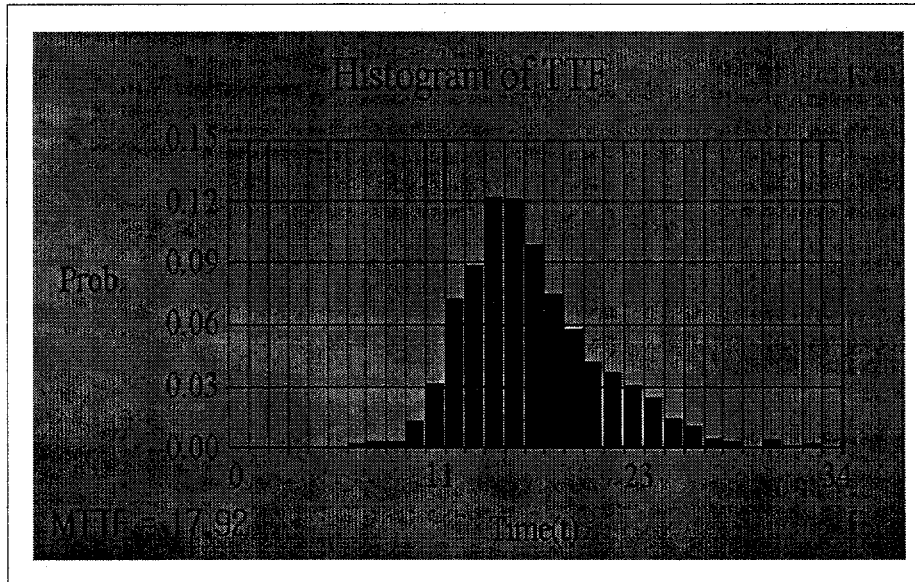
[그림 2.3.1b] 예제 2 고장 수목



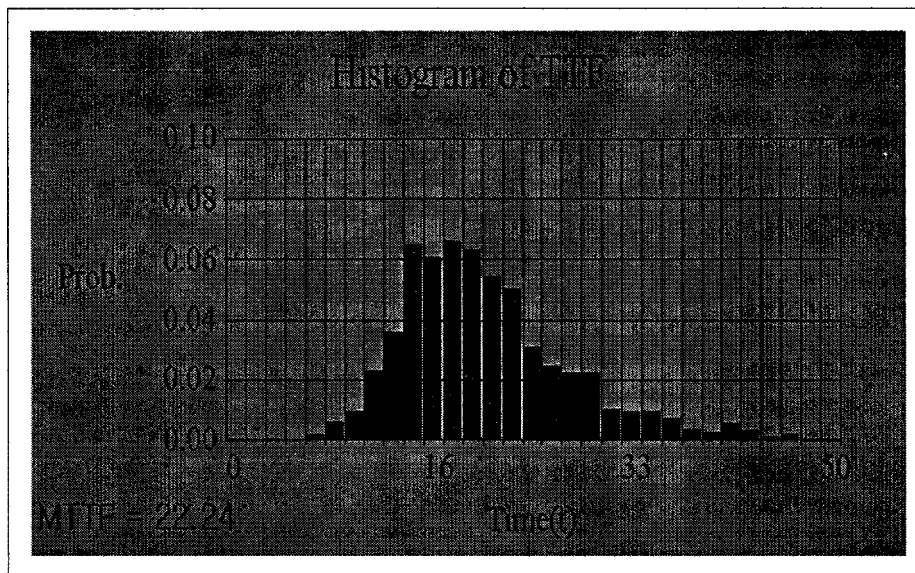
[그림 2.3.1c] 예제 3 고장 수목



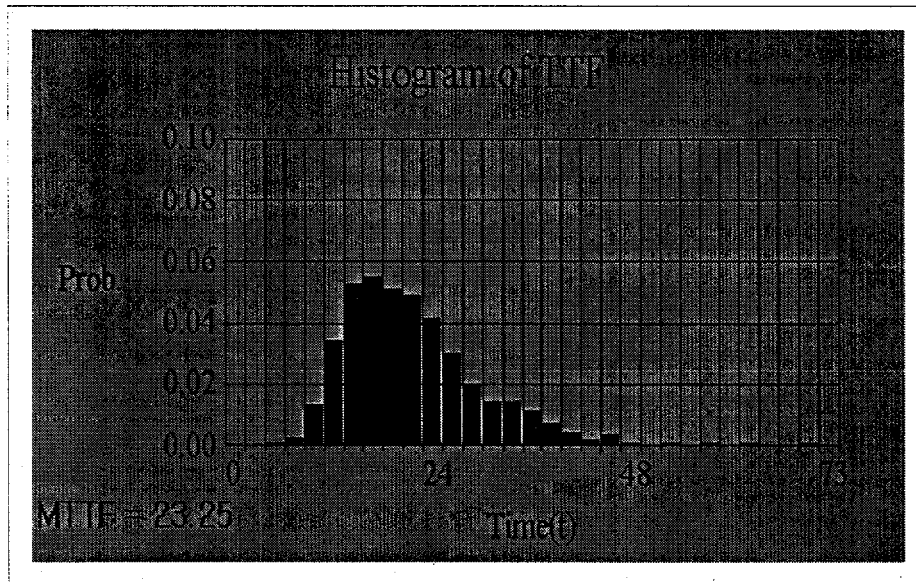
[그림 2.3.1d] 예제 4 고장 수목



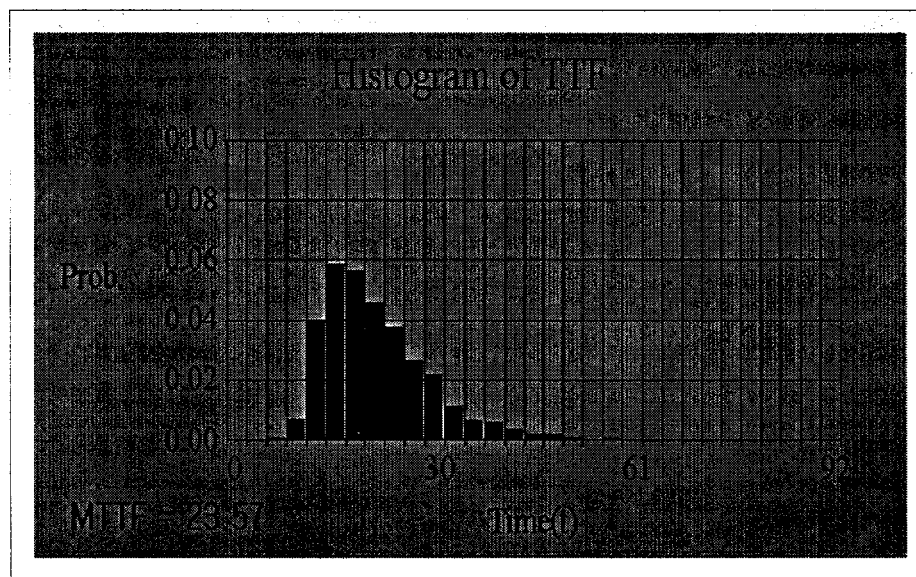
[그림 2.3.2] 고장 시간 히스토그램 (대상 계통 : 예제 1 고장 수목)



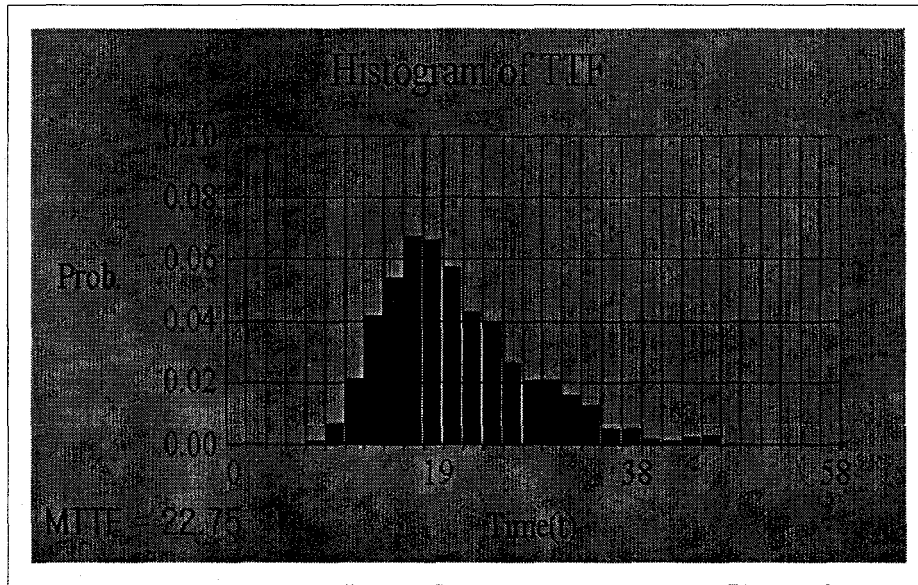
[그림 2.3.3] 고장 시간 히스토그램 (대상 계통 : 예제 2 고장 수목)



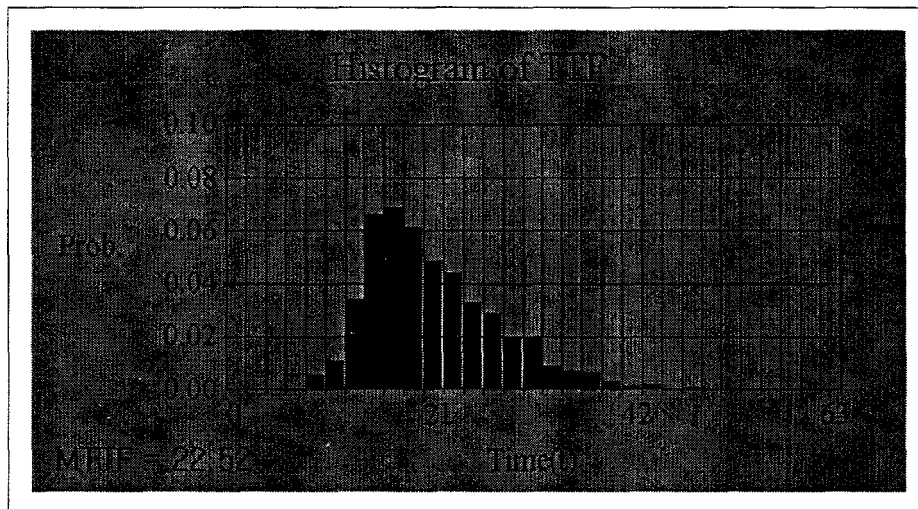
[그림 2.3.4] 고장 시간 히스토그램 (대상 계통 : 예제 3 고장 수목)



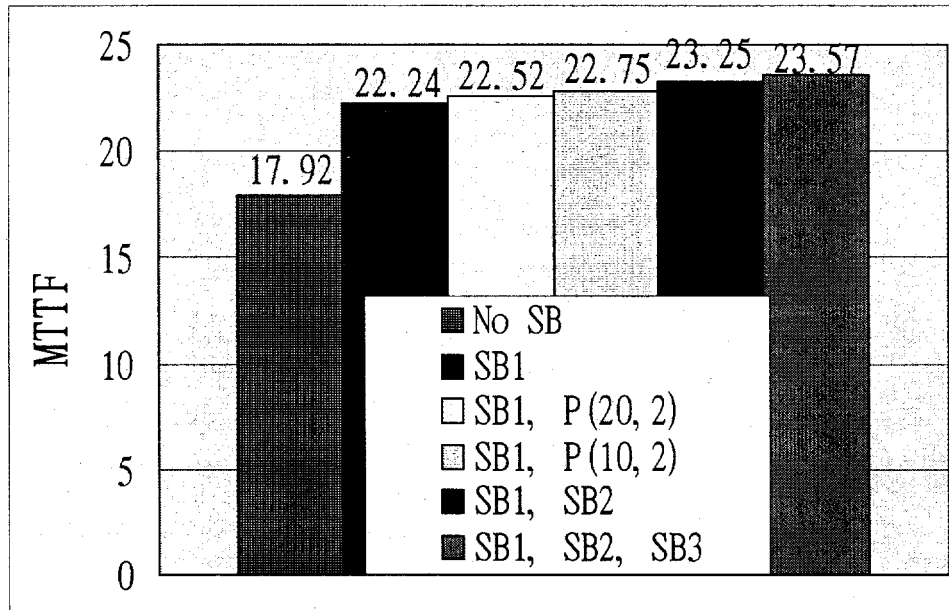
[그림 2.3.5] 고장 시간 히스토그램 (대상 계통 : 예제 4 고장 수목)



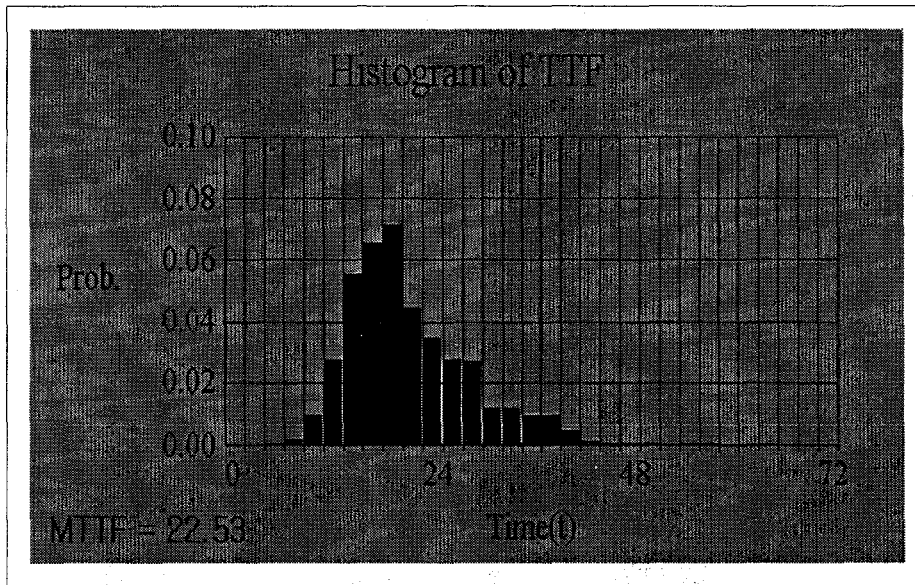
[그림 2.3.6a] 고장 시간 히스토그램 (대상 계통 : 예제 2 고장 수목)
- 주기가 10인 시험 실시 -



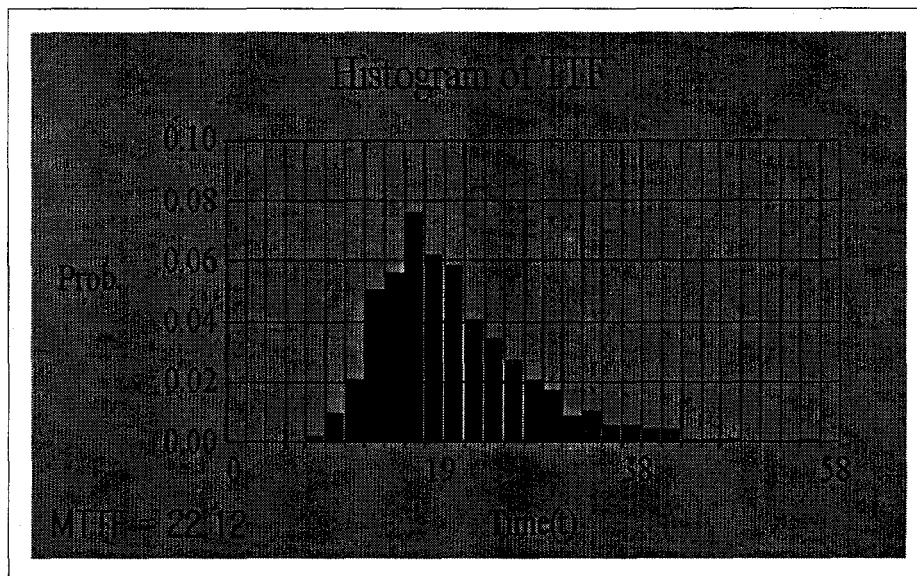
[그림 2.3.6b] 고장 시간 히스토그램 (대상 계통 : 예제 2 고장 수목)
- 주기가 20인 시험 실시 -



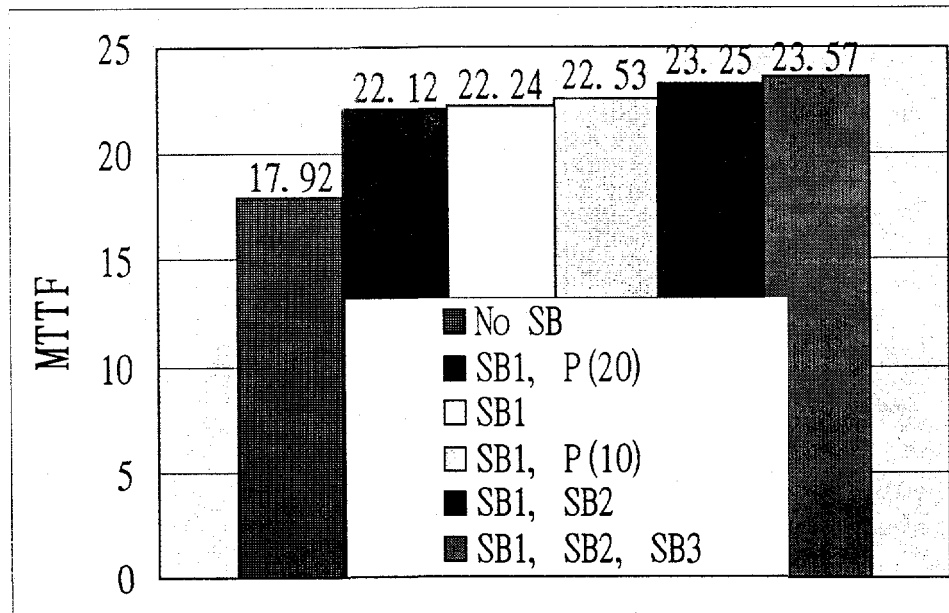
[그림 2.3.7] 계통의 평균 고장 시간 (주기적 시험 실시하는 경우)



[그림 2.3.8a] 고장 시간 히스토그램 (대상 계통 : 예제 2 고장 수목)
- 주기가 10인 예방 보수 실시 -



[그림 2.3.8b] 고장 시간 히스토그램 (대상 계통 : 예제 2 고장 수목)
- 주기가 20인 예방 보수 실시 -



[그림 2.3.9] 계통의 평균 고장 시간 (주기적 예방 보수 실시하는 경우)

제 3 장 시뮬레이션을 통한 계통 신뢰도 분석

제 1 절 시뮬레이터에 반영된 입력 구조의 모형화

1, 2 차년 연구를 통하여 기본적 입력 구조 모형을 구축한 바 있으나, 원자력 발전소에서 중요시되는 다양한 형태의 계통에 시뮬레이터를 적용하기 위해서 추가적인 연구를 수행한다. 본 절에서는 시뮬레이터에 새로이 반영된 입력구조들에 대해 다룬다. 먼저, 기기들간의 고장간 종속성을 시뮬레이터에 반영하고자 공통원인 고장을 반영하는 모형에 대하여 기술하고, 다음으로 대기 기기 구조를 반영하는 모형에 관하여 다룬다.

1. 공통원인 고장을 반영한 시뮬레이션

가. 연구 목표

1차년도에 만들어진 시뮬레이터의 경우 각기 다른 기기들간의 독립 고장만이 반영되었다. 그러나 실제적으로 기기들간에는 서로간의 영향이 존재할 경우가 있고, 이에따라 이들 기기간의 고장에는 종속성이 존재한다. 이러한 종속 고장에 관해서 많은 연구가 이루어지고 있다. 하지만, 기존의 시뮬레이션의 경우, 서로 다른 기기들과의 전체적인 연관 속에서는 종속성을 반영한 경우가 없었다. 이번 3차년도의 시뮬레이션에 이러한 고장간 종속성을 반영하고자 한다.

종속성은 크게 두가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.[Sherwin93] 이차적 고장(secondary failure)과 공통원인 고장(common cause failure)이다. 이에 대해 간략히 설명하면, 이차적 고장이란 한 기기의 고장 확률이 다른 기기의 고장에 의해 영향을 받는 고장 유형을 의미하며, 공통원인 고장은 어떤 알 수 없는 원인에 의해 다수의 기기가 동시에 고장을 일으키는 경우를 의미한다. 분명히 이러한 기기 사이의 종속적인 현상은 존재하고 있다. 기존의 여러 원자력 연

보고서에서도 종속성을 반영한 고장에 대한 분석이 필요함을 언급하고, 이에 관한 많은 연구들이 있다. 특히 공통원인 고장의 경우 원자력 발전소의 고장에서 주요한 영향을 띠고 높은 빈도로 발생된다는 보고들이 있다.

중복 계통에서는 이러한 종속적인 고장을 간과할 경우, 계통의 신뢰성을 실제 보다 높게 판단하게 되는 경우가 생기게 된다. 또한 종속성은 동시에 여러 기기에 영향이 가해지므로 계통의 신뢰성에 대한 영향도가 매우 크다. 따라서, 전체 계통의 연관성 하에서 이러한 종속성을 반영할 수 있는 모형을 만들고 시뮬레이션에 적용할 필요가 있다.

위에서 언급한 종속적인 고장을 반영함에 있어서 공통원인 고장(Common Cause Failure, 이하 CCF)을 시뮬레이터에 반영하고자 한다. 다양한 종속적 고장의 경우는 시뮬레이터에 반영되지 않았으나, 4장의 관련 연구 부분 3절 종속적 수리 효과에 관한 연구에서 자세히 다루어진다. 공통원인의 반영이란 기본적으로 외부적인 원인에 대한 객관적·주관적 분석 결과의 반영을 의미하는 것이다. 즉, 원자력 연구소와 같이 높은 신뢰성을 가지는 계통의 경우 근본적으로 고장 자료가 상당히 부족한 편이며, 이로부터 이러한 종속성을 반영하고자 하는 경우, 개별 고장 자료와 발전소를 운영하는 여러 지침에 관한 정보, 그리고 종속적 고장 유형을 보이는 정보들과 함께 전문가(시스템 운영자, 설계자)의 주관적인 판단이 개입되지 않을 수 없는 것이다. 그리고, 종속적 고장을 일으키는 원인 중에서도 외부적인 원인의 경우 이해하기 쉽고, 비교적 분석이 용이하므로 적용하기에 무리가 없다고 판단된다. 이러한 공통원인이 계통에 미치는 영향에 대한 분석이 행해질 경우, 그 영향의 정도에 따라 예방 보수를 한다거나 여러 절차(시험, 유지, 운영, 수리)들을 새로이 검토하게 되어 공통원인에 대한 일반적인 방어 전략을 수립하는 경우에도 도움이 될 것으로 판단된다.

나. 연구 배경

(1) 공통원인 고장의 정의

공통원인 고장이란 어떠한 공통된 원인에 의해 동시에, 혹은 짧은 시간 간격 동안에 돌이상의 기기들이 고장나는 종속 고장의 한 유형을 의미한다. 여기서

공통원인은 주로 정확히 알려지지 않은 것들이다. 원인이 정확히 알려져 있다면, 그 원인을 분석하여 명확한 다른 모형을 사용하면 된다. 또한 공통원인 고장에 영향을 미치는 공통원인들은 안다고 해도 분석이 까다로운 원인들이거나 적용에 있어 정량화가 애매모호한 경우들이 대부분이다.

앞에서 간단히 언급한 바와 같이 이러한 공통원인에 대한 분석과 방어 전략이 필요하게 되는데, 공통원인의 영향이 미치면 다수 기기가 한꺼번에 고장이 나므로 중복구조를 무력화-공통원인이 주로 동일 환경, 동일 구조의 기기들에 영향을 미치므로 병렬구조에 주로 적용한다-시키며 계통의 신뢰성에 상당한 악영향을 끼치기 때문이다. 이제 공통원인의 종류와 분석하는 절차, 공통원인을 반영하는 기존의 모형들에 대해 간략히 알아보도록 하자.

(2) 공통원인으로 정의되는 원인들

종속적 동시 고장을 유발하는 공통원인에 대한 분석에서 정확한 근본 원인에 대한 파악은 어려우나, 일반적으로 공통원인으로 간주되는 것들에 대해 알아보도록 하자. 근본 원인에 대한 분류는 여러가지 방법이 있으나, 여기서는 원인의 구체적인 성격에 따라 분류해보기로 한다.

(가) 기계적 원인, 열에 관련된 원인

환경적인 영향의 일부로 지속적인 높은 온도나 급격한 온도 변화, 기계의 마모 정도를 높이는 먼지나 모래, 내성을 약하게 하는 충격이나 진동, 예외적인 압력, 과도한 습기, 냉각, 부하 등이다.

(나) 전기적 원인

전기 배선이나 기기 서로 간의 영향이나 전체적인 전기 사용량 초과, 저항의 한계를 벗어나는 과도한 전류 흐름 등에 의해 다수의 기기가 동시에 고장나는 경우이다.

(다) 화학적 원인, 불순물 혼합에 관련된 원인

역시 환경적인 원인으로 습기에 의한 부식, 특정 가스에 의한 화학적 변화, 탄

화, 기기 내의 미생물 번식에 의한 고장 등이다.

(라) 사용자 오류에 의한 원인

종속적인 고장이 아닌 경우에도 상당한 비중을 차지하는 원인으로 생각된다. 사용자의 부주의나 잘못된 작동으로 인한 종속적 고장이다. 종류로는 측정 기구 오차, 설치 오류, 작동 오류, 유지 오류, 시험 가동 절차상의 문제 등이다.

(마) 그외 강력한 영향들

BFR 모형 등에서 치명적 충격(lethal shock)으로 분류되는 지진, 화재, 홍수 등의 천재지변이다.

(3) 분석절차

(가) 단계 1 : 계통의 논리적 모형 개발

① 계통의 총체적인 특성 파악

계통이 작동하는데 필요한 기본적인 작동 원리에 대한 파악과 계통을 구성하는 기기들에 대한 정보를 정리해야하며, 이들 사이의 관계에 대한 이해가 필요하다. 작동·수리·시험등의 진행 절차에 대한 정리도 중요하다.

② 문제 정의

문제 자체에 대한 이해에 관한 것이라기보다는 문제를 유발시키는 가능성에 대한 이해를 위주로 하는 부분이다. 아래와 같은 사항에 대한 정보가 필요하다.

- 계통의 물리적·기능적인 한계
- 다른 계통과의 기능적 종속성·기능적 공유 영역에 대한 파악
- 성공적인 계통의 상태 정의
- 기능적인 종속과 연관 관계 파악
- 종속성의 근본 원인 파악

③ 논리적 모형 개발

계통의 여러 가지 상태에 대해 명확히 정의하고 이를 바탕으로 상태에 관련된 논리적 모형을 개발한다. 계통의 비가용성(고장)이 개별 사건들의 어떤 조합에 의한 것인가에 대한 이해가 필요하다. 논리적 모형의 표현에는 고장 수목(fault

tree), 신뢰성 구조도(reliability block diagram)등을 이용한다.

(나) 단계 2 : 공통원인을 공유하는 기기집단에 대한 파악

이 단계부터 공통원인에 대한 구체적인 분석에 들어간다.

어떤 기기가 공통원인 그룹에 속하는지, 그 근본 원인은 무엇인지, 기기사이의 연관 관계는 어떠한지에 대한 정보가 준비되어야 하는 단계이다.

① 정성적인 분석

기기의 제작 환경·과정, 특성, 작동 방법, 내부적 조건, 외부 환경적 조건, 초기 조건, 시험 절차, 유지 보수 절차 등에 대한 정보를 바탕으로 관련된 기기군들로 분류가 행해진다. 공통원인 고장의 특성을 보이는 기기들을 따로 분류한다.

② 정량적인 고찰

전 단계에서 작성된 고장 수목 구조를 정성적인 분석의 결과를 바탕으로 수정한다. 공통원인 고장의 여러 유형을 고장 수목의 기본 사건으로 표현한다. 수식적으로는 부울 대수를 사용하여 표현한다.

(다) 단계 3 : 모형화와 자료 분석

① 고장 수목 구조에서 공통원인 기본 사건에 대한 정의

② 확률 모형의 선택(부울 등식으로부터 확률식으로)

공통원인 고장을 표현하는 여러 모형에 대해서는 아래에서 더 자세히 다루도록 한다.

③ 자료의 분류와 해석

자료에는 기기들의 고장 자료 그 자체와 발전소가 명시하고 있는 자료(정보)-작동 방법에 관한 책자, 유지 보수 요구에 대한 기록 등-가 있다. 이러한 자료들간의 종속성도 구체적으로 파악할 필요가 있다. 위 자료를 바탕으로 종속 고장의 유형을 보이는 기기들에 대한 구체적인 파악이 필요하다. 고장 자료의 경우 그 근원에 대한 파악이 필요하다.

④ 모수 추정

선택된 모형과 고장 자료들로부터 모수를 추정한다. 이에 대한 검정은 아래

의 분석에서 행해진다.

(라) 단계 4 : 계통 정량화와 결과 해석

분석으로부터 얻고자 하는 신뢰성, 가용성 등에 대한 평가와 분석 결과의 해석이 행해진다. 자료를 역으로 분석하여 올바른 적용이 되고 있는지 파악한다.

얻어진 결과로부터 공통원인의 방어 전략 등에 적용한다.

(4) 공통원인 고장을 반영한 모형들

기존의 몇가지 모형들에 대해서 모형의 개요와 특성, 장 단점에 대해 간단히 알아보도록 하자.

(가) 기본 보수 모형(Basic Parameter)

이 모형은 m개의 공통원인 관련 기기군에서 k개의 기기가 동시에 관련될 확률들을 수집한 자료들로부터 각각 추정하여 전체 고장 확률을 구하고 있다. 이 모형은 아래에서 언급할 MGL 모형의 경우처럼 기기수가 늘어나면 모수의 수도 늘어나는 단점이 있고, 고장난 기기의 수에 따른 정확한 자료를 요구한다.

$Q_k^{(m)}$: m개의 공통원인 기기 집단에서 k개의 기기가 동시에 관련될 확률

총 고장 확률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q_i^{(m)} = \sum_{k=1}^m \binom{m-1}{k-1} Q_k^{(m)}$$

(나) β -factor 모형

가장 간단한 모형으로 모수의 수도 적어서 적용이 편리하다. 간단한 만큼 현상에 대한 정확한 반영이 어려우나, 원자력 발전소의 공통원인 분석에 관한 여러 보고서를 보면 아직도 많이 사용되고 기본적으로 언급되고 있는 모형이다.

개별 기기 고장률의 일정 비율이 공통원인 고장에 관련되어 있다는 가정 아래 그러한 공통원인 고장이 발생하면 공통원인 고장 기기군 내의 모든 기기가 동시

에 고장난다고 생각한다. 따라서, 결과적으로 계통을 보수적으로 근사화하게 된다. 즉 계통의 신뢰성을 상대적으로 낮게 평가하게 되는 것이다. 관련된 기기수에는 무관하게 고장률의 일정비율이 곧 공통원인 고장의 발생률이 되고, 이것이 완전 종속적으로 그 기기와 동일한 기기들에 적용된다. 관련 수식을 간단히 표현하면 아래와 같다. 전체 고장률을 λ 라하면 λ 는 아래와 같이 독립 고장률과 공통원인 고장률로 나누어진다. 공통원인 고장률을 표현하는 비율이 β 이다.

$$\lambda_i = \text{독립 고장률} = (1 - \beta)\lambda$$

$$\lambda_c = \text{공통원인 고장률} = \beta\lambda$$

$$\beta = \frac{\lambda_c}{\lambda_i + \lambda_c}$$

이 모형을 확장한 것으로 아래에 기술할 MGL모형이 있고, 또한 C-factor라는 모형이 있다.

(다) MGL 모형

기본적으로 β -factor를 확장한 모형이다. 관련 기기수가 증가할수록 모수의 수가 많아지며 따라서 적용과 추정이 모두 복잡해진다. 하지만 그 만큼 더 현상에 대해 정확히 반영할 수가 있다. 관련 수식은 아래와 같다.

$$\rho_i = \frac{i\text{개 이상의 기기가 관련된 공통 원인 고장수}}{i+1\text{개 이상의 기기가 관련된 공통 원인 고장수}}$$

전체 고장률을 Q_i 라 하고 k개의 기기다 동시에 고장날 확률을 Q_k 라고 하면, 일반적으로 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$Q_k = \frac{1}{\binom{m-1}{k-1}} \left\{ \prod_{i=1}^k \rho_i \right\} (1 - \rho_{k+1}) Q_i \quad (\text{단, } \rho_1 = 1)$$

(라) Binomial Failure Rate(BFR) (이항 고장률) 모형

충격(shock)이라는 개념을 도입하여 공통원인 고장에 대한 원인을 설명하고 있다. 따라서, 원인을 외부적인 것으로 보며, 공통원인에 대해 간단히 잘 설명하고 있는 모형이고 설득력이 있다. 아래의 수식에서 보듯이 모수의 수도 일정하고 적다.

충격은 지수 분포를 따르는 기간으로 발생하여 일군의 기기들에 공통적으로 영향을 끼친다고 가정한다. 이때 기기들은 확률 p 로 독립적으로 고장난다. 즉, 충격이 왔을 때 한 기기가 고장나는 것은 공통원인 고장 기기군의 다른 기기가 고장나는 것과는, 고장날 확률이 동일하게 p 라는 것을 제외하고는 완전히 개별적인 일이다. 관련 수식은 아래와 같다.

$$\text{- 단일 기기고장률 : } \lambda_1 = m(\lambda_i + \mu p q^{m-1}) \quad , q = 1 - p$$

λ_i : 개별 기기고장률

μ : 공통원인 고장 발생률

$$\text{- } j\text{개의 종속 고장률 : } \lambda_{c_j} = \mu \binom{m}{j} p^j q^{m-j}$$

$$\text{- } m\text{개의 종속 고장률 : } \lambda_{c_m} = \mu p^m + \omega$$

ω : 공통원인군내의 기기전체에 치명적인 영향을 주는 사건의 발생률

(마) 확률적 충격(Random Probability Shock) 모형

이 모형은 BFR의 단점을 보완하고자 하는 모형이다. 위에서 언급했듯이 BFR은 충격이 발생했을 때 한 기기는 다른 기기와는 독립적으로 고장난다. 이와는 반대로 β -factor는 완전히 종속적으로 고장난다.(물론 β 를 충격의 발생률로 생각할 때이다.) 그러나, BFR에서 고장 확률 p 를 일정한 값으로 보지 않고 beta 분포를 가지는 확률 변수로 보면 아래와 같이 표현된다.

X : 충격 시 고장난 기기의 수 $\sim b(n, p)$

$$g(p) = \frac{\Gamma(r+s)}{\Gamma(r)\Gamma(s)} p^{r-1}(1-p)^{s-1}$$

그러면 x 의 새로운 사후 함수는 아래와 같이 표현된다.

$$f(x) = \binom{n}{x} \frac{\Gamma(r+s)\Gamma(x+r)\Gamma(n-x+s)}{\Gamma(r)\Gamma(s)\Gamma(r+s+n)}$$

여기서 새로운 모수 r, s 의 의미에 대해 알아보기 위해서 r, s 를 새로운 두 변수 Q, D 로 아래와 같이 표현하자.

$$Q = \frac{r}{r+s}, \quad D = \frac{1}{r+s+1}$$

이 두 변수의 의미를 알아보면 아래와 같다.

Q : 충격시 한 기기가 고장날 평균 확률

D : 충격시 두 기기간의 상관 계수

위의 D 값이 두 기기간의 상관관계를 반영하는 값이 되므로, 종속성을 반영할 수 있게 된다. 그러나, 충격 발생시의 고장 확률 p 의 분포를 beta 분포로 하는 것에 대한 설득력이 부족하다.

(바) 환경 모형(Environment Model)

환경 모형은 CCF에 대한 새로운 관점을 제시한 모형이다.

기존의 모형들이 모두 어떤 원인이 고장률에 반영됨을 기본적인 가정으로 한 것에 반하여 이 모형은 기기에 미치는 환경을 하나의 함수로 보아서 종속성이 생길 수 밖에 없음을 설명하고 있다. 즉, 기기들이 작동하는 환경에 따라 같은 환경에서 작동하는 기기들의 종속 고장 확률이 결정된다는 개념이다.

X : 한 기기가 고장날 확률

$f(x)$: 환경에 따른 x 의 값의 변화를 표현하는 함수

$$E(X) = a = \int_0^1 x f(x) dx$$

위의 식에서처럼 단일 기기의 고장 확률은 a 로 표현되지만, 만일 두 기기가 동시에 고장나는 경우는 a^2 이 아니라, 아래와 같이 표현된다.

$$E(X^2) = \int_0^1 x^2 f(x) dx = a^2 + \sigma_x^2$$

위와 같이 X 의 확률로 발생하는 고장이 환경함수의 영향을 받으므로, 기기가 중복되어 같은 환경아래에서 사용될 경우 σ_x^2 와 같은 연관 부분의 확률이 포함되게 되고, 이것이 여러 공통원인 고장 모형에서 설명하는 알 수 없는 원인에 의해 더 낮은 신뢰성을 가져오게 하는 종속성의 근본 원인이라고 설명하고 있다. 공학적 특성, 가동 이력, 고장의 근본 원인에 대한 정보, 기존의 고장 자료로부터 환경함수를 도출해 내어야 하는데, 문제는 이러한 환경 함수 추정의 어려움과 불확실성에 있는 것이다. 이 모형은 적절하고 간단한 환경 함수를 써서 β -factor 모형과 BFR 모형을 표현할 수 있는 통합적인 모형이다.

다. 공통원인의 시뮬레이터에의 적용

(1) 고장 수목(Fault Tree) 구조에 적용하는 기존의 방법

공통원인 고장을 고장 수목에 적용하는 방법은 공통원인에 의해 발생하는 사건을 새로운 기본 사건으로 설정하는 것이다. 예를 들어 병렬로 연결되는 A, B, C 세가지 기기가 공통원인에 영향을 받는다고 하면 그중에서 기기 A의 총 고장(A_T)의 표현은 아래와 같다.

$$A_T = A_I + C_{AB} + C_{AC} + C_{ABC}$$

위에서 C 에 아래 첨자 붙인 부분이 첨자의 기기가 관련된 공통원인 고장 사건이 된다. 이에 대한 고장 수목을 그림으로 표현한 것이 [그림 3.1.1]에 나타나 있다. 이로부터 아래와 같은 수식전개가 가능하다.

$P(A_I) = P(B_I) = P(C_I) = Q_1$: 단일 기기고장 확률

$P(C_{AB}) = P(C_{BC}) = P(C_{AC}) = Q_2$: 기기 두개의 동시 고장 확률

$P(C_{ABC}) = Q_3$: 기기 세개의 동시 고장 확률

이 예에서의 계통이 만일 2-out of-3 의 병렬 구조라고 하면 아래와 같은 절단 집합들에 의한 계통 고장 확률이 성립한다.

$$P(s) = P(A_I) * P(B_I) + P(A_I) * P(C_I) + P(B_I) * P(C_I) + \\ P(C_{AB}) + P(C_{AC}) + P(C_{BC}) + P(C_{ABC})$$

$$Q_s = 3Q_1^2 + 3Q_2 + Q_3$$

위와 같은 식을 사용하여, 앞에서 언급한 β -factor를 간단히 표현하면, 이 모형에서의 공통원인 고장은 관련 기기 모두가 고장나는 것뿐이므로 아래와 같다.

$$P(C_{ABC}) = \beta \times P(A_I)$$

또한, BFR의 경우는 아래와 같은 식들로 이해될 수 있을 것이다.

$$Q_1 = Q_I + \mu p(1-p)^2, \quad Q_2 = \mu p^2(1-p), \quad Q_3 = \mu p^3 + \omega$$

이와 같이 공통원인 고장을 새로운 기본 사건으로 놓는 방법은 그림으로 표현되는 경우에 시각적인 식별 효과가 좋아 알아보기 쉽다. 또한 수식상으로도 명확한 표현이 가능하다. 그러나, 시뮬레이터에 대한 적용을 생각해 보면 입력이 복잡해질 뿐 아니라 다수의 기본 사건을 포함함으로써 막대한 계산을 요하는 문제가 있다. 그리고, 수식적 표현은 어려우나 다양한 기능을 실현할 수 있는 시뮬레이션의 장점을 살리는 방법을 선택해야한다.

또 위와 같은 방법은 관련된 모든 기기들에 대해 고장 수목을 수정해주어야 하고, 관련 방식·관련 기기종류에 대한 정확한 이해가 필요하므로 표현에 사실상의 어려움이 있으며, β -factor와 이것이 확장된 모형들을 제외하면, 고장 수목 구조에 반영이 어렵고, 공통원인 고장 그룹이 다중화되고 늘어나는 경우 고장 수목이 상당히 복잡해지는 단점이 있다.

(2) 시뮬레이터에 적합한 모형의 선택과 확장·적용

(가) 충격 모형(BFR 모형) 선택의 이유와 장점

BFR 모형은 β -factor와 함께 개념적인 이해의 편의성과 모수가 적다는 적용의 편의성때문에 많이 사용되어온 모형이다. 또한 충격이라는 개념의 적용으로 모형이 설득력있게 이해되는 장점을 지니고 있다. 종속적 고장 자료에 근거하고, 외부 충격(환경)에 대한 전문가의 판단에 의해 적절한 모형과 그에 따른 모수를 선택할 경우 공통원인 고장을 비교적 정확하게 반영을 할 수 있다. 입력의 문제에 있어서도, 앞에서 언급했듯이 공통원인 고장을 새로운 기본 사상으로 설정하는 경우 고장 수목의 수정과 그에 따른 중복 사상들의 발생등 문제가 있으나, 외부 충격을 초점으로하여 그에 관련된 기기들만을 고려하는 방법을 사용하면 고장 수목의 수정없이 적용이 가능하다. 이와 같은 이유로 시뮬레이터에 적용할 기본적인 공통원인 고장 모형으로 BFR 모형을 선택하였다.

또한, 수식적인 BFR 모형에서는 한계를 가질 수 밖에 없었던 점들이 시뮬레이션의 장점아래 다양한 방식으로 확장이 가능하게 된다. 즉, 고정된 고장 확률 p 의 다양한 변화가 가능해진 것이다. 그리고, 충격 발생시에 고장 확률 p 를 1로 놓으면, β -factor 모형과 같게 된다. 즉, 공통원인 발생시 관련 기기가 모두 고장난다. 그외에 명확하게 알고 있는 외부 요인에 의한 반영이나, 기존의 기기에 관련하여 추가로 새로운 고장 유형을 설정할 경우에도 시뮬레이터의 공통원인 고장 모듈을 사용하면 유연하게 적용이 가능하다.

(나) 모형의 확장

공통원인에 관련된 한 기기의 고장 확률을 P 라고 하면 확장된 모형들은 아래와 같이 표현될 수 있다. 아래의 수식에서 소문자들은 입력해야할 모수들이며, 충격 발생률은 공통원인 고장 그룹별로 주어져야 한다.

[모형 A] 상수 고장 확률 모형(BFR)

충격이 발생하면, 관련 기기는 모두 고정된 확률에 의해 고장여부가 결정된다.

$$P=p, \quad 0 < p \leq 1$$

$p=1$ 이면 β -factor 모형이 된다. 이는 [그림 3.1.2]에 표현되어 있다.

[모형 B] 기기별 충격 누적 모형

충격이란 한번에 고장을 일으킬 수도 있으나, 점점더 많은 부하를 기기에 누적시켜갈 수도 있다. 즉, 한번의 충격만 오면 고장나는 것이 아니라, 충격이 왔을 때 고장나지 않았다면 [그림 3.1.3]에 표현되어 있듯이, 이런 충격이 누적되어 다음의 충격에 기기가 고장날 확률이 증가된다는 가정아래 설정한 모형이다.

이 모형은 개별 기기별로 충격이 누적되는 경우이다. 충격의 누적으로 고장이 일어나면 교체나 수리후 충격의 영향이 남아있지 않도록 누적 효과를 영으로 놓고 계속해서 시뮬레이션 한다. 고장날 확률은 아래와 같이 정의한다.

$$P = p^{1/n}, \quad 0 < p \leq 1 \quad (n: \text{누적 충격 수})$$

[모형 C] 전체 충격 누적 모형

이 모형의 경우도 [모형 B]와 같이 충격 누적 모형인데, 전체 환경적인 충격으로 환경이 계속 악화되는 경우를 반영한 점이 다르다. 즉 고장이 일어나도 충격을 주는 환경은 계속 악화되는 경우를 생각하여 고장률은 계속 증가한다. 예를 들면 전체적으로 발전소 내부의 먼지가 일정기간 계속 쌓여가는 경우이다. 이 경우 환경 청소를 하지 않는 한 충격의 여파에는 변함이 없다. 환경 변화후에는 새로이 초기화한후 시뮬레이션 해야 할 것이다. 수식은 기본적으로 위와 같으나, 누적 충격수가 기기 고장 후에도 영으로 초기화되지 않는다.

[모형 D] 지수적 수명 종속 모형

기기의 수명이 증가함에 따라 고장 확률이 증가하는 모형이다. 본 연구에서 개발된 시뮬레이터의 큰 특징 중의 하나가 기기의 수명 증가를 고려한 동적인 신뢰성을 구하는 것이므로, 공통원인 고장의 반영에도 수명의 정보를 반영한 것이다. 다른 여러 모듈들을 통해서 각 기기의 수명에 대한 정보가 유지되므로, 충격이 왔을 때 그 정보를 이용하여 기기의 수명에 따른 열화를 반영한 것이다. 즉, [그림 3.1.4]에 표현되어 있듯이 가동 이력이 오래되면 저항이 약해져서 충격이 발생했을 때 고장날 확률이 높아진다는 개념을 적용한 것이다. 수식은 아래

와 같이 적용한다.

$$P=1-\exp(-a \times age) \quad , (0 < a)$$

여기서 모수 a 의 값을 크게 할수록 수명에 의한 저항 약화 정도는 떨어진다. 즉, 수명 증가로 인한 열화의 영향이 적어지는 것이다.

[모형 E] 초기 고장 확률이 반영되는 수명 종속 모형

역시 [모형 D]의 경우와 같이 수명의 증가에 따라 고장률이 증가하는 모형이다. 다른 점은 더 다양한 반영을 고려하기 위해 수명이 영인 경우의 초기 고장 확률이 [모형 D]의 경우는 영이지만, 이 모형은 초기 고장 확률값을 정할 수 있다. 또한, 어느 정도의 수명이 되기 전에는 고장이 나지 않도록 모수 값을 조정할 수도 있다. 이는 [그림 3.1.5]에 표현되어 있다. 수식은 아래와 같다.

$$P=-\frac{a}{age+b}+1, \quad (0 < a, \quad -a < b < \infty)$$

위의 식에서 a 의 값은 수명의 증가에 따른 고장률의 증가 정도에 영향을 미친다. 즉, a 값이 커지면 수명의 증가에 따라 고장률의 변화는 서서히 증가하게 된다. b 의 값은 a 의 값과 함께 초기 고장 확률을 결정하는데 영향을 준다. 예를 들어, 수명이 영인 경우 초기 고장 확률이 존재하는 경우 그 값은 $p=1-\frac{a}{b}$ 가 된다. 수명이 일정 이상이 되어야 공통원인에 의한 고장이 발생

하는 경우 초기 고장 확률은 영이다.

(3) 시뮬레이터에의 적용 방법

시뮬레이터의 기본적인 흐름은 여러가지 사건들의 최근 시간(시각)을 발생시키고 이중에서 가장 먼저 오는 사건에 대해 여러가지 처리를 해주는 것이다. 이 기본적인 방법을 따라가면, 먼저 충격을 공통원인별로 발생시키고 가장 최근의 사건이 되는 공통원인에 대해 관련 기기들을 처리 해주면 된다.

(가) 충격(Shock) 발생

충격 발생 시각은 충격의 포아송 분포 가정에 따라, 시간 간격이 지수 분포를 따르도록 발생시킨다. 공통원인 고장 그룹의 수만큼 발생을 시키며, 이중에서 가장 빨리 오는 충격을 미리 인식하고, 다른 기본 사상의 현재 시각이나 예방 보수 시각과 비교하여 충격이 계통의 현재 시간이 되는 경우 다음의 공통원인 고장 그룹내의 기기의 고장 여부를 판단하는 모듈로 들어가게 된다. 충격으로 인한 기기의 고장에서, 수리중이거나 작동 중단 중인 기기들에는 충격이 영향을 미치지 않는 것으로 가정한다. 계통이 수리 가능한 경우, 고장시에는 전체적으로 모든 기기가 작동을 중단하게 된다. 따라서, 계통이 수리 중인 동안에 발생하는 충격은 기기에 영향을 미치지 못하는 것으로 가정한다.

(나) 충격으로 인한 기기의 고장 모듈

수명 종속 모형(모형 D,E)을 위해 기기의 명목수명과 실수명에 대한 고려가 필요하다. 명목수명이란 기기가 가동을 시작한 이래 작동한 시간의 단순한 총합을 의미하며, 실수명이란 명목수명에 수리효과를 반영한 기기의 사용정도를 나타내는 사실상의 수명이다. 충격으로 인한 고장에서는 기기의 단순한 작동시간의 합보다는 기기의 사용정도가 충격과 연관을 가지므로, 실수명을 반영했다. 즉, 새로이 작동하기 시작한 이래의 수명과 그전까지의 작동시간에 수리효과를 반영한 값을 합하여 실수명을 계산하였다. 공통원인 고장 그룹의 구성기기가 대기기기인 경우, 처리의 세세한 부분은 1절 2의 대기구조부분에서 참조하도록 한다. 알고리즘은 아래와 같고 이에 대한 흐름도는 [그림 3.1.6]에 정리된다.

i : 공통원인 고장 그룹을 구성하는 기기번호(대기기기 포함)

x_i : 기기 i 의 작동시간 y_i : 기기 i 의 수리시간

t_i : 기기 i 의 작동시간 합(명목수명) τ_i : 기기 i 의 실수명

T_i : 기기 i 의 clock (작동시간, 수리시간의 총합)

r_i : 기기 i 의 상태변수 ($r_i=0$ 작동중, $r_i=1$ 고장)

Shock T_i : 공통원인 i 의 발생 시점

N : 공통원인 그룹의 기기수(대기기기 포함)

(k : N 개 중에 고장 여부를 처리해준 기기의 수)

p : 공통원인인 충격 발생시 공통원인 그룹내의 기기가 죽을 확률

$SB T_i$: 대기 그룹 i 의 clock(가장 가까운 상태를 나타내는 시점)

j, jj : 대기 기기를 구성하는 기기들중 충격으로 인한 영향을 처리해주지
않은 기기

Status O, G, P, T, F : 대기 기기를 구성하는 기기의 상태

(앞에서부터 순서대로 작동, 대기, 예방 보수중, 시험중, 고장)

SBR_i : 대기 그룹 i 의 상태 변수 (0 : 작동중, 1: 고장(수리중))

T : 계통의 고장시간 R : 계통의 구조함수값 ($R=1$ 고장)

초기화

Shock T 발생, $k \leftarrow 1$

단계 1

If sub i is operating, continue

else $k \leftarrow k+1$ and goto 단계 1 again

If sub i is single component, goto 단계 2

else goto 단계 5

단계 2

$\tau_i \leftarrow t_i$

$t_i \leftarrow t_i - (T_i - \text{Shock } T)$: 명목 수명 조정

$\tau_i \leftarrow (1 - \rho) * (\tau_i - x_i) + x_i - (T_i - \text{Shock } T)$: 실수명 계산

goto 단계 3

단계 3

Generate p and generate u(random number)

If $u < p$, $r_i \leftarrow 1$ and generate y_i

$$T_i \leftarrow T_i + y_i$$

else $t_i \leftarrow t_i + (T_i - \text{Shock } T)$:명목 수명을 원래값으로 재 조정

goto 단계 4

단계 4

If $k = N$, goto 단계 16

else $k \leftarrow k+1$ and goto 단계 1

단계 5

If any sub j is Status = O,

modify age of sub j and goto 단계 6

else goto 단계 4

단계 6

Generate p and generate u(random number)

If $u < p$, goto 단계 7

else goto 단계 9

단계 7

Repair sub j

if any sub jj is Status = G, goto 단계 6

else goto 단계 8

단계 8

If any sub(not j or jj) is Status =G,

Status $\leftarrow$ O and compute Operation_time

$$SB T_i \leftarrow \text{Shock } T + \text{Operation_time}$$

goto 단계 4

else goto 단계 4

단계 9

If any sub jj is Status =G,

```

generate p and generate u(random number)
If  $u < p$  , Status  $\leftarrow$  F
goto 단계 9 again
else goto 단계 9 again

```

단계 10

```

Compute R
Stop

```

라. 요약 및 추후 연구 방향

(1) 공통원인 고장 반영에 대한 요약

계통의 고장에 영향을 미치는 기기들간의 종속적인 고장의 반영 필요함에 따라 종속적 고장의 한 유형인 공통원인 고장을 시뮬레이터에 반영하였고, 이러한 공통원인 고장을 연구하는데 도움을 주는 절차와 모형에 대한 기존의 연구를 간단히 정리하였다. 공통원인 고장의 논리로는 기존의 다양한 모형들 중에서 공통원인을 충격 개념을 도입하여 설명하고 있는 BFR 모형을 기본적인 특성으로 반영하였고, 시뮬레이터의 장점을 살려 BFR 모형을 충격 누적 모형, 수명 종속 모형으로 확장하여 다양한 방식으로 적용이 가능하도록 하였다.

(2) 추후 연구 방향

이론적으로는 충격의 누적수에 종속적인 모형과 수명 종속적인 모형에 대해 수리적인 표현의 확립이 필요하며, 모형에 대한 모수 추정에 대해 더 연구되어야 할 것이다.

시뮬레이터와 관련한 추후 연구로는 공통원인 고장이 원래 병렬 구조하의 기기들에 연관이 많으므로 고장 수목에서 Gate를 공통원인 고장 그룹으로 간단히 설정하는 방법을 쉽게 적용해 볼 수도 있겠고, 여러 Gate가 공통원인 고장 그룹의 구성부분이 되는 경우도 고려해볼 필요가 있다. 여러가지 가정 중에 전체 계통의 수리 중에는 공통원인으로서의 충격이 반영되지 않는다고 했으나, 수리 중에도 충격이 영향을 미치는 경우에 대해서 확장할 수도 있다. 공통원인 고장

이 기본적으로 명확히 알 수 없는 원인에 의한 고장을 반영하는 까닭에 시뮬레이터의 사용시에도 모수의 설정이 어렵다. 기존의 고장 자료들로부터 모형에 적합한 모수를 구하는 모듈을 개발할 필요가 있다.

마. 실험 예제

공통원인으로 인한 계통의 영향을 알아보고자 병렬 구조를 가지는 계통에 충격을 발생시키고 그 결과를 분석하였다. 기기의 수명 분포는 모형 D와 E에도 공통으로 적용하고자 열화의 성질을 표현할 수 있는 와이블 분포를 사용하였다.

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right] \quad (\alpha: 1.5, \beta: 10.0)$$

위와 같은 모수를 사용한 기기의 평균 수명은 9.0이 된다.

수리 분포는 평균 시간 2.0을 가지는 지수분포를 사용하였다. 수리 효과는 [실험 3]을 제외하고는 대체하는 것과 동일한 효과를 가지는 완벽한 경우에 대해 시뮬레이션하였다.

충격은 평균시간 9.0을 따르는 지수분포로부터 발생시켰다. 하나의 기기가 평균 한 번쯤 고장나는 시간 간격에 충격도 평균 한 번 발생한다.

모형 C는 모형 B와 유사하므로 실험에서 제외시켰다.

그림상에 표현된 각각의 실험 결과 자료는 5000번의 실험을 열번 반복하여 얻은 평균값이다.

[실험 1]

병렬 구조의 중복도가 증가됨에 따라 각 모형이 고장 시간에 미치는 영향을 파악하고 모형간의 차이에 대해 비교해보고자 하는 실험이다. 2중 병렬 구조에서 네가지 모형이 동일한 고장 시간을 발생시키도록 모수를 고정하고 병렬 구조를 구성하는 기기의 수를 늘여가면서 고장 시간의 변화 정도를 살펴본다.

결론을 말하자면, 모형 B인 충격 누적 모형이 병렬 구조의 중복도에 대한 민감도가 다른 모형들에 비해 두드러지게 떨어지는 것으로 나타난다. 즉, 병렬 구조의 중복도 증가에 따라 고장 시간 증가 정도가 다른 모형에 비해 현저하게 적

다. 이는 [그림 3.1.8]을 보면 알 수 있다. 이유를 분석해보면 누적 모형의 경우 충격이 왔을 때 고장이 나지 않더라도, 영향이 남아있어서 다음의 충격때 그 영향이 전보다 더 크게 되지만, 다른 모형의 경우 각각의 충격은 서로간에 영향을 미치지 못한다. 즉, 중복도가 늘어나면 충격시에 고장이 나지않는 기기가 생기는 경우가 많아질 것이므로 충격을 누적시켜가는 모형 B의 경우 계통이 고장날 확률이 더 높게 되는 것이다.

모형 D와 E의 경우 수명에 종속적이지만 이 실험의 경우 수리 효과를 100%로 두었기 때문에 수명 종속의 영향이 충격 누적 모형보다 상대적으로 적다. 이점은 [실험 3]에서 수리 효과를 변화시키면서 그 영향을 비교해 보도록 한다.

[그림 3.1.8]과 [그림 3.1.9]를 보면 예상되는 바와 같이 중복도가 증가할수록 공통원인에 의해서 고장나는 비율이 높아짐을 알 수 있다. 그리고, 고장시간은 차이가 있으나, 공통원인에 의한 고장 비율은 모형 B의 경우도 조금밖에 크지 않음을 알 수 있다.

[실험 2]

각 모형에서 모수를 일정간격으로 변화시키면서 모수의 변화에 따른 계통의 고장 시간의 변화정도를 알아보고자 하는 실험이다. 계통으로는 4중 병렬 구조를 사용하였다.

[모형 A]의 경우 [그림 3.1.10]에서 나타나듯이 모수의 변화에 따라 고장 시간의 변화 정도가 다른 모형에 비해 상대적으로 크게 나타난다.

[모형 B]의 경우는 [그림 3.1.11]에서 보이듯이 다른 어떤 모형보다도 모수 값의 변화에 따른 고장 시간의 변화 정도가 적다. 그리고, 아주 적은 모수값에서도 아주 짧은 시간안에 계통 고장을 발생시키는 확률이 아주 높다. 이는 충격의 누적에 의한 고장 확률의 변화 정도가 급격함을 의미한다.

[모형 D]의 경우 [그림 3.1.12]를 보면 모수 값이 증가됨에 따라 고장 시간도 거의 비례적으로 증가됨을 알 수 있다.

[모형 E]의 경우 [그림 3.1.13]은 모수 a를 고정시키고 모수 b를 변화시키면서 고장 시간의 변화를 알아본 것이고, [그림 3.1.14]는 모수 b를 고정시키고 모수 a를 변화시켜본 것이다. 두 그림으로부터 모수 b의 증가는 계통의 고장률을 높

이며, 모수 a 의 증가는 고장률을 감소시킴을 알 수 있다. 그리고, 그래프의 변화 정도로부터 모수 b 의 변화보다는 모수 a 의 변화가 고장률의 변화에 미치는 영향이 훨씬 큼을 알 수 있다.

[실험 3]

수명 종속 모형의 영향을 좀더 세밀히 파악하기 위해, 수리 효과를 변화시키면서 각 모형의 영향이 어떠한지를 살펴보았다. 결과에서 모형 A와 B, 모형 D와 E가 각각 거의 비슷한 양상을 보였으므로, 수명 종속 모형이 아닌 모형으로는 B의 결과를 수명 종속 모형으로 D의 결과를 [그림 3.1.15]와 [그림 3.1.16]에 각각 나타내었다.

[그림 3.1.15]를 보면, 모형 B에서 수리효과가 커질수록 계통의 평균 고장 시간이 늘어나는 효과가 있으나 그 영향이 미약함을 알 수 있고, 수리 효과가 커짐에 따라 공통원인에 의한 고장의 비율이 현저히 증가하고 있음을 알 수 있다. 여기서 수리 효과는 독립고장에만 영향을 미치므로 상대적으로 공통원인 고장의 기여율이 증가하는 것이다.

[그림 3.1.16]를 보면, 모형 D에서는 위와 반대로 수리 효과가 완벽하지 않은 경우 기기의 열화 정도가 계속 증가되므로 수명 종속 모형의 영향력이 다른 모형에 비해 상대적으로 큼을 알 수 있다. 수리 효과가 적어짐에 따라 계통의 평균 고장 시간이 현저히 줄어들었다가 일정수준을 유지하게 되고, 공통원인에 의한 고장비율은 조금 증가됨을 알 수 있다.

2. 대기 구조를 반영한 시뮬레이션

가. 연구 목표

계통을 이루고 있는 기기들은 단일 기기인 경우와 대기 구조와 같이 여러 기기가 중복적인 구조를 이루고 있는 경우로 크게 대별해서 볼 수 있다. 특히 대기 구조를 이루고 있는 기기들은 단일 기기와는 판이한 작동 특성을 갖고 있으며, 높은 수준의 신뢰도를 얻기 위하여 자주 이용되어진다.

본 연구에서 대상으로 하고 있는 원자력 발전소와 같이 대규모이고 높은 수준의 신뢰도를 요하는 계통에서는 대기 구조를 갖는 다수의 기기들을 포함하고 있다. 또한 이런 계통의 경우, 계통의 신뢰성을 직접 분석하게 해줄 수 있는 계통 수준의 고장/사고 자료는 매우 드문 것이 현실이므로 이와 같은 자료에 대한 통계적 분석에 의한 신뢰성 평가가 어렵고, 또한 계통의 복잡성으로 인하여 해석적 접근 방법에 의한 계통의 신뢰성 분석은 불가능하다고 하겠다. 이에 대한 대안으로서 많이 사용되어지는 분석 기법이 시뮬레이션 기법이다.

이전까지의 신뢰도 분석을 위한 시뮬레이터 모형에는 주로 단일 기기들만을 대상으로 하고 있다. 그러나 현실적으로 대기 구조를 이루고 있는 기기들도 계통내에 많이 존재하게 되므로 이러한 기기들을 고려한 시뮬레이션 기법을 개발하여야 한다.

본 절에서는 계통을 이루고 있는 대기 기기들의 다양한 모형들을 전체 계통의 신뢰성 분석을 위해 시뮬레이션에 적용한 방법을 설명한다.

먼저 신뢰도 향상 기법중의 하나인 중복 구조의 유형들을 소개하고 이러한 구조들에 대하여 지금까지 진행되어온 기존의 연구를 중복 구조를 대상으로 한 신뢰성 분석에 관한 연구와 대기 기기 모듈내의 대기 기기에 시행되는 시험 정책에 관한 연구로 분류하여 알아본다.

그리고 단일 기기들로만 이루어진 계통의 시뮬레이션 방법과는 다르게 대기 기기 모듈이 계통 내에 존재하게 됨으로써 생기는 여러 요소들에 대하여 설명하고 이러한 요소들을 어떻게 시뮬레이션에 반영할 것인가에 대한 방법을 본 시뮬레이터에 반영된 요소들에 대하여 각각 설명한다.

나. 중복 구조의 유형

다수의 기기로 구성된 계통에 있어서 신뢰성을 향상시키는 방법에는 기기 자체의 신뢰성을 향상시키는 기법과 기기들이 중복 구조를 가지게 하는 방법의 두 가지를 들 수 있다. 그런데, 기기 자체의 신뢰성 향상 기법은 기술적 원인 등에 의해 제약 받게 되며 이런 경우 중복 구조를 도입함으로써 계통 전체의 신뢰성 향상을 추구하게 된다. 중복 구조는 크게 두가지로 나누어지는데 그 첫째는 중

복적인 기기들이 작동 요구가 있을 때만 작동하도록 하는 대기 중복이고 둘레는 중복된 모든 기기들이 동시에 작동하게 되는 병렬 중복이다. 대기 중복은 기기의 고장 등에 동적으로 반응하는 의미로 동적 중복(dynamic redundancy), 병렬 중복은 초기의 중복적인 배치가 계속 유지된다는 의미에서 정적 중복(static redundancy)이라 불리기도 한다.

이에 중복 구조를 크게 대기 중복과 병렬 중복으로 분류하여 이들 각각에 대하여 설명한다.

(1) 대기 중복(standby redundancy)

대기 중복이란 작동하고 있는 하나의 기기와 작동 요구가 있을 때만 작동을 하기 위하여 대기 상태로 유지되는 대기 기기(다수일 수 있음)로 이루어진 동적인 중복을 의미한다[Pham92]. 대기 중복 구조를 갖는 계통에 있어서 신뢰성을 분석할 때는 다음과 같은 사항을 고려하여 모형화 및 분석을 수행해야 한다.

① 기기의 수리 가능성

계통을 이루고 있는 기기들이 고장난 후 수리를 통하여 재사용 가능 여부.

② 중복 구조내의 작동중인 기기에 대하여 예방 보수의 실시 여부.

③ 대기중인 기기의 상태

대기중인 기기의 대기중 상태는 다음과 같은 세가지 유형으로 나눌 수 있다..

- Cold : 대기 상태에 있을때는 고장이 나지도 않고 열화도 진행되지 않는 경우
- Hot : 대기 상태에 있을때에도 작동 상태와 같은 수명 분포를 갖는 경우
- Warm : 대기 상태에서 고장은 발생하나 고장강도가 작동 상태보다 작은 경우

④ 스위칭 확률

스위칭이란 작동 중인 기기가 고장났을 때, 그 임무를 대기중인 기기가 넘겨 받는 것을 의미한다. 대상의 특성에 따라 스위칭은 언제나 성공할 수도 있으며 확률적으로 성공할 수도 있다.

⑤ 대기 기기의 개수

(가) 우선권이 존재하는 대기 중복 (Priority-SB Redundancy)

앞에서 설명한 바와 같이 중복 구조는 대기 중복 구조와 병렬 중복 구조로 대별된다. 또한 대기 중복인 구조도 구조를 이루고 있는 기기들간에 우선권의 존재 여부가 대기 중복 구조를 이루고 있는 기기들간의 작동 메커니즘에 커다란 변화를 가져오므로 작동 메커니즘에 따라 크게 우선권이 존재하지 않는 대기 중복 구조와 우선권이 존재하는 대기 중복 구조로 나누어 볼 수가 있다.

이에 추가적으로 대기 중복 구조에 우선권이 추가적으로 고려된 우선권이 존재하는 대기 중복 구조에 대하여 설명하고자 한다.

일반적으로 우선권이 존재하지 않는 대기 중복 구조에서는 중복 구조를 이루고 있는 기기들이 IID(Identical and Independent)하다는 점을 기본적으로 가정하고 있다. 반면에 우선권이 존재하는 대기 중복 구조는 우선권이 존재하지 않는 대기 중복 구조에 우선권의 존재라는 요소를 추가로 반영하고 있으며 또한 일반적으로 서로 상이한 기기들(그러나 동일한 기능을 수행하는 기기들)로 이루어진 대기 중복 구조를 의미한다.

이때 대기 중복 구조를 구성하고 있는 특정한 기기에 우선권(Priority)이 존재한다는 것은, 그 특정 기기가 타기기에 대하여 작동이나 수리가 우선적으로 수행된다는 것을 의미한다. 수리를 예로 들어보면, 수리 시설의 능력을 넘어서는 개수의 기기들을 수리해야 하는 경우에는 우선권이 없는 기기의 수리가 현재 진행되고 있더라도 수리를 멈추고 우선권이 있는 기기를 먼저 수리하게 되는 것이다.

만약 작동에 우선권이 존재하는 경우에는, 우선권이 존재하는 기기는 대기 상태를 가질 수 없고 반드시 작동 또는 수리 상태만을 갖게 된다. 즉, 우선권을 갖는 기기가 고장이 난 후 수리가 완료되면 그 동안 작동을 하고 있던 우선권이 없는 기기(대기 기기)는 다시 대기 상태로 돌아가고 우선권을 갖는 기기가 계속해서 작동을 하게 된다. 또한 수리에 우선권이 존재하는 경우에는 우선권이 없는 기기의 수리중에 우선권을 갖는 기기가 고장나는 경우 어떻게 수리를 할 것인가가 결정되어야 하므로 그에 따른 수리 정책의 수립이 필요하다.

따라서 대기 중복 구조에 우선권이 존재하는 경우에는 그렇지 않은 경우에 비하여 작동 메커니즘이 확연히 달라지게 되므로 이런 상황을 반영하는 모형의 수립과 분석이 필요하며 이들 모형의 시뮬레이션 방법에서의 반영이 필요하다.

먼저 우선권이 존재하는 대기 중복 구조의 모형화 및 분석에 있어서 우선권을 어

떠한 행위에 부여하는가에 따라서 다음과 같이 나누어 볼 수 있다.

- ① 우선권이 작동에만 주어지는 경우
- ② 우선권이 수리에만 주어지는 경우
- ③ 우선권이 작동과 수리에 모두 주어지는 경우

또한 수리에 우선권이 존재하는 경우에는 앞서도 언급하였듯이 수리 정책의 수립이 필요하다. 이에 주로 많이 이용되는 수리 정책을 살펴보면 다음과 같다.

① Head-of-Line Policy

우선권의 존재 유무에 상관없이 먼저 고장난 기기를 먼저 수리하는 정책

② Preemptive-Resume Policy

우선권이 없는 기기가 수리를 받고 있는 동안에 우선권이 있는 기기가 고장이 나는 경우에는 우선권이 있는 기기를 먼저 수리하게 되며 수리가 완료되었을 때, 우선권이 없는 기기는 이전에 수리 기간을 간직하고 있다가 잔여 시간만을 수리하면 되는 정책

③ Preemptive-Repeat Policy

Preemptive-Resume Policy와 동일하나 우선권이 있는 기기가 수리 완료됐을 때, 우선권이 없는 기기는 이전의 수리 기간을 무시하고 처음부터 다시 수리를 시작하는 정책

위에서와 같이 수리 정책을 나누는 것은 실제로 계통의 신뢰성 분석을 함에 있어서 다른 분석 방법을 취해야 하기 때문에 중요하게 고려해야 할 요소라고 할 수 있다.

(2) 병렬 중복(parallel redundancy)

병렬 중복도 계통의 신뢰성을 향상시키기 위한 하나의 방편으로 제시된 것으로서 병렬 중복 구조란 동일한 두 개 또는 다수의 기기를 병렬로 배치시킨 정적인 중복 구조를 의미한다[Pham92]. 이러한 병렬 중복 구조에서의 주요 고려 사항은 병렬 중복 구조에 중복적으로 배치된 기기의 개수라고 할 수 있다.

이상에서 중복의 두가지 유형인 대기 중복과 병렬 중복에 대해 알아보았다. 중복 구조의 물리적 특성을 고려하지 않고 신뢰성의 관점에서만 볼 때, 병렬 중복은 대기 중복중 대기 상태가 Hot이고 스위칭 확률이 1인 경우와 동일하다. 따

라서 신뢰성 분석의 관점에서 병렬 중복은 대기 중복의 특수한 예라 할 수 있다.

다. 대기 기기에 대한 시험 모형 (Test Model)

특정 기기에 시험을 실시한다는 것은 기기의 상태는 시험을 통하지 않고서는 알 수 없다고 기본적으로 가정하고 있다.

특히 우선권이 존재하는 대기 중복 구조를 가진 대기 기기는 작동중인 기기가 고장이 났을 경우를 대비하여 대기 계통 전체의 신뢰성의 향상을 위하여 배치된 기기로서 상시 작동하는 기기와는 달리 작동 요구(작동중인 기기가 고장이 난 경우)가 왔을 때에만 작동을 한다는 특성을 지니고 있다. 따라서 대기 기기가 작동 요구 시점에서 작동 가능한가의 여부는 대기 계통 전체의 신뢰성 향상이라는 측면에서 매우 중요하다고 할 수 있다.

그러나 대기 기기는 직접 가동시켜보지 않고서는 대기중의 상태를 알아낼 수 없다. 따라서 대기중인 기기가 작동 요구시 제대로 응할 수 있는가의 여부를 알기 위한 시험은 의미가 있다고 할 수 있다.

일반적인 시험 모형에 대해 위에서 제시한 기본적인 가정 이외에 대기 기기에 대한 시험 모형에서 고려해야 할 요소로 시험의 위험성 여부, 즉 시험이 계통에 역효과를 주는가의 여부이다.

앞에서 언급한 시험의 위험성을 고려한 모형으로서 제시된 것이 hazardous 시험 모형이다.

Hazardous 시험 모형은 시험의 회수가 많아짐에 따라서 계통의 상태에 따른 적절한 행위를 함으로써 계통 전체의 고장 시간을 줄일 수 있다는 장점 이외에 이와는 반대로 시험 회수의 증가는 시험에 의한 계통 고장률의 증가와 같은 열화(deterioration)의 진행 또는 시험 자체가 계통의 직접적인 고장을 유도하는 역효과를 낳을 수 있다는 점을 고려한 모형이라고 할 수 있다.

대기 기기에 대한 시험의 역효과로는 다음의 요소들을 들 수 있다.

① 시험도 일종의 가동이라고 볼 수 있다. 따라서 가동 시간에 따라서 기기의 열화가 진행된다.

- ② 대기 기기에 대한 시험 자체가 기기의 고장을 발생시킬 수 있다.
- ③ 대기 기기에 대한 시험이 시험 이후의 대기중 고장률을 증가시킨다.
- ④ 시험에 따른 시험 비용의 증가.

위에서 두번째 요소는 시험의 시행(즉, 가동)은 기기에 급격한 부하를 줌으로써 기기가 고장이 나게 된다는 것이다. 즉, 시험 초기에 일종의 Shock이 와서 순간적으로 고장 확률을 높인다는 것이다. 예로써 대기중이던 전력 계통을 갑작스럽게 가동시키면 급격한 부하가 걸리게 되어 고장을 일으키는 경우를 들 수 있다.

세번째 요소는 시험의 시행(즉, 가동)중에 일종의 손상(damage)이 기기에 가해져서 축적된 손상이 이후의 대기 기기의 대기중의 고장률을 증가시킨다는 것이다. 이와 관련하여 Giglmyr는 age-wear 종속 모형을 제시하였다[Giglmyr87].

Giglmyr는 기기의 시간 종속적인 고장은 시간 종속적인 손상 과정(damage process)에 의하여 야기되고 이 모형은 다음의 두가지 주요소에 의하여 특성이 결정된다고 보았다.

- ① 순간적인 1차와 2차 모멘트로 손상을 묘사하는 추계적 과정.
- ② 기기의 손상과 고장 확률과의 함수적 종속관계.

그는 손상 과정의 시간에 따른 추이를 크게 계단 함수(step function)의 형태를 갖는 제한률(rate-limited) 경우와 확산(diffusion) 경우로 구분하였다. 그 각각에 대하여 설명하면 다음과 같다.

제한률 경우에서, 손상은 충격이 불균일 포아송 과정(NHPP)에 의하여 발생하며 그 증분(Increment)은 충격의 발생과는 독립적인 균일분포에 의하여 결정된다고 보는 모형이다.

확산 경우에서의 손상 과정은 가우시안 확산 과정(Gaussian diffusion process)으로 표현이 된다. 여기서 시간 간격 $(t, t + \Delta t)$ 동안의 평균 손상의 증분은

$$b(t, y)\Delta + o(\Delta t), \quad b(t, y) : \text{손상 과정}$$

의 순간적 1차 모멘트로 표현되고, 분산은

$$2a(t, y)\Delta + o(\Delta t), \quad a(t, y) : \text{손상 과정}$$

의 순간적 2차 모멘트 표현된다.

그는 결국 손상 과정과 고장 확률간의 함수적 종속성을 표현하는 age-wear 종속

적 고장률 $c(t, y)$ 를 아래의 식으로 제시하였다.

$$c(t, y) = \lim_{\Delta t \downarrow 0} \frac{\Pr \{ t < T^+ \leq t + \Delta t \mid \bar{X}_t = y \}}{\Delta t}$$

위 식에서 T^+ 는 기기의 고장 시간, $(\bar{X}_t; 0 \leq t < T^+)$ 는 기기의 손상을 모형화하는 마코프 과정을 의미한다.

라. 중복 구조의 신뢰성 분석 관련 연구

(1) 대기 중복 구조의 신뢰성 분석 관련 연구

중복 구조의 신뢰성 분석에 관한 기존의 연구도 대기 구조와 병렬 구조에 대한 연구로 대별할 수 있다. 먼저 대기 구조의 신뢰성에 대한 연구를 알아보자.

Aven은 하나의 작동 기기와 다수의 대기 기기들로 이루어진 대기 중복 구조를 대상으로하여 가용성을 근사적으로 분석하였다[Aven90]. Aven은 서로 독립인 상수의 고장률과 수리율을 가지며 작동기기에 대해 예방 보수를 실시하는 대기 중복 구조를 대상으로 마코프 이론을 적용하여 계통의 가용성에 대한 근사적인 공식을 제시하였다.

Lee와 Srinivasan은 하나의 작동 기기와 다수의 대기 기기들로 구성된 대기 중복 구조의 최적 대체 정책에 대하여 연구하였다[Lee94]. 작동중인 기기는 상수의 고장률을 가정하고 그 기기에 고장이 발생하면 자동적으로 대기중인 기기들 중에서 하나가 스위칭 되어 작동을 하게 된다. 기기들은 고장 후에 수리를 하지 않는다고 가정하였다. 계통내에 있는 고장 기기의 수를 계통의 상태로 정의하고, 계통의 상태를 항상 알 수 있는 경우(continuously monitored case)와 일정 시간마다 시행되는 검사(inspection)시에만 알 수 있는 경우로 나누어서 평균 총 비용을 최소화시키는 최적 대체 시점을 결정하였다.

Nakagawa는 무한개의 예비 기기를 갖는다는 가정은 현실적으로 불합리한 가정이라고하여 하나의 작동 기기와 유한개의 예비 기기로 이루어진 중복 구조를 대상으로 계통내 MTTF를 최대화하는 최적 대체 정책에 대해 연구하였다[Nakagawa89]. 이때 MTTF는 계통내에 남아있는 예비 기기의 수에 따른 함수

로 나타낼 수 있음을 보였다.

또, Nakagawa는 이전의 연구가 주로 계통의 첫 번째 고장 시간인 MTTF를 구하는 데만 있었다고 지적하고 신뢰성 분야에서 중요한 성능 척도 중의 하나인 가용성(availability)을 성능 척도로하여 예방 보수와 사후 보수를 모두 고려한 대기 중복 기기의 최적 예방 보수 정책에 대해 연구하였다[Nakagawa77]. 각 기기들의 고장 시간과 수리 시간은 일반 분포를 따르는 것으로 가정하였다. 재생 이론(renewal theory)을 적용하여 가용성을 분석하고 이를 통해 최적 예방 보수 시간을 결정하였다.

Nakagawa는 또한 2개의 기기로 이루어진 대기 계통, 수리 불가능한 대기 기기를 갖고 있는 계통 등과 같은 여러 종류의 계통들을 대상으로하여 연구하였다. 이들 연구를 통하여 그러한 계통들의 적절한 신뢰성 척도들을 구하고 이를 이용하여 특정 조건들 하에서 이러한 성능 척도를 최대화 또는 최소화하는 최적 예방 보수 정책을 제시하였다. 이때 행하여진 분석은 먼저 계통의 첫 번째 고장까지의 기대시간, 안정상태에서의 계통의 가용성, 그리고 마지막으로 기대 비용을 구하였다. 이를 이용하여 계통의 최적 예방 보수 정책을 제시하였다.

Singh은 수리시간에 상한이 있는 두 개의 동일하지 않은 기기들로 이루어진 대기 계통을 분석하였다[Singh91]. 이 연구의 특징은 우선 계통을 이루고 있는 두 개의 기기에 대하여 특정하나 기기에 우선권이 주어져 있다는 점이다. 이때 만약 우선권이 주어진 기기에 고장이 발생하면 미리 정하여진 수리 시간의 상한을 기준으로, 수리 시간이 더 길면 수리를 행하지 않고 새로운 기기로의 대체가 행하여진다는 점이다. 이때 고장 시간의 분포는 지수 분포이고 수리 시간과 대체 시간의 분포는 일반 분포를 가정하였다. 이와 같은 계통에 대하여 재생 이론의 적용을 통해 성능 척도로서 안정 상태에서의 계통의 가용성과 계통이 수리 상태 또는 대체 상태에 있을 비용, 그리고 평균 총 비용을 계산하였다.

Dharmadhikari와 Gupta는 대기 중복 계통에서 대기중인 기기도 대기중에 열화가 진행되어 고장이 일어날 수 있다고 보고, 대기 계통을 대상으로 분석을 하였다[Dharmadhikari85]. 계통 전체가 작동중인 때에는 고장이 발생한 시간이 알려지지 않고 특정 시간 간격마다 행해지는 검사에 의해 고장이 발견되어지는 경우 최우 추정법을 이용하여 계통의 상수 고장률과 상수 수리율을 추정하였다.

Nakagawa와 Osaki는 위의 방법으로 구하여진 상수 고장률과 상수 수리율을 이용하여 계통의 신뢰성 및 가용성, 시점 t 까지 계통의 평균 고장회수, 안정상태에서의 신뢰성 및 가용성을 구하였다[Nakagawa75].

Fujii와 Sandoh는 불완전한 스위칭 확률을 갖는 2개의 기기로 구성된 대기 중복 구조를 대상으로 신뢰성 분석을 하였다[Fujii84]. 두 기기는 동일한 상수 고장률을 갖는다고 가정하여 계통의 주어진 임무(mission) 시간 t 동안의 신뢰성에 대한 베이스 신뢰 구간과 계통의 첫번째 고장시간에 대한 예측을 하였다. 상수 고장률과 스위칭 확률에 대한 사전확률 분포는 각각 감마와 베타 분포를 이용하였다.

앞의 연구들은 대기중인 기기의 대기중의 상태를 Cold/Warm/Hot 중의 어느 하나만을 가정하였다. 그러나 Subramanian과 Anantharaman은 대기중인 기기의 상태가 warm이 되기 위해서는 일정 시간 동안 cold 상태에 있어야만 한다는 새로운 모델을 제시하였다. 여기서 cold와 warm으로 구분하는 이유는 warm 상태에서는 작동 기기가 고장나더라도 즉시 대기 기기로 스위칭이 일어날 수 있지만 cold 상태에서는 작동 기기가 고장나더라도 대기 기기가 바로 작동을 시작하지 못하는 고려하기 위해서이다. 만약 대기중인 기기가 warm 상태에서 고장이 나면 바로 수리에 들어가게 되고 수리가 끝난 후에는 다시 warm 상태로 전이가 일어나게 된다. 따라서 위의 상황을 요약하면 대기중인 기기의 상태는 cold 이 후에 warm과 수리가 계속해서 반복하게 된다.

Subramanian과 Anantharnan은 작동중인 기기의 고장/수리 시간의 분포와 대기 기기가 cold에서 warm 상태로 전이하는데 걸리는 시간의 분포는 일반 분포를 따르고 warm 상태에서의 고장 시간의 분포는 지수 분포를 가정하고 있다. 이들은 이러한 여러 가지 가정을 가하여 2개의 기기로 구성된 대기 구조에 대하여 신뢰성 척도, 가용성 척도 등을 구하였고 관련된 여러 비용을 고려하여 비용 함수를 구하고 최적의 보수값을 구하였다. 또한 Subramanian과 Anantharnan은 위에서 설명한 모델을 보다 일반적으로 확장하여 계통이 복구된 후에 즉각 다시 작동하게 되는 것이 아니라 일정한 확률로 재작동되지 못하는 경우를 고려하는 경우의 계통을 분석하여 관련된 성능 척도들을 구하였다.

Kilmer는 계통의 신뢰성을 높이기 위하여 중복을 하는 방법 중에서 부분적인

중복을 하는 경우와 전체적인 중복을 하는 경우, 완전 중복을 하는 경우와 대기 중복을 하는 경우에 대하여 컴퓨터 계통을 대상으로 각각의 기본 기기들의 고장 시간 분포를 지수 분포로 가정하여 어떠한 방법이 전체 계통의 고장 시간 분포에 좋은 영향을 미치는가에 대하여 연구하였다[Kilmer94]. 분석의 결과로 그는 부분적인 대기 기기들을 사용하여 컴퓨터고장 시간을 지연시키는 것이 복잡하고 기술을 요하지만 다른 중복 방법에 비하여 신뢰성의 향상 측면에서 보다 나은 결과를 나타냄을 보였다.

Leu, Bastani와 Leiss는 여러 가지 다양한 계통에 대하여 중복의 방식이 대기 중복인 경우와 병렬 중복인 경우의 신뢰성을 구하여 이를 비교하였다[Leu90]. 그 결과로서 계통의 고장이 발생하였을 때, 이를 감지하는 데 걸리는 시간이 크다면 대기 중복을 사용하는 것보다는 병렬 중복을 이용하는 것이 계통의 신뢰성을 보다 높일 수 있다는 것을 보였다.

Shen과 Xie는 각각의 기기들이 일반 분포를 갖고 있는 계통을 대상으로 기기를 병렬 중복하였을 때, 전체 계통의 신뢰성의 향상정도를 구하고 또한 어떤 기기를 중복하는 것이 계통의 신뢰성 향상에 보다 많은 영향을 미치는가를 분석하였다[Shen90]. 그 결과로 계통을 이루고 있는 여러 기기들 중에서 중복을 하려고 하는 기기를 선택할 때의 기준을 도출하였다.

(2) 대기 기기에 대한 시험 정책 관련 연구

계통에 대하여 시험을 실시한다는 것은 계통의 상태는 시험을 통해서만 알 수 있다는 점을 기본적으로 가정하고 있다. 특히 작동 요구시에만 작동을 하는 대기 기기의 경우에는 대기 기기가 대기 상태에 있을 때 시험을 통하지 않고서는 대기 기기의 정확한 상태(즉, Good·Fail)를 알 수가 없다.

본 절에서는 hazardous 시험하에서 대기 기기를 대상으로 시험 정책에 관련된 기존의 연구결과를 정리한다.

S.H. Sim은 외부에서 작동 요구가 왔을 때에만 작동을 하는 대기 기기에 대하여 정상 상태 분석(Steady-State Analysis)을 통하여 대기 기기의 비가용성을 최소화하는 최적의 주기적인 시험 정책을 수립하였다[Sim85]. S.H. Sim이 제시한 모형의 특성은 다음과 같다.

- ① 대기중에는 상수 고장률에 의하여 고장이 발생한다.
- ② 대기 기간동안의 고장과는 독립적으로 시험중에 상수인 확률로 시험 유도 고장(test-induced failure)이 발생한다.
- ③ 기기의 수리시간은 일반 분포를 따른다.

또한 이후에 S.H. Sim은 주기적으로 행해지는 시험도 기기를 작동시키는 것이므로 시험기간동안 열화가 진행된다고 보고 대기 기기에 대한 신뢰성 분석을 하였다[Sim87]. Sim이 제시한 모형에서 대기 기기는 상수인 고장 확률에 의하여 시험 유도 고장이 일어나고 이전의 가동 시간에 종속적인 일반 분포에 의하여 시험 기간 동안의 고장이 일어난다고 가정하였다. Sim은 수리를 고려하지 않고 고장이 한번 발생할 때까지의 평균 누적 작동 시간, 평균 시험 회수를 구하였다. 또한 포아송 과정에 의하여 작동 요구가 왔을 때 고장까지의 평균 기대 시간, 정해진 기간동안 작동하지 못할 확률을 구하였다.

Sim의 연구의 한계를 보면 위의 두 연구에서 대기 기기를 포함하고 있는 전체 계통이 아니라 대기 기기 하나만을 대상으로 분석을 시행하였다. 특히 두번째 연구에서는 수리는 고려하지 않고 대기 기기의 첫번째 고장 시간까지만을 대상으로 하여 분석을 시행하였다.

Thomas 등은 대기 기기의 시간에 따른 대기·시험·수리의 상태변화를 이산 시간 마코프 연쇄(Discrete Time Markov Chain)으로 모형화하여 대기 기기에 대한 최적의 주기적 시험 정책을 제시하였다[Thomas87]. 그가 분석에서 사용한 모형의 특징을 설명하면 다음과 같다.

- ① 대기 기기에 대한 작동 요구 시간 간격은 기하분포(geometric distribution)을 따른다.
- ② 대기 기기에 대해 시험을 실시한 경우, 상수인 확률로 시험의 실시후에 고장이 발생한다.
- ③ 대기 기기의 실제 미션(우선권을 갖는 기기를 대신하여 작동 하는 경우) 수행 시간은 무시한다.
- ④ 대기 기기에 대해 수리를 행하는 경우 상수인 확률로 수리가 되지 않는다.

그는 분석을 통하여 치명적 고장(작동 요구시 대기 기기가 응하지 못하는 경우) 시간 간격과 일정한 시간 동안 발생한 치명적 고장의 회수를 척도로 하여

최적의 시험 정책을 제시하였다.

I.S. Kim 등은 대기 기기에 대한 시험이 대기중 고장을 발견하여 수리를 함으로써 제거될 수 있다는 장점을 지녔으나 반대로 시험에 의하여 고장률의 증가, 시험 자체가 고장을 유발시키는 단점을 가지고 있다고 보고 주기적인 시험 정책하에서 대기 기기에 대한 신뢰성 분석을 하였다[Kim94].

그가 제시한 모형에서는 대기 기기의 대기중 고장률은 시험에 의한 가동 시간과 시험이 행해진 회수에 의하여 결정되어지고 시험 자체가 유발시키는 고장 확률은 시험이 행해진 회수에 의하여 결정된다고 가정하였다.

그가 제시한 시험과 aging 효과를 반영한 비가용성 모형은 기기의 비가용성이 시험과 대기중 고장에 의하여 결정되어진다고 보았다.

J.K. Vaurio도 주기적인 시험주기(T)를 갖는 일반적인 대기 기기의 평균 비가용성을

$$u = u(T) = \rho + \frac{\Delta}{T} + \lambda T$$

로 표현하였다[Vaurio95].

마. 대기 구조를 반영한 시뮬레이션

이전까지의 신뢰도 분석을 위한 시뮬레이션 모형에는 주로 단일 기기들만을 대상으로 하고 있다. 그러나 현실적으로 대기 구조를 이루고 있는 기기들도 계통내에 많이 존재하게 되므로 이러한 대기 기기들을 고려한 시뮬레이션 기법의 개발은 매우 중요하다.

대기 기기 모듈은 작동중인 기기가 고장이 나더라도 대기 기기 모듈내에 작동 가능한 대기 기기가 존재하면 스위칭 되어 전체 대기 기기 모듈은 작동을 지속할 수 있으며, 고장난 기기는 고장의 수리를 거친 후 다시 대기 상태로 가서 이후의 작동 요구에 응할 수 있게 되는 작동 메커니즘을 갖게 된다. 따라서 단일 기기들로만 이루어진 계통의 시뮬레이션에서는 계통의 고장을 발견하기까지의 사건 추적 논리(Event Tracking Logic)와는 다른 논리를 갖게 된다.

대기 기기 모듈을 포함하는 계통에서 계통의 고장까지의 사건 추적 논리를 알

고리즘으로 나타내면 다음과 같다.

먼저 설명에 필요한 필요한 변수들을 설명하면 다음과 같다.

x_i : 기기 i 의 작동 시간

y_i : 기기 j 의 수리 시간

x_{ij} : 대기 기기 모듈 i 에 있는 기기 j 의 작동 시간

y_{ij} : 대기 기기 모듈 i 에 있는 기기 j 의 수리 시간

$PMint_{ij}$: 대기 기기 모듈 i 에 있는 기기 j 의 주기적 예방 보수 시간 간격

$PMnum_{ij}$: 대기 기기 모듈 i 에 있는 기기 j 의 주기적 예방 보수 실시를 위한
고장 회수(고장 회수에 근거한 예방 보수의 경우)

$PMtime_{ij}$: 대기 기기 모듈 i 에 있는 기기 j 의 주기적 예방 보수 실시 시점
(주기적 예방 보수의 경우)

$PMdurationtime_{ij}$: 대기 기기 모듈 i 에 있는 기기 j 의 예방 보수 시간

$Testint_{ij}$: 대기 기기 모듈 i 에 있는 기기 j 의 주기적 시험 실시 시간 간격

$Testtime_{ij}$: 대기 기기 모듈 i 에 있는 기기 j 의 시험 실시 시점

$Testdurationtime_{ij}$: 대기 기기 모듈 i 에 있는 기기 j 의 시험 실시 시간

T_{ij} : 대기 기기 모듈 i 에 있는 기기 j 의 Clock

r_i : 기기 i 의 상태 변수(0 : 작동, 1 : 고장)

r_{ij} : 대기 기기 모듈 i 에 있는 기기 j 의 상태 변수(0 : 작동, 1 : 고장)

$Status_{ij}$: 대기 기기 모듈 i 에 있는 기기 j 의 상태를 나타내는 문자형 변수

┌ 'O' → 작동 상태
├ 'S' → 대기중 작동 가능 상태
└ 'F' → 대기중 고장 발생 상태(시험이나 가동에 의하지 않고는 확인 불가)

$\begin{cases} 'R' \rightarrow \text{수리 상태} \\ 'P' \rightarrow \text{예방 보수 상태} \\ 'T' \rightarrow \text{시험 실시 상태} \end{cases}$

SBR_i : 대기 기기 모듈 i 의 상태 변수 (0 : 작동, 1: 고장)

T : 계통의 고장시간 R : 계통의 구조함수값 ($R=1$ 고장)

/* 대기 기기 모듈을 포함하는 경우의 사건 추적 논리 */

[초기화]

$T_i = T_{jk} = 0$

$r_i = 0, r_{jk} = 0, SBR_j = 0, R = 0$

Generate $x_i, t_i = x_i, T_i = x_i$

Generate Operating and Standby failure time in all Standby module

Update T_{jk}

[Step 1] /* Min. Clock Time Calculate */

$T_l = \text{Min } T_i, \text{ for all } i$

$T_{mn} = \text{Min } T_{jk}, \text{ for all } j, k$

If $T_l < T_{mn}$, Goto Step 2

Else Goto Step 3

[Step 2]

$r_l = 1$, calculate R

If $R = 1$, Goto Step 5 /* system failure occurred */

Else

Generate $y_i, T_l = T_l + y_i, r_i = 0$

Goto Step 1

[Step 3]

$r_{mn} = 1$, calculate SBR_m

If $SBR_m = 1$, Goto Step 4

Else

Generate y_{mn} , $T_{mn} = T_{mn} + y_{mn}$, $r_{mn} = 0$

Generate operating failure time for switched unit, Update Clock

Goto Step 1

[Step 4]

Calculate R

If $R = 1$, Goto Step 5

Else

Generate y_m for all failed unit in SB module m

$T_m = T_m + y_m$, $r_m = 0$

Goto Step 1

[Step 5] /* System failure time is obtained */

$T = T_1 \text{ or } T_{mn}$

Step

[그림 3.1.17]과 [그림 3.1.18]은 단일 기기들로만 이루어진 계통과 대기 기기 모듈을 포함하는 계통에서의 사건 추적 논리를 흐름도로 나타낸 것이다.

계통의 고장까지의 사건 추적 논리는 그 외에도 다양한 대기 기기 모듈의 모형에 따라 수정되어야 한다. 여기서는 본 시뮬레이터에 반영된 대기 기기 모듈의 모형에서 고려한 요소에 따른 계통의 시뮬레이션에 적용한 방법을 설명한다.

(1) 대기 기기 모듈내 작동중 기기에 대한 예방 보수의 실시

대기 기기 모듈내에는 크게 다른 두가지의 작동 특성을 지닌 기기로 구분할 수 있으며, 작동중인 기기는 고장이 발생하지 않더라도 보수를 거치게 되는 데 이를 예방 보수라 한다.

따라서 대기 기기 모듈내의 작동중인 기기에 대한 예방 보수를 실시하는 경

우에는 이를 반영한 시뮬레이션 방법의 개발이 요구된다. 시뮬레이터에서 제공하고 있는 예방 보수의 옵션에는 주기적인 예방 보수(periodic PM)와 고장 회수에 근거한 예방 보수(failure number based PM)의 두가지가 있다.

본 시뮬레이터에 반영한 예방 보수 모형에서는 작동중인 기기에 대하여 예방 보수를 실시하기 위해서는 예방 보수로 인한 대기 기기 모듈의 고장이 발생하지 않는 경우에만 실시하도록 한정한다. 즉, 대기 기기 모듈내에 작동중 기기에 대하여 예방 보수를 실시하기 위해서는 모듈내에 작동가능한 대기 기기가 존재하여 모듈의 작동을 지속할 수 있는 경우에만 실시하는 것이다.

대기 기기 모듈내의 작동중 기기에 대해 예방 보수를 실시하는 논리를 예방 보수 옵션에 따라 설명하면 다음과 같으며 이를 흐름도로 나타내면 [그림 3.1.19]와 같다.

/* i 번째 대기 기기 모듈에 대한 주기적 예방 보수(periodic PM) Logic */

[초기 입력값]

$PMtime_{ij}$ and T_{ij} /* j^{th} unit is operating */

[Step 1]

If $PMtime_{ij} < T_{ij}$

$Status_{ij} = 'P'$

Goto Step 2

Else

Goto System Clock Min. Check Logic

[Step 2] /* 예방 보수 실시 가능 여부 확인 */

From Standby Selection Logic

If s^{th} unit in SB module i is selected

Goto Step 3

Else

Goto System Clock Min. Check Logic

[Step 3] /* Switching */

Generate PMdurationtime for j^{th} unit /* PMdurationtime generation */

$r_{ij} = 1$, $Status_{ij} = 'P'$

$T_{ij} \leftarrow PMtime_{ij} + PMdurationtime_{ij}$ /* Update System Clock */

$PMtime_{ij} = 1E+30$

Generate x_{is} /* Uptime generation for Switched Unit */

$T_{is} \leftarrow PMtime_{ij} + x_{is}$ /* Update Sys. Clock for Switched Unit */

$PMtime_{is} \leftarrow PMtime_{ij} + PMinterval_{is}$ /* Update PMtime */

Goto System Clock Min. Check Logic

/* i 번째 대기 기기 모듈에 대한 고장 회수에 근거한 예방 보수 Logic */

[초기 입력값]

$PMnum_{ij}$ /* j^{th} unit is operating */

[Step 1]

If 고장 회수 = $PMnum_{ij}$

$Status_{ij} = 'P'$

Goto Step 2

Else

Goto System Clock Min. Check Logic

[Step 2] /* 예방 보수 실시 가능 여부 확인 */

From Standby Selection Logic

If s^{th} unit in SB module i is selected

Goto Step 3

Else

Goto System Clock Min. Check Logic

[Step 3] /* Switching */

Generate PMdurationtime for j^{th} unit /* PMdurationtime generation */

$r_{ij} = 1$, $Status_{ij} = 'P'$

$T_{ij} \leftarrow PMtime_{ij} + PMdurationtime$ /* Update System Clock */

$PMtime_{ij} = 1E+30$

Generate x_{is} /* Uptime generation for Switched Unit */

$Status_{is} = 'O'$

$PMtime_{is} \leftarrow PMtime_{ij} + PMinterval_{is}$ /* Update PMtime */

$T_{is} \leftarrow PMtime_{ij} + x_{is}$ /* Update Sys. Clock for Switched Unit */

Goto System Clock Min. Check Logic

(2) 대기 기기 모듈내 대기중 기기에 대한 시험의 실시

대기 구조는 계통의 신뢰도를 향상시키기 위해서 제안되어진 방법이다. 즉, 작동중인 기기외에 작동중인 기기가 고장났을 경우(작동 요구 시점)를 대비한 대기 기기를 중복적으로 배치한 것이다. 그러나 대기중인 기기는 대기 상태에서 기기의 고장 여부를 알 수 없으며, 작동중인 기기가 고장났을 경우 대기 기기의 고장은 전체 대기 기기의 모듈의 고장을 유발하므로 대기중인 대기 기기의 고장 여부를 확인하기 위한 시험의 실시는 매우 중요하다고 할 수 있다. 시뮬레이터에서는 대기 상태에서의 고장 모형이 Cold인 경우에는 대기상태에서 고장이 발생하지 않으므로 제외하고 고장 모형이 Warm 또는 Hot인 경우에만 시험을 실시하도록 한정한다. 또한 대기 기기 모듈내에 작동중인 기기가 존재하는 경우(즉, 대기 기기 모듈이 작동상태에 있는 경우)에만 대기 기기에 대하여 시험을 실시한다고 한정한다.

본 시뮬레이터에서는 대기중인 대기 기기에 대한 시험의 실시 옵션으로써 주기적인 시험(periodic test)을 포함하고 있다.

대기 구조내 대기중인 기기에 대한 시험을 실시하는 논리를 설명하면 다음과 같으며 이를 흐름도로 나타내면 [그림 3.1.20]과 같다.

/* i 번째 대기 기기 모듈의 대기중 기기에 대한 시험 */

[초기 입력값]

$Testtime_{ij}$ and T_{ij} /* j^{th} unit is SB */

[Step 1]

If $Testtime_{ij} < T_{ij}$

$r_{ij} = 1$, $Status_{ij} = 'T'$

Goto Step 2

Else

Goto System Clock Min. Check Logic

[Step 2]

If j^{th} SB unit is already failed (i.e. $Status_{ij} = 'F'$)

$r_{ij} = 1$, $Status_{ij} = 'R'$

$Testtime_{ij} = 1E+30$

Goto Step 3

Else /* SB unit is not failed at testtime */

Generate x_{ij}

If $x_{ij} < Testdurationtime_{ij}$ /* SB unit is failed during test */

$r_{ij} = 1$, $Status_{ij} = 'R'$

$Testtime_{ij} = 1E+30$

Goto Step 3

Else /* SB unit is nor failed during test */

$T_{ij} \leftarrow Testtime_{ij} + Testdurationtime_{ij}$

Goto Step 4

[Step 3] /* Repair for failed SB unit */

Generate y_{ij}

$T_{ij} \leftarrow Testtime_{ij} + y_{ij}$

Goto System Clock Min. Check Logic

[Step 4]

Generate failure time during SB period

Update System Clock

$Status_{ij} = 'S'$

$Testtime_{ij} \leftarrow Testtime_{ij} + Testinterval_{ij} \quad /* \text{Update PMtime} */$

Goto System Clock Min. Check Logic

(3) 작동 요구 시점에서 대기 기기의 선택 기준

대기 기기 모듈은 크게 작동중인 기기와 대기중인 기기들로 구성되어져 있다. 이때 만약 작동 요구에 응할 수 있는 대기중인 기기들이 다수인 경우, 작동 요구 시점에서 어떤 기기를 선택하여 전체 대기 기기 모듈의 작동을 지속시킬 것인가에 대한 기준이 필요하다. 본 시뮬레이터에서 제공하고 있는 대기 기기의 선택 기준은 다음과 같다.

① 선입선출법(FCFS : First Come First Served)

수리가 완료된 순서대로 기기를 작동 요구에 응하도록 하는 방법

② 후입선출법(LCFS : Last Come First Served)

가장 최근에 수리가 완료된 기기를 작동 요구에 응하도록 하는 방법

③ 최소 가동 이력 우선법

작동 요구 시점에서 직전까지의 가동 이력이 가장 작은 기기를 선택하여 작동 요구에 응하도록 하는 방법

④ 사용자 지정법

기기들에 대하여 미리 정하여진 순서대로 기기를 선택하여 작동 요구에 응하도록 하는 방법

대기 구조내 대기중인 기기를 선택하는 과정을 알고리즘으로 간략하게 설명하면 다음과 같으며 이를 흐름도로 나타내면 [그림 3.1.21]과 같다.

$/* \ i \text{ 번째 대기 기기 모듈에서 대기중인 기기의 선택} \quad */$

$/* \text{ Standby Unit Selection Logic} \quad */$

[Step 1]

If SB Selection Rule is FCFS

대기중 기기중 최초로 수리 완료된 기기선택

Else if SB Selection Rule is LCFS

대기중 기기중 최근에 수리 완료된 기기선택

Else if SB Selection Rule is Min Age First Rule

대기중 기기중 최소 가동 이력을 갖는 기기선택

Else 대기중 기기중 사용자 지정 순위에 의해 기기선택

Goto Step 2

[Step 2]

If Selected unit is already failed

$r_{ij} = 1$, $Status_{ij} = 'R'$

Goto Step 3

Else if there is no SB unit in SB module i

return 0 /* means that there in no SB unit in SB module i */

Else

return Selected SB unit ID

[Step 3]

Generate y_{ij}

Update System Clock Time

Goto Step 1

(4) 대기중 고장 유형에 따른 대기 기기 모듈의 고장 확인

작동중인 기기와는 달리 대기중인 기기의 고장은 크게 대기중에서의 고장, 스위칭 시점에서의 고장으로 구분할 수 있다. 이중에서 대기 상태에서의 고장 모형을 Warm 또는 Hot인 경우, 대기중 고장은 시험의 실시나 직접 작동에 의하지 않고서는 확인이 불가능하며, 스위칭 시점에서의 고장은 확인이 가능하다는 차이가 있다. 또한 고장 모형이 Cold인 경우에는 대기중에 고장이 발생하지 않으나 스위칭 시점에서 상수의 확률로 고장이 발생한다.

본 시뮬레이터에서는 스위칭 시점에서의 고장은 대기중 고장 유형이 Cold인 경우에만 상수의 확률로 일어나며 대기중 고장 유형이 Warm 또는 Hot인 경우(즉, 대기중에도 고장이 발생하는 경우)에는 스위칭 시점에서의 고장 확률은 0이라고 한정한다.

대기중 고장 유형에 따른 대기 기기 모듈의 고장 확인 과정을 알고리즘으로 간략하게 설명하면 다음과 같으며 이를 흐름도로 나타내면 [그림 3.1.22]와 같다.

/* i 번째 대기 기기 모듈의 고장 확인 과정 */

[초기 조건]

대기 기기 모듈내의 작동중인 기기에 고장이 발생

[Step 1]

If SB Failure Type is Warm or Hot

Goto Step 2

Else /* SB Failure Type is Colc */

Goto Step 3

[Step 2] /* Warm or Hot Standby Case */

From Standby Selection Logic

If s^{th} unit in SB module i is selected

Goto Step 4

Else /* there is no SB unit not failed in SB module i */

$SBR_i = 1$

Goto Step 6

[Step 3] /* Cold Standby Case */

From Standby Selection Logic

If s^{th} unit in SB module i is selected

If there is no SB unit in SB module i /* SB module Failure */

$SBR_i = 1$

Goto Step 6

Else

Generate Random Number $\sim U(0,1)$

If Random Number < Switching Failure Probability

$Status_{is} = 'O'$

Goto Step 4 /* Successfully Switched */

Else

$r_{ij} = 1$, $Status_{ij} = 'R'$

Goto Step 5 /* Switching Failure Occurs */

[Step 4]

Generate y_{ij}

Generate x_{is}

Update System Clock Time for unit i , s in SB module i

Goto System Clock Min. Check Logic

[Step 5]

Generate y_{is}

Update System Clock Time

Goto Step 2

[Step 6]

/* SB Module i is Failed */

$SBR_i = 1$

Generate Repair Time for failed units in SB Module i

Goto System Clock Min. Check Logic

바. 실험 예제

실험은 위에서 설명한 시뮬레이터의 대기 기기 모듈에 반영된 요소들에 대하여 실시하였다. 실험을 통하여 대기 기기 모듈내의 대기 기기의 수, 대기 기기의 선택 기준, 대기 기기에 실시하는 주기적 시험, 대기 기기 모듈내의 작동 중인 기기에 대하여 실시하는 예방 보수들 각각이 대기 기기 모듈의 평균 고장 시간에 미치는 영향을 알아본다.

(1) 대기 기기의 수와 대기 기기의 선택 기준이 미치는 효과에 대한 실험

이 실험에서는 대기 구조내의 대기 기기의 수를 증가시키고, 각 경우에 대하여 대기 기기의 선택 기준을 "FCFS", "LCFS" 그리고 "Smallest Age first" 규칙을 하였을 때, 대기 기기 모듈 전체의 평균 고장 시간의 변화를 알아보았다. 결과는 [그림 3.1.23]에 있다.

실험에서 작동중 고장 시간의 분포는 $\text{Gamma}(2,1)$, 대기중 고장 시간의 분포는 $\text{Exp}(1.0)$, 수리 시간의 분포는 $U(0.3,0.5)$ 를 따르며, 수리 효과는 0.7로 정하였다.

[그림 3.1.23]으로부터 대기 기기의 수의 증가는 대기 기기 모듈 전체의 평균 고장 시간을 증가 시킴을 알 수 있다. 또한 평균 고장 시간의 관점에서 보았을 때, 대기 기기의 선택 규칙중에서 "Smallest Age First" 방법이 제일 좋은 결과를 보임을 알 수 있다.

이후의 실험에서는 대기 기기의 선택 기준을 "Smallest Age First" 규칙만을 사용하고, 대기 기기의 수를 2개로 고정 한 후, 실험을 수행하였다.

(2) 주기적 시험주기가 미치는 효과에 대한 실험

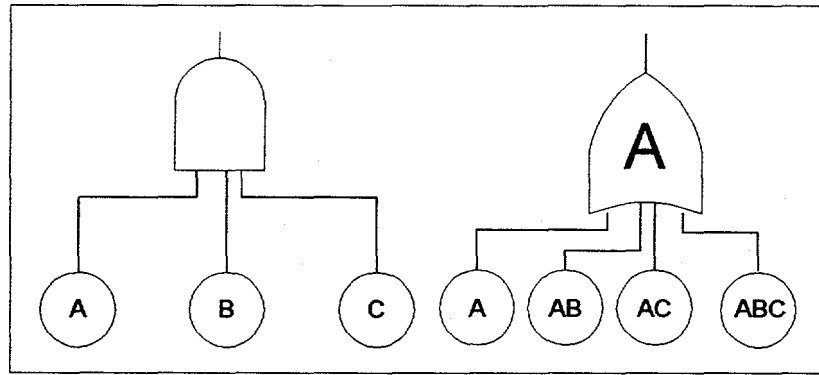
시험은 대기 기기의 대기중 고장 여부를 확인하기 위하여 실시되므로, 대기 기기의 대기중 고장 시간의 분포가 각각 평균이 1, 1.5, 2인 지수 분포인 경우에 대하여 시험 지속 시간은 1로 일정할 때, 시험 주기의 변화에 따른 대기 기기 모듈 전체의 평균 고장 시간의 변화를 알아보았다. 또한 작동중 고장 시간의 분포는 $\text{Gamma}(2,1)$, 수리 시간의 분포는 $\text{Constant}(0.5)$ 를 따르며, 수리 효과는 0.7이다. [그림 3.1.24a]~[그림 3.1.24c]는 대기중 평균 고장시간이 1, 1.5, 2인 경우, 시험 주기의 변화에 따른 대기 기기 모듈 전체의 평균 고장 시간을 나타내고 있다. [그림 2.1.24d]는 [그림 3.1.24a] ~ [그림 3.1.24c]를 3차원 상에 동시에 나타낸 결과이다. 그림에서 시험 주기가 증가함에 따라 대기 기기 모듈 전체의 평균 고장 시간은 증가하다가 다시 감소하는 형태를 보임을 알 수 있다. 또한 대기 기기 모듈 전체의 평균 고장 시간을 최대로 하는 시험 주

기는 대기중 고장 시간의 평균 값 근처의 값이며, 대기중 평균 고장 시간이 증가(대기중 고장률이 감소)함에 따라 대기 기기 모듈 전체의 평균 고장 시간을 최대한으로 하는 시험 주기는 감소함을 알 수 있다.

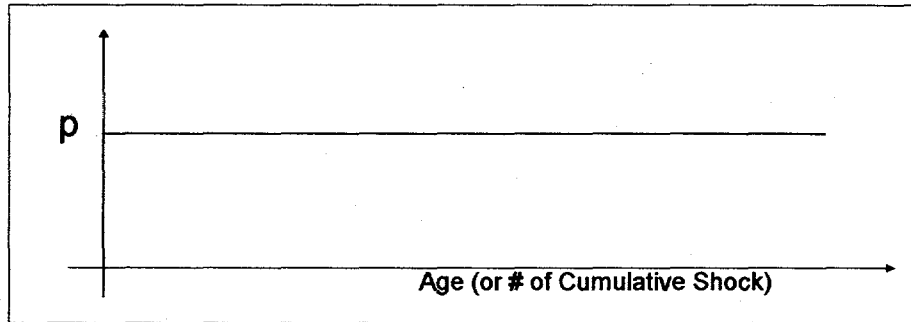
(3) 예방 보수가 미치는 효과에 대한 실험

시뮬레이터에서 제공하고 있는 예방 보수 정책은 두가지이다. 그중 하나는 주기적으로 실시되는 정책이고, 다른 하나는 일정한 회수의 고장이 발생하면 예방 보수를 실시하는 정책이다. 예방 보수가 미치는 효과를 알아보기 위한 실험에서는 (2)의 시험주기가 미치는 효과를 알아보기 위한 실험과 유사하게 주기적 예방 보수의 주기의 변화에 따른 대기 기기 모듈 전체의 평균 고장 시간의 변화를 알아보았다. 예방 보수의 실시는 작동중인 기기에 대하여 실시되므로, 작동 시간 분포의 모수를 세가지로 나누고 대기중인 기기에 대한 시험은 실시하지 않는 경우에 대하여 실험하였다. 대기중 고장 시간의 분포는 평균이 1.5인 지수분포, 수리 시간의 분포는 $Constant(0.5)$ 를 따르며, 수리 효과는 0.5인 경우에 대하여 실시하였다.

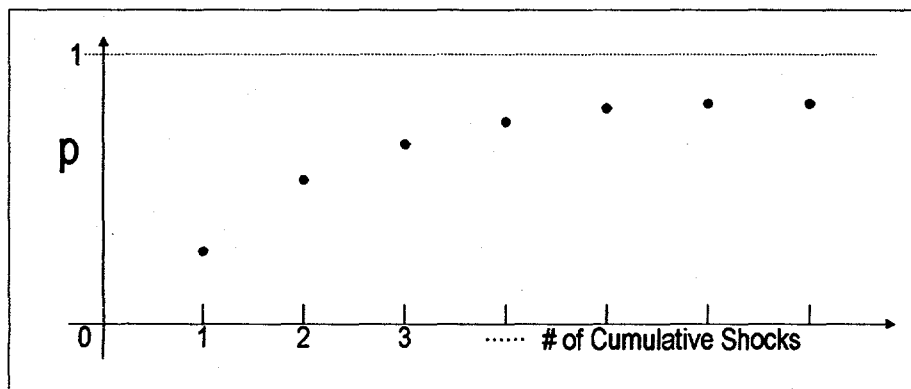
[그림 3.1.25a] ~ [그림 3.1.25c]는 작동 시간의 분포가 각각 $Gamma(1.5,1)$, $Gamma(2,1)$, $Gamma(2.5,1)$ 인 경우, 예방 보수의 주기의 변화에 따른 대기 기기 모듈 전체의 평균 고장 시간을 나타내고 있다. 또한 [그림 2.1.25d]는 [그림 3.1.25a] ~ [그림 3.1.25c]를 3차원상에 동시에 나타낸 결과이다. 그림에서 예방 보수의 주기가 증가함에 따라 평균 고장 시간은 증가하다가 다시 감소하는 형태를 보임을 알 수 있다. 또한 작동중 고장 시간 분포의 형상 모수값이 커짐에 따라 대기 기기 모듈 전체의 평균 고장 시간을 최대한으로 하는 예방 보수 주기가 감소함을 알 수 있다.



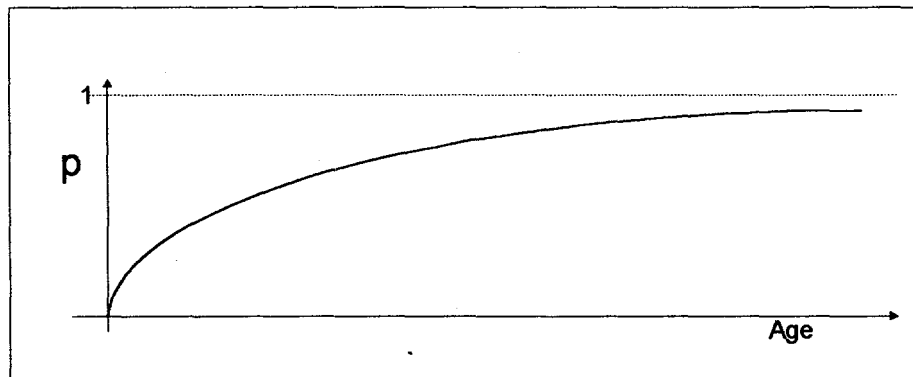
[그림 3.1.1] 공통원인 고장의 고장 수목 구조에서의 표현



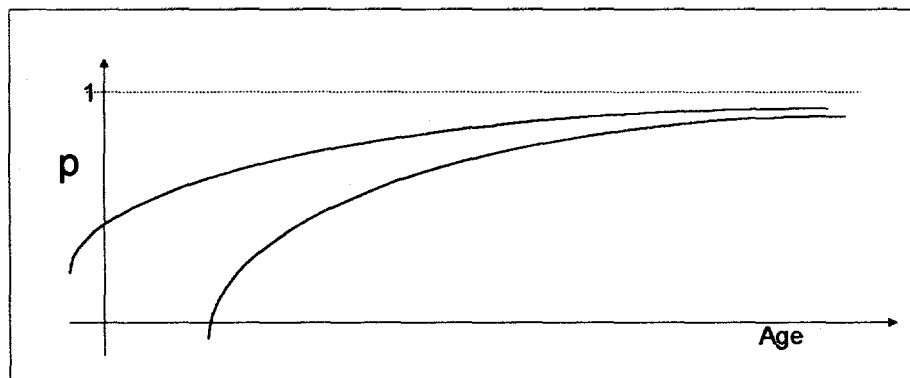
[그림 3.1.2] 고정된 고장 확률 모형



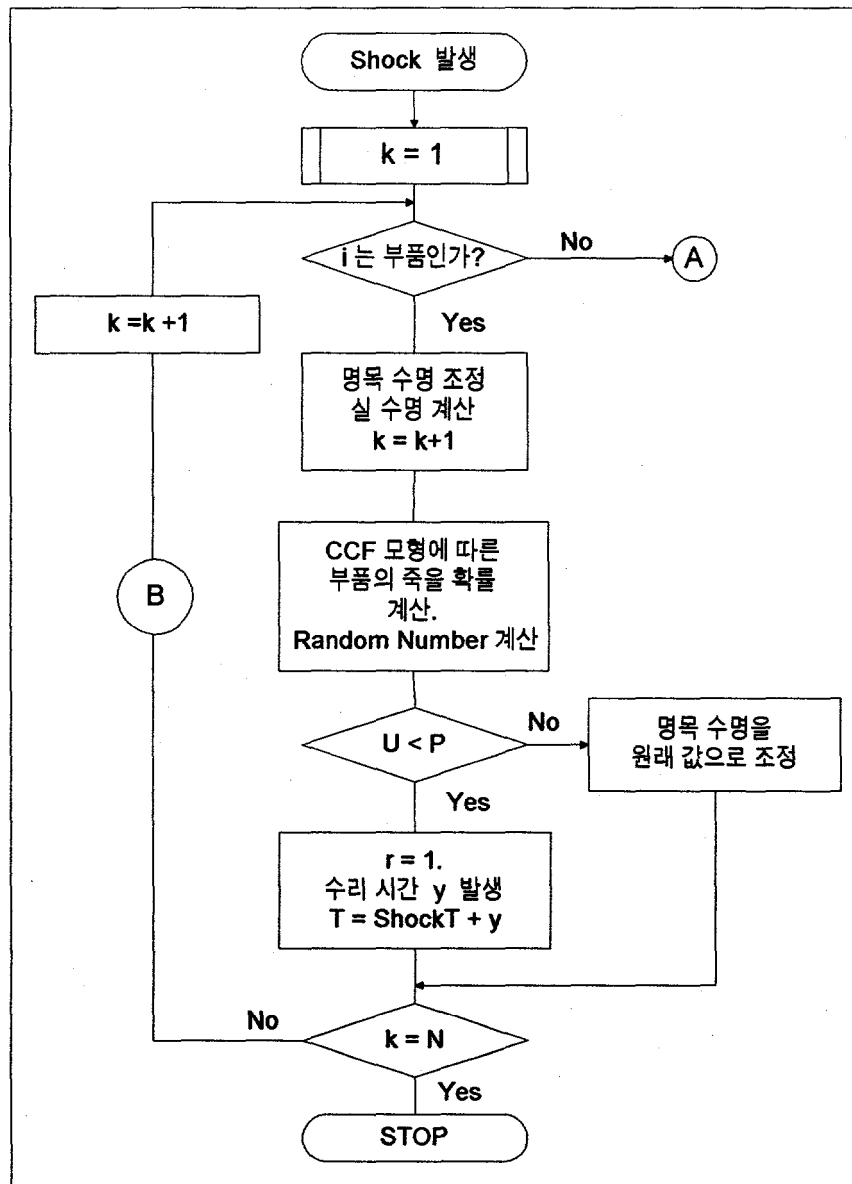
[그림 3.1.3] 부품별 충격 누적 모형



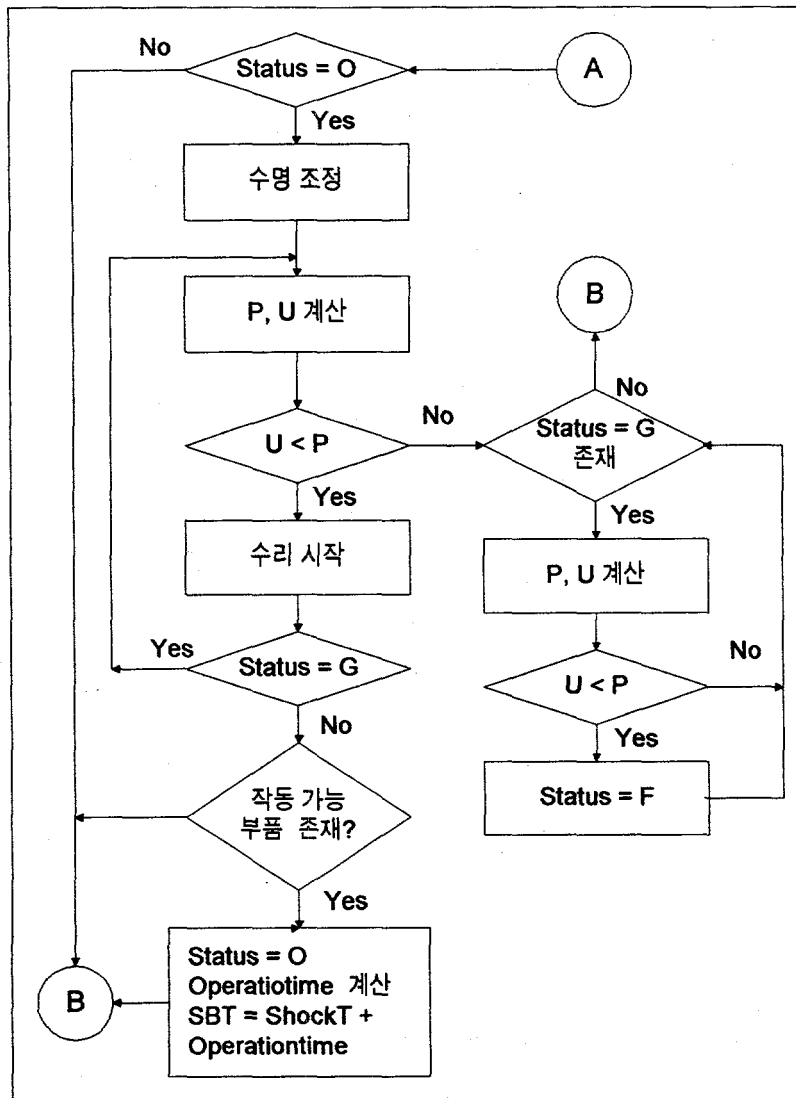
[그림 3.1.4] 지수적 수명 종속 모형



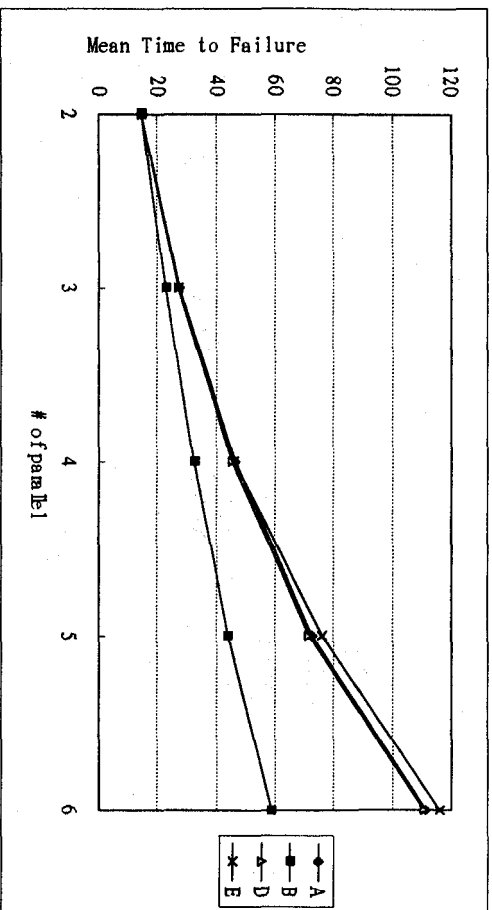
[그림 3.1.5] 초기고장확률이 반영되는 수명 종속 모형



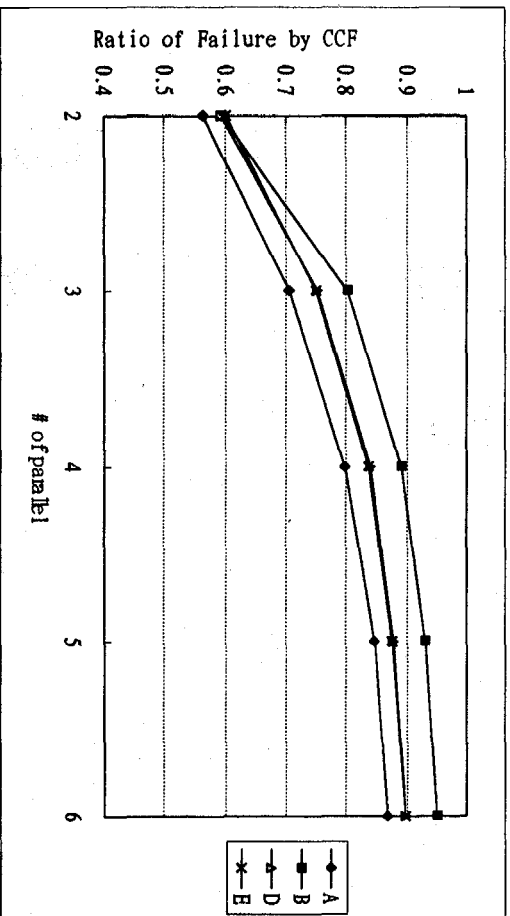
[그림 3.1.6] 공통원인 고장 반영 흐름도 (전체)



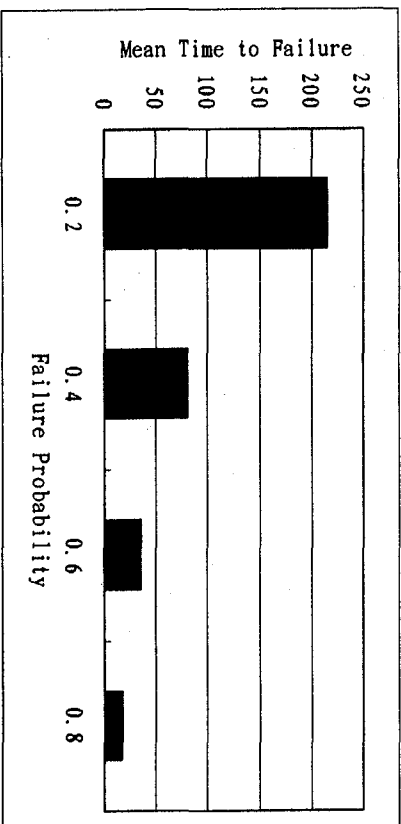
[그림 3.1.7] 공통원인 고장 반영 흐름도(대기기기 부분)



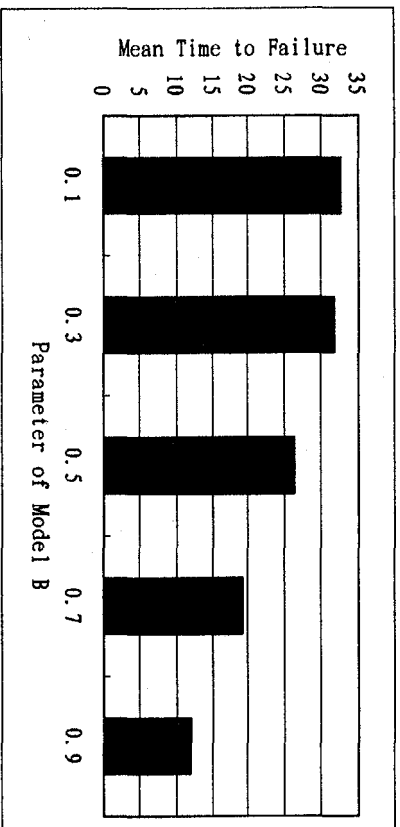
[그림 3.1.8] 병렬 구조의 중복도 변화에 따른 평균 고장 시간의 변화



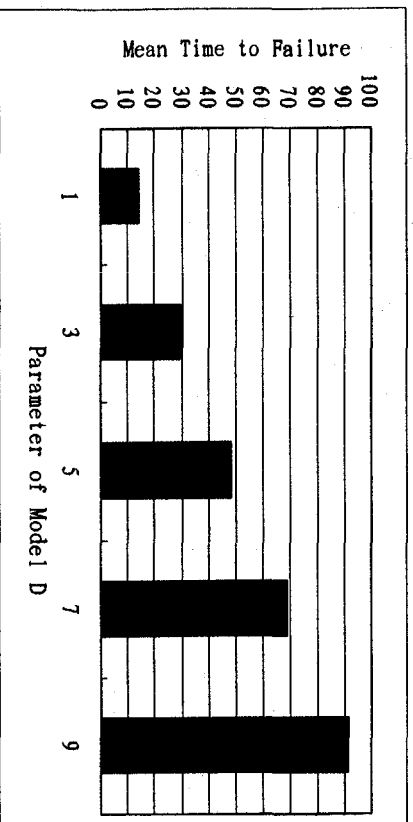
[그림 3.1.9] 병렬 구조의 중복도 변화에 따른 각 모형의 CCF 기여율



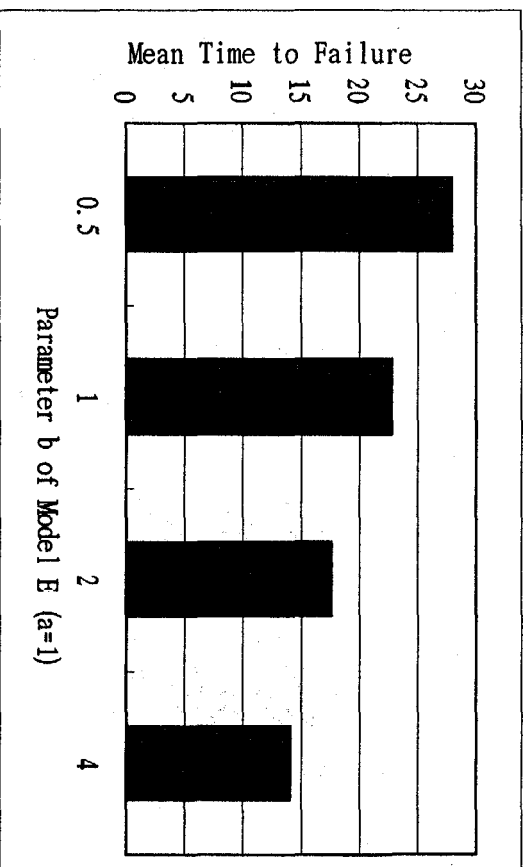
[그림 3.1.10] 모형 A의 모수 변화에 따른 고장 시간의 변화



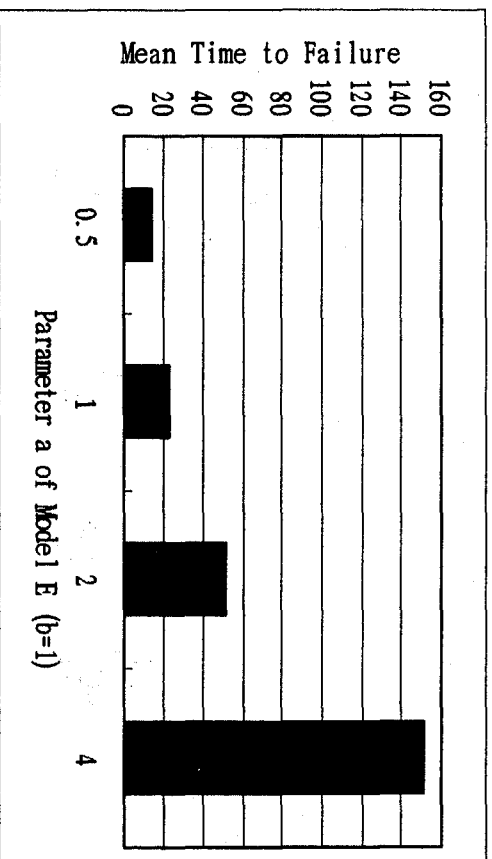
[그림 3.1.11] 모형 B의 모수 변화에 따른 고장 시간의 변화



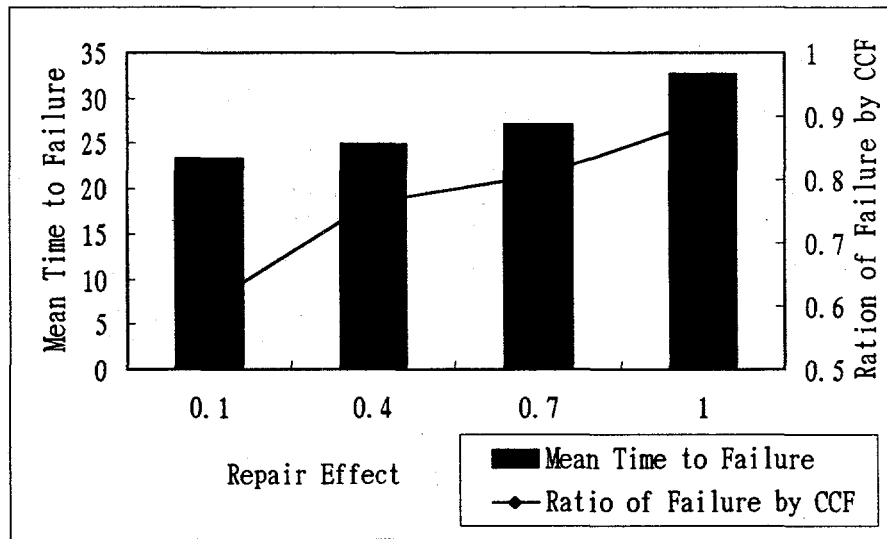
[그림 3.1.12] 모형 D 모수 변화에 따른 고장 시간의 변화



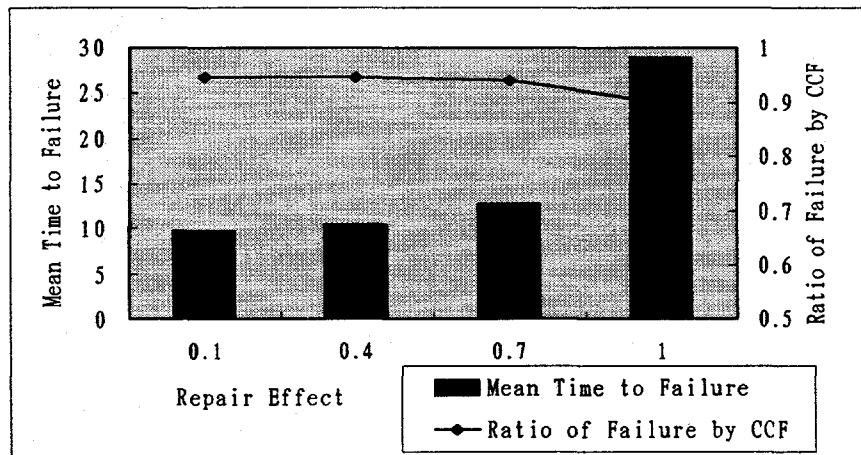
[그림 3.1.13] 모형 E의 모수 b의 변화에 따른 고장 시간의 변화



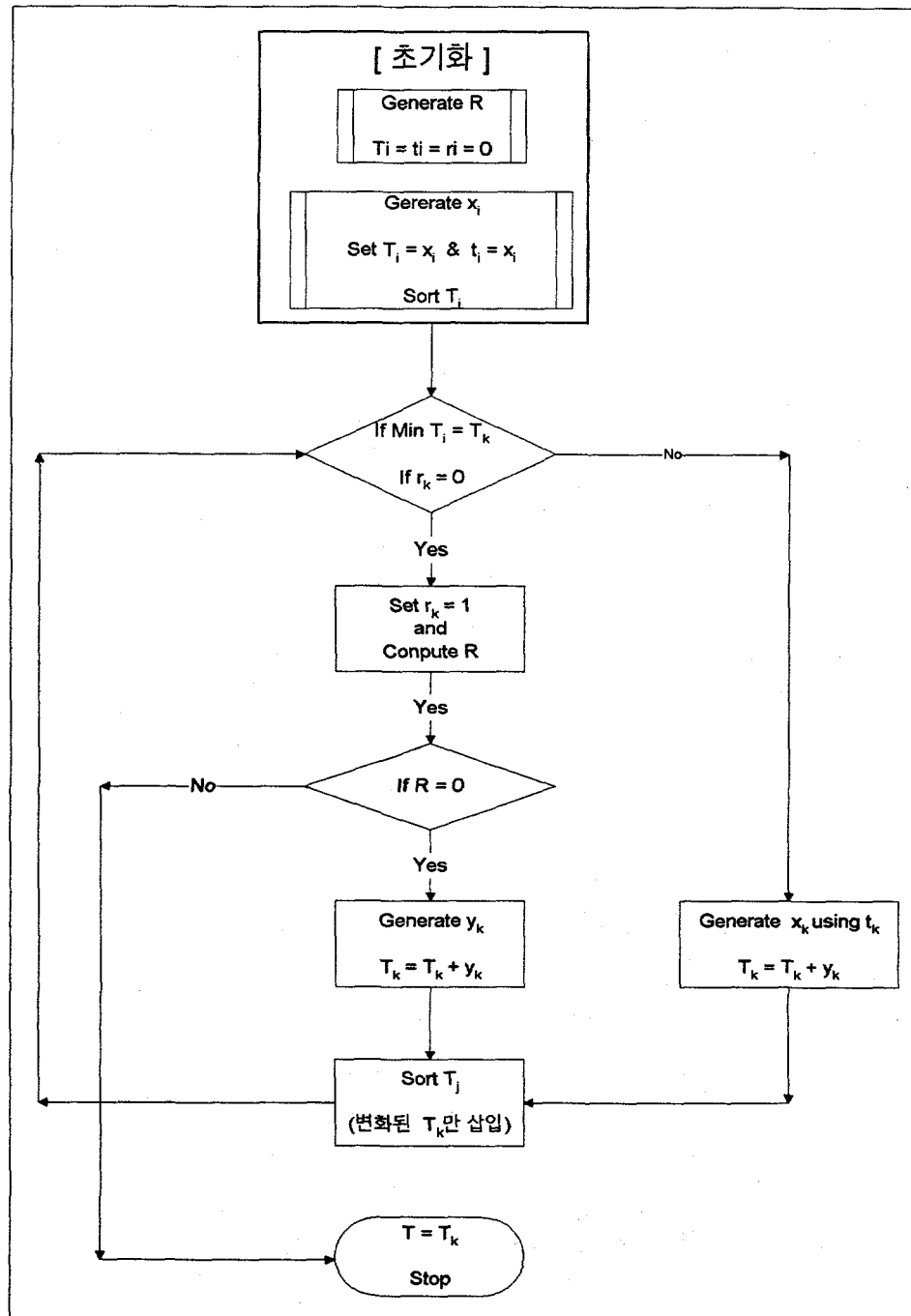
[그림 3.1.14] 모형 E의 모수 a의 변화에 따른 고장 시간의 변화



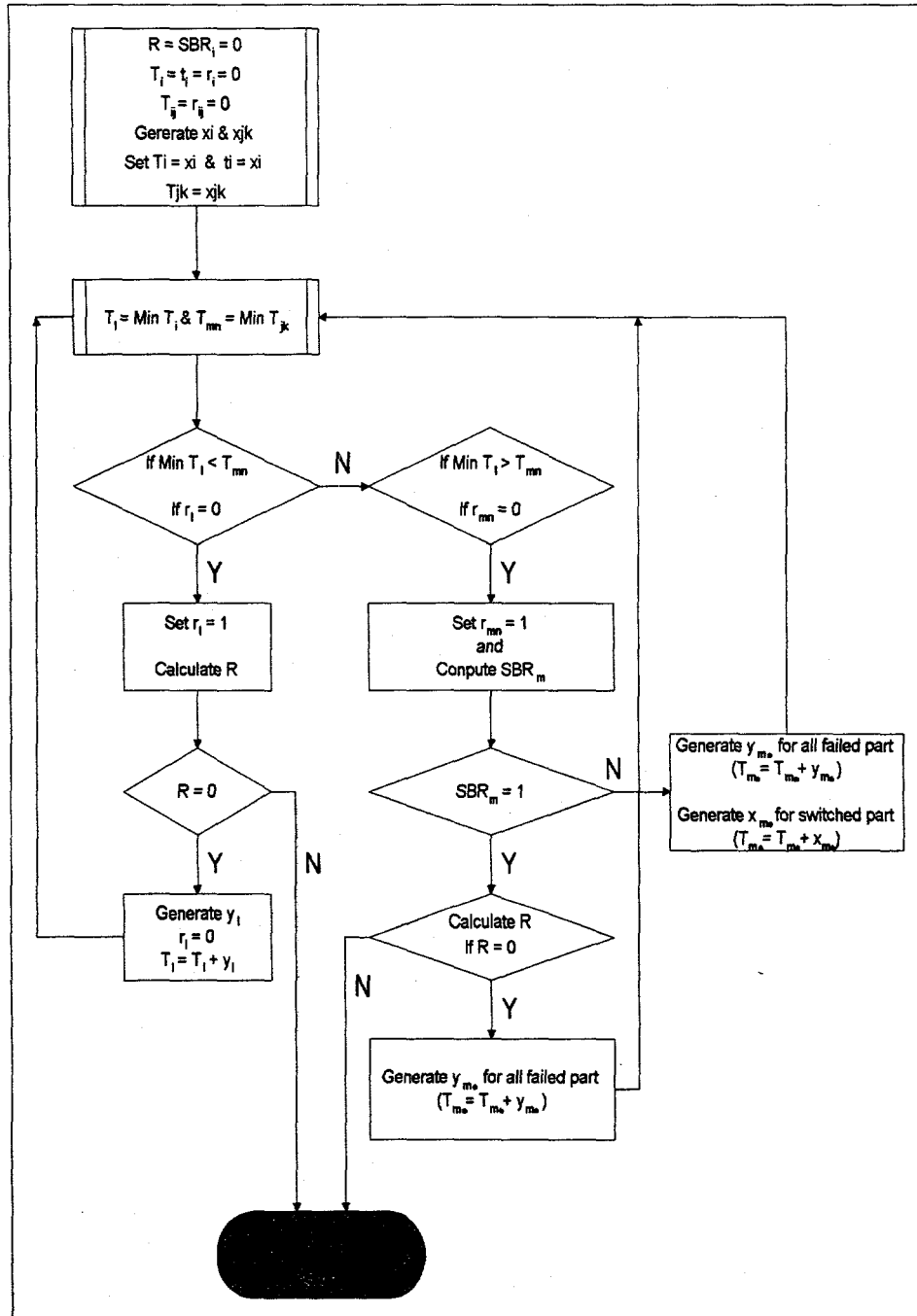
[그림 3.1.15] 수리 효과의 변화에 따른 모형 B의 적용



[그림 3.1.16] 수리 효과의 변화에 따른 모형 D의 적용

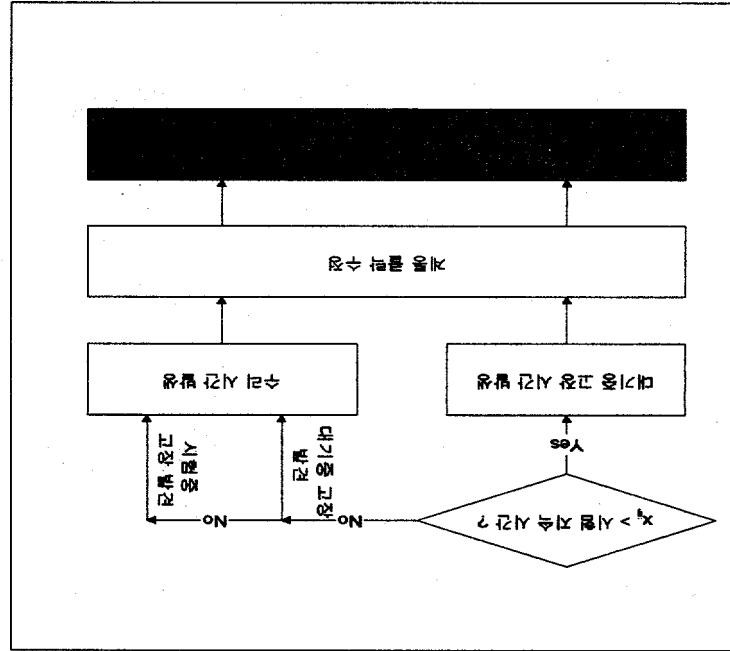


[그림 3.1.17] 단일 기기들로만 이루어진 경우의 사건 추적 논리

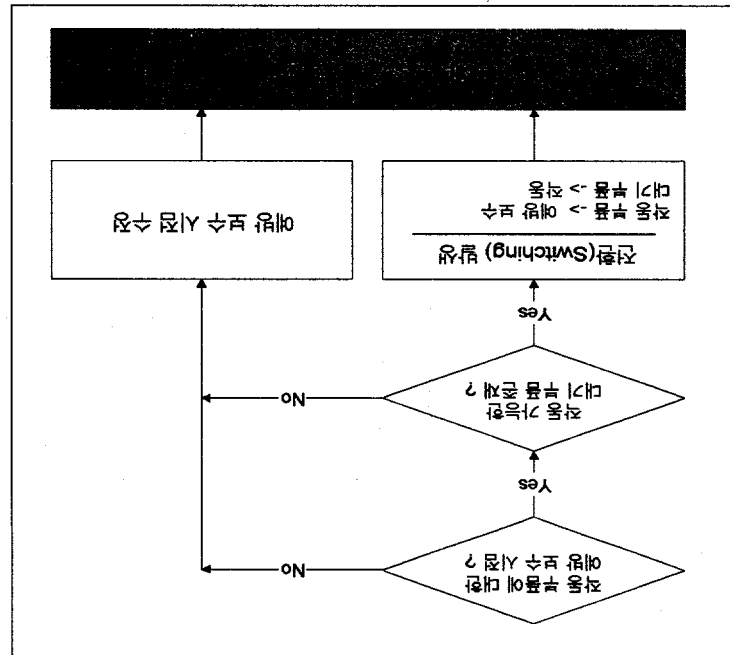


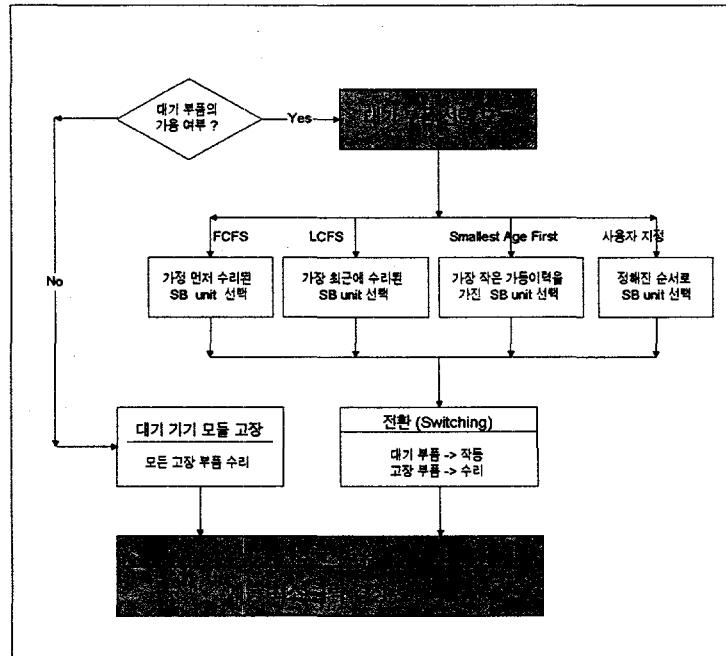
[그림 3.1.18] 대기 기기 모듈을 포함한 경우의 사건 추적 논리

[그림 3.1.20] 대기 기기에 대한 시험의 실시에 따른 시퀀스 방법

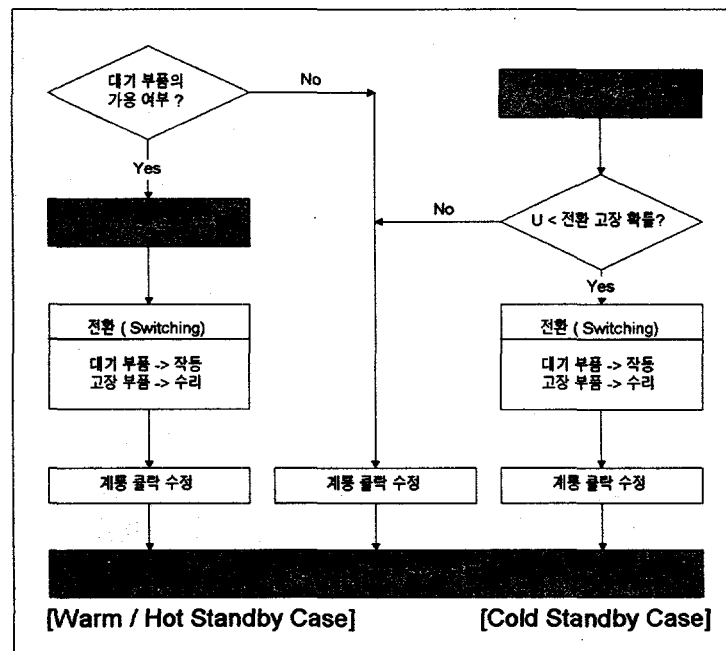


[그림 3.1.19] 예방 보수의 실시에 따른 시퀀스 방법

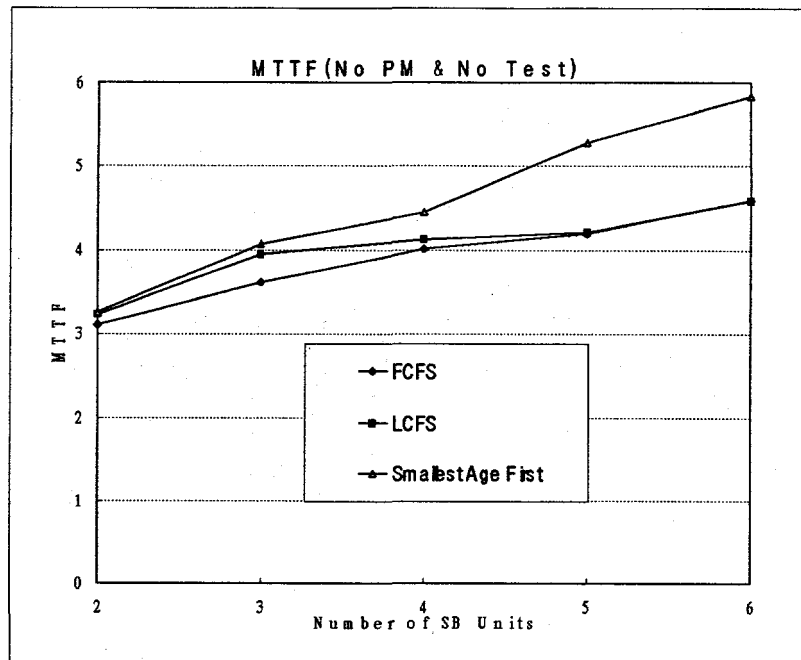




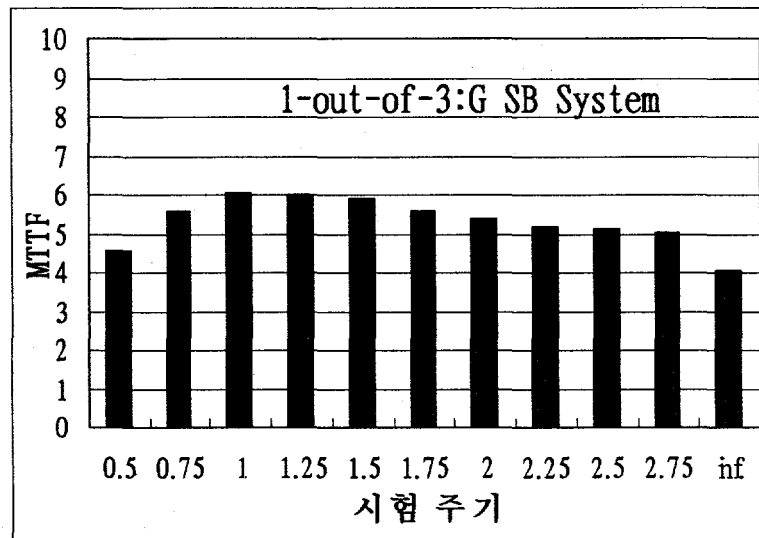
[그림 3.1.21] 대기 기기 선택 기준에 따른 시뮬레이션 방법



[그림 3.1.22] 대기중 고장 유형에 따른 시뮬레이션 방법

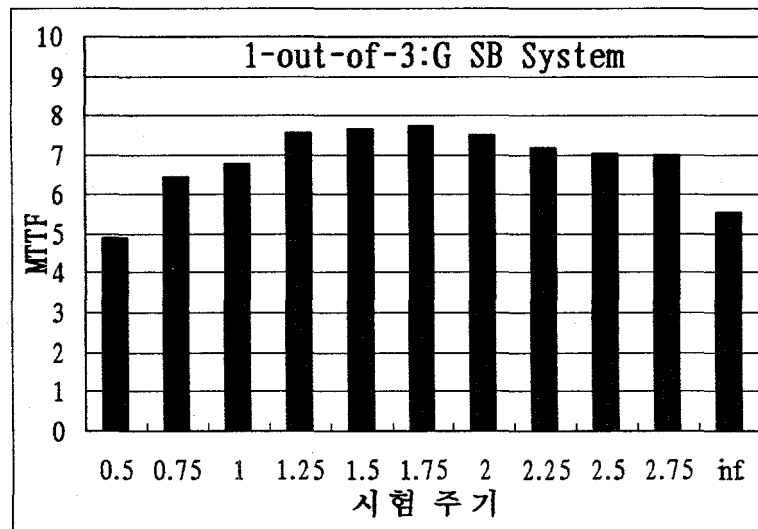


[그림 3.1.23] 대기 기기수의 변화와 대기 기기 선택기준에 따른 평균 고장 시간



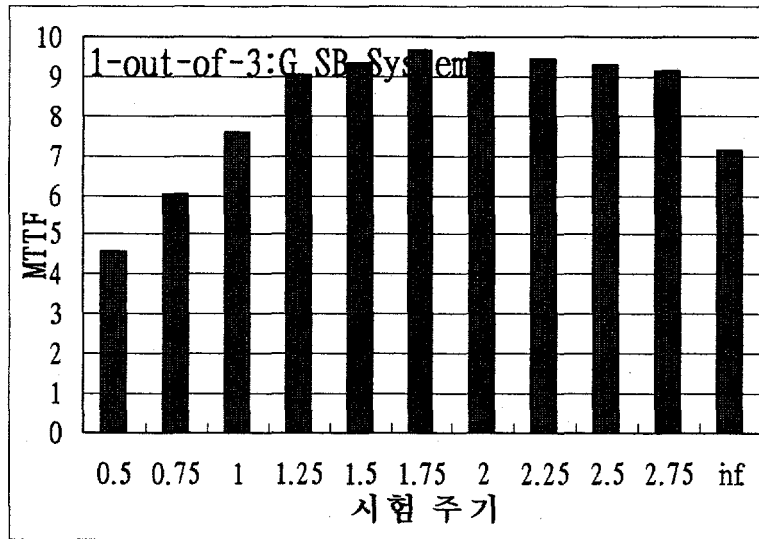
[그림 3.1.24a] 시험 주기의 변화에 따른 평균 고장 시간

- 기기의 대기중 MTTF = 1.0 -

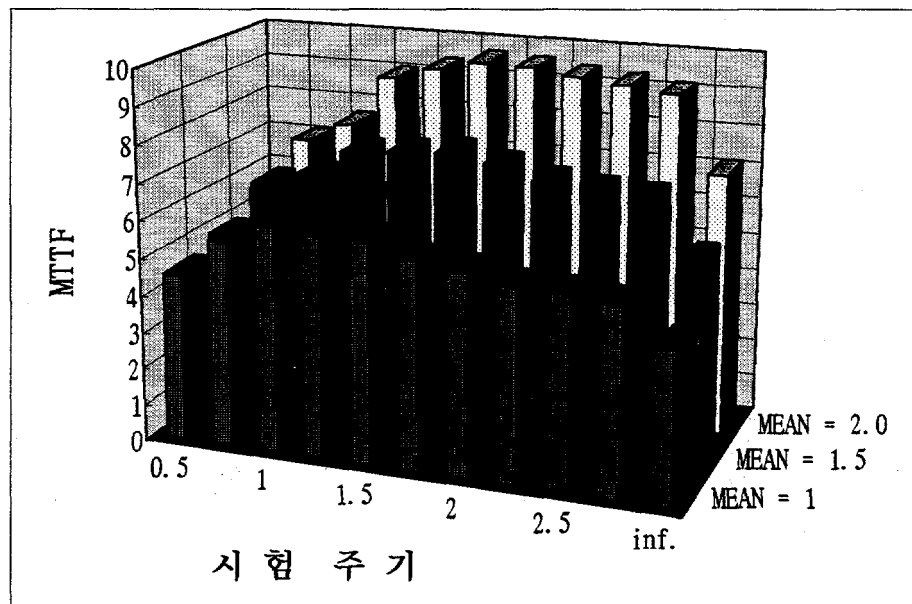


[그림 3.1.24b] 시험 주기의 변화에 따른 고장 시간

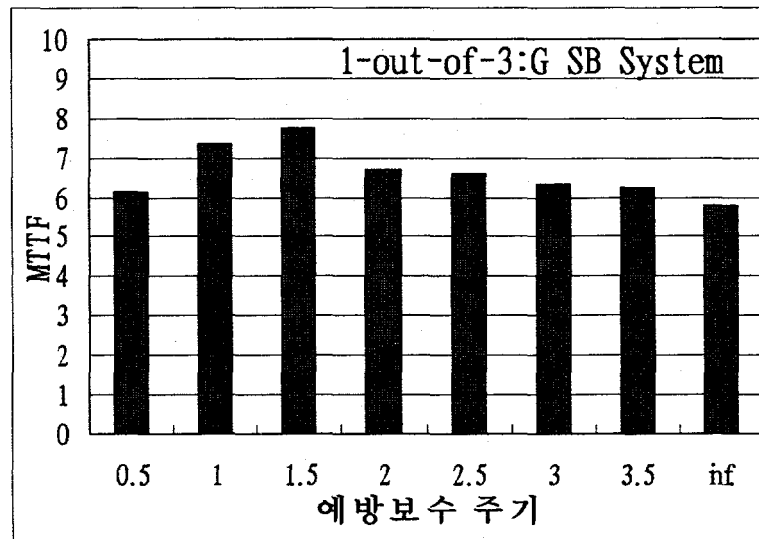
- 기기의 대기중 MTTF = 1.5 -



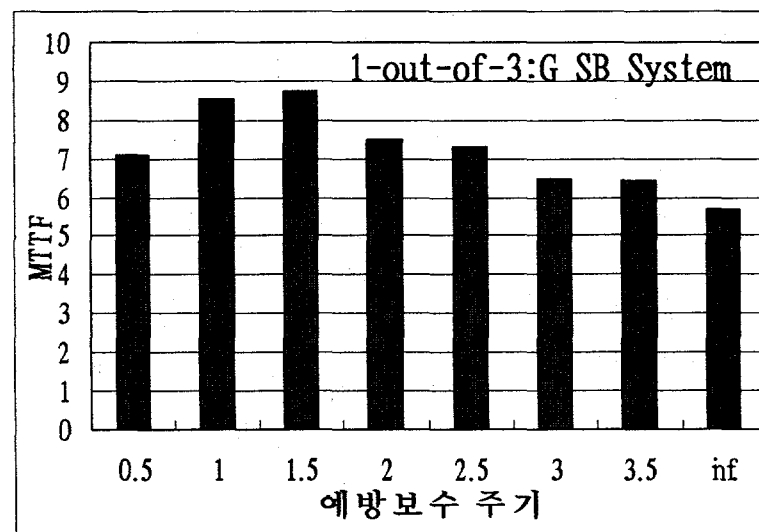
[그림 3.1.24c] 시험 주기의 변화에 따른 고장 시간
- 기기의 대기중 MTTF = 2.0 -



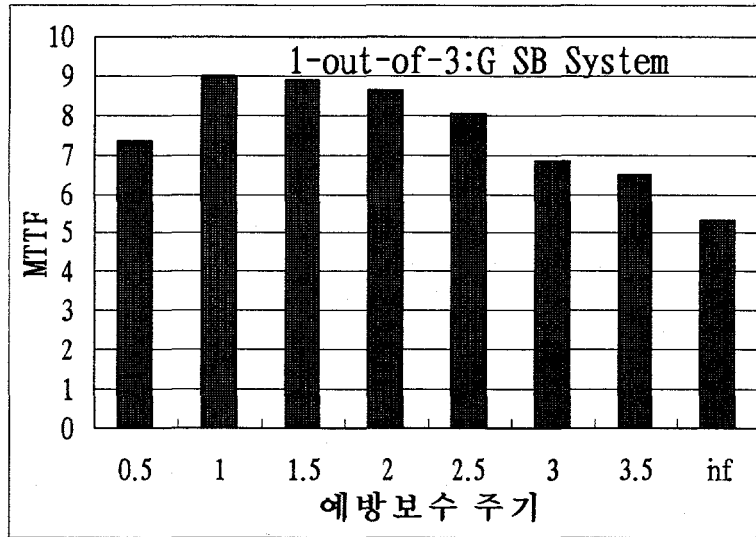
[그림 3.1.24d] 시험 주기의 변화에 따른 고장 시간
- 기기의 대기중 MTTF = 1.0, 1.5, 2.0 -



[그림 3.1.25a] 예방 보수 주기의 변화에 따른 평균 고장 시간
- 기기의 작동 시간 분포 : $\text{Gamma}(1.5,1)$ -

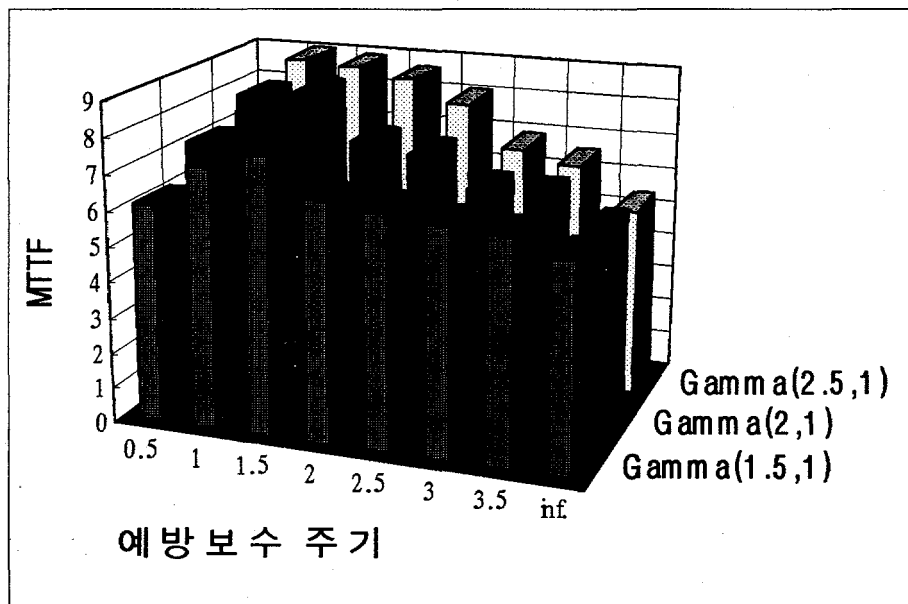


[그림 3.1.25b] 예방 보수 주기의 변화에 따른 평균 고장 시간
- 기기의 작동 시간 분포 : $\text{Gamma}(2.0,1)$ -



[그림 3.1.25c] 예방 보수 주기의 변화에 따른 평균 고장 시간

- 기기의 작동 시간 분포 : $\text{Gamma}(2.5,1)$ -



[그림 3.1.25d] 예방 보수 주기의 변화에 따른 평균 고장 시간

- 기기의 작동 시간 분포 : $\text{Gamma}(1.5,1)$, $\text{Gamma}(2.0,1)$, $\text{Gamma}(2.5,1)$ -

제 2 절 시뮬레이션 결과분석 모형

시뮬레이터는 기기의 고장모형과 계통의 구조를 입력 받아 계통의 고장시간을 결과로써 출력하게 된다. 이때 계통은 수리가가능하고 예방보수가 시행되는 하나의 단위체가 되는데 계통의 고장특성을 파악하기 위해서는 계통고장을 적절히 모형화하고 그 모수를 추정하는 방법이 확립되어야 한다. 즉, 시뮬레이션을 통한 계통고장자료를 이용하여 계통고장의 통계적 특성을 분석하는 것이 본 연구의 궁극적 목표가 되는 것이다. 본 절에서는 계통고장의 모형화에 대한 기존의 연구를 알아보고 수리가가능한 계통의 고장모형으로써 가장 적절한 것으로 판단되는 비례수명감소 모형을 적용한 모수추정에 대해 설명하도록 한다. 첫 번째 단원에서는 수리가가능한 계통의 고장 모형에 어떠한 것이 있는지 기존의 연구를 살펴본다. 두 번째 단원에서는 본 연구에서 계통의 고장모형으로 설정한 비례수명감소 모형의 개념을 설명하고 세 번째와 네 번째 단원에서는 각각 비례수명감소 모형에서의 조건부 고장시간분포와 결합확률분포를 유도하는 과정을 설명한다. 다섯 번째 단원에서는 예방보수가 시행되는 계통에서 결합확률분포를 유도하고 여섯 번째 단원에서는 본 연구에서 고려하는 고장분포를 설명한다. 다음은 고장분포와 보수효과에 대한 모수를 어떻게 추정하였는지 설명하고 마지막으로 계통의 고장을 추계적 과정으로 모형화할 때 모수 추정법에 대해 설명한다.

1. 수리가가능한 계통의 고장모형

수리가가능한 계통의 고장에 대해서는 고장시간이 갖는 특성에 따라 다양한 모형이 제안되어 왔다. 수리가가능한 계통의 고장은 시간축 상에서 연속적으로 발생하는 사건의 일종이기 때문에 이들 모형은 모두 추계적 과정의 범주에 해당한다. 많은 모형중 어떤 모형을 적용할 것인가의 문제에 대해 Ascher와 Feingold는 [그림 3.2.1]과 같은 체계적 흐름을 제시하였다. 즉, 주어진 고장시간들에 대해 추세 검정(trend test)과 독립성 검정(independence test)을 시행하여 그 결과에 따라 고장시간에 추세가 있으면 불안정 모형, 추세는 없고 고장시간들 사이에

독립성이 보장되지 않으면 종속적 모형, 이들 두 경우가 아니면 안정 모형을 적용한다는 것이다. 이때 불안정 모형과 안정 모형으로는 각각 NHPP와 RP가 주로 채택되어 왔고 종속적 모형으로는 뚜렷하게 대표적인 모형이 없이 종속의 원인에 따라 다양한 모형이 수립·적용되어 왔다.

그러나, 실질적인 고장자료 분석에 있어서는 위 과정과 달리 RP와 NHPP만이 고려되었다. 이는 다른 모형들이 고장 특성의 반영을 위해 복잡한 형태를 가짐에 따라 모수의 통계적 추정이 불가능한 경우가 많기 때문이다. 이중 RP는 각각의 고장간 시간(interfailure time, 이하 IFT)이 IID 확률 변수(independently and identically distributed random variable)이므로 최우 추정(maximum likelihood estimation), 최소 제곱오차 추정(least square error estimation), 적률 방법(method of moment) 등을 통한 모수의 추정이 가능하다. NHPP로 모형화할때의 모수 추정은 Cox와 Lewis에서 제시된 최우 추정법을 바탕으로 Boswell, Hossian과 Dahiya, Atwood 등의 연구에서 다루어졌다.

수리가 가능한 계통의 고장시간을 NHPP로 모형화하는 것은 보수 이후의 계통의 상태를 고장 직전의 상태와 동일하다고 가정하는 것을 의미한다. NHPP의 강도 함수는 고장이 언제 발생하는가의 영향을 받지 않는다. 이러한 모형하에서는 보수가 단지 작동을 재개시키는 기능만을 하는 것이 된다. 즉, 고장을 수리한 이후의 계통의 상태가 고장 직전의 상태와 동일하다. 따라서, NHPP를 bad-as-old(BAO) 모형이라 부르기도 하며, 이와 같이 보수 이후의 강도 함수가 보수 직전의 강도 함수와 같아지는 보수를 최소수리(minimal repair)라고 부른다. 반면, RP는 보수 이후의 상태가 처음의 상태와 같아지는 것으로 모형화하므로 good-as-new(GAN) 모형이라고 부른다. 따라서, NHPP와 RP는 보수 후의 상태에 대한 극단적 가정이라 할 수 있다. RP는 보수의 효과가 완벽해서 보수 후 상태를 처음과 동일하게 보는 것으로 실제 고장자료에 대해서는 적합하지 않은 경우가 많다. 반대로 NHPP는 보수가 계통의 상태를 전혀 개선하지 못하는 것으로 가정하므로 특정 시점에서의 계통의 상태는 과거의 고장과 보수에는 전혀 영향받지 않고 단지 계통이 작동을 시작한 후 얼마나 시간이 흘렀는가에만 좌우된다. 따라서, NHPP는 작동 기간만으로 계통의 상태가 결정되는 경우에 적합하다 할 수 있다. 신뢰성 공학 분야에서 가장 널리 사용되는 포아송 과정

(homogeneous Poisson process, HPP)은 [그림 3.2.2]에서 보는 바와 같이 NHPP와 RP의 교집합에 해당하므로 실질적인 고장모형은 NHPP와 RP로 대별된다고 할 수 있다.

다음은 보수효과의 모형화에 대한 연구에 대해 알아보자. 보수효과에 대한 모형화는 대부분 계통에 예방보수(preventive maintenance)를 시행하는 경우에 대하여 이루어졌다. Bassin은 모든 예방보수 구간의 고장자료에 대하여 보수 추정치를 용이하게 하기 위해, 예방보수가 계통의 상태를 처음과 같은(GAN) 상태로 회복시킨다고 가정하였다. 그러나, Ascher와 Feingold는 실제 고장자료에 대해 log-linear 과정을 적용하여 분석한 결과, 예방보수가 존재함에도 불구하고 계통은 열화하고 있음을 확인하였다. 두 연구의 공통점은 예방보수 사이의 구간에서 발생하는 고장을 NHPP로 모형화 했다는 것이다. 이는 수리 후 계통의 상태가 고장 직전의 상태와 동일함을 의미하며 실제로 수리와 예방보수를 비교할 때 시행 후 계통 상태에 대한 효과의 입장에서 수리는 예방보수에 비해 상태의 개선 정도가 미미한 것으로 간주하는 것이 타당하므로 이러한 가정은 타당하다 할 수 있다.

Bassin의 연구와 Ascher와 Feingold의 연구는 수리 후의 상태에 대한 가정은 동일하나 예방보수 후의 상태에 대해서는 상반된 입장을 취한다. Bassin의 경우 예방보수 후의 상태가 처음과 동일(GAN)한 것으로 가정하나 Ascher와 Feingold는 예방보수 직전과 동일(BAO)한 것으로 가정한다. 즉, Ascher와 Feingold는 예방보수가 계통의 상태에 아무런 영향을 주지 않는 것으로 가정한 것이다. 그러나, 예방보수가 이루어진 후, 계통의 상태는 대상 계통에 따라 또 수행되는 예방보수의 효과에 따라 달라지므로 모든 고장자료에 GAN이나 BAO 가정을 하는 것은 무리이다. 예방보수 후의 상태를 GAN이나 BAO 외의 상태로 간주하는 연구에서는 예방보수 후의 상태가 부분적(imperfect)으로 개선(improve)되는 것으로 가정한다. 즉, 예방보수에 의한 개선 후의 상태를 개념적으로 GAN이나 BAO의 중간적 위치를 갖는 것으로 본다. 대부분의 이러한 모형에서 고장에 대한 보수는 최소수리, 즉 NHPP로 모형화되고 예방보수가 계통의 상태를 개선하는 것으로 반영하여 다양한 방식으로 모형화되었다. 이들 연구에는 개선 효과를 어떻게 모형화 하는가에 따라 확률적 보수효과 모형, 고장강도

감소 모형, 분포 변화 모형, 마코프 열화 모형 등이 있다.

2. 비례수명감소 모형

비례수명감소(PAR) 모형은 고장강도 감소 모형의 하나로, 보수가 작동 시간을 일정한 비율로 감소시키는 효과를 갖는 것으로 모형화하는 것이다. 감소 비율은 일반적으로 개선 인자(improvement factor)라 불리는데 본 연구에서는 이를 ρ 로 나타내기로 한다. ρ 의 범위는 $[0, 1]$ 이 된다. k 번째 고장시간과 고장간시간(interfailure time, IFT)을 각각 T_k 와 X_k 로 나타내기로 하자. PAR 모형은 k 번째 보수에 의해 누적 작동 시간이 ρx_k 만큼 감소하는 것으로 모형화 한다. 실제로는 매번의 보수에 의해 계통의 상태가 개선되는 정도를 동일하다고 보기 어려우므로 ρ 는 평균적 개선 정도에 대한 척도로 해석될 수 있을 것이다.

$\lambda_0(t)$ 를 t 까지 고장이 없을 때의 고장강도라 하고 $(0, t]$ 동안 계통을 관찰하여 $n(t)$ 번의 고장이 관찰되었다고 하자. PAR 모형에서 t 시점의 고장강도 $\lambda(t)$ 는 다음과 같다.

$$\lambda(t) = \lambda_0(t - \rho t_{n(t)}) \quad (3.2.1)$$

$$\text{단, } \lambda_0(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Pr[N(t, t + \Delta t) \geq 1 \mid N(t) = 0] / \Delta t$$

NHPP와 RP는 고장강도가 각각 $\lambda(t) = \lambda_0(t)$, $\lambda(t) = \lambda_0(t - t_{n(t)})$ 로 표현되므로 NHPP와 RP는 PAR 모형의 관점에서 각각 $\rho = 0$, $\rho = 1$ 인 경우에 해당한다. 따라서, PAR 모형은 NHPP와 RP의 일반화라 할 수 있다. [그림 3.2.3]은 NHPP, RP, PAR 모형에서 고장강도의 추이를 나타낸다.

Malik은 수명 감소 모형 하에서 고장강도를 일정 수준 이하로 유지하기 위한 보수 일정(schedule) 문제를 연구하였다. 즉, 고장강도의 허용 상한이 존재할 때 순차적으로 보수 시점을 결정하였다. Lie와 Chun은 보수가 수명의 감소 효과를

가져온다는 가정 하에 보수 비용의 개념을 도입하여 고장강도의 허용 상한에 도달된 시점에서 보수와 예방 대체의 비용을 비교, 대체 여부를 결정하는 알고리즘을 개발하였다. Jayabalan과 Chaudhuri는 비례수명감소 모형 하에서 계획 기간(planning period)이 유한할 때 평균 총비용(average total cost)을 최소화하는 대체와 보수의 횟수를 결정하는 알고리즘을 개발하였다. 이들은 최적해를 찾기 위해 분지(branching) 알고리즘을 사용하였는데 효율성을 증가시키기 위해 분지되는 노드(node)의 수를 제한하는 규칙(dominance rule)을 적용했다.

이들 연구는 모두 최적 보수 정책의 결정과 관련된 것으로 고장자료의 분석과는 직접적 연관성을 갖지 않는다. 그러나, 이 정책들을 적용하기 위해서는 적어도 보수의 효과의 정량적 척도에 해당하는 개선 인자 ρ 의 결정이 선행되어야 한다. 이 문제에 대해서 Malik은 전문가의 주관적 판단을 제안하였고, Lie와 Chun은 보수 비용과 예방 대체 비용의 비율로부터 근사적으로 결정할 것을 제안하였다. Lie와 Chun에 의하면 개선 인자는 보수 비용이 예방 대체 비용에 근접할수록 보수의 효과가 크다고 가정하여, 개선 인자를 두 비용의 비율에 대한 함수로 표현할 수 있다고 하였다. 그러나, 위의 두 제안은 현실적인 적용상 문제점을 가진다. 전문가의 주관적 판단은 그 정확성과 신뢰성에 대한 의문이 제기될 때 적절한 검증이 어렵다. 또한 비용을 이용한 근사적 추정도 보수의 비용을 정확히 산정하기 어려울 때는 적용이 불가능하다. 따라서, 고장자료에 근거한 객관적인 보수효과의 평가 기법이 요구된다고 하겠다.

3. 고장시간의 조건부 확률분포

PAR 모형에서는 고장시간의 분포가 시간 t 와 t 이전의 가장 최근 고장시간인 $t_{n(t)}$ 에 대해 종속적이다. 따라서, k 번째 IFT X_k 의 분포는 t_{k-1} 에 대한 조건부 분포로 구해질 수 있다. 관찰된 고장시간 $t_1, t_2, \dots, t_n$ 을 고려하자. n 개의 IFT에 대한 확률변수 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 와 고장시간 $T_1, T_2, \dots, T_n$ 사이에는 $X_k = T_k - T_{k-1}$ 과 같은 일대일 대응 관계가 있고 자코비안(Jacobian)이 1이므

로 T_k 의 조건부 확률분포를 유도하는 것은 X_k 의 조건부 확률분포를 유도하는 것과 동일한 의미를 가진다. T_k 의 고장강도는 t_{k-1} 에 종속적이므로 T_k 의 고장강도 $\lambda_k(t)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\lambda_k(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Pr[N(t, t+\Delta t) \geq 1 \mid N(t) = k] / \Delta t \quad (3.2.2)$$

그리고, 초기 고장강도 $\lambda_0(t)$ 와 $\lambda_k(t)$ 사이에는 $\lambda_k(t) = \lambda_0(t - \rho t_{k-1})$ 의 관계가 성립한다. $F_k(t)$ 를 k 번째 고장시간의 조건부 확률분포 함수라 하면 $F_k(t)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$F_k(x) = \Pr[X_k \leq x \mid T_{k-1} = t_{k-1}] \quad (3.2.3)$$

그리고, PAR 모형의 특성에 의해 $\overline{F}_k(t)$ 는 다음의 정리와 같이 $\lambda_0(t)$ 로 표현됨을 알 수 있다.

정리 3.2.1 PAR 모형에서 X_k 의 조건부분포는 다음과 같다.

$$\overline{F}_k(x) = \exp[-\Lambda_k(x)] \quad (3.2.4)$$

$$\text{단, } \Lambda_k(x) = \int_0^x \lambda_0(s + (1-\rho)t_{k-1}) ds$$

(증명) 조건부 확률분포의 정의에 의해 다음과 같음을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \overline{F}_k(x + \Delta t) \\ = \Pr[N(t_{k-1}, t_{k-1} + x + \Delta x) = 0 \mid T_{k-1} = t_{k-1}] \end{aligned}$$

$$= \Pr[N(t_{k-1}, t_{k-1}+x)=0, N(t_{k-1}+x, t_{k-1}+x+\Delta x)=0 | T_{k-1}=t_{k-1}]$$

그리고, 조건부 독립증분 특성에 의해 위 식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \overline{F}_k(x+\Delta t) &= \Pr[N(t_{k-1}, t_{k-1}+x)=0 | T_{k-1}=t_{k-1}] \\ &\quad \cdot \Pr[N(t_{k-1}+x, t_{k-1}+x+\Delta x)=0 | T_{k-1}=t_{k-1}] \\ &= \overline{F}_k(x) \cdot [1 - \lambda_0(x + (1-\rho)t_{k-1})\Delta x + o(\Delta x)] \end{aligned}$$

위 식을 정리하고 Δt 를 0으로 보내면 다음을 얻을 수 있다.

$$\therefore \frac{dt}{d} \overline{F}_k(x) = -\lambda_0(x + (1-\rho)t_{k-1}) \overline{F}_k(x)$$

$$\therefore \overline{F}_k(x) = \exp\left[-\int_0^x \lambda_0(s + (1-\rho)t_{k-1})ds\right] \quad \blacksquare$$

그리고, (3.2.4)를 이용하면 $\overline{F}_k(t)$ 와 첫 번째 고장시간의 분포 함수 $F_1(t)$ 사이에는 다음과 같은 관계가 있음을 쉽게 알 수 있다.

보조정리 3.2.1 PAR 모형에서 조건부 확률분포 $\overline{F}_k(t)$ 와 $F_1(t)$ 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\overline{F}_k(t) = \overline{F}_1(t - \rho t_{k-1}) / \overline{F}_1((1-\rho)t_{k-1}) \quad (3.2.5)$$

(증명) (3.2.5) 식의 유도 과정은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\bar{F}_k(t) &= \exp \left[- \int_{t_{k-1}}^t \lambda_k(s) ds \right] \\
&= \exp \left[- \int_{t_{k-1}}^t \lambda_1(s - \rho t_{k-1}) ds \right] \\
&= \exp \left[- \int_{(1-\rho)t_{k-1}}^{t-\rho t_{k-1}} \lambda_1(s) ds \right] \\
&= \exp \left[- \int_0^{t-\rho t_{k-1}} \lambda_1(s) ds + \int_0^{(1-\rho)t_{k-1}} \lambda_1(s) ds \right] \\
&= \frac{\exp \left[- \int_0^{t-\rho t_{k-1}} \lambda_1(s) ds \right]}{\exp \left[- \int_0^{(1-\rho)t_{k-1}} \lambda_1(s) ds \right]} \\
&= [\bar{F}_1((1-\rho)t_{k-1})]^{-1} \cdot \bar{F}_1(t - \rho t_{k-1})
\end{aligned}$$

■

식 (3.2.5)는 $\bar{F}_k(t)$ 가 $\bar{F}_1(t)$ 를 오른쪽으로 평행 이동하여 정규화(normalized)한 것임을 알 수 있다. 식 (3.2.2)에 의해 모든 $t \geq t_{k-1}$ 에 대해 $\bar{F}_{k-1}(t) \geq \bar{F}_k(t)$ 인 관계가 있기 때문에 IFT들은 고장이 증가함에 따라 감소하는 추세를 가지게 된다.

4. 고장시간의 결합확률분포

추계적 과정이 가질 수 있는 특성 중 독립 증분 특성이 있다. 독립 증분 특성이란 서로 겹치지 않는 시간 구간 동안의 고장 수는 서로 독립이라는 것이다. 즉, $t_l < t_m < t_n$ 이라 할 때 $N(t)$ 가 독립 증분 특성을 가지면 $N(t_l, t_m)$ 와 $N(t_m, t_n)$ 은 서로 독립이다. 이러한 특성을 갖는 대표적인 추계적 과정은 NHPP이다. PAR 모형은 각 IFT의 고장강도가 이전의 고장시간에 영향을 받으

므로 독립 증분 특성을 갖지 않는다. 즉, $N(t_l, t_m)=0$ 일 때 $N(t_m, t_n)$ 의 분포와 $N(t_l, t_m)=1$ 일 때 $N(t_m, t_n)$ 의 분포는 달라지게 된다. 이는 $(t_l, t_m]$ 에서 고장이 발생하면 고장강도가 변화하고 따라서 $(t_m, t_n]$ 동안의 고장강도가 영향을 받기 때문이다. 이와 같은 특성 때문에 PAR 모형에서는 고장시간들의 결합 확률분포를 구하는 것이 어려워진다. 그러나, PAR 모형에서는 각 고장시간이 직전의 고장시간에만 종속적이고 고장자료는 연속적 고장시간의 형태이므로 이러한 특성을 이용하여 유도 함수를 유도하도록 한다. 먼저 $H(t)$ 를 $(0, t]$ 동안의 가동 이력이라 하고 다음과 같이 조건부 독립 증분 특성을 정의하자.

정의 3.2.1 : 조건부 독립 증분 특성

추계적 과정 $\{N(t), t \geq 0\}$ 가 중첩되지 않는(nonoverlapping) 구간들인 $(t_1, t_2]$, $(s_1, s_2]$ 에 대하여 다음과 같은 성질을 가질 때 조건부 독립 증분(conditional independent increment) 특성을 갖는다고 정의한다.

$$\{N(t_1, t_2) | H(t_1)\} \perp \{N(s_1, s_2) | H(s_1)\}$$

조건부 독립 증분 특성은 고장의 발생이 직전까지의 고장 이력에만 의존한다는 것을 의미한다. 또, 독립 증분 특성을 갖는 추계적 과정 집합은 조건부 독립 증분 특성을 갖는 추계적 과정 집합의 부분 집합이다. PAR 모형은 조건부 독립 증분 특성을 가짐을 쉽게 알 수 있다. 조건부 독립 증분 특성을 이용하여 고장 시간 $t_1, t_2, \dots, t_n$ 의 결합 확률 밀도 $f(t_1, t_2, \dots, t_n)$ 을 유도할 수 있는데 그 결과는 정리 3.2.2와 같다.

정리 3.2.2 : PAR 모형의 결합 확률분포

일련의 고장시간 $(t_1, t_2, \dots, t_n)$ 이 초기 고장강도 함수가 $\lambda_0(t)$ 이고 개선 인자가 ρ 인 PAR 모형을 따르고 조건부 독립 증분 특성을 가지면 그 결합 확률

밀도 함수는 다음과 같다.

$$f(t_1, t_2, \dots, t_n) = \prod_{k=1}^n \lambda_0(t_k - \rho t_{k-1}) \cdot \exp \left\{ - \int_{t_{k-1}}^{t_k} \lambda_0(s - \rho t_{k-1}) ds \right\} \quad (3.2.6)$$

(증명) 결합 확률 밀도의 정의로부터 다음을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} f(t_1, \dots, t_n) &= \lim_{\Delta t_k \rightarrow 0} \frac{\Pr[t_k \leq T_k < (t_k + \Delta t_k), 1 \leq k \leq n]}{\prod_{k=1}^n \Delta t_k} \\ &= \lim_{\Delta t_k \rightarrow 0} \frac{\Pr[N(t_{k-1} + \Delta t_{k-1}, t_k) = 0, N(t_k, t_k + \Delta t_k) = 1, 1 \leq k \leq n]}{\prod_{k=1}^n \Delta t_k} \end{aligned}$$

$$\text{단, } \Delta t_0 = 0$$

위 식은 조건부 독립 증분 특성에 의해 다음과 같이 조건부 확률의 곱으로 표현된다.

$$\begin{aligned} f(t_1, t_2, \dots, t_n) &= \prod_{k=1}^n \lim_{\Delta t_k \rightarrow 0} \frac{\Pr[N(t_{k-1} + \Delta t_{k-1}, t_k) = 0 | H(t_{k-1} + \Delta t_{k-1})] \Pr[N(t_k, t_k + \Delta t_k) = 1 | H(t_k)]}{\Delta t_k} \\ &= \prod_{k=1}^n \lim_{\Delta t_k \rightarrow 0} \frac{\Pr[N(t_k, t_k + \Delta t_k) = 1 | H(t_k)]}{\Delta t_k} \Pr[N(t_{k-1} + \Delta t_{k-1}, t_k) = 0 | H(t_{k-1} + \Delta t_{k-1})] \end{aligned}$$

PAR 모형에서는 고장강도가 직전의 고장 시점에만 의존하므로

$$H(t_k) = H(t_{k-1} + \Delta t_{k-1}) = H_{k-1}$$

가 된다(단, $H(t_0)$ 는 공집합). 조건부 독립 증분 특성에 의해

$$\lim_{\Delta t_{k-1} \rightarrow 0} \Pr[N(t_{k-1} + \Delta t_{k-1}, t_k) = 0 | H_{k-1}] = \exp \left\{ - \int_{t_{k-1}}^{t_k} \lambda_k(s) ds \right\}$$

임을 쉽게 알 수 있으므로 결합 확률 밀도는 다음과 같이 얻어진다.

$$f(t_1, t_2, \dots, t_n) = \prod_{k=1}^n \lambda_k(t_k) \cdot \exp\left\{-\int_{t_{k-1}}^{t_k} \lambda_k(s) ds\right\} \quad \blacksquare$$

(고장시간의 조건부 확률 밀도를 이용한 증명) k 번째 고장시간 T_k 의 분포는 이전의 고장시간, 특히 $k-1$ 번째 고장시간 t_{k-1} 에 대하여 종속적이다. T_k 의 이전 고장시간에 대한 조건부 확률분포를 $F_k(t)$, 그리고 확률 밀도 함수를 $f_k(t)$ 라 하자. 즉,

$$\begin{aligned} F_k(t) &= \Pr[N(t_{k-1}, t) \geq 1 | H_{k-1}] \\ &= \Pr[N(t_{k-1}, t) \geq 1 | T_{k-1} = t_{k-1}] \end{aligned}$$

$$f_k(t) = \frac{d}{dt} F_k(t)$$

이고 $F_k(t)$ 와 $f_k(t)$ 를 $\lambda_0(t)$ 로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_k(t) &= 1 - \exp\left\{-\int_{t_{k-1}}^t \lambda_0(s - \rho t_{k-1}) ds\right\} \\ f_k(t) &= \lambda_0(t - \rho t_{k-1}) \cdot \exp\left\{-\int_{t_{k-1}}^t \lambda_0(s - \rho t_{k-1}) ds\right\} \end{aligned}$$

이때 $f_k(t)$ 는 이전의 $k-1$ 회 고장시간에 대한 조건부 확률 밀도이므로 다음과 같이 표시하도록 하자.

$$f_k(t) = f(t | H_{k-1})$$

$f(t_1, t_2, \dots, t_k | H_{k-1}) = f(t_k | H_{k-1})$ 이므로 구하려는 결합 확률 밀도 함수는 다음과 같음을 알 수 있다.

$$f(t_1, t_2, \dots, t_n) = f(t_1, t_2, \dots, t_{n-1}) \cdot f(t_n | H_{n-1})$$

이와 같은 과정을 반복하면 다음과 같이 결합 확률 밀도가 각 고장시간의 조건부 확률 밀도의 곱이 된다.

$$\begin{aligned} f(t_1, t_2, \dots, t_n) &= f(t_1, t_2, \dots, t_{n-1}) \cdot f(t_n | H_{n-1}) \\ &= f(t_1, t_2, \dots, t_{n-2}) \cdot f(t_{n-1} | H_{n-2}) \cdot f(t_n | H_{n-1}) = \dots \\ &= f(t_1 | H_0) \cdot f(t_2 | H_1) \cdots f(t_n | H_{n-1}) = \prod_{k=1}^n f_k(t_k) \quad \blacksquare \end{aligned}$$

5. 예방보수가 있는 계통의 PAR 모형

j 번째 예방보수 시점을 τ_j 라 하고 $(\tau_{j-1}, \tau_j]$ 를 j 번째 보수 구간이라 정의하자. 보수의 효과 측면에서 볼 때 수리는 예방보수에 비해 계통의 상태를 개선하는 정도가 미약하다. 따라서, 예방보수가 있는 계통에서는 고장에 의한 대한 수리를 최소 수리로 가정하고 예방보수가 고장강도를 감소시키는 것으로 모형화한다. 하나의 보수 구간내에서는 고장 개수와 무관하게 고장강도가 결정되어지고 단지 예방보수만이 고장강도를 변화시키는 요인이 된다. 그러므로, 예방보수가 있는 계통의 고장강도는 다음과 같이 구간별 연속의 형태를 갖는다.

$$\lambda(t) = \lambda_0(t - \rho \tau_{j-1}), \quad \tau_{j-1} < t < \tau_j \quad (3.2.7)$$

[그림 3.2.4]는 PAR 모형 하에서 예방보수 계통의 고장강도 추이를 나타낸다. 이와 같은 고장강도 함수 하에서 수립된 예방보수 하의 상시 작동 계통 고장모형은 다음과 같이 요약될 수 있다.

- ① 전체 고장강도 $\lambda(t)$ 는 예방 보수에 의해 구분 지어지는 구간들에 대하여 구간 고장강도 $\lambda_k(t)$ 로 정의된다. 즉, 구간 $k \equiv (\tau_{k-1}, \tau_k]$ 에 대해 $\lambda(t) = \lambda_k(t)$ 이다. (단, $\tau_{k-1} < t \leq \tau_k, k=1, 2, 3, \dots$)

② 구간 고장강도 $\lambda_k(t)$ 는 $(k-1)$ 번째 예방보수 시점에 종속적이다. 즉,

$$\lambda_k(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Pr[(t, t + \Delta t) \text{에 고장} | \tau_{k-1}]}{\Delta t}, \tau_{k-1} < t$$

③ 시간에 따라 계통은 열화하고 고장강도는 증가한다. 즉,

$$\lambda_k(t_1) < \lambda_k(t_2), \quad t_1 < t_2, \quad k=1, 2, \dots$$

④ 예방보수는 고장강도를 감소시킨다. 즉,

$$\lambda_1(t) > \lambda_2(t) > \lambda_3(t) > \dots$$

⑤ 예방보수에 의해 구간 고장강도는 다음과 같이 변화한다.

$$\lambda_{k+1}(t) = \lambda_k(t - \rho \cdot \Delta \tau_k), \quad k=1, 2, 3, \dots, \Delta \tau_k = \tau_k - \tau_{k-1}$$

⑥ 동일 구간 내에서 고장에 대한 수리는 최소 수리(minimal repair)로 가정한다. 따라서, 고장의 수리 전후에 고장강도에는 변화가 없는 것으로 본다.

r 개의 보수구간 동안 관찰된 고장시간들의 결합 확률분포를 알아보자. 각 예방보수가 이루어진 시점을 각각 $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_r$ 이라 하고 임의의 구간 j ($k=1, 2, 3, \dots, r$)에서 고장시간의 결합 확률분포를 알아보자. 구간 j 동안 n_j 번의 고장이 관찰되었다면 구간 j 에서 고장시간들의 결합 확률 밀도를 $f_j(\cdot)$ 라 할 때 결합 확률 밀도는 다음과 같다.

$$f_j(t_1, t_2, \dots, t_{n_j}) = \Pr[N_j = n_j] \cdot f_j(t_1, t_2, \dots, t_{n_j} | N_j = n_j) \quad (3.2.8)$$

위 식에서 N_j 는 보수구간 j 에 발생한 고장 개수를 나타내는 확률 변수이다. 본 연구에서는 예방보수 구간 내에서의 수리를 최소 수리로 가정하므로 하나의 구간 내에서의 고장 과정은 NHPP가 된다. NHPP의 특성에 의해 고장 개수의 분포는 다음과 같음을 쉽게 알 수 있다.

$$\Pr[N_j = n_j] = \frac{[M(\tau_j)]^{n_j}}{n_j!} \cdot \exp[-M(\tau_j)] \quad (3.2.9)$$

$$\text{단, } M(\tau_j) = \int_{\tau_{j-1}}^{\tau_j} \lambda_k(s) ds$$

다음은 우변의 나머지 항인 보수구간 j 에서 발생한 고장시간의 $N_j = n_j$ 에 대한 조건부 확률 밀도를 구해 보자. 편의상 구간을 나타내는 j 는 생략하도록 한다. 조건부 확률 밀도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f(t_1, t_2, \dots, t_n | N=n) &= \lim_{\Delta t_k \rightarrow 0} \frac{\Pr[t_k \leq T_k < t_k + \Delta t_k, k=1, \dots, n | N=n]}{\prod_{k=1}^n \Delta t_k} \\ &= \lim_{\Delta t_k \rightarrow 0} \Pr[N=n, N(t_1)=0, N(t_1, t_1 + \Delta t_1)=1, N(t_1 + \Delta t_1, t_2)=0 \\ &\quad, \dots, N(t_n, t_n + \Delta t_n)=1, N(t_n + \Delta t_n, \tau_j)=0] \\ &\quad \cdot \frac{1}{\prod_{k=1}^n \Delta t_k \cdot \Pr[N=n]} \end{aligned}$$

위 식에서 구간이 종료되는 시점 τ_j 를 t_{n+1} 로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f(t_1, \dots, t_n | N=n) \\ &= \lim_{\Delta t_k \rightarrow 0} \frac{\Pr[N(t_1)=0, N(t_k, t_k + \Delta t_k)=1, N(t_k + \Delta t_k, t_{k+1})=0, k=1, 2, \dots, n]}{\prod_{k=1}^n \Delta t_k \cdot \Pr[N=n]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{\Delta t_k \rightarrow 0} \frac{\Pr[N(t_1)=0] \prod_{k=1}^n \Pr[N(t_k, t_k + \Delta t_k) = 1] \Pr[N(t_k + \Delta t_k, t_{k+1}) = 0]}{\prod_{k=1}^n \Delta t_k \cdot \Pr[N=n]} \\
&= \lim_{\Delta t_k \rightarrow 0} \frac{1}{\prod_{k=1}^n \Delta t_k} \frac{n!}{[M(\tau_j)]^n \exp[-M(\tau_j)]} \frac{[M(t_1)]^0}{0!} \exp[-M(t_1)] \\
&\quad \cdot \prod_{k=1}^n \frac{[M(t_k + \Delta t_k) - M(t_k)]^1}{1!} \exp[-\{M(t_k + \Delta t_k) - M(t_k)\}] \\
&\quad \cdot \frac{[M(t_{k+1}) - M(t_k + \Delta t_k)]^0}{0!} \exp[-\{M(t_{k+1}) - M(t_k + \Delta t_k)\}] \\
&= \frac{n! \exp[-M(\tau_j)]}{[M(\tau_j)]^n \exp[-M(\tau_j)]} \cdot \prod_{k=1}^n \frac{[M(t_k + \Delta t_k) - M(t_k)]}{\Delta t_k} \\
&= \frac{n!}{[M(\tau_j)]^n} \prod_{k=1}^n \lambda(t_k)
\end{aligned}$$

위 식과 고장 개수의 분포에 의해 구간 j 의 고장시간에 대한 비조건부 결합 확률 밀도는 다음과 같음을 알 수 있다.

$$f_j(t_1, t_2, \dots, t_n) = \frac{\prod_{j=1}^n \lambda(t_j)}{\exp[-\int_{\tau_{k-1}}^{\tau_k} \lambda_k(s) ds]} \quad (3.2.10)$$

각 구간의 고장시간들에 대한 결합 확률분포가 유도되었으므로 전체 구간의 고장시간에 대한 결합 확률분포를 알아 보자. NHPP의 특성에 의해 각 구간의 고장시간에 대한 결합 분포는 서로 독립이므로 r 개의 보수구간 동안의 고장시간 $(t_1, \dots, t_n)$ 에 대한 결합 확률 밀도는 다음과 같다.

$$f(t_1, t_2, \dots, t_n) = \prod_{j=1}^r \frac{\prod_{k: \tau_{j-1} < t_k \leq \tau_j} \lambda_1(t_k - \rho \tau_{j-1})}{\exp[-\int_{\tau_{j-1}}^{\tau_j} \lambda_1(s - \rho \tau_{j-1}) ds]} \quad (3.2.11)$$

6. PAR 모형 적용을 위한 고장분포

신뢰성공학에서 고장시간의 모형화를 위해 사용되는 분포는 매우 다양하다. 여러 분포중 어떤 분포를 이용하여 고장을 모형화할 것인지는 고장의 특성에 의해 결정되게 된다. 고장 분포 선택의 기준으로 가장 널리 채택되어지는 것은 1차년 연구에서 언급한 바와 같이 고장자료에 대한 최적불변통계량을 이용하는 것이다. 본 연구에서는 고장시간의 분포로 지수·와이블·감마·대수정규 분포 등의 네가지 분포를 고려하였다. 네 분포에 대한 확률밀도와 우도함수등은 1차년도 연차 보고서에서 설명하였으므로 본 최종 보고서에서는 생략한다.

7. 분포 모수와 보수효과의 추정

SRS에서 계통의 고장자료로부터 고장모형의 모수를 추정하는 과정은 두단계로 구성된다. 첫 번째 단계는 고장 분포의 모수를 추정하는 것이고 두 번째는 보수 효과의 모수인 ρ 를 추정하는 것이다. 먼저 고장분포의 모수 추정에 대해 알아보자. 분포의 모수는 모의 고장시간중 계통별 최초 고장시간만으로 추정을 실시한다. 지수분포는 척도모수 하나만을 가지므로 모수의 추정이 간단하다. 나머지 세 분포는 모두 형상모수와 척도모수의 두가지 모수를 가진다. 따라서, 1차년 연구에서 제시한 근사 추정식을 이용하여 형상모수를 추정하고 다시 이를 이용해서 척도모수를 추정한다.

네 분포중 어떤 분포를 선택할 것인가를 결정하는 것은 1차년에서 제시한 최량불변통계량을 이용한다고 하였는데 이 통계량의 계산을 위해서는 분포의 형상모수가 필요하다. 따라서, 고장자료가 주어지면 먼저 CFR 검정을 통해 지수분포의 적용 가능성을 확인하고 지수분포의 적용이 부적절하면 근사식을 이용해서 각 분포하에서의 형상모수를 추정한다. 추정된 형상모수를 통해 각 분포에 대한

최량불변통계량을 계산하고 그 값이 가장 큰 분포를 최적 분포로 선택하게 된다.

최적 분포가 결정되면 계통의 두 번째 이후 고장시간까지 고려하여 보수효과를 추정한다. 고장분포의 모수가 추정된 후의 우도함수는 ρ 하나만의 함수가 되는데 우도함수의 ρ 값이 가지는 범위가 $[0, 1]$ 이므로 10^{-4} 수준에서 ρ 값을 변화 시키면서 우도가 최대화되는 $\hat{\rho}$ 의 값을 찾는다.

8. 추계적 과정에 대한 적용 및 모수 추정

본 연구가 대상으로 하는 계통은 작동 시간이 증가함에 따라 열화하는 계통이라 하였다. 이와 같은 계통은 고장강도가 시간에 따라 단조 증가하는 형태를 가지게 된다. 본 절에서는 계통의 고장 모형으로 추계적 과정을 적용할 때 PAR 모형의 모수 추정에 대하여 알아보도록 한다. 이와 같은 접근은 고장 과정의 모수와 보수효과를 동시에 추정할 수 있다는 것이 장점이나 계산이 복잡하고 추정에 많은 시간이 소요되는 문제점을 가진다. 본 연구에서는 고장강도 함수의 모수적 모형으로 power-law 과정과 log-linear 과정을 고려하였다. power-law 과정과 log-linear 과정의 고장강도 함수는 각각 (3.2.12), (3.2.13)과 같다.

$$\lambda_0(t) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{t}{\beta} \right)^{\alpha-1}, \quad t > 0 \quad (3.2.12)$$

$$\lambda_0(t) = \alpha \cdot \exp\left\{ \frac{t}{\beta} \right\}, \quad t > 0 \quad (3.2.13)$$

또한 본 연구에서 고려하는 계통은 열화가 일어나는 경우를 대상으로 하므로 $\lambda_0(t)$ 가 증가 함수의 형태를 갖는 것으로 한정한다. 따라서, power-law 과정의 경우 $\alpha > 1, \beta > 0$ 이며 log-linear 과정의 경우 $\alpha > 0, \beta > 0$ 경우만을 고려한다. power-law 과정의 $\lambda_0(t)$ 는 Weibull 분포의 고장률과 같은 이유로 power-law

과정을 Weibull 과정이라 부르기도 한다. 또 log-linear 과정은 극단(extreme) 과정이라 불리기도 한다. power-law 과정은 함수의 형태를 결정하는 α 의 값에 따라 convex, concave의 형태를 모두 가질 수 있다. 즉, $\alpha \geq 2$ 이면 convex, $\alpha \leq 1$ 이면 concave의 형태를 가진다. 반면, log-linear 과정은 모수의 값과 관계없이 convex 형태를 가지는데 초기 고장강도가 양의 값을 갖는 경우에 유용하며 power-law 과정에 비해 후기 고장강도의 급격한 증가의 반영에 유리하다. [그림 3.2.5]는 두 고장강도 함수에서 α 에 따른 고장강도의 형태를 나타낸다.

정리 3.2.2을 두 고장강도 함수에 적용하면 각각에서의 우도 함수를 얻을 수 있다. m 개의 동일한 계통로 부터 각각 n_i ($1 \leq i \leq m$) 개의 고장시간을 얻었다고 할 때 식 (3.2.14)와 식 (3.2.15)는 각각 power-law, log-linear 과정에서의 우도 함수를 나타낸다.

$$\mathcal{L}(\alpha, \beta, \rho) = n \log \alpha - n \alpha \log \beta + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i} \log(t_{i,k} - \rho t_{i,k-1}) - \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i^{(+1)}} A_{i,k}$$

$$\text{where } A_{i,k} = \left(\frac{t_{i,k} - \rho t_{i,k-1}}{\beta} \right)^{\alpha} - \left(\frac{t_{i,k-1} - \rho t_{i,k-1}}{\beta} \right)^{\alpha} \quad (3.2.14)$$

$$\mathcal{L}(\alpha, \beta, \rho) = n \log \alpha + \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i} (t_{i,k} - \rho t_{i,k-1}) - \alpha \beta \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i^{(+1)}} B_{i,k}$$

$$\text{where } B_{i,k} = \exp\left(\frac{t_{i,k} - \rho t_{i,k-1}}{\beta}\right) - \exp\left(\frac{t_{i,k-1} - \rho t_{i,k-1}}{\beta}\right) \quad (3.2.15)$$

식 (3.2.14)와 (3.2.15)는 ρ, α, β 에 대한 비선형 방정식이다. 따라서, 모수 ρ, α, β 의 최우 추정치를 구하는 것은 비제약 비선형 계획법 문제가 된다. 이와 같은 문제의 해법으로는 다양한 근사적 알고리즘이 개발되어 있는데 본 연구에서는 quasi-Newton 방법을 통해 최우 추정치를 구하였다. 최우 추정을 위한 문제와 기호를 정의하면 다음과 같다.

최대 우도 추정 문제

$$\min \mathcal{L}(\theta)$$

$$\text{subject to } \theta \in \Theta \subset R^3$$

$$\theta \quad (\rho, \alpha, \beta)$$

$$\Theta \quad \{(\rho, \alpha, \beta) \mid 0 \leq \rho \leq 1, \alpha > 1, \beta > 0\} ; \text{power-law 과정}$$

$$\{(\rho, \alpha, \beta) \mid 0 \leq \rho \leq 1, \alpha > 0, \beta > 0\} ; \text{log-linear 과정}$$

$$\mathcal{L}(\theta) \quad \text{대수 우도 함수}$$

$$\theta^{(k)} \quad k \text{ 번째 해의 추정치, } k = 0, 1, 2, \dots$$

$$g^{(k)} \quad k \text{ 번째 해의 추정치에 대한 법선 벡터}$$

$$= \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho}(\theta^{(k)}), \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \alpha}(\theta^{(k)}), \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \beta}(\theta^{(k)}) \right)$$

$$H_k \quad k \text{ 번째 해의 추정치에 대한 역 헤시안(inverse Hessian) 행렬}$$

$$d_k \quad k \text{ 번째 탐색 방향}$$

$$\alpha_k \quad k \text{ 번째 이동 길이}$$

$$s_k \quad \theta^{(k+1)} - \theta^{(k)}$$

$$y_k \quad g^{(k+1)} - g^{(k)}$$

$$\varepsilon \quad \text{수렴 한계}$$

위의 문제에 대해 quasi-Newton 방법에 의해 최우 추정을 하는 절차는 다음과 같다.

PAR 모형 모수 추정을 위한 알고리즘

초기화 초기해 결정

$$\theta^{(0)}, \theta^{(1)}, H_1, k=1$$

단계 1 수렴도 검정

$$|\theta^{(k)} - \theta^{(k-1)}| < \varepsilon \text{ 이면 종료}$$

단계 2 탐색 방향 d_k 결정

$$d_k = -H_k \cdot g^{(k)}$$

단계 3 이동 길이 α_k 계산

$$\max \mathcal{L}(\theta^{(k)} + \alpha_k d_k)$$

$$\text{subject to } \theta^{(k)} + \alpha_k d_k \in \Theta \subset R^3, \alpha_k > 0$$

단계 4 해의 추정치 수정

$$\theta^{(k+1)} \leftarrow \theta^{(k)} + \alpha_k d_k$$

Conjugate-gradient 방법에 의한 역 헤시안의 수정(update)

$$H_{k+1} = H_k + \frac{(s_k - H_k y_k) s_k^T + s_k (s_k - H_k y_k)^T}{y_k^T s_k} - \frac{(s_k - H_k y_k)^T y_k}{(y_k^T s_k)^2} s_k s_k^T$$

$$k \leftarrow k+1$$

단계 1로

그런데, 식 (3.2.14), (3.2.15)을 보면 ρ, α, β 의 추정량에 대한 충분 통계량 (sufficient statistic)이 존재하지 않는다는 것을 알 수 있다. 따라서, 최대 우도 추정법에 의한 모수의 추정이 불안정한 특성을 나타낼 가능성이 있다. 그런데, 다음의 보조정리는 추가적인 모수 ρ 가 우도 함수의 단조성을 크게 증가시키지는 않는 것을 보여 준다.

보조정리 3.2.2

다음과 같은 $\mathcal{L}(\alpha, \beta, \rho)$ 에서 α, β 가 기지이고 $\alpha \geq 2$ 이면, 대수 우도 함수는 ρ 에 대해 concave 함수이다.

$$\mathcal{L}(\alpha, \beta, \rho) = n \log \alpha - n \alpha \log \beta + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i} \log(t_{i,k} - \rho t_{i,k-1}) - \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i} A_{i,k}$$

$$\text{where } A_{i,k} = \left(\frac{t_{i,k} - \rho t_{i,k-1}}{\beta} \right)^\alpha - \left(\frac{t_{i,k-1} - \rho t_{i,k-2}}{\beta} \right)^\alpha$$

(증명) 대수 우도 함수의 2차 편미분은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \rho^2} = -(\alpha - 1) \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i} \frac{t_{i,k-1}^2}{(t_{i,k} - \rho t_{i,k-1})^2} - \frac{\alpha(\alpha - 1)}{\beta^2} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i} t_{i,k-1}^2 A_{i,k}^3$$

$$\text{where } A_{i,k}^3 = \left(\frac{t_{i,k} - \rho t_{i,k-1}}{\beta} \right)^{\alpha-2} - \left(\frac{t_{i,k-1} - \rho t_{i,k-2}}{\beta} \right)^{\alpha-2}$$

위 식의 우변중 첫째항은 $\alpha \geq 2$ 인 범위에서 음의 값을 가진다. 또 $t_{i,k} - \rho t_{i,k-1}$ 과 $t_{i,k-1} - \rho t_{i,k-2}$ 은 모두 양수이고 $\alpha - 2 \geq 0$ 이므로 $A_{i,k}^3$ 는 양의 값을 갖는다. 따라서, 2차 편미분의 값은 음이 되고 대수 우도함수의 1차 편미분은 단조 감소한다. 따라서, 대수 우도 함수는 concave 형태를 갖는다. ■

보조정리 3.2.3

다음과 $\mathcal{L}(\alpha, \beta, \rho)$ 식에서 α, β 가 기지이면 대수 우도함수는 ρ 에 대해 concave 함수이다.

$$\mathcal{L}(\alpha, \beta, \rho) = n \log \alpha + \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i} (t_{i,k} - \rho t_{i,k-1}) - \alpha \beta \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i} B_{i,k}$$

$$\text{where } B_{i,k} = \exp\left(\frac{t_{i,k} - \rho t_{i,k-1}}{\beta}\right) - \exp\left(\frac{t_{i,k-1} - \rho t_{i,k-1}}{\beta}\right)$$

(증명) 대수 우도 함수의 2차 편미분은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \rho^2} = -\frac{\alpha}{\beta} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i} t_{i,k-1}^2 B_{i,k}$$

위 식의 $B_{i,k}$ 는 양이므로 2차 편미분은 음이 되고 대수 우도함수의 1차 편미분은 단조 감소한다. 따라서, 대수 우도 함수는 concave 형태를 갖는다. ■

PAR 모형에서 모수를 추정하는 비선형 계획법 문제는 세 개의 변수를 가진다. 그러나, power-law에서 β 에 대한 1계 도함수를 이용하면 변수를 두 개로 줄이는 것이 가능하다. 마찬가지로 log-linear에서도 α 에 대한 1계 도함수를 이용하면 변수를 두 개로 줄일 수 있다. Power-law 과정에서 β 에 대한 1계 도함수를 β 에 대해 풀면 다음의 관계를 얻을 수 있다.

$$\hat{\beta} = \left(\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i+1} \hat{A}_{i,k}^0 / n \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (3.2.16)$$

그리고, log-linear에 과정에서 α 에 대한 1계 도함수를 α 에 대해 풀면 다음의 관계를 얻는다.

$$\hat{\alpha} = n / \hat{\beta} \left(\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i+1} \hat{B}_{i,k} \right) \quad (3.2.17)$$

위의 식을 각각의 우도 함수에 대입하면 다음과 같이 ρ 와 α , 또는 ρ 와 β 에 대한 우도 함수를 얻을 수 있다.

$$\mathcal{L}(\alpha, \rho) = n \log \alpha + n \log n - n + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i} \log(t_{i,k} - \rho t_{i,k-1}) - n \log \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i+1} A_{i,k}^0$$

$$\text{with } \hat{\beta} = \left(\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i+1} \hat{A}_{i,k}^0 / n \right)^{\frac{1}{\alpha}}.$$

$$\text{where } A_{i,k}^0 = (t_{i,k} - \rho t_{i,k-1})^\alpha - (t_{i,k-1} - \rho t_{i,k-2})^\alpha$$

$$\mathcal{L}(\beta, \rho) = n \log n - n \log \beta - n + \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i} (t_{i,k} - \rho t_{i,k-1}) - n \log \left(\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i+1} B_{i,k} \right)$$

$$\text{with } \hat{\alpha} = n / \hat{\beta} \left(\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i+1} \hat{B}_{i,k} \right).$$

위의 식을 이용하면 모수 추정의 계산상 시간을 단축시키는 것이 가능하다.

예방보수가 있는 계통의 고장자료에 대한 모수 모형도 예방보수가 없는 계통의 경우와 마찬가지로 power-law 과정과 log-linear 과정의 두가지를 고려한다. m 개의 동일한 계통이 각각 $t_i^* (i=1, 2, \dots, m)$ 동안 관찰된 고장자료가 있을때 m 개의 계통 고장시간에 대한 대수 우도 함수(log likelihood function)을 구하면 다음과 같다.

$$\ln L = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{r_i} \left[\sum_{k: \tau_{i,j-1} < t_{ik} < \tau_{i,j}} \ln \lambda_1(t_{ik} - \rho \tau_{i,j-1}) - \int_{\tau_{i,j-1}}^{\tau_{i,j}} \lambda_1(s - \rho \tau_{i,j-1}) ds \right] \quad (3.2.18)$$

그러므로, 3.2.5절에서 유도된 결합 확률분포를 두 과정에 작용하면 각각 (3.2.19), (3.2.20)과 같은 우도 함수를 얻을 수 있다.

$$\mathcal{L}(\alpha, \beta, \rho) = n \log \alpha - n \alpha \log \beta + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{r_i} \sum_{k=1}^{n_{ij}} \log(t_{i,j,k} - \rho \tau_{i,j-1}) - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{r_i} C_{i,j}$$

$$\text{where } C_{i,j} = \left(\frac{\tau_{i,j} - \rho \tau_{i,j-1}}{\beta} \right)^{\alpha} - \left(\frac{\tau_{i,j-1} - \rho \tau_{i,j-2}}{\beta} \right)^{\alpha} \quad (3.2.19)$$

$$\mathcal{L}(\alpha, \beta, \rho) = n \log \alpha + \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{r_i} \sum_{k=1}^{n_{ij}} (t_{i,j,k} - \rho \tau_{i,j-1}) - \alpha \beta \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{r_i} D_{i,j}$$

$$\text{where } D_{i,j} = \exp\left(\frac{\tau_{i,j} - \rho \tau_{i,j-1}}{\beta}\right) - \exp\left(\frac{\tau_{i,j-1} - \rho \tau_{i,j-2}}{\beta}\right) \quad (3.2.20)$$

이를 이용한 최대 우도 추정 문제는 예방보수가 없는 계통의 경우와 동일하다. 따라서, 비선형 계획법 문제에 대한 해법에 대한 설명은 중복을 피하기 위해 생략하도록 한다. 예방보수가 있는 경우에도 ρ 에 대한 단조성을 증명할 수 있다. 증명 방법은 예방보수가 없는 경우와 유사하므로 본 연구에서는 증명없이 단조성에 대한 따름정리만을 제시하도록 한다.

따름정리 3.2.1

다음과 같은 $\mathcal{L}(\alpha, \beta, \rho)$ 에서 α, β 가 기지이고 $\alpha \geq 2$ 이면, 대수 우도 함수는 ρ 에 대해 concave 함수이다.

$$\mathcal{L}(\alpha, \beta, \rho) = n \log \alpha - n \alpha \log \beta + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{r_i} \sum_{k=1}^{n_{ij}} \log(t_{i,j,k} - \rho \tau_{i,j-1}) - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{r_i} C_{i,j}$$

$$\text{where } C_{i,j} = \left(\frac{\tau_{i,j} - \rho \tau_{i,j-1}}{\beta} \right)^{\alpha} - \left(\frac{\tau_{i,j-1} - \rho \tau_{i,j-2}}{\beta} \right)^{\alpha}$$

따름정리 3.2.2

다음과 같은 $\mathcal{L}(\alpha, \beta, \rho)$ 에서 α, β 가 기지이면 대수 우도함수는 ρ 에 대해 concave 함수이다.

$$\mathcal{L}(\alpha, \beta, \rho) = n \log \alpha + \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{r_i} \sum_{k=1}^{n_{ij}} (t_{i,j,k} - \rho \tau_{i,j-1}) - \alpha \beta \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{r_i} D_{i,j}$$

$$D_{i,j} = \exp\left(\frac{\tau_{i,j} - \rho \tau_{i,j-1}}{\beta}\right) - \exp\left(\frac{\tau_{i,j-1} - \rho \tau_{i,j-1}}{\beta}\right)$$

또한 세 개의 모수로 구성된 우도 함수가 예방보수가 없는 계통과 마찬가지로 1계 도함수를 풀어 두 개의 모수로 단순화 시키는 것이 가능하다. power-law 과정과 log-linear 과정에 대한 단순화된 대수 우도 함수는 각각 다음과 같다.

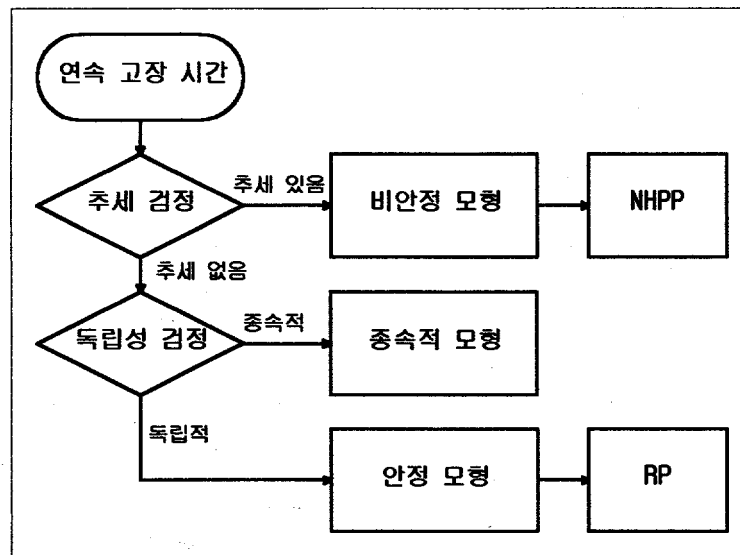
$$\mathcal{L}(\alpha, \rho) = r \log r + r \log \alpha - r + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i+1} \sum_{j=1}^{r_{ik}} \log(t_{i,k,j} - \rho \tau_{i,k-1}) - r \log\left(\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i+1} C_{i,k}\right)$$

$$\text{with } \hat{\beta} = \left(\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i+1} C_{i,k}^0 / n \right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

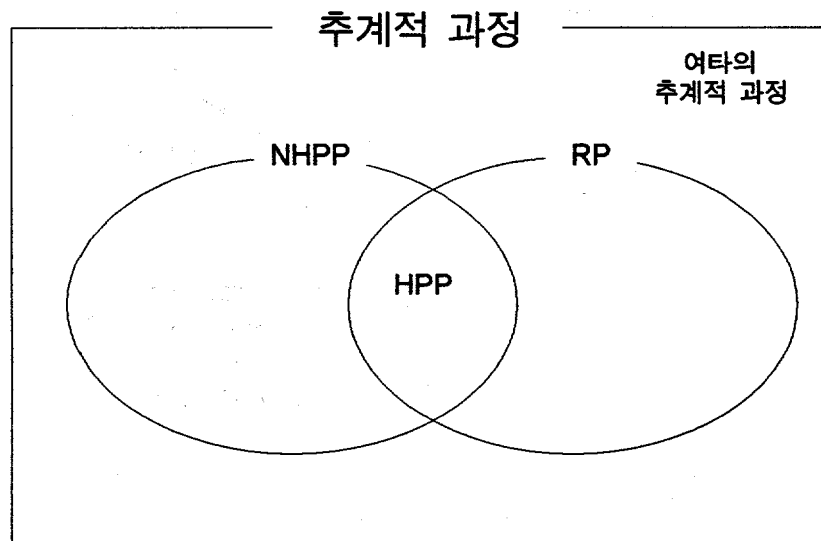
$$\text{where } C_{i,k}^0 = (\tau_{i,k} - \rho \tau_{i,k-1})^\alpha - (\tau_{i,k-1} - \rho \tau_{i,k-1})^\alpha$$

$$\mathcal{L}(\alpha, \rho) = r \log r - r \log \beta - r + \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i+1} \sum_{j=1}^{r_{ik}} (t_{i,k,j} - \rho \tau_{i,k-1}) - r \log\left(\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i+1} D_{i,k}\right)$$

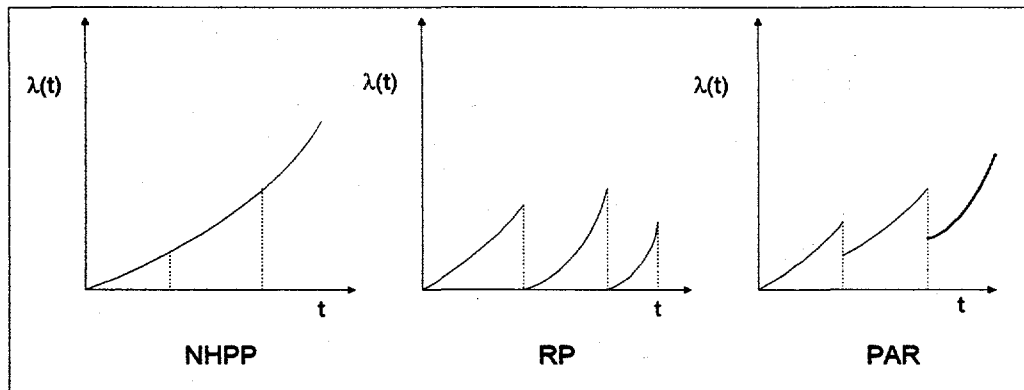
$$\text{with } \hat{\alpha} = r / \hat{\beta} \left(\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_i+1} D_{i,k} \right)$$



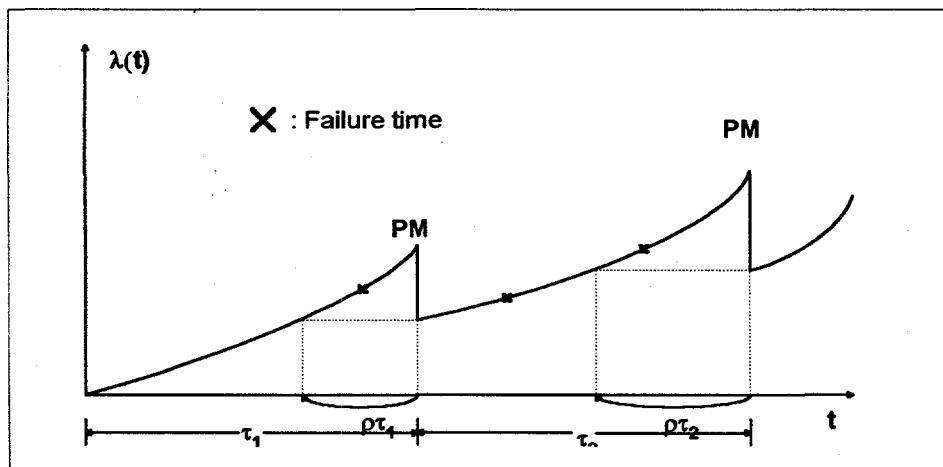
[그림 3.2.1] 수리 가능한 기기의 고장 모형 선택 과정



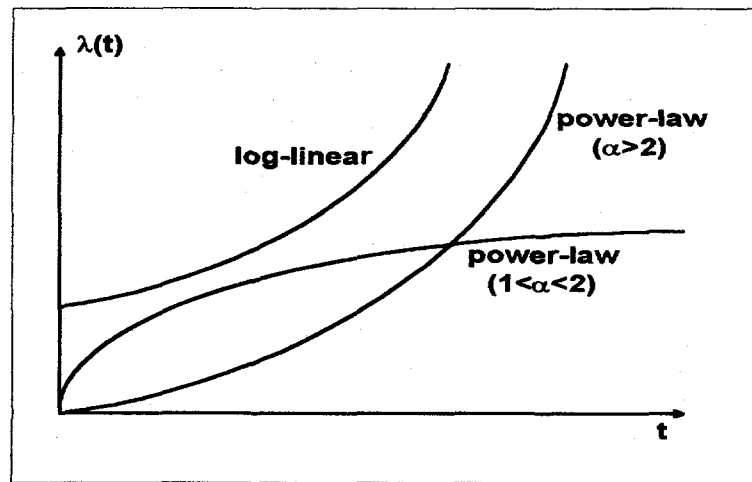
[그림 3.2.2] HPP, NHPP, RP의 관계



[그림 3.2.3] NHPP, RP, PAR 모형의 고장 강도 추이



[그림 3.2.4] 예방 보수가 있는 기기의 PAR 모형



[그림 3.2.5] 고장 강도 함수의 형태

제 4 장 동적 신뢰도 분석 관련 연구

제 1 절 가속 시뮬레이션에 관한 연구

1. 연구 목적

계통의 구성 기기수가 증가하고 구조도 복잡해짐에 따라 그 계통에 대한 분석도 더욱 복잡해지고 있다. 특히 원자력 발전소와 같은 방대한 계통의 경우 신뢰성 분석 방법은 매우 복잡하며 다양한 방향에서의 접근을 요구한다.

계통 신뢰성 분석 방법으로는 해석적 방법, 근사적 방법 그리고 시뮬레이션 등을 사용하는 데 복잡한 계통의 경우 해석적 방법은 상당한 어려움이 따르고 불가능한 경우가 대부분이다. 따라서 주로 근사적 방법과 시뮬레이션을 이용하는데 신뢰성이 상당히 높은 계통의 경우는 시뮬레이션을 통해 계통의 동적 행태를 분석하게 된다. 시뮬레이션을 통해 특정 시점의 신뢰도를 구하고 계통의 고장 자료를 얻고 이를 통해 계통의 고장 확률 또는 고장 분포, 신뢰도 함수, 고장율 함수 등을 구할 수 있다.

그러나 이러한 시뮬레이션은 계통의 동적 혹은 정적 행태에 따라 소요되는 노력 정도에 상당한 차이가 따른다. 예를 들어 계통의 고장 확률이 10^{-10} 이고 표본 크기가 1000이라면, 실험 회수는 10^{13} 정도가 된다. 이 정도가 되면 유의한 자료를 얻기 위해서 시뮬레이션에 소요되는 노력(시간)은 상당한 부담이 된다. 이러한 연유로 시뮬레이션을 좀 더 빠르게 수행하면서 동시에 같은 수준의 정확성을 갖는 결과를 얻을 수 있는 방법들을 모색하게 된다.

일반적인 시뮬레이션보다 소요되는 노력을 줄일 수 있는 여러 가지 기법들이 제안 및 연구되어 왔으며, 크게 혼합형 기법, 외삽 기법, 그리고 분산 축소 기법의 3가지 정도로 분류할 수 있다. 혼합형 기법(hybrid technique)은 시뮬레이션과 근사식을 적절히 섞어 근사값을 추정하는 방법으로, 전체 계통을 여러 개의 하부 계통으로 나누어 시뮬레이션과 근사식을 이용하는 분해 방법

(decomposition)과 조건부 기대값(conditional expectation)을 이용하는 방법 등이 있다. 외삽 기법(extrapolative technique)은 시뮬레이션의 결과를 이용하여 실험 변수의 극단값들에 대한 분포를 추정하는데 이용되는 꼬리 외삽 기법(tail extrapolation)과 극단값 이론(extreme value theory) 등으로 이루어 진다. 다음은 가속 시뮬레이션에서 많이 쓰여지는 분산 축소 기법(variance reduction technique)으로, 이에는 공통 난수 기법, 대조 샘플링, 제어 변량 기법, 간접 시뮬레이션, 중요도 샘플링, 그리고 재시작 기법 등이 있다. 공통 난수 기법이란 비교 대상인 두 시뮬레이션을 같은 난수를 이용하여 수행함으로써 그 차이를 알아 내는 방법이고, 대조 샘플링은 공통 난수 기법과 반대로 서로 대응하는 난수를 이용하는 방법이다. 중요도 샘플링과 재시작 기법은 본 절의 주요 내용이므로 이후에 기술한다[Law91].

신뢰성이 매우 높은 안정적인 계통에 대한 가속 시뮬레이션은 앞에서 기술된 여러 가지 기법들 중에서 중요도 샘플링과 재시작 기법을 주로 이용하고 있다. 이 두가지 기법들은 시뮬레이션에 의한 결과 자료들의 분산을 줄여 소요되는 시간을 절감하는 방식이다. 다시 말하면 동일한 시간 동안 일반적인 시뮬레이션을 한 결과와 가속 시뮬레이션의 결과를 비교하면 후자의 결과가 더 믿을만 한 것이 된다. 그러나 가속화의 과정에서 계통의 동적 행태에 수정을 가하기 때문에 가속 시뮬레이션을 통하여 얻을 수 있는 것은 계통의 동적 행태에 대한 자료보다는 그 계통의 특정한 척도치들이다. 이러한 척도치로는 정적인 계통에서의 고장 확률, 특정 시점의 신뢰도, 가용도 등과 동적 계통에서의 평균 고장 시간, 특정 시점의 신뢰도 등이 있다.

2. 중요도 샘플링

중요도 샘플링이란 계통의 동적 혹은 정적 행태를 결정하는 확률 분포를 변형하여 얻고자 하는 희귀한 사건을 보다 자주 일으키게 하는 기법이다. 이렇게 변형된 확률 분포에 의한 결과는 실제 계통의 결과와는 다를 것이므로 이를 보정하여 실제 결과의 경우로 수정을 하게 된다. 이러한 중요도 샘플링의 과정에서 가장 핵심이 되는 부분은 확률 분포를 어떻게 변형할 것인가 하는 것이다. 확률

분포의 알맞은 변형에 대한 일반적인 방법은 제시된 것이 없고 특정한 형태에 대한 변형 방법들이 몇 가지 있으며 주로 경험적인 방법들을 쓰고 있다.

가. 중요도 샘플링의 원리

전통적인 몬테카를로 시뮬레이션에서 $E_f[h(X)]$ 를 계산하는 경우를 생각해 보자. 이것의 실제 해석적인 값은

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(x) dF(x)$$

(단, f 는 x 의 확률 밀도 함수를 나타낸다.)

이며, 일반 시뮬레이션에서는

$$\sum_{i=1}^n h(x_i)/n$$

(단, n 은 표본 크기이며 x_i 는 i 번째 실험 결과이다.)

으로 계산된다. 여기서 $h(x)$ 라는 것은 시뮬레이션의 결과로 얻어지는 x 라는 사건에 대한 함수로 예를 들면 계통의 고장 확률 함수로 생각할 수 있다. 사건 x 가 계통의 고장 집합의 한 사건이면 그 함수값은 1이 되고 그렇지 않으면 0 값을 주게 된다. 이런 경우의 $E_f[h(X)]$ 는 계통의 평균 고장 확률이 된다. 만약 해당 계통의 신뢰성이 매우 높아 함수값이 1이 되는 사건이 상당히 희귀하다면 유의한 수준의 평균 고장 확률을 얻으려 오랜 시간을 소요하게 될 것이다. 따라서 이런 희귀한 사건을 보다 자주 발생시킬 수 있는 새로운 확률 밀도 함수 g 를 정의하고 이 g 로부터 사건들을 발생시키는 시뮬레이션을 시행한다. 이를 수식으로 나타내면

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(x) \frac{f(x)}{g(x)} dG(x) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) dF(x)$$

이 되며, 시뮬레이션에 의한 계산식은

$$\sum_{i=1}^n h(x_i) \frac{f(x_i)}{g(x_i)} / n \cong \sum_{i=1}^n h(x_i) / n$$

이 된다. 수식에서도 알 수 있듯이 n 값이 충분히 크면 일반 시뮬레이션과 중요도 샘플링은 같은 결과를 낸다.

이제 이런 원리를 적용한 간단한 예제를 살펴 보자. 대상 계통은 3개의 부품으로 구성된 정적 병렬 계통이다. 세 부품의 작동 확률은 각각 0.92, 0.91, 0.94(f 에 해당한다)라 하고 실험 회수(n)를 3000이라 하면 일반 시뮬레이션의 경우 계통의 고장 확률은 0.017이고 분산은 0.016이다. 동일한 상황에서 중요도 샘플링을 적용하여 세 부품의 작동 확률을 모두 0.5(g 에 해당한다)로 바꾸면 그 실험 결과는 동일한 평균에 분산이 0.00044로 상당히 줄어든다. 이 결과에서 주목할 부분은 바로 감소된 분산인데 이것은 실험의 정확성이 뛰어난 것을 의미한다. 동일한 시간 동안 실험을 할 경우 중요도 샘플링을 적용하면 보다 정확한 결과를 얻을 수 있음을 의미하며, 같은 정확도를 기준으로 할 경우는 보다 빠른 시간 내에 결과를 얻을 수 있음을 동시에 알려 준다.

나. 적용 사례

중요도 샘플링의 실제적인 적용은 주로 대기 계통에 관련된 것으로 최근에 많은 관심을 모으고 있는 통신 분야, 더 정확히 말하면, ATM 망의 성능 분석에 이용되고 있다. 가능한 적용 분야는 대체로 계통의 고장 확률과 대기 계통의 성능 분석의 두 부문 정도인데 계통의 특성 상, 중요도 샘플링에 관한 연구는 대부분 대기 계통에 한정되어 있다. 계통의 고장 분석 부문은 주로 이론적인 접근이 이루어져 왔는데, 실제 계통에 대한 분석보다는 이론적인 수렴성 조건을 구하는 방법이나 분산의 축소 한계를 보장하는 방법등에 관한 것들이 그것이다.

(1) 이산시간 마코프 연쇄(Discrete Time Markov Chain)에의 적용

이산시간 마코프 연쇄는 전이 행렬 F , 초기 확률 분포 μ , 상태 변수 x 와 그

에 대한 함수 h 로 구성되어 있다. 여기서 전이 행렬 F 는 계통의 행태를 결정하는 가.에서의 확률 밀도 함수에 해당한다. 예를 들어 다음의 값을 시뮬레이션을 통해 구하고자 한다고 하자.

$$E_P[h(X_0, X_1, \dots)] \quad (4.1.1)$$

여기서 $X = \{X_n: n \geq 0\}$ 는 전이 행렬 F 와 초기 확률 분포 μ 를 갖는 이산시간 마코프 연쇄이고, $E_P(\cdot)$ 는 X 의 표본 경로 공간 상에서의 기대값이다. 또, $S = \{0, 1, \dots\}$ 를 X 의 상태 공간이라 할 때, F 와 μ 를 각각 $F = (P(i, j): i, j \in S)$ 와 $\mu = (\mu(i): i \in S)$ 로 나타내고 h 가 고정된 시점 n 까지의 X 의 궤적에 의존한다면,

$$h(X_0, X_1, \dots) = h(X_0, X_1, \dots, X_n)$$

가 되어 식(4.1.1)을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E_P[h(X_0, X_1, \dots, X_n)] = \sum_{i_0, \dots, i_n} h(i_0, \dots, i_n) \mu(i_0) \prod_{k=0}^{n-1} P(i_k, i_{k+1}) \quad (4.1.2)$$

이제 중요도 샘플링을 적용해 보자. 위의 마코프 계통의 행태를 묘사하는 것이 F 와 μ 이므로 이에 대응하는 새로운 전이 행렬과 초기 확률 분포를 정의한다. 그것을 각각 K 와 ν 라 하면, 중요도 샘플링에 의한 수식은 다음과 같다.

$$E_K[h(X_0, X_1, \dots, X_n) \frac{\mu(X_0)}{\nu(X_0)} \prod_{k=0}^{n-1} \frac{P(X_k, X_{k+1})}{K(X_k, X_{k+1})}] \quad (4.1.3a)$$

$$= \sum_{i_0, \dots, i_n} h(i_0, \dots, i_n) \frac{\mu(i_0)}{\nu(i_0)} \prod_{k=0}^{n-1} \frac{P(i_k, i_{k+1})}{K(i_k, i_{k+1})} \quad (4.1.3b)$$

이를 간단히 $E_K[h(X) L_n(P, K)]$ 로 나타낸다.

이산시간 마코프 연쇄의 중요도 샘플링에서 그 결과의 성능을 좌우하는 것도 가.에서 기술한 바와 같이 새로운 확률 분포를 어떻게 정의할 것인가 하는 문제이다. 즉, 새로운 전이 행렬 K 와 초기 확률 분포 ν 를 어떻게 만들어 내는가에 그 성패가 달려 있다. 이러한 새로운 확률 분포의 결정에 관한 연구는 Glynn의 개론적인 이론[Glynn89]과 실제적인 적용이 가능한 고장 가속화[Strickland93]와

편차 이론(Large Deviation Theory)을 적용한 방법[Cottrel83], 그리고 Frobenius-Perron 정리에 의한 분산 축소 조건[Glynn94] 등이 있다. 우선 Glynn의 개론적인 이론에 대해 설명하고 나머지는 이후에 기술하겠다.

식(4.1.3)이 실제로 시뮬레이션을 통해 구해지는 과정은 K 와 ν 로부터 상태 변수 X 를 발생시키면 이 상태 변수의 변화 궤적을 따라 $U_i = h(x_i)$ 가 계산되고 n 번의 실험을 통한 표본 평균으로 식(4.1.3a)의 값이 구해진다. 이렇게 구해진 추정값의 효용성을 분석하기 위해 시뮬레이션에 할당된 시간을 t 라 하고, U_i 를 계산하는 데 걸리는 컴퓨팅 시간을 β_i 라 하면, 시간 t 까지의 실험 회수는 다음과 같다.

$$N(t) = \begin{cases} \max \{ n \geq 1 : \beta_1 + \dots + \beta_n < t \} & , \beta_1 < t \\ 0 & , \beta_1 \geq t \end{cases}$$

또한 이에 따른 추정값은 다음과 같다.

$$\bar{U}(t) = \begin{cases} (U_1 + \dots + U_{N(t)}) / N(t) & , N(t) \geq 1 \\ 0 & , N(t) = 0 \end{cases}$$

이에 관련된 몇가지 정리들을 Glynn의 연구논문에서 찾아 볼 수 있으며, 결국 이러한 중요도 샘플링에서 단순히 U_i 의 분산을 감소시키는 것 만으로는 그 효용성을 보장할 수 없고 U_i 를 계산하는 데 걸리는 컴퓨팅 시간 β_i 에 대한 분산도 고려하여야 한다는 것이다[Glynn89]. 이와 관련된 연구는 여러 논문에서 찾아 볼 수 있다[Shahabuddin94, Goyal92]. 그러나 이러한 연구들은 실제적인 해답을 제시하기 보다는 이론적인 틀을 제시하는 수준에 그치므로 실제적인 적용에는 어려움이 많다.

(2) 고장 가속화(failure biasing)

앞에서 기술한 이론적인 연구와 병행하여 실제적이고 경험적인 방법들도 연구되었는데 고장 가속화가 대표적이다. 고장 가속화란 중요도 샘플링의 기본 개념을 그대로 적용한 기법으로 계통의 고장 확률을 알아 내기위한 시뮬레이션에서,

신뢰성이 매우 높아 계통의 고장 사건이 상당히 희귀한 경우에 계통의 고장 쪽으로 가는 상태 전이 확률을 상대적으로 높여 주어 고장을 보다 빠르게 일으키는 방법이다. 이 고장 가속화에 관한 연구로 기본적인 두가지 방법에 대해서 설명한다[Strickland93, Shahabuddin94]. 예를 들어 설명하기 위해 [그림 4.1.1]과 같은 대상 계통을 선정한다. 여기서 유형 1은 고장과 수리율이 각각 ε^2 , μ 이고, 유형 2는 ε , μ 이고, ε 은 μ 에 비해 상당히 작은 값이다. 이 계통은 연속시간 마코프 연쇄를 구성하므로, 고장 가속화를 적용하기 위해 이산시간 마코프 연쇄로 변환을 하여야 한다. 이 과정에서 상태 전이 확률은 본래 계통에서 한 상태를 빠져나가는 모든 전이율(transition rate)에 대한 해당 상태로의 전이 사건 발생률(고장, 또는 수리)로 정의된다. 이렇게 변환된 이산시간 마코프 연쇄를 그림으로 나타내면 [그림 4.1.2]와 같다. [그림 4.1.2]를 보면 계통 구성 부품의 고장 사건 발생 확률이 수리 사건보다 월등히 낮아 계통의 고장 사건이 거의 일어나지 않을 것임을 알 수 있다. 이제 부품의 고장 확률은 높이고 수리 확률은 낮춰, 보다 자주 계통 고장을 발생시켜 보자. 이러한 고장 가속화 방법에는 크게 단순 가속화법(simple biasing)과 균형적인 가속화법(balanced biasing)이 있다. 그 이외에 몇 논문에서 시도된 다양한 경험적, 또는 이론적인 방법들이 있다 [Shahabuddin94]. 기본적으로 위의 두가지 방법은 공통적으로 각 상태에서 모든 고장 확률의 합을 δ 로 증가시켜 고장을 가속한다. 실험적인 연구에 따르면 δ 는 0.5에서 0.9사이 정도가 적당하다고 한다.

단순 가속화법의 경우는 각 고장 전이의 본래 확률에 비례적으로 δ 를 할당한다. 이를 전이 도식(transition diagram)으로 나타내면 [그림 4.1.3]과 같다. 균형적인 가속화법은 고장 전이 확률값에 상관없이 모든 고장 전이에 같은 확률을 할당하는 방법이다. 이를 전이 도식으로 나타내면 [그림 4.1.4]와 같다. 위 두가지 기법의 차이점은 우선 상태 (0, 0)에서의 고장 전이에서 나타난다. 단순 가속화법의 경우는 비례적으로 값을 할당하므로 확률값에 변화가 거의 없고(ε 은 상당히 작은 값이므로, 비례적인 할당의 경우 영향이 없는 것으로 간주한다.) 균형적인 방법은 고장 전이에 동일한 확률을 할당하므로 (1, 0)으로의 상태 전이 확률도 1/2이 된다.

$P(s, t)$ 를 상태 s 에서 상태 t 로의 본래의 전이 확률이라 하고, $P_I(s, t)$ 를 고장 가속화를 거친 전이 확률이라 하자. 그러면, 표본 경로 $x = (s_0, s_1, \dots, s_m)$ 의 발생 확률은 $P[x] = \prod_{i=1}^m P(s_{i-1}, s_i)$ 와 $P_I[x] = \prod_{i=1}^m P_I(s_{i-1}, s_i)$ 로 표현할 수 있다. 따라서 중요도 샘플링 추정량은 $L(x_i) = P[x_i]/P_I[x_i]$ 와 $h(x_i) = 1\{s_{m_i} \in F\}$ 로 구할 수 있다. 이를 수식으로 정리하면 다음과 같다. 계통의 고장 확률은

$$\begin{aligned} E[h(X)] &= \sum_{i=1}^n h(x_i) \prod_{i=1}^m P(s_{i-1}, s_i) \\ &= \sum_{i=1}^n h(x_i) \frac{\prod_{i=1}^m P(s_{i-1}, s_i)}{\prod_{i=1}^m P_I(s_{i-1}, s_i)} \prod_{i=1}^m P_I(s_{i-1}, s_i) \\ &= E_I \left[h(X) \frac{\prod_{i=1}^m P(s_{i-1}, s_i)}{\prod_{i=1}^m P_I(s_{i-1}, s_i)} \right] \end{aligned}$$

을 이용하여 구할 수 있다.

그러나, 중요도 샘플링의 서두에서부터 강조된 보장된 분산 축소의 측면에서 단순 가속화법은 문제가 있다. 이는 상대오차가 범위값으로 보장되지 못하기 때문이다. A 를 상태 0에서 시작하여 다시 상태 0이 되기 전에 계통 고장(F)에 이르는 표본 경로라 하자. 관찰을 통해 알 수 있듯이, 유형 2의 개별 부품의 고장과 일치하게

$$P[\tau_F < \tau_0] = P[A] = \Theta(\epsilon)$$

임을 알 수 있다. 따라서 $P[((0,0), (1,0))] = \Theta(P[A])$ 가 되며

$$P_i[((0,0), (1,0))] = \Theta(1)$$

이 제한된 상대 오차를 가져야 한다. 그러나 [그림 4.1.3]을 보면 $\Theta(\epsilon)$ 임을 볼 수 있다. 따라서 범위값으로 보장 받는 상대 오차를 갖지 못한다.

균형적인 가속화법에서는 $P_i[((0,0),(1,0))] = \Theta(1)$ 를 만족하며, 본래 확률에 비해 $P[A]$ 의 모든 다른 경로들이 높은 값을 갖기 때문에 상대 오차의 범위 값이 제한된다. Shahabuddin은 몇가지 가정하에서 균형적인 가속화법이 모든 경우에 제한적인 상대 오차를 가짐을 보여 주고 있다[Shahabuddin94]. 모든 상태에서의 고장 전이 확률이 균형화 되었으므로 다음이 성립함을 알 수 있다.

$$P_i[x] = \Theta(1), \quad \text{for all } x \in A$$

결론적으로 이런 균형적인 가속화법이 실제적인 적용에 있어서 최적의 중요도 샘플링 기법의 틀을 제시한다고 할 수 있겠다.

(3) 편차 이론(Large Deviation Theory)

A 를 관심있는 드문 사건(예를 들어 계통 고장)이라 하면, 일반적인 시뮬레이션을 통해 $P[A]$ 를 추정하는 것은 매우 어려운 일이다. 예를 들어 $P[A]$ 가 X_i 가 베르누이 변수인 표본 경로 $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 로부터 다음과 같이 추정된다면,

$$\widehat{P(A)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i,$$

그 표준 편차는 $\sqrt{P(A)(1-P(A))/n}$ 이 된다. 95% 신뢰 구간하에서 $P[A]$ 에 대한 오차가 20%이려면, $\sqrt{P(A)(1-P(A))/n} \leq 0.1$ 을 만족해야 하고, $P[A] \approx 10^{-4}$ 일 경우, 10^6 개의 표본이 필요하다.

우선 중요도 샘플링의 기본 기법을 적용하여 P 에 대응하는 새로운 확률 분포 P_I 라 하면, $P_I(A) \gg P(A)$ 이고, 그 추정치와 표준 편차는 다음과 같다.

$$\widehat{P(A)} = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n \frac{dP}{dP_I}(x_i) 1_A(x_i) \right)$$

$$\left(\int_A \left(\frac{dP}{dP_I} \right)^2(x) dP_I(x) - P(A)^2 \right)^{1/2}$$

여기서 중요도 샘플링으로 얻어진 표준편차가 P 에 의한 시뮬레이션으로 얻어지는 표준 편차보다 작아야 효율성이 있는 경우이다.

이 문제를 풀기 위해 특정한 상황을 설정하기로 하자. $X^\varepsilon(t)$ 는 R 에 대한 마코프 연쇄이고, $\varepsilon\mu_x$ 는 x 에서의 변동 분포(jump distribution)이며, $b(x)$ 는 μ_x 의 평균값이다. 여기서 $b(x)$ 가 $(-x)$ 의 부호를 따른다면, $x=0$ 일 때가 평형 상태이다. A 를 다음과 같이 정의하자.

$$A = \{ \omega \in \Omega \mid \omega(0)=0, (\forall t \in R_+) \omega(t) > 0, (\exists t \in R_+) \omega(t) \geq a \}$$

A 라는 사건은 X 가 상태 0에 도달하기 전에 a 를 통과하는 경우이다.

μ_x^* 가 v_x 에 의해 지수 변환된 확률 분포라 하면, μ_x 와 $\widehat{\mu}_x$ 로부터 다음을 얻을 수 있다. 단, $\widehat{\mu}_x$ 는 μ_x 의 라플라스 변환식이다.

$$d\mu_x^*(y) = \frac{e^{v_x \cdot y}}{\widehat{\mu}_x(v_x)} d\mu_x(y) \quad (4.1.4)$$

이에 관한 보다 자세한 내용은 [Cottrel83]을 참조하고, 여기서는 이의 실제적인 적용 예제를 설명하겠다.

다음과 같은 이산시간 마코프 연쇄를 생각해 보기로 하자.

$$X_0^\varepsilon = x_0 \in R^m$$

$$X_{n+1}^\varepsilon = X_n^\varepsilon + \varepsilon V_n(X_n^\varepsilon, \omega)$$

μ_x 를 V_n 의 확률 분포라 하고, $b(x) = E[\mu_x]$ 라 하자. 또, μ_x 를 다음과 같이 정의하면,

$$\mu_x(1) = a, \quad \mu_x(-1) = 1-a$$

은 랜덤 워크나 M/M/1 대기 계통의 경우와 같다. 이제 μ_x 의 라플라스 변환식

을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\widehat{\mu}_x(s) &= \int_{R^n} \exp(s, z) d\mu_x(z) \\ &= a e^s + (1-a) e^{-s}\end{aligned}$$

식(2.4)를 이용하여 μ_x^* 를 구하기 위해 $\widehat{\mu}_x(s)=1$ 을 만족하는 s 를 구하면,

$$a e^s + (1-a) e^{-s} = 1$$

$$\therefore s = \ln(a/(1-a))$$

이 되고, 따라서 지수 변환된 확률 분포는 다음과 같다.

$$\mu_x^*(1) = e^s \mu_x(1) / \widehat{\mu}_x(s) = e^s a / 1 = (1-a)$$

$$\mu_x^*(-1) = e^{-s} \mu_x(-1) / \widehat{\mu}_x(s) = e^{-s} (1-a) / 1 = a$$

이렇게 새로운 확률 분포를 적용하여 중요도 샘플링을 하면 편차 이론에 의해 그 효율성을 보장할 수 있다.

(4) FP 정리(Frobenius-Perron theorem)를 이용한 분산 축소 조건

앞서 기술한 중요도 샘플링의 원리에서의 기호를 그대로 적용하여, ν 와 K 를 새로운 초기 분포와 전이 확률 행렬이라 하고 a 를 추정하려는 값이라 하면, 그 분산은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\text{var}_K[YL_n] &= E_K Y^2 L_n^2 - (E_K Y L_n)^2 \\ &= E_K Y^2 L_n^2 - a^2\end{aligned}$$

여기서 a 는 K 에 무관하므로, 분산의 크기를 결정하는 요소는 다음과 같다.

$$E_K Y^2 L_n^2 = \sum_{x_0, \dots, x_n} h^2(x_0, \dots, x_n) \frac{\mu^2(x_0)}{\nu^2(x_0)} \prod_{i=0}^{n-1} \frac{P^2(x_i, x_{i+1})}{K(x_i, x_{i+1})} \quad (4.1.5)$$

$G = (G(x, y) : x, y \in S)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$G(x, y) = \begin{cases} P^2(x, y)/K(x, y) & , \quad P(x, y) > 0 \\ 0 & , \quad P(x, y) = 0 \end{cases}$$

그리고, 행렬 F 가 irreducible이면, G 도 irreducible이다. G 가 명백히 비음 (non-negative)이므로, FP 정리를 적용할 수 있겠다. λ 를 G 의 FP 고유치라 하고, g 를 고유 벡터라 하면,

$$\sum_y G(x, y)g(y) = \lambda g(x), \quad x \in S$$

$$\sum_y G(x, y)g(y)/(\lambda g(x)) = 1$$

이 성립한다. 또, $R = (R(x, y): x, y \in S)$ 을 $R(x, y) = G(x, y)g(y)/(\lambda g(x))$ 라 정의하면, R 은 행요소의 합이 1인 비음의 행렬이 된다. 이를 위식에 적용하면,

$$G(x, y) = \lambda g(x) R(x, y)/g(y),$$

$$\prod_{i=0}^{n-1} G(x_i, x_{i+1}) = \lambda^n \frac{g(x_0)}{g(x_n)} \prod_{i=0}^{n-1} R(x_i, x_{i+1}). \quad (4.1.6)$$

이 됨을 알 수 있다. 벡터 $\eta = (\eta(x): x \in S)$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$\eta(x) = \begin{cases} \gamma^{-1} \mu^2(x)/\nu(x), & \nu(x) \neq 0 \\ 0, & \nu(x) = 0 \end{cases}$$

$$\gamma = \sum_{x: \nu(x) \neq 0} \mu^2(x)/\nu(x)$$

이제 식(4.1.5)와 (4.1.6)을 이용하여 분산을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} E_K Y^2 L_n^2 &= \gamma \lambda^n \sum_{x_0, \dots, x_n} h^2(x_0, \dots, x_n) \eta(x_0) \prod_{i=0}^{n-1} R(x_i, x_{i+1}) g(x_0)/g(x_n) \\ &= \gamma \lambda^n E_R \left[h^2(X_0, \dots, X_n) \frac{g(x_0)}{g(x_n)} \right] \end{aligned}$$

정리 1 : F 가 irreducible이면,

$$\text{var}_K[YL_n] = \gamma \lambda^n E_R[Y^2 g(X_0)/g(X_n)] - \alpha^2$$

이 성립한다

이에 따르면 Y 의 크기는 n 차식 형태이다. 따라서, YL_n 의 분산은 λ^n 의 지수적 성질에 의해 결정된다. 다음의 따름정리에서는 λ 가 일반적으로 1보다 크다는

것을 알려 준다.

따름정리 1 : γ 와 λ 는 항상 1보다 크거나 같고, $\mu \neq \nu$ 이면 $\gamma > 1$ 이다. 또한,

F 가 irreducible이고, $P \neq K$ 이면 $\lambda > 1$ 이다.

(이 정리는 [Glynn94]의 부록에 증명되어 있다.)

결론적으로 일반적인 중요도 샘플링(즉, $P \neq K$)에서는 $\gamma\lambda^n$ 의 수열이 지수적으로 증가하므로, 분산이 일반 시뮬레이션의 경우보다 감소하려면, $E_R[Y^2 g(X_0)/g(X_n)]$ 의 값이 작도록 ν 와 K 를 정의해야 한다.

(5) 연속시간 마코프 연쇄(Continuous Time Markov Chain)에의 적용

연속시간 마코프 연쇄의 시뮬레이션은 상태 전이가 시간축에서 전개된다. 즉, 현 상태(current state)에서 전이되는 다음 상태를 결정하고, 현 상태에서 머무른 시간을 발생시키는 작업을 반복한다. n 회의 반복으로 시간축은 S_n 까지 이동한다. 여기서 S_n 은 $(n+1)$ 번째 상태에 도착하는 순간을 의미한다. $h(X)$ 를 추정하는 문제에서 우선 $h(X(t): 0 \leq t \leq S_n)$ 을 고려해 보자. U_i 가 i 번째 상태이고 V_i 는 그 상태에서 머문 시간이라 하면, $h(U_0, V_0, \dots, U_n, V_n)$ 로 표현할 수 있다. 여기서 U_i 는 전이 확률이 다음과 같이 주어지는 이산시간 마코프 연쇄에 따른다.

$$R(x_i, x_{i+1}) = Q(x_i, x_{i+1})/q(x_i)$$

여기서 Q 는 이 연속시간 마코프 연쇄의 발생 행렬(generator)이고, q 는 해당 상태에서 다른 상태로의 전이율(transition rate)의 합을 나타낸다. 그리고, $q(x_i) = -Q(x_i, x_i)$ 일 때는 $R(x_i, x_i) = 0$ 이다. 이제 $h(X)$ 를 추정하는 수식을 일반 시뮬레이션과 중요도 샘플링에서의 경우로 나누어 설명하겠다.

$$\begin{aligned}
a &= E_Q h(X(t): 0 \leq t \leq S_n) \\
&= E_Q h(U_0, V_0, \dots, U_n, V_n) \\
&= \sum_{u_0, \dots, u_n} \int_0^\infty \dots \int_0^\infty h(u_0, v_0, \dots, u_n, v_n) \mu(u_0) \cdot \prod_{j=0}^{n-1} R(u_j, u_{j+1}) \\
&\quad \cdot \prod_{j=0}^n q(u_j) \cdot \exp(-q(u_j)v_j) dv_0 \dots dv_n \\
&= \sum_{u_0, \dots, u_n} \int_0^\infty \dots \int_0^\infty h(u_0, v_0, \dots, u_n, v_n) \mu(u_0) \cdot \prod_{j=0}^{n-1} Q(u_j, u_{j+1}) \\
&\quad \cdot \exp(-q(u_j)v_j) dv_0 \dots dv_n
\end{aligned}$$

γ 와 A 를 각각 중요도 샘플링을 위해 새로이 정의된 초기 분포와 발생 행렬이라 하면,

$$\begin{aligned}
a &= E_A h(U_0, V_0, \dots, U_n, V_n) L_n(Q, A) \\
&= E_A h(X(t): 0 \leq t \leq S_n) L_n(Q, A)
\end{aligned}$$

$$(\text{단, } L_n(Q, A) = \frac{\mu(U_0)}{\gamma(U_0)} \prod_{j=0}^{n-1} \frac{Q(U_j, U_{j+1})}{A(U_j, U_{j+1})} \exp\left(\int_0^{S_n} (a(X(s)) - q(X(s))) ds\right))$$

이 된다. 이제 예제를 들어 연속시간 마코프 연쇄에서의 중요도 샘플링의 적용법을 설명하겠다. [그림 4.1.5]와 같은 대상 계통을 생각해 보자. 각 상태에서의 전체 전이율의 합을 일정하게 하여 새로운 계통을 [그림 4.1.6]처럼 구성할 수 있다. 각 상태에서의 총 전이율이 같게 변환되었으므로, 위식에서의 L_n 에서 $\exp(\cdot)$ 식의 값은 1이 된다. 본 예제에서 추정하고자 하는 함수값($E[h(X)]$)은 계통의 평균 고장 시간(MTTF, mean time to failure)이며, 따라서 각 상태 전이에서 다음 전이가 발생할 때까지의 시간(그 상태에 머문시간)도 발생시켜야 한다. 예를 들어, 상태 전이가 (0, 1, 0, 1, 2)로 되었다면, 이 표본 경로에 대한 실험값은 다음과 같이 계산된다.

$$(X_1 + Y_1 + X_2 + Y_2) \cdot \frac{P_{01} P_{10} P_{01} P_{12}}{P_{01} P_{10} P_{01} P_{12}}$$

$$= (X_1 + Y_1 + X_2 + Y_2) \cdot \frac{1 \cdot \frac{9}{10} \cdot 1 \cdot \frac{1}{10}}{1 \cdot \frac{8}{10} \cdot 1 \cdot \frac{2}{10}}$$

여기서 X_i 와 Y_i 는 각각 i 번째 상태 0과 1에 방문하여 머문 시간을 나타내는 변수 이고, 각각 $\text{Exp}(1)$ 과 $\text{Exp}(10)$ 을 따른다. 이러한 실험을 반복하여 그 평균값으로 평균 고장 시간에 대한 추정값을 구할 수 있다.

실제로 [그림 4.1.5]의 계통으로 시뮬레이션을 한 것과 [그림 4.1.6]의 계통으로 중요도 샘플링 시뮬레이션을 한 것을 비교해 보면, 의외로 후자의 경우가 분산이 더 크다. 이것은 중요도 샘플링의 적용 의도와는 너무나 상이한 결과이다. 이러한 결과가 나온 이유는 중요도 샘플링의 원리에 관련된 문제라기 보다는 시뮬레이션으로 얻고자 하는 척도에 관련된 문제라 할 수 있다. 이제 이렇게 분산이 증가된 이유에 대해 설명하겠다. 시뮬레이션을 통해 얻어지는 결과 자료들은 대상 계통이 마코프 연쇄를 따르므로 사건의 순서(sequences)에 의존하게 된다. 이러한 사건 순서의 조합은 무한(infinite)하며 다음의 순서로 생각할 수 있다.

$$\begin{array}{ll} \textcircled{0} \rightarrow \textcircled{1} \rightarrow \textcircled{2} & \text{-- (7)} \\ \textcircled{0} \rightarrow \textcircled{1} \rightarrow \textcircled{0} \rightarrow \textcircled{1} \rightarrow \textcircled{2} & \text{-- (L)} \\ \vdots & \\ \textcircled{0} \rightarrow \textcircled{1} \rightarrow \dots \rightarrow \textcircled{0} \rightarrow \textcircled{1} \rightarrow \textcircled{2} & \text{-- (C)} \\ \vdots & \end{array}$$

원문자는 계통의 상태를 나타내고 화살표는 상태 전이를 나타낸다. 이러한 경우에 중요도 샘플링과 일반적인 시뮬레이션에서의 결과값을 비교해보면 다음과 같다.

$$(X_1 + Y_1) \cdot \frac{P_{01}P_{12}}{P_{01}P_{12}} = (X_1 + Y_1) \cdot \frac{1}{2} < (X_1 + Y_1) \quad \text{-- (7)}$$

$$\begin{aligned} (X_1 + Y_1 + X_2 + Y_2) \cdot \left(\frac{P_{01}}{P_{01}} \right)^2 \frac{P_{10}}{P_{10}} \frac{P_{12}}{P_{12}} \\ = (X_1 + Y_1 + X_2 + Y_2) \cdot 0.56 < (X_1 + Y_1 + X_2 + Y_2) \quad \text{-- (L)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (X_1 + \dots + X_7 + Y_1 + \dots + Y_7) \cdot \underbrace{\left(\frac{P_{01}}{P_{01}} \right)^7 \left(\frac{P_{10}}{P_{10}} \right)^6 \frac{P_{12}}{P_{12}}}_{> 1} \\ > 1 \quad \text{-- (C)} \end{aligned}$$

위의 식에서 F 와 P 은 각각 본래 계통과 중요도 샘플링으로 변환된 계통의 상태 전이 확률을 나타낸다. 위의 사건 조합의 순서를 살펴보면, 상태 전이의 회수가 작은 조합에서 큰 조합으로 갈수록 중요도 샘플링에서의 보정 요소(L_n)가 점점 커짐을 알 수 있다. 게다가 상태 전이가 작게 일어나는 (7)이나 (ㄴ)의 경우에는 실제의 계통에서는 잘 발생하지 않는 상황인데도 그 보정하는 값이 1/2과 0.56으로 1보다 작다. 이는 실제로 자주 일어나지 않는 사건의 실험값을 더 작게 만들어 버린다. 그리고 (ㄷ)이후에 일어나는 사건의 조합들은 점점 더 1보다 큰 보정값을 가지므로 실제보다 훨씬 더 큰 실험값을 갖게 한다. 결국 작은 값은 더 작게, 큰 값은 더 크게 하여 전체적인 분산이 더욱 증가할 수 밖에 없는 상황이 된다. [그림 4.1.7]에 이러한 결과를 나타내었다. [그림 4.1.7]의 그림은 정확한 내용을 담고 있다고 할 수는 없지만, 중요도 샘플링 기법을 연속시간 마코프 연쇄에 적용하는데 있어서의 결정적인 문제점을 지적하는 그림이라 할 수 있다. 본 실험에서 중요도 샘플링에 사용되는 확률 척도(P)를 다르게 하여도 분산의 감소는 기대할 수 없다. 앞서 설명한 (7)~(ㄷ)의 결과 분석은 고장 쪽으로의 전이 확률을 ϵ (아주 작은 값)만큼 변화시켰을 때로 쉽게 확장될 수 있기 때문이다. 결국 분산을 줄이려면 전이 확률을 고장쪽이 아닌 수리쪽으로 높여야 하는데, 이는 증가된 확률에 비례해서 시뮬레이션에 드는 시간을 증가시키게 된다. 즉, 일반적인 시뮬레이션에 비해 더 나아지는 점이 없게 된다.

앞서 기술한 시뮬레이션의 결과를 토대로 이러한 대략적인 문제점을 파악할 수 있는데 크게 두가지 정도로 나눠 볼 수 있겠다. 첫째는 이산시간 마코프 연쇄와 연속시간 마코프 연쇄의 차이에 관련된 것이고, 둘째는 연속시간 마코프 연쇄를 따르는 계통에서 추정하려는 척도의 성질에 관한 것으로 볼 수 있다. 이에 관하여 문제점 및 추후 연구 방향에서 보다 자세히 기술하겠다.

다. 중요도 샘플링의 문제점 및 추후 연구 방향

이산시간 마코프 연쇄와의 차이점은 계통 고장을 추정하는 시뮬레이션으로 설명하고자 한다. 우선 이산시간 마코프 연쇄에서는 시간이라는 개념이 없으므로 계통의 고장은 확률값으로 추정된다. 이는 앞에서 보았던 바와 같이 사건 발생 알고리즘으로 구현되는데, 상태 전이가 일어날 때마다 한 단위 시간이 지난 것으로 보아 특정한 전이 회수를 고정해 놓고, 그때까지의 고장 확률을 계산하게

된다. [그림 4.1.8]을 보면, 상태가 0과 1만을 갖는 두 상태 이산시간 마코프 연쇄 (2-state DTMC)에서 계통 고장 확률을 계산하는 시뮬레이션을 중요도 샘플링으로 실행하고 있다. 여기서 주목해야 할 부분이 고정된 상태 전이 회수인데, 이렇게 고정을 하게 되면, 발생가능한 실험 결과들 중에서 상태 전이가 고정된 회수보다 많은 경우들이 발생할 수 없게 된다. 이것으로부터 분산의 크기를 증가시키는 실험 결과들이 걸러져 분산의 감소가 가능해진다. 이에 반해, 연속시간 마코프 연쇄에서는 고정된 회수 또는 시간을 설정하고 시뮬레이션을 하는 것이 아니라 계통이 고장이 나는 시점을 차는 것이므로 실험 결과들이 시간축의 전 범위에서 나타날 수 있다. 게다가 계통 고장이 발생한 후 그 고장 시간에 중요도 샘플링 보정 요소를 곱하여 그 차이를 더 크게 하므로 분산의 감소가 아닌 분산의 증가를 보장하게 된다. 이를 그림으로 나타내면 [그림 4.1.9]과 같다.

두 번째는 연속시간 마코프 연쇄 계통에서의 추정 척도의 성질에 관한 것이다. 이산시간 마코프 연쇄를 따르는 계통의 시뮬레이션에서 중요도 샘플링이 적용되는 경우는 앞서 기술한 바와 같이 계통 고장 확률의 추정이나, 대기 계통에서의 서비스율의 추정이다. 이는 이산시간 마코프 연쇄의 특징인 이미 결정되어 있는 전이 확률에 따라 계통이 진화해가는 과정을 확률적으로 추정하므로 보다 빠른 시간에 시뮬레이션의 결과값을 얻어낼 수 있었다. 그러나 연속시간 마코프 연쇄를 따르는 계통의 시뮬레이션은 어떤 특정한 척도(예를 들면, 이산시간 마코프 연쇄에서의 계통 고장 확률)를 추정하고자 하는 것보다는 그 계통의 동적 행태를 알고자 하는 것이 목적이다. 본 절에서 예를 들었던 계통의 평균 고장 시간의 경우는 동적 행태 분석에 앞서 중요도 샘플링의 적용가능성을 타진해보기 위해 택한 간단한 척도였다. 실제로 본 보고서에서 기술하고 있는 방향인 동적 신뢰성에 관한 연구의 관점에서는, 그 계통의 동적 행태를 시뮬레이션을 통해 추정하고, 궁극적으로는 계통의 고장 분포를 추정하여, 동적 신뢰도 함수를 알아내고자 하는 것이 본 절에서 기술하고 있는 연구 방향과 목적일 것이다. 이러한 추정 척도의 동적인 성질도 또하나의 중요도 샘플링의 적용상의 문제라 할 수 있겠다.

또 다른 문제점으로 앞서 설명한 바와 같이 고장 가속화와 FP 정리에 의한 분산 감소 조건에서 이산시간 마코프 연쇄에서도 분산의 감소를 보장하기가 쉽

지 않다는 점이다. 고장 가속화에서 균형적인 가속화법이 상대 오차를 어느 정도 보장하는 시뮬레이션 틀을 제공한다고 했는데, 실제적인 적용에서 고장쪽으로의 전이 확률을 얼마나 증가시켜야 하는지는 경험적인 방법에 의존할 수 밖에 없다. 또한 [Strickland93], [Shahabuddin94] 등에서 제시하는 최적 가속화법도 특정한 상황에서 여러가지의 가정이 필요하므로 일반적으로 이산시간 마코프 연쇄 계통에서 적용하기란 쉽지는 않을 것이다. 비슷하게 FP정리를 이용한 분산 감소 조건도 1보다 큰 FP 고유치의 지수적인 증가를 상쇄할 만큼의 보정 요소가 필요한데 이를 만족하는 중요도 샘플링 확률 척도를 정의하기란 복잡한 계통에서는 매우 어려운 일이다.

중요도 샘플링을 동적 계통에 적용하기 위한 추후 연구 방향으로서는 다음과 같은 세가지 정도의 가능성 타진이 필요할 것이다. 우선 분산에 대한 적절한 척도, 즉, 시뮬레이션의 정확성 또는 효용성에 대한 척도가 필요하다. 기존의 연구에서 제시되어온 척도들은 주로 확률적인 척도로 시간 개념을 필요로 하는 동적 계통에서는 적절한 척도가 될 수 없다. 따라서 계통의 동적 행태를 잘 묘사하면서 시뮬레이션의 속도를 높일 수 있는 척도를 마련하는 것이 필요하다. 다음으로 상태에 머문 시간이 지수 분포를 따르는 경우에 [그림 4.1.5]에서 [그림 4.1.7]의 예제에서는 본래 계통과 동일하게 중요도 샘플링을 하였는데, 이를 변형하여 보다 전이율이 높은 지수 분포를 이용하면 그 결과값이 더욱 넓게 산포하게 된다 [그림 4.1.10]. 그러므로 지수 분포나 다른 여러 분포(와이블, 감마 등)에 적합한 분포([그림 4.1.10]에서 제시된 랄리 분포와 같은)를 찾아 대략적인 틀을 제시하는 것도 추후에 연구해 볼 부분이다. 마지막으로 이산시간 마코프 연쇄와의 비교에서 두 계통의 가장 큰 차이점([그림 4.1.9] 참조)이었던 고정된 전이 회수 또는 시간을 연속시간 마코프 연쇄에 도입하는 방법이다. 시간축의 전 범위에서 발생하는 시뮬레이션을 시간 단위로 나누어 실험하는 방법 등을 이용하여 어느 정도 보장된 분산을 얻을 수 있을 것이다.

3. 재시작 기법(RESTART)

가. 재시작 기법의 원리

재시작 기법(REpetitive Simulation Trials After Reaching Thresholds)이란 확률적으로 매우 드문 사건을 시뮬레이션으로 발생시킬 때, 얻고자 하는 관심있는 사건 집합에 근접한 역치(Thresholds)를 두어 역치에서부터 재시작하여 보다 빠른 시뮬레이션을 수행하는 방법이다. 일반적인 시뮬레이션에서 매번 처음부터 얻고자 하는 사건이 일어날 때까지 실험을 반복하는 것에 비해, 재시작 기법은 역치에 도달한 순간에 여러번 재시작하여 결국 역치까지 매번 도달하는 시간을 절약할 수 있다. 이 재시작 기법의 배경 이론은 단순한데, 이는 조건부 확률(conditional probability)을 이용하는 것이다. 시뮬레이션을 통해 얻고자 하는 사건 집합이 A 라면 이를 포함하는 역치 사건 집합을 C 라하여 다음을 이용하여 $P(A)$ 를 구할 수 있다.

$$A \in C, \quad P(A) < P(C) < 1$$

$$P(A) = P(C) P(A|C)$$

C 의 확률이 크다는 것은 시뮬레이션을 수행할 때 사건 C 가 사건 A 보다 더 자주 발생함을 의미한다. 시뮬레이션에서는 $P(A|C)$ 가 사건 C 가 일어났을 때 아주 작은 값으로 추정되기 때문에, 전체 시뮬레이션으로부터 추정되는 $P(C)$ 보다 추정에 어려움이 따른다. 따라서 이 작은 부분을 증가시킴으로써(즉, 재시작 회수를 늘리므로써) $P(A)$ 를 보다 정확히 추정할 수 있다. 재시작 회수를 늘리는 것은 $P(A)$ 의 정확도를 계산 시간에 상대적으로 현저히 증가시키는데, 이는 재시작으로 인한 시뮬레이션이 전체 시뮬레이션의 아주 적은 부분을 차지하기 때문이다.

[그림 4.1.11]은 시간에 따른 계통의 진화를 보여 주고 있다. 세로축은 계통의 상태를 나타내는 것으로, 예를 들면, 대기 계통에서의 대기 길이나 대기 시간 또는 계통의 고장 정도를 나타낼 수 있다. 사건 B 와 D 는 각각, $\bar{C}$ 에서 C 가 일어나는 시점의 사건과 그 반대의 사건을 나타낸다. [그림 4.1.12]는 이 계통을 재

시작 기법으로 시뮬레이션하는 과정을 나타내고 있는데, 그 순서는 다음과 같다.

- ① 사건 B 가 일어나면, 계통 상태를 저장한다.
- ② 사건 D 가 일어나면, 최근의 B 가 일어 났을 때의 상태가 복원되고 $B \sim D$ 구간이 반복된다.
- ③ ②번이 R (재시작 회수)번 반복된다.
- ④ 사건 D_{1R} 이 일어나면, 사건 B_2 가 일어날 때까지 정상적인 시뮬레이션을 계속한다. 그다음은 같은 과정을 수행한다.
- ⑤ 위에서 얻어진 통계량을 수정한다.

이제 재시작 기법으로 얻어진 통계량을 어떻게 수정하는 지에 대해 설명하겠다.

우선 다음의 기호들을 정의한다.

$$P = P(A)$$

$$P_1 = P(C)$$

$$P_2 = P(A|C)$$

$$P'_1 = P(B)$$

$$P'_2 = \text{구간 } [B, D] \text{에서 발생한 사건 } A \text{의 기대 회수}$$

$$a = \text{구간 } [B, D] \text{에서 발생한 특정 사건}(A, D) \text{의 기대 회수}$$

$$N = \text{재시작을 고려하지 않고 시뮬레이션했을 때의 특정 사건의 총 회수}$$

$$N_1 = \text{재시작을 고려하지 않았을 때의 사건 } B \text{의 회수}$$

$$N_2 = \text{재시작을 포함한 시뮬레이션에서의 사건 } A \text{의 발생 회수}$$

위의 정의에서 다음의 관계식들은 바로 유도된다.

$$P = P_1 P_2 = P'_1 P'_2$$

$$P_1 = a P'_1$$

$$P_2 = P'_2 / a$$

재시작 기법을 이용하지 않는 일반 시뮬레이션에서는 다음과 같은 추정 결과를 갖는다.

$$\hat{P}_1 = N_1/N, \hat{P}_2 = N_2/N_1, \hat{P} = N_2/N$$

$$\therefore \hat{P} = \hat{P}_1 \hat{P}_2$$

$$\begin{aligned} V(\hat{P}) &= V(\hat{P}_1)V(\hat{P}_2) + V(\hat{P}_1)[E(\hat{P}_2)]^2 + V(\hat{P}_2)[E(\hat{P}_1)]^2 \\ &= \frac{P}{N} \left(K_1 \cdot P_2 \frac{K_2}{NP} + K_1 \cdot P_2 + K_2 \right) \doteq \frac{P}{N} K_2 \end{aligned} \quad (4.1.7)$$

자세한 내용은 [Villen-Altamirano91]를 참조하기 바란다. 여기에 재시작 기법을 적용하면 식(4.1.7)이 다음과 같아진다.

$$\hat{P}_1 = \frac{N_1}{N}, \quad \hat{P}_2 = \frac{N_2}{R \cdot N_1}, \quad \hat{P} = \frac{N_2}{R \cdot N}$$

$$V(\hat{P}) \doteq \frac{P}{N} \left[k_1 \cdot P_2 + K_2 \left(\frac{1}{R} + b \cdot P_2 \right) \right]$$

다음 식은 Villen-Altamirano이 제시한 최적 모수이다.

$$P_1 = \sqrt{(K_1/K_2 + b)P}, \quad R = 1/P_1$$

나. 연속시간 시뮬레이션에의 적용

재시작 기법은 기본적으로 확률값의 추정 시뮬레이션에 제시된 기법으로 추정하고자 하는 척도가 확률값이면 연속시간 계통에도 적용이 가능하다 [Villen-Altamirano91]. 그러나, 3차년도 연구의 방향인 동적 신뢰성 연구에서는 확률 척도보다는 실제적인 고장 시간 자료를 필요로 한다. 따라서 앞서 기술한 재시작 기법의 원리 및 적용 기법을 그대로 적용할 수는 없다. 그러나, 그 원리를 이용한 시뮬레이션으로 적용가능성을 타진해 보았다. 두가지의 방법을 고려해 보았는데, 그 중 한 방법은 [그림 4.1.12]에 나타난 여러 사건들의 추정 확률과 그에 따른 기대 시간을 안정 상태로 보아 계통의 평균 고장 시간을 추정하는 방법이고, 다른 하나는 역치에서 정해진 재시작 회수 동안 계통 고장을 발생시켜 고장 시간 자료를 보다 신속히 얻어내는 방법이다.

우선 다음의 기호들을 정의한다([그림 4.1.13] 참조).

X : 사건 B에서 사건 A가 발생할 때까지의 시간

A_i : 사건 B에서 직접 경로로 사건 A가 발생할 때까지의 시간

B_i : 원점(origin) 상태에서 사건 B가 발생할 때까지의 시간

C_i : 사건 B에서 사건 A나 D가 발생하지 않고 다시 B가 발생한 시간

D_i : 사건 B에서 다시 원점 상태로 돌아오는 시간

이 경우 안정 상태를 가정한 계통의 평균 고장 시간은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} E(X) &= P_A E(A_i) + Q_A E(P_C E(C_i + X) + Q_C E(D_i + B_i + X)) \\ &= E(A_i) + \frac{Q_A P_C}{P_A} E(C_i) + \frac{Q_A Q_C}{P_A} (E(D_i) + E(B_i)) \end{aligned}$$

$$\therefore \text{MTTF} = E(B_i) + E(X)$$

$$= E(A_i) + \frac{P_A + Q_A Q_C}{P_A} E(B_i) + \frac{Q_A P_C}{P_A} E(C_i) + \frac{Q_A Q_C}{P_A} E(D_i)$$

(단, $Q = 1 - F$)

이 방법의 장점은 시뮬레이션으로 발생하는 모든 사건을 다 추정에 이용할 수 있다는 것이다. 앞서 설명한 재시작 기법에서는 역치에 도달한 후의 재시작에서 사건 A나 D_R 이 발생하지 않은 경우의 시뮬레이션 과정은 버리게 되는데 위의 방법은 모든 경우를 다 고려하므로 그만큼 노력을 절감할 수 있다. 그러나, 원하는 정확도의 결과를 얻기 위해 각 사건에 분배되어야 할 시뮬레이션 노력을 결정하기가 매우 어려운 단점이 있다. 다시 말하면, $E(\cdot)$ 들을 계산할 때 시뮬레이션 중단 조건(기대값의 정확도)을 각 기대값 계산에 대해 적절히 산출하기가 어렵다. 따라서 시뮬레이션 결과에 대한 유의한 효용성 검정이 어렵게 된다.

두번째 방법은 1000개의 고장 시간 자료를 얻기 위해, 역치까지 도달하면 그 시간을 저장하고 재시작 회수만큼 반복하여 계통 고장을 발생시키는 방법이다. 이는 재시작 기법의 기본 원리를 확률이 아닌, 시간을 구하는 시뮬레이션에 그대로 적용한 것이다. 이 시뮬레이션의 입력 요소는 역치 사건과 재시작 회수가 되며, 출력 요소는 상태전이회수, 평균 고장시간, 그리고 분포오차가 된다. 본 시뮬레이션의 대상 계통으로 다중 병렬 계통을 선정하였으므로, 입력 요소에 몇 개의 기기가 병렬로 구성되어 있는지도 추가된다. 이를 다중도라 기술하겠다. 시뮬레이션의 개괄적인 순서는 다음과 같다.

- ① 우선 다중도를 5로 고정하고, 역치 사건과 재시작 회수의 대략적인 최적 조합을 찾는다. 여기서 역치 사건은 고장난 기기의 수로 4, 3, 2의 세

가지를 사용하였고, 재시작 회수는 10, 50, 100을 사용하였다.

- ② 최적 조합 선택에 앞서 일반 시뮬레이션과 재시작 기법의 차이의 유의성을 t 검정을 통해 수행한다.
- ③ 선정된 최적 조합으로 다중도를 4, 5, 6으로 변화시켜 가며 그 경향을 파악해 본다.
- ④ 마지막으로 고장시간 자료를 분포도로 그려보고, 시뮬레이션의 속도를 나타내는 전이 회수와 추정의 정확도를 나타내는 분포 오차와의 관계를 알아 본다.

본실험에 앞서, 표본 크기를 결정하여야 하는데, 이는 다음식을 통해 선정한다.

$$n \geq (Z_{\alpha/2} \sigma/d)^2$$

여기서 n 은 표본 크기, $Z_{\alpha/2}$ 는 신뢰도가 $100 \cdot \alpha\%$ 인 경우의 정규분포값, σ 는 표준 편차, 그리고 d 는 신뢰구간의 길이를 나타낸다. 이를 통해 결정된 표본 크기는 d 가 5000일 때 10이다. ①과 ②의 실험을 각 조합에 대해 10회씩 반복한 결과를 정리하면 [표 4.1.1]과 같다. [표 4.1.1]에서 F 분포값은 일반 시뮬레이션의 전이 회수의 분산과 각 조합의 전이 회수의 분산이 동일한지를 검증하는 것으로 그 값이 3.18보다 크면 분산이 다른 것이다. (2, 10) 조합의 F 분포값이 3.742로 3.18보다 크므로 이 경우에는 분산이 서로 다른 것이다. F 분포값을 계산하는 이유는 t 검정을 하기 위한 계산 식이 분산이 동일할 때와 그렇지 않을 때가 다르기 때문이다. 다음으로 신뢰도 95%로 t 검정을 실시한다. 이 경우 t 분포값이 2.101보다 크면 일반 시뮬레이션의 평균값과 다른 것이다. 실제로 [표 4.1.1]을 보면 2.101보다 월등히 큼을 알 수 있다. 따라서 모든 조합의 시뮬레이션이 일반 시뮬레이션보다 유의하게 빠른 결과를 출력함을 95%의 신뢰도로 보장할 수 있다. [표 4.1.1]에서 평균 전이 회수와 F 분포값을 고려하여 조합을 선정해 보면, (4, 50), (3, 50), (2, 50), (2, 100) 등이 좋은 결과를 보이는데, (2, 50)과 (2, 100)은 추정된 평균 고장 시간이 실제 값과 차이가 많으므로 대안에서 제외시킨다. 따라서 남은 대안은 (4, 50)과 (3, 50)이 된다.

이제 ③번 실험을 위해 (다중도-1, 50) 조합을 선택하여 다중도를 4, 5, 6으로 변화시켜 수행한다. [표 4.1.2]에 전이회수의 신뢰구간에 대한 비교를 정리하였다.

[표 4.1.3]을 보면 다중도에 따른 고장시간의 신뢰구간이 비교되어 있는데, 이는 재시작 기법의 신뢰구간이 일반 시뮬레이션의 경우보다 항상 큼을 알 수 있다. 이는 [그림 4.1.14]에서도 알 수 있는데, 이것이 빠른 시뮬레이션에 대한 비용이라 할 수 있다. 이는 다음에서 수행할 정확도 검정에서 효용성을 판단할 수 있겠다. [그림 4.1.15]는 전이회수의 95% 신뢰구간을 비교한 것인데, 이는 일반 시뮬레이션의 신뢰구간과 재시작 기법의 신뢰구간이 겹치지 않으므로 속도 향상의 정도가 유의하다고 할 수 있다.

[그림 4.1.16]는 각 다중도에 대한 일반 시뮬레이션과 재시작 기법의 평균 고장시간을 표현한다. 이를 보면 평균 고장시간은 거의 일치함을 알 수 있다. 최적 조합 선정 과정에서도 언급한 바와 같이 평균 고장시간을 추정하는 경우에는 역치를 (다중도-1)로 설정하는 것이 효과적임을 알 수 있다.

④번 실험계획에 따라 5중 병렬 계통에 대해 역치를 3과 4로 변화시키고 재시작 회수는 50으로 고정하여 6번의 반복실험을 수행한다. 이 실험의 결과를 [그림 4.1.17]에 분포도로 표현한다. 이는 6번의 반복실험이 모두 일반 시뮬레이션의 결과와 대략적으로 비슷함을 알 수 있다. 이제 분포오차를 적용하여 개량적으로 그 분포의 정확성을 검증해 보자. 분포오차는 다음의 식을 통해 계산된다.

$$\sum_{i=1}^n P(x_i) * |P(x_i) - \hat{P}(x_i)|$$

여기서 F 와 $\hat{F}$ 는 각각 일반 시뮬레이션과 재시작 기법에 의한 고장자료의 확률 분포를 나타낸다. 이식을 이용하여 계산된 분포오차와 평균 고장시간, 전이회수가 [표 4.1.4]와 [그림 4.1.18]에 정리되어 있다. [그림 4.1.18]에 나타난 y축값은 비례적으로 크기가 조절되어 3가지 척도를 함께 비교할 수 있게 한다. 이 그림의 의하면 전이회수와 평균 고장시간간에는 비례적인 관계가 대략적으로 성립하고, 분포오차는 반비례적인 특징을 갖는다. 이는 전이회수와 평균 고장시간이 클수록 분포오차가 작아 계통의 특성과 행태를 더욱 정확히 묘사함을 알려 준다. [그림 4.1.19]에서는 분포오차가 최소인 실험의 분포도를 일반 시뮬레이션의 분포도와 같이 그려 그 정확도를 보여 준다.

이상의 실험결과를 정리하면 다음의 두가지로 크게 분류할 수 있겠다. 첫째는 역치에 따른 상태전이회수의 차이가 거의 없다는 것이다. 전이회수는 시뮬레이

선의 속도를 반영하는 척도이므로 역치에 따른 시뮬레이션의 효용성의 유의한 차이가 발견되지 않는다는 것을 의미한다. 둘째로, 평균 고장시간의 추정을 위해서는 다중도에 가까운 역치를 설정하여야 한다. 또한 이렇게 설정된 역치는 보다 적은 분포오차를 가지므로, 시뮬레이션 대상 계통에 대한 보다 정확한 행태 분석을 위해서는 역치를 다중도에 가깝게 설정해야 한다는 것이다.

다. 문제점 및 추후 연구 방향

중요도 샘플링과 마찬가지로 제시작 기법도 주로 이산시간 계통을 대상으로 적용되어 왔고, 따라서 확률적인 척도의 추정에 초점이 맞춰져 왔다. 이를 연속시간 계통으로 확장함에 있어 가장 큰 문제점은 시뮬레이션의 효용성 검증(분산 감소)을 위한 척도가 거의 없다는 것이다. MTTF 추정을 위해 안정 상태를 가정한 첫 번째 적용에서는 시뮬레이션으로 발생한 모든 사건을 추정에 이용하여 상당히 경제적이지만 MTTF의 정해진 정확도를 만족시키는 각각의 기대값에 대한 정확도를 산출하기 어려워 실제로 어느정도의 효용성을 갖는 결과인지 파악하기 어려웠다. 두 번째 적용에서는 대상 계통을 다중 병렬 구조로 한정지워 실험을 실시하여 일반적인 계통에 대한 분석이 미흡하다. 또한, 본 연구에서 수행한 실험도 대략적인 특징 파악에만 초점이 맞춰져 있으므로 보다 많은 실험이 요구된다. 한가지 덧붙인다면, 분포간의 차이를 나타내는 척도를 분포오차만을 이용하였는데 다른 여러 척도를 다양하게 적용시켜 제시작 기법의 효용성 검증을 실시하는 방법을 고려해 볼 수 있을 것이다[Bobbio94].

4. 결론

복잡한 계통의 분석에 있어서 시뮬레이션의 가속화는 필수적이다. 컴퓨터의 계산 능력의 발달에 따라 시뮬레이션의 적용 가능 범위도 계속 확대되고 있으나, 빨라진 계산 속도에 맞춰 그 분석 대상도 더욱 방대해지므로, 가속 시뮬레이션의 필요성은 앞으로도 절실할 것이다. 이에 본 연구에서도 중요도 샘플링과 제시작 기법의 적용 가능성을 타진해 보았다. 중요도 샘플링에서는 그 원리와

함께 고장 가속화법을 이용한 방법과 편차 이론을 적용한 방법, 그리고 FP 정리에 의한 분산 감소 조건 등의 기존 연구 내용들을 설명하고, 연속시간 마코프 연쇄 계통에의 적용을 예제를 통해 설명하였다. 이런 연속시간 계통에의 적용에 있어서의 문제점으로는 두가지를 지적하였는데, 첫째는 이산시간 계통의 확률 척도 추정이 갖는 실험 결과값의 특성([그림 4.1.9] 참조)을 연속시간 계통에서는 갖지 못하여 분산이 감소할 수 없다는 것이었고, 둘째는 본래의 시뮬레이션의 도입 동적 행태 분석은 중요도 샘플링로 알아내기가 어렵다는 것이었다. 앞으로의 연구는 동적 계통의 시뮬레이션 결과의 분산에 대한 척도의 개발, 각 분포에 따른 적절한 중요도 샘플링 분포의 개발, 그리고 고정된 회수 또는 시간에 의한 시뮬레이션의 도입 등의 가능성 타진이 필요하겠다.

두 번째 분산 축소 기법으로 재시작 기법에 대해 그 원리와 적용 절차를 설명하고, 연속시간 계통에 적용하였다. 이 기법도 확률 척도에 대한 시뮬레이션을 대상으로 하기 때문에 시간 자료를 추정하기 위해 두가지의 기법을 제시하였다. 첫째는 안정상태를 가정한 MTTF를 계산하는 방법이고, 다른 하나는 역치를 두어 재시작의 기본 개념인 사건 발생 회수를 줄이는 방법이었다. 첫 번째 적용에서는 시뮬레이션으로 발생한 모든 사건을 추정에 이용하는 경제적인 방법이었으나 MTTF의 정해진 정확도를 만족시키는 각각의 기대값에 대한 정확도 (precision 또는 stopping conditions)를 산출하기 어려워 실제로 어느정도의 효용성을 갖는 결과인지 파악하기 어려웠다. 두 번째 적용에서의 실험결과를 정리하면, 역치에 따른 상태전이회수의 차이가 거의 없어 역치에 따른 시뮬레이션의 효용성의 유의한 차이가 발견되지 않는다는 것과, 평균 고장시간의 추정을 위해서는 다중도에 가까운 역치를 설정하여야 한다것, 그리고 이렇게 설정된 역치는 보다 적은 분포오차를 가지므로, 시뮬레이션 대상 계통에 대한 보다 정확한 행태 분석을 위해서는 역치를 다중도에 가깝게 설정해야 한다는 것이다. 그러나, 대상 계통을 다중 병렬 구조로 한정지워 실험을 실시하여 일반적인 계통에 대한 분석이 미흡하며 분포간의 차이를 나타내는 척도를 다양하게 적용시켜 재시작 기법의 효용성 검증을 실시하는 방법들은 추후에 연구되어야 할 분야이다.

기존의 분산 축소 시뮬레이션 기법들은 주로 확률 척도에 대한 추정에 초점이 맞추어져 있어 동적 계통의 시뮬레이션에의 적용에는 한계가 있으며 그에 적합

한 또 다른 접근 방법을 모색해야 할 것이다. 본 절에서 기술한 여러 기법들은 그 접근 방법에 대한 기본 틀을 제시해 주며, 이러한 기본 틀을 바탕으로 새로운 접근 방향과 범위를 찾아야 할 것이다.

[표 4.1.1] 최적 대안 선정을 위한 검정값

역치, 재시작회수		평균 전이회수	감소율	F 분포값	t 분포값
4	10	132347	0.213	3.056	16.68
4	50	132512	0.212	1.390	25.50
4	100	132660	0.211	2.009	19.74
3	10	130974	0.221	1.957	20.31
3	50	129905	0.227	1.522	22.59
3	100	133413	0.207	1.166	22.15
2	10	136653	0.187	3.742	13.58
2	50	129873	0.228	1.662	22.02
2	100	130798	0.222	1.476	22.27
일반 시뮬레이션		168270			

[표 4.1.2] (다중도-1, 50) 조합에 대한 전이회수의 95% 신뢰구간 비교

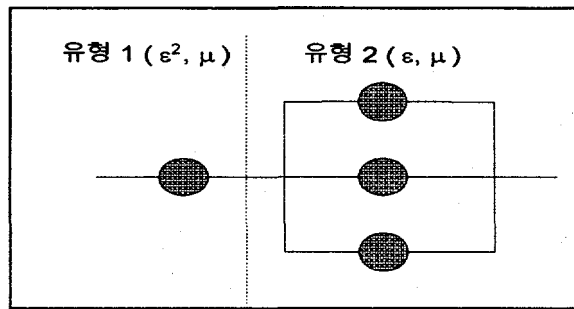
다중도(일반)	상한값	평균 전이회수	하한값
4	64543	60838	57133
5	181048	166488	151928
6	458670	444858	431046
다중도(재시작)	상한값	평균 전이회수	하한값
4	52795	48129	43463
5	142311	130996	119682
6	396198	361286	326374

[표 4.1.3] (다중도-1, 50) 조합에 대한 고장시간의 95% 신뢰구간 비교

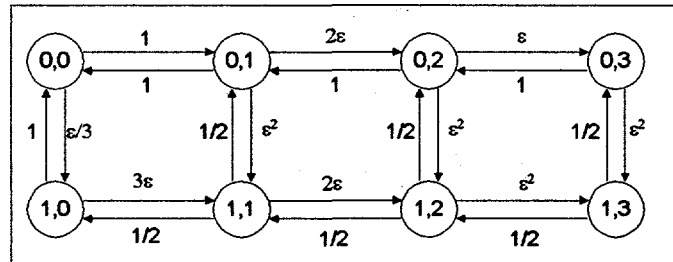
다중도(일반)	상한값	평균 고장시간	하한값
4	9859	9195	8530
5	20959	19720	18481
6	45694	43932	42170
다중도(재시작)	상한값	평균 고장시간	하한값
4	10193	9102	8011
5	23188	20381	17573
6	48929	43844	38759

[표 4.1.4] 다중도 5인 각 조합에 대한 전이회수, 평균 고장시간, 분포오차

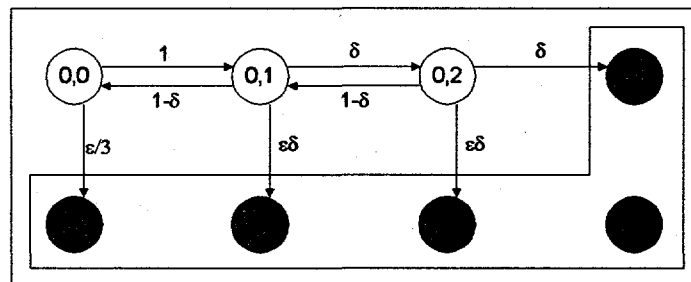
실험조합	전이회수	감소율	평균 고장시간	상대편차	분포오차
(3, 50)a	130670	0.215	16968	0.137	0.0344
(3, 50)b	130148	0.218	17080	0.132	0.0114
(3, 50)c	140330	0.157	18800	0.044	0.0420
(4, 50)a	135010	0.189	19396	0.014	0.0647
(4, 50)b	130962	0.213	19354	0.016	0.0323
(4, 50)c	135436	0.186	20742	0.053	0.0704
일반 시뮬레이션	166562		19682		



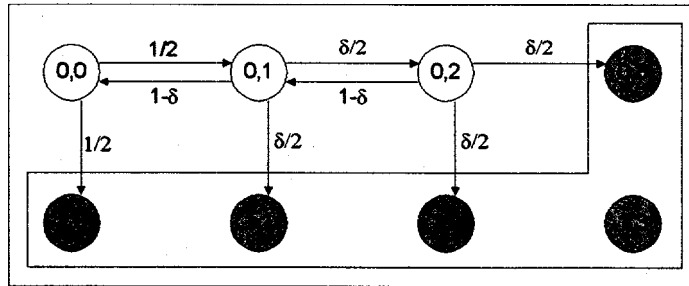
[그림 4.1.1] 고장 가속화 적용 대상 계통



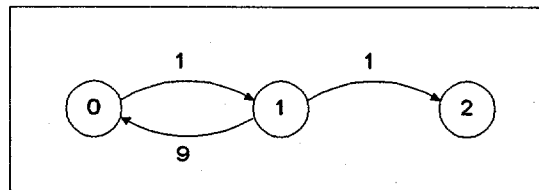
[그림 4.1.2] 변환된 이산시간 마코프 연쇄



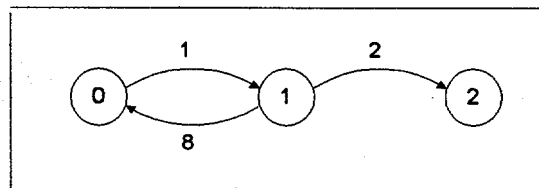
[그림 4.1.3] 단순 가속화법



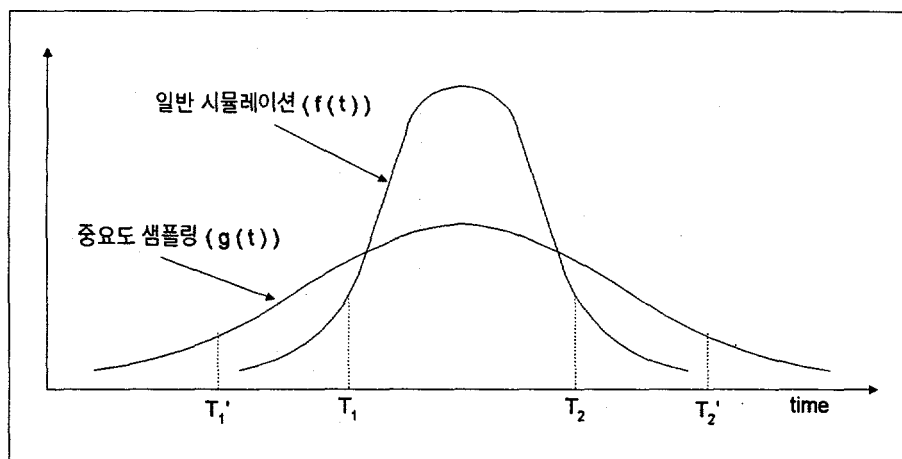
[그림 4.1.4] 균형적인 가속화법



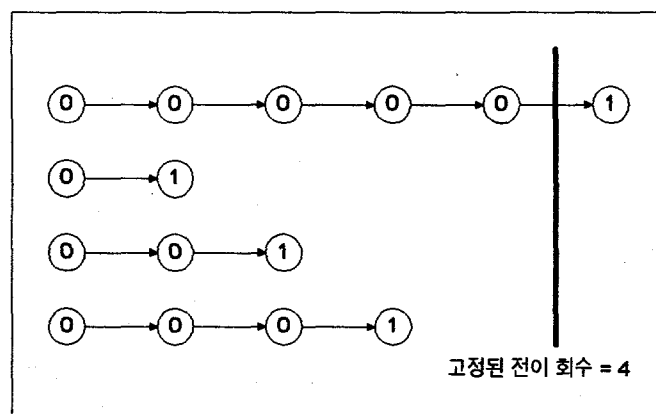
[그림 4.1.5] 연속시간 마코프 연쇄 예제
계통



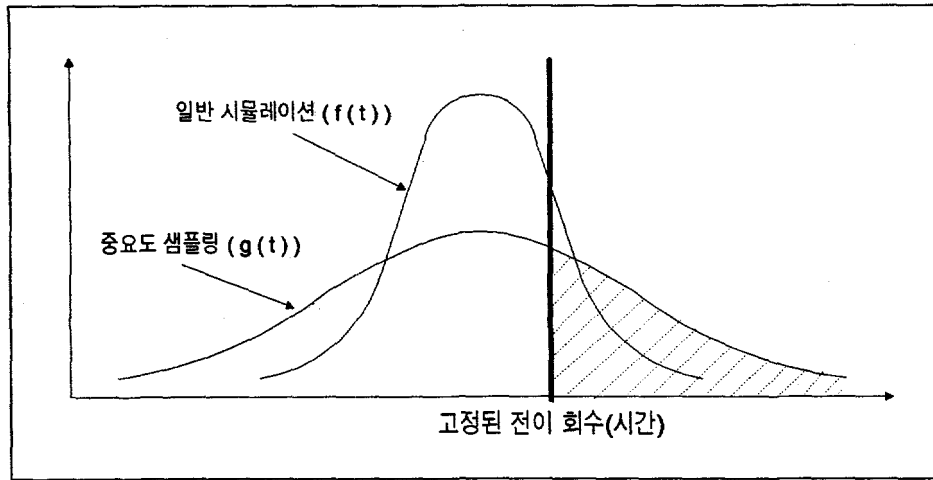
[그림 4.1.6] 변환된 전이율에 의한 예제
계통



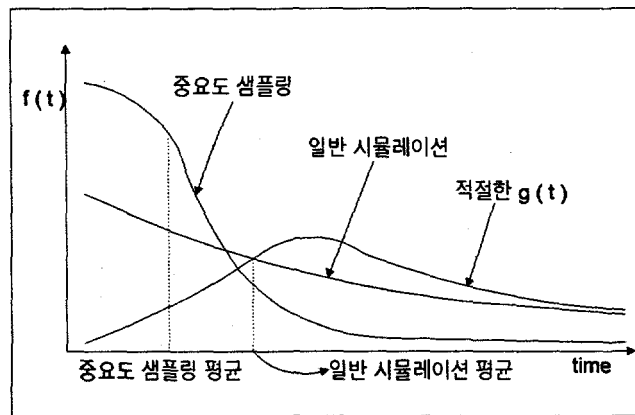
[그림 4.1.7] 연속시간 마코프 연쇄에서의 중요도 샘플링 결과



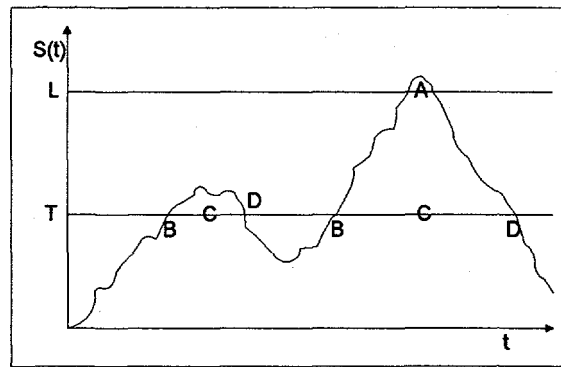
[그림 4.1.8] 이산시간 마코프 연쇄에서의 계통 고장 확률 추정



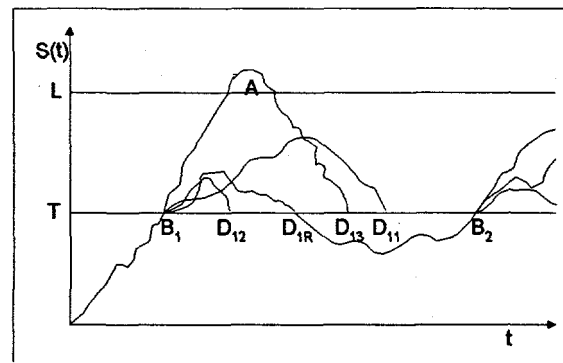
[그림 4.1.9] 고정된 상태 전이 회수(DTMC vs. CTMC)



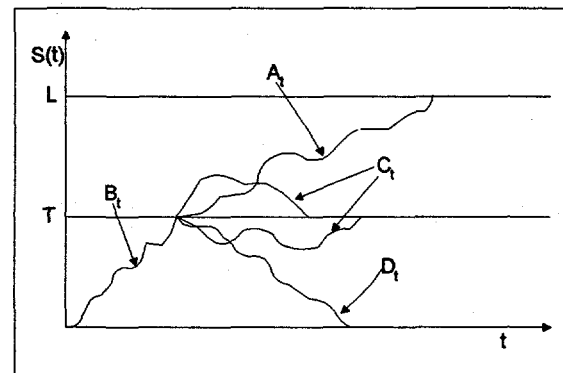
[그림 4.1.10] 적절한 중요도 샘플링 분포



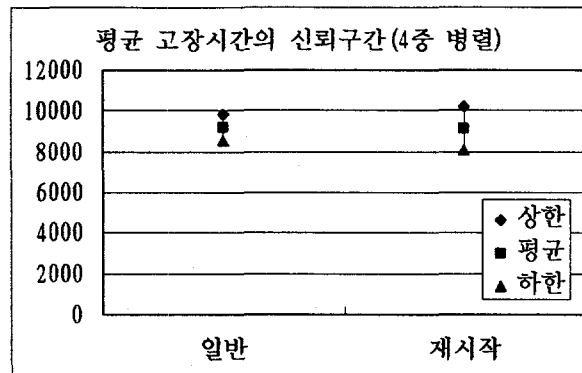
[그림 4.1.11] 시간에 따른 계통의 진화



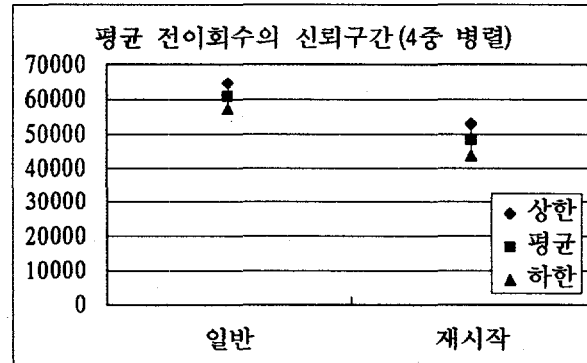
[그림 4.1.12] 재시작 기법의 적용



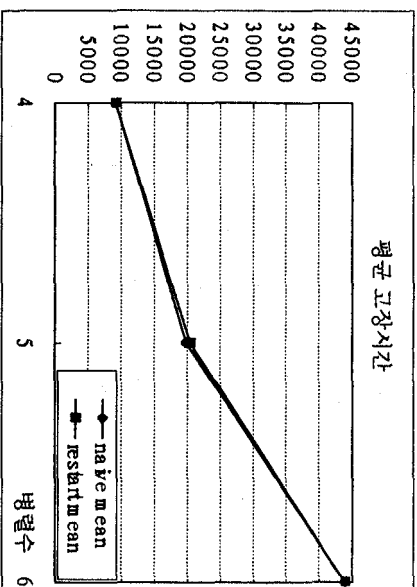
[그림 4.1.13] 안정 상태에서의 고장 상태의 진화



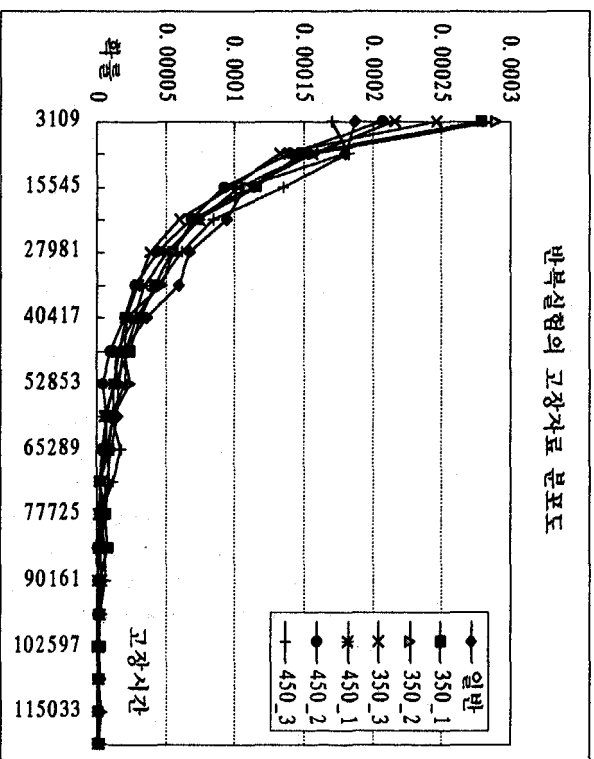
[그림 4.1.14] 4중 병렬에서 평균 고장시간의 95% 신뢰구간 비교



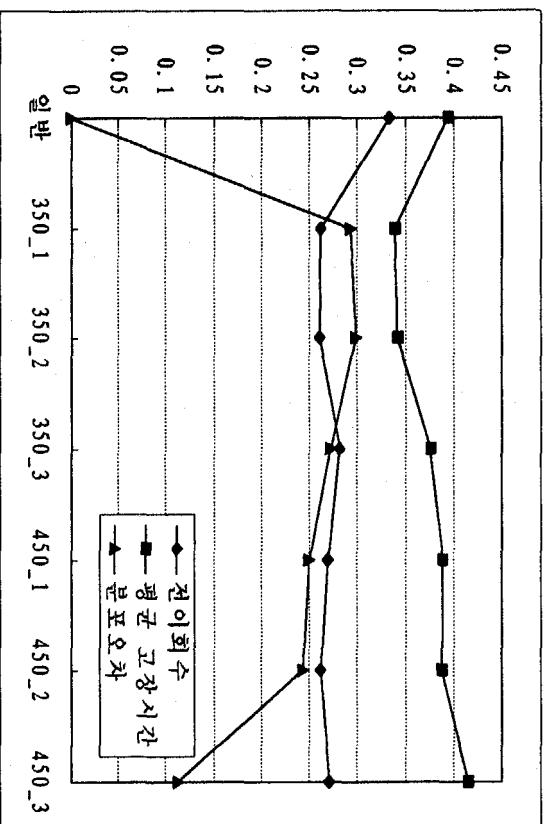
[그림 4.1.15] 4중 병렬에서 평균 전이회수의 95% 신뢰구간 비교



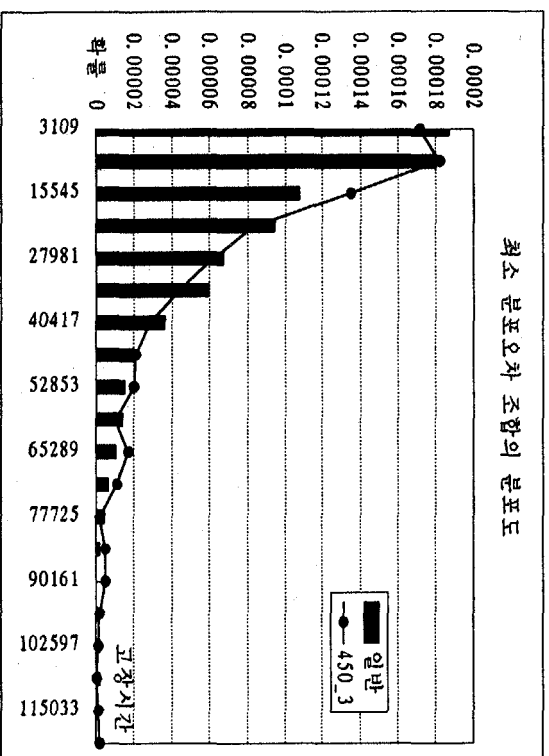
[그림 4.1.16] 각 다중도에 따른 평균 고장시간의 비교



[그림 4.1.17] 6회 반복실험의 고장자료 분포도



[그림 4.1.18] 각 실험 조합에 대한 전이회수, 평균 고장시간, 분포오차(상대적 크기)로 조절된 그림)



[그림 4.1.19] 최소 분포오차 조합의 분포도

제 2 절 PH-type 분포를 이용한 해석적 연구

1. 연구 목적

해석적 방법(analytical method)에 의해 계통의 동적신뢰성을 분석하고자 할 때 문제가 되는 것은 계통의 구조를 수식으로 표현할 수 없다는 점이다. 즉, 계통을 구성하고 있는 부품 및 기기들이 각각 고장과 수리를 반복할 때 계통의 고장은 각 부품 및 기기의 상태에 의해 결정되는데, 그 메카니즘은 부품 및 기기가 계통을 구성하고 있는 구조에 전적으로 의존하고 있다는 것이다. 이러한 이유로, 부품 및 기기의 수리를 허용하는 경우에는 계통의 수명분포나 신뢰성을 하나의 함수 형태로 구하는 것은 불가능한 것으로 알려져 있다[Kececioglu91]. 그래서 이러한 경우의 계통 신뢰성을 마코프 모형(Markov model)으로 모형화하는 연구가 진행되어 왔다. 예를 들어, 만약 모든 부품 및 기기가 상수고장률(IFR), 즉 지수 고장분포를 따르고 수리분포도 지수분포를 따른다면 모든 부품 및 기기의 상태를 계통 상태로 유지하면서 그 구조적 특성에 의해 계통이 고장날 때까지 시간의 분포를 표현할 수가 있다. 그러나, 부품 및 기기의 고장특성이 상수고장률이 아닌 경우나 고장분포가 일반분포인 경우 등의 일반적인 문제에 대해서는 적절한 신뢰성모형이 제시되지 못한 상황이다.

PH-type 분포(Phase-type distribution)는 마코프 형태로 표현되는 하나의 분포로서 다양한 분포적 특성을 대부분 표현할 수 있는 보편성을 가지고 있으며 이와 함께 마코프 특성에 의한 해석적 분석력도 큰 것으로 알려져 있다[Neuts81]. 따라서, 본 연구에서는 PH-type 분포를 동적신뢰성의 분석에 적용하는 방법론을 연구하고자 한다. 전술한 바와 같이 부품 및 기기의 고장과 수리가 일반적인 분포적 특성을 가지고 이러한 부품 및 기기가 특정 구조로 계통을 구성하고 있을 때의 계통 신뢰성 모형을 PH-type 분포의 특성을 이용해 구해보고자 한다. 일반적인 계통 구조를 표현하기 위해서는 먼저 기본적인 계통 구조인 직렬, 병렬, 대기 구조에 대한 방법론이 연구가 되어야 한다. 이러한 기본 구조에 대한 신뢰성 모형이 수립되면 이를 확장하여 보다 일반적인 구조, 즉 여러개

의 기본 구조들이 또다른 기본 구조를 이루며 계통을 구성하고 있는 경우에 대해서도 적용할 수 있을 것으로 기대된다. 따라서, 본 연구에서는 우선 PH-type 분포의 특성을 고찰 해보고, 기본 구조들에 적용하여 계통 신뢰성 모형을 수립하는 것을 연구목표로 한다.

PH-type 분포의 정의와 특성, 활용분야, 그리고 PH-type 분포와 관련된 연구 현황에 대해 2절에서 고찰한다. 3절에서는 본 연구에서 수행된 내용을 정리하였다. 본 연구에서는 기존에 연구되지 않은 병렬구조와 대기구조에 대해 중점적으로 연구가 진행되었다. 마지막으로 4절에서 연구결과를 정리하고 추후 연구방향에 대해 살펴본다.

2. 연구 배경

여기서는 PH-type 분포를 소개하고 이와 관련된 기존의 연구들을 정리한다. 많은 연구들을 통해 PH-type 분포의 활용을 염두에 둔 유용한 이론들이 정립되었고 또 실험을 통해 검증되어 왔다. 실제 확률적인 모형에 대한 적용과 관련해서는 주로 대기 시스템(Queueing System)에 대해 많은 연구가 있어왔고 신뢰성 분야에서는 연구가 미약한 상태라고 할 수 있다.

가. PH-type 분포의 특성

(1) PH-type 분포 이용의 장점

여기서는 먼저 PH-type 분포를 동적신뢰성 모형에 적용하는 근거를 제시하고자 한다. PH-type 분포는 매우 포괄적이고 보편적인 분포군(distribution class)라고 할 수 있다. 매우 간단한 추계 모형(stochastic model)에서도 명확한 해를 구하기 어려운 것은 분석과정에서 생겨나는 조건부 확률에 대한 복잡도가 증가하기 때문인 것으로 알려져 있다[Neuts81]. 흔히 고장분포로 등장하는 지수분포에 대한 가정이 많이 이용되는 것은 'memoryless' 특성에 의해 조건부 확률에 대한 계산이 간단해지기 때문이다. 그리고 이런 지수분포에 대한 가정을 극복할

수 있는 대안이 바로 PH-type 분포라고 할 수 있다.

첫 번째로 들 수 있는 PH-type 분포 적용의 장점은 바로 보편성이다. PH-type 분포는 하나의 확률분포이지만, 분포 모수에 따라 매우 다양한 특성을 갖는다. 즉, 실제의 다양한 계통의 확률적인 양태를 대부분 표현할 수 있다는 것이다. 이러한 근거로 기존의 일반분포를 PH-type 분포로 근사화시키는 연구들이 있어왔으며 그 결과 적은 수의 모수들로써도 비교적 정확한 근사화가 가능하다는 것이 실험적으로 입증되었다.

두 번째로 PH-type 분포의 분석가능성을 들 수 있다. PH-type 분포는 마코프 모형에 기초하고 있다. 따라서 기존의 마코프 모형에 대한 분석 방법론들을 응용함으로써 매우 세부적인 성능척도에 대해서도 분석이 가능하다. 다만, 그 해가 행렬기하적 해(matrix-geometric solution)의 형태로 표현되므로 값을 계산하기 위해 효율적인 알고리즘의 개발에 대한 노력도 필요하다.

세 번째로 PH-type 분포는 매우 유용한 closure property들을 갖고 있다. 즉, PH-type 분포들이 특정 연산에 대해 닫혀있다는 것이다. 이러한 특성은 신뢰성 모형에서 매우 유용한 잇점을 갖는다. 부품 및 기기들이 특정한 구조로 계통을 이루고 있을 때, 각 부품 및 기기들의 고장과 수리 양태를 PH-type 분포로 표현했을 경우, 계통의 수명분포도 PH-type 분포로 표현할 수 있다는 가능성을 제시하고 있기 때문이다. 본 연구의 직접적인 동기도 바로 이러한 잇점에서 비롯됐다고 할 수 있다.

마지막으로 들 수 있는 장점은 PH-type 분포를 적용한 일원화된 분석 체계의 제시가 가능하다는 것이다. 보편적인 특성에 의해 일반적인 계통에 대해, 일반적인 PH-type 분포로 하나의 분석 체계를 수립할 수 있으며 이것이 가능하다는 특수한 세부 모형에 대해서도 그대로 활용할 수 있다는 것이다. 본 연구의 최종적인 목표는 바로 이러한 동적신뢰성 모형에 대하여 모형 수립에서부터 분석과 정까지의 일원화된 체계를 제시하는 것이라고 할 수 있다.

(2) PH-type 분포의 정의

먼저 연속 분포인 경우를 살펴보자. $[0, \infty]$ 에서 정의되는 확률변수 X 의 확률분포 $F(\cdot)$ 가 상태집합이 $\{1, 2, \dots, m, m+1\}$ 이고 아래와 같은 생성행

렬 Q 를 갖는 유한 마코프 과정(Markov Process)의 흡수상태, 즉 $m+1$ 상태에 도달할 때까지의 시간의 분포가 될 때, $F(\cdot)$ 는 차수 m 의 PH-type 분포가 된다. 또한 초기상태 확률벡터는 (α, α_{m+1}) 로 정의되고 $e=(1, 1, \dots, 1)^T$ 로 정의할때 $\alpha e + \alpha_{m+1} = 1$ 이 성립된다.

$$Q = \begin{bmatrix} T & T^0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{where} \quad \begin{array}{l} T_{ii} < 0, \quad i=1, \dots, m \\ T_{ij} \geq 0, \quad i=1, \dots, m, \quad j=1, \dots, m, \quad i \neq j \\ T e + T^0 = 0 \end{array}$$

여기서 모든 상태들을 transient하다고, 즉 행렬 T 는 nonsingular하다고 가정한다. 이때, PH-type 분포 $F(\cdot)$ 는 일반적으로 α 와 T 를 써서 (α, T) 로 표현한다. 이후부터 PH-type 분포는 이 표현법을 따르기로 한다. 따라서 PH-type 분포함수 $F(x)$ 와 확률밀도함수 $f(x)$, 라플라스 변환식(Laplace Transform) $f^*(s)$, 그리고 적률값(moment) μ_i 은 다음과 같이 표현된다.

$$F(x) = 1 - \alpha \cdot \exp(Tx) \cdot e, \quad x \geq 0$$

$$f(x) = \alpha \cdot \exp(Tx) \cdot T^0, \quad x > 0 \quad (\text{jump of } \alpha_{m+1} \text{ at } x=0)$$

$$f^*(s) = \alpha_{m+1} + \alpha \cdot [sI - T]^{-1} \cdot T^0$$

$$\mu_i = E[X^i] = (-1)^i \cdot i! \cdot \alpha \cdot T^{-i} \cdot e, \quad i \geq 0$$

이산적인 PH-type 분포 $\{P_k\}$ 는 상태집합이 $\{1, 2, \dots, m, m+1\}$ 이고 아래와 같은 전이확률행렬 F 를 갖는 유한 마코프 연쇄(Markov Chain)의 흡수상태, 즉 $m+1$ 상태에 도달할 때까지의 시간의 분포가 된다. 마찬가지로 초기상태 확률벡터는 (β, β_{m+1}) 로 정의되고 $\beta e + \beta_{m+1} = 1$ 이 성립된다.

$$P = \begin{bmatrix} S & S^0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{where} \quad \begin{matrix} 0 \leq S_{ij} \leq 1, & i=1, \dots, m, & j=1, \dots, m \\ Se + S^0 = e \end{matrix}$$

여기서 모든 상태들을 transient하다고, 즉 행렬 $I - T$ 는 nonsingular하다고 가정한다. 따라서 PH-type 분포의 확률질량함수 P_k 와 z -변환식(z -Transform) $P(z)$, 그리고 적률값(moment) μ_i 은 다음과 같이 표현된다.

$$P_k = \beta \cdot S^{k-1} S^0, \quad k > 0, \quad P_0 = a_{m+1}$$

$$P(z) = \beta_{m+1} + z \cdot \beta \cdot [I - zS]^{-1} \cdot S^0$$

$$\mu_i = E[X^i] = i! \cdot \beta \cdot S^{i-1} \cdot [I - S]^{-1} \cdot e, \quad i \geq 0$$

다음은 기존에 알려진 분포 중에서 PH-type 분포군에 속하는 것들로서 PH-type 분포의 예를 보여주고 있다.

① 지수분포, 기하분포 : 연속분포와 이산분포에서 $m=1$, $\alpha_1=1$ ($\beta_1=0$)일 때의 특수한 PH-type 분포이다.

② Erlang 분포 : 연속 PH-type 분포의 정의에서 다음이 만족된다.

$$\alpha = (1, 0, \dots, 0)$$

$$T = \begin{bmatrix} -\lambda & \lambda & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\lambda & \lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\lambda \end{bmatrix}$$

③ 초지수(hyperexponential) 분포

$$\alpha = (P_1, P_2, \dots, P_m)$$

$$T = \begin{bmatrix} -\lambda_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\lambda_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\lambda_m \end{bmatrix}$$

④ 일반화된 Erlang 분포 :

$$\alpha = (1, 0, \dots, 0)$$

$$T = \begin{bmatrix} -\lambda_1 & \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\lambda_2 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\lambda_m \end{bmatrix}$$

(3) PH-type 분포의 Closure 특성

Neuts를 비롯한 많은 연구가들에 의해 PH-type 분포의 유용한 Closure 특성이 증명되었다. 여기서는 신뢰성 이론과 관련해서 현재까지 증명된 몇가지의 Closure 특성을 소개하고자 한다. 자세한 증명은 여기서는 생략하므로 참고문헌을 참고하기 바란다. 신뢰성 이론에서는 이미 다양한 연산에 대해 몇가지 분포군의 Closure 특성이 연구된 바 있었다. 예를들어 IFR 분포군은 convolution에 대해 닫혀있고, IFRA 분포군은 convolution과 독립적인 부품의 coherent system 형태에 대해 닫혀있다는 것 등이다[Barlow81]. 그러나 PH-type 분포의 경우는 그 연산들 전부에 대해 닫혀있다는 큰 특성을 갖는다. 본 연구의 목표도 유사한 방법을 통해 보다 일반적인 신뢰성 모형에 대해 이러한 유형의 Closure 특성을 확장, 유도하는 것이었다.

(CP1) PH-type 분포군은 Convolution 연산에 대해 닫혀있다[Neuts81]. 즉,

$F(\cdot)$ 가 차수 m 의 $PH(\alpha, T)$ 이고, $G(\cdot)$ 가 차수 n 의 $PH(\beta, S)$ 일 때, $F * G(\cdot)$ 는 $PH(\gamma, L)$ 가 된다. 이때 다음이 성립한다.

$$\gamma = (\alpha, \alpha_{m+1} \cdot \beta)$$

$$L = \begin{bmatrix} T & T^0 \beta \\ 0 & S \end{bmatrix}$$

(CP2) PH-type 분포군은 유한개의 혼합(mixture)에 대해 닫혀있다[Neuts81].

즉, $j=1, \dots, k$ 에 대해 $F_j(\cdot)$ 가 $PH(\alpha(j), T(j))$ 일 때, $\sum_{j=1}^k p_j F_j(\cdot)$ 는 $PH(\alpha, T)$ 가 된다. 이때 다음이 성립한다.

$$\alpha = (p_1 \alpha(1), \dots, p_k \alpha(k))$$

$$T = \begin{bmatrix} T(1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & T(2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & T(k) \end{bmatrix}$$

(CP3) PH-type 분포군은 PH-type Convolution의 혼합에 대해 닫혀있다 [Neuts81]. 즉, $\{P_k\}$ 가 차수 n 의 이산적인 $PH(\beta, S)$ 이고 $F(\cdot)$ 가 차수 m 의 연속적인 $PH(\alpha, T)$ 일 때, $\sum_{k=0}^{\infty} P_k \cdot F^{(k)}(\cdot)$ 는 차수 mn 의 $PH(\gamma, L)$ 가 된다. 이때 다음이 성립한다. 그리고 여기서 $\otimes$ 는 kronecker 곱을 나타낸다[].

$$\gamma = \alpha \otimes \beta \cdot [I - \alpha_{m+1} S]^{-1}$$

$$\gamma_{m+1} = \beta_{n+1} + \alpha_{m+1} \cdot \beta \cdot [I - \alpha_{m+1} S]^{-1} \cdot S^0$$

$$L = T \otimes I + (1 - \alpha_{m+1}) \cdot T^0 \cdot \alpha \otimes [I - \alpha_{m+1} S]^{-1} \cdot S^0$$

$$L^0 = T^0 \otimes [I - \alpha_{m+1} S]^{-1} \cdot S^0$$

(CP4) PH-type 분포군은 독립적인 부품 및 기기로 이루어진 coherent system의 형태에 대해 닫혀있다[Assaf82]. 즉, 수리가 없는 부품 및 기기의 고장 분포가 PH-type 분포이면 계통의 고장분포도 PH-type 분포가 된다는 것이다.

(CP5) PH-type 분포군은 부품 및 기기의 수리가 없을 때 직렬구조 및 병렬구조에 대해 닫혀있다[Neuts81]. 즉, $F(\cdot)$ 가 차수 m 의 $PH(\alpha, T)$, $G(\cdot)$ 가 차수 n 의 $PH(\beta, S)$ 이고 각각의 고장분포가 $F(\cdot)$, $G(\cdot)$ 인 두 부품이 직렬구조를 이루고 있을 때 계통의 고장분포는 $PH(\alpha \otimes \beta, T \otimes I + I \otimes S)$ 가 되고, 병렬구조를 이루고 있을 때는 $PH(\gamma, L)$ 가 된다. 이때 다음이 성립한다.

$$\gamma = (\alpha \otimes \beta, \beta_{n+1} \cdot \alpha, \alpha_{m+1} \cdot \beta)$$

$$L = \begin{bmatrix} T \otimes I + I \otimes T & I \otimes S^0 & T^0 \otimes I \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & S \end{bmatrix}$$

(CP6) PH-type 분포군은 특정 충격모형(Shock Model)에 대해 닫혀있다[Neuts81]. 즉, 충격의 발생과정이 시간간격의 분포 $F(\cdot)$ 가 차수 m 의 $PH(\alpha, T)$ 인 PH-type 재생과정을 따르고, 고장이 날 때까지 충격 발생 수의 분포 P_i 가 이산적인 $PH(\beta, S)$ 일 때 계통의 고장분포는 $PH(x, K)$ 이 되고, 이때 다음이 성립한다.

$$x = \gamma \otimes \beta$$

(여기서 γ 는 충격 발생과정의 안정상태에서의 확률벡터)

$$K = T \otimes I + T^0 \cdot \alpha \otimes [I - \alpha_{m+1} \cdot S]^{-1} \cdot S$$

(4) PH-type 재생과정

확률적 상황이 똑같이 반복되는 재생점(renewal point)까지의 재생시간 분포를 PH-type 분포로 가정하면 PH-type 재생과정(renewal process)이 만들어진다.

즉 마코프 상태에 흡수상태에 도달하자마자 각각 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{m+1}$ 의 다음 전이 상태를 결정한다고 하고 만약 $m+1$ 번째 상태가 나오면 다시 시도하고 1, 2, ..., m 번째 상태가 나오게 되면 그 상태에서 마코프 과정을 계속 진행한다고 하자. 그러면 결국, 흡수상태에 도달하고 그 흡수상태를 빠져나왔을 때 그 다음 상태가 i 번째 상태가 될 확률은 $\frac{\alpha_i}{1-\alpha_{m+1}}$ 이 된다. 이렇게 해서 흡수상태를 제외한 $\{1, 2, \dots, m\}$ 상태만 고려하게 되면 생성행렬이 $Q^* = T + (1 - \alpha_{m+1})^{-1} \cdot T^0 \cdot a$ 가 되는 새로운 마코프 과정이 되고 이 과정이 바로 PH-type 재생과정이 되는 것이다. 이러한 PH-type 재생과정은 신뢰성 모형에서 부품 및 기기에 대해 고장과 수리가 반복되는 과정을 모형화하는데 이용될 수 있다.

(5) PH-type 분포의 활용분야

해석적 방법에 의한 분석과정에 있어서 PH-type 분포가 가지는 잇점은 복잡하고 시간이 많이 걸리는 적분을 행렬 계산으로 대체시킨다는 점이다. 물론 행렬의 차원이 커지면 그것도 쉽지는 않겠지만 적분계산에 비교하면 크나큰 잇점이 아닐 수 없다. PH-type 분포의 활용분야는 추계적 모형화가 가장 활발히 이루어지고 있는 대기이론(Queueing Theory)과 신뢰성 이론 두 분야로 나눌 수 있다. PH-type 분포는 그 등장과 함께 대기이론에 가장 먼저 적용되어 다양한 형태의 Closure 특성에 관한 연구에서부터, 도착분포가 PH-type 분포이고 서비스분포가 일반분포 혹은 PH-type 분포일때의 분석방법론에 관한 연구까지 진행되었다[Neuts79, Neuts81, Ramaswami80, Blondia89, Ramaswami90]. 그 이후도 특정한 통신시스템이나 일반 대기시스템을 대상으로 한 대기 성능분석이나 도착과정을 모형화하는데 활발히 적용되고 있다고 할 수 있다. 반면에 신뢰성 이론에 적용과 관련해서는 연구배경에서 정리된 것과 같은 기초적인 수준의 연구만 진행된 상태라고 할 수 있다. 그러나 앞에서 설명한 바와같이 PH-type 분포가 가지는 유용한 성질들을 제대로 활용하여 계통의 복잡한 구조를 표현할 수 있다면 보다 일반적이고 현실적인 계통 신뢰성 모형을 수립할 수 있고 이에 대한 분석도 가능할 것이다. 본 연구도 결국 그런 관점에서 하나의 진전이라고 할 수

있을 것이다.

나. PH-type 분포와 관련된 연구현황

1975년 M. F. Neuts에 의해 처음 PH-type 분포가 소개되기 전, 지수분포가 가지고 있는 분석적 장점 때문에 이러한 지수분포의 일반화된 확장에 관한 연구가 먼저 있어왔다. Erlang 분포가 바로 그 시초라고 할 수 있는데 Erlang 분포는 그러나 변동계수(coefficient of variation)가 항상 1보다 작다는 제한을 가지고 있다. 그래서 이러한 Erlang 분포의 분석가능성을 유지하면서 그 한계를 극복하기 위해 Erlang 분포들을 조합하는 방향으로 연구가 진행되기도 했다. 그런 연구의 연속선상에서 PH-type 분포가 출현하였다. Neuts는 일련의 연구들에서 PH-type 분포의 많은 특성들을 규명하였고 그 적용의 잇점들을 역설했다. 그 이후 PH-type 분포를 적용하기 위한 기반을 다지기 위해 많은 연구들이 진행되었는데, 크게 3가지 분야로 나누어볼 수 있다. 먼저 이론적인 부분에서 PH-type 분포를 정립시키기 위한 연구가 있었고, 다음으로 실험 자료나 일반분포에 대해 PH-type 분포로의 근사화가 어느정도 가능한지 검증하기 위한 연구, 마지막으로 이를 바탕으로 하여 실제 계통에 적용하고 그 계산 방법론에 대해 체계를 세우기 위한 연구가 있었다.

(1) 이론적 정립 단계에서의 연구

전술한 PH-type 분포 및 PH-type 재생과정에 대한 정의를 비롯하여 기본적인 수학적 연산에 대한 closure 특성들은 대부분 [Neuts81]에 의해서 완성되었다. 그 이후, 이전까지의 주요한 적용대상이었던 대기시스템에서 벗어나 신뢰성 분야에 대한 적용가능성 및 계통 기본 구조에 대한 closure 특성에 대한 연구가 있기도 했으나 연속적인 것은 아니었다.(이상의 연구와 관련된 내용은 앞에서 상세히 정리되었다.) 대부분의 이론적 연구는 PH-type 분포의 특성화와 최소표현(minimal representation), 그리고 일반분포의 근사화와 관련된 것이었다.

1980년대 말, 이론적으로 어떤 비음수 확률변수도 PH-type 분포로 근사화될 수 있다는 것이 [Asmussen87]에 의해 제시된 후 근사화와 관련하여 많은 이론

적 연구가 진행되었다. [Cumani82]는 일반분포를 TMHMM(Triangular Multistate Homogeneous Markov Model)이라고 하는 일종의 TPH(Triangular PH)-type 분포로 근사화하는 방법에 대해 연구하였다. 그는 3가지 형태의 표준형(canonical form) TMHMM을 제시하고 어떤 일반분포도 이런 표준형의 TMHMM 분포로 근사화될 수 있다는 것을 보였다. [O'Cinneide90]는 PH-type 분포의 특성을 LST(Laplace-Stieltjes Transform) 식으로부터 규명하여 새로운 정의를 만들었다. [Aldous87]은 PH-type 분포의 변동계수에 관해 연구하면서 Erlang 분포가 같은 차수(order)의 PH-type 분포 중에서 가장 변동계수가 작음을 증명하였다. 이러한 특성 연구를 토대로 [Commault93]과 [O'Cinneide91, 93]는 각각 Duality 이론과 Span-minimality 이론을 통해 PH-type 분포의 최소표현(minimal representation)에 관해 연구하였다. 최소표현은 PH-type 분포를 표현함에 있어 추계적 특성은 변화시키지 않으면서 그 차수를 최소로 하여 표현하는 것을 말한다. 두 연구를 통해 PH-type 분포의 최소표현은 TPH-type 분포로 나타낼 수 있다는 것이 보여졌다. 이런 연구 작업의 성과를 바탕으로 하여 실제 근사화에 대한 시도가 이루어기 시작하였다.

(2) 일반분포의 근사화

PH-type 분포가 가지고 있는 많은 잇점들을 활용하기 위해서 기존의 일반분포나 실험 자료를 PH-type 분포로 근사화시키는 연구가 진행되었다. 일반분포의 근사화를 할 때는 적합도의 정확성뿐만 아니라 근사화되는 PH-type 분포의 차수, 마코프 모형 생성의 용이성 즉, 생성행렬(generator matrix)의 sparsity, PH-type 분포 모수 추정의 용이성 등이 고려되어야 한다[Malhotra93]. 근사화에 이용된 방법으로는 먼저 적률적합(moment matching)법이 있는데 이는 복잡한 비선형 연립식을 풀어 적률이 가장 비슷하게 모수를 추정함으로써 근사화를 시키는 방법이다. 다음은 통계적 추정에서 가장 많이 이용되는 최대우도추정법(MLE)인데 이 방법은 주고 실험자료에 대해 근사화시키는 방법으로 이용되어졌다. 또 형태적합(shape fitting)법이 있는데 이것은 차이의 절대치 최소화나 최소제곱(LS:Least Square)과 같은 적절한 기준을 만족시키는 모수를 찾아서 근사화시키는 방법이다. 마지막으로 이상의 3가지 방법을 적절히 조합하는 방법도 있

을 수 있겠다. 이제 실제의 근사화 결과들을 살펴보도록 한다.

[Johnson90]은 적률적합 방법을 이용하여 와이블분포, 감마분포, 대수정규분포를 근사화시켰다. 근사화되는 PH-type 분포로는 차수가 같은 2개 Erlang 분포의 혼합 분포, 차수가 다른 2개 Erlang 분포의 혼합분포, Coxian 분포, 그리고 일반적인 PH-type 분포를 사용하였다. 후자로 갈수록 더 모수가 더 많고 일반적인 분포가 되므로 적합도도 크게 나타긴 하지만 그 향상속도가 아주 작은 것으로 나타났기 때문에 근사화가 복잡하지 않은 Erlang 분포의 혼합 분포로 근사화시켜도 충분함을 알 수 있다. [Schmicker92]은 적률적합법과 형태적합법을 혼합한 방법으로 20개 이상의 실험 자료를 Erlang 분포의 혼합모형에 근사화시켰다. 그 결과 혼합되는 Erlang 분포의 개수가 많아질수록 정확도가 커지긴 하나 역시 그 향상속도가 작은 것으로 나타났다. [Madsen91]은 기존에 제시된 다양한 방법으로 100개 이상의 실험 자료를 근사화시켰는데 PH-type 분포로 동질(homogeneous) Erlang 분포의 혼합분포, 이질(nonhomogeneous) Erlang 분포의 혼합분포, TPH-type 분포를 사용하였다. 그 결과 Schmicker et.al.이 제시한 방법을 이용하여 phase가 4-6개인 TPH-type 분포로 근사화시키는 것이 가장 효과적임을 발견하였다. [Malhotra93]은 적률적합법과 최소제곱을 최소화시키는 형태적합법을 혼합한 방법을 적용하여 상수분포(deterministic distribution), 와이블분포, 대수정규분포의 근사화에 대한 포괄적인 연구를 수행하였다. 그 결과 상수분포는 Erlang 분포, 와이블분포는 Erlang 분포와 Erlang 분포의 혼합분포, 대수정규분포는 Erlang 분포의 혼합분포가 가장 정확히 근사화시키는 것을 발견하였다. 또 이들은 일반적인 SMP 모형(Semi-Markov Model)으로 표현되는 계통 신뢰성 모형에 대해 PH-type 분포로의 근사화를 통해 계통 불신뢰성(unreliability)을 구하는 과정까지 수행하여 불신뢰성으로 비교하기도 하였다. [Bobbio94]은 최대우도추정법을 이용하여, 와이블분포, 대수정규분포, 일양분포 등으로부터 추출된 센서된 자료(censored data)를 APH(Acyclic PH)-type 분포로 근사화하는 방법을 연구하였다. APH-type 분포는 상태 전이가 상위 상태로만 일어나는 형태의 PH-type 분포이다. 그들은 적률값의 절대오차나 엔트로피(entrophy) 등과 같은 다양한 벤치마크(benchmark)를 이용해 적합도를 비교하였다. 이상의 연구를 통해, 비교적 차수가 낮고 희소도(sparsity)가 높은 PH-type 분포로도 상수분포나

일양분포를 제외한 대부분의 일반분포를 충분히 근사화시킬 수 있다는 것을 알 수 있었다.

(3) 신뢰성 모형에의 적용 및 수리적 계산과정

신뢰성 모형에 대한 PH-type 분포의 적용과 관련된 연구는 거의 없었다고 할 수 있다. 그것은 PH-type 분포가 처음 제안될 때 주요한 응용대상으로 대기시스템을 전제로 했던 이유이기도 하지만, 부품 및 기기의 수리가 있는 계통의 구조에 대한 접근법 자체가 어려웠던 탓도 있다고 할 수 있다. 연구배경에서 이미 제시되었듯이 부품의 수리가 없을 때는 기본적인 직렬, 병렬 구조에 대해서, 그리고 특수한 충격모형(Shock Model)에 대해서는 PH-type 분포가 유용하게 이용될 수 있다. 그리고 분석가능성이 PH-type 분포의 장점이기도 하지만 행렬 계산에 대한 효율적인 알고리즘의 개발이 있어야 복잡한 계통에 대해 분석할 수 있다는 점도 PH-type 분포에 대해 관심이 작았던 이유가 될 수 있겠다.

이러한 해석적 분석 방법론의 관점에서 [Sericola94]의 연구는 매우 중요한 가치를 지니고 있다. 그는 고장이 지수분포로 일어나고 수리가 PH-type 분포를 따를 때 구간가용성(Interval Availability)을 계산하는 알고리즘을 제시하였다. 그는 Uniformization 기법을 사용하여 알고리즘을 개발하였는데, 그 복잡도(complexity)는 계통의 상태 수에 크게 의존하지는 않는 것으로 조사되었고, 수리분포가 Erlang 분포일 경우는 닫힌형태(closed form)의 해까지 구할 수 있는 것으로 알려졌다. 또다른 방법으로서, [Neuts88]는 PH-type 분포의 convolution에 대한 기하 혼합(geometric mixture)에 대한 계산 방법을 제시하고 있다. 그는 재생간격 시간의 분포가 PH-type 분포인 재생과정으로 표현되는 기기의 고장모형을 대상으로 하였다. 이 경우, 기기 수명이 처음으로 T를 초과할 때까지의 시간에 대한 분포가 PH-type 분포의 convolution에 대한 기하혼합이 되므로, 구하고자하는 분포가 역시 PH-type 분포가 된다는 것을 이용하였다. 그는 이 분포 계산의 간편성을 위하여 기기 수명을 이산화된(discretized) 정수값으로 가정하고 마코프 연쇄의 특성을 이용하는 효율적인 계산 알고리즘을 제시하였다. 이상의 두 연구에서 알 수 있는 점은 결국 연속적인 PH-type 분포에서 나오는 행렬기하 해에 대한 계산이 효율적으로 이루어지기 위해선 연속시간이 아닌 이산시간

에 대한 추계적 모형을 이용해야 한다는 것이다.

3 연구 내용

여기서는 본 연구에서 목표로 삼았던 부품 및 기기의 수리가 있을 경우 직렬 구조, 병렬구조, 그리고 2개 부품/기기로 이루어진 대기구조의 계통 신뢰성을 구하는 방법론에 대한 연구결과를 정리하였다. 일반분포의 근사화에 대한 연구 결과로부터 일반적인 기기의 고장모형으로 많이 쓰이는 감마분포, 와이블분포, 대수정규분포 등에 대해서도 비교적 정확한 근사화가 가능하므로, 본 연구에서는 모든 부품 및 기기의 확률적인 분포는 PH-type 분포로 표현되어 있다고 전제한다. 즉, 부품 및 기기의 고장과 수리가 특정한 PH-type 분포를 따를 때, 그 구조를 고려하여 계통의 고장분포를 구하는 것으로 문제를 제한한다. 고장분포를 구하는 것은 계통의 동적신뢰성을 바로 구할 수 있다는 것을 의미한다.

부품 및 기기의 수리가 없는 경우에 대해서는, 앞에서 보듯이 Closure 특성이 만족되고 계통의 동적신뢰성에 대한 행렬기하적 해의 형태까지 살펴보았다. 그러나, 계통을 구성하고 있는 부품 및 기기의 수리가 허용되지 않는다는 것은 매우 비현실적인 가정이므로 수리를 고려하여 계통의 동적신뢰성을 표현할 수 있어야 한다. 이렇게 하여 3가지 기본구조에 대해 계통의 수명분포나 신뢰성을 표현하게 되면, 여러개의 기본구조가 단계별로 연결되어있는 일반적인 계통에 대해서도 신뢰성 분석을 할 수 있다.

먼저, 기본구조에 대한 계통 수명분포를 유도하는 과정에서 공통적으로 쓰이는 기호를 정리하도록 한다. 여기서 p 는 부품/기기의 번호를 가리킨다.

일반적인 기호

$0(k)$: k 개의 0으로 이루어진 열벡터

$e(k)$: k 개의 1로 이루어진 열벡터, $e(0) \equiv 1$

$I(k)$: $(k \times k)$ 크기의 단위행렬, $I(0) \equiv 1$

각 부품/기기의 고장 및 수리분포와 관련된 기호

$PH(\alpha^{(p)}, T^{(p)})$: p 번째 부품/기기의 고장분포

$(\langle \alpha^{(p)}, e(m_p) \rangle = 1 \text{로 가정})$

$PH(\beta^{(p)}, S^{(p)})$: p 번째 부품/기기의 수리분포

$(\langle \beta^{(p)}, e(n_p) \rangle = 1 \text{로 가정})$

$\alpha^{(p)}, \beta^{(p)}$: 흡수상태를 제외한 초기상태 확률을 나타내는 행벡터

$T_{ij}^{(p)}, S_{ij}^{(p)}$: 각각 행렬 $T^{(p)}, S^{(p)}$ 의 (i, j) 번째 요소

m_p : $PH(\alpha^{(p)}, T^{(p)})$ 의 차수

n_p : $PH(\beta^{(p)}, S^{(p)})$ 의 차수

$T^{(p)0}$: $PH(\alpha^{(p)}, T^{(p)})$ 에서 흡수상태로의 전이율을 나타내는 열벡터

$(T^{(p)} \cdot e(m_p) + T^{(p)0} = 0(m_p))$

$S^{(p)0}$: $PH(\beta^{(p)}, S^{(p)})$ 에서 흡수상태로의 전이율을 나타내는 열벡터

$(S^{(p)} \cdot e(n_p) + S^{(p)0} = 0(n_p))$

$T_i^{(p)0}, S_i^{(p)0}$: 각각 열벡터 $T^{(p)0}, S^{(p)0}$ 의 i 번째 요소

$\overline{T}^{(p)0}$: n_t 개의 $T^{(p)0}$ 로 이루어진 $m_p \times n_t$ 크기의 행렬

$\overline{S}^{(p)0}$: m_t 개의 $S^{(p)0}$ 로 이루어진 $n_p \times m_t$ 크기의 행렬

$A^{(p)}$: $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{m_t}$ 로 이루어진 $m_p \times m_p$ 크기의 대각행렬

$B^{(p)}$: $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n_t}$ 로 이루어진 $n_p \times n_t$ 크기의 대각행렬

한 부품/기기가 이렇게 PH-type 분포의 특성을 가지면서 고장과 수리를 반복

하므로 한 부품/기기의 양태를 하나의 마코프과정으로 모형화할 수 있다. 먼저 다음을 정의하자.

각 부품/기기의 마코프과정과 관련된 기호

$X^{(j)}$: j 번째 부품/기기의 양태를 표현하는 연속시간 마코프과정

$X_t^{(j)}$: t 시점에서 $X^{(j)}$ 의 상태

$E^{(j)}$: $X^{(j)}$ 의 유한한 상태공간(state space) ($E^{(j)} = E_U^{(j)} \cup E_D^{(j)}$)

$E_U^{(j)}$: j 번째 부품/기기가 작동하고 있는 상태공간

$E_D^{(j)}$: j 번째 부품/기기가 수리받고 있는 상태공간

부품/기기는 초기에 작동상태인 $E_U^{(j)}$ 에 있다가 $PH(\alpha^{(j)}, T^{(j)})$ 가 흡수상태로 들어가게 되면 고장이 나면서 즉시 수리상태 $E_D^{(j)}$ 로 들어가게 된다. 이때 $E_D^{(j)}$ 중의 몇 번째 상태로 들어가느냐 하는 것은 $PH(\beta^{(j)}, S^{(j)})$ 의 초기상태 확률벡터 β 에 의해 결정되게 된다. 그리고 $PH(\beta^{(j)}, S^{(j)})$ 가 흡수상태로 들어가면 수리가 끝나면서 다시 작동상태로 들어가게 되고 $E_U^{(j)}$ 중의 몇 번째 상태로 들어가느냐 하는 것은 마찬가지로 α 에 의해 결정되게 된다. 따라서, $X^{(j)}$ 는 $E_U^{(j)}$ 와 $E_D^{(j)}$ 를 교번하는 교번재생과정(Alternating Renewal Process)으로 볼 수 있다. $X^{(j)}$ 의 생성행렬 $Q^{(j)}$ 은 다음과 같다. 또한, 시작시점에서 부품/기기가 작동 중이므로 초기상태 확률벡터는 $(\alpha, 0)$ 가 된다.

$$Q^{(j)} = \left[\begin{array}{c|c} T & \overline{T}^{(j)0} B^{(j)} \\ \hline \overline{S}^{(j)0} A^{(j)} & S \end{array} \right]$$

계통의 마코프과정과 관련된 기호

X : 계통의 양태를 표현하는 연속시간 마코프과정

X_t : t 시점에서 X 의 상태

E : X 의 유한한 상태공간

$P_{ij}(t)$: 초기 상태 조건이 없이 t 시점에서 계통 상태가 (i, j) 일 확률

$$(P_{ij}(t) \equiv \Pr[X_t = (i, j)])$$

가. 직렬 계통에 대한 적용

n 개의 부품으로 이루어진 직렬 계통의 경우, 계통이 고장나는 시점은 n 개의 부품 중 맨 처음으로 고장나는 부품의 고장시점과 같다. 따라서 계통의 수명은 부품 수명들의 최소값으로 표현되고, 결국 수리가 없는 경우와 같은 결과가 나온다. 즉 계통의 수명분포는 연구배경에서 정리된 (CP5)의 직렬구조에 대한 PH-type 분포와 같이 표현된다.

나. 병렬 계통에 대한 적용

(1) 2개 부품/기기로 이루어진 병렬계통

일반적인 병렬구조에 대한 적용에 앞서, 먼저 서로 독립이면서 동일하지 않은 2개의 부품/기기로 이루어진 병렬계통을 고려해보자. 먼저 본 연구에서 가정하고 있는 내용은 다음과 같다.

- a. 각 부품/기기에 대한 고장은 독립적이고 동일한 $PH(\alpha^{(j)}, T^{(j)})$ 분포를 따른다.
- b. 각 부품/기기에 대한 수리는 독립적이고 동일한 $PH(\beta^{(j)}, S^{(j)})$ 분포를 따른다.
- c. 두 부품/기기는 모두 작동상태에서 시작한다.

이 계통에 대한 마코프과정 X 는 두 부품/기기의 상태에 의해 2차원적으로 정의된다. 즉, $X_t = (X_t^{(1)}, X_t^{(2)})$ 로 정의된다. 여기서 계통 상태공간 E 를 다음과 같이 베타적인 4개의 부공간(subspace)으로 분해한다.

$$E = E_{UU} \cup E_{UD} \cup E_{DU} \cup E_{DD}$$

$$\text{where } E_{UU} = \{(i, j) ; i \in E_U^{(1)}, j \in E_U^{(2)}\}$$

$$E_{UD} = \{(i, j) ; i \in E_U^{(1)}, j \in E_D^{(2)}\}$$

$$E_{DU} = \{(i, j) ; i \in E_D^{(1)}, j \in E_U^{(2)}\}$$

$$E_{DD} = \{(i, j) ; i \in E_D^{(1)}, j \in E_D^{(2)}\}$$

여기서 E_{DD} 는 병렬구조의 특성에 의해 계통이 고장난 상태를 나타내고 있는 부공간이라고 할 수 있다. 이제 E_{DD} 를 $E_{DD} = \{ \textcircled{a} \}$ 로 다시 정의하도록 한다. 따라서 E_{DE} 를 하나의 흡수상태로만 정의하면 결국 계통의 수명은 이 흡수상태에 도달하기까지 걸리는 시간이 되면서, 계통의 수명분포가 PH-type 분포로 표현될 수 있음을 알게 된다.

계통 수명분포를 표현하는 PH-type 분포를 $PH(\gamma, L)$ 로 정의하도록 한다. 즉, X 는 다음과 같은 생성행렬 Q 를 갖는 마코프과정이 될 것이다.

$$Q = \begin{bmatrix} L & L^0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

여기서 비흡수 상태에서의 마코프 전이를 나타내는 행렬 L 을 유도하기 전에, 먼저 $PH(\gamma, L)$ 의 차수 n 과 계통의 초기상태 확률을 다음과 같이 구할 수 있다. 이것은 E 의 분해과정에서 쉽게 얻어진다.

$$n = m_1 m_2 + m_1 n_2 + n_1 m_2$$

$$\gamma = (\alpha^{(1)} \otimes \alpha^{(2)}, 0(m_1 n_2), 0(n_1 m_2))$$

$$\gamma_{n+1} = 0$$

이제 $(n \times n)$ 행렬 L 을 유도하기 위해서는 상태들간의 전이방정식을 구해야 한다. 4개의 각 부공간에서, 계통의 상태전이방정식을 구해보면 다음과 같다.

CASE 1 : $(i, j) \in E_{UU}$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} P_{ij}(t) = & \sum_{(k, j) \in E_{UU}} T_{ki}^{(1)} \cdot P_{kj}(t) + \sum_{(i, j) \in E_{UU}} T_{ij}^{(2)} \cdot P_{ii}(t) \\ & + \sum_{(i, j) \in E_{UD}} S_i^{(2)0} \alpha_j^{(2)} \cdot P_{ii}(t) \\ & + \sum_{(k, j) \in E_{DU}} S_k^{(1)0} \alpha_i^{(1)} \cdot P_{kj}(t) \end{aligned}$$

CASE 2 : $(i, j) \in E_{UD}$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} P_{ij}(t) = & \sum_{(i, j) \in E_{UD}} T_i^{(2)0} \beta_j^{(2)} \cdot P_{ii}(t) \\ & + \sum_{(k, j) \in E_{UD}} T_{ki}^{(1)} \cdot P_{kj}(t) + \sum_{(i, j) \in E_{UD}} S_j^{(2)} \cdot P_{ii}(t) \end{aligned}$$

CASE 3 : $(i, j) \in E_{DU}$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} P_{ij}(t) = & \sum_{(k, j) \in E_{UU}} T_k^{(1)0} \beta_i^{(1)} \cdot P_{kj}(t) \\ & + \sum_{(k, j) \in E_{DU}} S_{ki}^{(1)} \cdot P_{kj}(t) + \sum_{(i, j) \in E_{DU}} T_j^{(2)} \cdot P_{ii}(t) \end{aligned}$$

CASE 4 : E_{DE}

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} P_{\odot}(t) = & \sum_{(k, j) \in E_{UD}} \sum T_k^{(1)0} \cdot P_{kt}(t) \\ & + \sum_{(k, j) \in E_{DU}} \sum T_l^{(2)0} \cdot P_{kt}(t) \end{aligned}$$

이상의 미분방정식을 이제 행렬형태로 표현하여, 위에서 정의한 생성행렬 Q 를 구해보도록 한다. 각 상태공간의 2차원 상태 (i, j) 는 모두 lexicographic 순서로 나열되어 있다고 하자. 이때, 각 4개의 부공간 E_{UU} , E_{UD} , E_{DU} , E_{DE} 의 (i, j) 요소로 가는 전이율을 적어보면 다음과 같다.

	E_{UL}	E_{UL}	E_{DL}	E_{DL}
E_{UL}	0	0	0	0
	$T_{li}^{(1)}$	:	$T_i^{(10)} \beta_i^{(1)}$	:
	0	0	0	:
	$T_{li}^{(2)}$	$T_i^{(20)} \beta_i^{(2)}$	:	:
	$T_{ii}^{(1)} + T_{ii}^{(2)}$	$T_i^{(20)} \beta_i^{(2)}$	$T_i^{(10)} \beta_i^{(1)}$	:
	$T_{m,j}^{(2)}$	$T_{m,i}^{(20)} \beta_j^{(2)}$	0	:
	0	0	:	:
	$T_{m,i}^{(1)}$	:	$T_{m,i}^{(10)} \beta_i^{(1)}$	:
	0	0	0	:
	:	0	:	0
E_{UL}	0	0	0	$T_i^{(10)}$
	:	$T_{li}^{(1)}$	:	:
	:	0	:	$T_i^{(10)}$
	$S_i^{(20)} a_j^{(2)}$	$S_{ij}^{(2)}$	:	$T_i^{(10)}$
	$S_{ij}^{(20)} a_j^{(2)}$	$T_{ii}^{(1)} + S_{ii}^{(2)}$	:	$T_i^{(10)}$
	$S_{m,j}^{(2)} a_j^{(2)}$	$S_{m,j}^{(2)}$	:	$T_i^{(10)}$
	0	0	:	$T_{m,i}^{(10)}$
	:	$T_{m,i}^{(1)}$	:	:
	0	0	:	$T_{m,i}^{(10)}$
	0	:	0	$T_{m,i}^{(10)}$
E_{DL}	0	0	0	$T_i^{(20)}$
	$S_i^{(10)} a_i^{(1)}$	:	$S_{li}^{(1)}$	$T_i^{(20)}$
	0	:	0	:
	$S_i^{(10)} a_i^{(1)}$	:	$T_{li}^{(2)}$	$T_i^{(20)}$
	0	:	$S_{ii}^{(1)} + T_{ii}^{(2)}$	$T_i^{(20)}$
	$S_{m,i}^{(10)} a_i^{(1)}$	:	$T_{m,j}^{(2)}$	$T_{m,i}^{(20)}$
	0	:	0	:
	$S_{m,i}^{(10)} a_i^{(1)}$	:	$S_{m,i}^{(1)}$	$T_i^{(20)}$
	0	0	0	:
	:	0	:	$T_{m,i}^{(20)}$
E_{DL}	0	0	0	0

이제 이 행렬을 자세히 관찰하면, 각 부공간끼리의 전이율을 kronecker 곱을 이용하여 행렬의 연산 형태로 구할 수 있다. 즉, 다음과 같이 L 과 L^0 를 각 부공간에 대해 특정한 형태의 하위행렬(submatrix)들로서 표현할 수 있다. 여기서 각 하위행렬을 자세히 관찰해보면, 각 부공간에서의 모든 전이율을 행렬의 형태로 나타내고 있음을 알 수 있다. 예를들어 E_{UU} 에서 E_{UU} 로 전이되는 전이율을 포함하고 있는 하위행렬 $I(m_1) \otimes T^{(2)} + T^{(1)} \otimes I(m_2)$ 는 1번 부품/기기의 상태가 변화되지 않고 2번 부품/기기의 상태가 $E_U^{(2)}$ 안에서 변화되는 상황과 반대로 2번 부품/기기의 상태가 변화되지 않고 1번 부품/기기의 상태가 $E_U^{(1)}$ 안에서 변화되는 상황을 나타내고 있는 것이다. 또 E_{UD} 에서 E_{UD} 로 전이되는 전이율을 포함하고 있는 하위행렬 $I(m_1) \otimes \bar{T}^{(2)0} B^{(2)}$ 는 1번 부품/기기의 상태가 변화되지 않고 2번 부품/기기의 상태가 $E_U^{(2)}$ 에서 $E_D^{(2)}$ 로 전이되는 상황을 나타내고 있는 것이다. 동시에 2개 이상의 전이가 일어나지 않는다고 가정하므로 2번 부품/기기의 상태가 변화하면서 1번 부품/기기도 동시에 $E_U^{(1)}$ 에서 전이가 일어날 수는 없다.

$$L = \begin{bmatrix} I(m_1) \otimes T^{(2)} + T^{(1)} \otimes I(m_2) & I(m_1) \otimes \bar{T}^{(2)0} B^{(2)} & \bar{T}^{(1)0} B^{(1)} \otimes I(m_2) \\ I(m_1) \otimes \bar{S}^{(2)0} A^{(2)} & I(m_1) \otimes S^{(2)} + T^{(1)} \otimes I(m_2) & 0 \\ \bar{S}^{(1)0} A^{(1)} \otimes I(m_2) & 0 & I(n_1) \otimes T^{(2)} + S^{(1)} \otimes I(m_2) \end{bmatrix}$$

$$L^0 = \begin{bmatrix} 0(m_1, m_2) \\ T^{(1)0} \otimes e(n_2) \\ e(n_1) \otimes T^{(2)0} \end{bmatrix}$$

여기서 PH-type 분포의 정의에 의해 $Le + L^0 = 0$ 가 성립해야 한다. 이것을 각 부공간 E_{UU} , E_{UD} , E_{DU} 별로 확인해보도록 한다.

① E_{UU} 의 경우

$$\begin{aligned}
& [I(m_1) \otimes T^{(2)} + T^{(1)} \otimes I(m_2), I(m_1) \otimes \bar{T}^{(2)0} B^{(2)}, \bar{T}^{(1)0} B^{(1)} \otimes I(m_2)] \cdot e + 0(m_1 m_2) \\
&= [I(m_1) \otimes T^{(2)} + T^{(1)} \otimes I(m_2)] \cdot e(m_1 m_2) \\
&\quad + [I(m_1) \otimes \bar{T}^{(2)0} B^{(2)}] \cdot e(m_1 n_2) + [\bar{T}^{(1)0} B^{(1)} \otimes I(m_2)] \cdot e(n_1 m_2) \\
&= [I(m_1) \cdot e(m_1)] \otimes [T^{(2)} \cdot e(m_2)] + [T^{(1)} \cdot e(m_1)] \otimes [I(m_2) \cdot e(m_2)] \\
&\quad + [I(m_1) \cdot e(m_1)] \otimes [\bar{T}^{(2)0} B^{(2)} \cdot e(n_2)] + [\bar{T}^{(1)0} B^{(1)} \cdot e(n_1)] \otimes [I(m_2) \cdot e(m_2)] \\
&= e(m_1) \otimes [T^{(2)} \cdot e(m_2) + \bar{T}^{(2)0} B^{(2)} \cdot e(n_2)] \\
&\quad + [T^{(1)} \cdot e(m_1) + \bar{T}^{(1)0} B^{(1)} \cdot e(n_1)] \otimes e(m_2) \\
&= e(m_1) \otimes [T^{(2)} \cdot e(m_2) + T^{(2)0}] + [T^{(1)} \cdot e(m_1) + T^{(1)0}] \otimes e(m_2) \\
&= e(m_1) \otimes 0(m_2) + 0(m_1) \otimes e(m_2) \\
&= 0(m_1 m_2)
\end{aligned}$$

② E_{UE} 의 경우

$$\begin{aligned}
& [I(m_1) \otimes \bar{S}^{(2)0} A^{(2)}, I(m_1) \otimes S^{(2)} + T^{(1)} \otimes I(n_2), 0] \cdot e + T^{(1)0} \otimes e(n_2) \\
&= [I(m_1) \otimes \bar{S}^{(2)0} A^{(2)}] \cdot e(m_1 m_2) + [I(m_1) \otimes S^{(2)} + T^{(1)} \otimes I(n_2)] \cdot e(m_1 n_2) \\
&\quad + T^{(1)0} \otimes e(n_2) \\
&= [I(m_1) \cdot e(m_1)] \otimes [\bar{S}^{(2)0} A^{(2)} \cdot e(m_2)] \\
&\quad + [I(m_1) \cdot e(m_1)] \otimes [S^{(2)} \cdot e(n_2)] + [T^{(1)} \cdot e(m_1)] \otimes [I(n_2) \cdot e(n_2)] \\
&\quad + T^{(1)0} \otimes e(n_2) \\
&= e(m_1) \otimes [\bar{S}^{(2)0} A^{(2)} \cdot e(m_2) + S^{(2)} \cdot e(n_2)] \\
&\quad + [T^{(1)} \cdot e(m_1) + T^{(1)0}] \otimes e(n_2) \\
&= e(m_1) \otimes 0(n_2) + 0(m_1) \otimes e(n_2) \\
&= 0(m_1 n_2)
\end{aligned}$$

③ E_{DU} 의 경우

$$\begin{aligned}
& [\bar{S}^{(1)0} A^{(1)} \otimes I(m_2), 0, I(n_1) \otimes T^{(2)} + S^{(1)} \otimes I(m_2)] \cdot e + e(n_1) \otimes T^{(2)0} \\
&= [\bar{S}^{(1)0} A^{(1)} \otimes I(m_2)] \cdot e(m_1 m_2) + [I(n_1) \otimes T^{(2)} + S^{(1)} \otimes I(m_2)] \cdot e(n_1 m_2) \\
&\quad + e(n_1) \otimes T^{(2)0} \\
&= [\bar{S}^{(1)0} A^{(1)} \cdot e(m_1)] \otimes [I(m_2) \cdot e(m_2)] \\
&\quad + [I(n_1) \cdot e(n_1)] \otimes [T^{(2)} \cdot e(m_2)] + [S^{(1)} \cdot e(n_1)] \otimes [I(m_2) \cdot e(m_2)] \\
&\quad + e(n_1) \otimes T^{(2)0} \\
&= [\bar{S}^{(1)0} A^{(1)} \cdot e(m_1) + S^{(1)} \cdot e(n_1)] \otimes e(m_2) \\
&\quad + e(n_1) \otimes [T^{(2)} \cdot e(m_2) + T^{(2)0}] \\
&= 0(n_1) \otimes e(m_2) + e(n_1) \otimes 0(m_2) \\
&= 0(n_1 m_2)
\end{aligned}$$

따라서, $L \cdot e(m_1 m_2 + m_1 n_2 + n_1 m_2) + L^0 = 0(m_1 m_2 + m_1 n_2 + n_1 m_2)$ 이 성립한다. 이상의 결과에 의해 이제 2개의 부품/기기로 이루어진 병렬구조 계통의 수명분포는 $PH(\gamma, L)$ 이 됨을 알 수 있다.

(2) k개 부품/기기로 이루어진 병렬계통

이제 앞의 결과를 바탕으로 하여 k개 부품/기기로 이루어진 병렬계통에 대한 수명분포를 표현해보도록 한다. 기본 가정은 앞서와 같고, 유도과정도 앞서와 유사하며 단지 $p=1, \dots, k$ 로 확장된 것이므로, 증명 없이 계통의 수명분포가 차수 n 의 $PH(\gamma, L)$ 가 됨을 알 수 있다. 계통 수명분포의 차수는 다음과 같다.

$$n = \prod_{p=1}^k (m_p + n_p) - \prod_{p=1}^k n_p$$

먼저 특정시점에서의 계통 상태를 각 부품/기기의 작동과 수리상태에 따라 구분하여 다음을 정의하자.

x_p : p 번째 부품/기기가 작동상태이면 1, 수리상태이면 0를 갖는 이진변수

x : 각 부품/기기의 상태를 나타내는 k 크기의 벡터 ($x = (x_1, \dots, x_k)$)

m : 각 부품/기기의 고장 PH-type 분포의 차수로 이루어진 벡터

$$(m = (m_1, \dots, m_k))$$

n : 각 부품/기기의 수리 PH-type 분포의 차수로 이루어진 벡터

$$(n = (n_1, \dots, n_k))$$

x^d : 전이에 의해서 x 상태에서 x' 상태로 변할 때, $x^d = x' - x$

x^n : x 상태에서 각 부품/기기의 상태에 따른 PH-type 분포의 차수를 나타

내는 벡터, 즉 $x_p^n = m_p x_p + n_p(1 - x_p)$.

이제 계통의 수명분포 $PH(\gamma, L)$ 를 다음과 같이 표현할 수 있다. 여기서 j^* 는 상태전이가 발생한 부품/기기를 번호를 가리킨다.

$$\gamma = (\alpha^{(1)} \otimes \alpha^{(2)} \otimes \dots \otimes \alpha^{(k)}), \quad 0(n - \prod_{p=1}^k m_p)$$

$$\gamma_{n+1} = 0$$

$$L = [L(x \rightarrow x')] \text{ where}$$

$$L(x \rightarrow x') = \begin{cases} \sum_{p=1}^k I\left(\prod_{i=1}^{k-1} x_i^n\right) \otimes [T^{(p)} x_p + S^{(p)}(1 - x_p)] \otimes I\left(\prod_{i=p+1}^k 1\right) & , \text{ if } \|x^d\| = 0 \\ I\left(\prod_{i=1}^{j^*-1} x_i^n\right) \otimes [\bar{T}^{(j^*)0} B^{(j^*)} x_{j^*} + \bar{S}^{(j^*)0} A^{(j^*)}(1 - x_{j^*})] \otimes I\left(\prod_{i=j^*+1}^k 1\right) & , \text{ if } \|x^d\| = 1 \\ 0 & , \text{ otherwise} \end{cases}$$

$$L^0 = [L^0(x)] \text{ where}$$

$$L^0(x) = \begin{cases} e\left(\prod_{p=1}^{j^*-1} n_p\right) \otimes T^{(j^*)0} \otimes e\left(\prod_{p=j^*+1}^k n_p\right) & , \text{ if } \|x^d\| = 1 \\ 0 & , \text{ otherwise} \end{cases}$$

다. 2개 부품/기기로 이루어진 대기 계통에 대한 적용

서로 독립이면서 동일하지 않은 2개의 부품/기기로 이루어진 대기구조 계통을 고려해보자. 이 계통에 대한 본 연구의 가정은 다음과 같다.

- 각 부품/기기에 대한 고장은 독립적이고 동일한 $PH(\alpha^{(j)}, T^{(j)})$ 분포를 따른다.
- 각 부품/기기에 대한 수리는 독립적이고 동일한 $PH(\beta^{(j)}, S^{(j)})$ 분포를 따른다.
- 두 부품/기기는 모두 작동가능한 상태에서 시작하며, 1번 부품/기기가 먼저 작동한다.
- 대기상태에 있는 부품/기기는 고장나지 않는다(Cold 유형).
- 대기상태에서 작동상태로 전환될 때의 전환 확률은 1이다.
- 작동 우선권은 없다. 즉 수리가 끝난 부품/기기는 대기상태로 들어간다.

이 계통에 대한 마코프과정 X 는 두 부품/기기의 상태에 의해 2차원적으로 정의된다. 즉, $X_t = (X_t^{(1)}, X_t^{(2)})$ 로 정의된다. 여기서 계통 상태공간 E 를, 대기 상태 ⑤를 도입하여, 다음과 같이 배타적인 5개의 부분공간으로 분해한다.

$$E = E_{US} \cup E_{SU} \cup E_{UD} \cup E_{DU} \cup E_{DD}$$

$$\text{where } E_{US} = \{(i, \textcircled{5}) ; i \in E_U^{(1)}\}$$

$$E_{SU} = \{(\textcircled{5}, j) ; j \in E_U^{(2)}\}$$

$$E_{UD} = \{(i, j) ; i \in E_U^{(1)}, j \in E_D^{(2)}\}$$

$$E_{DU} = \{(i, j) ; i \in E_D^{(1)}, j \in E_U^{(2)}\}$$

$$E_{DD} = \{(i, j) ; i \in E_D^{(1)}, j \in E_D^{(2)}\}$$

여기서 E_{DL} 는 계통이 고장난 상태를 나타내고 있는 부공간이라고 할 수 있다. 이제 E_{DL} 를 $E_{DD}=\{ \textcircled{a} \}$ 로 다시 정의하도록 한다. 따라서 E_{DL} 를 하나의 흡수상태로만 정의하면 결국 계통의 수명은 이 흡수상태에 도달하기까지 걸리는 시간이 되면서, 계통의 수명분포가 PH-type 분포로 표현될 수 있음을 알게 된다.

계통 수명분포를 표현하는 PH-type 분포를 $PH(\gamma, L)$ 로 정의하도록 한다. 즉, X 는 다음과 같은 생성행렬 Q 를 갖는 마코프과정이 될 것이다.

$$Q = \begin{bmatrix} L & L^0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

여기서 비흡수 상태에서의 마코프 전이를 나타내는 행렬 L 을 유도하기 전에, 먼저 $PH(\gamma, L)$ 의 차수 n 과 계통의 초기상태 확률을 다음과 같이 구할 수 있다. 이것은 E 의 분해과정에서 쉽게 얻어진다.

$$n = m_1 + m_2 + m_1 n_2 + n_1 m_2$$

$$\gamma = (\alpha^{(1)}, 0(m_2), 0(m_1 n_2), 0(n_1 m_2))$$

$$\gamma_{n+1} = 0$$

이제 $(n \times n)$ 행렬 L 을 유도하기 위해서는 상태들간의 전이방정식을 구해야 한다. 5개의 각 부공간에서, 계통의 상태전이방정식을 구해보면 다음과 같다.

$$\text{CASE 1 : } (i, \textcircled{a}) \in E_{US}, j = \textcircled{a}$$

$$\frac{d}{dt} P_{ij}(t) = \sum_{(k, j) \in E_{US}} T_{kj}^{(1)} \cdot P_{kj}(t) + \sum_{(i, j) \in E_{UD}} S_i^{(2)0} \cdot P_{ij}(t)$$

$$\text{CASE 2 : } (\textcircled{a}, j) \in E_{SL}, i = \textcircled{a}$$

$$\frac{d}{dt} P_{ij}(t) = \sum_{(i, j) \in E_{SU}} T_{ij}^{(2)} \cdot P_{ij}(t) + \sum_{(k, j) \in E_{DU}} S_k^{(1)0} \cdot P_{kj}(t)$$

CASE 3 : $(i, j) \in E_{UL}$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} P_{ij}(t) = & \sum_{(k, l) \in E_{SU}} \alpha_i^{(1)} T_l^{(2)0} \beta_j^{(2)} \cdot P_{kl}(t) \\ & + \sum_{(k, l) \in E_{UD}} T_k^{(1)} \cdot P_{kl}(t) + \sum_{(i, l) \in E_{UD}} S_l^{(2)} \cdot P_{il}(t) \end{aligned}$$

CASE 4 : $(i, j) \in E_{DL}$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} P_{ij}(t) = & \sum_{(k, l) \in E_{US}} T_k^{(1)0} \beta_i^{(1)} \alpha_j^{(2)} \cdot P_{kl}(t) \\ & + \sum_{(k, l) \in E_{DU}} S_k^{(1)} \cdot P_{kl}(t) + \sum_{(i, l) \in E_{DU}} T_l^{(2)} \cdot P_{il}(t) \end{aligned}$$

CASE 5 : E_{DU}

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} P_{\oplus}(t) = & \sum_{(k, l) \in E_{UD}} \sum T_k^{(1)0} \cdot P_{kl}(t) \\ & + \sum_{(k, l) \in E_{DU}} \sum T_l^{(2)0} \cdot P_{kl}(t) \end{aligned}$$

이상의 미분방정식을 이제 행렬형태로 표현하여, 위에서 정의한 생성행렬 Q 를 구해보도록 한다. 각 상태공간의 2차원 상태 (i, j) 는 모두 lexicographic 순서로 나열되어 있다고 하자. 이때, 각 5개의 부공간 $E_{US}, E_{SU}, E_{UD}, E_{DU}, E_{DL}$ 의 (i, j) 요소로 가는 전이율을 적어보면 다음과 같다.

	E_{US}	E_{SU}	E_{UL}	E_{DL}	E_{DE}
E_{US}	$T_{li}^{(1)}$	0	0	$T_i^{(10)} \beta_i^{(1)} \cdot a_i^{(2)}$	0
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$T_{ii}^{(1)}$	0	0	$T_i^{(10)} \beta_i^{(1)} \cdot a_i^{(2)}$	0
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$T_{m_1 i}^{(1)}$	0	0	$T_{m_1}^{(10)} \beta_i^{(1)} \cdot a_i^{(2)}$	0
E_{SU}	0	$T_{ij}^{(2)}$	$a_i^{(1)} \cdot T_i^{(20)} \beta_j^{(2)}$	0	0
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	0	$T_{jj}^{(2)}$	$a_i^{(1)} \cdot T_j^{(20)} \beta_j^{(2)}$	0	0
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	0	$T_{m_2 j}^{(2)}$	$a_i^{(1)} \cdot T_{m_2}^{(20)} \beta_j^{(2)}$	0	0
E_{UL}	0	0	0	0	$T_i^{(10)}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
			$T_{li}^{(1)}$		$T_i^{(10)}$
			0		$T_i^{(10)}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$S_i^{(10)}$		$S_{ij}^{(2)}$		$T_i^{(10)}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$S_i^{(10)}$		$T_{ii}^{(1)} + S_{jj}^{(2)}$		$T_i^{(10)}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$S_{m_1}^{(10)}$		$S_{m_2}^{(2)}$		$T_i^{(10)}$
	0		0		$\vdots$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$T_{m_1}^{(10)}$
	0	0	$T_{m_1 i}^{(1)}$	0	$T_{m_1}^{(10)}$
E_{DL}	0	0	0	0	$T_i^{(20)}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
				$S_{li}^{(1)}$	$T_j^{(20)}$
				0	$\vdots$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$S_i^{(10)}$			$T_{ij}^{(2)}$	$T_i^{(20)}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$S_i^{(10)}$			$S_{ii}^{(1)} + T_{jj}^{(2)}$	$T_j^{(20)}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$S_{m_1}^{(10)}$			$T_{m_2}^{(2)}$	$T_{m_2}^{(20)}$
	0			0	$\vdots$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	0	0	$S_{m_1 i}^{(1)}$	0	$T_j^{(20)}$
	0	0	0	$\vdots$	$\vdots$
E_{DE}	0	0	0	0	$T_{m_2}^{(20)}$

여기서 PH-type 분포의 정의에 의해 $L e + L^0 = 0$ 가 성립해야 한다. 이것
 등 각 부공간 $E_{US}, E_{SU}, E_{UD}, E_{DU}$ 별로 확인해보도록 한다.

$$L^0 = \begin{bmatrix} 0(m_1) \\ 0(m_2) \\ T(1)0 \otimes e(n_2) \\ e(n_1) \otimes T(2)0 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} T(1) & 0 & 0 & 0 \\ I(m_1) \otimes S(2) & 0 & S(1)0 \otimes I(m_2) & 0 \\ 0 & T(2) & 0 & 0 \\ T(1)0 \otimes a(2) & 0 & T(1) \otimes I(n_2) + I(m_1) \otimes S(2) & S(1) \otimes I(m_2) + I(n_1) \otimes T(2) \end{bmatrix}$$

이제 이 행렬을 자세히 관찰하면, 각 부공간끼리의 전이율을 Kronecker 곱을
 이용하여 행렬의 연산 형태로 구할 수 있다. 즉, 다음과 같이 L 과 L^0 를 각 부
 공간에 대해 특정한 형태의 하위행렬(submatrix)들로서 표현할 수 있다. 여기서
 각 하위행렬을 자세히 관찰해보면, 각 부공간에서의 모든 전이율을 행렬의 형태
 로 나타내고 있음을 알 수 있다. 예를 들어 E_{UD} 에서 E_{UD} 로 전이되는 전이율을
 포함하고 있는 하위행렬 $T(1) \otimes I(n_2) + I(m_1) \otimes S(2)$ 는 2변 부공간/기기의 상태
 가 변화되지 않고 1변 부공간/기기의 상태가 $E_{(1)}^U$ 안에서 변화되는 상황과 반대로
 1변 부공간/기기의 상태가 변화되지 않고 2변 부공간/기기의 상태가 $E_{(2)}^D$ 안에서 변
 화되는 상황을 나타내고 있는 것이다. 또 E_{US} 에서 E_{DU} 로 전이되는 전이율을
 포함하고 있는 하위행렬 $T(1)0 \otimes a(2)$ 는 1변 부공간/기기의 상태가 $E_{(1)}^U$ 에
 서 $E_{(1)}^D$ 로 전이되면서 고장이 발생하고, 이와 동시에 2변 부공간/기기가 대기상태
 에서 작동을 시작하는 상황을 나타내고 있는 것이다.

① E_{US} 의 경우

$$\begin{aligned}
 & [T^{(1)}, 0, 0, \bar{T}^{(1)0} B^{(1)} \otimes \alpha^{(2)}] \cdot e + 0(m_1) \\
 &= T^{(1)} \cdot e(m_1) + \bar{T}^{(1)0} B^{(1)} \otimes \alpha^{(2)} \cdot e(n_1 m_2) \\
 &= T^{(1)} \cdot e(m_1) + [\bar{T}^{(1)0} B^{(1)} \cdot e(n_1)] \otimes [\alpha^{(2)} \cdot e(m_2)] \\
 &= T^{(1)} \cdot e(m_1) + T^{(1)0} \\
 &= 0(m_1)
 \end{aligned}$$

② E_{SU} 의 경우

$$\begin{aligned}
 & [0, T^{(2)}, \alpha^{(1)} \otimes \bar{T}^{(2)0} B^{(2)}, 0] \cdot e + 0(m_2) \\
 &= T^{(2)} \cdot e(m_2) + \alpha^{(1)} \otimes \bar{T}^{(2)0} B^{(2)} \cdot e(m_1 n_2) \\
 &= T^{(2)} \cdot e(m_2) + [\alpha^{(1)} \cdot e(m_1)] \otimes [\bar{T}^{(2)0} B^{(2)} \cdot e(n_2)] \\
 &= T^{(2)} \cdot e(m_2) + T^{(2)0} \\
 &= 0(m_2)
 \end{aligned}$$

③ E_{UL} 의 경우

$$\begin{aligned}
 & [I(m_1) \otimes S^{(2)0}, 0, T^{(1)} \otimes I(n_2) + I(m_1) \otimes S^{(2)}, 0] \cdot e + T^{(1)0} \otimes e(n_2) \\
 &= I(m_1) \otimes S^{(2)0} \cdot e(m_1) + [T^{(1)} \otimes I(n_2) + I(m_1) \otimes S^{(2)}] \cdot e(m_1 n_2) \\
 &\quad + T^{(1)0} \otimes e(n_2) \\
 &= [I(m_1) \cdot e(m_1)] \otimes [S^{(2)0} \cdot e(1)] \\
 &\quad + [T^{(1)} \cdot e(m_1)] \otimes [I(n_2) \cdot e(n_2)] + [I(m_1) \cdot e(m_1)] \otimes [S^{(2)} \cdot e(n_2)] \\
 &\quad + T^{(1)0} \otimes e(n_2) \\
 &= e(m_1) \otimes S^{(2)0} \\
 &\quad + [T^{(1)} \cdot e(m_1)] \otimes e(n_2) + e(m_1) \otimes [S^{(2)} \cdot e(n_2)] \\
 &\quad + T^{(1)0} \otimes e(n_2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= e(m_1) \otimes [S^{(2)0} + S^{(2)} \cdot e(n_2)] \\
&\quad + [T^{(1)} \cdot e(m_1) + T^{(1)0}] \otimes e(n_2) \\
&= e(m_1) \otimes 0(n_2) + 0(m_1) \otimes e(n_2) \\
&= 0(m_1 n_2)
\end{aligned}$$

④ E_{DU} 의 경우

$$\begin{aligned}
&[0, S^{(1)0} \otimes I(m_2), 0, S^{(1)} \otimes I(m_2) + I(n_1) \otimes T^{(2)}] \cdot e + e(n_1) \otimes T^{(2)0} \\
&= S^{(1)0} \otimes I(m_2) \cdot e(m_2) + [S^{(1)} \otimes I(m_2) + I(n_1) \otimes T^{(2)}] \cdot e(n_1 m_2) \\
&\quad + e(n_1) \otimes T^{(2)0} \\
&= [S^{(1)0} \cdot e(1)] \otimes [I(m_2) \cdot e(m_2)] \\
&\quad + [S^{(1)} \cdot e(n_1)] \otimes [I(m_2) \cdot e(m_2)] + [I(n_1) \cdot e(n_1)] \otimes [T^{(2)} \cdot e(m_2)] \\
&\quad + e(n_1) \otimes T^{(2)0} \\
&= S^{(1)0} \otimes e(m_2) \\
&\quad + [S^{(1)} \cdot e(n_1)] \otimes e(m_2) + e(n_1) \otimes [T^{(2)} \cdot e(m_2)] \\
&\quad + e(n_1) \otimes T^{(2)0} \\
&= [S^{(1)0} + S^{(1)} \cdot e(n_1)] \otimes e(m_2) \\
&\quad + e(n_1) \otimes [T^{(2)} \cdot e(m_2) + T^{(2)0}] \\
&= 0(n_1) \otimes e(m_2) + e(n_1) \otimes 0(m_2) \\
&= 0(n_1 m_2)
\end{aligned}$$

결국, $L \cdot e(m_1 + m_2 + m_1 n_2 + n_1 m_2) + L^0 = 0(m_1 + m_2 + m_1 n_2 + n_1 m_2)$ 이 성립한다. 이상의 결과에 의해 이제 2개의 부품/기기로 이루어진 대기구조 계통의 수명분포는 $PH(r, L)$ 이 됨을 알 수 있다.

라. 실험예제

여기서는 앞에서 수행된 연구를 예제를 통해 보여준다. 예제는 2개의 부품/기

기로 구성된 병렬구조 계통과 대기구조 계통만을 고려한다. 그리고, 각 부품/기기의 고장 및 수리 분포의 차수는 모두 2로 가정한다. 이렇게 간단한 계통을 고려하는 이유는, 부품/기기의 수가 많아진다는지 고장 및 수리 분포의 차수가 커지면 PH-type을 따르는 계통 고장분포의 차수가 커져서 행렬기하 해를 간단하게 구할 수 없기때문이다. 즉, 추후 연구로 계획되어 있는 계산 알고리즘의 개발이 필요한 것이다. 따라서, 본 예제는 단지 PH-type 분포의 적용 예를 보여주기 위한 것으로 볼 수 있다.

2개의 부품/기기의 고장 및 수리의 PH-type 분포는 다음과 같은 차수 2의 Erlang 분포로 가정하도록 한다. 먼저, 첫 번째 부품/기기의 고장 및 수리분포가 다음과 같다.

$$PH(\alpha^{(1)}, T^{(1)}) : \alpha^{(1)} = (1, 0) \quad T^{(1)} = \begin{bmatrix} -0.05 & 0.05 \\ 0 & -0.05 \end{bmatrix}$$

$$PH(\beta^{(1)}, S^{(1)}) : \beta^{(1)} = (1, 0) \quad S^{(1)} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.5 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix}$$

그리고, 두 번째 부품/기기의 고장 및 수리분포는 다음과 같이 주어지 있다.

$$PH(\alpha^{(2)}, T^{(2)}) : \alpha^{(2)} = (1, 0) \quad T^{(2)} = \begin{bmatrix} -0.03 & 0.03 \\ 0 & -0.03 \end{bmatrix}$$

$$PH(\beta^{(2)}, S^{(2)}) : \beta^{(2)} = (1, 0) \quad S^{(2)} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

이때, 앞에서의 연구를 통해 병렬구조 계통의 수명분포 $PH(\gamma_P, L_P)$ 와 대기구조 계통의 수명분포 $PH(\gamma_S, L_S)$ 가 다음과 같이 표현될 수 있다. $PH(\gamma_P, L_P)$ 와 $PH(\gamma_S, L_S)$ 의 차수는 모두 12이다. 그리고 이러한 계통의 수명분포에 대해 신뢰성을 그린 그래프가 [그림 4.2.1]과 [그림 4.2.2]에 있다. 쉽게 예측할 수 있듯이 대기구조 계통이 훨씬 신뢰성이 높다. [그림 4.2.3]은 병렬구조 계통에 대해, 시뮬레이터를 이용하여 구한 신뢰성을 보여주고 있는데 [그림 4.2.1]과 거의 유사함을 알 수 있다. 이러한 방식으로 보다 복잡한 구조의 계통에 대해서도 PH-type 분포를 도입함으로써 닫힌 형태의 신뢰성 함수를 도출할 수 있다.

$PH(\gamma_P, L_P) :$

$$\gamma_P = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

$$L_P =$$

{-0.08, 0.03, 0.05, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00}
 { 0.00, -0.08, 0.00, 0.05, 0.03, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00}
 { 0.00, 0.00, -0.08, 0.03, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.05, 0.00, 0.00, 0.00}
 { 0.00, 0.00, 0.00, -0.08, 0.00, 0.00, 0.03, 0.00, 0.00, 0.05, 0.00, 0.00}
 { 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, -1.05, 1.00, 0.05, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00}
 { 1.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, -1.05, 0.00, 0.05, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00}
 { 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, -1.05, 1.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00}
 { 0.00, 0.00, 1.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, -1.05, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00}
 { 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, -0.53, 0.03, 0.50, 0.00}
 { 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, -0.53, 0.00, 0.50}
 { 0.50, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, -0.53, 0.03}
 { 0.00, 0.50, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, -0.53}

$PH(\gamma_S, L_S) :$

$$\gamma_S = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

$$L_S =$$

{-0.05, 0.05, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00}
 { 0.00, -0.05, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.05, 0.00, 0.00}
 { 0.00, 0.00, -0.03, 0.03, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00}
 { 0.00, 0.00, 0.00, -0.03, 0.03, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00}
 { 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, -1.05, 1.00, 0.05, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00}
 { 1.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, -1.05, 0.00, 0.05, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00}
 { 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, -1.05, 1.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00}
 { 0.00, 1.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, -1.05, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00}
 { 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, -0.53, 0.03, 0.50, 0.00}
 { 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, -0.53, 0.00, 0.50}
 { 0.00, 0.00, 0.50, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, -0.53, 0.03}
 { 0.00, 0.00, 0.00, 0.50, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, -0.53}

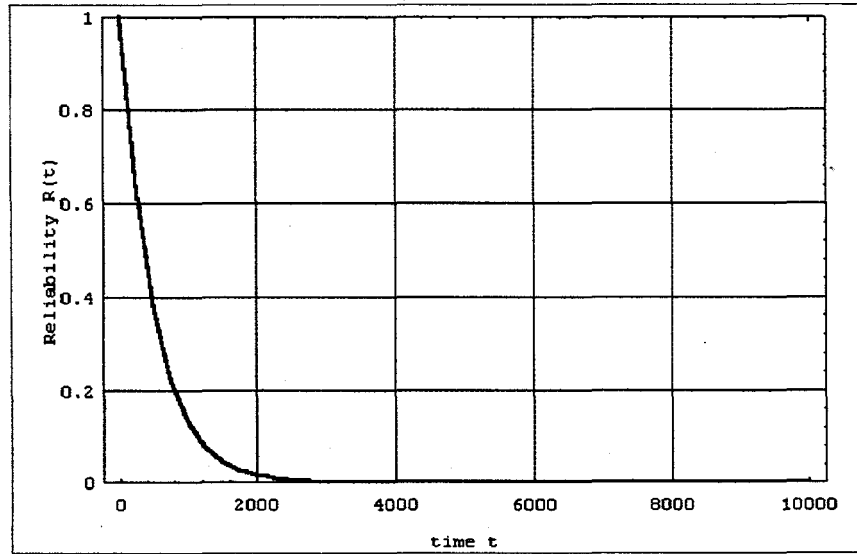
4. 결론

본 연구에서는, 대기 이론에서는 광범위하게 응용되고 있는 PH-type 분포를 신뢰성 이론에 적용하여, 각 부품 및 기기의 수리가 허용되는 계통의 수명분포 혹은 신뢰성 함수를 구하고자 할 때 유용하게 적용될 수 있을 것으로 기대되는 PH-type 분포의 특성을 다음과 같이 추가하였다. 또한, 계통 수명분포를 부품 및 기기의 고장과 수리분포의 모수들로 표현하였다.

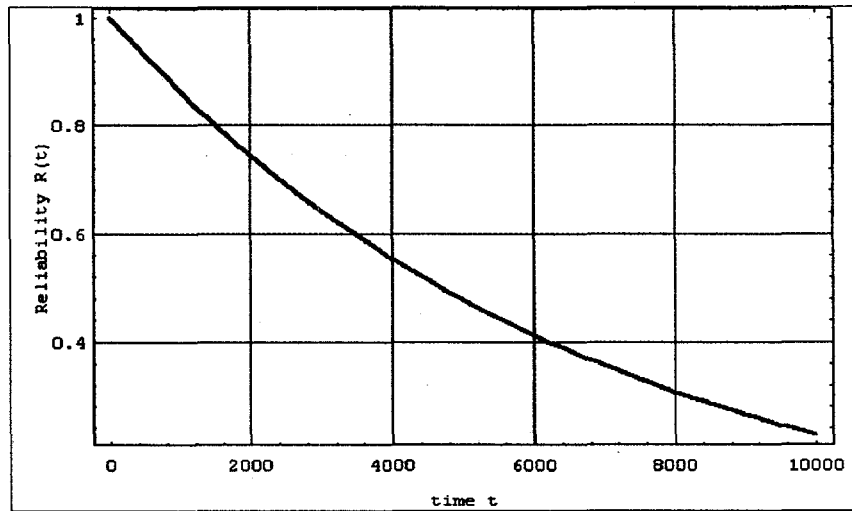
- (1) 부품 및 기기의 고장과 수리분포가 PH-type일 때, 직렬구조 계통의 수명분포는 역시 PH-type 분포가 된다.
- (2) 부품 및 기기의 고장과 수리분포가 PH-type일 때, 병렬구조 계통의 수명분포는 역시 PH-type 분포가 된다.
- (3) 대기구조를 구성하고 있는 2개 부품/기기의 고장과 수리분포가 PH-type일 때, 이러한 대기구조 계통의 수명분포는 역시 PH-type 분포가 된다.

본 연구에서 PH-type 분포를 특정한 신뢰성 구조에 적용하여 몇가지 특성을 도출하기는 했으나 아직 기초적인 수준이라고 할 수 있다. 이러한 연구의 후속 작업으로서는 우선, 행렬기하적으로 표현되는 분포를 실제 계산하기 위한 알고리즘이 개발되어야 한다. 앞서서도 보았듯이, 2개 부품/기기로 이루어진 병렬구조에서 각 부품/기기의 고장과 수리분포의 차수가 2만 되어도 계통 수명분포는 차수가 12가 되어버린다. 즉, (12×12) 크기의 행렬에 대한 연산을 수행해야 하는 것이다. 따라서, PH-type 분포의 표현식 자체를 최소의 차수로 만드는 방법에 대한 연구와 함께, 특정한 모형에 대해 수명분포의 표현식은 그대로 유지하면서 연산은 작은 크기의 행렬로 수행할 수 있는 효율적인 알고리즘의 개발이 필수적이라고 할 수 있다. 다음으로 본 연구를 보다 복잡한 신뢰성 모형과 다양한 관점에 대해 확장하는 것이다. 한 예로, 본 연구에서 고려된 대기구조 모형은 2개 부품/기기로만 이루어진 기본 모형이었는데, 여기에 2개 이상의 부품/기기가 대기하고 있으면서 각 부품/기기의 작동 우선순위가 다르든지 혹은 전환 확률이 불완전하다는 등과 같은 다양한 구조와 특성을 반영하여 새로운 연구를

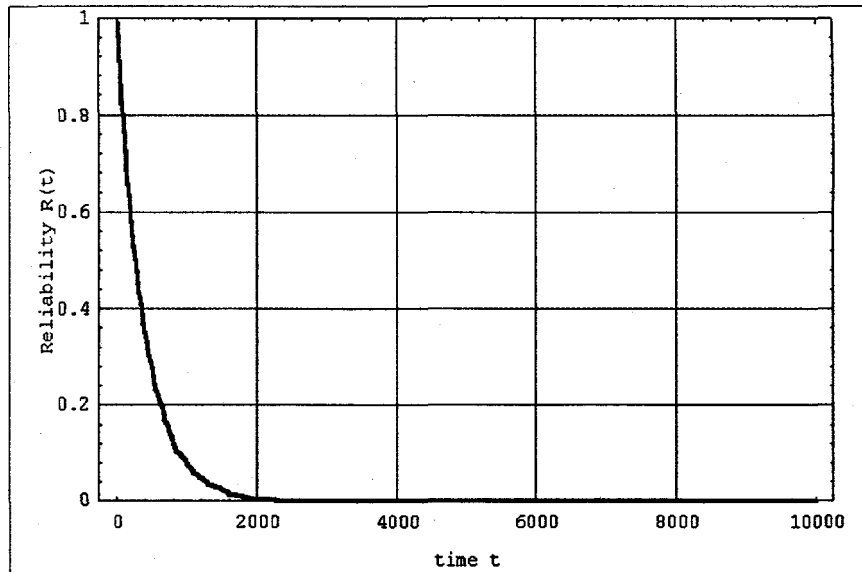
진행시킬 수 있을 것이다. 또한, 신뢰성의 관점에서 특정 PH-type 분포의 특성을 규명하는 작업도 필요하다. 예를들어, 고장률이 시간적인 증감추세를 가지는 경우 고장분포를 PH-type 분포로 표현하는 방법과 관련된 연구도 필요하다고 할 수 있다.



[그림 4.2.1] 2개 부품/기기로 이루어진 병렬구조 계통의 신뢰성그래프



[그림 4.2.2] 2개 부품/기기로 이루어진 대기구조 계통의 신뢰성그래프



[그림 4.2.3] 시뮬레이터로부터 구한 2개 부품/기기로 이루어진 병렬구조
 계통의 신뢰성그래프

제 3 절 동적 수리 효과에 관한 연구

1. 연구 목적

계통의 신뢰성 분석에 있어 수리에 의한 계통 수명의 개선 및 계통의 노후화(aging)에 대한 기존의 모형은 크게 '최소 수리 모형(minimal repair model)', '개선 모형(improvement model)' 및 '불완전 수리 모형(imperfect repair model)'으로 분류할 수 있다[Guo94].

최소 수리 모형은 Barlow와 Hunter[Barlow60]에 의해 처음 소개되어 후속 연구가 활발히 진행된 모형이다. 최소 수리 모형에서는 수리 작업이 수행된 계통이 고장 이전의 가동 시간 합을 그대로 나이(age)로 가진 상태에서 작동이 수행된다고 가정한다. 그러나 이 모형은 계통의 대체(replacement)에 의한 개선을 설명할 수 없어 제한적인 모형이라 할 수 있다[Ascher79,84].

개선 모형은 Malik[Malik79]과 Nakagawa[Nakagawa79]에 의해 제안된 모형으로, 계통의 수리는 계통의 나이를 일정 부분 감소시킨다는 가정하에 제시된 모형이다. 이 모형은 계통에 대한 보수 효과가 매번 보수 작업 때마다 동일함을 가정으로 사용하고 있다. 그러나 보수 능력을 일정하게 유지하는 일은 현실적으로 매우 힘든 일이므로, 개선 모형은 수리 효과를 평균적으로 반영할 수 있는 모형이라 할 수 있다. 따라서 계통의 노후화 경향 및 수리 가용성을 보다 정확하게 모형화하기 위해서는 보수 능력, 보수 프로그램에 의한 영향 및 노후화 경향에 대한 종속성의 반영이 필수적이라고 할 수 있다.

불완전 수리 모형은 Brown과 Proschan[Brown83]에 의해 제안된 모형으로서 수리 이후의 계통의 상태는 확률 p 에 의해 'Good-As-New' 상태, $(1-p)$ 의 확률로 'Bas-As-Old' 상태가 된다는 가정을 사용하고 있다. 이러한 가정은 계통이 작동 상태로 성공적으로 복구되거나, 확률 p 로 복구에 실패하면 기존의 계통은 폐기하고 새로운 계통으로 대체된다고 해석할 수 있다[Shaked86]. 모형이 반영하는 상황의 다양성으로 인해 후속 연구가 많이 진행되었는데, 주로 불완전 수리 모형하에서의 보수 정책 결정에 관한 연구가 주를 이루고 있다

[Cleroux79][Nakagawa84][Bagai94].

불완전 수리 모형의 확장에 관한 연구로는 Block, Borge와 Savits[Block85]에 의해 제시된 '나이에 종속인 최소 수리 모형'이 있다. 이 모형은 완전 수리 확률 p 를 나이의 함수 $p(t)$ 로 바꾸어 불완전 수리의 시간에 대한 종속성을 표현하고자 하였다. 하지만 $p(t)$ 의 추정에 대한 추가적 데이터의 요구 및 추정의 어려움으로 인해 후속 연구가 진행되지 않고 있는 실정이다. 이외의 확장 모형은 Shaked와 Shantikumar[Shaked86]에 의한 '다변량 불완전 수리 모형'이 있는데, 이 모형은 기존의 불완전 수리 모형을 n 개의 부품을 가진 계통으로 확장하였다. 그러나 이 역시 추정의 어려움 및 다변량 분포에서와 마찬가지로 모형의 적합도 검증이 힘들다는 단점때문에 후속 연구가 진행되지 않았다.

3절은 수리 효과에 대한 종속성을 반영할 수 있는 동적 수리 효과 모형 및 분석 절차의 개발을 목적으로 한다.

기존의 불완전 수리 모형에서는 완전 수리 확률을 일정한 상수 p 로 두었다. 이는 완전 수리 여부는 수리 설비의 가용성과 같은 외부적 요소(external factor)에 의해 지배된다고 해석할 수 있다[Whitaker89]. 또한 외부 요소는 매번 동일하게 작용한다고 해석된다. 반면에 본 모형은 이후의 완전 수리 여부는 현재 수리 상태에 1차 종속인 모형을 제시한다. 따라서 외부 요소의 효과에 대한 종속성 또는 Brown, Hunter 및 Block 등에 의해 제안된 최소 수리에 대한 종속성 모형화가 가능하도록 하였다.

기존의 불완전 수리 모형에 대한 추정을 위해서는 수리 상태에 대한 추가적 데이터를 요구한다. Whitaker와 Samaniego[Whitaker89]의 연구가 제시되기는 하였으나 그들의 연구는 수리후 계통의 상태에 대한 데이터를 요구하며, 이러한 데이터가 있을 때에도 비모수적 MLE(Maximum Likelihood Estimator)의 제시에 그치고 있다.

반면에 본 절에서는 기본 분포(base-line distribution)가 와이블 분포라는 가정 하에 수리 상태에 대한 데이터가 완전히 잠재적(masked)이라 하더라도 추정이 가능하게 하는 모수적 추정 절차를 개발하였다.

추정 절차는 EM 알고리즘(EM algorithm)의 틀(framework)을 유지하고 있으

나, 최소 수리 특성으로 인해 추정에 어려움이 존재한다. 따라서 본 절에서는 데이타 변환(transformation)식을 제시하고, 추가적 데이타의 요구없이 변환 데이타를 사용함으로써 추정을 가능하게 하는 모수 추정 알고리즘을 제시하였다.

다음은 3절에서 사용되는 기호에 대해 정리하였다.

N 총 고장 회수

y_n $(n-1)$ 번째와 n 번째 고장간 시간 ; $n=1, 2, \dots, N$

y_n n 까지 관측된 자료 벡터 ; $y_n = (y_1, \dots, y_n)$

s_n n 번째 수리의 형태

; n 번째 수리가 완전 수리이면, $s_n=0$

n 번째 수리가 불완전 수리이면, $s_n=1$

$s_0=0$

I 지시 변수

; $s_n=i$ 이면 $I(s_n=i)=1$, 아니면 $I(s_n=i)=0$

$f(t)$ 배경 분포의 확률 밀도 함수

$F(t)$ 배경 분포, 즉 첫번째 고장 시간의 분포

; $s(t)=1-F(t)$

α 배경 분포의 형상 모수 (shape parameter)

β 배경 분포의 척도 모수 (scale parameter)

p_{ij} 상태가 i 에서 j 로 전이할 확률

; n 에 대해 $p(s_n=j|s_{n-1}=i)=p_{ij}$, $i=0,1$ $j=0,1$

P 전이 확률들로 구성된 전이 행렬

p p_{ij} 로 이루어진 벡터 ; $p=(p_{00}, \dots, p_{11})$

θ 전체 모수 벡터 ; $\theta=(\alpha, \beta, p)$

a_{ij} 변환 데이터 ; $a_{ij} = \sum_{n=i-j}^{i-1} y_n$

A $[a_{ij}]$ 로 구성된 행렬 ; $i=2, \dots, (N+1), j=1, \dots, N$

t_i i 번째 고장까지의 고장간 시간의 합 ; $t_i = \sum_{n=1}^i y_n$

2. 연구 배경

본 절은 수리가능한 시스템에 대한 노후화(aging)를 반영할 수 있으며 시스템의 수리시 수리 효과를 효과적으로 모형화할 수 있는 불완전 수리 모형(imperfect repair model) 및 관련 수리 효과 모형들에 관한 연구에 대해 정리하였다. 절의 구성은 먼저 기존에 제시된 수리 효과 모형들의 관계에 대한 요약과 각 수리 효과들에 관한 기존의 연구와 그 한계에 대한 정리로 구성되었다.

가. 기존 수리 효과 모형들의 분류

수리가능한 시스템(repairable system)의 신뢰성에 대한 기존의 연구는 대부분 수리후 시스템이 새로운 시스템의 상태로 다시 작동한다는 IID (Independent Identical Distributed) 토대(framework)하에서 모형화 및 통계적 분석을 수행하였다[Thompson81][Lawless83]. 이는 모든 수리가 완전(perfect)한 수리임을 의미한다. 하지만 이러한 가정은 분석을 쉽게 하는 장점이 있으나 수리후에도 수리이전의 가동 상태가 일정 부분 유지될 수 있다는 현실적 상황을 반영할 수 없다는 단점이 있다[Ascher79,84]. 이러한 사실은 신뢰성 분야에서 널리 참고되고 있는 Proschan[Proschan63]의 보잉 720기 냉동 시스템의 고장 자료에 대한 여러 가지 분석 연구들[Proschan63][Cox66][Ascher79,84][Whitaker89]에 의해 그 근거가 제시된 바 있다. 이러한 단점을 극복하기 위해서 최소 수리 모형(minimal repair model)이 제안되었으며 이후에 보다 확장된 개념의 불완전 수

리 모형(imperfect repair model)이 제안되었다.

최소 수리 모형은 수리 이후의 시스템의 상태가 고장 이전의 가동 시간을 그대로 시스템의 나이(age)로 유지된다는 가정을 사용한다[Barlow65][Blumenthal76][Balaban81].

반면에 불완전 수리 모형은 시스템이 수리 이후 확률 p 로 'Good-As-New' 상태, 즉 새로운 시스템 상태가 되며, $(1-p)$ 의 확률로 'Bad-As-Old' 상태, 즉 최소 수리가 시행됨을 의미한다[Brown83]. 불완전 수리 모형에서 $p=0$ 인 경우에는 최소 수리 모형이 되므로 최소 수리 모형은 불완전 수리 모형의 특수한 예라 할 수 있다.

이외의 수리 효과에 관련된 연구로는 Malik[Malik79]와 Nakagawa[Nakagawa79]에 의해 제안된 '개선 모형(improvement model)'이 있다. 이 모형은 수리가 시스템의 나이를 개선 요소(improvement factor) ρ 의 비율로 감소시킨다는 가정을 사용한다. 하지만 이 모형은 매 수리 시점마다 일정 부분의 나이를 감소시킨다는 점 때문에 최소 수리 모형은 포함하나 불완전 수리 모형과는 구별되는 모형이라 할 수 있다.

또한 최근에 Stadje와 Zuckerman[Stadje91]에 의해 제안된 마코프 열화 모형(Markovian deteriorating model)을 가정한 일반적 수리 효과 모형이 있다. 이 모형은 수리의 강도에 따라 열화정도를 줄일 수 있다는 이산적(discrete) 효과 모형이다.

이상의 불완전 수리 모형과 관련되는 수리 효과 모형들의 관계를 정리하면 [그림 4.3.1]과 같다. 수리 효과 모형을 고장률(failure rate) $\lambda(t)$ 의 관점에서 비교해 보면 다음 [그림 4.3.2]와 같다. 그림에서 볼 수 있듯이 최소 수리 모형 및 개선 모형은 수리에 대한 효과가 결정적(deterministic)임을 알 수 있다. 그러나 보잉 720 냉동시스템의 고장 자료 분석[Proschan63][Cox66][Asche79,84][Whitaker89]에서도 알 수 있듯이 시스템의 고장간 시간(inter-failure time)은 일률적으로 감소하지는 않는다. 또한 고장난 시스템에 대한 보수(maintenance)에는 수리뿐만이 아니라 대체(replacement)도 포함되며 대체와 수리에 대한 선택은 비용 및 보수 능력이 반영된 보수 계획에 의해 결정되므로 수리 효과가 확률적으로 반영될 수 있는 불완전 수리 모형이 보다 현실적인 수리

효과 모형이라 할 수 있다.

수리 효과 모형들, 각 모형들의 특징 및 고장 과정의 종속성 모형화로의 가능성 등에 대해 요약하면 다음 [표 4.3.1]과 같다.

나. 최소 수리 모형

최소 수리 모형(minimal repair model)은 Barlow와 Hunter[Barlow60]에 의해 처음 소개된 모형이다. 이 모형은 시스템이 수리 후에 고장 이전의 가동시간의 합을 그대로 나이(age)로 가지는 'Bad-As-Old' 상태가 되며, 이러한 수리를 최소 수리(minimal repair)로 정의하고 있다. 이러한 모형화의 근거로 그들은 거대하고 복잡한 시스템에서 시스템의 고장이 하나의 구성 부품에 의한 경우에 수리 작업시 그 부품이 대체되었다 할 지라도 시스템의 관점에서는 수리 이후의 시스템의 상태를 고장 이전의 가동 시간들을 나이로 가지는 상태로 볼 수 있음을 제안하고 있다[Barlow60].

X_n 을 (n-1)번째 고장과 n번째 고장간의 고장간 시간(inter-failure time)이라 정의하고 $F(x)$ 를 시스템의 첫 번째 고장 시간이 따르는 수명 분포라 하며,

$t_n = \sum_{i=1}^n x_i$ 로 정의하면, 최소 수리 모형에 대해 다음을 정의할 수 있다.

$$\Pr[X_n > x] \equiv \overline{F}_n(x) = \overline{F}(x + t_{n-1}) / \overline{F}(t_{n-1})$$

위에서 $\overline{F}(x) \equiv 1 - F(x)$ 이다.

최소 수리 모형에서 $F(x)$ 가 일반 분포(general distribution)를 따른다고 가정하고 최소 수리 모형에 대한 추정 문제를 일반적인 IID 모형의 모수 추정 문제와 비교하여 보면 다음과 같다.

- IID 경우, 대수 우도 함수 ; $\sum_{i=1}^n \log f(x_i)$

- 최소 수리 모형의 경우, 대수 우도 함수 ; $\sum_{i=1}^n \log f(x_i) - \sum_{i=1}^{n-1} \log \overline{F}(t_i)$

위에서 알 수 있듯이 최소 수리 모형에 대한 추정 문제는 고장간 시간이 IID 분포를 따르는 경우에 대한 추정과 같은 최대 우도 추정법을 사용하면 된다.

최소 수리 모형을 수리 가능한 시스템의 신뢰성 모형에 적용할 경우에는 앞서서도 지적했던 바와 같이 수리를 통해 시스템의 나이가 개선된 경우나 완전 수리 또는 대체가 일어난 경우에 대한 모형화가 불가능한 문제점을 가진다 [Malik79][Barlow83][Block85][Shaked86][Whitaker89][Douer94]. 따라서 그 응용성이 상당히 제한적임을 알 수 있다.

특히 Ascher와 Feingold[Ascher79]는 수리가능한 시스템의 신뢰성 분석에 있어 최소 수리 모형의 사용에 상당한 주의를 기울여야 함을 지적한 바 있다. 즉, 최소 수리 모형은 고장간 시간이 완벽하게 감소 추세 또는 증가 추세를 보이는 경우에 응용가능한 모형임을 지적하였다.

기타 최소 수리와 관련된 연구는 주로 최소 수리 정책하에서 최적 보수 정책 결정 문제에 대한 연구들이 대부분이다. 예를 들면 [Barlow60][Makabe63][Nakagawa80,81,83][Tilquin75] 등이 있으며 이들은 최소 수리 정책하에서 고장 회수에 대한 분포를 구하고, 이를 이용하여 비용함수 또는 평균 고장 회수를 구하고 이를 최적화하여 최적 보수 주기를 계산하는 알고리즘들을 제시하였다.

다. 개선 모형

개선 모형(improvement factor model)은 Malik[Malik79]과 Nakagawa [Nakagawa79]에 의해 제안된 모형으로서 보수 이후의 시스템의 상태가 'Good-As-New'와 'Bad-As-Old' 상태 사이의 어떠한 적정 상태가 됨을 의미하는 모형이다. 실제로 이 모형은 수리 효과 모형화보다는 예방 보수 효과(preventive maintenance effect)를 모형화하기 위해 도입된 모형이다. 이때 보수는 시스템의 나이(age)를 감소시키는 역할을 하는 데 이러한 감소 효과를 '개선요소(improvement factor)'라 정의한다.

Nakagawa는 보수에 의한 개선 효과가 시스템의 나이에 대해 일정한 시간을 감소시키는 형태로 모형화하였으며, Malik은 일정 비율의 나이가 감소하는 형태로 모형화하였다. 두 모형을 비교하면 다음과 같다.

- Nakagawa 모형 ; $\tau_n = t_n - c$ (c 는 상수)

- Malik 모형 ; $\tau_n = t_n \cdot \rho$ ($0 \leq \rho \leq 1$)

위에서 τ_n 은 n 번째 고장까지의 실제 시스템의 나이이며, t_n 은 n 번째 고장까지의 고장간 시간의 합을 의미한다. 위에서 $c=0$, $\rho=1$ 인 경우는 최소 수리 모형과 동일해지며, $\rho=0$ 인 경우는 고장간 시간이 IID인 경우와 동일해진다.

유사 연구로는 Canfield모형[Canfield86]이 있다. 이 모형은 보수 이후 시스템의 나이가 직접적으로 감소하지는 않지만 고장 이후의 고장률 값은 동일하나 고장률의 유형은 고장 직전의 고장률과 동일한 형태를 가진다는 가정을 사용하고 있다. 이러한 모형은 고장률이 선형(linear)인 경우에는 개선 효과가 나타나지 않으며, 고장률이 볼록(concave)인 경우에는 보수가 설비를 열화시키는 치명적인 단점을 지니고 있다.

개선 모형의 추정에 관한 연구는 거의 진행되지 않다가 1차 연도 보고서 4절에 의해 최대 우도 추정법을 이용한 연구가 제시된 바 있다. 추정에 관한 문제점은 기존의 보수 모형에 비해 개선 요소 ρ 가 추가된 경우가 되어 일반적인 보수 추정 문제에 비해 복잡성을 지니고 있다.

개선 모형을 종속성을 반영한 수리가능한 시스템의 신뢰성 분석에 사용할 경우에는 다음의 문제가 발생한다.

먼저 보수 효과가 시스템 나이를 일정 비율 또는 일정 시간으로 감소시킨다는 가정에 관한 문제가 있다. 이는 보수 설비 및 보수 효과가 매번 보수시마다 일정함을 의미하는 데 현실적으로 보수 능력을 일정하게 유지한다는 것은 매우 힘든 일이라 할 수 있다. 또한 시스템의 고장을 유발하는 부품은 한 개의 부품일 수도 다수의 부품일 수도 있다. 이때 보수가 고장 부품의 대체를 의미하는 경우에 보수 효과가 일정하다고 볼 수 없다.

둘째는 보수 계획에 관련된 문제이다. 보수 계획에 의해 시스템에 대한 보수는 최소 수리 및 대체 중에 선택할 수 있는 데 이 경우를 개선 모형에 의해서는 모형화할 수 없다는 단점이 있다.

이외의 개선 모형에 관한 연구는 개선 모형하에서의 최적 보수 정책 결정에

관한 연구가 있다. Nakagawa[Nakagawa79]는 개선 모형하에서 기대 비용을 최소화하는 최적 보수 주기 결정 문제에 대한 연구를 제시하였으며, [Lie86]은 평균 사이클 길이(average cycle length)에 대한 평균 비용, 즉 비용률(cost rate)을 최소화하는 최적 보수 정책 결정에 관한 연구를 제시하였다.

라. 불완전 수리 모형

불완전 수리 모형(imperfect repair model)은 Brown과 Proschan[Brown83]에 의해 제안된 모형으로서 수리 이후의 시스템의 상태는 확률적으로 'Good-As-New' 상태와 'Bad-As-Old' 상태가 됨을 의미한다. 이때 이러한 수리를 '불완전 수리'로 정의하고 있다. 현실 상황에서 시스템의 고장시에 보수는 대체 또는 수리 작업 중에서 선택적으로 수행될 수 있으며 이러한 선택은 단순히 최적 보수 계획만을 고려하지는 않고 보수 능력 및 기타 환경적 상황이 고려되어 결정되므로 확률적 선택으로 볼 수 있다. 또한 수리시에는 '최소 수리'를 가정함으로써 시스템의 노후화(aging) 경향을 반영할 수도 있어 본 모형은 의미 있는 모형이라 할 수 있다. 이 모형은 앞절에서 언급한 최소 수리 모형 및 개선 모형에 대한 단점을 보완해 준다고 할 수 있다.

불완전 수리 모형을 정리하면 [그림 4.3.3]과 같다.

불완전 수리에서는 일반적인 분포가 정의되지 않으므로 임베디드 재생 과정(embedded renewal process)을 정의한다. 이때 $F(t)$ 를 첫 번째 고장간 시간이 따르는 분포, F_p 를 'Good-As-New' 상태의 시스템이 다음번 완전 수리가 시행될 때까지의 시간이 따르는 분포라 정의하고 $\lambda(t)$, $\lambda_p(t)$ 는 각각의 고장률이라면 다음을 유도할 수 있다.(증명은 [Brown83]참조)

$$\lambda_p(t) = p \cdot \lambda(t)$$

$$\bar{F}_p(t) = \bar{F}^p(t)$$

Brown과 Proschan[Brown3]은 그들의 논문에서 F 가 IFR, DFR, IFRA, DFRA, NBU, NWU, DMRL 또는 IMRL일때 F_p 도 같은 클래스라는 성질의 보

존성을 증명한 바 있다.

불완전 수리 모형은 상당히 주목받는 모형이며 활발한 연구가 진행되는 분야이다. 제시된 연구들에 대해 정리하면 다음과 같다.

Block등[Block85]은 Brown-Proschan의 모형을 확장하여 '나이에 종속적인 최소 수리 모형(age dependent minimal repair model)'을 제시한 바 있는 데 이는 시스템의 나이가 큰 경우에는 불완전 수리가 될 가능성이 높음에 기인하여 Brown-Proschan모형에서 확률 p 를 나이에 종속인 $P(t)$ 로 바꾸어 모형을 제시하였다. 또한 그들은 나이에 종속인 최소 수리 모형하에서 임베디드 재생 과정을 정의하고 모형의 보존성(proservation)을 증명하였다. 이때 $F_p(t)$ 는 다음과 같이 유도된다.

$$F_p(t) = 1 - \exp\left\{-\int_0^t P(x) \bar{F}^{-1}(x) F(dx)\right\}$$

이후에 제시된 모형의 확장에 관한 연구는 Shaked와 Shantikuma[Shaked86]에 의해 제안된 '다변량 불완전 수리 모형(multivariate imperfect repair)'이 있다. 이들은 다음 3가지 모형에 대해 임베디드 재생 과정을 정의하였다.

· 모형 1

고장이 발생한 시스템은 확률 p 로 대체되며, 확률 $(1-p)$ 로 최소 수리가 수행된다.

· 모형 2

n 개의 부품으로 구성된 시스템에 대해 고장이 발생한 경우에 i 번째 부품은 p_i 의 확률로 고장 부품이 대체되며, $(1-p_i)$ 의 확률로 부품에 대한 최소 수리가 수행된다.

· 모형 3

n 개의 부품으로 구성된 시스템에 대해 고장이 발생한 경우에 i 개의 부품이 이미 대체되었으면 p_{i+1} 의 확률로 부품이 대체되며 $(1-p_{i+1})$ 의 확률로 최소 수리가 수행된다.

위 모형에서 모형 1은 Brown-Proschan모형과 동일해지며, 모형 2는 수리 확

률이 부품에 따라 다른 경우이며, 모형 3은 고장 이전에 대체된 부품의 수에 수리 확률이 종속된 경우를 모형화하였다. 다변량 불완전 수리 모형은 기존의 모형에 비해 다수의 부품으로 구성된 시스템으로 모형을 확장한 장점이 있으나 일반적인 다변량 분포에서와 같이 모수의 추정 및 데이터를 이용한 모형의 검증이 힘들다는 단점이 있어 이용성에 문제점을 가지고 있다.

불완전 수리 모형에 대한 추정 방법에 대한 연구 Brown-Proschan모형을 제외하고는 제시된 연구가 없는 실정이다. 따라서 위 확장 모형들은 신뢰성 분석에 대한 이용에 있어 어려움이 있다고 할 수 있다.

Brown-Proschan모형에 대한 추정법 연구는 Whitaker와 Saminego [Whitaker89]에 의해 개발된 비모수적(nonparametric) MLE(Maximum Likelihood Estimator)가 제시되어 있다. 그러나 이 연구는 $\{(X_i, Z_i)\}$ 의 데이터가 요구된다. 이때 X_i 는 $(i-1)$ 번째와 i 번째의 고장간 시간이며 Z_i 는 다음과 같이 정의된다.

$$Z_i = \begin{cases} 1 & (i\text{번째 수리가 완전 수리일때}) \\ 0 & (i\text{번째 수리가 불완전 수리일때}) \end{cases}$$

그러나 현실적으로 $\{Z_i\}$ 데이터는 수집하는 데 어려움이 있다. 예를 들면 수리 완료 시점에서 시스템의 상태를 완벽하게 알아야 $\{Z_i\}$ 에 대한 데이터의 수집이 가능하며, 이를 위해서는 시스템의 나이가 측정되어야 한다. 이러한 작업은 많은 비용이 요구되거나 고장 메커니즘(mechanism)을 알아야 하므로 현실적으로 불가능한 경우가 많다[Usher88].

또한 비모수적 MLE는 일반적으로 모수적 방법에 비해 추정 모수에 대한 신뢰 구간의 폭이 넓다고 알려져 있다[Nelson82]. 따라서 $\{Z_i\}$ 에 대한 데이터가 주어지지 않은 일반적인 상황에서 불완전 수리 모형에 대한 모수적 MLE를 구하는 연구가 요구된다고 할 수 있다.

다음은 불완전 수리 모형에 있어 고장 과정의 종속성 모형화 가능성에 대해 정리하였다.

Brown-Proschan모형에 있어 수리, 대체의 선택 확률 p 는 매번 수리시마다 동일하다. 이는 수리 효과가 고장 메커니즘 및 수리 설비의 상황에 무관하게 독립적으로 선택됨을 의미한다. 이러한 문제점은 Block[Block85]등에 의해 이미 지적된 바가 있다. 그들은 한번 노후화되기 시작한 시스템은 수리를 거처도 노후화될 가능성이 높음을 그 근거로 제시하고 있다. 이 경우에는 독립성 가정이 문제가 된다.

또한 Block등의 모형은 추정 문제의 어려움 및 모형 자체의 복잡성에 의해 이용성이 떨어진다고 할 수 있다. 따라서 고장 과정의 종속성을 고려할 수 있으며 시스템의 노후화를 반영시키는 새로운 모형이 요구된다 할 수 있다.

불완전 수리에 대한 기타 연구는 주로 불완전 수리하에서 최적 보수 정책 결정 문제와 관한 연구들이다. 이러한 연구로는 [Weiss62][Clerloux79][Nakagawa84] 등이 있다. 이들은 모두 평균 비용을 최소화하는 최적 보수 및 검사 정책 결정에 대한 연구들이다. 이외에도 상당히 많은 연구가 진행되었는데 자세한 요약은 Valdez-Flores와 Feldman[Valdez-Flores89]의 논문을 참조하기 바란다.

마. 기타 관련 모형

기타 수리 효과 모형들로는 시스템이 마코프 열화 모형(Markovian deteriorating model) 또는 shock process에 의한 열화 모형을 따라 열화한다는 가정하에 수리 효과 모형화를 수행한 모형들로 크게 구분된다.

Chikte와 Deshmukh[Chikte81]은 shock process에 의한 열화가 진행되는 시스템에 대해 보수 작업이 수행되는 경우 최적 보수 정책에 대한 연구를 수행하였다. 또한 Stadjie와 Zukerman[Stadjie91]은 마코프 열화 과정을 따라 시스템의 열화가 진행되는 시스템에 대해 수리가 수행될 때, 수리의 강도에 따라 시스템의 나이를 감소시키는 일반적 수리 모형을 제시하였다. 이후에 일반 수리 모형에 대한 연구로는 [Douer94]가 있다. 하지만 이러한 일반적 수리 모형에 대한 연구는 모두 열화 과정을 가정한 상황에서 최적 보수 정책 결정 문제에 대한 연구이다. 이러한 기타 수리 모형에 대한 기존 연구들에 관해서는 [Valdez-Flores89]에

잘 요약되어 있으므로 참조하기 바란다.

이상의 연구들은 앞절에서도 밝혔듯이 추정 문제가 현실적 응용에 가장 어려움을 발생시키는 주된 이유가 된다. 일반적으로 시스템의 열화 정도는 고장의 발생이 나타나기 전에는 관측 불가능하기 때문에 일반적인 추정 방법으로는 모수의 추정이 불가능하다고 할 수 있다. 따라서 수리 가능한 시스템의 신뢰성 분석에 대해서는 쉽게 응용하기에는 부적합한 모형이라 할 수 있다.

바. EM 알고리즘

본 절에서는 모수 추정 절차의 토대가 되는 EM 알고리즘(Expectation and Maximization algorithm)에 대해 정리하였다. EM 알고리즘은 일반적으로 불완전한(incomplete) 데이터가 주어져 있는 상황에서 최대 우도 추정치(Maximum Likelihood Estimation ; MLE)를 구하기 위해 사용할 수 있는 알고리즘이다. 특히 마코프 전이 모형에서 요구되는 시계열 자료 $\{y_n, n=1, \dots, N\}$ 는 완전한 데이터(complete data)이나 상태 벡터 $\{s_n, n=1, \dots, N\}$ 에 대해서는 데이터가 완전히 잠재적(fully masked)이므로 이 경우에 EM 알고리즘은 적절한 추정 방법론으로 볼 수 있다[Hamilton90].

일반적인 최대 우도 추정 방법으로는 Newton-Raphson 방법, Davidon-Fletcher-Powell 방법, EM 알고리즘 등이 널리 쓰이고 있다[Hamilton 94]. 하지만 상태 벡터에 대한 자료가 완전히 잠재적이기 때문에 마코프 전이 모형의 추정 문제는 국부 최적해(local optimum)의 존재 여부, 경계 조건(boundary condition)에서의 우도의 증가 방향성 등에 대한 예측이 불가능하기 때문에 알고리즘의 둔감성(robustness)이 알고리즘의 채택의 주요 결정 기준이 된다.

따라서 수치적으로 둔감(robust)하며, 다중의 국부 최적해가 존재하는 경우에 대해서도 최적해에 수렴해 가는 것이 알려진 EM 알고리즘이 마코프 전이 모형에 대한 추정 알고리즘으로 널리 사용된다[Deibold92][Lee91,92][Filardo94][Hamilton94].

EM 알고리즘은 Dempster, Laird, Rubin에 의해 1977년에 제안된 알고리즘이

다[Dempster77]. EM 알고리즘은 관측가능한 완전 데이터를 조건으로 하여 완전 데이터 대수 우도(complete-data log likelihood)의 조건부 기대값을 구하고 이에 대해 순환적 최대화(iterative maximization)를 수행하여 불완전 데이터 대수 우도를 최대화하는 모수를 구하는 순환적인 알고리즘이다.

알고리즘의 일반적 절차를 요약하면 다음 [그림 4.3.4]와 같다.

[그림 4.3.4]에서 보는 바와 같이 EM 알고리즘은 크게 기대값 계산 절차(Expectation Step)와 최대화 절차(Maximization Step)를 수렴 조건 $\|\theta^{(j+1)} - \theta\| < \varepsilon$ 를 만족할 때까지 반복적으로 수행하는 순환적(iterative)인 방법이다.

특정 분포 및 모형에 EM 알고리즘을 적용할 때는 기대값 계산식과 기대값을 최대화하는 최적 모수값의 구체적인 계산식이 요구되기 때문에 EM 알고리즘은 일반적인 절차라 할 수 있다. EM 알고리즘의 최적해에 대한 수렴성 및 해의 존재성은 참고 문헌 [Dempster77, p7]을 참조하기 바란다. EM 알고리즘은 속도면에서 Newton-Raphson법이나 Davidon-Fletcher-Powell법보다 느린 것이 단점이나 이외의 추정법들은 모형에 따라 해의 수렴성을 보장하지 못하는 문제가 있다 [Hamilton94].

EM 알고리즘의 속도 문제를 해결하기 위한 최근의 연구로는 Meilijson[Meilijson89]의 연구와 Ruud[Ruud91]의 연구와 같은 근사적 Fisher 정보 행렬(information matrix)의 이용 및 scoring 알고리즘[Fisher82]과의 결합에 관한 연구가 제시되었다. 하지만 이들은 모두 손실 데이터(missing data)하에서 추정 문제 등에 응용되었으며 마코프 전이 모형에 대한 응용 연구는 제시된 바 없다.

3. 동적 불완전 수리 모형

일반적인 계통에서 수리후 계통의 상태는 수리 설비의 가용성과 계통의 특성에 영향을 받는다. 기존의 불완전 수리 모형은 수리후 계통의 상태에 대한 확률을 매번 수리시마다 일정하게 보고 있다. 반면에 본 논문에서 제한하는 동적 불완전 수리 모형은 수리후 계통의 상태가 1차 종속인 경우를 대상으로 한다. 따

라서 동적 불완전 수리 모형은 기존의 불완전 수리 모형의 과도(transient state) 상태를 표현할 수 있으며, 또한 기존의 불완전 수리 모형은 동적 불완전 수리 모형에서 전이 확률이 특수한 형태로 모형화할 수 있다. 따라서 본 논문에서 제시하는 동적 불완전 수리 모형은 기존 모형을 포함하는 보다 일반적이고 유연한 모형이라 할 수 있다.

본 모형에서 사용되는 가정은 다음과 같다.

가정

- ① 계통은 'Good-As-New' 상태에서 가동을 시작한다.
- ② 계통의 고장 발생시 수리 작업이 수행될 때, 수리의 형태간에는 1차 종속성이 존재할 수 있다.
- ③ 계통은 수리 가능하다.
- ④ 수리 형태에 대한 자료는 주어지지 않고, 연속 고장간 시간만이 고장 데이터로 주어진다.
- ⑤ 수리 형태는 완전 수리와 최소 수리로 구성된다.

위 가정에서 가정 ①, ③, ⑤는 기존의 불완전 수리 모형에 쓰이고 있는 가정이다. 위 가정 ②는 독립인 경우를 포함하므로 본 모형의 대상이 보다 일반적임을 의미한다. 2차 이상의 종속성을 검증하기 위해서는 설비와 고장 구조에 대한 철저한 조사와 분석이 요구되며, 설비 가용성에 대한 정량화 분석이 요구되기 때문에 현실적인 측면에서 의미가 없다고 할 수 있다. 따라서 본 논문에서 사용한 1차 종속성 가정은 현실적 의미가 있다고 할 수 있다.

모형화를 위해 다음을 정의한다.

[정의 1] 수리 형태를 상태(state)로 정의한다.

즉, n 번째 수리가 완전 수리이면, $s_n=0$

n 번째 수리가 불완전 수리이면, $s_n=1$

위 정의를 이용하여 모형을 정리하면 다음과 같다.

모형

① 고장간 시간 y_n 의 분포는 상태 변수 벡터에 의해 결정된다.

; $(s_{n-1}=0)$ 이면 $y_n \sim F(t)$

$(s_{n-k-1}=0, s_{n-k}=1, \dots, s_{n-1}=1)$ 이면 $y_n \sim F_{nk}(t)$

② 상태 변수 $\{s_n, n=1, \dots, N\}$ 는 마코프 특성을 갖는다.

; 즉, $\Pr(s_n=j | s_{n-1}=i, s_{n-2}, \dots, s_1) = \Pr(s_n=j | s_{n-1}=i) = p_{ij}$

위에서 사용된 $F_{nk}(t)$ 를 정의해 보면 다음과 같다.

[정의 2] $F(t)$ 는 배경 분포이고, $S_{nk}(t) = 1 - F_{nk}(t)$,

$F_1(t) = F(t)$ 이면, y_n 에 대한 분포는 다음과 같이 정의된다.

$$S_{nk}(t) \equiv S\left(\sum_{i=n-k}^n y_i > t+s\right) / S\left(\sum_{i=n-k}^{n-1} y_i > s\right)$$

, 이때 $k=2, \dots, (n-1)$

위에서 정의한 동적 불완전 수리 모형에 대한 표본 경로는 다음 [그림 4.3.5]와 같다.

동적 불완전 수리 모형과 기존의 불완전 수리 모형의 관계를 살펴 보면 [그림 4.3.6]과 같다. [그림 4.3.6]으로 표현된 포함 관계에 대한 보조 정리를 다음과 같이 유도할 수 있다.

[보조 정리 1] 다음의 포함 관계가 성립한다.

최소 수리 모형 $\subset$ 불완전 수리 모형 $\subset$ 동적 수리 모형

(증 명)

i) 동적 불완전 수리 모형에서 $p_{00}=p_{10}$ 이면 현재 수리 상태에 관계없이

완전 수리될 확률이 일정함을 의미한다. 따라서 $p_{00}=p_{10}=p$ 가 된다.

이때 p 는 불완전 수리 모형의 완전 수리 확률과 같다.

ii) 불완전 수리 모형에서 $p=0$ 은 수리 형태가 최소 수리만으로 구성됨

을 의미하며, 이는 최소 수리 모형이 된다.

(증 명 끝)

이러한 수리 모형들의 관계를 고장률 $\lambda(t)$ 의 관점에서 비교해 보면 다음 [그림 4.3.7]과 같다.

동적 불완전 수리 모형으로 표현한 수명 분포는 또한 불완전 수리 모형으로 표현한 수명 분포와 비교하면 다음과 같다.

- 동적 불완전 수리 모형

$$F(n, t) = p_{00}^{(n-1)} F(t) + \sum_{k=1}^{n-1} p_{00}^{(n-k-1)} \cdot p_{01} \cdot p_{11}^{k-1} \cdot F_{nk}(t)$$

위에서 $p_{00}^{(n-1)}$ 은 0상태에서 $(n-1)$ 번 전이후 0가 될 확률을 의미하며, p_{11}^k 은 p_{11} 의 k 제곱을 의미한다.

- 불완전 수리 모형

$$F(n, t) = \sum_{k=1}^{n-1} p(1-p)^k F_k(t) + pF_1(t) + (1-p)^{n-1} F_{n-1}(t)$$

위에서 보는 바와 같이 불완전 수리 모형에 비해 동적 불완전 수리 모형은 y_n 에 대한 수명 분포의 표현이 그리 복잡하지 않음을 알 수 있다.

동적 불완전 수리 모형에 대한 특성 및 클래스 성질(class property)의 보존성(preservation)에 관한 정리들은 다음과 같다.

먼저, 정리들에 앞서 다음을 정의한다.

[정의 3]

- i) $F_p(t)$ 는 완전 수리후 최초로 완전 수리가 수행되기 시작할 때까지의 시간에 대한 분포이다.
- ii) $\lambda_p(t)$ 는 F_t 의 고장률이다. 즉 $(0, t)$ 동안 완전 수리가 수행되지 않았다는 조건하에 t 에서의 완전 수리에 대한 intensity 함수이다.

이때 F_p 와 λ_p 는 다음과 같이 유도된다.

[보조 정리 2] (재생점(regeneration)간 시간에 대한 분포 특성)

$$\lambda_p(t) = \lambda(t) [p_{00}F(t) + \sum_{k=2}^{\infty} p_{01}p_{11}^{k-2}p_{10} \cdot F^{(k)}(t)]$$

이때, $\lambda(t)$ 는 동적 불완전 수리 모형의 배경 분포의 고장률이다.

(단, $0 < p < 1$)

(증 명)

t 까지는 완전 수리가 이루어지지 않았으므로 고장 발생 여부에 상관없이 t 는 그대로 계통의 나이가 된다. 이때, 고장률은 $\lambda(t)$ 이다. ([그림 4.3.7] 참조) 그리고 그때까지의 상태들에 대한 경로(path)는 $0 \rightarrow 0$, $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$, 또는 $0 \rightarrow 1 \rightarrow \dots \rightarrow 1 \rightarrow 0$ 이었다.

따라서

$$\begin{aligned} \lambda_p(t) &= \lambda(t) \sum_{k=0}^{\infty} \Pr(\text{상태의 경로} | t\text{동안 } k\text{번 고장 발생}) \cdot \Pr(N(t) = k) \\ &= \lambda(t) \left[p_{00}F(t) + \sum_{k=2}^{\infty} p_{01}p_{11}^{k-2}p_{10} \cdot \{F^{(k+1)}(t) - F^{(k)}(t)\} \right] \end{aligned}$$

위에서 $F_k^{(k)}(t) = F * F_{21} * \dots * F_{k(k-1)}(t)$ 이며 $F_{k(i-1)}(t)$ 들의 k 번 축합(convolution)을 의미한다. 이때 y_i 에 대한 분포 $F_{k(i-1)}(t)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\bar{F}_{k(i-1)}(t) &= \Pr\left(y_i > t \mid \sum_{n=1}^{i-1} y_n > s\right) \\ &= \bar{F}(t+s) / \bar{F}(s)\end{aligned}$$

(증명 끝)

다음은 클래스 성질의 보존성에 관한 정리를 요약하였다.

[정리 1] (노후화 형태(aging pattern)의 보존성)

F 가 IFR이면, F_k 는 IFR이다

(증명)

F 가 IFR이면 λ 는 비감소함수이다.

[보조 정리 2]에 의해

$$\lambda_p(t) = \lambda(t) \left[p_{00} F_1(t) + \sum_{k=2}^{\infty} p_{01} p_{11}^{k-2} p_{10} \cdot F^{(k)}(t) \right] \text{이다.}$$

그리고 $F_{k(i-1)}(t)$ 에서 s 가 나이일 때 $F_{k(i-1)}(t)$ 의 고장률은 $\lambda(t+s)$ 이다.

따라서 F 가 IFR이면 $F_{k(i-1)}(t)$ 도 IFR이다. 그런데 [Barlow75]의 [정리 2]를 이용하면 IFR인 분포들의 축합(convolution)은 IFR이라는 특성에 의해 $F^{(k)}(t)$ 역시 IFR이 된다. 또한 식에서 경로 확률들은 모두 상수이므로 $\lambda_p(t)$ 는 비감소함수들의 곱이 된다. 따라서 $\lambda_p(t)$ 는 t 에 대한 증가 함수이다.

(증명 끝)

4. 모수 추정 절차

본 절에서는 앞에서 정의한 동적 불완전 수리 모형에 대한 추정 절차를 개발한다. 이러한 추정 절차는 배경 분포(underlying distribution)를 와이블 분포로 가정하여 개발되었다. 와이블 분포 모형은 형상 모수(shape parameter) α 에 따라서 IFR(Increasing Failure Rate), DFR(Decreasing Failure Rate)적 특성을 모두 표현할 수 있으며, 특히 기기의 열화(deteriorating)를 잘 표현할 수 있는 모수 모형으로 알려져 있다. 와이블 분포의 확률 밀도 함수는 다음과 같다.

$$f(t) = \alpha \beta^{-\alpha} t^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}}, t > 0$$

와이블 분포의 고장률 $\lambda(t)$ 는 다음과 같다.

$$\lambda(t) = \alpha \beta^{-\alpha} t^{\alpha-1}, t > 0$$

위 $\lambda(t)$ 에서 형상 모수 α 와 척도 모수 β 를 조절하면 선형적, 비선형적인 고장률을 표현할 수 있다.

모수 벡터 $\theta = (\alpha, \beta, p_{11}, p_{22})$ 이다.

데이타의 특성상 상태 변수 $\{s_n, n=1, \dots, N\}$ 즉, 수리 형태에 대한 자료는 주어져 있지 않다고 가정하므로 모형의 추정은 불완전 정보하에서의 추정 문제가 된다. 따라서 불완전 자료하에서도 최적해를 보장하는 EM 알고리즘의 틀 (framework)을 유지하면서 추정을 수행한다.

추정 절차를 요약하면 다음 [그림 4.3.8]과 같다.

동적 불완전 수리 모형에서 우도 함수에서는 앞에서 정의한 $F_k(t)$ 가 포함된다. 따라서 우도 함수의 정의에 앞서 [그림 4.3.8]에 나타난 바와 같이 데이타 변환 과정을 거친다.

[정의 4] 데이터 변환 행렬 A 를 다음과 같이 정의한다.

$$A = \begin{bmatrix} a_{21} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & a_{N(N-1)} & 0 \\ a_{(N+1)1} & a_{(N+1)2} & \cdots & a_{(N+1)(N-1)} & a_{(N+1)N} \end{bmatrix}$$

위 행렬 A 는 $(N \times N)$ 행렬이다.

이때, $a_{ij} = \sum_{k=i-j}^{i-1} y_k$ 로 정의된다.

위 [정의 4]를 이용하면 동적 불완전 수리 모형에서 완전 자료에 대한 대수 우도 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} & \log f(s_N, y_N; \theta) \\ &= \log f(y_1; \theta) \\ &+ \sum_{n=2}^N [I(s_{n-1}=0) \cdot \log f(y_n; \theta) \\ &+ \sum_{k=1}^{n-1} [I(s_{n-k-1}=0, \bigcap_{n-k \leq i \leq n-1} (s_i=1)) \\ &\quad \cdot \{ \log f(a_{(n+1)(k+1)}; \theta) - \log S(a_{nk}; \theta) \}] \\ &+ \sum_{j=0}^1 \sum_{i=0}^1 I(s_{n-2}=i, s_{n-1}=j) \log p_{ij}] \end{aligned}$$

위 식을 이용하여 조건부 대수 우도 함수 값을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
E[\log f(s_N, y_N; \theta) | y_N, \theta'] = & \\
& \log f(y_1 | y_N; \theta') \\
& + \sum_{n=2}^N [\Pr(s_{n-1}=0 | y_N; \theta') \cdot \log f(y_n | y_N; \theta') \\
& + \sum_{k=1}^{n-1} [\Pr\{s_{n-k-1}=0, \bigcap_{n-k \leq i \leq n-1} (s_i=1) | y_N, \theta'\} \\
& \cdot \{ \log f(a_{(n+1)(k+1)} | y_N; \theta') - \log S(a_{nk} | y_N; \theta') \}] \\
& + \sum_{j=0}^1 \sum_{i=0}^1 \Pr(s_{n-2}=i, s_{n-1}=j | y_N; \theta') \log p_{ij}]
\end{aligned}$$

알고리즘의 구체적 내용은 다음과 같다

모수 추정 알고리즘

단계 1 $k \leftarrow 0$, $\theta^{(0)}$ 선택

단계 2 (여과된 확률, 평활된 확률 계산)

$i=0, 1$, $j=0, 1$ 에 대해

$\Pr(s_n=0 | y_N; \theta^{(0)})$, $\Pr(s_{n-1}=i, s_n=j | y_N; \theta^{(0)})$,

$\Pr(s_{n-k-1}=0, \bigcap_{n-k \leq i \leq n-1} (s_i=1) | y_N; \theta')$ 계산

단계 3 (기대값 계산 단계)

단계 2 의 결과를 대입하여 $E[\log f(s_N, y_N; \theta) | y_N, \theta^{(0)}]$ 계산

단계 4 (최대화 단계)

$\theta^{(l+1)} = \arg \max_{\theta} E[\log f(s_N, y_N; \theta) | y_N, \theta^{(0)}]$ 계산

단계 5 (수렴성 확인)

$|\theta^{(l+1)} - \theta^{(l)}| < \varepsilon$ 이면, $\theta = \theta^{(l+1)}$

아니면, $k \leftarrow l+1$, 단계 2 로 간다.

이제 여과된 확률 및 평활된 확률을 계산해 보자.

평활된 확률 $\Pr(s_n=i | y_N; \theta^{(i)})$ 는 여과된(filtered) 확률 $\Pr(s_n=i | y_n; \theta^{(i)})$ 의 계산 결과를 이용하여 계산되며 절차는 다음과 같다.

여과된 확률의 계산 알고리즘 ($\theta = \theta^{(i)}$ 하에서 계산)

단계 0 모든 n 에 대해 $a_{n0} \leftarrow 0$

$$f(y_2|y_1) = f(y_2)p_{00} + [f(a_{32})/S(a_{21})]p_{01}$$

$$\Pr(s_1, s_0 | y_2) = f(y_2|s_1)\Pr(s_1|s_0)/f(y_2|y_1)$$

$n=3, \dots, N$ 에 대해 다음을 계산한다.

단계 1

$$f(y_n, s_{n-2}, s_{n-1}=0 | y_{n-1})$$

$$= \sum_{s_{n-3}=0}^1 f(y_n) \Pr(s_{n-1}=0 | s_{n-2}) \Pr(s_{n-2}, s_{n-3} | y_{n-1})$$

$$f(y_n, s_{n-2}=0, s_{n-1}=1 | y_{n-1})$$

$$= \sum_{s_{n-3}=0}^1 [f(a_{(n+1)2})/S(a_{n1})]p_{01} \cdot \Pr(s_{n-2}=0, s_{n-3} | y_{n-1})$$

$$f(y_n, s_{n-2}=1, s_{n-1}=1 | y_{n-1})$$

$$= \sum_{k=2}^{n-1} \{ \prod_{j=2}^k [f(a_{(n-k+j+1)(j+1)})/S(a_{(n-k+j)j})] p_{11}^{k-1} \cdot \Pr(s_{n-k-1}=0, s_{n-k}=1 | y_{n-1}) \cdot 1 / [\prod_{j=n-k+1}^{n-2} f(y_{j+1} | y_j)] \}$$

단계 2 $f(y_n | y_{n-1}) = \sum_{s_{n-1}=0}^1 \sum_{s_{n-2}=0}^1 f(y_n, s_{n-1}, s_{n-2} | y_{n-1})$

단계 3 $\Pr(s_{n-2}, s_{n-1} | y_n) = f(y_n, s_{n-1}, s_{n-2} | y_{n-1}) / f(y_n | y_{n-1})$

평활된 확률의 계산 알고리즘 ($\theta = \theta^{(i)}$ 하에서 계산)

$n = N-2, \dots, 1$ 에 대해 다음을 계산한다.

단계 1 $f(y_N, \dots, y_{n+1}, s_N, \dots, s_{n-1} | y_n)$

$$= f(y_N | s_{N-1}) \Pr(s_{N-1} | s_{N-2}) \cdots \Pr(s_n | s_{n-1}) \Pr(s_{n-1}, s_{n-2} | y_n)$$

단계 2 $f(y_N | y_n) = f(y_N | y_{N-1}) f(y_{N-1} | y_{N-2}) \cdots f(y_{n+1} | y_n)$

단계 3 $\Pr(s_{n-2}, s_{n-1} | y_N)$

$$= \sum_{s_{N-1}=0}^1 \cdots \sum_{s_n=0}^1 f(y_N, \dots, y_{n+1}, s_{N-1}, \dots, s_{n-2} | y_n) / f(y_N | y_n)$$

위에서 $\Pr(s_{n-k-1}=0, \bigcap_{n-k \leq i \leq n-1} (s_i=1) | y_N; \theta^{(b)})$ 은 단계 3의 결과를 이용

하면 구할 수 있다.

또한 단계 1과 단계 2에서는 여과된 확률 알고리즘의 결과를 받아 사용한다.

$E[\log f(s_N, y_N; \theta) | y_N, \theta^{(b)}]$ 를 최대화하는 모수 $\theta^{(l+1)} = (\lambda^{(l+1)},$

$\rho^{(l+1)}, p^{(l+1)})$ 를 구하면 다음과 같은 계산식을 얻을 수 있다.

$\theta = (\alpha, \beta, \rho, p)$ 의 계산 알고리즘

단계 1 $n = 1, \dots, N-1$ 에 대해 $\Pr(s_n | y_N; \theta^{(b)})$ 계산

$$\Pr(s_n = i | y_N; \theta^{(b)}) = \sum_{s_{n-1}=0}^1 \Pr(s_{n-1}, s_n = i | y_N; \theta^{(b)})$$

단계 2 $i = 0, 1, j = 0, 1$ 에 다음을 계산한다.

$$\hat{p}_{ij}^{(l+1)} = \frac{\sum_{n=1}^{N-1} \Pr(s_{n-1} = i, s_n = j | y_N; \theta^{(b)})}{\sum_{n=1}^{N-1} \Pr(s_{n-1} = i | y_N; \theta^{(b)})}$$

단계 3 $\hat{a}_i^{(l+1)}$ 계산

단계 3.1 $m \leftarrow 0$

$a_m(>0)$ 선택

단계 3.2 $a_{m+1} = g_1(a_m)$

단계 3.3

$|a_{m+1} - a_m| < \varepsilon$ 이고 $a_{m+1} > 0$ 이면 $\hat{a}^{(l+1)} = a_{m+1}$

아니면, $m \leftarrow m+1$ 그리고 단계 3.2로 간다.

단계 4 $\hat{\beta}_i^{(l+1)}$ 계산

단계 4.1 $\beta = g_2(\hat{a}^{(l+1)})$

단계 4.2

$\beta > 0$ 이면, $\hat{\beta}^{(l+1)} = \beta$

아니면, 단계 3으로 간다.

위 g_1 과 g_2 를 정의하기에 앞서 다음을 정의한다.

$$p_n = \Pr(s_{n-1} = 0 | y_N; \theta^{(l)})$$

$$p_{nk} = \Pr(s_{n-k-1} = 0, \bigcap_{n-k \leq i \leq n-1} (s_i = 1) | y_N; \theta^{(l)})$$

g_1 과 g_2 는 $E[\log f(s_N, y_N; \theta) | y_N, \theta^{(l)}]$ 를 a 와 β 에 의해 편미분하여 각각 0이 되는 최대화에 대한 1차 조건식(first order condition)을 연립하여 구했다.

먼저 다음 A, B, C, D 항을 다음과 같이 정의한다.

$$A = a_{21}^a + \sum_{n=2}^N [p_n a_{(n+1)1}^a + \sum_{k=1}^{n-1} p_{nk} \{a_{(n+1)(k+1)}^a - a_{nk}^a\}]$$

자료 개수 : 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100

전이 확률 : $p_{11}=0.1$ $p_{22}=0.1$

척도 모수 : $\beta=1.0$

형상 모수 : $a=2.0$

상태 수 : 2

(1) 입력 자료

가. 실험 1 (자료 개수의 영향, 추정치의 일관성 검증)

대한 실험이다.

실험 1, 2, 3은 각각 자료 개수, 형상 모수, 전이 확률에 따른 추정치의 정확도에
형의 추정치에 대한 타당성 검증을 수행하였다.
본 절에서는 다양한 실험 예제를 통해 3 절에서 제안한 동적 불완전 수리 모

5. 실험 예제

$$g_2(a) = [A/D]^{1/a}$$

g_2 는 다음과 같다.

$$g_1(a) = AD / (CD - AB)$$

위 A, B, C, D항을 이용하면 g_1 은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} D &= 1 + \sum_{k=1}^n p_{nk} + \sum_{k=1}^n p_{nk} \\ C &= a_{21} \log a_{21} + \sum_{k=1}^n [p_{nk} \log a_{21}^{(n+1)k+1} \log a_{21}^{(n+1)k+1} - a_{nk} \log a_{nk}] \\ B &= \log a_{21} + \sum_{k=1}^n [p_{nk} \log a_{21}^{(n+1)k+1} + \sum_{k=1}^n p_{nk} \log a_{21}^{(n+1)k+1}] \end{aligned}$$

(2) 실험 결과

총 9 가지 경우에 대해, 각 100회씩 모의 실험을 수행하고, 그 자료를 이용하여 추정을 수행하였다. 자료 개수 10인 경우는 추정에 실패하였다. 이 결과는 자료 개수 10은 추정을 위해 불충분함을 의미한다. [그림 4.3.9]는 변동 계수 (coefficient of variation : COV)를 척도로 하여 추정에 대한 정확도를 나타내고 있다. 그림에서 보이는 바와 같이 비록 작은 자료 개수에 대해 약간의 변동은 존재하지만 전체적으로는 추정에 사용된 자료 개수가 커짐에 따라 COV가 작아지고 있음을 알 수 있다. 따라서 자료 개수에 따른 추정의 일관성(consistency)이 존재한다고 할 수 있다.

나. 실험 2 (형상 모수의 영향)

(1) 입력 자료

상태수 ; 2

형상 모수(α) ; 2, 3, 4, 5

전이 확률 ; $p_{11}=0.1$ $p_{22}=0.1$

자료 개수 ; 50 개

(2) 실험 결과

총 4 가지 경우에 대해 각 100회씩 모의 실험을 수행하고, 그 자료를 이용하여 추정을 수행하였다. [그림 4.3.10]은 형상 모수에 따른 모수 추정의 정확도를 95% 신뢰 구간(Confidence Interval ; CI)을 척도로 하여 나타내고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 신뢰 구간 안에 모수의 참값이 포함되어 있음을 알 수 있으며, 형상 모수가 증가할수록 신뢰 구간이 보다 좁게 추정됨을 알 수 있다. 그림에서 보이는 바와 같이 α 의 추정 신뢰 구간은 차이가 나지 않지만 이는 참값의 크기의 영향에 의해서이다. 이를 상대적 신뢰 구간을 척도로 비교해보면 형상 모수가 클수록 상대적 신뢰 구간이 안정화됨을 알 수 있다. p_{11} 에 대해서는

형상 모수가 클수록 신뢰 구간의 폭이 커짐을 알 수 있다. 이는 형상 모수가 클수록 산포가 크지 않은 데이터가 발생함으로 인해 추정에 있어 상대적으로 상태 1에서 자신으로의 전이가 많이 일어난 것으로 추정된 결과라고 해석할 수 있다. 척도 모수 β 는 형상 모수에 관계없이 일관된 추정 정확도를 보임을 알 수 있다.

다. 실험 3 (전이 유형의 영향)

(1) 입력 자료

상태 수 ; 2

형상 모수 ; $\alpha=2.0$

척도 모수 ; $\beta=1.0$

전이 확률 ; ① $P=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ② $P=\begin{bmatrix} 0.1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.1 \end{bmatrix}$

③ $P=\begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$ ④ $P=\begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix}$

자료 개수 ; 50 개

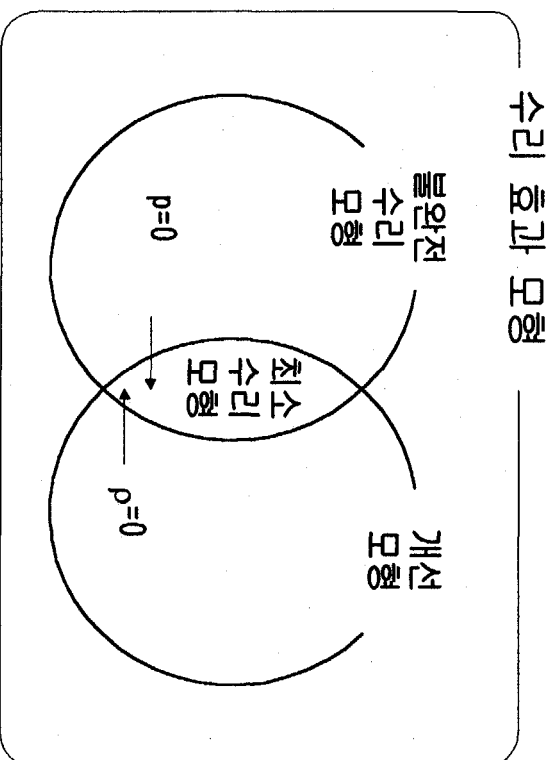
(2) 실험 결과

위 4가지 경우에 대해 100회의 모의 실험을 수행하고 그 자료를 이용하여 추정의 정확도를 알아보았다. 척도로는 상대 오차(relative error)를 사용하였다. [그림 4.3.11]은 각 경우에 대한 추정에 있어서의 상대 오차를 표시하고 있다. 그림에서 보이는 바와 같이 $p_{11}=0.5$, $p_{22}=0.5$ 의 경우에 오차가 가장 크며, 전이가 빈번하거나 대체 효과 또는 일방적으로 노후화 경향을 가지는 경우에 대해서는 오차가 작음을 알 수 있다.

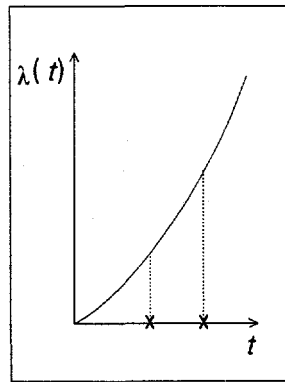
[표 4.3.1] 수리 효과 모형에 대한 요약

모형	주요연구	노후화 반영	수리 효과	고장과정의 종속성 반영	모수 추정
최소 수리 모형	[BARL 60] [BLUM 76] [BALA 81] [MURT 91]	Bad-As-Old	최소 수리 (결정적)	불가능	IID 분포에 대한 추정 이용
개선 모형	[MALI 79] [NAKA 79]	조정된 (adjusted) Bad -As-Old	나이에 대해 일정 비율 감소 (결정적)	불가능	[보고서1, 94] 이용
불완전 수리 모형	[BROW 83] [BLOC 85] [SHAK 86]	확률 (1-p)로 Bad-As-Old	매 고장에 따른 확률 p가 동일 (독립적)	불가능 (모형의 확장 필요)	수리 형태에 대한 부가적 데이터 요구

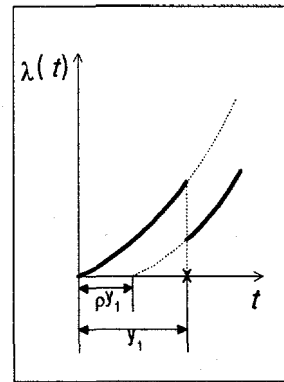
기타 모형들



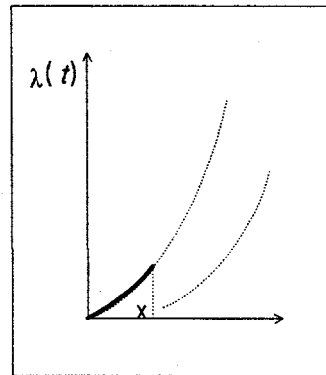
[그림 4.3.1] 수리 효과 모형들의 관계



(a) 최소 수리 모형



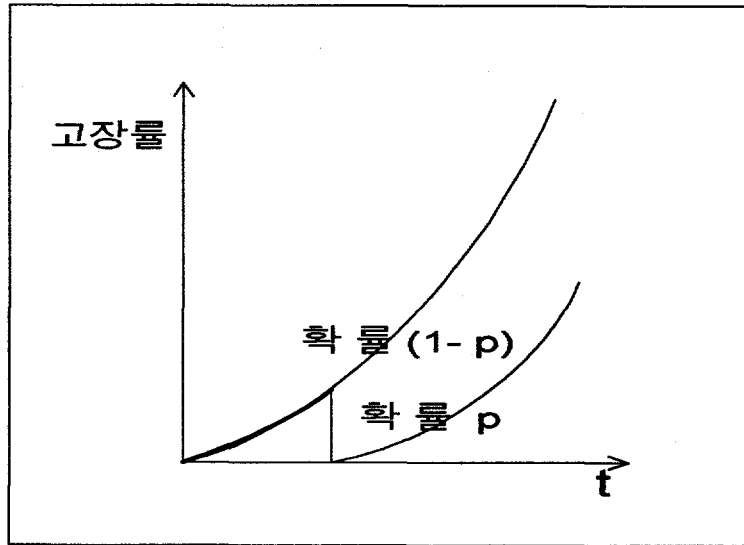
(b) 개선 모형



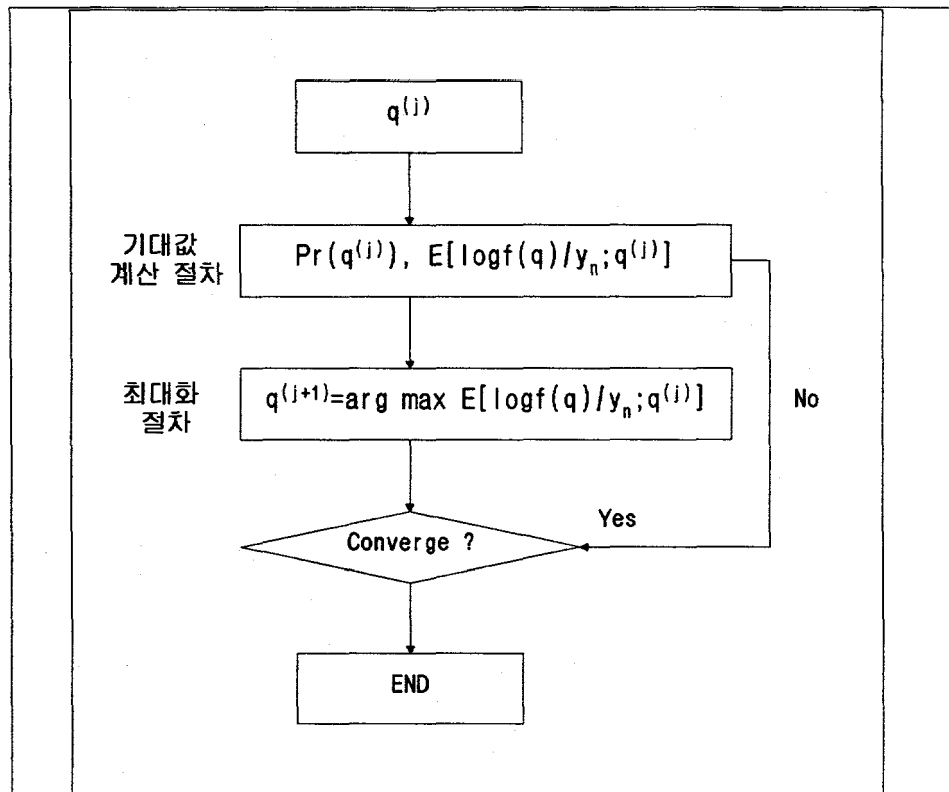
(c) 불완전 수리 모형

x ; 고장 시점

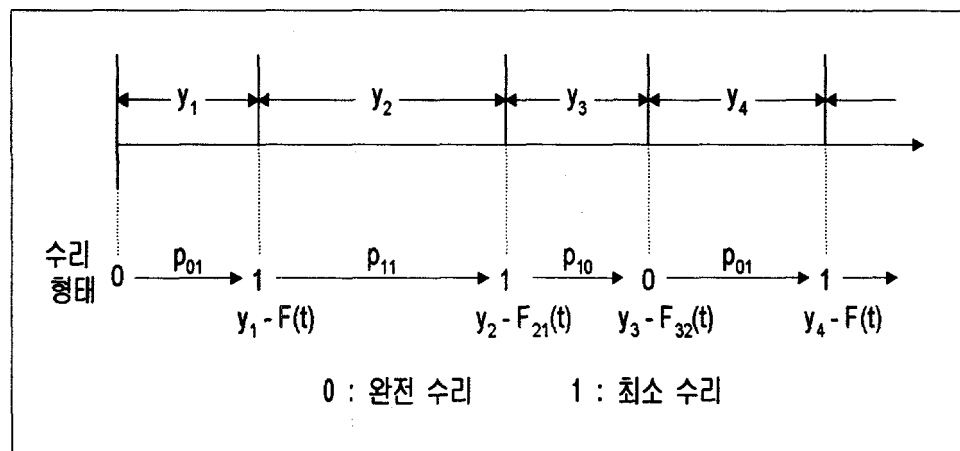
[그림 43.2] 수리 효과 모형에 따른 $\lambda(t)$ 의 비교



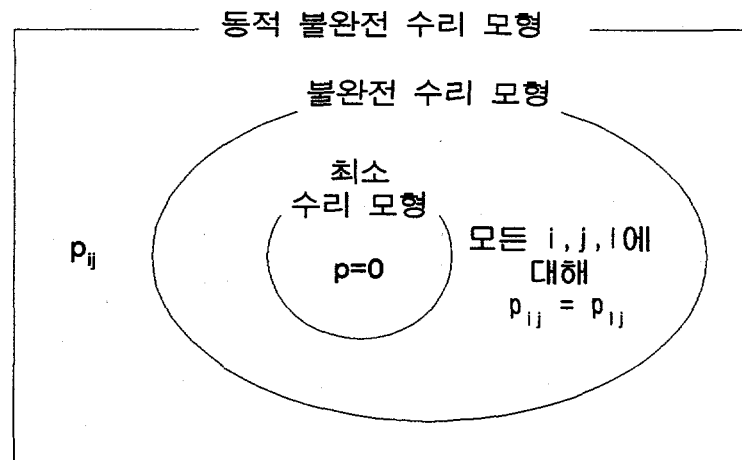
[그림 4.3.3] 불완전 수리 모형하에서의 고장률



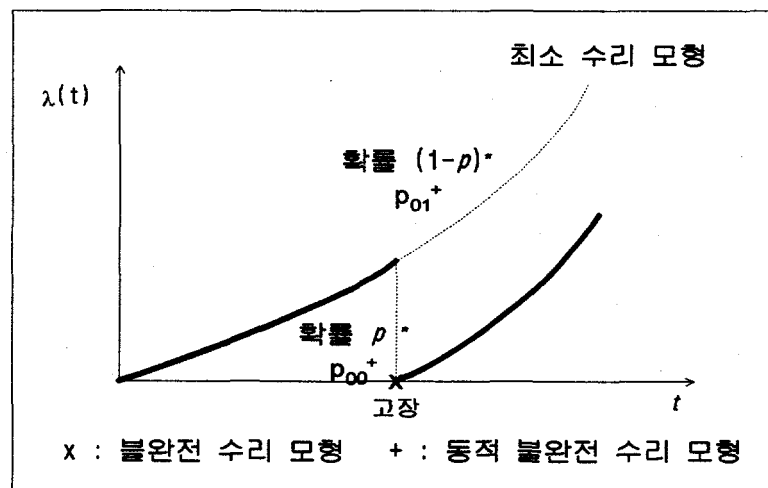
[그림 4.3.4] EM 알고리즘



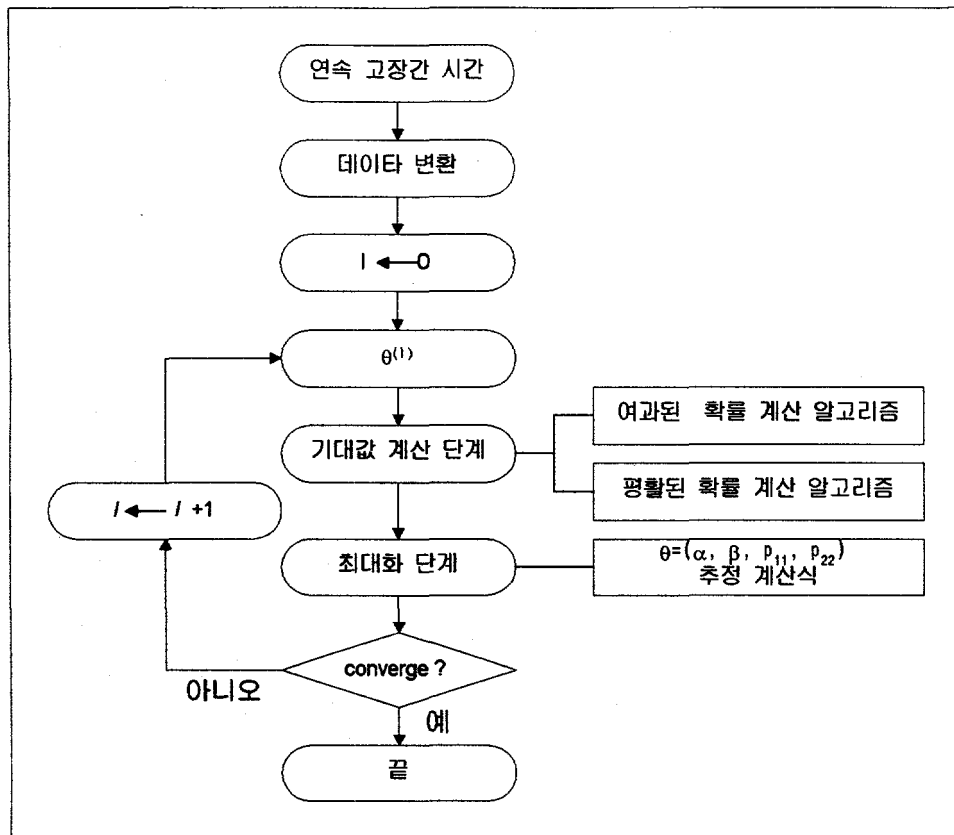
[그림 4.3.5] 동적 불완전 수리 모형의 표본 경로



[그림 4.3.6] 동적 불완전 수리 모형과 기존 모형의 관계

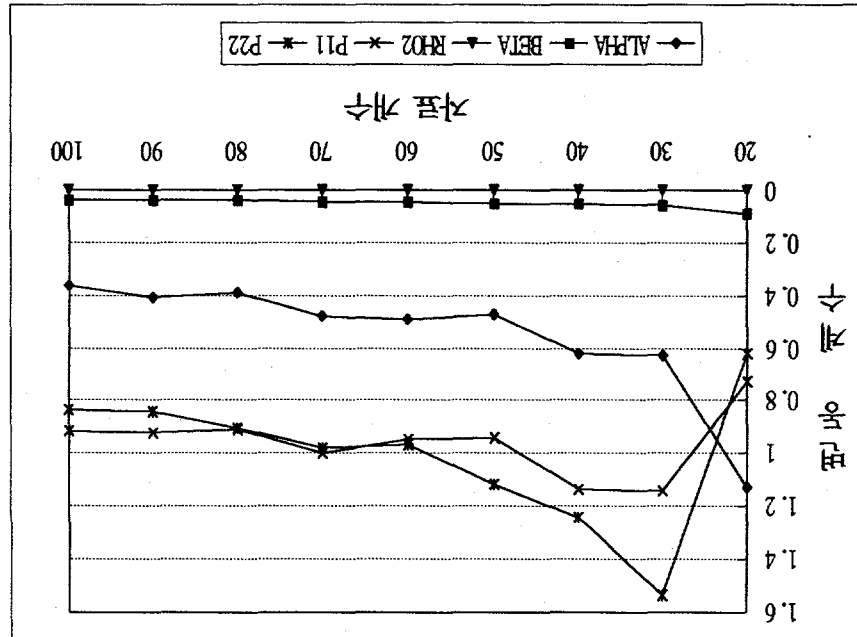


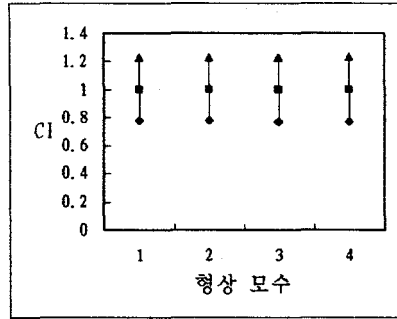
[그림 4.3.7] 수리 모형들에 대한 고장률



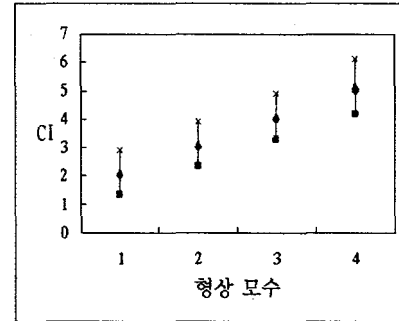
[그림 4.3.8] 모수 추정 절차

[그림 4.3.9] 자료 개수에 따른 추정치의 변동 계수
 $(\alpha=2.0, \beta=1.0, \rho_{11}=0.1, \rho_{22}=0.1)$

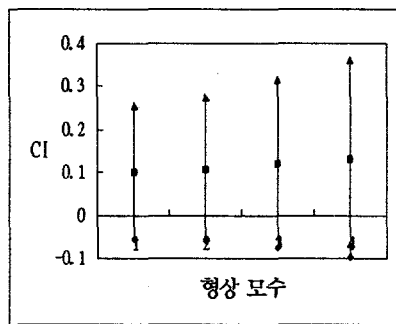




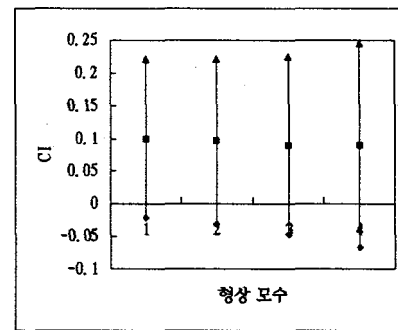
(a) α 에 대한 신뢰 구간



(b) β 에 대한 신뢰 구간



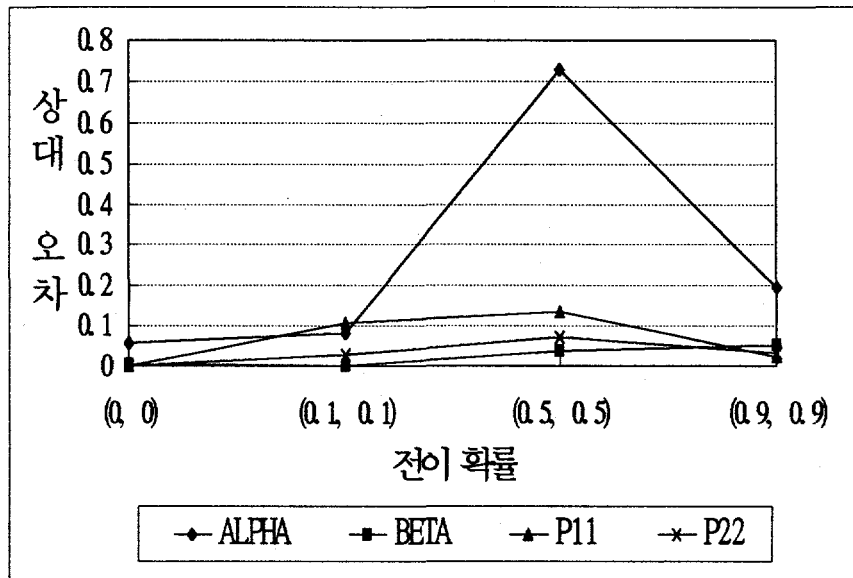
(c) p_{11} 에 대한 신뢰 구간



(d) p_{22} 에 대한 신뢰 구간

[그림 4.3.10] 형상 모수에 따른 추정치의 95% 신뢰 구간

($\beta=1.0$, $p_{11}=0.1$, $p_{22}=0.1$, $N=50$)



[그림 4.3.11] 전이 유형에 따른 상대 오차
 ($\alpha=2.0, \beta=1.0, N=50$)

제 5 장 결론 및 추후 연구 방향

본 연구는 원자력 발전소의 동적 신뢰성 모형화 및 분석 방법론 개발을 주제로 하여 3년간 3단계에 걸쳐 수행되었다. 연구의 최종 목표는 원전 계통의 시간 종속적 신뢰도를 추정하고 이로부터 계통의 운영에 필요한 신뢰성 척도를 평가·분석하는 일련의 절차 및 분석 도구를 개발하는 것으로서, 시뮬레이터의 개발을 통하여 연구 목적에 부합되는 방법론 및 도구가 완성되었다.

그 첫 단계로 1차 년도의 연구는 부품의 고장 자료로부터 부품의 수명분포 및 수리의 효과를 추정하고, 이 결과를 이용하여 다수의 부품으로 구성된 기기의 수명분포를 추정하는 일련의 절차와 전산코드를 개발하고자 하는 목적 아래 기기 수준의 동적 신뢰도 분석에 관하여 수행되었다.

2차년 연구에서는 현실적인 경우를 고려하여 예방보수가 수행되는 기기, 대기(stand-by) 기기, 대기 구조를 갖는 계통, 다수의 고장 유형을 갖는 기기 등에 대한 신뢰도 분석 방법론과 하부 계통의 중요도 평가 등 1차년 연구에서 수행하지 못한 다양한 문제들에 대한 연구를 추진하였다.

최종 단계인 3차년에서는 선행 연구에서 고려되지 않은 특수한 고장 유형에 대한 분석 모형을 개발하고 1·2단계 연구의 결과를 종합·보완하여 원전 계통의 시간 종속적 신뢰도를 평가하는 분석도구를 완성하는 것을 목적으로 연구를 수행하였다.

3차 년도 연구는 계통의 동적 신뢰도를 분석하기 위한 시뮬레이터를 확장, 개선하는데 중점을 두었으며 연구의 내용은 크게 네 부분으로 구성되어 있다. 우선 시뮬레이터의 입출력 기능을 보완하여 실제 계통의 신뢰성 분석에 적합하도록 개선하였다. 둘째로 원전 계통의 분석에 필수적인 공통원인 고장을 반영할 수 있는 모듈과 원전 계통의 주요 구조인 대기구조의 고장 분석 모형을 반영할 수 있는 모듈을 수립하고 이들 모듈을 시뮬레이터에 구현하였다. 다음으로 시뮬레이션의 직접적인 결과인 계통의 고장시간을 이용하여 계통 수준에서의 신뢰성을 분석하는 모형을 수립하고 이해하기 쉬운 출력을 구현하였다. 마지막으로 시뮬레이터의 기능을 보완하는 관련 연구를 수행하였다. 각 연구 부제별 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째로 시뮬레이터의 입출력을 개선하여 PC 환경의 DOS 운영체제에서 작동되던 것을 윈도우즈 운영체제에서 작동하도록 하고, 팝업 메뉴 방식을 이용하여 대상 계통을 기술하고 시뮬레이션 결과를 그래픽 형태로 출력하기까지의 과정이 사용자 요구대로 단계적으로 실행될 수 있게 하여 사용자 편이를 크게 향상시켰다. 다음으로 다양한 원인들에 의한 복잡한 상황을 모형화할 수 있도록 하기 위해 많은 옵션들을 추가하였으며 신뢰성과 더불어 시간에 따라 변하는 계통 가용도를 분석할 수 있는 기능을 추가하였다.

둘째로 원전 계통 분석에서 중요시되는 특수한 입력 구조를 모형화 하였다. 먼저 원전 사고 경위의 주요 인자로 부각되고 있는 공통원인 고장 사건을 모의할 수 있는 모형을 개발하였다. 특히 충격에 의한 기기 방어력의 저하를 모형화하여 공통원인 고장 사건에서도 기기의 열화를 반영할 수 있는 모형을 수립하였다. 또한 공통원인 기기군의 구성에 제한이 없게 하여 다양한 경우에 대한 민감도 분석도 가능하도록 하였다. 다음으로 대기 구조를 갖는 하부계통의 고장을 모의실험 할 수 있는 모듈을 구성하여 대기 기기에 대한 시험 및 검사의 효과, 예방보수의 효과 등을 중점적으로 분석할 수 있도록 다양한 기능을 추가하였다.

셋째로 시뮬레이션의 출력 자료를 분석하여 계통 신뢰도, 이용불능도, 고장률 함수 등의 유용한 정보를 얻어내기 위한 분석 모형을 수립하였다. 계통의 고장 시간을 이용하여 계통 수준에서의 고장시간 분포함수, 보수의 효과모수 등을 추정하는 이론적인 모형을 구현하여 사용자가 계통의 신뢰성을 도표를 통하여 쉽게 볼 수 있도록 구성하였다.

넷째로 동적 신뢰도 분석 관련 연구를 수행하여 시뮬레이션을 통한 계통 신뢰성 분석의 효율을 제고할 수 있도록 하였다. 먼저 시뮬레이션 가속화 연구를 통하여 실험 시간을 줄일 수 있는 방안을 제시하였다. 연구 결과 중요도 샘플링 기법보다는 제시작 방법이 더 유용한 것으로 나타났다. 다음으로 해석적인 방법을 통하여 계통의 동적 신뢰도를 구하는 방법을 연구한 결과, 확률적 분포의 phase type 근사화를 통하여 마코프 과정 분석을 이용한 계통 신뢰도 분석 방법이 가능한 것으로 나타났다. 그러나 복잡한 계통에서는 상당히 많은 수의 상태가 요구되어 전이 행렬의 크기가 매우 커짐으로 인해 해를 구하기 어려운 점이 있어서 현실적 사용이 가능하려면 효율적인 알고리즘의 개발이 필요한 상황이

다. 마지막으로 시스템이 열화에 의해 노후화할 때 고장 과정의 종속성을 반영한 시스템 신뢰성 모형의 대안으로 동적 불완전 수리 모형을 개발하였다. 이 모형은 기기의 고장시간 간격이 감소 추세를 보이지 않으면서 종속성을 보일 때 타당성이 부각된다. 이상의 주제들은 계통의 동적 신뢰도 분석을 위한 효율적 방안으로 지속적으로 연구되어야 할 것이다.

본 연구를 통하여 개발된 분석 모형 및 시뮬레이터는 계통의 노후화 경향 및 보수 효과에 대한 정량화에 이용될 수 있으며, 보수 정책의 결정에 성공적으로 사용될 수 있을 것이다. 따라서 추후 연구 방향으로서는 실제의 계통을 대상으로 하여 기기의 고장 자료 분석으로부터 계통의 신뢰도, 가용도, 보수 효과 등에 대한 분석을 수행하여 노후화 대책 및 보수 정책을 수립해 보는 것이 바람직하다. 이러한 활용 연구를 통하여 분석 방법론이 더욱 개선되고 시뮬레이터의 기능도 더욱 향상될 수 있으리라 기대된다.

참고 문헌

- 이창훈, 전영호, 설비관리론, 박영사, 1992
- 한국원자력 연구소, 원자력 발전소의 동적 신뢰성 모형화 및 분석 ; 1차년 연차 보고서, 1994
- 한국원자력 연구소, 원자력 발전소의 동적 신뢰성 모형화 및 분석 ; 2차년 연차 보고서, 1995
- 백 상엽, 임태진, 이창훈, "다수의 고장 원인을 갖는 기기의 신뢰성 모형화 및 분석", 대한 산업 공학회지, 제21권, 4호, 1995, pp609-628
- Aldous, D., L. Shepp, "The Least Variable Phase-Type Distribution is Erlang", Commun. Statist.-Stochastic Models, Vol. 3, No. 3, pp467-473, 1987.
- Arora, J.R., "Reliability of a 2-Unit Priority-Standby Redundant System with Finite Repair Capability", IEEE Trans. on Rel., Vol. R-25, No. 3, 1976, pp.205-207.
- Arora, J.R., "Reliability of Several Standby-Priority-Redundant System", IEEE Trans. on Rel., Vol. R-26, No. 4, 1977, pp.290-293.
- Ascher, H., "Evaluation of repairable system reliability using the 'bad-as-old' concept", IEEE Trans. on Rel. Vol. 17, 1968, pp 103-110
- Ascher, H., Feingold, F., "Bad-as-old analysis of System failure data", Annals of Assurance Sciences, Proc. of Rel and Maintainability Conferences, Vol.8, 1969, pp 49-62
- Ascher, H., Feingold, F., *Repairable Systems Reliability; Modeling, Inference, Misconceptions, and Their Causes*, Marcel Dekker, 1984
- Ascher, H., H. Feingold, *Repairable System Reliability*, Marcel Dekker, 1984.
- Asmussen, S., *Applied Probability and Queues*, Wiley, New York, 1987.
- Assaf, D, B. Levikson, "Closure of Phase Type Distributions under Operations Arising in Reliability Theory", The Annals of Probability, Vol. 10, No. 1, pp265-269, 1982.

- Atwood, C. L., "Estimating Common Cause Failure Rates For Pumps In Nuclear Reactors", DOE Statistical Symposium, 1980.
- Atwood, Corwin L., "The Binomial Failure Rate Common Cause Model", *Technometrics*, Vol. 28, No. 2, pp139-148, 1986.
- Aven, T., "Availability Formulae for Standby System of Similar Units that are Preventively Maintained", *IEEE Trans. on Rel.*, Vol. R-39, No. 5, 1990, pp.603-606.
- Aven, T., "Some Tests for Comparing Reliability Growth/Deterioration Rates of Repairable Systems," *IEEE Trans. Reliability*, vol.38, 1989, pp.440-443
- Baek, S. Y., Lim, T. J., Lie, C. H., "Markov Switching Model for Estimating the System Reliability Using Fully Masked Data", *Proceedings of PSA conference*, 1995
- Bagai, I., Jain, K., "Improvement, Deterioration, and Optimal Replacement Under Age-Replacement With Minimal Repair", *IEEE Trans. Reliability*, vol.43, 1994, pp.156-162
- Barlow, R.E., F. Prochan, *Statistical Theory of Reliability and Life Testing*, Holt, Rinegart, Winston, 1981.
- Barlow, R. E., Hunter, L. C., Proschan, F., "Optimum Redundancy when Components are subject to two kinds of Failure," *J. Soc. Indust. Appl. Math.*, vol.11, 1963, pp.64-73
- Barlow, R. E., Proschan, F., Hunter, R. C., *Mathematical Theory of Reliability*, John Wiley and Sons, 1965
- Barlow, R. E. Proschan, F., *Statistical Theory of Reliability and Life Testing Probability Models*, Holt Rinehart and Winston Inc., 1975
- Bassin, W. M., "A Bayesian Optimal Overhaul Interval Model for the Weibull Restoration Process," *J. Amer. Stat. Soc.*, 68, 1973, pp.575-578
- Bassin, W. M., "Increasing Hazard Functions and Overhaul Policy," *ARMS, IEEE-69 C 8-R*, 1969, pp.173-180
- Beichelt. F., "A Unifying Treatment of Replacement Policies with Minimal

- Repair", *Naval Res. Logistics*, vol.40, 1993, pp.51-67
- Bellman, R., *Introduction to Matrix Analysis*, McGraw-Hill, 1970.
- Blondia, C., "The N/G/1 Finite Capacity Queue", *Commun. Statist.-Stochastic Models*, Vol. 5, No. 2, pp273-294, 1989.
- Blumenthal, S. B., Greenwood, J. A., Herbach, L. H., "The transient reliability behavior of series systems or superimposed renewal process", *IEEE Trans. on Rel.* Vol. 15, 1973, pp 225-268
- Bobbio, A, M. Telek, "A Benchmark for PH Estimation Algorithms:Results for Acyclic-PH", *Commun. Statist.-Stochastic Models*, Vol. 10, No. 3, pp661-677, 1994.
- Bobbio, A. and Miklos Telek, "A Benchmark for PH Estimation Algorithms: Results for Acyclic-PH", *Commun. Statist.-Stochastic Models*, 10(3), pp 661-677, 1994
- Butler, D.A., "A Hazardous-Inspection Policies", *Management Sciences*, Vol. 25, No. 1, 1979, pp79-89.
- Canfield, R. V., "Cost optimization of periodic preventive maintenance", *IEEE Trans. on Rel.* Vol. 35, 1986, pp 78-81
- Chan, J. K., Shaw, L., "Modeling repairable system with failure rate that depend on age and maintenance", *IEEE Trans. on Rel.*, Vol. 42, No. 4, 1993, pp 566-571
- Chan, P. K. W., Downs, T., "Two Criteria for Preventive Maintenance," *IEEE Trans. Reliability*, vol.R-27, 1978, pp.272-273
- Chen, Y.M., T. Fujisawa, "Availability of standby redundant subsystem and secondary subsystem subject to shut-off rules", *Rel. Eng. and System Safety*, 35, 1992, pp.245-251.
- Chou, C.G., D.A. Butler, "Assessment of Hazardous-Inspection Policies", *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 30, 1983, pp171-177.
- Cleroux, R., Dubuc, S., Tilquin, C. "The age replacement problem with minimal repair and random repair costs", *Operations Research*, vol 27,

- 1979, pp.1158-1167
- Commault, C., J.P. Chemla, "On Dual and Minimal Phase-Type Representations", *Commun. Statist.-Stochastic Models*, Vol. 9, No. 3, pp421-434, 1993.
- Cottrel, M., Jean-Claude Fort, and Gerard Malgouyres, "Large Deviations and Rare Events in the Study of Stochastic Algorithms", *IEEE Trans. Automatic Control*, AC-28(9), Sep. 1983
- Cox, D. R., Lewis, P. A. W., *The Statistical Analysis of Series of Events*, John Wiley & Sons, 1966
- Cumani, A, "On the Canonical Representation of Homogeneous Markov Processes Modelling Failure Time Distributions", *Microelectron. Reliab.*, Vol. 22, No. 3, pp583-602, 1982.
- Dattero, R., White, E. M., "A new estimation approach based on periodic inspection", *IEEE Trans. on Rel.*, Vol. 38, 1989, pp 436-439
- Dempster, A. P., Laird, N. M., Rubin, D. B., "Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm", *Journal of Royal Statistical Society*, vol 39, 1977, pp1-3
- Diebold, F. X., Lee, J. H., Weinbach, G. C., "Regime switching with time-varying transition probabilities", *Nonstationary Time Series Analysis and Cointegration*, Oxford, Oxford Press, 1992
- Diebold, F. X., Nason, J. A., "Nonparametric exchange rate prediction?", *Journal of International Economics*, vol 28, 1990, pp 315-332
- Douer, N., Yechiali, U., "Optimal repair and replacement in Markovian Systems", *Commun. Stat. Stoch. models*, Vol.10, 1994, pp 253-270
- Dörre, Peter, "Basic Aspects of Stochastic Reliability Analysis for Redundancy Systems", *RESS*, Vol. 24, pp351-375, 1989.
- Engel, C., Hamilton, J. D., "Long swings in the dollar: Are they in the data and do markets know it ?", *The American Economic Review*, vol 80, 1990 Sep., pp 689-713

- Filardo. A. J., "Business-cycle phases and their transitional dynamics",
Journal of Business & Economic statistics, vol 12, 1994 July, pp 299-308
- Flehinger, B. J., "A General Model for the Reliability Analysis of Systems under various Preventive Maintenance Policies," *Ann. Math. Statist.*, vol.33, 1962, pp.137-156
- Flood, R. P., Garber, P. M., "A model of stochastic process switching",
Econometrica, vol 51, 1983 May, pp 537-551
- Ghosh, J.B., C.E. Wells, "Determining Optimal Redundancy For Systems With Random Lifetimes", *IEEE Trans. on Rel.*, Vol. 39, No. 3, 1990, pp.309-313.
- Giglmayr, J., "An Age-Wear Dependent Model of Failure", *IEEE Trans. on Rel.*, Vol. R-36, No. 5, 1987, pp.581-585.
- Glynn, P. W., "Importance Sampling for Markov Chains: Asymptotics for the Variance", *Commu.Statist.-Stochastic Models*, 10(4), pp 701-717, 1994
- Glynn, P. W. and Donald L. Iglehart, "Importance Sampling for Stochastic Simulations", *Management Science*, 35(11), pp 1367-1392, Nov. 1989
- Gopalan, M. N., Radhakrishnan, R., "Stochastic Analysis of a One-Server Two-Unit(dissimilar) System subject to Slow Switch," *Microelec. and Rel.*, vol. 25,1985, pp.631-636
- Goyal, A., Perwez Shahabuddin, Philip Heidelberger, Victor F. Nicola, and Peter W. Glynn, "A Unified Framework for Simulating Markovian Models of Highly Dependable Systems", *IEEE Trans. Computers*, 41(1), Jan. 1992
- Gu, H. Y., "Studies on Optimum Preventive Maintenance Policies for General Repair Result," *Rel. Eng. & Sys. Safety*, vol. 41, 1993, pp.197-201
- Hamilton, J. D., Susmel, R., "Autoregressive conditional hetero-skedasticity and change in regime", *Journal of Econometrics*, vol 64, 1994, pp 307-333
- Hamilton, J. D., *Time Series Analysis*, Princeton University Press, 1994
- Hamilton. J. D., "Analysis of time series subject to changes in regime",
Journal of Econometrics, vol 45, 1990, pp 39-70

- Hamilton. J. D., "A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle", *Econometrica*, vol 57, 1989 March, pp 357-384
- Hamilton. J. D., "Rational expectation econometric analysis of change in regime", *Journal of Economics Dynamics and Control*, vol 12, 1988, pp 385-423
- Hokstad, Per, "A Shock Model for Common Cause Failure", *RESS*, Vol. 23, pp127-145, 1988.
- Hughes, R.P., "A New Approach to Common Cause Failure", *Reliability Engineering*, Vol. 17, pp211-236. 1987.
- Jayabalan, V., D., Chaudhuri, "Cost Optimization of Maintenance Scheduling for a System with Assured Reliability", *IEEE Trans. Reliability*, vol. 41, 1992, pp.21-25
- Kececioglu, D., *Reliability Engineering Handbook :Volume 1*, Prentice Hall, 1991
- Kiefer, N. M., "A note on switching regressions and logistic discrimination", *Econometrica*, vol 48, 1980 May, pp 1065-1069
- Kim, I.S., S.A. Martorell, W.E. Vesely, P.K. Samanta, "Risk analysis of surveillance requirements including their adverse effects", *Rel. Eng. and System Safety*, Vol. 45, 1994, pp.225-234.
- Kodama, M., H. Nakamich, S. Takamatsu, "Analysis of 7 Models for the 2-Dissimilar-Unit Warm Standby, Redundant System", *IEEE Trans. on Rel.*, Vol. R-25, No. 4, 1976, pp. 273-278.
- Kumar, A., M. Agarawal, "A Review of Standby Redundant Systems", *IEEE Trans. on Rel.*, 1980, pp.
- Lai, M. T., Yuan, J., "Periodic Replacement Model for a Parallel System subject to Independent and Common Cause Shock Failures," *Rel. Eng. & Sys. Safety*, vol. 31, 1991, pp.355-367
- Law, A. M. and W. David Kelton, *Simulation Modeling and Analysis*,

- McGraw-Hill, USA, 1991
- Lawless, J. F., "Statistical methods in reliability", *Technometrics*, Vol. 25, No. 4, 1983, pp 305-316
- Lawless, J. F., *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*, John Wiley, 1982
- Lee, J. H., *Nonstationary Markov Switching Models of Exchange Rates ; The Pound-Dollar Exchange Rate*, Ph. D Dissertation, University of Pennsylvania, 1991
- Lee, J. H., Oh, K. S., "Stochastic model of exchange rate dynamics with time-varying transition probability", *Manuscript*, University of pennsylvania, 1992 Oct.
- Lee, L. F., Chesher, A., "Specification testing when score test statistics are identically zero", *Journal of Econometrics*, vol 31, 1986, pp 121-149
- Lee, L. F., Porter, R. H., " Switching regression models with imperfect sample separation information-with an application on cartel stability", *Econometrica*, vol 52, 1984, March, pp 391-418
- Lemoint, A.J., M.L. Wenocur, "On Failure Modeling", *Naval Research Log. Quarterly*, Vol. 32, 1985, pp.497-508.
- Lie, C. H., Chun, Y. H., "An algorithm for Preventive Maintenance Policy", *IEEE Trans. on Rel.*, Vol. 35, No. 1, 1986, pp 71-75
- Luss, H., "Maintenance Policies when Deterioration can be observed by Inspection", *Operations Research*, vol. 22, 1974, pp.117-128
- Madsen, H, B.F. Nielsen, "The Use of Phase Type Distributions for Modelling Packet-Switched Traffic", ITC-13, Elsevier Science Publishers B. V., North Holland, pp593-599, 1991.
- Malhotra, M, A. Reibman, "Selecting and Implementing Phase Approximations for Semi-Markov Models", *Commun. Statist.-Stochastic Models*, Vol. 9, No. 4, pp473-506, 1993.
- Malik, M. A. K., "Reliable Preventive Maintenance Scheduling", *AIIE Trans.*,

- vol. 11, 1979, pp.221-228
- Meilijson, I., "A fast improvement to the EM algorithm on its own terms",
Journal of Royal Statistical Society, vol 51, 1989, pp 127-138
- Miyakawa, M., "Analysis of incomplete data in competing risk model" *IEEE Trans. Reliability*, vol R-33, 1984 Oct., pp 293-296
- Miyamura, T., "Statistical analysis of reliability data in randomly censored life testing", *J. Oper. Res. Soc. Japan*, vol. 23, 1980, pp 191-204
- Moeschberger, M. L., David, H. A., "Life tests under competing cause of failure and the theory of competing risks", *Biometrics*, vol. 27, 1971, pp 909-933
- Mohamed, A., L.M. Leemis, A. Ravindran, "Optimization techniques for system reliability : a review", *RESS* 35, 1992, pp.137-146.
- Montague, D. F., D. J. Campbell, G. G. Flanagan, "A Common Cause Failure Analysis Of The Rodded Scram System Of The Arkansas Nuclear One-Unit 1 Plant", JBF Associates, Inc., Technology Drive, 1990.
- Mosleh, Ali, "Common Cause Failure : An Analysis Methodology and Examples", *RESS* Vol. 34, pp.249-292, 1991.
- Nakagawa, T., "Imperfect preventive-maintenance", *IEEE Trans. on Rel.*, Vol. 28, No. 5, 1979, pp 402
- Nakagawa, T., "Mean Time to Failure with Preventive Maintenance," *IEEE Trans. Reliability*, vol. R-29, 1980, pp.341
- Nakagawa, T., "Optimum Inspection Policies for a Standby Unit", *Journal of Operations Research Society of Japan*, Vol. 23, No. 1, 1980, pp.12-26.
- Nakagawa, T., "Optimum Policies when Preventive Maintenance is imperfect," *IEEE Trans. Reliability*, vol. R-28, 1979, pp.331-332
- Nakagawa, T., "Optimum Preventive Maintenance Policies for Repairable Systems", *IEEE Trans. on Rel.*, Vol. R-26, No. 3, 1977, pp.168-173.
- Nakagawa, T., "Sequential Imperfect Preventive Maintenance Policies," *IEEE Trans. Reliability*, vol. R-37, 1988, pp.295-298

- Nakagawa, T., S. Osaki, "Optimum Preventive Maintenance Policies for a 2-Unit Redundant System", *IEEE Trans. on Rel.*, Vol. R-23, No. 2, 1974, pp.86-91.
- Nakagawa, T., Yasui, K., "Optimal Testing-Policies for Intermittent Faults", *IEEE Trans. Reliability*, Vol.38, 1989, pp.577-580
- Nakagawa, T., Yasui, K., "Optimum Policies for a System with Imperfect Maintenance," *IEEE Trans. Reliability*, vol. R-36, 1987, pp.631-633
- Nakagawa, T., Yasui, K., "Periodic-Replacement Models with Threshold Levels", *IEEE Trans. Reliability*, vol.R-40, 1991, pp.395-397
- Nelson, W., *Applied life data analysis*, John Wiley & Sons, 1982
- Neuts, M.F., "A Versatile Markovian Point Process", *J. Appl. Prob.*, Vol. 16, pp764-779, 1979.
- Neuts, M.F., "Computation and Applications of Geometric Mixtures of Convolutions", *Naval Research Logistics*, Vol. 35, pp529-537, 1988.
- Neuts, M.F., M.C. Bhattacharjee, "Shock Models with Phase Type Survival And Shock Resistance", *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 28, pp213-219, 1981
- Neuts, M.F., *Matrix-Geometric Solutions in Stochastic Models*, Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1981.
- O'Kinneide, C.A., "Characterizations of Phase-Type Distributions", *Commun. Statist.-Stochastic Models*, Vol. 6, No. 1, pp1-57, 1990.
- O'Kinneide, C.A., "Phase-Type Distributions and Majorization", *The Annals of Applied Probability*, Vol. 1, No. 2, pp219-227, 1991.
- O'Kinneide, C.A., "Triangular Order of Triangular Phase-Type Distributions", *Commun. Statist.-Stochastic Models*, Vol. 9, No. 4, pp507-529, 1993.
- Johnson, M.A., "An Empirical Study of Queueing Approximations based on Phase-type Distributions", *Commun. Statist.-Stochastic Models*, Vol. 9, No.4, pp531-561, 1993.
- Johnson, M.A., M.R. Taaffe, "Matching Moments to Phase Distributions

- "Density Function Shapes", Commun. Statist.-Stochastic Models, Vol. 6, No. 2, pp283-306, 1990.
- Johnson, M.A., M.R. Taaffe, "Matching Moments to Phase Distributions :Nonlinear Programming Approaches", Commun. Statist.-Stochastic Models, Vol. 6, No. 2, pp259-281, 1990.
- Osaki, S., T. Nakagawa, "Bibliography for Reliability and Availability of Stochastic Systems", IEEE Trans. on Rel., Vol. R-25, No. 4, 1976, pp.284-287.
- Pham, H., M. Pham, "Reliability analysis of dynamic redundant systems with imperfect coverage", Rel. Eng. and System Safety, 35, 1992, pp. 173-176.
- Pham, H., W.J. Galyean, "Reliability analysis of nuclear fail-safe redundancy", RESS 37, 1992, pp.109-112.
- Proschan, F., "Theoretical explanation of observed decreasing failure rate", *Technometrics*, No. 5, 1963, pp 375-383
- Quandt, R. E., "The estimation of the parameters of a linear regression system obeying two separate regimes", *Journal of the American Statistical Association*, vol 55, 1958, pp 875-880
- Ramaswami, V, "A Duality Theorem for the Matrix Paradigms in Queueing Theory", Commun. Statist.-Stochastic Models, Vol. 6, No. 1, pp151-161, 1990.
- Ramaswami, V., "The N/G/1 Queue and its Detailed Analysis", Adv. Appl. Prob., Vol. 12, pp222-261, 1980.
- Rasmuson, D. M., "Some Practical Considerations in Treating Dependencies in PRAs", RESS, Vol. 34, pp327-343, 1991.
- Robinson, D.G., M.F. Neuts, "An Algorithmic Approach to Increased Reliability Through Standby Redundancy", IEEE Trans. on Rel., Vol. 38, No. 4, 1989, pp.430-435.
- Ruiz, E., "Quasi-maximum likelihood estimation of stochastic volatility

- models", *Journal of Econometrics*, vol 63, 1994, pp 289-306
- Ruud, P., "Extensions of estimation methods using the EM algorithm", *Journal of Econometrics*, vol 49, 1991, pp 305-341
- Schmickler, L, "MEDA: Mixed Erlang Distributions as Phase-type Representations of Empirical Distribution Functions", *Commun. Statist.-Stochastic Models*, Vol. 8, No.1, pp131-156, 1992.
- Sericola, B, "Interval-Availability Distribution of 2-State Systems with Exponential Failures and Phase-Type Repairs", *IEEE Trans. on Reliability*, Vol. 43, No. 2, pp335-343, 1994.
- Shahabuddin, P., "Importance Sampling for the Simulation of Highly Reliable Markovian Systems", *Management Science*, 40(3), pp 333-352, Mar. 1994
- Shanthikumar, J.G., "Bilateral Phase-Type Distributions", *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 32, pp119-136, 1985.
- Shaw, L., Hsu, C-L., Tyan, S. G., "Optimal replacement of parts having observable Correlated stages of deterioration"
- She, J., M. G. Pecht, "Reliability of a k-out-of-n Warm-Standby System", *IEEE Trans. on Rel.*, Vol. 41, No. 1, 1992, pp.72-75.
- Shen, X., M. Xie, "On the Increase of System Reliability by parallel Redundancy", *IEEE Trans. on Rel.*, Vol. 39, No.5, 1990, pp. 607-611.
- Sim, S.H., "Reliability of Standby Equipment with Periodic Testing", *IEEE Trans. on Rel.*, Vol. R-36, No. 1, 1987, pp.117-123.
- Sim, S. H., "Unavailability analysis of periodically tested components of dormant systems", *IEEE Trans. on Rel.*, Vol. 34, 1985, pp88-91
- Sim, S. H., "Unavailability Analysis of Periodically Tested Components of Dormant Systems", *IEEE Trans. on Rel.*, vol. R-34, No. 1, 1985, pp.88-91
- Sim, S.H., "Unavailability Analysis of Periodically Tested Components of Dormant Systems", *IEEE Trans. on Rel.*, Vol. R-34, No. 1, 1985, pp.88-91.
- Sim, S. H., Endrenyi, J., "Optimal preventive maintenance with repair", *IEEE*

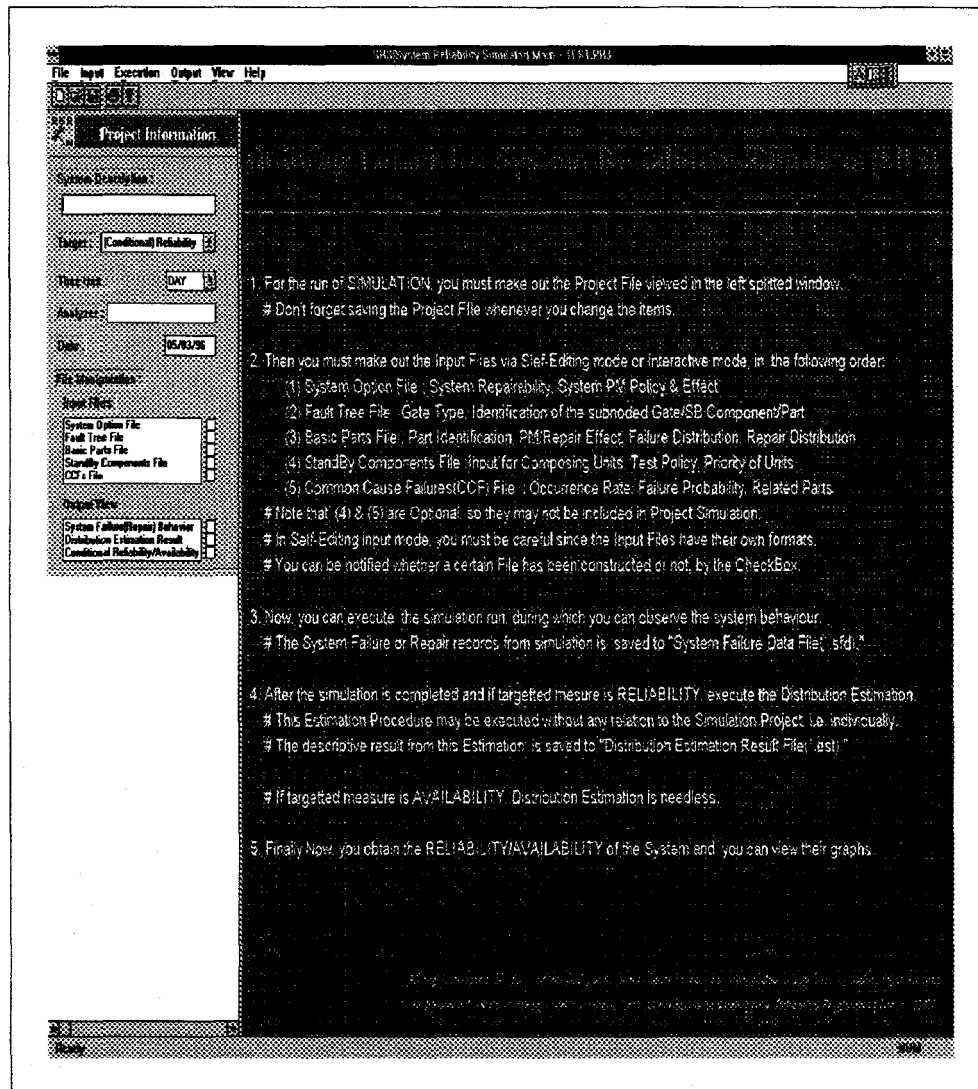
- Trans. on Rel.*, Vol. 37, 1988, pp 92-96
- Strickland, S. G., "Optimal Importance Sampling for Quick Simulation of Highly Reliable Markovian Systems", *Proceeding of the 1993 Winter Simulation Conference*, pp 437-444, 1993
- Subramanian, R., N. Ravichandran, "A 2-Unit Priority Redundant System with Preemptive Resume Repair", *IEEE Trans. on Rel.*, Vol. R-29, No. 2, 1980, pp.183-184.
- Subramanian, R., N. Ravichandran, "Study of A 2-Unit Priority-Standby System", *IEEE Trans. on Rel.*, Vol. R-30, No. 4, 1981, pp.388-390.
- Subramanian, R., N. Ravichandran, R. Natarjan, "Stochastic Models of 2-Unit Systems", *IEEE Trans. on Rel.*, Vol. R-30, No. 1, 1981, pp. 85-86.
- Tauchen, G., "Diagnostic testing and evaluation of maximum likelihood models", *Journal of Econometrics*, vol 30, 1985, pp 415-443
- Thomas, L.C., P.A. Jacobs, D.P. Gaver, "Optimal Inspection Policies for Standby Systems", *Commu. Statist.-Stochastic Models*, 3(2), 1987, pp.259-273.
- Usher, J. S., Hodgson, T. J., "Maximum likelihood analysis of component reliability using masked system life-test data", *IEEE Trans. Reliability*, vol R-37, 1988 Dec., pp 550-555
- Valdez-Flores, C., R.M. Feldman, "A Survey of Preventive Maintenance Models for Stochastically Deteriorating Single-Unit Systems", *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 36, 1989, pp.419-446.
- Vaurio, J.K., "Optimization of test and maintenance intervals based on risk and cost", *Rel. Eng. and System Safety*, Vol. 49, 1995, pp.23-36.
- Vesely, W. E., "A Time-Dependent Methodology for Fault-Tree Evaluation", *Nucl.Eng. Design*, vol. 13, no. 2, 1970, pp.337-360
- Vesely, W. E., "Incorporating ageing effect into probabilistic risk analysis using a Taylor expansion approach", *Rel. Eng. & Sys. Safety*, Vol. 32,

- 1991, pp 315-337
- Vesely, W. E., "Quantifying Maintenance effects on unavailability and risk using Markov modeling", *Rel. Eng. & Sys. Safety*, Vol. 41, 1993, pp 177-187
- Vesely, W. E., Wolford, A. J., "Risk evaluation of ageing phenomena : the linear ageing reliability model and its extention", *Nuc. Eng. & Design*, Vol. 108, 1988, pp 179-185
- Villen-Altamirano, M., A. Martinez-Marron, J. Gamo, and F. Fernadez-Cuesta, "Enhancement of the Accelerated Simulation Method RESTART by Considering Multiple Thresholds", ITC 14, pp 797-810, 1994
- Villen-Altamirano, M. and Jose Villen-Altamirano, "RESTART: A Method for Accelerating Rare Event Simulations", ITC-13, pp 71-76, 1991
- Wailer, Ray. A., "A Brief Survey and Comparison of Common Cause Failure Analysis", NUREG/CR-4314, 1985.
- Yearout, R.D., P. Reddy, D.L. Grosh, "Standby Redundancy in Reliability - A Review", *IEEE Trans. on Rel.*, Vol. R-35, No. 3, 1986, pp.285-292.

■ 부 록 1 : 시뮬레이터 사용자 매뉴얼

● 초기 화면

시뮬레이터를 실행시키면 화면상에 아래와 같은 초기화면이 나타나게 된다.



[그림 1.1] 시뮬레이터 초기화면

[그림 1.1]에서 "Target(목적 성능 척도)" 박스에는 시뮬레이션의 결과로 얻고자 하는 결과 척도 값이 무엇인가에 대한 정보를 입력할 수 있다. 본 시뮬레이터에서는 (조건부) 신뢰도((Conditional) Reliability)와 가용도(Availability)의 두 가지를 옵션으로 제공하고 있다. "File Manipulation" 상자는 "Input Files:" 상자 와 "Output View:" 상자 로 이루어져 있으며 "Input Files:" 상자 내에는 시뮬레이션에 필요한 입력 파일을 "Output Vies:" 상자 내에는 시뮬레이션의 결과로 얻을 수 있는 내용들을 포함하고 있다.

1. 프로젝트 파일의 작성

프로젝트 파일은 시뮬레이션을 하기 위하여 필요한 모든 입력 파일들에 대한 정보를 저장한 파일이며 시뮬레이션을 실행시키기 위해서는 가장 먼저 반드시 만들어야만 한다. 프로젝트 파일을 작성하기 위해서는 시뮬레이터를 실행시켰을 때 화면에 나타나는 [그림 1.1]과 같은 초기화면에서 메뉴 "File - Save"를 선택한 후 사용자가 프로젝트 파일의 이름을 지정함으로써 자동적으로 생성할 수 있다. 이때 생성된 프로젝트 파일의 확장자는 "*.prj"가 된다.

2. 입력 파일의 작성

시뮬레이션을 수행하기 위해서는 여러 종류의 입력 파일들이 필요하다. 기본적으로 계통 옵션 파일(System Option File), 고장 수목 파일(Fault Tree File)과 기본 기기 파일(Basic Parts File)은 반드시 작성해야만 하며 대기 기기 파일(Standby File)과 공통원인 고장 파일(CCFs File)은 계통내에 옵션으로 존재하는 경우에만 작성한다. 여기서는 입력 파일들을 만드는 방법에 대하여 설명한다.

2.1. 계통 옵션 파일(System Option File)의 작성

계통 옵션 파일은 계통의 작동 특성 및 보수 작업에 관련된 정보를 저장한 파일이다.

계통 옵션 파일을 작성하기 위해서는 프로그램을 실행하였을 때 나타나는 [그림 1.1]의 초기화면에서 메뉴 "Input - Editing Mode - System Option File" 또는 "Input - Interactive Mode - System Option File"을 선택하거나 초기화면에 나타나는 "File Manipulation - Input Files" 상자에서 "System Option File"을 선택한다. 이때 아래의 [그림 2.1]과 같은 계통 옵션 파일 작성 화면이 나타나게 된다.

The image shows a 'Simulated System Option Dialog' window. It contains several sections with radio buttons and input fields:

- System Repairability Option:**
 - ☒ Repairable System
 - ☐ NonRepairable System
- PM Duration Distribution Option:**
 - Input field: 2
 - Input field: (blank)
 - Input field: (blank)
- PM Schedule Option:**
 - ☐ No PM
 - ☐ Failure Number base: [input field]
 - ☐ Time Periods: [input field]
- PM Policy and Effect Option:**
 - ☐ Action for failed parts/components
 - ☐ Action for all parts/components

At the bottom right are 'OK' and 'Cancel' buttons.

[그림 2.1] 계통 옵션 파일 작성 화면

[그림 2.1]에서 볼 수 있듯이 계통 옵션 파일에서 입력해야 할 내용은 다음과 같다.

(1) 계통 수리 옵션(System Repairability Option)

계통 고장후 재사용 가능 여부를 나타내는 옵션이다. 본 시뮬레이터에서 제공하고 있는 옵션은 다음과 같다.

- 수리 가능 계통(Repairable System)
- 수리 불가능 계통(NonRepairable System)

(2) 예방보수 옵션(Preventive Maintenance Option)

계통에 실시되는 예방보수에 대한 옵션이다. 본 시뮬레이터에서 제공하는 옵션은 다음과 같다.

● No PM

● 고장 회수에 근거한 예방 보수(Failure Number Based PM) : 일정한 회수의 계통 고장이 발생하면 계통 전체에 대하여 실시하는 예방보수이다. 이때 필요한 입력 요소는 예방보수를 실시하는 기준이 되는 계통 고장 회수이다.

● 주기적 예방 보수(Time-Periodic PM) : 일정한 시간동안 계통이 작동하게 되면 실시하는 주기적인 예방보수이다. 이때 필요한 입력 요소는 예방보수를 실시하는 주기적 시간 간격이다.

(3) 예방보수 지속시간 분포 옵션(PM Duration Distribution Option)

계통에 대하여 예방보수를 실시하는 경우에만 예방보수 시간의 분포와 모수들을 선택한다.

● 예방보수시간의 분포 선택 : 본 시뮬레이터에서는 와이블, 감마, 대수정규, 확정시간(constant), 일양, 지수분포를 옵션으로 제공하고 있다.

● 형상 모수, 위치 모수의 입력

(4) 예방보수 정책과 예방보수 효과 옵션(PM Policy and Effect Option)

예방보수를 실시하는 옵션을 선택한 경우, 예방보수 시점에서 예방보수를 실시하는 대상 기기 들을 선택하는 옵션이다.

● 고장 기기들에 대한 예방보수(Action for failed parts/components) : 계통 내에 있는 고장 기기들에 대해서만 예방보수를 실시하는 정책이다.

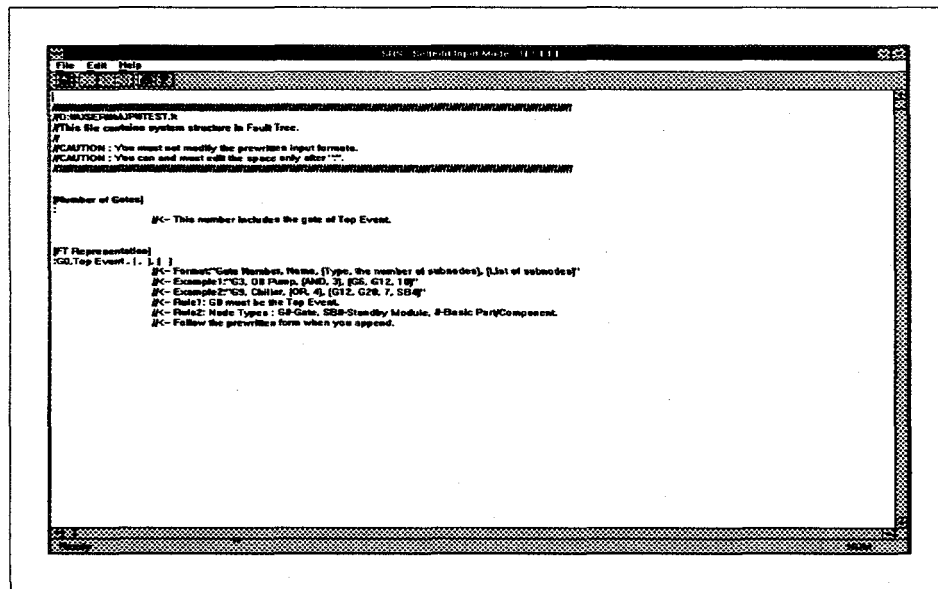
● 모든 기기들에 대한 예방보수(Action for all parts/components) : 계통내의 모든 기기들에 대해서 예방보수를 실시하는 정책이다.

위의 요소들에 대한 입력이 완료된 후, "OK" 부분을 클릭함으로써 계통 옵션 파일의 작성은 완료되며 자동적으로 "*.opt" 파일이 생성된다.

2.2 고장수목 파일(Fault Tree File)의 작성

고장수목 파일은 계통 전체의 구조에 대한 정보를 저장한 파일이다.

고장수목 파일을 작성하기 위해서는 계통 옵션 파일의 작성과정과 유사하게 우선 프로그램을 실행하였을 때 나타나는 초기화면의 메뉴에서 "Input - Editing Mode - Fault Tree File" 또는 "Input - Interactive mode - Fault Tree File"을 선택하거나 초기화면에 나타나는 "File Manipulation - Input Files" 상자에서 "Fault Tree File"을 선택한다. 이때 아래의 [그림 2.2]과 같은 고장수목 파일 작성 화면이 나타나게 된다.



[그림 2.2] 고장수목 파일 작성 화면

고장수목 파일의 작성과정은 다음과 같다.

(1) 계통에 있는 전체 게이트(Gate) 수의 입력

화면상에서 "[Number of Gates]"의 다음 줄의 ";" 문자 다음에 전체 게이트의 수를 입력한다. 게이트의 수는 최상위 게이트를 포함한 계통내의 전체 게이트의 수를 의미한다.

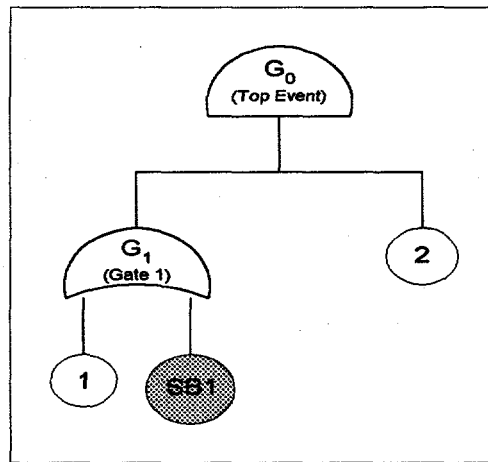
(2) 계통의 구조 입력

계통의 구조는 [그림 2.2]에 있는 "[FT Representation]" 밑줄에 각각의 게이트에 대하여 다음과 같은 형식으로 입력한다.

게이트 번호, 게이트 이름, (게이트 형태, 게이트/부품의 수), (게이트/부품의 리스트)

위의 형식에서 각 요소들의 입력방법은 아래와 같다.

- 게이트 번호 : "G" 다음에 게이트 번호를 입력한다.
- 게이트의 형태 : "AND, OR" 중에서 한가지를 선택하여 입력한다.
- 게이트/기기의 수 : 게이트의 바로 아래에 달려있는 모든 게이트, 기기(기본 기기와 대기 기기 포함)의 수를 입력한다.
- 게이트/기기의 리스트 : 게이트의 바로 아래에 달려있는 모든 게이트, 기기들의 번호를 입력한다. 이때 대기 기기인 경우에는 "SB" 다음에 대기 기기 모듈의 번호를 입력한다.



[그림 2.3] 고장수목 입력 예제

위의 [그림 2.3]에 있는 고장수목의 경우, 계통의 구조 입력을 예로 들어보면

다음과 같다.

[FT Representation]

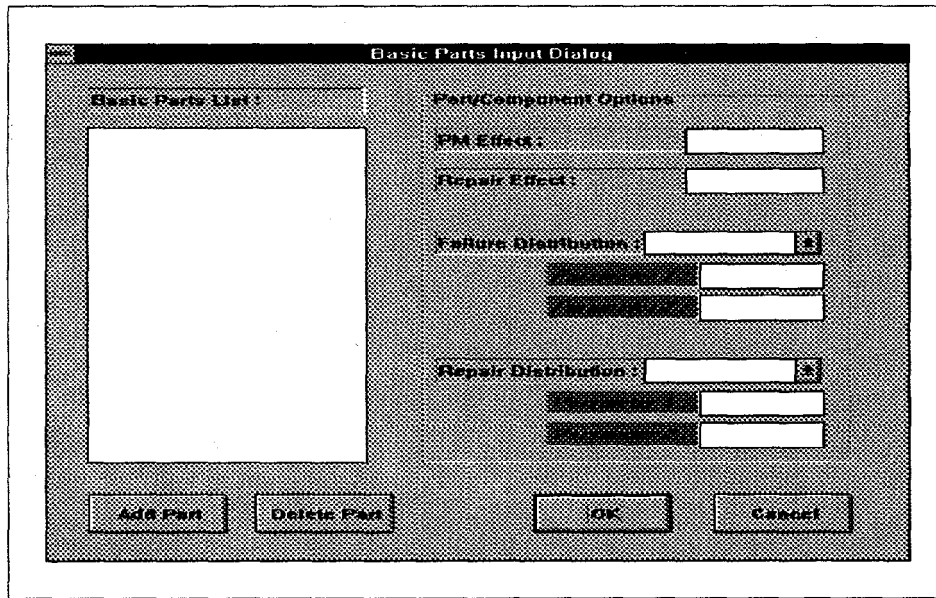
: G0, Top Event, (AND, 2), (G1,2)
G1, Gate 1, (OR,2), (1, SB1)

위에서 설명한 방식으로 계통에 있는 모든 게이트들에 대하여 입력을 한 후 고장수목 파일을 Close하면 고장수목 파일의 작성이 완료되며 자동적으로 "*.ft" 파일이 생성된다.

2.3 기본 기기 파일(Basic Parts File)의 작성

기본 기기 파일은 계통을 이루고 있는 기본 기기들에 대한 정보를 저장한 파일이다.

기본 기기 파일을 작성하기 위해서는 계통 옵션 파일의 작성과정과 유사하게 우선 프로그램을 실행하였을 때 나타나는 초기화면의 메뉴에서 "Input - Editing Mode - Basic Parts File" 또는 "Input - Interactive Mode - Basic Parts File"을 선택하거나 초기화면에 나타나는 "File Manipulation - Input Files" 상자에서 "Basic Parts File"을 선택한다. 이때 아래의 [그림 2.4]과 같은 기본 기기 파일 작성 화면이 나타나게 된다.



[그림 2.4] 기본 기기 파일 작성 화면

기본 기기 파일의 작성과정은 다음과 같다.

- (1) 기본 기기 리스트(Basic Parts List)에 부품을 추가

[그림 2.4]에 있는 "Add Part" 상자를 클릭한 후 "Basic Parts List" 상자내에 기기의 이름을 입력한다.

- (2) (1)에서 추가한 기본 기기에 대하여 기기 옵션을 입력

● 예방보수 효과(PM Effect) : 계통에 대한 예방보수 옵션을 선택한 경우, 기본 기기에 대하여 예방보수를 실시하였을 때의 예방보수효과를 입력한다. 예방보수효과는 0부터 1사이의 값을 가질 수 있다.

● 수리 효과(Repair Effect) : 기본 기기에 대하여 수리를 실시하였을 때의 수리효과를 입력한다. 수리효과도 예방보수효과와 마찬가지로 0부터 1사이의 값을 가질 수 있다. 이때 수리효과가 0인 경우가 불완전 수리모형(BAO), 1인 경우는 완전 수리모형을 의미하며 계통에 대한 예방보수 옵션을 선택한 경우에는 수리효과를 0으로 한정한다.

● 고장 시간 분포 및 모수(Failure Distribution and Parameters) : 기본 기기의 고장 시간의 분포와 그에 따른 모수값을 입력한다. 제공하고 있는 고장 시간

의 분포는 와이블, 감마, 대수정규, 확정시간, 일양, 지수분포이다.

● 수리 시간 분포 및 모수(Repair Distribution and Parameters) : 기본 기기의 수리 시간의 분포와 그에 따른 모수값을 입력한다. 제공하고 있는 수리 시간의 분포는 와이블, 감마, 대수정규, 확정시간, 일양, 지수분포이다.

(3) 계통 내의 모든 기본 기기들에 대하여 (1)과 (2)를 반복

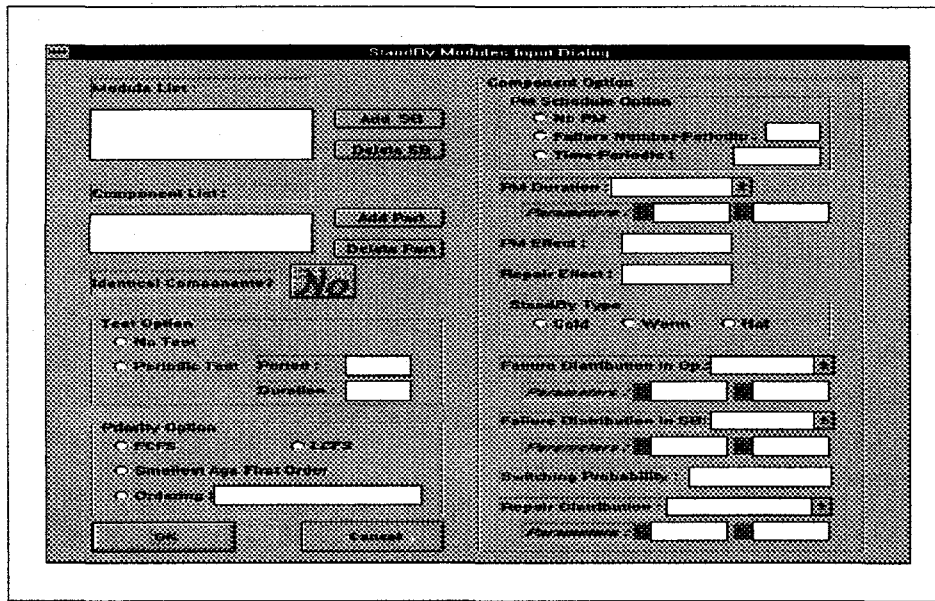
(4) 기본 기기 파일의 생성

[그림 2.4]에 있는 "OK" 상자부분을 클릭함으로써 기본 기기 파일의 작성을 완료되며 자동적으로 "*.pt" 파일이 생성된다.

2.4 대기 기기 파일(SB Component File)의 작성

대기 기기 파일은 계통내에 대기 기기 모듈이 포함되어 있는 경우에만 작성하며, 계통내에 포함되어 있는 대기 기기 모듈들에 대한 정보를 저장한 파일이다.

대기 기기 파일을 작성하기 위해서는 계통 옵션 파일의 작성과정과 유사하게 우선 프로그램을 실행하였을 때 나타나는 초기화면의 메뉴에서 "Input - Editing Mode - SB Components File" 또는 "Input - Interactive Mode - SB Components File" 을 선택하거나 초기화면에 나타나는 "File Manipulation - Input Files" 상자에서 "SB Components File"을 선택한다. 이때 [그림 2.5]과 같은 대기 기기 파일 작성 화면이 나타나게 된다.



[그림 2.5] 대기 기기 파일 작성 화면

대기 기기 파일의 작성과정은 다음과 같다.

(1) 대기 기기 모듈의 추가

위의 [그림 2.5]에 나타나 있는 "Add SB" 상자를 클릭한 후 "Module List :" 상자에 대기 기기 모듈의 이름을 입력한다.

(2) 추가한 대기 기기 모듈에 대하여 다음의 요소들을 입력

- 대기 기기 모듈을 이루고 있는 기기의 동일성 여부(Identical Components?)
: 모듈을 이루고 있는 기기들이 동일하면 "Yes", 아니면 "No"를 선택한다.
- 대기 기기 모듈내의 대기 기기에 대한 시험(Test) 실시 옵션(Test Option)
: 대기중인 대기 기기에 대한 시험의 실시여부를 선택한다. 이때 실시되는 시험은 주기적 시험(Periodic Test)만으로 한정한다. 주기적 시험을 실시하는 옵션을 선택한 경우의 입력요소는 시험이 실시되는 간격인 주기(Period)와 시험이 실시될때의 지속시간(Duration)이다.
- 대기 기기 모듈을 이루고 있는 기기들간의 우선순위 옵션(Priority Option)
: 대기 기기 모듈의 작동과정의 특성에 의하여 작동하고 있던 기기가 고장났을

경우에는 대기 기기중 작동 가능한 기기를 선택하여 대기 기기 모듈이 작동을 계속하도록 한다. 이때 다수의 작동 가능한 대기 기기가 있을 경우에는 이들 중에서 어떠한 기기를 선택하여 작동하도록 할 것인가에 대한 기준이 필요하다. 본 시뮬레이터에서 제공하고 있는 선택기준은 다음과 같다.

— 선입선출법(FCFS : First Come First Served Method) : 대기 기기 모듈내의 대기중인 기기들중에서 가장 먼저 수리가 완료된 기기를 먼저 선택하는 방법이다.

— 후입선출법(LCFS : Last Come First Served Method) : 대기 기기 모듈내의 대기중인 기기들중에서 가장 최근에 수리가 완료된 기기를 먼저 선택하는 방법이다

— 최소 가동이력 우선선택법(Smallest Age First Order) : 대기 기기 모듈내의 대기중인 기기들중에서 직전까지의 가동시간(Age)이 가장 작은 기기를 먼저 선택하는 방법이다.

— 사용자가 정해진 순서에 의하여 선택하는 방법(Ordering) : 사용자가 미리 정한 순서에 의하여 대기 기기를 선택하는 방법이다. 우선순위를 입력하는 방법은 대기 기기 모듈을 구성하고 있는 기기들에 대하여 우선순위를 차례로 입력하면 된다. 예를 들어서 n번째 대기 기기 모듈을 구성하고 있는 기기가 3개 있을 경우 “1, 2, 3”으로 입력하면 대기 기기의 선택시 1번 기기, 2번 기기, 3번 기기의 순으로 작동 가능한 대기중인 대기 기기를 선택한다.

(3) (1) 에서 추가한 모듈에 포함되어 있는 기본 기기 리스트를 추가

위의 [그림 2.5]에 나타나 있는 “Add Part” 상자를 클릭한 후 “Component List :” 상자에 대기 기기 모듈에 포함된 기기의 이름을 입력한다.

(4) (3)에서 추가한 기본 기기에 대하여 다음의 옵션을 입력

만약 (3)에서 추가한 대기 기기 모듈내의 기기들이 동일한 경우에는 모듈내의 하나의 기기에 대해서만 아래의 옵션을 입력하면 된다. 그외의 기기들에 대해서는 시뮬레이터에서 자동적으로 먼저 입력된 기기의 옵션을 사용하게 된다.

● 예방보수 계획 옵션(PM Schedule Option) : 대기 기기 모듈내에서 작동하

고 있는 기기에 대하여 실시하는 예방보수에 관련된 제공하는 옵션은 다음과 같다.

— No PM : 예방보수를 실시하지 않는 옵션이다.

— 고장회수에 근거한 예방보수(Failure Number-Periodic) : 기기의 작동중 발생한 고장의 회수가 일정 회수에 도달하면 예방보수를 실시하는 옵션이다. 이때 입력요소는 예방보수 실시의 기준이 되는 고장회수이다.

— 주기적 시간 간격에 실시하는 예방보수(Time-Periodic) : 기기의 작동시간이 주기적 예방보수 실시 시간간격에 도달하면 예방보수를 실시하는 옵션이다. 이때 입력요소는 예방보수 실시의 기준이 되는 시간 간격이다.

● 예방보수 시간 분포 옵션(PM Duration) : 예방보수를 실시하는 옵션을 선택하였을 경우에만 입력하며 입력요소는 예방보수 시간의 분포 및 모수들이다. 제공하는 예방보수 시간의 분포는 와이블, 감마, 대수정규, 확정시간, 일양, 지수 분포이다.

● 예방보수 효과(PM Effect) : 예방보수를 실시하는 옵션을 선택하였을 경우, 예방보수 효과를 입력한다.

● 수리 효과(Repair Effect) : 대기 기기 모듈을 이루고 있는 기기들에 대한 수리 효과를 입력한다. 예방 보수를 실시하는 경우에는 수리 효과는 0으로 한정한다.

● 기기의 대기 상태에서의 고장 유형 옵션(Standby Type) : 대기상태에 있는 기기들의 고장유형을 선택한다. 제공하고 있는 고장유형은 다음과 같다.

— Cold Standby : 대기중에는 고장이 발생하지 않는 경우

— Hot Standby : 대기중/작동중 고장 시간의 분포가 동일한 경우

— Warm Standby : 작동중인 경우가 대기중인 경우보다 고장강도 큰 경우

● 기기의 작동중 고장 시간 분포 옵션(Failure Distribution in Op.) : 기기의 작동중 고장 시간의 분포 및 모수들을 입력한다. 제공하는 고장 시간의 분포는 와이블, 감마, 대수정규, 확정시간, 일양, 지수분포이다.

● 기기의 대기중 고장 시간 분포 옵션(Failure Distribution in SB) : 기기의

대기중 고장유형이 Warm인 경우에만, 고장 시간의 분포 및 모수들을 입력한다. 제공하는 대기중 고장 시간의 분포는 와이블, 감마, 대수정규, 확정시간, 일양, 지수분포이다. 만약 고장유형이 Hot인 경우는 작동중 고장 시간 분포와 동일하고, Cold인 경우는 대기중 고장이 발생하지 않기 때문에 입력하지 않아도 된다.

● 대기 기기의 스위칭 성공 확률(Switching Probability) : 스위칭 성공이란 작동중인 기기가 고장났을 때, 대기 기기가 스위칭되어 대기 기기 모듈 전체는 작동을 계속할 수 있게되는 것을 의미한다. 본 시뮬레이터에서는 대기 기기의 대기중 고장유형이 Cold Standby인 경우에만 상수의 확률로 스위칭이 성공하며, 대기중 고장유형이 Warm 또는 Hot인 경우에는 스위칭 성공 확률은 1로 한정한다. 실제로 시뮬레이터를 사용하는 사용자는 대기중 고장유형이 Cold인 경우에만 스위칭 성공 확률을 입력하면 된다.

● 기기의 수리 시간 분포 옵션(Failure Distribution in Repair) : 기기의 수리 시간의 분포 및 모수들을 입력한다. 제공하는 수리 시간의 분포는 와이블, 감마, 대수정규, 확정시간, 일양, 지수분포이다.

(5) 대기 기기 모듈에 포함된 모든 기기에 대하여 (3) ~ (4)의 과정을 반복

만약 (2)에서 대기 기기 모듈내의 기기들이 동일하다는 옵션을 선택한 경우에는 (3)에서 대기 기기 모듈내의 모든 기기들의 이름을 입력한 후, 모듈내의 하나의 기기에 대해서만 (4)의 과정만 입력하면된다. 그외의 기기들은 시뮬레이터에서 자동적으로 입력요소를 인식하게 된다.

(6) 계통내에 있는 모든 대기 기기 모듈에 대하여 위의 (1)~(5)의 과정을 반복

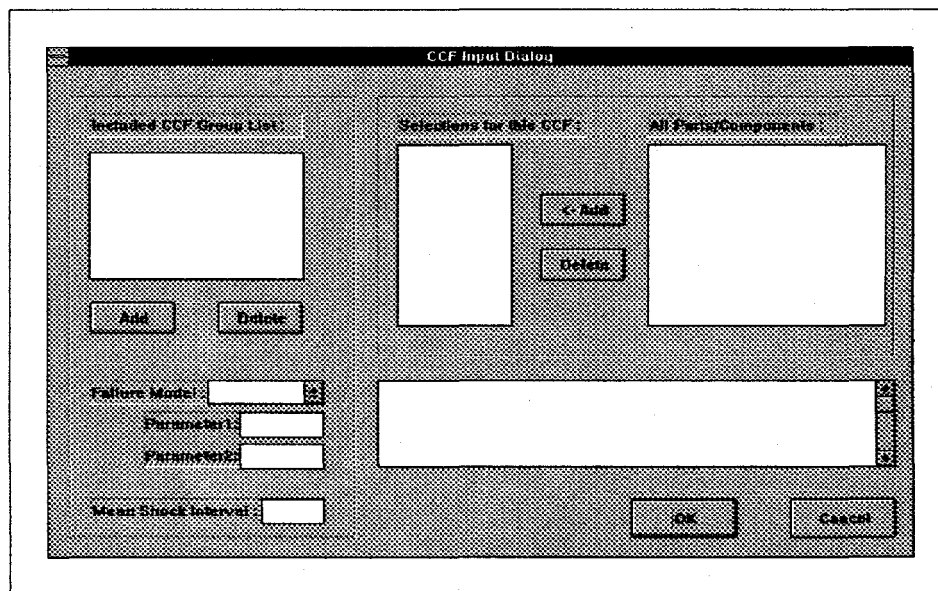
(7) 대기 기기 파일의 생성

[그림 2.5]에 있는 "OK" 상자부분을 클릭함으로써 대기 기기 파일의 작성이 완료되며 자동적으로 "*.sb" 파일이 생성된다.

2.5 공통원인 고장 파일(CCFs File)의 작성

공통원인 고장 파일은 계통내에 존재하는 공통원인 고장들에 대한 정보를 저장한 파일이다.

공통원인 고장 파일을 작성하기 위해서는 계통 옵션 파일의 작성과정과 유사하게 우선 프로그램을 실행하였을 때 나타나는 초기화면의 메뉴에서 "Input - Editing Mode - CCFs File Edit" 또는 "Input - Interactive Mode - CCFs File Edit"을 선택하거나 초기화면에 나타나는 "File Manipulation - Input Files" 상자에서 "CCFs File"을 선택한다. 이때 아래의 [그림 2.6]과 같은 공통원인 고장 파일 작성 화면이 나타나게 된다.



[그림 2.6] 공통원인 고장 파일 작성 화면

공통원인 고장 파일을 작성하는 과정은 다음과 같다.

(1) 공통원인 고장 그룹 리스트를 입력

"Add" 상자를 클릭한 후 "Included CCF Group List" 상자에 공통원인 고장 그룹의 이름을 입력한다.

(2) 추가한 공통원인 고장 그룹에 포함되어 있는 모든 기본 기기/대기 기기 선택

“All Parts/Components” 상자에는 고장수목 파일, 기본 기기 파일과 대기 기기 파일에서 입력한 모든 기본 기기/대기 기기의 번호가 나타나있다. 그들 중에서 추가한 공통원인 고장 그룹에 포함되는 기본 기기/대기 기기를 클릭한 후 “<- Add” 상자를 클릭하면 “Selections for this CCF” 상자에 선택한 기본 기기/대기 기기의 번호가 나타나게 된다. 위와 같은 방법으로 공통원인 고장 그룹에 포함되어 있는 모든 기본 기기/대기 기기를 선택한다.

(3) 고장 모형(Failure Model)의 선택

선택한 공통원인 고장 그룹에 대한 공통원인 고장 모형을 선택하고 그와 연관된 모수들을 입력한다.

(4) 평균 Shock 발생간격(Mean Shock Interval) 입력

선택한 공통원인 고장 그룹에 대하여 공통원인 고장이 발생하는 평균 시간 간격을 입력한다.

(5) 공통원인 고장 파일의 생성

위의 과정을 모든 공통원인 고장 그룹에 대하여 수행한 후 [그림 2.6]에 있는 “OK” 상자 부분을 클릭하면 공통원인 고장파일의 작성이 완료되며 자동적으로 “*.ccf” 파일이 생성된다.

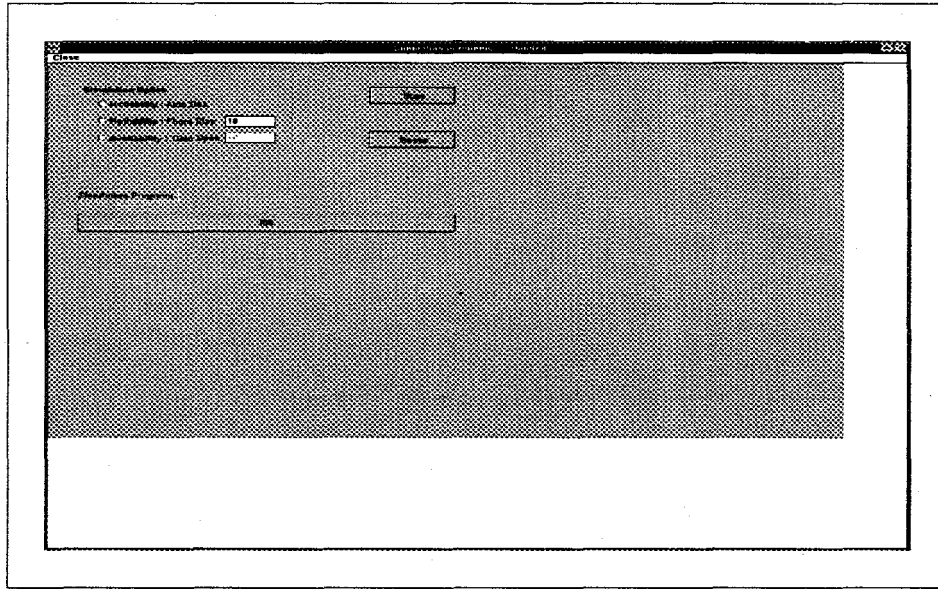
지금까지 시뮬레이션을 수행하기 위해 필요한 입력 파일들을 작성하는 방법에 대하여 설명하였다. 앞에서 설명한 2.1 ~ 2.5 까지의 각각의 입력파일들에 대한 작성이 완료되면 초기화면의 “File Manipulation - Input Files” 상자내에 있는 각각 입력 파일의 오른쪽 상자에 “X” 표시가 된다. 또한 모든 입력 파일들의 이름은 자동적으로 프로젝트 파일의 이름과 동일하게 저장된다.

만약 작성된 입력 파일들의 내용을 확인 또는 수정을 하기 위해서는 입력 파일의 작성과정에서와 같이 “File Manipulation - Input Files” 상자내에 있는 해당 입력 파일 부분을 클릭하면 작성되어 있는 파일을 화면상에서 볼 수 있다.

3. 시뮬레이션/신뢰도 추정

3.1 시뮬레이션의 실행(Project Simulation)

2장에서 설명한 방법으로 모든 입력 파일들을 작성한 후, 초기 화면의 메뉴에서 "Execution - Project Simulation"을 선택하면 아래의 [그림 3.1]과 같은 시뮬레이션 실행 화면이 나타난다.



[그림 3.1] 시뮬레이션 실행 화면

본 시뮬레이터에서 제공하고 있는 시뮬레이션 옵션은 크게 세 가지이다. 각각에 대한 실행방법을 설명하면 다음과 같다.

(1) 신뢰도 : 자동 실행 방법(Reliability : Auto Run)

시뮬레이션을 통하여 계통의 첫 번째 고장 시간을 반복적으로 구하게 된다. 이때 구하게 되는 고장 시간 자료의 수는 미리 정해진 기준을 만족하는 회수만큼 자동적으로 결정하여 시뮬레이션을 수행한다.

이 옵션의 실행을 위해서는 "Simulation Option" 상자내에 있는 "Reliability :

Auto Run"을 선택하고 "Start" 상자를 클릭하면 된다.

(2) 신뢰도 : 고정 실행 회수 방법(Reliability : Fixed Size)

이 방법은 (1)과는 달리 시뮬레이션을 통하여 구하게 되는 계통의 첫 번째 고장 시간 자료의 수를 사용자가 직접 입력하여 그 회수만큼만 수행을 하게 된다.

이 옵션의 실행을 위해서는 "Simulation Option" 상자내에 있는 "Reliability : Fixed Size"를 선택하고 원하는 고장 시간 자료의 수를 입력한 후 "Start" 상자를 클릭하면 된다.

(3) 가용성 : 시간 구간(Availability : Time Span)

계통이 수리가가능하다는 옵션을 선택하고 [그림 1.1]의 초기화면에서 목적 성능 척도로써 가용성을 선택한 경우에 시뮬레이션의 사용자가 입력한 시간까지의 가용성을 구하기 위한 옵션이다.

이 옵션의 실행을 위해서는 "Simulation Option" 상자내에 있는 "Availability : Time Span"을 선택하고 사용자가 원하는 시간 영역을 입력한 후 "Start" 상자를 클릭하면 된다.

위의 세 가지 시뮬레이션 옵션에 대하여 시뮬레이션을 실행하면 시뮬레이션의 수행정도가 "Simulation Progress" 상자내에 나타나게 된다.

또한 한가지 옵션에 대하여 시뮬레이션을 수행한 후, 다른 시뮬레이션 옵션에 대하여 시뮬레이션을 수행하려면 "Reset" 상자를 클릭한 후 새로운 시뮬레이션 옵션을 선택하고 "Start" 상자를 클릭하면 된다.

3.2 신뢰성 척도 추정

신뢰성 척도 추정은 시뮬레이션 실행 옵션 중에서 "신뢰도 : 자동 실행 방법", "신뢰도 : 고정 실행 회수 방법"을 선택했을 때 얻을 수 있는 계통의 첫 번째 고장 시간 자료로부터 이들 고장 시간이 따르는 분포를 추정하는 옵션이다.

이 모듈을 실행하는 과정은 다음과 같다.

(1) 프로젝트 파일에 대하여 시뮬레이션을 실행

프로젝트 파일을 생성하고 시뮬레이션에 필요한 모든 입력 파일들을 작성한 후 3.1에서 설명한 방법으로 시뮬레이션을 실행한다. 분포를 추정하기 위해서는 시뮬레이션 옵션들 중에서 “신뢰도 : 자동 실행 방법” 또는 “신뢰도 : 고정 실행 회수 방법”중에서 한가지를 선택해야만 한다.

(2) 분포 추정의 실행

시뮬레이션 실행화면을 닫은 후, [그림 1.1]의 초기화면 메뉴에서 “Execution - Distribution Estimation - This Project”를 선택하거나 초기화면의 “Output Views” 상자에서 “Distribution Estimation Result”를 클릭하면 분포추정이 실행된다.

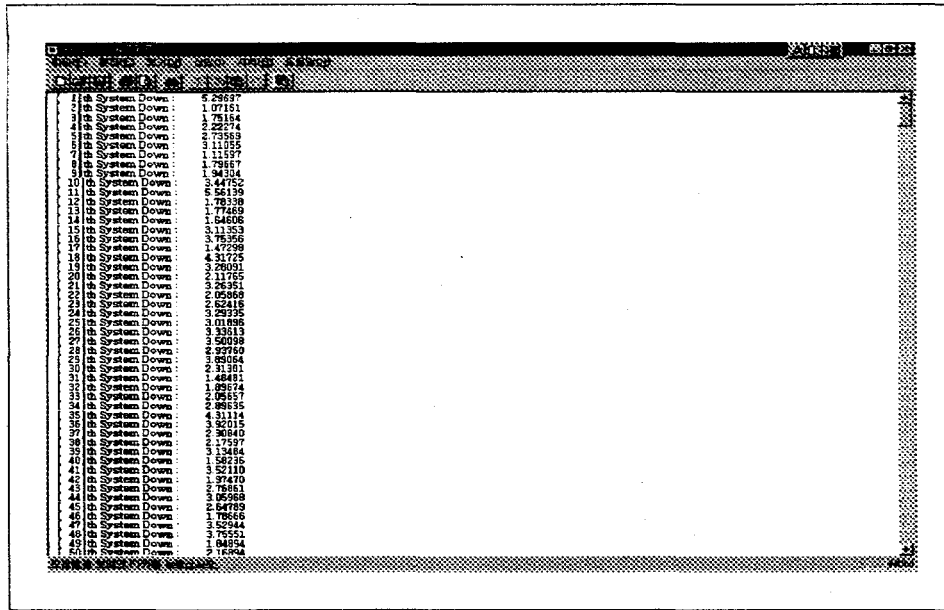
4. 시뮬레이션/추정의 결과

본 장에서는 2장에서 설명한 방법으로 시뮬레이션에 필요한 모든 입력파일들을 작성한 후, 3장에서 설명한 시뮬레이션/추정을 실행한 후 그 결과를 화면에서 확인하는 방법에 대하여 설명한다.

4.1 계통 고장 자료

계통 고장자료는 3.1에서 설명한 방법으로 시뮬레이션을 실행했을 때, 전체 계통의 고장 시각, 수리완료 시각이다. 이 결과는 자동적으로 파일에 저장되어지는데 파일을 화면상에서 보기 위해서는 [그림 1.1]의 초기화면의 메뉴에서 “Output - System Failure(Repair) Behavior”를 선택하거나, 초기화면의 “Output View” 상자내에 있는 “System Failure(Repair) Behavior” 부분을 클릭하면 된다.

[그림 4.1]은 고정 실행 회수를 1000으로 하고, “신뢰도 : 고정 실행 회수 방법 (Reliability : Fixed Size)” 옵션을 선택하여 시뮬레이션을 하였을 때, 얻어진 계통 고장 자료이다.

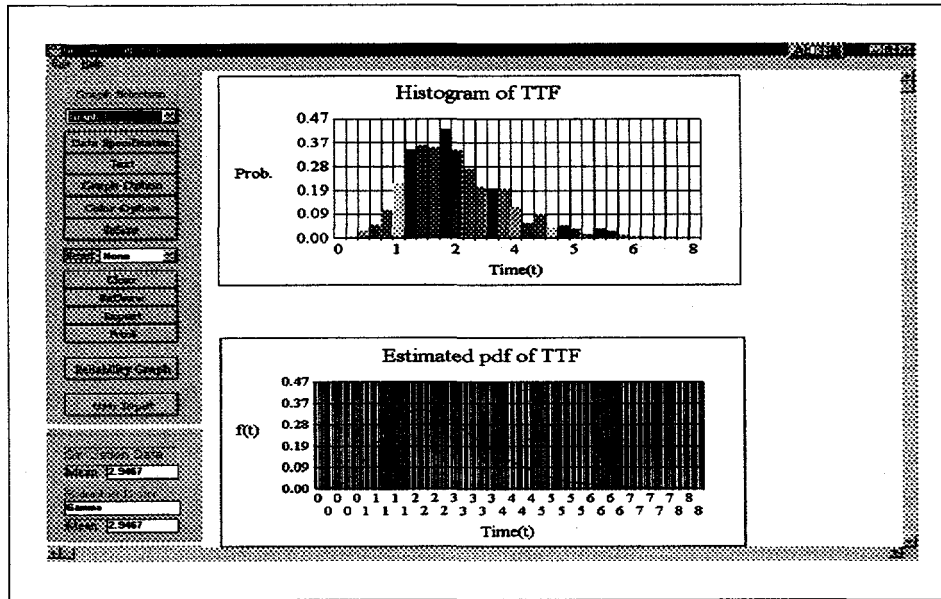


[그림 4.1] 계통 고장 자료 결과 화면

4.2. 분포 추정 결과

분포 추정 결과를 화면에서 보기 위해서는 먼저 시뮬레이션을 실행한 후, 초기 화면의 "Output Views" 상자에서 "Distribution Estimation"을 선택하면된다.

[그림 4.2]는 분포 추정 결과 화면의 한 예이다. 분포 추정 결과로 시뮬레이션에 의하여 얻어진 고장 시간의 히스토그램과 고장 시간으로부터 추정된 분포의 확률 밀도 함수를 화면상에서 볼 수 있다.

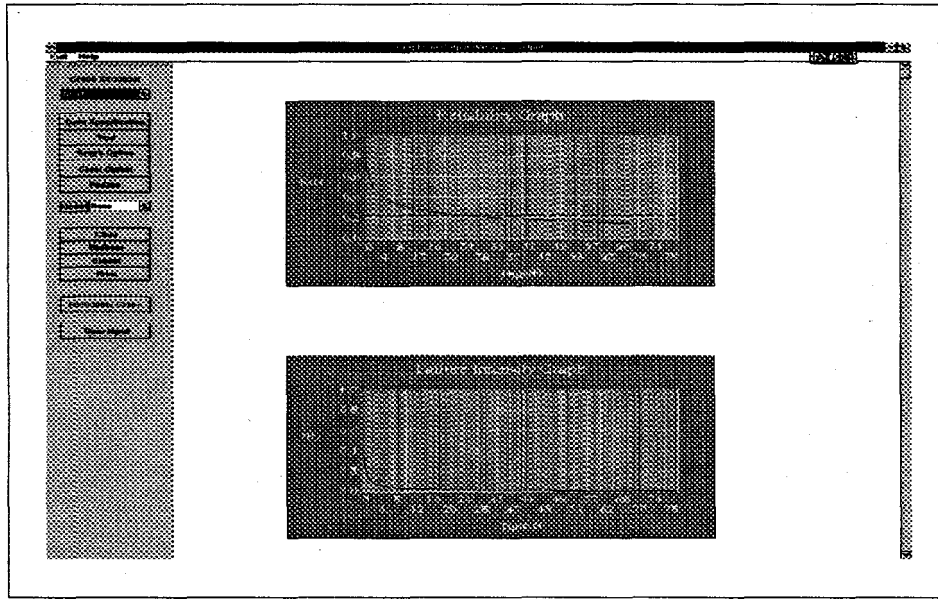


[그림 4.2] 분포 추정 결과 화면

4.3. 신뢰도 함수

신뢰도 함수는 시물레이션에서 “신뢰도 : 자동 실행 방법” 또는 “신뢰도 : 고정 실행 회수 방법”을 선택하여 시물레이션을 실행하였을 때의 결과(output)이다. 신뢰도 함수 결과는 먼저 시물레이션을 실행하고, 분포 추정(Distribution Estimation)을 실행한 후, 초기화면의 메뉴에서 “Output-”를 선택하거나, 초기화면의 “Output Views” 상자에서 “Conditional Reliability/Availability”를 클릭하면 된다.

[그림 4.3]은 시물레이션 옵션 중에서 “신뢰도 : 자동 실행 방법”을 통하여 얻은 신뢰도 함수 결과 화면이다.



[그림 4.3] 신뢰도 함수 결과 화면

[그림 4.3]의 결과 화면에서 "Data Specification" 상자를 클릭함으로써 고장자료와 신뢰도 분석 결과의 실제 수치를 얻을 수 있다. 아래의 [그림 4.4]는 "Data Specification" 상자를 클릭하였을 때 나타나는 화면이다.

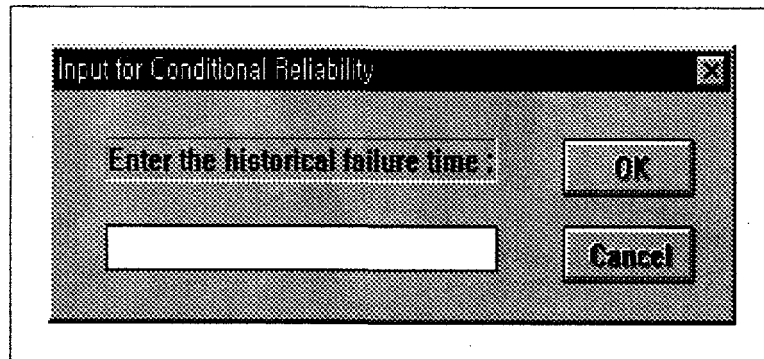
[그림 4.4] 자료 Specification 대화 상자

[그림 4.4]에서 만약 n^* 번째 고장 자료에 대한 신뢰도 값을 알고 싶다면 "This Point Number" 상자에 " n^* "를 입력하면 신뢰도 값이 "Value of This" 상자에 나타나게 되며.

또한 신뢰도 함수 결과로부터 사용자가 입력한 시간에 고장이 발생하였다고 가정하였을 때의 조건부 신뢰도 함수를 얻을 수 있다. 구하는 과정은 다음과 같다.

- (1) [그림 4.3]에 나타나 있는 "User Input" 상자를 클릭한다.
- (2) 조건부 신뢰성을 구하고자 하는 시점을 입력한다.

"User Input" 상자를 입력하면 [그림 4.5]가 새로이 화면에 나타나게 된다. [그림 4.5]에 나타나 있는 "Enter the historical failure time :?" 부분에 구하고자 하는 시점을 입력한 후 "OK" 상자를 클릭하면 입력 시점에서의 조건부 신뢰도 함수를 화면상에서 볼 수 있다.



[그림 4.5] 조건부 신뢰도 함수를 구하기 위한 대화상자

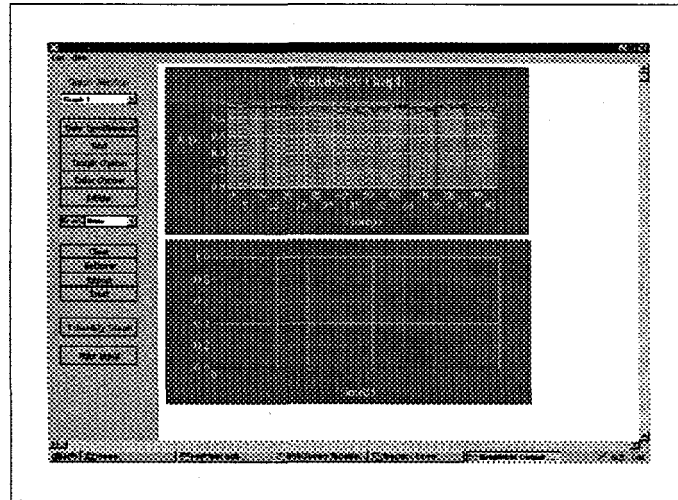
4.4. 가용도 함수

가용도 함수는 시뮬레이션에서 "가용성 : 시간 구간(Time Span)"을 선택하여 시뮬레이션을 실행하였을 때의 결과(output)이다.

결과를 화면상에서 보기 위해서는 초기화면의 메뉴에서 "Output-"를 선택하거나, 초기화면의 "Output Views" 상자에서 "Conditional Reliability/Availability"

를 클릭하면 된다.

[그림 4.6]은 시뮬레이션 옵션 중에서 “가용성 : 시간 구간(Time Span)”을 통하여 얻은 가용성 결과이다.



[그림 4.6] 가용도 함수 결과 화면

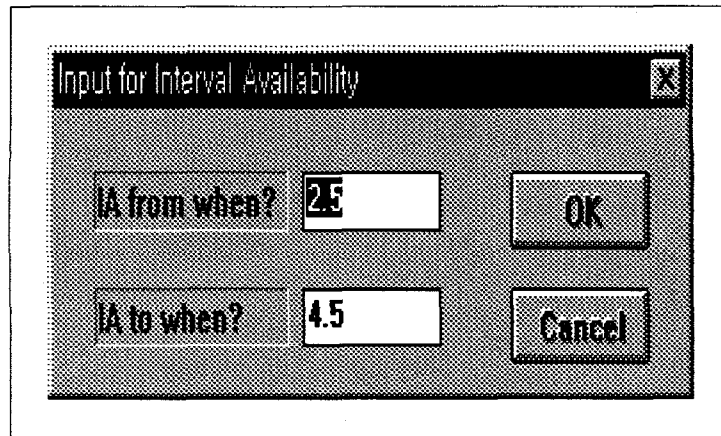
가용도 함수 결과로부터도 4.3. 신뢰도 함수에서 설명한 “Data Specification” 대화상자를 통하여 동일하게 추가적인 결과를 얻을 수 있다.

그 외에도 가용도 함수 결과로부터 사용자가 지정한 시간 구간(Time Interval)에 해당하는 구간 가용성(Interval Availability) 값을 얻을 수 있다. 구하는 과정을 설명하면 다음과 같다.

- (1) [그림 4.6]에 나타나 있는 “User Input” 상자를 클릭한다.
- (2) 구하고자 하는 구간을 입력한다.

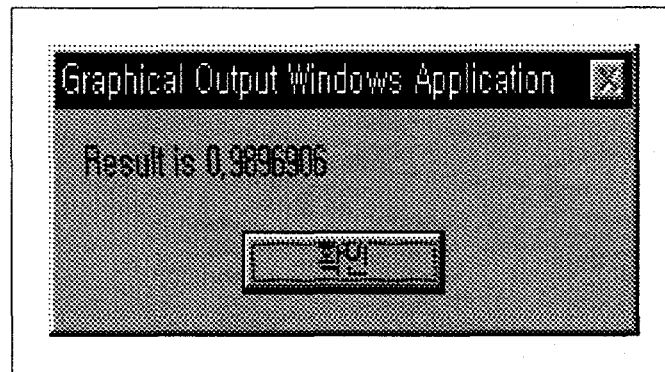
“User Input” 상자를 입력하면 [그림 4.7]이 새로이 화면에 나타나게 된다. [그림 4.7]에 나타나 있는 “IA from when?”과 “IA to when?” 부분에 구하고자 하는 구간의 시작시각과 종료시각을 각각 입력함으로써 구간에 대한 구간 가용성을 화면상에 얻을 수 있다.

[그림 4.8]은 구간 (1,2) 동안의 구간 가용성을 구하기 위한 입력 예제이다.



[그림 4.8] 사용자 지정 구간 가용성 계산 대화상자

위의 [그림 4.8]에서 처럼 시작 시각을 2.5, 종료 시각을 3.5로 입력한 후 "OK" 상자를 클릭하면 [그림 4.9]와 같이 구간 (2.5,3.5)에 대한 구간 가용성 결과를 화면상에서 볼 수 있다.

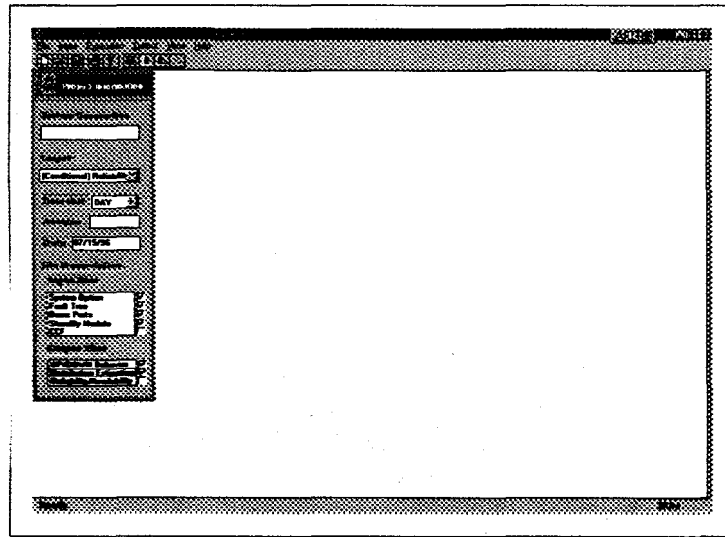


[그림 4.9] 구간 가용성 결과 화면

지금까지 시뮬레이터를 이용하여 계통을 대상으로 시뮬레이션을 수행하기 위한 방법에 대하여 설명하였다. 다음의 5절에서는 간단한 계통을 대상으로 하여 전체적으로 시뮬레이션을 수행하는 과정을 보였다.

5. 실행 예제

아래의 [그림 5.1]은 신뢰도 함수를 구하기 위하여 만들어진 프로젝트 파일의 초기 화면이다. 그림의 “Input File” 상자 내부에 보면 각 입력 파일 부분에 “v” 표시가 되어있다. 따라서 이 프로젝트의 시뮬레이션을 위한 모든 입력 파일들이 작성되어 있음을 알 수 있다. 또한 목적 성능 척도가 “(조건부) 신뢰도”임을 알 수 있다.

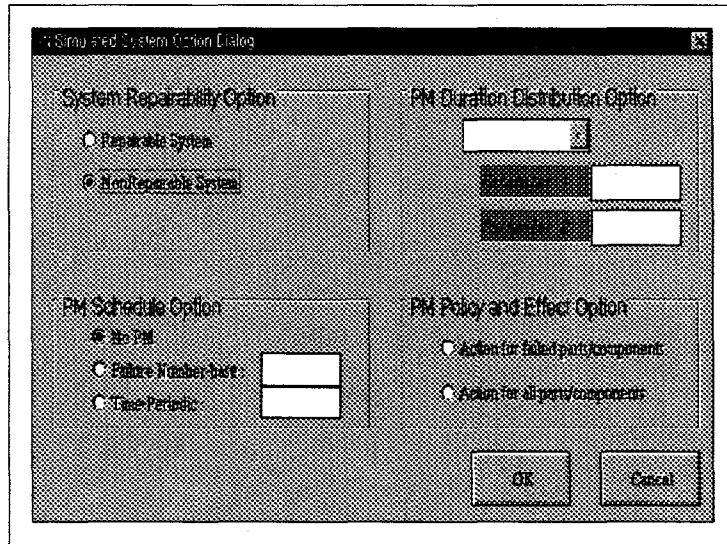


[그림 5.17] 초기 프로젝트 화면

작성되어 있는 입력 파일들을 다시 확인하기 위해서는 “Input File” 상자 내부의 각각의 해당 파일 부분을 클릭하면 화면상에 입력 파일 작성을 위한 대화 상자가 나타나게 된다. 각각의 입력 파일들에 대하여 설명하면 다음과 같다.

5.1. 계통 옵션 파일

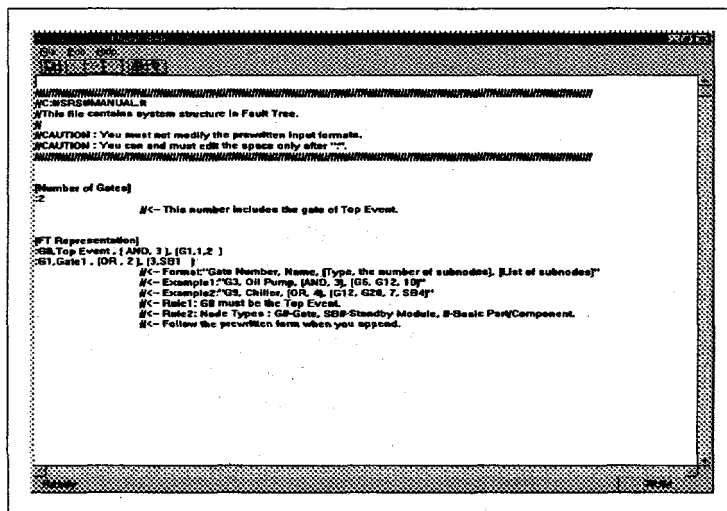
[그림 5.2]에 나타나 있는 것처럼 이 예제 시뮬레이션에서 계통은 수리가 가능하며, 계통에 대한 예방 보수는 실시하지 않는 경우이다.



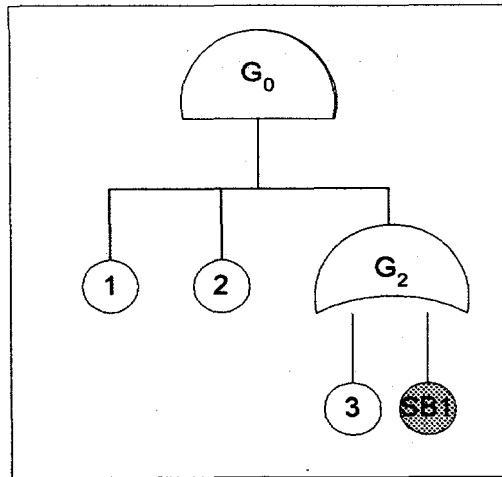
[그림 5.2] 계통 옵션 파일

5.2. 고장 수목 파일

[그림 5.3]에 있는 것처럼 시뮬레이션 하고자 하는 계통은 2개의 게이트와 게이트의 하위에 3개의 기본 기기와 하나의 대기 기기 모듈을 포함하고 있다. 이를 고장 수목으로 그리면 [그림 5.4]와 같다.



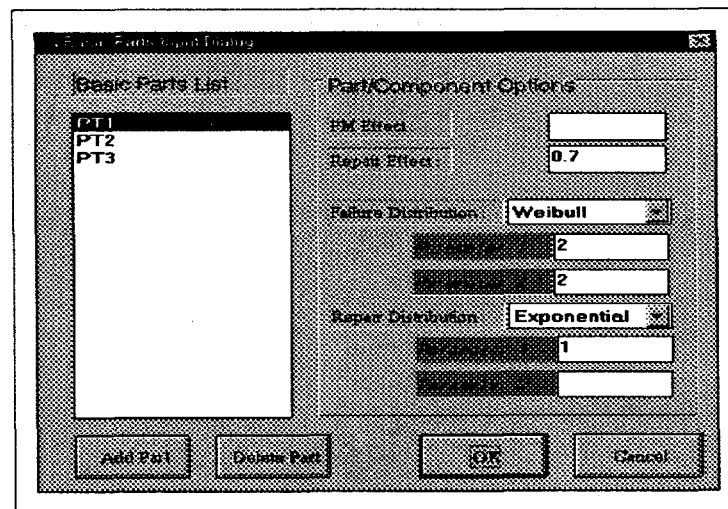
[그림 5.3] 고장 수목 파일



[그림 5.4] 고장 수목

5.3. 기본 기기 파일

[그림 5.4]의 고장 수목에서 알 수 있듯이 계통내에는 3개의 기본 기기가 존재한다. [그림 5.5]는 3개의 기본 기기에 대한 정보를 저장하고 있다. 예로, 기본 기기 1(PT1)은 수리 효과가 0.7, 작동 시간의 분포가 $Weib(2,2)$, 수리 시간의 분포가 $Exp(1)$ 를 따른다.



[그림 5.5] 기본 기기 파일

기본 기기 2(PT2) 또는 기본 기기 2(PT2)에 대한 정보를 알기 위해서는 위 [그림 5.5]의 “Basic Parts List” 상자내의 “PT2”를 클릭하면 된다.

5.4. 대기 기기 파일

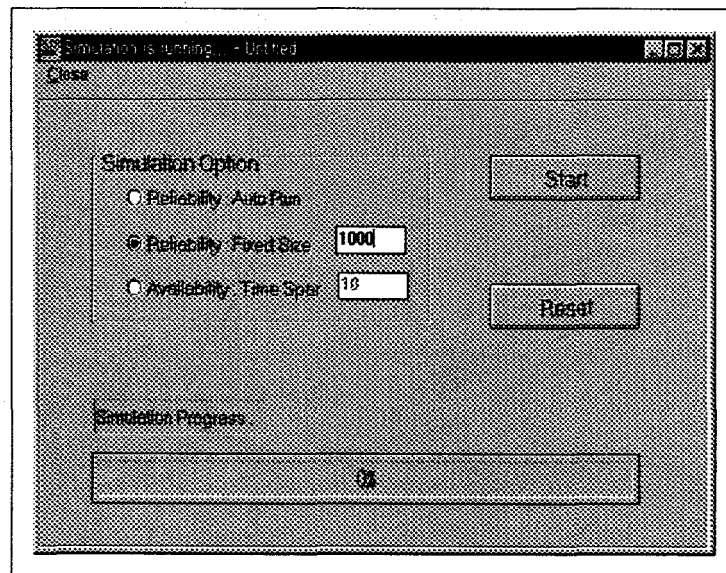
[그림 5.4]의 고장 수목 파일을 보면 하나의 대기 기기 모듈이 계통내에 존재한다. 대기 기기 모듈에 대한 정보를 저장한 대기 기기 파일은 [그림 5.6]과 같다.

[그림 5.6] 대기 기기 파일

[그림 5.6]에서 대기 기기 모듈은 “111”과 “222” 두 개의 기기로 구성되어 있으며 두 개의 기기는 동일한 기기임을 알 수 있다. 또한 대기 기기 모듈내의 대기 중 기기에 대하여 시험과 작동중인 기기에 대하여 예방보수가 실시되지 않음을 알 수 있다. 기기 “111”은 수리 효과가 1.0이고, 대기중 고장 시간의 분포는 $\text{Exp}(1)$, 작동중 고장 시간의 분포는 $\text{Weib}(2,2)$, 수리 시간의 분포는 $\text{Exp}(1)$ 을 따른다. 대기 기기 모듈내의 기기가 동일하므로 기기 “222”에 대한 정보는 기기 “111”과 동일하다.

5.5. 시뮬레이션의 실행

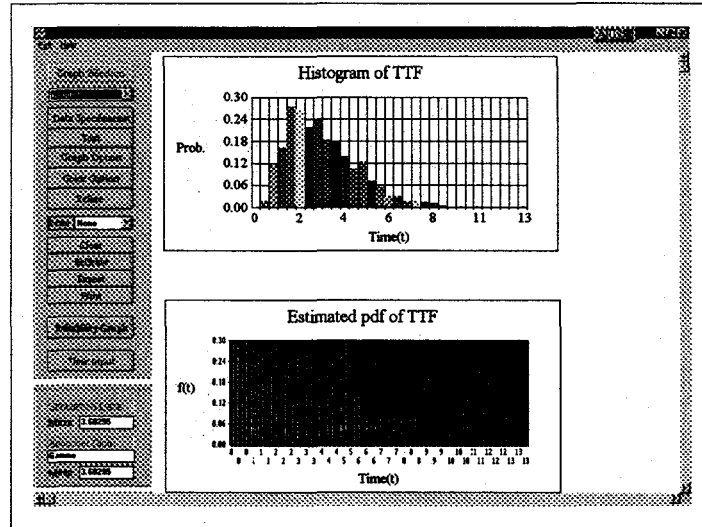
5.1. ~ 5.4.에서와 같이 입력 파일들을 작성한 후, [그림 5.1]의 초기화면 메뉴에서 "Execution-Project Simulation"을 선택하면 [그림 5.7]이 화면상에 나타나게 된다. 시뮬레이션을 실행하기 위해서는 시뮬레이션 옵션에서 한가지를 선택하고 "Start" 상자를 클릭하면 된다. 이때 시뮬레이션의 진행정도가 "Simulation Progress" 상자에 나타나게 된다. 예제 시뮬레이션에서는 시뮬레이션 옵션으로서 "Reliability : Fixed Size"를 선택하고 고장 회수의 고정된 크기를 1000으로 하였다.



[그림 5.7] 시뮬레이션 실행 화면

5.6. 분포 추정 결과

5.5.의 방식으로 시뮬레이션을 실행시킨 후 [그림 5.1]의 초기 프로젝트 화면에서 "Output View:" 상자에서 "Distribution Estimation"을 선택하면 분포 추정이 실행되고 그 결과로 [그림 5.8]과 같은 분포 추정 결과 화면이 나타난다.

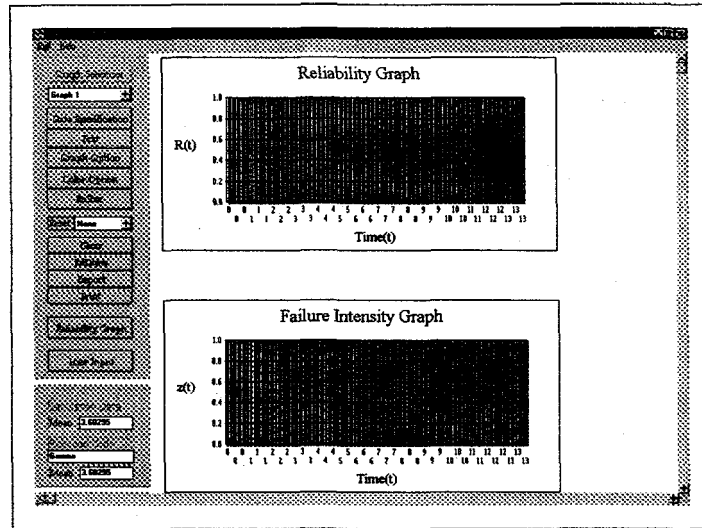


[그림 5.8] 분포 추정 결과 화면

[그림 5.8]에서 시뮬레이션에 의하여 얻어진 계통의 첫 번째 고장 시간 자료들의 히스토그램과 고장 자료들로부터 추정된 분포의 확률 밀도 함수가 화면상에 나타나있다. 또한 추정된 계통의 첫 번째 고장 시간의 확률 밀도 함수는 감마 분포이며 평균 고장 시간은 3.60295임을 알 수 있다.

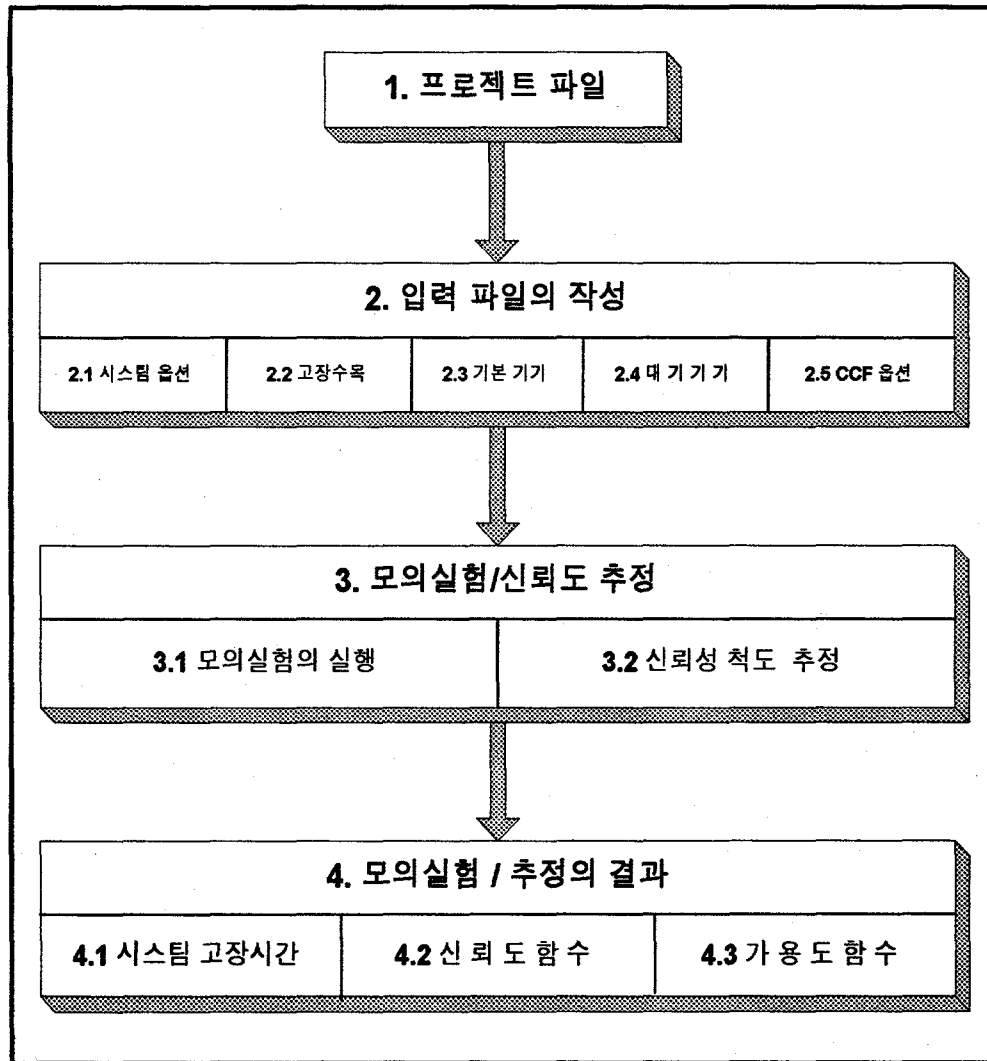
5.7. 신뢰도 함수 결과

입력 파일들을 작성하고 5.5.에서와 같은 시뮬레이션 옵션으로 시뮬레이션을 실행시키고 5.6.의 방법으로 분포 추정을 실행시킨 후, [그림 5.8]의 분포 추정 결과 화면에서 "Reliability Graph"를 클릭하면 [그림 5.9]와 같은 신뢰도 함수 결과 화면이 나타난다.



[그림 5.9] 신뢰도 함수 결과 화면

지금까지 간단한 계통을 대상으로 전체적인 시뮬레이션을 수행하는 과정을 알아보았다. 전체적으로 시뮬레이션 수행하는 과정을 흐름도화하면 [그림 5.11]과 같다.



[그림 5.10] 전체적인 시뮬레이션 수행 과정

■ 부 록 2 : 주요 연구 실적

- 문 재필, 이 창훈, "기동 고장과 대기 고장을 갖는 대기 중복 시스템의 시험 정책에 관한 연구", '96 춘계공동학술대회, 대한산업공학회/한국경영과학학회, 공군사관학교, IE/MS 충청지회, Mar., 1996
- 박 화섭, 이 창훈, "고장률함수의 특성을 이용한 모수적 수명분포 판별절차", '94 춘계학술대회, 대한산업공학회, 성균관대학교 Oct. 1994
- 백 상엽, 박 화섭, 홍 정식, 이 창훈, "Development of a Simulator for Estimating the Lifetime Distribution of a system with Repairable Units", '94 춘계공동학술대회, 대한산업공학회/한국경영과학회, 창원대학교, Mar., 1994
- 백 상엽, 임 태진, 이 창훈, "다수의 고장 원인을 갖는 기기의 신뢰성 모형화 및 분석", 대한산업공학회지, 제21권, 4호, pp.609-628, Dec., 1995
- 백 상엽, 임 태진, 홍 정식, 이 창훈, 김 태운, "동적 불완전 수리 모형 및 분석 절차의 개발", '96 춘계학술발표회, 한국원자력학회, 제주대학교, pp.719-724, 1996
- 신 인섭, 임 태진, 이 창훈, "A model for evaluating repair effect under imperfect maintenance", '94 춘계공동학술대회, 대한산업공학회/한국경영과학회, 창원대학교, Mar., 1994
- 신 인섭, 임 태진, 이 창훈, "불완전 수리하의 고장자료 분석", '94 추계학술대회, 대한품질경영학회, 서울대학교, pp.85-108, Oct., 1994
- 이 해상, 이 창훈, "응집고장나무에서의 게이트신뢰성 중요도 분석", '94 추계학술대회, 한국경영과학회, 연세대학교, Oct., 1994
- 이 해상, 홍 정식, 이 창훈, "게이트신뢰성 중요도 분석 및 응용", '94 추계학술대회, 대한품질경영학회, 서울대학교, pp.55-84, Oct., 1994
- 이 해상, 홍 정식, 이 창훈, "고장나무의 비관련 사상들에 대한 축소방법", 대한산업공학회지, 제22권, 제1호, pp.129-139, Mar., 1996
- Baek, S.Y., Lim, T.J., Lie, C.H., "Markov Switching Model for Estimating the System Reliability Using Fully Masked Data", Proceedings of PSA

- Intervational Conference, Walker-Hill, Seoul, pp.1078-1083, 1995
- Baek, S.Y., Lim, T.J., Hong, J.S., Lie, C.H., and Park, Chang-K., "Simulation Procedure for Estimating the Reliability of a System with Repairable Units", Proceedings of the Korean Nuclear Society Spring Meeting, Cheju, Korea, pp.691-698, May, 1996
- Shin, I., Lim, T.J., Hong, J.S., Lie, C.H., "A method for quantitative evaluation of preventive maintenance effect", Proc. of Intervational Conference on Probabilistic Safety Assessment Methodology and Application, Seoul, 99.1084-1087, Nov., 1995
- Shin, I., Lim, T.J., Lie, C.H., "Estimating parameters of intersity function and maintenance effect for repairable, unit", Rel. Eng. & System Safety, To be published(accepted)
- Lee, H.S., Lie, C.H., Hong, J.S., "A Computational Method for Evaluating Importance Measures of Gates in a Fault Tree", IEEE Trans. on Rel., Submitted for publication(revised)

서 지 정보 양 식

수행기관보고서번호		위탁기관 보고서 번호		표준 보고서 번호		INIS 주제코드	
		KAERI/CM-027/95					
제목 / 부제		원자력 발전소의 동적 신뢰도 모형화 및 분석					
연구책임자 및 부서명		서울대학교 산업공학과 이 창훈					
연구자 및 부서명		서울 산업대학교 홍 정식, 숭실대학교 임 태진 서울대학교 백 상엽, 신 인섭, 문 신명, 문 재필, 구 훈영, 김 주신					
출판지	대전	발행기관	KAERI		발행년	1996. 8	
페이지	301 p.	도표	있음(○), 없음()		크기	19×26 cm	
참고사항							
비밀여부		공개(○), 대외비(), _급비밀		보고서 종류		최종 보고서	
연구 수행 기관		기초 전력 공동 연구소		계약 번호		95C-13	
초록		본 연구과제의 최종 목표는 원자력 발전소의 동적 신뢰성 분석을 위한 모형과 도구를 개발하는 것이다. 그 첫 단계인 1차 연도('93~'94)의 연구는 상시작동 기기의 고장 자료를 통한 신뢰도 분석 절차와 기본적인 구조에서의 신뢰도 분석을 위한 시뮬레이터의 개발을 다루었으며, 2차 연도('94~'95)에서는 다양한 기기의 고장 자료로부터 기기의 수명 분포 및 예방보수의 효과를 추정하고, 이로부터 다수의 기기로 구성된 특정 구조를 갖는 계통의 수명 분포를 추정하는 일련의 절차를 개발하고 이를 전산화하는 연구를 수행하였다. 3차 연도 연구는 선행 연구에서 고려되지 않은 공통원인 고장, 대기 중복 구조 등의 특수한 고장 유형에 대한 분석 모형을 개발하고 1, 2차 연도의 결과를 종합·보완하여 원전 계통의 시간 종속적 신뢰도를 평가하는 분석 도구를 완성하는 것을 목적으로 한다. 계통 수준의 분석에 앞서서 현실적인 상황을 반영한 기기 수준 고장 자료의 분석이 선행되어야 하며, 시뮬레이션 가속화 연구, PH-type 분포를 이용한 해석적 연구, 동적 수리효과에 관한 연구등과 같은 시뮬레이터의 기능을 보완할 수 있는 관련 연구도 요구된다. 이에 따라 본 연구는 기기의 고장 자료로부터 기기의 수명 분포 및 보수 효과 분석, 계통 수준의 분석을 위한 모형 수립 및 시뮬레이터 개발과 시뮬레이터의 기능을 보완할 수 있는 동적 신뢰성 분석 관련 연구의 세 분야로 구분된다.					
주제명 키워드		공통원인 고장, 대기 중복 구조, 시뮬레이션 가속화, PH-type 분포, 동적 수리효과					

BIBLIOGRAPHIC INFORMATION SHEET					
Performing Org. Report No.		Sponsoring Org. Report No.		Standard Report No.	INIS Subject Code
		KAERI/CM-027/95			
Title / Subtitle		Modeling and Analysis for Dynamic Reliability of Nuclear Power Plants			
Project Manager and Dept.		Chang-Hoon Lie, Dept. of Industrial Eng. Seoul National University			
Research and Dept.		Seoul Nat'l Polytech. Univ., Jung-Sik Hong Soongsil Unit., Tae-Jin Lim Seoul Nat'l Univ., Sang-Yeup Baek, In-Sup Shin , Shin-Myung Moon, Jae-Phil Moon , Hoon-Young Koo, Ju-Shin Kim			
Pub. Place	Daejun	Pub. Org.	KAERI	Pub. Date	1996. 8
Page	301 p.	Ill. and Tab	Yes(○), No()	Size	19×26 cm
Note					
Classified	Open(○), Outside(), __Class		Report Type	최종 보고서	
Sponsoring Org.	EESRI		Contract No.	95C-13	
Abstract		The Objective of this project is to develop a methodology of the dynamic reliability analysis for NPP. The first year's research was focused on developing a procedure for analyzing failure data of running components and a simulator for estimating the reliability of series-parallel structures. The second year's research was concentrated on estimating the lifetime distribution and PM effect of a component from its failure data in various cases, and the lifetime distribution of a system with a particular structure. Computer codes for performing these jobs were also developed. The objectives of the third year's research is to develop models for analyzing special failure types(CCFs, Standby redundant structure) that were nor considered in the first two years, and to complete a methodology of the dynamic reliability analysis for nuclear power plants. The analysis of failure data of components and related researches for supporting the simulator must be preceded for providing proper input to the simulator. Thus this research is divided into three major parts. 1. Analysis of the time dependent life distribution and the PM effect. 2. Development of a simulator for system reliability analysis. 3. Related researches for supporting the simulator : accelerated simulation analytic approach using PH-type distribution, analysis for dynamic repair effects.			
Subject Keywords		CCF, Standby redundant structure, PH-type distribution, Accelerated simulation, Dynamic repair effect			