G96-01-3849

(I)

日本造船学会(平成8年)春季講演論文前刷

ETDE/JP-mf--97721531

MASTER

〔第2分冊　構造・材料・溶接・工作・設計〕

2- 7 An approach to knowledge acquisition for the hull form design of fishing crafts
(3 rd Report: Implementation of a hull form definition system using hull variation and shape aggregation techniques)
……Glenn D. Aguilar・大和　裕幸・小山　健夫…… 213

2- 8 殻艤一体を考慮した同時並行的な設計の支援に関する基礎的研究
……青山　和浩・澤田　和弥…… 223

2- 9 舶用制御システムのゲイン自動調整に関する研究
……中谷　俊彦　大津　皓平・岡崎　忠胤・森吉　直樹…… 231

2-10 暑熱環境下の海洋作業における熱的限界と温熱対策に関する研究ー
(その1)熱収支モデルと温熱指数ー……村山　雅己・福地　信義・中橋美智子…… 239

2-11 船舶の振動レベル推定に関する基礎的研究(流体の粘性による散逸エネルギに基づく減衰マトリクスの定式化)……船木　俊彦・林　茂弘…… 253

2-12 縮小付加質量マトリクスにおける観測点の影響に関する研究……船木　俊彦・林　茂弘…… 263

2-13 平板近似による3次元水面衝撃計算法について……遠山　泰美…… 271

2-14 The Resisting Mechanism during the Large Normal Deflection of Thin Shells subjected to Follower Forces ……Thomas George・岡田　博雄・福地信義…… 281

3- 1 Discrete Optimization of Ship Structures with Genetic Algorithms
……信川　寿・周　国強…… 293

3- 2 Adaptive Mesh Techniques Based on A Posteriori Error Estimation for Two-dimensional Elasto-plastic Finite Element Analyses
……北村　充・施　建剛・信川　寿・大坪　英臣…… 303

3- 3 ソースを用いた新しい有限要素の開発(第2報：板曲げ要素)……根木　勲・多田　剛…… 311

3- 4 テクノスーパーライナー(TSL-F)船体構造用高強度ステンレス鋼のキャビテーション・エロージョン特性試験
……松尾　元敬・伊藤　久・水田　明能・杉本・広憲・友野　裕・柴崎　公太…… 319

3- 5 クレーン船の上部構造物の波浪応答
……信川　寿・東村　正義・高木　幹雄・北村　充・周　国強…… 327

3- 6 超大型浮体の構造挙動および構造設計に関する考察ーその2：弾性変形を考慮した復原性及び構造応答の設計ー……鈴木　英之・吉田宏一郎…… 339

3- 7 一次元有限要素モデルによる超大型浮体の波浪中構造応答解析
……藤久保昌彦・矢尾　哲也・笈田　弘紀…… 349

3- 8 ベイジアン信頼性解析を適用した非定期構造検査に関する研究
……板垣　浩・篠塚　正宣・朝田　洋雄・伊藤　誠一…… 359

3- 9 固有関数を用いた薄板構造物の弾塑性解析法(第3報　信頼性解析への適用)
……上田　幸雄・正岡　孝治・岡田　博雄…… 369

3-10 ローカルアプローチに基づく等価CTOD概念の提案と継手破壊性能評価への応用
……大畑　充・南　二三吉・豊田　政男・田中　輝幸・有持　和茂・A. G. Glover・T. H.North…… 379

3-11 鋼材の脆性き裂伝播・停止の力学モデル(3)ー混成型試験への適用ー
……粟飯原周二・町田　進・吉成　仁志・土田　豊…… 389

DISTRIBUTION OF THIS DOCUMENT IS UNLIMITED

RB

3-12　予ひずみ材の延性き裂伝播評価法……上田　幸雄・村川　英一・谷川　雅之……399
3-13　Multiple Fatigue Cracks Propagating in a Stiffened Panel
……角　洋一・ジェリコボジッチ・井山　向史・川村　恭己…… 407
3-14　重畳ランダム荷重下におけるアルミニウム合金溶接継手の疲労寿命推定(続報)
—高周波成分の影響—……高橋一比古・前中　浩・高田　篤志……413
3-15　溶接構造の統一的な疲労強度評価法に関する研究—板厚と溶接脚長の組合せに対する
ホットスポット応力算出法について—……仁瓶　寛太・稲村　文秀・公江　茂樹……425

DISCLAIMER

Portions of this document may be illegible in electronic image products. Images are produced from the best available original document.

2-7

An approach to knowledge acquisition for the hull form design of fishing crafts

(3rd Report) Implementation of a hull form definition system using hull variation and shape aggregation techniques

by Glenn D. Aguilar*, *Member* Hiroyuki Yamato**, *Member*
Takeo Koyama, *Member*

Summary

A hull form definition system consisting of a hull geometry acquisition program and two hull design tools for fishing crafts was developed. One tool for definition involved hull variation where the longitudinal positions of the stations were changed and mapped to common parameters. In the other tool, hull forms were generated by selecting simple shapes representing boundary curves of hull surfaces. Different hull surfaces were produced by defining families of curves based on the edges. Analysis modules such as hydrostatics and reference charts for powering requirements were included for evaluation purposes. The results were also referred to a related knowledge based advisory system that gave necessary advice and guidance.

1. Introduction

This paper is focused on the hull definition component of research conducted on the construction of the design knowledge base and development of a knowledge based system for the design of fishing crafts. Earlier reports focused on the acquisition of knowledge from published sources using an on-line digitizing tool and on a selection based system that built rules for decision making. Overall, this research was intended to develop three design related systems: a) the acquisition of design knowledge; b) the development of tools for hull variation or rapid definition of hulls; c) development of a knowledge base component to facilitate the process of design.

Included in this research was the determination of the usefulness of methodologies in the Object-Oriented and Knowledge Based paradigms that would assist in conceptualizing and aid the process of developing both non-knowledge based and knowledge based components of the preliminary hull form design system. The Object Modelling Technique (OMT) [Rumbaugh 1991] and Knowledge Based Systems Analysis and Design Support (KADS) [Tansley 1993]approaches were the software design methodologies employed. One resulting system was the Geometry Acquisition Tool for acquiring data from published sources that was developed and used for building the geometric representation and attaching symbolic information to geometric components of the hull. Another is the Hull Variation tool that uses the main parameters such as the prismatic curve to affect changes in an existing hull form by a simple displacement of the longitudinal location of sections. The third program is the Hull Design Tool that generates the hull form by selection from simple shapes, aggregation of shapes and modification of shapes by changing relatively few features. The other programs such as the Select Tool and Advise System have been reported on in related papers[Aguilar 1993 b] (Figure 1). Related research on knowledge based systems include the works of [Calisal 1991, Stearns 1991, Welsh 1990].

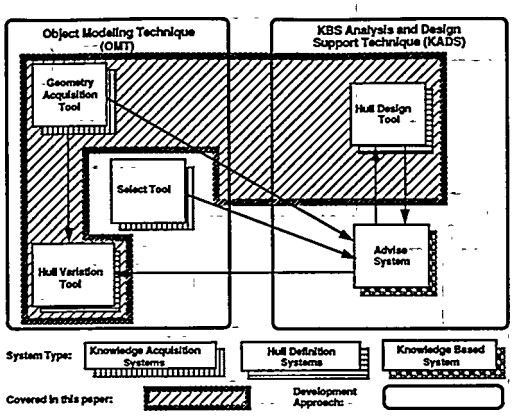


Fig. 1 Overview of research and coverage of this paper.

* RACE, Tokyo University.
** Dept of Naval Arch. and Ocean Eng., Tokyo University.

Received 8th Jan. 1996
Read at the Spring meeting 15, 16th May 1996

2. Hull Form Design

The design of hull forms can be conducted through several processes such as the creation of totally new lines drawings, modification of existing hulls and the adoption of existing hulls with very minor changes. The most common method is to modify existing hulls and distort the lines to derive a hull meeting the requirements. However, when the intended design departs radically from the parent hull, some difficulty may be encountered in deriving the mix of features that result in an efficient design. Although general purpose CAD tools such as Autocad and even ship design tools such as Macsurf or Autoship can readily produce initial hulls of sufficient fairness and ship-like forms, there is still a skill requirement in their usage. The intention of this program was to develop a hull surface using a small number of readily recognizable features to automatically define the hull. Several similar works have been conducted notably the hull parameter approach of Keane[1987], the boundary curve approach of Hally [1987]and control curves approach of Calkins[1991]for chine hulls.

Modeling the process of hull definition was done using the KADS technique. The different design modules were considered tasks or processes and modeled accordingly. The basic modelling tool in KADS is the data flow diagram (DFD) that is used to model tasks. Boxes represent different tasks that must be carried out and the lines connecting boxes represent the data flowing from one task to the other. Another symbol is the data store represented by two horizontal lines enclosing the data title and preceded by D. In Figure 2, 2-dimensional data flows from the Scanned Datastore (D 5.01) to the

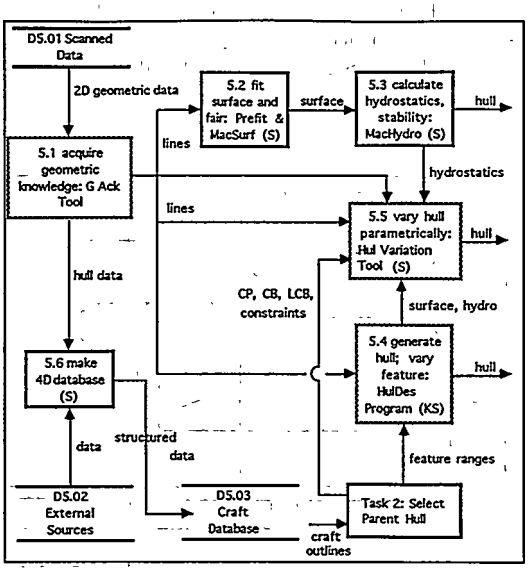


Fig. 2 Task model of the hull geometry acquisition and hull definition systems.

Task 5.1 which is the acquisition of geometric knowledge. The agent that performs this task is the Geometry Acquisition Tool. Another databases used in this hull definition system was the databases from external sources (D 5.02) . This was combined with D 5.01 to produce the craft database (D 5.03) . A commercial database product (4th Dimension) was used to create and structure the craft database (Task 5. 6). The Hull Variation Tool or Hull Design Tool produces a defined geometric representation of a fishing boat hull. In the Task Model, the three approaches are shown. Task 5.2 and 5.2 represents the ability to create new forms using MacSurf and MacHydro or any other ship design program. Task 5.5 corresponds to the process involved when using the Hull Variation Tool. Task 5.4 combines the selection of basic shapes that make up the hull surface. Shapes are represented by a set of curves that are in turn defined by sets of parameters which can be changed within limits derived empirically. The output of the task model is the hull that is represented as a data flow resulting from the three previous tasks. This hull data can be used for further stages of design.

3. The Geometry Acquisition Tool

A variety of data and references exist for the design of fishing vessels. Most are in the form of plans such as the lines drawing, general arrangement sketch, reports on performance including resistance, stability, seakeeping characteristics and other published information. Reference material from which such information come from includes textbooks, technical literature and existing databases. Established textbooks and publications of Classification Societies provide excellent sources of constraints and requirements on hull form. Such data defines most of the limits imposed on the desired hull form. Most design offices have ready access to lines plans which are the basis for any design project. The usual method of developing a hull representation for computer work involves the offsets table of ship design. The approach used in this case was to scan lines drawings and digitize the image directly on screen without the use of external digitizers.[Aguilar 1993 a]

The task of transferring data from a lines drawing could potentially be automated using techniques in pattern recognition. However, lines drawings have too much "noise" such as grid lines, text and scales such that the effort to automate such digitization would have been too involved. Digitizing is normally done with the use of a mechanical digitizer where the position of a pointer and user actions such as clicking a button determines the relative position of a point within a coordinate system. Major advantages of the scanner is the ability to directly work on the object on the screen without using an additional peripheral. Having the data stored as a picture makes it available for other image related processing activities.

Digitizing required clicking on the curve points of the

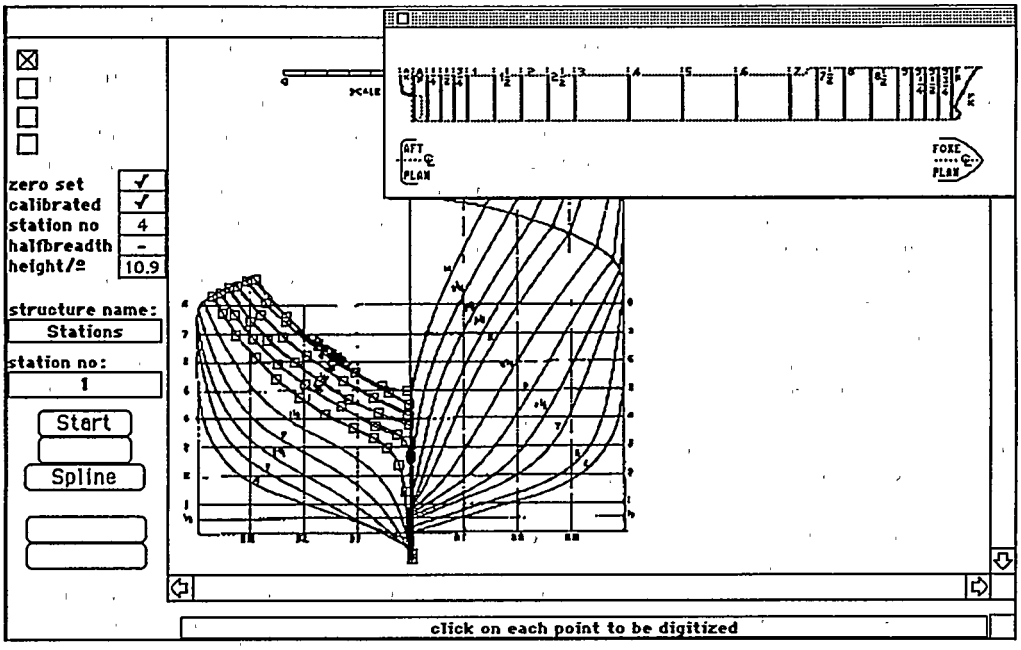


Fig. 3 Main window of the Geometry Acquisition Tool

image. Each curve of interest was digitized with some descriptions given to describe the curve and its location on the hull. As most drawing files were too big to fit the screen, the images are grouped into three and digitized in turn: the profile aft, body plan and fore aft. Since all the curves are represented by all three, it was no longer necessary to digitize the plan views. First, the aft curves are digitized, then the stations and finally the fore curves. Digitized points are represented as squares in the figure (Figure 3). A window showing the different stations to be digitized is shown in the upper left to ease aid the user in station selection. Bspline, Cardinal spline or cubic splines can be selected as representation of the digitized curves.

Depending on the input figure, the process of scanning, image editing and digitization can take up to 30 minutes for a fairly complex hull form. Some amount of time is used in preparing the image for pasting into the Scrapbook to use in the system. Most of the figures used as sources were from books and the technical literature, showing the practicality and usefulness of the system.

Compared to measuring lines drawings to get the offsets and even copying the offsets directly, the developed system was faster and more efficient. This is mainly due to the ability to view the resulting image as represented in straight line or interpolating spline functions on the screen. Built-in hydrostatic calculations also added to the usefulness of the system. The resulting database was useful from several points of view. The availability of data stored in the computer provides initial parent hull forms that can be starting points of a design. Analysis of hull forms is facilitated by the availability of the digitized hull forms. Interpolated stations can also be used as input to different ship design programs. Besides the numerical representation of the curves, the picture representation itself can also be used in databases for various purposes.

4. The Hull Variation Tool

Before the implementation of a knowledge based design system, it was necessary to develop a module for the selection of the parent hull from which the design can be based. Although design can be conducted by creating entirely new designs or adapting existing ones, the most common approach to preliminary design is the *Parent Hull* type design.[Lackenby 1950]

The focus was on a tool for the rapid creation of hull form variants such that the resulting forms could be used as input to a selection type knowledge acquisition system. The resulting knowledge base was then used for decision making when using the hull variation system to select the best design. Users of the tools are then provided with advice on which a combination of parameters are best for a particular problem.

Sessions with very helpful design departments resulted in the compilation of declarative knowledge and some procedural knowledge in fishing boat design. Although the knowledge learned was limited in depth, it provided enough reference to procedures that are available in the technical literature.

Since the Cp curve was the major deciding element on the initial forms of the hull, a search was made for algorithms that allow one to directly change the Cp

curve with the changes directly affecting the hull form. There are several advantages to this as summarized below.

1. Allow the rapid changing of hull forms without going through the iterative process of changing hull points-->solving hydrostatics-->computing Cp cycle. There is a greater experience and knowledge requirement when changing hull points directly.

2. Limits on the amount of changes in variables reflect empirical data such that knowledge of successful Cp curves are included in the system.

3. Direct changes on the Cp allows the direct link between analysis modules that uses the parameters for in calculations and hull form changes.

Several dependencies and rules must be followed when changing the parameters. The fore and aft prismatic coefficients directly affect the CB, LCB and the fore and aft parallel midbody, respectively. There is independence between the fore/aft Cp and fore/aft parallel mid body. There is also independence between the fore/aft Cp and the fore/aft parallel midbody. Dependence in this case refers to the change of value of a parameter when its dependent parameter changes. Independent parameters remain unchanged when the other parameters are changed. For example, when the CB is changed, both Cpa and Cpf are affected. If the Cpa is changed, the Cpf is not affected. These dependencies are shown in Table 1 where the parameters and their relationships are displayed. Elements with *i*" relationships are independent (for example Cpa and Cpf) ; those with "*d*" relationships are dependent (such as LCB and Cpa) and the 0" mark shows elements related to itself. During the design process, it is important to take note of these dependencies so that changes affecting a particular value are known.

Varying the parameters involved selecting the parameter and sliding a slider in the control window. Instead of directly working on the values of the parameter, the change (∂) in parameter is directly controlled. The values shown therefore do not reflect the actual values of the parameter, but rather the change in parameter.

Table 1 Parameter dependency table.

	∂Cpa	∂Cpf	∂Cb	∂LCB	∂pa	∂pf
∂Cpa	0					
∂Cpf	i	0				
∂Cb	d	d	0			
∂LCB	d	d	d	0		
∂pa	d	i	d	d	0	
∂pf	i	d	d	d	i	0

d = dependent; i = independent; 0 = equivalent

Not clicking on the buttons for ∂CP aft and ∂CP fore was equivalent to setting the prismatic coefficient constant. Varying the aft and fore prismatic coefficients was seen to result in different CB and LCB as well as p aft and p fore. Effects on the curve are cumulative in nature; when one change is made, the following changes depend on the change made previously. When the changes are done, the waterlines reflect the corresponding response of the hull form. The basic component of the hull changed is the longitudinal location of the stations. Station locations are moved in either the fore or aft direction. As an example, when the block coefficient is changed, there is a corresponding change in the fullness of section areas. In Figure 4, the CB is increased and the resulting Cp curve shows a "fatter" or more "squat" form. The waterlines also reflect such change, becoming more full or wider at the sections.

5. The Hull Design Tool

The Hull Design Tool was designed to provide additional capabilities to the hull variation procedure. Its primary objective was the selection and generation of shapes that could be aggregated to form a ship hull. With KADS as the primary development methodology, task models were developed to determine the different sub-components, user/system procedures and knowledge required for producing a hull form. The task model describes the various sub tasks involved. Links to databases of existing ships provides the limits or constraints of ship main dimensions (D 5.4.01 and D 5.4.02 in Figure 5). Scanned forms provide the range of curve parameters (D 5.4.03 in Figure 5). Edge or boundary curves (sheer line, keel line and stem line) and inner curves (curves within boundary curves; stations for example) are used in calculating the waterlines at a specified interval (Task 5.4.2 and Task 5.4.3 in Figure 5). The waterlines are then used to provide the sections from which the various calculations are based (Task 5.4.4 in Figure 5)

The developed system was focused on the definition of lines that represent the boundaries of a ship hull. Once these boundaries are defined, families of waterlines are fitted using the boundaries. Selecting the "New" menu item from the File menu opens the Main Window that initially displays a box representing the outer boundaries of the desired hull. (Figure 6).

One capability of the system is to refer to a knowledge base of related crafts to determine the initial sizing of the design. For example, if some data is required to change the LB or LD ratios, graphs of LB, LD and BD can be referred to give an idea of the expected range of values. (Figure 7)

All the work on curves is done on the major planes corresponding to the traditional lines drawing. Projection of curves on the Plan View, Half Breadth View and Body Plan are the major design elements. This allowed

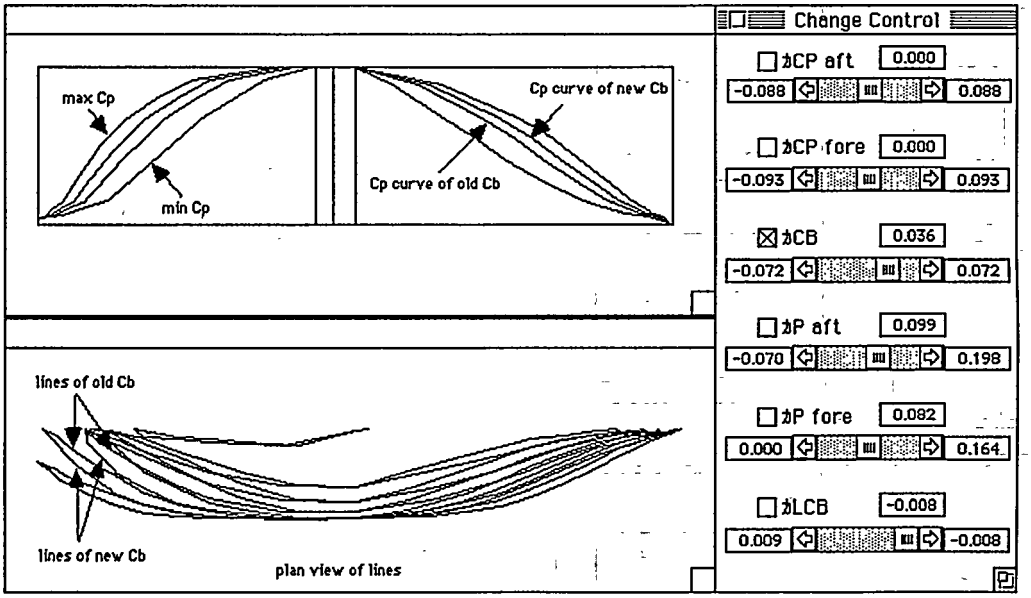


Fig. 4 Main window Hull Variation Tool.

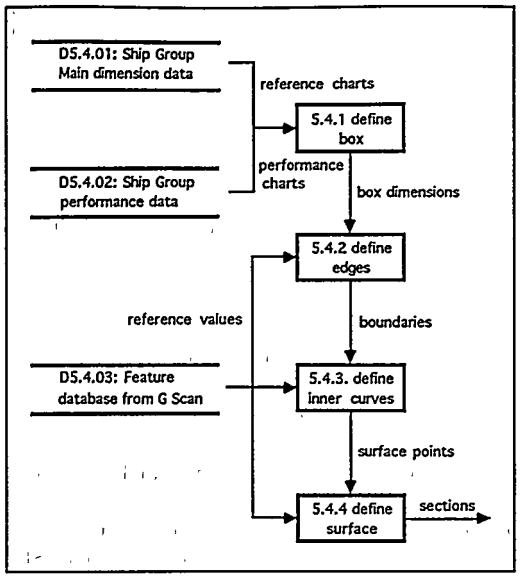


Fig. 5 Task model of the Hull Design Tool.

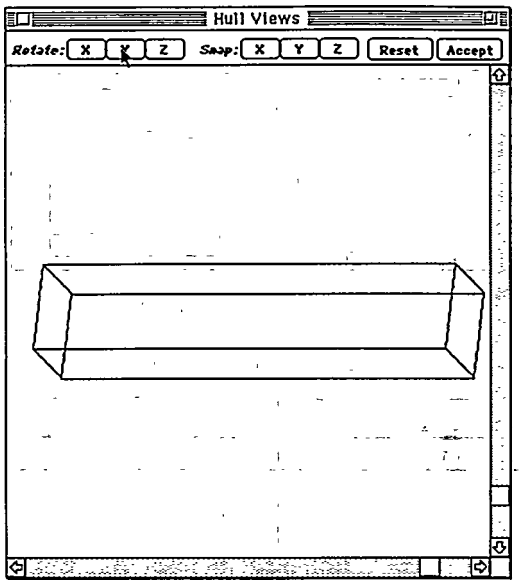


Fig. 6 Initial window representing the LBD.

the direct manipulation of the curves and the various shapes they represent. It was also easier to work in two dimensions. (Table 2)

Curve shapes and parameters are as shown in Figures 8 and 9. Corner curve types fit a segment of a circular arc of a given radius between two arbitrary lines. Pointed End Curve type is a Bezier curve that requires defined end points and corresponds to most waterline shapes. S-Curve is a composite curve consisting of 2 Corner curves with the parameters radius 1 and radius 2 representing the parameters of each corner.

Starting a new hull form requires selecting the proper shape for each curve defining the surface edges of different hull locations and other curves that determine the shape of the surface. In Figure 10 the different shapes are shown and labeled. Clicking on each hull curve opens the shape options and clicking on the shape option displays a default 3-dimensional curve in the view window. The following sequence of curves and shapes must be followed and the shape clicked on to generate the hull (Fig. 10).

1. AFT PLAN with three shapes: square, round

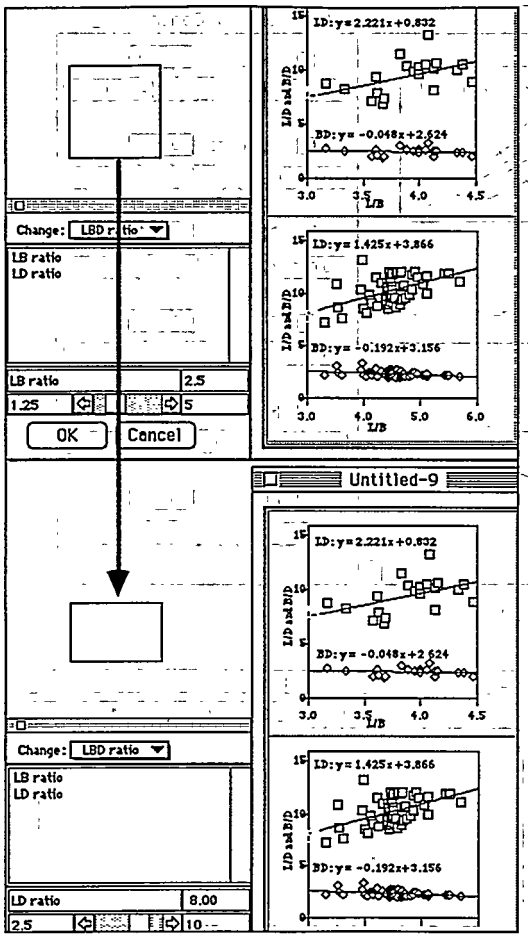


Fig. 7 Changing the LBD.

Table 2 Curve decomposition.

Curve Type	Parameter
Corner:	
	radius angle1 angle2 plane angle
Pointed End:	
	angle1 angle2 curve extent
S-Curve:	
	height1 height2 length1 length2 radius1 radius2

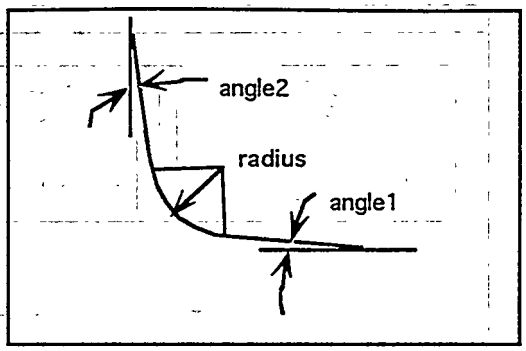


Fig. 8 The Corner curve type (defined by a Fillet function).

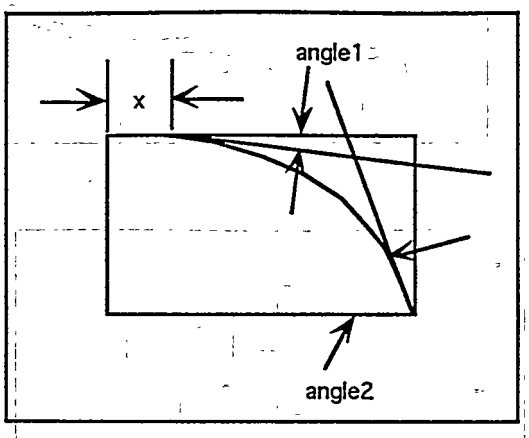


Fig. 9 The Pointed End curve type, defined by a Bezier curve.

and pointed end.

2. FORE PLAN with three shape types: blunt end and pointed end.

3. MIDSHIP SECTION with zero floor rise or non-zero floor rise.

4. AFT PROFILE KEEL with straight lines or 2 corners joined.

5. The STEM with corner, round or bulb.

6. SIDE FLAT is dependent on the MIDSHIP SECTION, FORE PLAN and AFT PLAN.

7. DESIGN WATERLINE is dependent on STEM, MIDSHIP SECTION, SIDE FLAT and AFT PROFILE KEEL.

8. BOTTOM FLAT is generated after the previous shapes have been decided.

9. TRANSOM STERN is dependent on the AFT PLAN and AFT PROFILE KEEL.

10. SHEER SHAPE is dependent on TRANSOM STERN, MIDSHIP SECTION STEM and FORE SECTION.

11. FORE SECTION defines the shape of the section at the forward perpendicular.

Hull item without shape choices are dependent on the

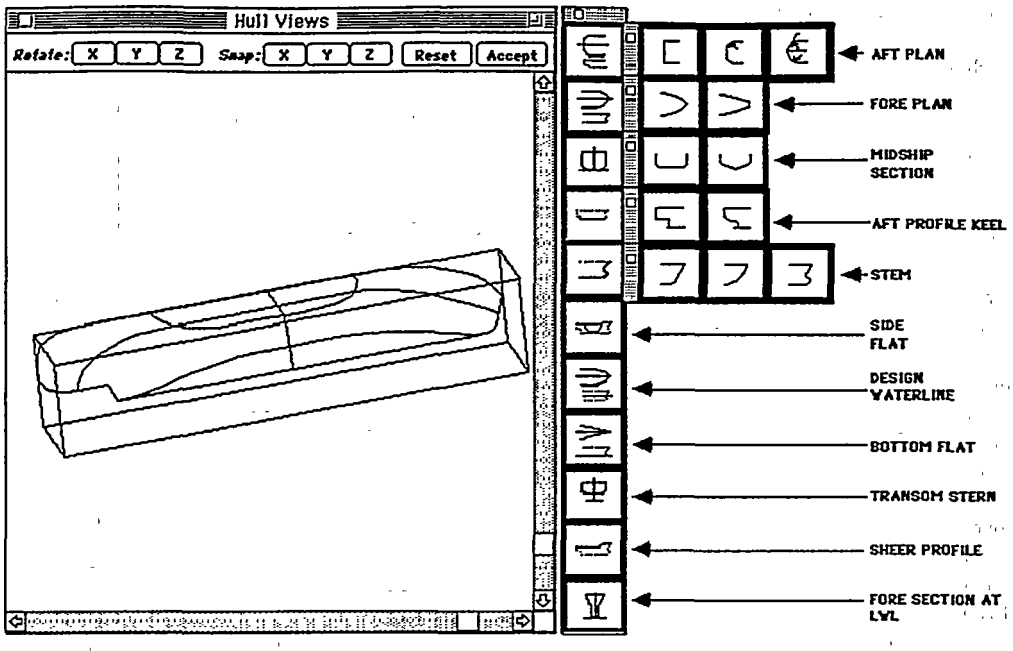


Fig. 10 Shape palette and the resulting edge curves.

other items and can only be shown when the curves they depend on exist. Curve selection must therefore be conducted sequentially starting from the top going to the bottom. Each curve can be changed using the Changer Window by setting the curve parameters within a specified range. Changes are made until the user is satisfied (Figure 11).

Waterlines are defined by ranging parameters such as curve extents and angles. A Bezier curve is then generated from each parameter set. The resulting set of waterlines is fairly smooth (Figure 12). Interactive modification of the boundary and edge curves results in different sets of waterlines. From these set of waterlines, a surface representation is possible using any geometric method. Other views can also be derived such as the body plan (Figure 13).

Beside hydrostatics, the system incorporated a built-in chart reference for estimating resistance. There are three options available to estimate the resistance of given hulls. Graphs of resistance tables were scanned and included into the system for the estimate of resistance. Usually, resistance estimates are made by determining the value of the Cp, displacement and the B/T ratios and using charts for solving the various coefficients of resistance. These charts were empirical

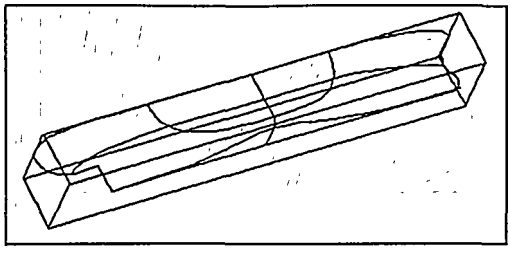


Fig. 11 Curves defining the boundaries.

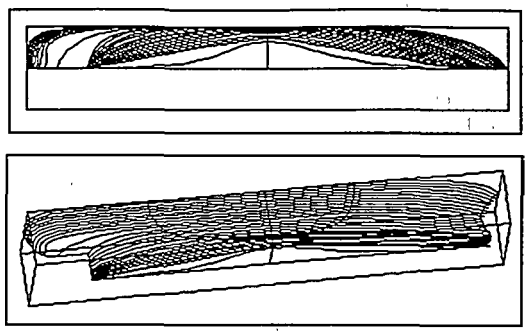


Fig. 12 Resulting waterlines in plan (top) and perspective (bottom) views.

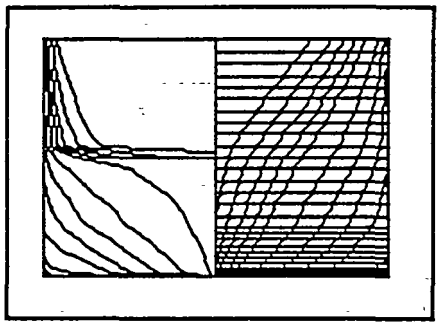


Fig. 13 Resulting body plan and sections.

results of hulls and can be used for a particular range of parameter values.

These charts are used in this program to provide an estimate of resistance after the LBD ratios and coefficients are known. Instead of reading the value of the coefficient off the chart, the user just has to click on the proper value of the independent parameter and the result is shown. This was accomplished by scanning the graph, cleaning the figure and properly calibrating the chart.

The simplest method to estimate resistance is to look up the database and see what is the relationship between length and installed horsepower. A simple procedure was developed where it is only necessary to click on the graph to generate the estimate of the installed PS. In Figure 14, it is only necessary to click on the curve at the length of craft and the PS estimate is shown in the box for the value of PS. This chart corresponds to the set of fishing crafts that were analyzed for database purposes.

The second set of charts were taken from the paper of Doust[FAO 1967], resulting from resistance tests of 130 trawler models. The results were transformed for a trawler of standard length of 61 m. To solve for the resistance of a craft of any length, the coefficient of total resistance or C_{TL} is solved first by using the charts. The formulation for resistance involved solving several components that can be determined by clicking on the respective values of parameters on the charts such as B/d and entrance angle at different speed lenth ratios. Determining the values of each component is done by clicking on the corresponding parameter value of each chart. The value is displayed at the value box and when all the components have been determined, the resistance is calculated by adjusting the value from the standard length-to-the-actual-length-of-the-designed craft. The system automatically calculates the estimated resistance after all the charts have been consulted. (Figure 15)

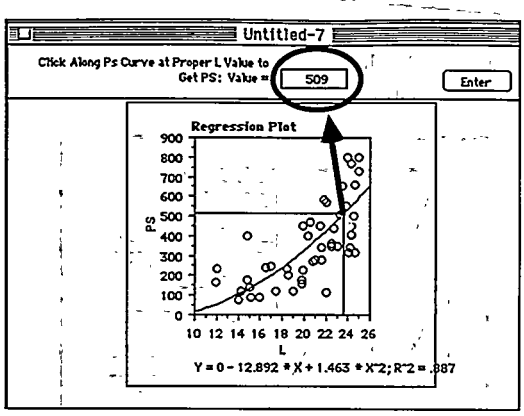


Fig. 14 Reference Chart for powering calculations from database.

Nevitt's[FAO 1967] charts reflect the results of model tests of trawler hull forms having large volumes for their lengths. Parameter limits are shown below.

Parameter	From	To
Cp	0.55	0.70
$\Delta/(0.01L)^3$	200	500 (ft)
$V/\sqrt{L}$	0.7	1.5

The total resistance is determined by reading the Cr. or residuary resistance off the chart shown in Figure 16 and finding the Cf (frictional resistance coefficient) from Reynold's number. Figure 16 shows the chart for $V/\sqrt{L}$

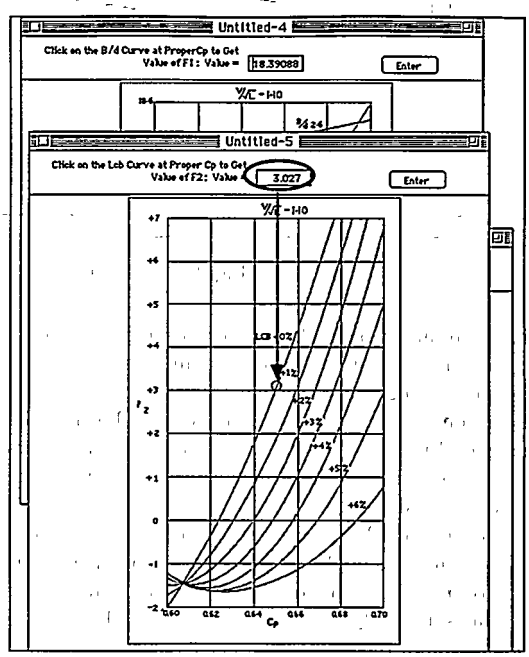


Fig. 15 Doust's chart for getting the values of F1, F2 and F3.

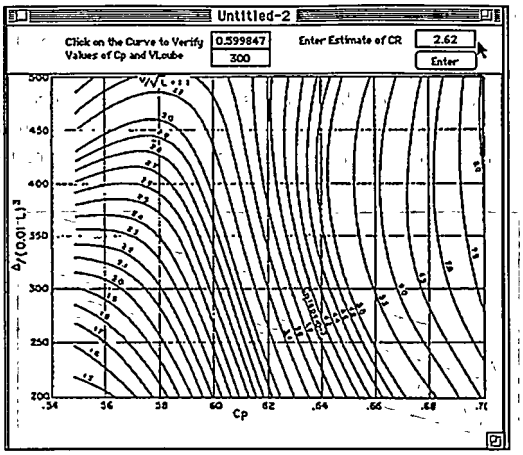


Fig. 16 Nevitt's C_r and C_f chart.

=1.1 of the residuary resistance coefficient Cr. The procedure for using this chart is quite different from that of the preceding one. First, values of the Cp and $\Delta/(0.01L)^3$ are verified by clicking on their intersections. The value of C_r is then entered by the user based on the curve at or near the point clicked. Values of the C_p and $\Delta/(0.01L)^3$ are shown to help in deciding whether the estimate is plausible. Total resistance is then determined by the system.

After the resulting waterlines were determined to be necessarily close to the input lines, hydrostatic calculations were conducted. Results were shown in an output table and includes some of the more common initial parameters used. (Figure 17). During the design process, a related Advisory System provides the range parameters that constrain the design. The original hull had values of parameters within a particular ship class

Untitled-4

ITEM NAME	VALUE
LB ratio	5.70
LD ratio	9.00
BD ratio	2.10
Displacement	448.19
KB	1.05
KMT	1.32
LCB	6.51%
LCF	0.93%
CM	0.92
CP	0.68
CWL	0.72
CB	0.64
CVP	0.88
TpC	3.18
McTlcm	11.77
BMT	1.36
WaterPlane Areas	310.26

Fig. 17 Resulting hydrostatic calculations.

Advice

Wise Advice: LBD & Results
Wiser Advice: Angles & Radii
Wisest Advice: Station & Waterline Shapes

Untitled-2

ITEM NAME	VALUE
L/B:	4.40 to 5.80
L/D:	8.00 to 12.50
B/D:	2.00 to 2.60
LCB:	0 to 6% L aft
CM :	0.81 to 0.94
CP :	0.60 to 0.70
CB :	0.65 to 0.95
WLangle:	5 to 30 deg

Fig. 18 Range of values given by a related Advisory system.

the Class of "Long Liner" ship type. When the menu for advice is chosen, the system opens the Advice Window that shows the different ranges for the particular ship type. If explanation is desired on how these values are derived, the Rule and Object presentation in Nexpert can be shown by activating the Advisory System program. (Figure 18). Comparing the results of the hydrostatic calculations and the values in the advice window shows that the hull form is within the prescribed range of parameters as defined for the type of ship.

6. Conclusion

This paper touches on three basic design requirement in the definition of a hull form: the acquisition of hull data, hull variation of an existing hull and hull definition by selecting from simple shapes. Design is said to be an activity that varies between creation and selection. More knowledge is required for creation and less for selection. The developed system shows that selection in itself can be employed in design but the process must contain references and built-in knowledge such as constraints to produce credible objects. In terms of ease of use however, it is far more easier to just select than to create from scratch.

The tools developed provided varied functions for the initial definition of the hull. Sample design sessions showed practical applications of the Hull Variation and Design Tools. Test cases showed a close correspondence between the input hulls and the results of the program. The Tools could still be improved, particularly the Hull Design Tool which may be deficient in modelling the lower aft surface. Another improvement would be the integration of the two programs such that the process of hull variation and hull creation by selection is contained within one environment.

Flexibility was inherent in the system since the KBS did not control the design process; it only offered advise that the user or might want to avail of. Well-experienced designers who use Hull Design Tool may or may not use the system for reference. Non-expert users are given a variety of recommendations on what parameters to change and the limits of each design variable. Further work is continuing in this regard.

References

1) Aguilar, G. D., Koyama, T. Yamato, H. and 1993 a: "An approach to knowledge acquisition for hull form design: First report: generic database for hull form representation". *Proceedings Spring meeting of the Japan Society of Naval Architects.* Tokyo. No. 173. pp: 205-216.

2) Aguilar, G. D., Koyama, T. and Yamato, H. 1993 b: "An approach to knowledge acquisition for the hull form design of fishing crafts 2 nd Report: Object oriented methodology for the rapid development of procedural tools and interactive elicitation for hull selection. *"Proceedings Autumn meeting of the Japan Society of Naval*

Architects. Tokyo. No. 174. pp: 401-406.

3) Calisal, S. M. and D. McGreer. 1991: An expert system for fishing vessel design. *Proceedings of the 4th International Marine Systems Design Conference,* Kobe, Japan May 26-30. SNAJ, KSNAJ, Science Council of Japan.

4) Stearns, H., P. Payne and G. Smith. 1991: Designing a Knowledge Based Ship Design System. *Proceedings of the 4th International Marine Systems Design Conference,* Kobe, Japan May 26-30. SNAJ, KSNAJ, Science Council of Japan.

5) Welsh, M., I. L. Buxton and W. Hills. 1991. The application of an expert system to ship concept design investigations. *Transactions of the R. I. N. A,* Part A. Volume 133, page 123.

6) Rumblaugh, J. et. al. 1991: Object Oriented Analysis and Design. New York: Prentice-Hall Intl. Co.

7) Tansley, D. S. W and C. C. Hayball 1993: *Knowledge-Based Systems Analysis and Design.* A KADS Developer's Handbook. Prentice Hall.

8) Keane, A. J. 1987. "A computer based method for hull form concept design: applications to stability. *"Transactions of the R. I. N. A.* Vol. 130, Part A.

9) Hally, D. 1987: "On the systematic variation of hull representations for computers", *Transactions of the R. I. N. A.* Vol. 130, Part A, 1988.

10) Calkins, D. E. 1991: "Feature based small craft design for producibility". *Proceedings of the 4th International Marine Systems Design Conference,* Kobe, Japan May 26-30, 1991. SNAJ, KSNAJ, Science Council of Japan. pp. 61-74.

11) Lackenby, H. 1950: "On the systematic variation of ship forms", *Transactions of the R. I. N. A* Vol. 92. p. 289-316.

12) FAO 1967. *Fishing Boats of the World*: 3. ed by J. Olof Traung. London: Fishing News Books.

G96-01-3850

2-8

殻艤一体を考慮した同時並行的な設計の支援に関する基礎的研究

正員 青 山 和 浩* 正員 澤 田 和 弥**

Basic Studies on Computer Aided Concurrent Engineering for Hull Structure Design and Piping Design

by Kazuhiro Aoyama, *Member* Kazuya Sawada, *Member*

Summary

It is often said that Concurrent Engineering (CE) is one of the most important technics in various industries today. In this paper, authors indicate methodology of computer aided CE for hull structure design and piping design.

Authors have already reported the prototype system for CIM (Computer Integrated Manufacturing). This system is SODAS (System Of Design and Assembling for Shipbuilding). In SODAS, design system for hull structure and design system for piping are integrated. And these systems are integrated by the concept of Product Model. So authors develop the computer aided CE system based on SODAS in this study.

Keeping consistency of product information and management of supposed information are important in CE. Relation of product information is very important to keep consistency of product information. So authors define "Constraint Relation Information" and anthors make it possible to generate "Constraint Network" from "Constraint Relation Information. By using them, keeping consistency of product information and management of supposed information are made possible.

1. 緒　　言

造船業は個別受注生産型産業であり，受注された船舶の設計から生産までを短期間に行なう必要がある。そのため，生産に必要な膨大な情報を迅速に生成できるように，設計の初期段階から船殻設計や艤装設計，及び生産設計などの各設計分野が協調して同時並行的に設計を進めている。このような設計の手法は一般にコンカレントエンジニアリング（Concurrent Engineering：以下 CE と記述する）と呼ばれている[1]。

また，造船設計の各分野においては，迅速な情報の生成や処理のため，CAD を代表とする様々な設計システムが利用されている。ところが現状の設計システムは各設計分野ごとに独立して構築されており，協調して同時並行的に設計する際に重要であると考えられる

・システム間で情報の交換をする。

・複数のシステムで生成された情報間の整合性を保つ。

などに関しては，設計者の経験や知識に基づいた情報処理に依存している場合が多い。したがって設計者が情報の調整作業に非常に大きな労力を費やしていることが問題となっている。

このような状況下で，近年，計算機支援によって設計や生産における様々な情報の生成や管理を円滑に行うことを目的とした CIM (Computer Integrated Manufacturing system) が着目されている。著者らも，造船における CIM 構築に関する研究を行っており，造船における CIM のプロトタイプシステムである SODAS (System Of Design and Assembling for Shipbuilding) を開発している[2]。CIM 実現のためにも，CE を念頭に置いた情報の生成や管理などは充分に考慮される必要があると考えられる。

* 東京大学大学院工学系研究科
** 東京大学大学院工学系研究科，日本学術振興会特別研究員

原稿受理　平成 8 年 1 月 10 日
春季講演会において講演　平成 8 年 5 月 15，16 日

2. 本研究の目的

CIMの中核となる一つの概念として製品モデルが提唱されている。この製品モデルの概念は，製品に関するあらゆる情報（製品情報）を統合的に管理する概念である。したがって，製品モデルを利用することによって，設計に携わる全ての設計者が製品情報を共有化できるため，製品モデルはCEに有効であると考えられる[3]。

しかし，製品モデルによって製品情報を統合的に管理できる計算機環境においても，計算機によって製品情報間の整合性を保ちながら多数の設計者が同時並行的に設計することを支援することは重要な課題である。この課題に関して長瀬[4]も造船CIMSにおけるデータベースのバージョン管理を用いたモデル情報の整合性維持について報告している。このように造船のCIM構築において，CEを考慮する場合には，単に製品モデルを利用するだけでなく，同時並行的な設計を円滑に行なうための計算機支援の手法を検討することが重要であると考えられる[5]。

ところで造船設計においては，船殻設計と艤装設計を協調して行う「殻艤一体」の設計システムの構築が一つの課題となっている[6]。それに対し，著者らは，造船のCIM構築の研究の一つとして船殻と配管を対象とした「殻艤一体の製品モデル」について報告している[7]。しかし著者らはこれまで，多数の設計者が同時並行的に製品モデルを利用したり生成する場合への対応は十分に言及していなかった。そこで本研究においては，殻艤一体の設計を同時並行的な設計の好例であると考え，これまでの著者らの研究をベースとして殻艤一体の設計を円滑に行なうための計算機支援の手法について明確にすることを目的とする。

3. CEの整理

3.1 設計における製品情報間の関係

例えば船殻設計と艤装設計においては「区画の形状は区画内の配管配置に影響を与える」「区画内の配管配置は板部材の開孔位置に影響を与える」などが認識される。このように，部材，区画，艤装品などの製品情報は互いに影響を与えあっており，製品情報の間には何らかの関係が存在していると考えられる。したがって，関係のある製品情報の間に幾何的な形状や位置関係などに矛盾がなく，整合性が保たれるように設計されることが重要である。

3.2 同時並行的な設計の特徴と問題

同時並行的な設計においては，各設計者に分担が決められ，各設計者はそれぞれの担当する製品情報を生成していく。ところが，前節において述べたように製品情報間に関係が存在するため，各設計者は，他の設計者が生成する製品情報との関係を考慮しながら，自分が担当する製品情報を生成しなければならない。したがって同時並行的な設計には，次のような問題が存在する。

（1） 製品情報間の整合性維持の問題

多数の設計者によって同時並行的に個々の製品情報が生成されるため，各設計者が製品情報間の関係を把握することが難しくなる。そのため，設計者は生成された製品情報間に整合性が保たれているかどうかを確認することが困難になる。

（2） 同時並行的な製品情報の利用や生成の問題

同時並行的な設計においては並列に製品情報が生成されるため，ある設計者が新たな製品情報を生成する際に，その製品情報を生成するために必要な製品情報が存在していないことが往々にして生じてしまう。そのため，その設計者が過去の経験や知識から必要とされる製品情報を仮に想定し，その仮の製品情報を基に新たな製品情報を生成する場合がある。設計が進んでこのように仮に想定された製品情報が最終的に承認された製品情報とされた場合には，製品情報間の整合性を保つように調整が不足なく行なわれる必要がある。

3.3 CE支援の課題

前節の問題を解決し，同時並行的な設計の計算機による支援を実現するために本研究の課題を整理する。

（1） 製品情報間の整合性維持

製品情報間に存在する関係を整理し，システム上に製品情報間の整合性を維持するための情報管理の手法を検討する必要がある。

（2） 同時並行的な製品情報の利用や生成

製品情報が仮に想定されることをシステムにおいてどのように表現するかを吟味し，同時並行的な製品情報の利用や生成において設計者間の混乱が起こらないようにするための情報管理を検討する必要がある。

4. CE支援のために

4.1 IDEF 0と情報間の関係

設計における情報の関係に着目した場合，IDEF (ICAM DEFinition)が注目される[8]。IDEFには幾つかの種類があり，中でもIDEF 0は業務や生産などのプロセス及び情報の関係を記述するのに適する手法であるとされている。IDEF 0は，以下の基本要素によって表現される（Fig. 1 (a)）。

アクティビティ：情報の処理や操作をする行為

インプット：アクティビティによって処理されたり操作される情報

コントロール：アクティビティの挙動に影響を与える情報

メカニズム：アクティビティを行なうための手段

アウトプット：アクティビティによって出される情報

情報処理の視点で見ると，アクティビティは何らかの情報を利用し新たな情報を生成するという情報処理の行為であると捉えることができる。したがって，利用される情報

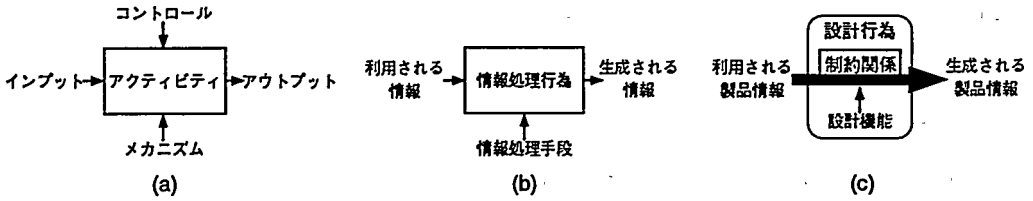


Fig. 1 Constraint Relation found from IDEF0

(インプット) と生成される情報 (アウトプット) は，情報処理の行為 (アクティビティ) によって関係づけられており，利用される情報が生成される情報に影響を与えるという関係が存在するものと考えられる (Fig. 1(b))。

4.2 製品情報間の制約関係

本研究においては，情報処理の行為において利用される情報は生成される情報に制約を与えていると考え，情報処理の行為によって関係づけられる情報間の関係を制約関係と呼ぶことにする。

制約関係：情報の利用や生成において，利用される情報が生成される情報に影響を与える際の情報間の関係

設計を「何らかの製品情報を利用して新たな製品情報を生成するという情報処理の行為」であると捉えた場合，設計行為によって，利用される製品情報と生成される製品情報の間に制約関係が生成されると考えることができる。

製品情報間の制約関係：設計行為において，利用される製品情報が生成される製品情報に影響を与える際の製品情報間の関係 (Fig. 1(c))

4.3 製品情報間の整合性維持のために

情報処理の行為においては，情報間の整合性を保ちながら利用される情報を生成される情報に変換する情報処理手段を定義することが重要である。本研究においては設計行為における情報処理手段を設計機能と表現し，計算機に定義することを考慮する (Fig. 1(c))。

設計機能：設計行為における情報処理手段

4.4 同時並行的な製品情報の利用や生成のために

多数の設計者が同時並行的に製品情報の利用や生成を行なうにあたって混乱が起こらないようにするために，設計者によって生成された製品情報がどの情報を利用して，どのように生成されたかということが明確になっていることが重要である。そこで本研究においては，設計行為に着目して生成される製品情報の管理を行なうことを検討する。

設計行為によって製品情報間の制約関係が生成されることを考慮すると，製品情報間の制約関係は設計行為の結果

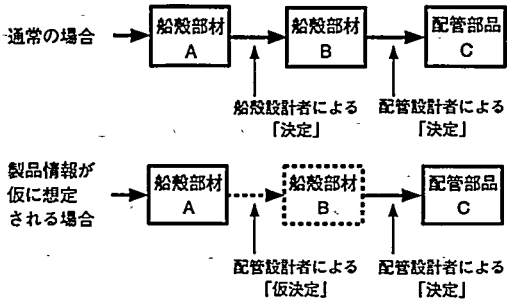


Fig. 2 Normal Decision and Temporary Decision

であり，設計行為を表現するものであると考えられる。そこで本研究においては，設計行為によって生成される製品情報間の制約関係を情報として計算機に記述することを考慮する。さらに製品情報間の制約関係を生成した設計行為に関する情報も製品情報間の制約関係に記述し，製品情報を管理する。

4.4.1 設計の決定と仮決定

製品情報間に制約関係が存在する場合には，製品情報を生成する際に，利用される製品情報が存在していなければ新たな製品情報を生成することはできない。そこで，仮に想定される製品情報も自由に生成し，この製品情報を管理することを考慮する。

仮に想定された製品情報を生成する場合は，仮に想定するという意図によって生成された製品情報であるのか，あるいは決定するという意図によって生成された製品情報であるのかを区別して製品情報が管理されなければならない。そこで本研究においては，製品情報を生成する際の設計行為における意図を「決定」あるいは「仮決定」として区別し，制約関係を次のように表現する (Fig. 2)。

- 決定の意図をもって製品情報を生成する設計行為によって生成される制約関係を「決定」の制約関係とする。
- 仮に想定された製品情報を生成する設計行為によって生成される制約関係を「仮決定」の制約関係とする。

4.4.2 製品情報の確定と未確定

製品情報が承認されたかどうかの判別は，その製品情報が生成されるまでの過程における設計行為が「決定」によって行なわれたか「仮決定」によって行なわれたかによって間接的に導きだされる。そこで本研究においては，「決定」

「仮決定」によって導きだされる製品情報が承認されたかどうかの判別を「確定」「未確定」とする。

・ある製品情報が生成されるまでにおける全ての制約関係が「決定」であればその製品情報「確定」と判別する。

・ある製品情報が生成されるまでにおける全ての制約関係の内，一つでも「仮決定」の制約関係が存在する場合には，その製品情報を「未確定」と判別する。

本研究においては製品情報の「確定」「未確定」を矛盾なく判別するために，個々の製品情報の制約関係によって表現される「全体的な製品情報間の関係」を利用する。

5. CE支援のための情報の定義と利用

5.1 制約関係情報の定義

本研究においては，「製品情報間の制約関係」を表現する情報として「制約関係情報」が定義されている。この「制約関係情報」に，設計行為の意図として「決定・仮決定」を記述する。さらに設計行為が何時，誰によってどのような手段によって行なわれたかを明記するため「日時」「設計者」「設計機能」に関する情報も記述する。

制約関係情報：CE支援のための製品情報間の制約関係の情報。「製品情報間の制約関係」に加え，その制約関係を生成した設計行為に関する「決定・仮決定」「日時」「設計者」「設計機能」に関する情報を記述する（Fig. 3）。

5.2 全体的な製品情報の関係の表現

5.2.1 制約ネットワークの定義

複数の制約関係情報を利用することによって，全体的な製品情報間の関係をネットワークの情報として表現できる。本研究においてはそのネットワークを「制約ネットワーク」と定義する。

制約ネットワーク：全体的な製品情報の関係を表現するネットワーク。制約関係情報より生成される。

制約ネットワークにおいては，制約関係情報の「利用される製品情報」と「生成される製品情報」がノードとして表現され，制約関係情報が有向リンクとして表現される（Fig. 4）。また，制約ネットワークの基となる制約関係情報が設計行為を表現する情報であるため，制約ネットワークによって設計の流れが表現されるともいえる。

5.2.2 制約ネットワークの利用

（1） 設計者間の交渉のための利用

制約ネットワークを参照することによって，何時，どの設計者によってどのような設計行為が行なわれたかということを各設計者が把握できる。そのため，

・自己の担当する情報がどのように決められてきたか。

・自己の担当する情報がどの情報に影響を与えるか。

などを各設計者が認識することが可能である。したがって，制約ネットワークによって設計者間の交渉を行なうための情報を提供することができる。

（2） 製品情報の確定・未確定の判別への利用

制約ネットワーク上において，ある製品情報の上流を順に辿り，全ての制約関係情報が決定ならばその製品情報は確定と判別できる。また途中に一つでも仮決定の制約関係情報が存在すれば未確定と判別できる。

（3） 変更の影響の伝達への利用

最終的に仮決定の情報が決定の情報として修正された場合は，システム内において設計変更が行なわれた場合と同等に扱われる。

製品情報の変更が行なわれた場合，制約関係情報の日時が更新されるため，制約ネットワークにおいて上流側の制約関係情報の日時が下流側の制約関係情報の日時よりも遅くなる。このように日時の逆転が起これば，その箇所で変更が発生したことが判別できる。

また，変更された製品情報の下流の情報は，その変更に影響を受け調整が必要な情報になる。その調整が必要な情報についても制約ネットワークを利用することによって判別することが可能である。

（4） 製品情報の確定のための利用

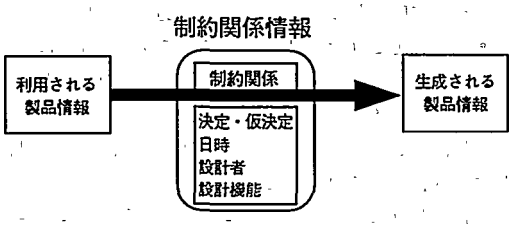


Fig. 3 Constraint Relation Information

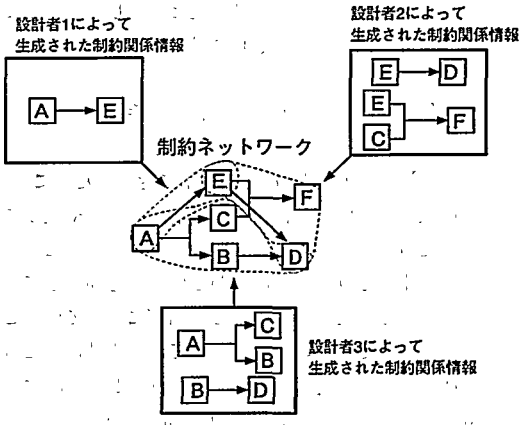


Fig. 4 Generation of Constraint Network

ある製品情報に影響を与える情報が不確定な情報である場合，その製品情報を確定することは不可能である。したがって製品情報の確定は，より影響を与える側の製品情報から行われる必要がある。

確定すべき製品情報の順序を明確にするために，制約ネットワークを利用することが可能である。すなわち，制約ネットワークにおいてどの製品情報がどの製品情報に影響を与えるかということが明確であるため，設計者が制約ネットワークを参照することによって，確定すべき製品情報の順序を把握することができる。

（5） 干渉及び開孔の可能性の判別への利用

制約ネットワークを利用することによって干渉関係などに関する情報も獲得することができる。例えば，部材間の干渉の可能性及び板部材と管の開孔の可能性の有無の判別などである。

6. CE 支援のためのシステムの構築

本研究で構築するシステム（本システム）は，オブジェクト指向言語である ObjectWorks Smalltalk（Release 4.1）を開発言語としており，EngineeringWorkstation 上に構築されている。また，本システムのベースとなるシステム（旧システム）に関しては，「殻艤一体の設計・生産を目的とした配管モデルの研究」[7] において詳細に述べられている。

6.1 本システムと旧システムの関係

旧システムにおいては，製品情報間の整合性を維持しながら製品情報を生成するための設計機能が定義されている。さらに，利用される製品情報と新たに生成される製品情報との間には，製品情報間の関係が定義されている[9]。旧システムにおいては，これらの製品情報間の関係と設計機能を利用した設計変更を行なうことが可能である。

本研究においては，旧システムにおける製品情報間の関係を制約関係情報として陽に記述し，CE の計算機支援のために利用した。

6.2 システムにおける制約関係情報の実装

本システムにおいては制約関係情報として Constraint Relation Object が定義されている。制約関係情報は Fig. 5 に示される構成となっている。また，本システムにおいては，以下に列挙する制約関係が考慮されている。

a） 部屋（区画）に仕切り板を設計し，複数の部屋（区画）を設計する際に生成される制約関係（Fig. 6(a)）。

b） 部屋（区画）を補強する内構部材を構造単位（ユニット）として設計する際に生成される制約関係（Fig. 6(b)）。

c） 部屋（区画）内に配管機器やコントロール・ノードなどを配置する際に生成される制約関係（Fig. 6(c)）。

d） 複数の配管機器を管で接続する際に生成される制約関係（Fig. 6(d)）。

e） 管に対して配管機器やコントロール・ノードを設計し，複数の管に分割する際に生成される制約関係（Fig. 6(e)）。

f） 管に対して配管支持を設計する際に生成される制約関係（Fig. 6(f)）。

g） 板部材とその板部材を貫く管によってパイプ孔が設計される際に生成される制約関係（Fig. 6(g)）。

6.3 システムにおける制約ネットワークの実装

制約ネットワークとして Constraint Net Object が定義されている（Fig. 5）。この制約ネットワークにおいてはノード（Constraint Net Node Object）が製品情報に対応し，有向リンク（Constraint Net Link Object）が制約関係情報に対応する。

7. 本システムの利用例

7.1 本システムの利用例

Fig. 7 に示す設計例で，本システムの利用による同時並行的な設計の支援を示す。

7.1.1 設計の流れ

船殻設計者 A と配管設計者 B の 2 人の設計者によって，Fig. 7 に示す構造が，以下の（Step 1）～（Step 4）の順で設計されるとする。

（Step 1） 船殻設計者 A が 6 枚の外板部材によって囲まれた箱型の区画（Room 0）に仕切り板の Plate 1 を設計し，新たな区画である Room 1 と Room 2 を設計する。

（Step 2） 配管設計者 B が自己の設計を進めるために，本

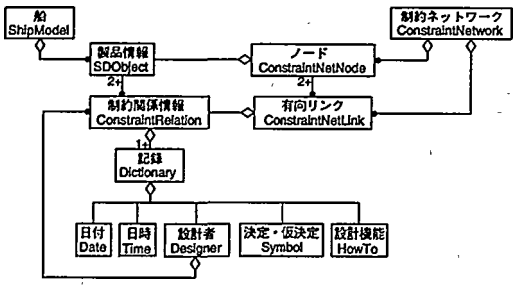


Fig. 5 Object Model Diagram of this System

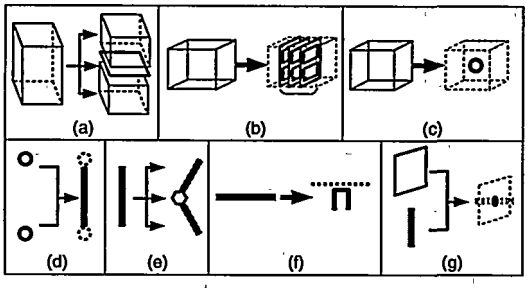


Fig. 6 Constraint Relation considered in this System

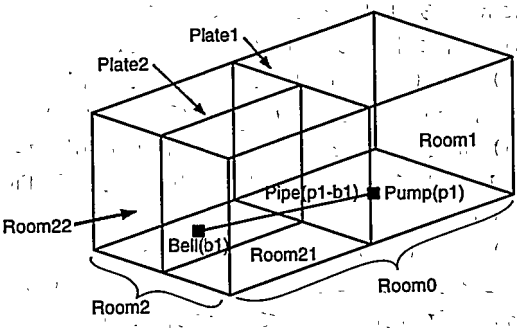


Fig. 7 Example of Structure (1)

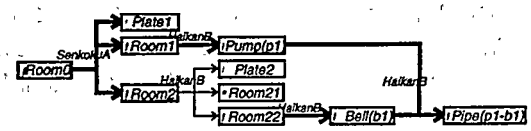


Fig. 8 Constraint Network for Fig. 7

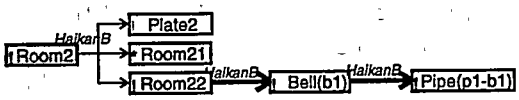


Fig. 9 Constraint Network for Reference (1)

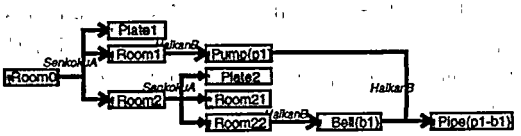


Fig. 10 Constraint Network after Decision

来は船殻設計者Aが担当するはずの設計を仮に想定し，区画Room 2に仕切り板Plate 2を設計し，新たな区画であるRoom 21とRoom 22を設計する。

(Step 3) 配管設計者Bが(Step 2)を前提として，配管機器のPump (p 1)，Bell (b 1) と管のPipe (p 1-b 1) などを設計する。

(Step 4) 船殻設計者Aが，(Step 2) において配管設計者Bによって仮に想定された製品情報に関して検討を行なう。その際に船殻設計者Aと配管設計者Bによって交渉が行なわれるとする。

7.1.2 制約関係情報と制約ネットワークの生成

本システムにおいては，設計者が設計機能を用いて新たな製品情報を生成するたびごとに制約関係情報が自動的に生成される。その際に，システムが制約関係情報に（利用される製品情報と生成される製品情報との間の）制約関係，日時，設計機能などに関する情報を記述する。設計者は，その設計行為が「決定」であるか「仮決定」であるかの区別のみを入力する。なお，本システムにおいては「決定」を入力した設計者がその情報に対して決定権を持つ設計者かどうかに拘わらず，「決定」の入力が受け入れられる。つまり本システムは，どの情報に対してどの設計者が決定権を持つかの判定は，システムを利用する側に委任している。

特に7.1.1項において述べた利用例においては以下のように制約関係情報に設計者と決定・仮決定が記述される。

a) (Step 1) において生成される制約関係情報には［船殻設計者A・決定］が記述される。

b) (Step 2) において生成される制約関係情報には［配管設計者B・仮決定］が記述される。

c) (Step 3) において生成される全ての制約関係情報には［配管設計者B・決定］が記述される。

a)～c)のように制約関係情報に設計行為の意図である決定・仮決定の情報が記述され，制約ネットワークはFig. 8のように生成される。制約ネットワークの各リンクには設計者の名前が表示される。また，決定の制約関係情報を表すリンクは太く強調され，仮決定の制約関係情報を表すリンクは細く表示される。

7.1.3 設計者間の交渉のために

7.1.1項の(Step 4)において，船殻設計者Aが制約ネットワークを参照することによって，Plate 2の設計がBell (b 1) とPipe (p 1-b 1) に影響を及ぼすことを把握できる(Fig. 9)。また，配管設計者Bも制約ネットワークを参照することによってRoom 2がどのように設計されてきたが理解できる。このように船殻設計者Aと配管設計者Bが交渉を行なうための情報が提供される。

7.1.4 製品情報の確定・未確定の判別

Fig. 7において配管設計者BによってPlate 2が設計される際に生成される制約関係情報が仮決定であるため，Room 2の設計より後に設計される製品情報は未確定と判別される。この判別は「確定」の製品情報を表現するノードが灰色で表示され，「未確定」の製品情報を表示するノードは白く表示されることによって設計者が容易に理解できる。

次に(Step 4)の結果，船殻設計者AがPlate 2の設計をそのまま変更せず，制約関係情報の記述のみを［船殻設計者A・決定］に変更したとする。今まで仮決定であった設計行為が決定とされたため，今まで未確定だった製品情報が確定となり，ノードが灰色で表示される(Fig. 10)。その変化によって未確定だった情報が確定に変わったことを，配管設計者Bも知ることができる。

7.1.5 変更への対応

(Step 4)の結果，船殻設計者Aが配管設計者Bによって仮に設計されたPlate 2を変更したとする(Fig. 11)。その結果，Plate 2の設計の際に生成される制約関係情報の記述が［配管設計者B・仮決定］から［船殻設計者A・決定］に書き換えられる。変更された箇所に影響を受けて調整が必要となったBell (b 1) とPipe (p 1-b 1) はリンクが点線

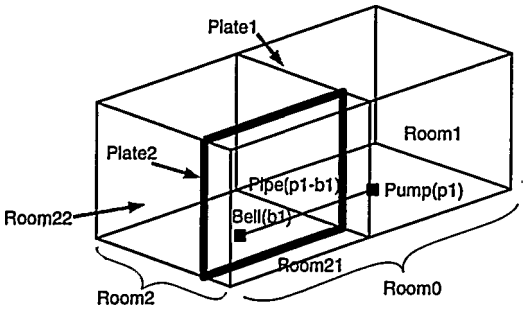


Fig. 11 Example of Structure (2)

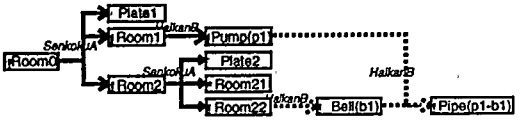


Fig. 12 Constraint Network for Fig. 11

で表示される(Fig. 12)。なお，調整が不必要な情報はリンクが実線で表示されている。

また，調整が必要となった Bell (b 1) と Pipe (p 1-b 1) に関して，配管設計者 B が Bell (b 1) と Pipe (p 1-b 1) を設計した際の制約関係情報に記述されている設計機能を用いることによって，それらの製品情報を整合性を保つように調整を行なうことができる。

7.1.6 干渉及び開孔の可能性の判別

システムにおいて干渉及び開孔の可能性の判別が次のようになされる。

例えば Fig. 7 の制約ネットワークにおいて，Pipe (p 1-b 1) に着目して干渉の可能性の判別を行なった場合，Pipe (p 1-b 1) によって接続される配管機器 Pump (p 1) と Bell (b 1) は制約ネットワークの上流をさかのぼると共通して区画(Room 0)に行き着く。このことは Pump(p 1) と Bell (b 1)が Room 0 内に存在することを示している。したがって，Pipe (p 1-b 1) は Room 0 の内部に配置されていると見なすことができる。一方，Plate 1 と Plate 2 も制約ネットワークの上流にさかのぼることによって Room 0 内に存在すると見なされる。以上より，Pipe(p 1-b 1)は Plate 1 と Plate 2 と同じ区画内に存在するため干渉の可能性があることが判別される。

また，Pipe (p 1-b 1) に着目して開孔の可能性の判別を行なった場合，Pipe (p 1-b 1) が接続する Pump (p 1) と Bell (b 1) はそれぞれ Room 1 と Room 2 に存在すると見なされる。ところが Room 1 と Room 2 は Plate 1 によって仕切られているため，Pipe(p 1-b 1) と Plate 1 は確実に開孔関係にあることが判別できる。

また，いったん干渉チェックや開孔処理を行なった場合でも，処理を行なった部材が変更された場合は，再び干渉チェックや開孔処理が必要であることを判別することができる。本システムにおいては，設計者が干渉及び開孔の可能性の判別と幾何的な干渉チェック機能や開孔処理機能を併用することによって，矛盾なく干渉や開孔の処理を行なうことができる。

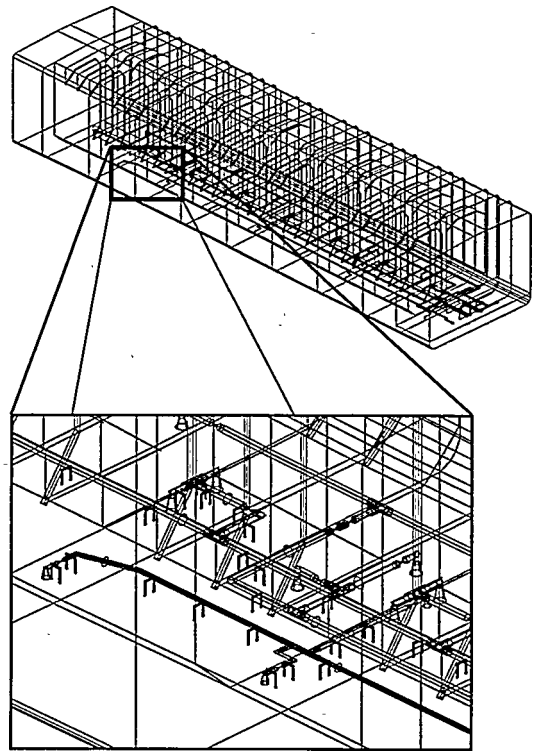


Fig. 13 Example of Structure (3)

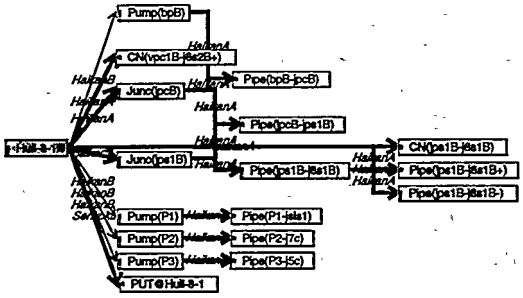


Fig. 14 Constraint Network for Reference (2)

7.2 本システムによる殻艤一体の設計例

本システムを利用して，複数の配管系統が通っているダブルハルの構造を設計した例が Fig. 13 である。この設計例において，ポンプルーム (システム内での名称が Hull-8-1 の部屋) が影響を与える情報を検索し，表示した例が Fig. 14 である。

8. 結　　論

(1) 計算機によるCE支援を考慮した場合,「製品モデルの利用」だけでなく，同時並行的な設計における「製品情報間の整合性維持」「同時並行的な製品情報の利用や生成」のための情報管理の手法を検討することが重要であることを示した。

(2) CE支援の情報管理のためには，製品情報間の制約関係と設計機能を明確にして製品情報の利用や生成を行なうことが有効であることを示した。

(3) 製品情報間の制約関係及び「決定・仮決定」「日時」「設計者」「設計機能」の情報を持つ「制約関係情報」を定義し，さらに，制約関係情報により生成できる「全体的な製品情報の関係」を「制約ネットワーク」として定義した。

(4) 「制約関係情報」「制約ネットワーク」を利用して「製品情報間の整合性維持」「同時並行的な製品情報の利用や生成」のための仕組みを構築し，CE支援のために製品情報間の制約関係を利用することが有効であることを示した。

9. 今後の課題

9.1 広範囲な対象を考慮したCE支援

本研究は船体構造の定義のみに対象を絞って行なわれたが，解析や生産計画をも対象としたCE支援も検討することが重要であると考えられる。

9.2 実用を考慮した情報管理手法の検討

実用を考慮した場合,製品モデルの情報量は膨大になる。したがって，データベースを利用し，多数の設計者がデータベースにアクセスして製品モデルの利用や生成を行なっていくことを考慮することが重要である。その際にどのような情報の取り出しや格納を行なうかなど情報管理を効率的に行なうことを検討することが重要であると考えられる。

謝　辞

本研究を行なうにあたり，東京大学大学院工学系研究科船舶海洋工学専攻の野本敏治教授に数多くの貴重な助言をいただきました。ここに感謝の意を表します。

また，本研究において数多くの議論をいただいた同専攻生産システム工学研究室博士コースの濱田邦裕氏，武市祥司氏に感謝の意を表します。

なお，本研究は科学研究費補助金（特別研究員奨励費）の援助を受けていることを付記し，深謝致します。

参 考 文 献

1) CHANAN S, SYAN AND UNNY MENON: CONCURRENT ENGINEERING, CHAPMAN & HALL, (1994)
2) 野本・青山・田畑：造船CIMのための設計・生産情報獲得支援システムの構築，日本造船学会論文集166号，(1989)，pp. 425-433
3) 岸波建史：製品モデルとコンカレントエンジニアリング，日経メカニカル，11-11，(1991)，pp. 131-186
4) 長瀬　裕：造船CIMSのためのモデル情報の整合性維持に関する研究，日本造船学会論文集170号，(1991)，pp. 857-866
5) 佐田登志夫：コンカレントエンジニアリングについて，電気学会誌，113巻，3月号，(1993)，pp. 178-182
6) 日本造船学会システム技術委員会第4部会：すうちせいぎょ，第59号，(1995)
7) 野本・青山・濱田・中西：殻艤一体の設計・生産を目的とした配管モデルの研究，日本造船学会論文集174号，(1993)，pp. 661-671
8) 谷岡雄一：IDEF—生産調達用プロセス及びデータのモデル化記述言語—，日本機械学会［No. 95-74］講習会教材，(1995)，pp. 1-7
9) 野本・濱田・青山：関係情報の記述による船体設計法に関する基礎的研究，日本造船学会論文集177号，(1995)，pp. 313-326

G96-01-3851
2-9

舶用制御システムのゲイン自動調整に関する研究

正員 中谷俊彦* 正員 大津皓平**
正員 岡崎忠胤*** 森吉直樹****

A Study on Automatic Tuning of Ship's PID Regulators

by Toshihiko Nakatani, *Member* Kohei Ohtsu, *Member*
Tadatsugi Okazaki, *Member,* Naoki Moriyoshi

Summary

The classical PID control law is still used for many marine control systems. Gain tuning in the controller is, however, a formidable task for mariners. This paper provides a simple and a safe automatic P, I, D gains tuning method using relay control, for typical marine controllers with PID control law.

In this method, a limit cycle with small amplitude is occurred, at the beginning, through a proper actuator such as a rudder, a thruster and so on, and then the amplitude and the period of the limit cycle are observed. Since the two quantities obtained under such limit cycle equivalently corresponds to those by the ultimate method (Ziegler Nichols scheme), these are utilizable as the parameters for obtaining the optimal gains recommended by Ziegler Nichols.

The on-board computer control system using the above method are applied to typical three types of ship's controller; (1) autopilot system, (2) yaw control system through bow thruster and (3) diesel engine governor system, and the results of the full scale experiments using a small training ship are discussed.

1. 緒　　言

船舶に搭載されている操舵システム，主機関制御装置等には，種々の制御理論が適用されているが，依然としてその多くはPID制御則が基本である。高精度，高速演算が可能となった現在，現代制御理論型，AI型等もさかんに研究されている。しかし，他の産業界のプロセス制御システムの80％以上はPID制御則が適用されているという報告もある[1]等，依然としてP(比例：Proportional)，I(積分：Integral)，D(微分：Derivative)制御則が主流となっている。ところでこのPID制御則を実装する場合，プロセスの特性に合わせてPIDの各ゲインをチューニングする必要があり，これについて種々の方法が提案されている[2]。その中でも限界感度法[3]は広く用いられてきた。しかし，この方法を稼働中の舶用制御システムに対して実施するためには熟練したオペレータの経験に依存するところが多く，また比例ゲインをシステムが発振するまで上げる必要があり必ずしも安全な方法とは言えない。また調整に要する時間も短いとはいえず，現場において最適なゲインを求めることは容易ではない。特に海上において外乱変化や荷役状況の変化に適応して航海中に再調整しようとしても困難である。

このような状況を改善するためには，システムに大きな影響を与えることなく状況に適応して人間の指令により自動的に最適ゲインを調整できる方法が必要である。その方法として種々提案されているがその中でもリレー制御によるリミットサイクルから最適なPIDゲインを求めるÅström等の手法[4),5)]は簡単であるが，安全で有効な方法の一つである。本論文ではオートパイロット系，スラスタによる方位制御系，主機ガバナ系の各制御系にこの方法を適用し，実船実験を実施し，その有用性を確かめた。以下では，

* 富山商船高等専門学校商船学科
** 東京商船大学海洋工学講座
*** 名古屋工業大学大学院
**** 東京商船大学大学院

原稿受理　平成8年1月9日
春季講演会において講演　平成8年5月15,16日

この結果についてその方法と実船実験について報告する。

2. 理論的背景

2.1 限界感度法

PID制御則は，偏差 ψ に対する制御則 δ を

$$\delta=K_p\left(\psi+\frac{1}{T_i}\int\psi dt+T_d\frac{d\psi}{dt}\right) \tag{1}$$

とする制御である。ここで，K_p, T_i, T_d は，それぞれ，比例ゲイン，積分時間，微分時間と呼ばれるPID制御ゲインである。各ゲインを決定するための経験則として，ジーグラ・ニコルスの限界感度法[3]がしばしば用いられる。限界感度法は，制御則を比例制御のみとして比例ゲインを徐々に大きくし，ステップ応答等が一定振幅の持続振動になる安定限界の状態（リミットサイクルの状態）から各ゲインを決定する方法である。安定限界における限界ゲインを K_c(限界感度)，持続振動周期を T_c(限界周期)とした場合，限界感度法では，各制御則における制御ゲインは，Table 1のように決定される[3),4)]。

2.2 リミットサイクルと記述関数

リミットサイクルは，非線形フィードバック制御系において観測される特定の振幅と周期をもつ振動現象であり，限界ゲイン，限界周期の推定に有効である[2)]。

いま，Fig. 1のような非線形要素 $N(X)$ をもつシステムに振幅 X の正弦波入力

$$x(t)=X\sin\omega t \tag{2}$$

を加える。このとき，出力信号 $y(t)$ は，次のようなフーリエ級数で近似することができる。

$$y(t)=1/2a_0+a_1\cos\omega t+a_2\cos 2\omega t+\cdots$$
$$+b_1\sin\omega t+b_2\sin 2\omega t+\cdots \tag{3}$$

ここで各フーリエ係数 a_i, b_j は，

$$a_i=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}y(t)\cos i\omega t\,d\omega t\quad(i=0,1,2,\cdots) \tag{4}$$

$$b_j=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}y(t)\sin j\omega t\,d\omega t\quad(j=1,2,3,\cdots) \tag{5}$$

から決められる。出力信号は，ほぼ基本波で構成されているとみなし，平均値 $a_0=0$ とすると[6)]，

$$y(t)=a_1\cos\omega t+b_1\sin\omega t \tag{6}$$

となり，極表示では，

$$y(t)=Y_1\sin(\omega t+\theta_1) \tag{7}$$

$$\begin{cases}Y_1=\sqrt{a_1^2+b_1^2}\\ \theta_1=\tan^{-1}\dfrac{a_1}{b_1}\end{cases}$$

Table 1 Recommended PID parameters by the Ziegler-Nichols rule

制御則	比例ｹﾞｲﾝ(Kp)	積分時間(Ti)	微分時間(Td)
PID	0.6 Kc	0.5 Tc	0.125 Tc
PI	0.45 Kc	0.83 Tc	
P	0.5 Kc		

となる。ここで入出力比

$$N(X,\omega)=\frac{Y_1}{X}e^{j\theta_1} \tag{8}$$

を非線形要素の記述関数と称する[2)]。

いま，非線形要素がFig. 1のようなリレー要素の場合，入力に $X\sin\omega t$ を加えれば，出力には同じ周期の矩形波が現れるから

$$y(t)=\begin{cases}+M & (0\leq\omega t<\pi)\\ -M & (\pi\leq\omega t<2\pi)\end{cases} \tag{9}$$

である。このとき，出力のフーリエ係数 a_1 および b_1 は

$$a_1=0 \tag{10}$$

$$b_1=\frac{4M}{\pi} \tag{11}$$

であるので，(6)，(10)，(11)より出力 $y(t)$ の基本波は

$$y(t)=\frac{4M}{\pi}\sin\omega t \tag{12}$$

となる。入力は $x(t)=X\sin\omega t$ であるので，記述関数は

$$N(X)=\frac{4M}{\pi X} \tag{13}$$

と求められる。この場合，周波数 ω には依存しない。

2.3 リレー制御によるゲイン決定

Fig. 1のような非線形リレー制御系において周波数 ω，振幅 X のリミットサイクル

$$x(t)=X\sin\omega t \tag{14}$$

が存在すれば，Fig. 1のループを一巡すると，

$$N(X)G(j\omega)Xe^{j\omega t}=-Xe^{j\omega t} \tag{15}$$

が成り立つ[6)]。すなわち，

$$1+N(X)G(j\omega)=0 \tag{16}$$

がリミットサイクル存在の必要条件である[6)]。(16)を書き直せば

$$G(j\omega)=-\frac{1}{N(X)} \tag{17}$$

が得られる。ナイキスト線図上に $G(j\omega)$ のベクトル軌跡と，$-1/N(X)$ の軌跡をプロットすれば，Fig. 2のように位相が−180度のところで交点をもち，この点でリミットサ

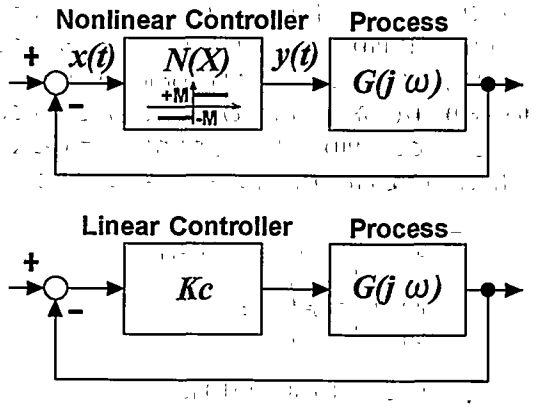


Fig. 1 Feedback control system

イクルが存在していることがわかる。また，両軌跡の交点から ω と X を決定することができる[2),6)]。

一方，限界感度法では，Fig. 1 に示すような比例制御からなる線形制御系に対して制御対象の位相が−180 度になるときの周波数 ω とゲインがわかればよいとしている[2)]。ナイキストの定理[6)] より安定限界の条件は

$$1+K_cG(j\omega)=0 \tag{18}$$

であり[2),6)]，リミットサイクルの(16)式と限界感度法の(18)式を比べれば

$$K_c=N(X) \tag{19}$$

と対応しており，そのときの周波数 ω は等しい。したがって，リレー制御によって発生したリミットサイクルの振幅を測定し，この場合の記述関数(13)式を計算することは，限界ゲイン K_c を求めることと等価である。また，リミットサイクルの周波数 ω_c を測定すれば，持続振動周期 $T_c(=2\pi/\omega_c)$ が求められる。

これらのことから，システムに対して安全な振幅でリレー制御を実施し Fig. 3 に示すようなリミットサイクルを励起させ，そのときの周期 T_c と振幅 X を計算機によって測定すれば，試行錯誤を伴う従来の限界感度法を実施せずに，安全な状態で限界感度，限界周期を求め，これらの結果を使って Table 1 から最適な PID 制御ゲインを決定できる。

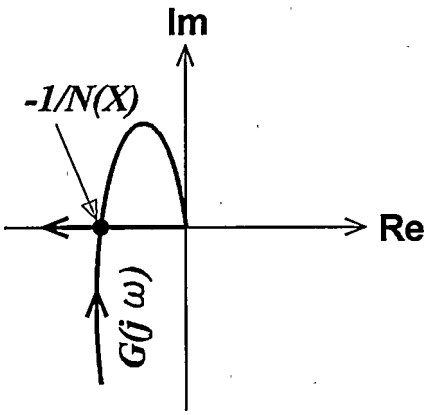


Fig. 2　Critical point for a pure relay on Nyquist Diagram

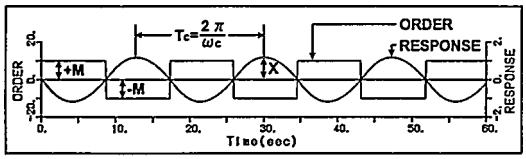


Fig. 3　The limit cycle by the relay control

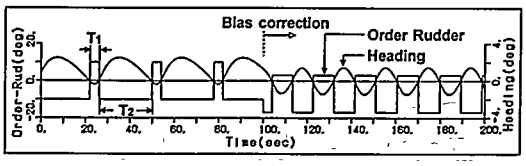


Fig. 4　The results of simulation with bias correction

2.4　バイアス修正

ところで，このようなリレー制御を実際の船用制御システムに適用した場合，一定外乱等のため，安定したリミットサイクルが発生しない場合が考えられる。Fig. 4 の左半分は，オートパイロット系において，一定外乱のもとで，舵角 0 度を中心に振幅 10 度のリレー制御を実施した場合のシミュレーション結果を示したもので，方位偏差 0 度を中心としたリミットサイクルになっていないことがわかる。このような場合，リレー中心をシフトし，適当なオフセット δ_0 を加えた舵角によりリレー制御を実施する必要がある。ここではオフセット舵角 δ_0 として

$$\delta_0=\frac{T_1-T_2}{T_1+T_2}\delta \tag{20}$$

T_1：リレー舵角をプラスにしていた時間

T_2：リレー舵角をマイナスにしていた時間

δ：リレー舵角の振幅値

を採用する[5)]。これを使ってリレー舵角 δ を計算機内で

$$\delta^*=\delta+\delta_0 \tag{21}$$

と修正する。Fig. 4 の右半分は，修正後のリレー舵角によりシミュレーションした結果を示したもので，安定したリミットサイクルが得られていることがわかる。

3.　実験システム

以上の手続きをプログラム化し実装すれば，プッシュボタンを使って，任意の時刻にユーザーによってゲイン調整が自動的に行えるシステムが構成できる。以下ではこのようなゲインチューニング手法が実行できるシステムをプロセスコンピュータ上に実装し，そのシステムの有効性を確認するために，実際の船用制御システムに適用して実船実験を行うこととする。供試船は東京商船大学練習船汐路丸である。本船の船体，主機関等の各主要目については参考文献を参照されたい[7)]。今回適用する船用制御システムは，オートパイロット系，スラスタによる方位制御系，主機ガバナ系の 3 つである。各制御系における，制御対象，操作対象，アクチュエータの一覧を Table 2 に示す。

また詳しい姿勢制御系システムについては参考文献[8),9),10)] を参照されたい。さらにガバナ制御系については石塚[7),11)]中谷[12)] に詳しいシステムの説明があるので省略す

Table 2　Full scale experiment system

制御系	制御対象	操作対象	アクチュエータ
オートパイロット系	船首方位	舵角	舵取機
スラスタによる方位制御系	船首方位	バウスラスタCPP翼角	バウスラスタCPP翼角操作部
主機ガバナ系	主機回転数	燃料ポンプラックラック棒	ガバナアクチュエータ

る。

4. 実船実験

ここでは，3つ舶用制御システムに対して，リレー制御によるゲインチューニング法を適用した結果を示す。

4.1 オートパイロット系

船舶用のオートパイロットは，多くの自動制御理論の試金石として利用されてきた長い歴史をもつ舶用制御システムであり[13]，ここでもまずリレー制御によるゲインチューニング手法をオートパイロット系に適用することにした。

4.1.1 ゲインチューニングおよび方位制御

リレー制御およびPID制御実験中の，船首方位，実舵角の時系列および実験時の気象，海象をFig. 5に示し，各時間の実験内容をTable 3に示す。

実験中，2回にわたってリレー制御によるゲインチューニングを実施した。船首方位時系列から，安定したリミットサイクルが発生していることがわかる。このリミットサイクルから計算したPID各ゲイン例をTable 4に示す。

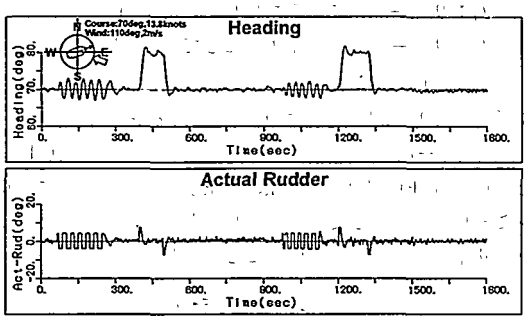


Fig. 5 Time histories in the experiment through relay autopilot

Table 3 Time table of the full scale experiment through relay autopilot

時間(sec)	実験内容
65～ 249	リレー制御およびゲイン計算
249～ 396	設定方位70度で保針制御
396	設定方位80度に右変針発令
396～ 491	設定方位80度で保針制御
491	設定方位70度に左変針発令
491～ 975	設定方位70度で保針制御
975～1125	リレー制御およびゲイン計算
1125～1201	設定方位70度で保針制御
1201	設定方位80度に右変針発令
1201～1320	設定方位80度で保針制御
1320	設定方位70度に左変針発令
1320～1500	設定方位70度で保針制御
1500～1800	汐路丸搭載のオートパイロットにより設定方位70度で保針制御

リレー制御によって発生させたリミットサイクルから計算したゲインを使ったPID制御により，変針実験，保針実験を実施した。各時系列から，良好に方位制御が機能していることがわかる。

4.1.2 オートパイロットの評価

次に，開発したオートパイロットの変針および保針特性を評価することとする。まず，変針特性であるが，1201秒に実施した設定方位70度から80度への右変針発令からのデータについて解析を行う。今回の実験では，舵角リミッターを7度に設定したため，変針発令後8秒間は，リミッター制限されていることがわかる。変針時のオーバーシュート量は1.6度であり，新しい設定方位80度に安定して整定していることがわかる。

続いて，保針制御についての評価を行う。設定方位70度でPID保針制御中のデータと同じ設定方位における汐路丸搭載のオートパイロット（以後，本船オートパイロットと称する）による保針制御中のデータとを比較検討する。

保針操舵性能を定量的に評価するためには，航行時間や燃料消費を評価対象とすることが考えられるが，燃料流量等のデータを同時収録していないため，ここでは航行時間を評価する下記のような評価関数にとることにした[6]。

$$J=\int_0^T\left(\frac{1}{2}\psi^2+2\delta^2\right)dt \tag{22}$$

T：評価時間　ψ：針路偏差　δ：操舵角

評価関数Jの計算結果をTable 5に示す。2つの評価関数を比較すれば，リレー制御から決定したゲインを使ったPID制御は，本船オートパイロットの約80％となっており，今回実施したPID制御のほうが速力損失の少ないオートパイロットであることがわかる。

4.2 スラスタによる方位制御系

オートパイロット系において，リレー制御によるゲインチューニングが良好に作動し，通常の航海速力における実船の方位制御に有効であることがわかった。

ところで，バウスラスタやスターンスラスタ等のサイドスラスタが装備された船舶の操船者は，舵の効力が失われ

Table 4 Recommended PID parameters for the autopilot

比例ｹﾞｲﾝ(Kp)	積分時間(Ti)	微分時間(Td)
1.631	14.583	3.646

Table 5 The results of performance

	速力損失評価関数値
PIDオートパイロット	3.622×10^{-2}
本船オートパイロット	4.459×10^{-2}

る低速域においては，船の挙動を確認しながらスラスタ操作量を指令することにより方位制御する場合が多い。そこで，低速域および後進時においても方位制御の自動化を実現するため，バウスラスタによる方位制御系にリレー制御によるゲインチューニング手法を適用し，実船実験を実施した。

4.2.1　ゲインチューニングおよび方位制御

時間の短縮，安全性などの理由から，バウスラスタ翼角は小さい方が望ましい。ここでは，翼角を14度に設定したリレー制御を行った。リレー制御およびPID制御実験中の，船首方位，バウスラスタCPP実翼角の時系列および実験時の気象，海象をFig. 6に示し，各時間の実験内容をTable 6に示す。

まず，データ収録開始直後から138秒までの間，リレー制御を実施したが，船首方位時系列から明らかなように，安定したリミットサイクルが発生していることがわかる。このリミットサイクルから計算したPID各ゲイン例をTable 7に示す。

スラスタアクチュエータに対するCPU指令翼角は，安全を考慮して，プラス（右変針），マイナス（左変針）共に18度でリミッター制限し，実験を実施した。そのため，設定方位を80度から110度および110度から80度にステップ状に変化させた直後から30〜60秒間は，CPU指令翼角はリミッター制限値に飽和している。

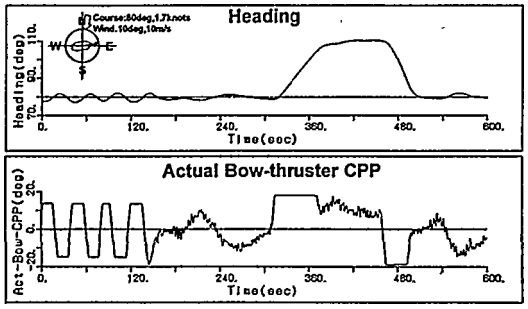


Fig. 6　Time histories in the experiment through relay bow-thruster

Table 6　Time table of the full scale experiment through relay bow-thruster

時間(sec)	実験内容
0〜 138	リレー制御およびゲイン計算
138〜 310	設定方位80度で保針制御
310	設定方位110度に右変針発令
310〜 458	設定方位110度で保針制御
458	設定方位080度に左変針発令
458〜 600	設定方位110度で保針制御

Table 7　Recommended PID parameters for the bow-thruster

比例ｹﾞｲﾝ(Kp)	積分時間(Ti)	微分時間(Td)
5.144	*19.917*	*4.979*

2回の変針実験を比較すれば，左右の変針角は共に30度で同じであるにもかかわらず，リミッター制限されている時間が，110度への右変針の場合が61秒，80度への左変針の場合が34秒と左変針のほうが短くなっている。これは，Fig. 6に示したような気象・海象の場合，本船は船首が風上に切り上がる傾向があるため，左変針のほうが風に助けられることになり，右変針よりも速く変針を終了したものと考えられる。実験中同時収録した旋回角速度データを解析した結果，スラスタ翼角プラス18度のときの旋回角速度は約0.5度/秒，マイナス18度のときは約1.0度/秒と左変針時のほうが大きく，この気象状況では，左変針しやすいことを裏付けている。

変針時のオーバシュート量は，110度への右変針時は0.5度，80度への左変針時は1度と左右どちらもオーバーシュートはほとんど発生していない。この原因は，低速域におけるスラスタによる変針の場合，回頭惰力の減衰が大きく，スラスタ操作量をゼロにすれば回頭はすばやく収まるからである。

以上，リレー制御におけるゲインチューニング手法が，オートパイロット系のみならず，低速域におけるスラスタによる方位制御系にも有効であることを実船実験により確認した。

4.3　主機ガバナ系

舶用制御システムの典型例としては，これらの船体運動制御系の他に，舶用機関回転数制御系がある。汐路丸の主機関定格回転数は700 rpmであり，まず減速ギアにより300 rpmに減速され，次にクラッチを接続することによりプロペラ軸が駆動される。本船は可変ピッチプロペラ船であるため，航海中の速力調整は，プロペラ翼角のみを変更するだけで，主機回転数は一定である。したがって，燃料ポンプラックを適切に作動させることにより，主機回転数を常に700 rpmに制御することが重要となる。石塚等は，同じ汐路丸舶用機関システムに対し，自己回帰モデルによる最適制御を試みている[11),14)]。

著者等の経験によると，従来の限界感度法によるゲイン調整法を汐路丸の主機に適用する場合，安定限界の判定そのものが非常に困難かつ危険である。そこで，主機の特性に合わせて半自動的にゲインを求めるために，リレー制御によるゲインチューニング手法を適用することにした。

4.3.1　無負荷状態における主機回転数制御

予備実験として，まず錨泊中にクラッチを切った状態，つまり，プロペラ軸が回転していない状態で制御実験を実施することにした。このような主機関にとってほとんど負

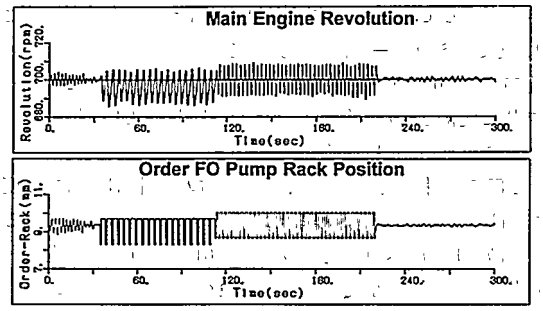


Fig. 7 Time histories in the experiment through relay governor without load

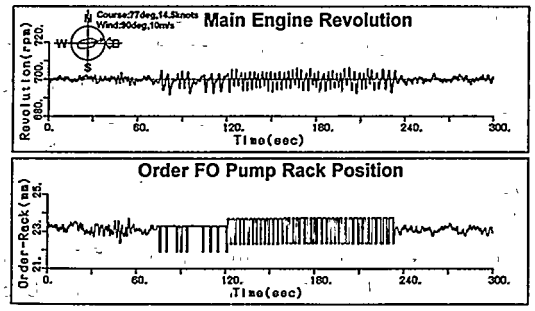


Fig. 8 Time histories in the experiment through relay governor with load

Table 8 Time table of the full sclae experiment through relay governor without load

時間(sec)	実験内容
0～ 35	ラフなゲインによる回転数制御
35～ 112	リレー制御
112	バイアス修正
112～ 220	リレー制御およびゲイン計算
220～ 300	新しいゲインによる回転数制御

Table 9 Time table of the full sclae experiment through relay governor with load

時間(sec)	実験内容
0～ 72	ラフなゲインによる回転数制御
72～ 122	リレー制御
122	バイアス修正
122～ 158	リレー制御
158	バイアス再修正
158～ 233	リレー制御およびゲイン計算
233～ 300	新しいゲインによる回転数制御

荷のかかっていない状態で，まず本船ガバナから適当なゲイン[7]（以後，ラフなゲインと称する）によるPI制御に切り替え，その後，リレー制御によるゲインチューニングを実施した。リレー制御およびPID制御中の主機回転数，燃料ポンプラック位置指令の時系列をFig. 7に示す。また，各時間の実験内容をTable 8に示す。

112秒に実施したバイアス修正アルゴリズムが良好に作動し，その結果，主機回転数が700 rpmを中心に変動するように改善され，安定したリミットサイクルが発生していることが，Fig. 7からわかる。また，このリミットサイクルから計算した新しいゲインによる制御成績は，安定していることがわかる。

4.3.2 負荷状態における主機回転数制御

錨泊中，クラッチを切った無負荷状態でリレー制御が良好に作動したので，次に，航海中主機に負荷のかかった状態で実施することにした。制御実験中の各時系列および実験時の気象，海象をFig. 8に示し，各時間の実験内容をTable 9に示す。

Fig. 8では無負荷の場合に比べて，実際の航海中であり負荷変動もあるためリレー制御が乱されている。しかし，バイアス修正，リレー制御から決定したゲインによる制御等，チューニング動作が良好に作動していることがわかる。負荷状態におけるリミットサイクルから計算したPID各ゲイン例をTable 10に示す。

4.3.3 主機ガバナの評価

航海中，主機に負荷のかかった状態においても，リレー制御が良好に作動することを確認した。次に航海中，リミットサイクルから計算したゲインによるPI, PID制御実験を実施した。また比較検討のため本船ガバナ制御中のデータも収録した。得られた時系列データを使って各制御性能を定量的に評価するために，主機回転数，燃料ポンプラック位置を分散値で比較したものをTable 11に示す。主機回転数分散値では，PID制御によるものが最も小さく，燃料ポンプラック位置分散値では，PI, PID制御がほぼ同じ値となっている。分散値による評価では，リレー制御によるゲインを使ったPID制御ガバナのほうが，本船ガバナより優れた性能をもっているといえる。

Table 10 Recommended PID parameters for the governor

比例ｹﾞｲﾝ(Kp)	積分時間(Ti)	微分時間(Td)
0.227	2.560	0.640

Table 11 Comparison of variances

制御系	主機回転数(rpm^2)	燃料ﾎﾟﾝﾌﾟﾗｯｸ位置(mm^2)
本船ｶﾞﾊﾞﾅ	1.962	0.200
PI制御ｶﾞﾊﾞﾅ	2.370	0.061
PID制御ｶﾞﾊﾞﾅ	1.531	0.088

以上，リレー制御によるゲインチューニング手法が，舵

やスラスタを使って方位を制御する船体運動制御系だけでなく，主機回転数制御にも有効であることが明らかとなった。

5. 結　　言

本論文では，従来の限界感度法よりも安全で簡便な，リレー制御によるリミットサイクルを使ったPIDゲインチューニング手法の有効性について述べた。また，本手法を実際の舶用制御システムに適用し，実船実験を実施した。その結果，

(1) 舵による船首方位制御系に適用した結果，10度変針実験では，オーバーシュート量1.6度で新しい設定方位に整定した。また，保針操舵性能については，航行時間を評価関数として計算した結果，本船オートパイロットの約80％の速力損失で保針制御することができた。

(2) バウスラスタによる船首方位制御系に適用した結果，舵の効力が失われる低速域において，保針，変針制御を実現することができた。

(3) 主機ガバナ系に適用し，主機関回転数制御を実施した結果，無負荷時，負荷時共に，主機に過大な負荷をかけることなく安全な状態で制御ゲインを求めることができた。また，制御性能を分散値で評価した結果，主機回転数については，本船ガバナの約80％，燃料ポンプラック位置については約40％の分散値で主機回転数を制御することができた。

等の結果が得られた。

また，今後検討すべき課題として，特に気象，海象等に起因する制御対象プロセスの特性変化に応じて，自動的にリレー制御を実施するチューニング実施判断機能を追加すること[4]，があげられる。

本研究を実施するにあたって，汐路丸船長磯崎道利助教授以下乗組員の方々に大変御世話になりました。堀田敏行機関長，田中始一等機関士，東京商船大学原誠技官には，実船実験に協力した頂きました。深く御礼申し上げます。また，三井造船昭島研究所織田博行博士，石川島播磨重工業技術本部田崎哲夫氏，元日本郵船石塚正則氏，富山商船高等専門学校遠藤真助教授には，貴重なアドバイスを頂きました。さらに，論文作成に当たり，織田美千子さん，東京商船大学院生石橋健氏に御世話になりました。これらの方々に深く感謝致します。

参 考 文 献

1) 広井和男：制御システム技術の理論と応用，第1版，電気書院，1992，pp. 1-18
2) 須田信英：PID制御，第3版，朝倉書店，1994，pp. 107-108/pp. 162-172
3) J. G. Ziegler and N. B. Nichols: Optimum Settings for Automatic Controllers, *Transactions of the ASME*, Vol. 64, (November, 1942), pp. 759-768
4) K. J. Åström and T. Hägglund: Automatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on Phase and Amplitude Margins, *Automatica*, Vol. 20, No. 5, (September, 1984), pp. 645-651
5) C. C. Hang, K. J. Åström: Practical Aspects of PID Auto-tuners Based on Relay Feedback, *Report TFRT-7370, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology*, 1987
6) 広田実：船舶制御システム工学，増補第2版，成山堂書店，1985，pp. 150-158/pp. 178-189/pp. 237-239
7) 石塚正則，大津皓平，堀田敏行，堀篭教夫：主機関の統計的同定と最適制御に関する研究（第1報），日本造船学会論文集，第170号，(1991年12月)，pp. 211-220
8) 中谷俊彦：多次元自己回帰モデルによる船体運動と主機関の解析と制御，東京商船大学修士論文，1987
9) 田崎哲夫，竹之内英和：電子計算機による汐路丸の船体運動解析(1)，東京商船大学卒業論文，1988
10) 岡崎忠胤：オートパイロットゲインの自動調整に関する研究，東京商船大学卒業論文，1992
11) 石塚正則，大津皓平，堀田敏行，堀篭教夫：主機関の統計的同定と最適制御に関する研究（第2報），日本造船学会論文集，第171号，(1992年6月)，pp. 241-249
12) 中谷俊彦：PIDゲインの自動調整，富山商船高等専門学校研究集録，第27号，(1994年7月)，pp. 23-30
13) N. Minorsky: Directional Stability of Automatically Steered Bodies, *Journal of ASNE*, Vol. 42, No. 2, (1922), pp. 280-309
14) 中谷俊彦，大津皓平，堀篭教夫：主機関の統計的解析と制御，日本航海学会論文集，第79号，(1988年9月)，pp. 157-167

G96-01-3852

2-10

暑熱環境下の海洋作業における熱的限界と温熱対策に関する研究

——（その1）熱収支モデルと温熱指数——

正員 村 山 雅 己* 正員 福 地 信 義**
中 橋 美智子***

Study of Thermal Threshold and Counter-Measures for Human Body in Oceanic Working Environment
(1st Report) Heat Balance Model and Heat Storage Index

by Masaki Murayama, *Member* Nobuyoshi Fukuchi, *Member*
Michiko Nakahashi

Summary

The marine structure using under hot environment should be designed with careful thought of defending the workers against heat stress. An adequate heat stress index of human body is necessary for classifying the severity of working environment and taking some counter-measures.

In order to grasp the relation between the thermal state of human body and the thermal environmental factors such as operative temperature, metabolic heat and clothes, the experiment is carried out during the excise by ergo-meter in the constant temperature and humidity room and under the sunshine environment. Being based on the results of experiment, the heat balance model of human body is established with a view of calculating the quantity of heat storage as a heat stress index.

Further, the storage of body heat defined in this report is clarified to be useful for various thermal conditions.

1. はじめに

暑熱環境下の海洋作業では，人体に蓄積する熱のために作業能力が低下したり，さらに昂じると熱中症を患うこともあり得る。特に日射がある場合には，熱的に激しい状態に陥る。このため，海洋構造物などの設計時には，そこで行われる作業に対する人体の熱収解析を行い，熱的な作業限界を超えることが予測される場合には，予め何らかの温熱対策を講じる必要がある。

本報では，暑熱環境下の作業時において，代謝量，環境温湿度，衣服抵抗などの熱的要因が体温に与える影響を把握するために，恒温室および日射環境下において，運動量，環境温度，被服などを変えながら皮膚温，直腸温および衣服内湿度の計測を行った。さらにこの実験結果により変温する外殻層と熱恒常性のある中核部に分けた熱収支モデルを作成し，皮膚温を求める式を導いた。これにより人体の蓄熱量の計算式を定めて温熱指数とした。また，熱的要因と蓄熱量の関係を調べ，熱的に作業限界について考察した。

2. 暑熱環境下における作業時の体温計測

暑熱環境下において作業を行う人の熱的状態は環境温度，湿度，気流速を始め，海面および周囲構造物の温度に依存する熱輻射，それに太陽輻射に依存する。この環境における作業者は，仕事をすることによる人体内部から代謝産熱を，呼吸による放熱と皮膚表面から衣服を通した放熱を行い，人体基幹部の熱的恒常性を保っている。

熱恒常性を保つといっても全身が一様な温度になっているわけではなく，部位によって多少差異がある。人体を全く熱平衡が保たれている高温の中核部と，それよりも低温の末梢組織からなる外殻層で取り囲んだ2重構造と考えた場合，外殻層の表面温度は皮膚温で代表され，中核部の温

* 船舶艤装品研究所
** 九州大学工学部
*** 東京学芸大学生活科学

原稿受理 平成8年1月10日
春季講演会において講演 平成8年5月15，16日

度は外部から容易に測定できる場所として直腸内が一般的であり，肛門から8cm以上の深さとされている。なお，一般的に皮膚温は33°C前後であり，直腸温は37.5°C前後である。

仮に中核温は常に恒常性が保たれており，殆ど変化しないものとすれば，人体内部の産熱は呼吸による放熱以外は血流等による熱移動により皮膚表面から放熱をしている。皮膚は熱的境界であると共に，皮膚血管，汗腺などの体温調節反射の末梢効果器の活動を介して熱放散調節にあずかり，さらに皮膚温度受容器の活動によって体温調節反応の動因となる皮膚温度感覚情報の発生する場でもある。このことから，作業時における皮膚温および直腸温を測定することにより，人体の熱的状態を把握し，後述する人体の熱収支モデルによる人体の熱的限界を定めるための資料とする。

2.1　実験方法

実験は軽運動と重運動の2種類の作業を設定し，運動(作業）時の皮膚温，直腸温および衣服内湿度を測定する。作業負荷は次の2種類とした。

i）　作業サイクルA：環境温度を一定とし1サイクルを安静［20分］→軽運動［10分］→休み（安静）［5分］→重運動［10分］として，一人で着用衣服を変えながら3サイクル又は4サイクルを連続して行う。

運動はエルゴメータを使用し，軽運動時の代謝エネルギーを約110［W/m²］，重運動を約270［W/m²］程度とした。

ii）　作業サイクルB：1サイクルを

安静［10分］→軽運動［30分］→安静［30分］→軽運動［30分］→安静［30分］→軽運動［30分］

←――環境気温20°C――→ ←――環境気温25°C――→ ←――環境気温30°C――→

とし，軽運動が終了すると同時に環境温度を変化させて1サイクルのみを行う。この場合の代謝エネルギーは約129［W/m²］または約165［W/m²］とした。

（1）　被験者の諸元

被験者は海上における労働であることを考慮し，青年男子5名とした。被験者の諸元をTable 2.1に示す。体表面積A_bは，次式によって算出した[1]。

$$A_b = W_b^{0.425} \times H_t^{0.725} \times 0.007246 \quad [\mathrm{m}^2] \qquad (2.1)$$

ここで，W_bは体重［kg］，H_tは身長［cm］である。

被験者の服装はすべての実験で統一し，下半身は綿のパンツに綿の作業ズボン，上半身は被服面積率を変化させ，綿長袖シャツ，綿ランニング，毛長袖シャツ，ヌードの4種類とした。実験に使用した着用衣服と，体表面積に対する衣服の被服面積率をTable 2.2に示す。

（2）　人体の温度測定位置

実験における皮膚温の測定個所は，平均皮膚温の算出のために一般的に認められた5箇所（後頸部，上腹部，前腕部，大腿部，下腿部）およびこれに補助として，（上腕部，前頸部，背中，肩，背）の5点を追加した。人体基幹部の温度測定点として直腸温を測定するほか上腹部と背中の2点に湿度センサーを使用して衣服内湿度を測定した。

Table 2.1　Specification of the subject

subject	age	sex	height (cm)	weight (kg)	body surface area (m²)
A	20	male	173	58	1.71
B	19	male	178	62	1.79
C	21	male	172	76	1.91
D	22	male	178	66	1.84
E	31	male	180	80	2.01

Table 2.2　Subject wear and rate of cloth surface area

	wear	rate of cloth surface area (include the lower half clothes)
the upper half of the body	1. Stripped to the waist (without clothes)	55.0%
	2. running shirt(cotton)	66.8%
	3. long sleeve shirt (wool, cotton)	85.8%
the lower half of the body	short pants and working trousers (cotton)	

平均皮膚温θ_{sk}は，次式によって計算する[2]。

$$\theta_{sk} = (9.8c1 + 32.8c2 + 19.6c3 + 17.2c4 + 20.6c5)/100 \quad [°\mathrm{C}] \qquad (2.2)$$

ここで，$c1$：後頸部皮膚温，$c2$：上腹部皮膚温，$c3$：前腕部皮膚温，$c4$：大腿部皮膚温，$c5$：下腿部皮膚温である。なお，本実験における皮膚温の測定は心臓側の左を基準とし，左前腕部，左大腿部，左下腿部とした。

2.2　恒温室内における室内実験

暑熱環境下における基礎的なデータを得るために，恒温室を使用して環境温度を精密にコントロールした実験を行なった。

（1）　環境温度が一定の場合の実験

環境温度を30°Cと一定に保ち，作業負荷をサイクルAとして実験を行った。Table 2.3に被験者3名による実験の結果から，各運動時前後の皮膚温度の差および各運動の代謝量を示す。また，代表例としてFig. 2.1に被験者Cの実験結果を示す。

毛の長袖シャツの場合を除き，軽運動時での皮膚温上昇はほとんど認められなかった。しかし重運動においては必ず皮膚温上昇があり，暑熱下における運動が一定の条件を

Table 2.3　Difference of temperature between start and end of exercise, and metabolic heat production

	long sleeve shirt (cotton)		running shirt (cotton)		long sleeve shirt (cotton)		stripped to the waist (without clothes)	
subject	light exercise (10 min)	heavy exercise (10 min)	light exercise (10 min)	heavy exercise (10 min)	light exercise (10 min)	heavy exercise (10 min)	light exercise (10 min)	heavy exercise (10 min)
A	0°C 112 W/m²	+0.01°C 278 W/m²	+0.94°C 106 W/m²	+0.49°C 283 W/m²	+0.29°C 108 W/m²	+0.89°C 280 W/m²	+0.10°C 109 W/m²	+0.30°C 279 W/m²
B	-0.09°C 108 W/m²	+0.20°C 274 W/m²	+0.01°C 108 W/m²	+0.22°C 276 W/m²	+0.14°C 108 W/m²	+0.37°C 276 W/m²	-0.17°C 108 W/m²	+0.27°C 276 W/m²
C	-0.23°C 104 W/m²	+0.35°C 262 W/m²	-0.47°C 105 W/m²	+0.57°C 262 W/m²	+0.61°C 106 W/m²	+0.33°C 263 W/m²	-0.49°C 105 W/m²	+0.39°C 262 W/m²

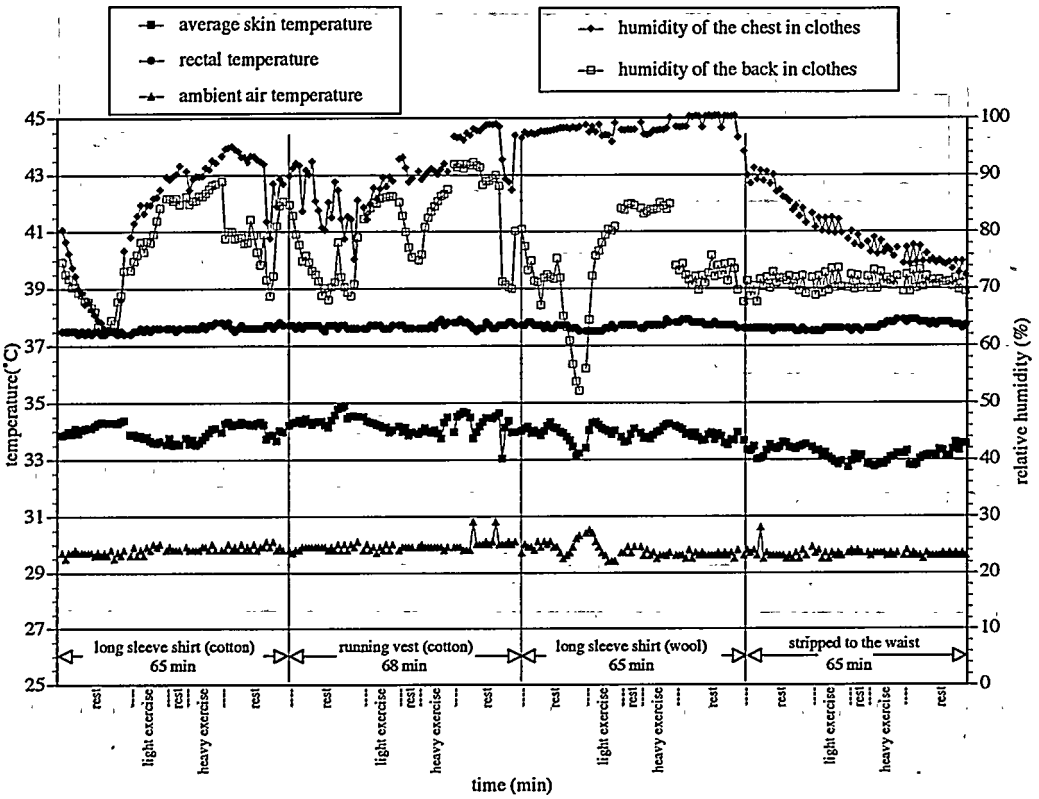


Fig. 2. 1 Average skin temperature and rectal temperature in constant temperature and humidity room (subject C)

超えれば皮膚温上昇に影響を及ぼすことを示している。また，直腸温に関しては温度上昇が僅かに認められるものの顕在化しておらずほぼ一定の値である。また，着用衣服の相違に関する比較としては，綿の長袖シャツ，綿のランニングなどでは大きな相違は認められなかった。しかしながら，毛の長袖シャツの場合は相違が現われ，発汗が多くなり，被験者の感覚表現としても熱的不快感を表明した。毛の長袖シャツにおける実験結果のみは，軽運動においてもすべての被験者の皮膚温が上昇しており，被服熱抵抗の過剰から運動によって皮膚温が上昇し，それを補償するために発汗が大きく促されている。綿と毛の長袖シャツの比較において，発汗しない状態では，感覚的に大きな差はないことから，素材の熱抵抗というよりは透湿抵抗の差，そして皮膚と肌着の接触面における水分処理の差であると考えられる。これらは，綿素材は発汗などで濡れると皮膚によく密着し，熱伝導がよくなることから肌着に含まれる水分が効率よく暖められ気化熱放熱が活発になること，毛素材は濡れても肌に密着せず且つ吸湿性はあるものの，吸水性は小さいことから発汗による水分が綿素材のように皮膚付近に保持されず効果的に暖められないで無駄に流れ去ってしまうことによる。

実験最後のプロセスでの上半身裸での実験では，衣服がないことから僅かな気流速でも発汗による気化熱損失が効率よく行われ，被験者は快適感を表明しており，皮膚温はかえって低下の傾向を示した。

（2） 環境温度が変化する場合の実験

環境温度が変化する場合における作業時の皮膚温度変化を考察するために，作業サイクルBにより環境温度を20°C, 25°C, 30°Cと変化させて実験をおこなった。Fig. 2. 2, Fig. 2. 3 に被験者Dと被験者Eの実験結果を示す。また，Table 2. 4 に実験結果から得られた運動前後の皮膚温度の差と代謝量および衣服内湿度から判定した発汗の有無を示す。

環境温度は運動終了の直後に設定を変更し，被験者が休息状態において温度上昇をさせている。環境温度による皮膚温上昇の傾向は，運動後の代謝の遅れを考慮したとしても明らかであり，環境温度の皮膚温への影響度の大きさを示している。Fig. 2. 2 の被験者Dの運動は，129 W/m² 程度と比較的軽い運動であったことから，環境気温 25°Cの時まで衣服内湿度は 40 %前後と低く，気温 30°Cの運動時になって始めて衣服内湿度が上昇し発汗が発生している。この実験結果から，同じ運動をしても気温が低ければ発汗せず，高い場合には発汗することがわかる。そして，発汗は少なくとも皮膚温が約 34°Cになると発生することがわかる。ま

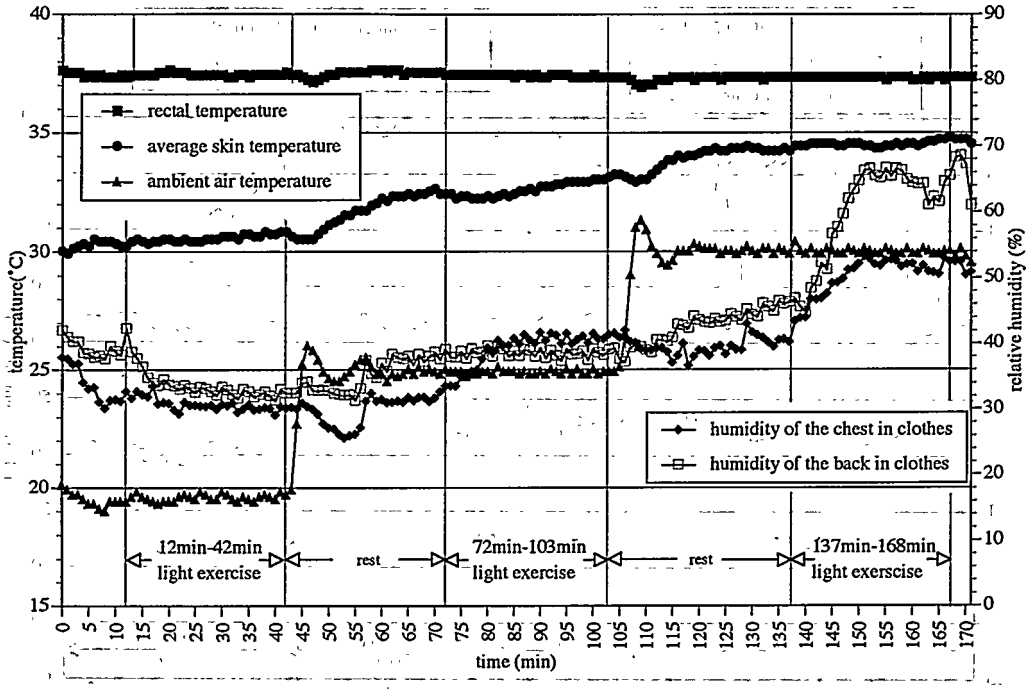


Fig. 2. 2 Average skin temperature and rectal temperature in constant temperature and humidity room (subject D)
-in the case of changing the ambient air temperature-

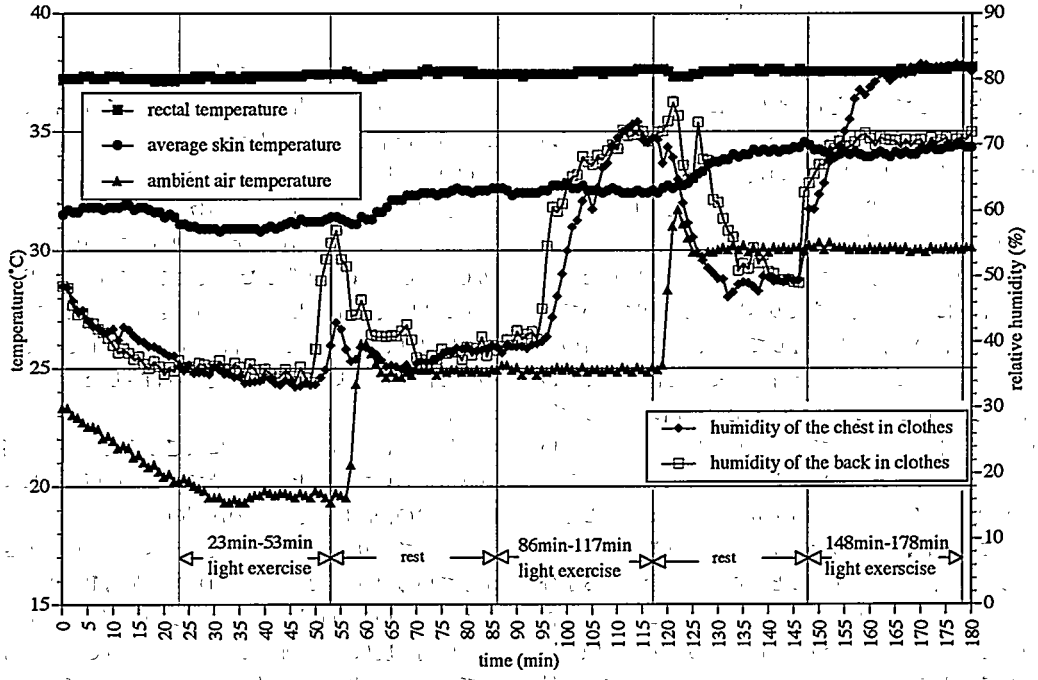


Fig. 2. 3 Average skin temperature and rectal temperature in constant temperature and humidity room (subject E)
-in the case of changing the ambient air temperature-

Table 2.4　Difference of temperature between start and end of exercise, and metabolic heat production -in the case of changing the ambient air temperature-

subject	exercise:20°C (30 min)	rest:25°C (30 min)	exercise:25°C (30 min)	rest:30°C (30 min)	exercise:30°C (30 min)
D	+0.45°C 129 W/m² dry	+1.62°C 60 W/m² dry	+0.93°C 129 W/m² dry	+0.97°C 60 W/m² dry	+0.3°C 129 W/m² sweating
E	+0.46°C 165 W/m² dry	+1.39°C 60 W/m² dry	-0.04°C 165 W/m² sweating	+1.72°C 60 W/m² dry	-0.22°C 165 W/m² sweating

た，気温がある程度以上であると，運動開始後数秒で発汗が起こることが報告されており[3] これを裏付ける結果である。

Fig. 2.3 の被験者 E の運動は被験者 D に比べて 165 W/m² と約 3 割程度大きな代謝量として実験を行った結果，どの気温においても運動中に発汗が起こり，皮膚温上昇すると発汗が起こり皮膚温上昇が抑えられている傾向が示されている。発汗は皮膚温と密接な関係があることが知られているが，恒温環境下で安静にしているときの発汗と運動による発汗に違いがあるかどうかについては未だ明確な結論が出ていない。被験者 E の実験において環境気温 20°C と 25°C では，計測による皮膚温は 34°C に至らずに発汗が起こっており，運動時には非温熱性の因子が発汗を促進させていると考えられる。

2.3　日射環境下における屋外実験

暑熱環境下においてもっとも影響のあると考えられる日射環境下における実験を屋外において行った。実験は東京学芸大学（国分寺市）生活科学棟屋上の一角に，気流速の影響をできるだけ減少させるために幅 3.6 m×奥行 2.7 m×高さ 1.8 m の寸法で囲いを作り，床には人工芝を敷いて実験を行った。日射の測定はエプリー型全天日射計を使用した。

作業サイクルは A を基本とし，測定 1 サイクルを，
日陰安静［20 分］→日向安静［10 分］→軽運動［10 分］
→休み（安静）［5 分］→重運動［10 分］
と安静を日陰と日向に分け，上半身の着用衣服は綿の長袖シャツ又は上半身裸体で実験を行った。

Table 2.5 に被験者 4 名の実験結果から得られた運動前後の皮膚温度の差と代謝量および衣服内湿度から判定した発汗の有無を示す。また，Fig. 2.4, Fig. 2.5 に被験者 A と被験者 E の実験結果を示す。

Fig. 2.4, 被験者 A の実験時は晴天に恵まれ，若干の雲はあるもののほぼ日射環境下において実験を行った。実験は午前 10 時半に開始し，午後 1 時半に終了するように設定した。

日射による皮膚温の上昇を検討するために，5 点測定による加重平均皮膚温の他に，上腕部，前頸部，背中，肩，背の 5 点を追加し，10 点の相加平均による皮膚温も測定し

Table 2.5　Difference of temperature between start and end of exercise, and metabolic heat production-in the case of sunshine environment-

	long sleeve shirt(cotton)		stripped to the waist	
subject	light exercise (10 min)	heavy exercise (10 min)	light exercise (10 min)	heavy exercise (10 min)
A	+0.3°C 110 W/m² a few sweating	+0.2°C 284 W/m² sweating	-0.2°C 110 W/m² —	-0.2°C 285 W/m² —
B	0°C 108 W/m² dry	-1.7°C 276 W/m² sweating	-1.2°C 108 W/m² —	-0.7°C 273 W/m² —
C	-0.1°C 105 W/m² sweating	+0.6°C 262 W/m² sweating	+1.0°C 105 W/m² —	-1.3°C 262 W/m² —
E	-0.9°C 102 W/m² sweating	+0.3°C 251 W/m² sweating	-1.7°C 102 W/m² —	-0.8°C 251 W/m² —

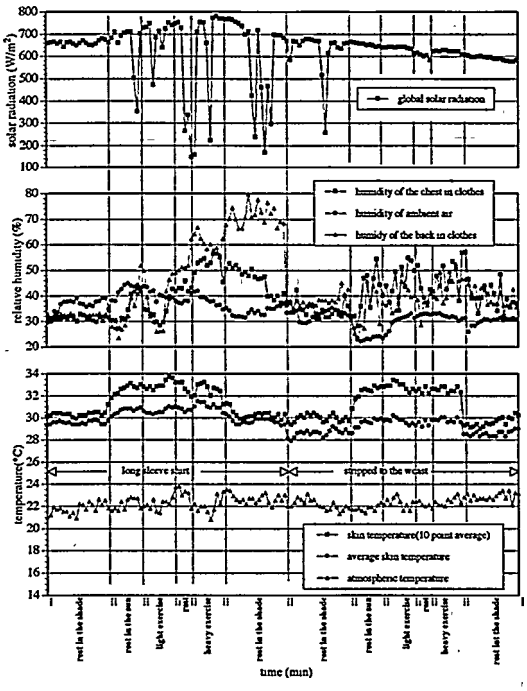


Fig. 2.4　Variation of skin temperature (subject A) -sunshine environment-

た。日射に直接暴露されている皮膚の部分では 40°C 程度まで上昇が見られ，発汗すると急激に下がるという状態である。Fig. 2.4 の被験者 A での実験では重運動の時に急激に発汗し，その結果 10 点相加平均皮膚温°C では 2.5°C，5 点加重平均皮膚温でも 1°C 程度まで下がる状態が見られた。環境気温は 22°C 前後と比較的低温であり，上半身裸体時の実験では皮膚温の温度上昇はほとんどなく低下傾向にあり，被験者全員とも涼感を感じ，快適感を表明していることから，発汗が皮膚温低下に効率よく働いていることがわかる。

Fig. 2.5 の被験者 E の実験では，開始時には日射があり

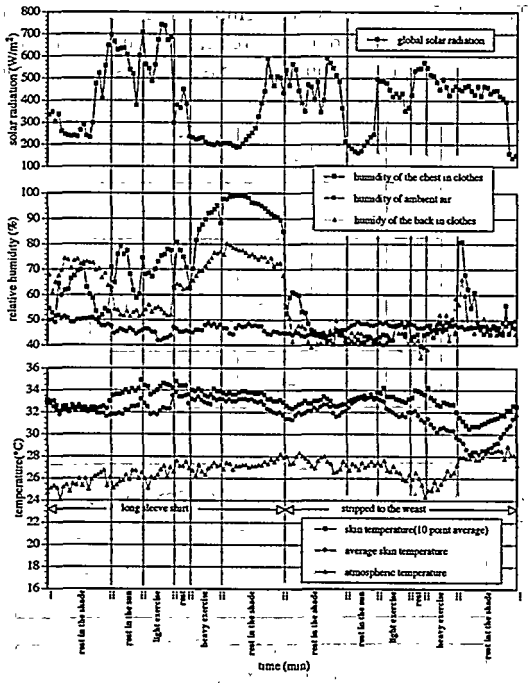


Fig. 2.5 Change of skin temperature (subject E) -sunshine environment-

長袖シャツによる軽運動までは順調であったが，重運動に入って発汗が起こると同時に日射が雲によって遮られ若干変則的な実験となった。上半身裸体での実験では発汗はほとんどかったが，同じく重運動の最後頃に発汗が起こり，その結果休息時に皮膚温の大きな低下が見られた。

3. 太 陽 輻 射

海上暴露環境下において作業をしている人体が受ける太陽輻射（日射）は，熱的に大きな要因である。しかしながら，熱帯から寒冷地域までの全世界的な海上における汎用の熱的指標を作成するには，どの地域での日射熱量も把握できなければならないことから，その地域の緯度，作業時刻などから推定する人体の受ける太陽輻射（日射量）の定式化を行う。

3.1 太陽位置

任意の海域，任意の時刻における天球上の太陽の位置は，太陽方位角ψと太陽高度Hによって決めることができる。太陽方位角は観測地点と太陽を結ぶ直線の地平線への投影線と正南方向のなす角度である。正南方向は南中時の太陽方位角であり $\psi=0$ となり，午前の東方向はマイナス，午後の西方向はプラスの符号をつける。太陽高度 H は，太陽と地平線のなす角度である。日の出，日没が太陽高度 $H=0$ であり，南中時の太陽高度を南中高度という。

太陽高度 H と太陽方位角 ψ は，三角法の公式により次式で与えれられる。

$$\sin H=\sin\phi\sin\delta+\cos\phi\cos\delta\cos\Omega \tag{3.1}$$

$$\left.\begin{aligned}\sin\psi&=(\cos\delta\sin\Omega)/\cos H\\ \cos\psi&=(\sin H\sin\phi-\sin\delta)/\cos H\cos\phi\end{aligned}\right\} \tag{3.2}$$

ここで，ϕ は観測地点の緯度，δ は観測時刻での太陽視赤緯，Ω は南中時を0°，1時間を15°とした時角である。

太陽方位角は $\sin\psi$ と $\cos\psi$ の符号でどの方位に位置するか判断し，$\sin\psi>0, \cos\psi<0$ のとき太陽位置は西から北の位置にあり

$$\psi=\tan^{-1}(\sin\psi/\cos\psi)+180° \tag{3.3}$$

$\sin\psi<0, \cos\psi<0$ のとき太陽位置は北から東の位置にあり

$$\psi=\tan^{-1}(\sin\psi/\cos\psi)-180° \tag{3.4}$$

となる。その他の場合の太陽位置は南側に位置しており，

$$\psi=\tan^{-1}(\sin\psi/\cos\psi) \tag{3.5}$$

で表すことになる。

太陽視赤緯は理科年表等を用いて得ることもできるが，次式で近似されている。

$$\left.\begin{aligned}\sin\delta&=0.397949\,\Theta\\ \Theta&=360\times(n-81)/365\end{aligned}\right\} \tag{3.6}$$

ここで，n は元旦を1とした通日である。

3.2 日射熱量

太陽輻射（日射）は，大気圏外日射量 J_0 が大気を通過して散乱し，法線面直達日射量 J_{dn} と散乱日射量 J_{sh} に分けられる。観測地点における上半球から水平面に照射される日射は全天日射量であり，法線面直達日射量に $\sin H$ を乗じた値と散乱日射量の和となる。

大気圏外日射量 J_0 は，地球ー太陽間の平均距離Lにある場合の大気圏外日射量（太陽常数）J_{sr} を使用したDuffieの近似式[4]がある。

$$J_0=J_{sr}[1.0+0.033\cos(2\pi n/365)][\mathrm{kW/m^2}] \tag{3.7}$$

ここで，J_{sr} は，今までに何回か数値が修正されているが，現在では 1.37×10^3 [W/m²] が使用されている。

法線面直達日射量 J_{dn} は一般的にBouguerの式が使用されており次式で表される。

$$J_{dn}=J_0\cdot\kappa^{1/\sin H}\ [\mathrm{kW/m^2}] \tag{3.8}$$

ここで，κ は大気透過率であり，法線面直達日射量 J_{dn} と大気圏外日射量 J_0 の比 J_{dn}/J_0 であって大気の透明度を代表している。しかしながら，Bouguerの式は大気の曲率を考慮していないため，太陽高度Hが低い朝夕においては見かけ上大きな値になる。

散乱日射量 J_{sh} は観測に基づき天空を等輝度拡散面と仮定して導いた式が知られており，次式で表される[5]。

$$J_{sh}=(1/2)J_0\cdot\sin H[(1-\kappa^{1/\sin H})/(1-1.4\log_e\kappa)]\ [\mathrm{kW/m^2}] \tag{3.9}$$

大気透過率 κ については後述する。

全天日射量 J_t は，水平面に入射する上半球の日射量であり，傾斜面には，この他にも構造物，海面等から反射する反射日射量 J_{rx} が入射する。傾斜面の取り扱いは非常に困

難ではあるが，次式の概算式で傾斜角 χ の傾斜面に入射する反射日射量 $J_{r\chi}$ を計算している。

$$J_{r\chi}=[1-(1+\cos\chi)/2]\rho_G(J_{dh}+J_{sh}) \quad [\mathrm{kW/m^2}] \tag{3.10}$$

ここで，ρ_G は海面の反射率，$J_{dh}=J_{dn}\cdot\sin H$ は水平面直達日射量で，$(J_{dh}+J_{sh})$ は全天日射量である。

3.3 海上における大気透過率 κ の推定

大気透過率 κ は地域によっても季節によっても変化し，一日の時刻，太陽高度 H によっても変化する。大気透過率の日変化は次式で表されている[6]。

$$\kappa=1.0-(1.0-\kappa_0)\sin^{1/3}H \tag{3.11}$$

ここで，κ_0 は地面に垂直に入射する場合の大気透過率である。

一般に使用できる大気透過率は，資料がない。そのため，1975年6月から1978年10月まで九州喜入からペルシャ湾までを往復するオイルタンカー日石丸の船上で測定した全天日射量を使用し，推定を試みた。Fig. 3. 1 は赤道直下の緯度0度から緯度10度までの海上において，船上で測定された全天日射量を晴天，雨天に関わらずプロットしたものと，緯度を5度，大気透過率 $\kappa_0=0.5$, $\kappa_0=0.6$ そして $\kappa_0=0.7$ として (3.7) 式～(3.8) 式および (3.11) 式を使用して計算した全天日射量をプロットしたものである。

計算値から，緯度5度の地点では全天日射量は1年間に4月と9月頃の2回ピークがあることがわかるが，測定値の最大値もこのカーブに従っていることがわかる。Fig. 3. 1 から，大気透過率 κ_0 は，およそ0.6を最大値として使用することができると考えられる。

3.4 人体の受ける日射熱量の算定

人体に照射される日射量 J_{man} を，体表面積 A_b の水平面と垂直面および法線面日射量 J_{dn} と散乱日射量 J_{sh} にから推定すると次のようになる。日本人男子の平均的な身長170 cm と体重60 kg から (2.1) 式を使用して体表面を計算すると約1.72 m² となる。そして，人体を真上から見た投影面積を肩幅0.45 m×奥行き0.15 m=0.0675 m² とし，これを水平面，残りを垂直面とすれば，人体の垂直平面は0.96 A_b，水平面は0.04 A_b となる。さらに，人体の水平断面を円と仮定すると，日射が人体半面に照射されても表面積に対して照射率は $\cos\chi$ で与えられ，約62％になることから，体表面積 A_b の人体へ照射される日射熱量 J_{am} は次式で与えることができる。

$$J_{am}=(0.96A_b/2\times0.62)\cos H\cdot J_{dn}+0.04A_b\cdot\sin H\cdot J_{dn}+J_{sh}\cdot A_b \quad [\mathrm{kW}] \tag{3.12}$$

(3.12) 式を整理し，人体へ照射される単位体表面積当たりの日射熱量 J_{man} で表すと次式になる。

$$J_{man}=(0.3\cos H+0.04\sin H)J_{dn}+J_{sh} \quad [\mathrm{kW/m^2}] \tag{3.13}$$

Fig. 3. 2 に日射環境下における屋外実験での全天日射量を使用し (3.13) 式を用いて計算した単位表面積当たりの人体への照射量を示す。

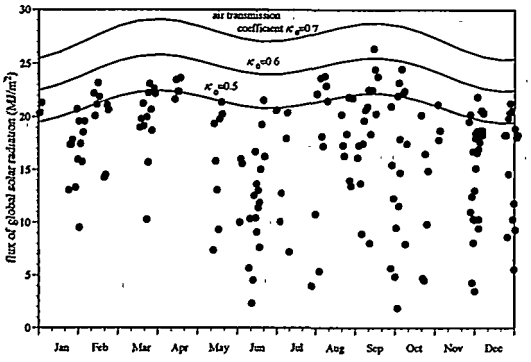
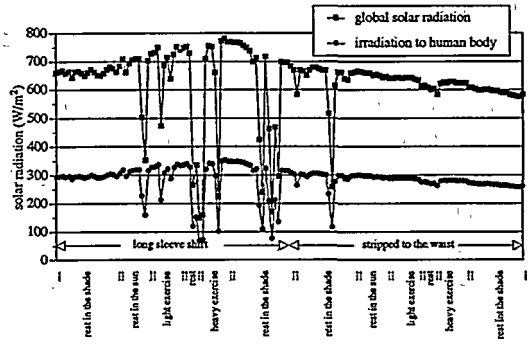
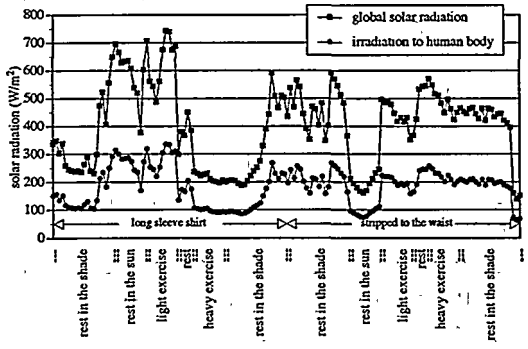


Fig. 3. 1 Global solar radiation on the oil tanker (Nisseki maru) in latitude 0°～10° area at June 1975 to October 1978, and calculated global solar radiation used air transmission coefficient $\kappa_0=0.7$, $\kappa_0=0.6$, $\kappa_0=0.5$



(a) Subject A (21 September 1995)



(b) Subject E (29 September 1995)

Fig. 3. 2 Irradiation to human body and the global solar radiation

4. 人体熱収支モデル

4.1 暑熱環境下の人体の熱的状態

暑熱環境下の海洋作業における人体の熱的作業限界と温熱対策を策定するために，人体の熱収支を表す数学モデルを構築し，これにより熱的状態を把握する。

（1） 熱収支の構成要因

人体は代謝による発熱と外部への放熱の差により体温が変化する。ただ，人体の中核部は体温調節機構により恒常性を保つため，熱平衡差は皮膚表面から20 mm程度(温暖環境）までの外殻層の温度変化，特に皮膚温の変化として現われる。なお，外殻層は全体の約2/5を占める

以下に熱収支の要因を掲げる[7)8)9)]。

a） 発熱要因

作業の負荷によって決まる代謝量 M と仕事 W のエネルギー差は，

$$M-W=M(1-\varepsilon) \quad [\mathrm{W/m^2}] \tag{4.1}$$

となる。ここに ε は作業効率 (W/M) である。

M の算定には，作業負荷が変化した際には酸素摂取量が即応できずに酸素量不足や過多の状態となることにより，代謝量に時間遅れを生じること[10)11)]を考慮しなければならない。

b） 中核部からの直接放熱要因

呼吸による蒸発潜熱 E_{res} と対流熱伝達 C_{res} があり，これらの量は代謝量 M に比例し，次式で求められる。

$$E_{res}=1.7\times10^{-5}M(5865-P_{da}) \quad [W/\mathrm{m^2}] \tag{4.2}$$

$$C_{res}=0.0014M(34.0-\theta_a) \quad [\mathrm{W/m^2}] \tag{4.3}$$

ここに，θ_a は環境気温［°C］であり，P_{da} は露点温度における飽和水蒸気圧［Pa］である。

c） 皮膚表面からの放熱要因

顕熱としては皮膚から衣服を通しての対流熱伝達 C と放射熱伝達 R があり，次式で表す。

$$R+C=h\cdot F_{cl}(\theta_{sh}-\theta_0) \quad [\mathrm{W/m^2}] \tag{4.4}$$

ここに，h は総合熱伝達率［W/m²·k］，F_{cl} は衣服の伝熱効率であり，さらに θ_{sk} は皮膚表面温度[°C]，θ_0 は作用温度［°C］である。

また，潜熱としては，皮膚表面からの蒸発熱 E_{sk} があり，発汗と不感蒸泄が関係し，衣服の透湿抵抗に支配される。

$$E_{sk}=\beta(0.06+0.94W_{rsw})h_e \cdot F_{pcl}(P_{sk}-P_{da}) \quad [\mathrm{W/m^2}] \tag{4.5}$$

ここに，h_e は蒸発に伴う熱伝達率[W/m²·Pa]，F_{pcl} は衣服の透湿抵抗，W_{rsw} は発汗による体の濡れ面積率である。また，P_{sk}, P_{da} は各々皮膚温および露点温度での飽和水蒸気圧［Pa］であり，さらに β は潜熱の修正係数である。

従って，(4.1) 式より (4.2) 式～(4.5) 式を差し引いたものが人体の熱平衡差となり，これが体温変化のための熱量となる。

なお，(4.1) 式～(4.5) 式に現われる各種係数の値については文献[9)]に詳述しているので，ここでは省略する。

（2） 暑熱環境下の特殊要因

暑熱環境下の海洋作業では日射熱量は人体の熱的状態に大きく影響する。熱収支の計算では (4.4) 式に含まれる作用温度 θ_0 に (3.13) 式による人体に照射される日射熱量 J_{man} の温度換算分 $\Delta\theta_{sr}$ を加算する必要がある[12)]。

$$\Delta\theta_{sr}=\eta\cdot J_{man}/(h_r+h_c) \tag{4.6}$$

ここに，η は衣服の吸収率，h_r は太陽の輻射熱伝達率(4.65 W/m²·k）である。また，h_c は対流熱伝達率であり，気流［m/s］に向かって速度 v_{fw}［m/s］で動く場合は次式で与えられる。

$$h_c=8.612v_{fw}^{0.53}+1.98v_a^{0.86} \quad [\mathrm{W/m^2\cdot k}] \tag{4.7}$$

4.2 人体熱収支の数学モデル

熱平衡差で生じる人体外殻層の温度変化を表現する数学モデルをつくり，これにより暑熱環境下に人体を累積する熱量を計算する熱積算式を導く。

（1） モデル化のための仮定

海洋作業を対象とするため，長時間の連続した作業は少なく，作業種の異なる比較的短時間の連続した作業が組合わされることを考慮して，次の仮定を行う。

a） 仕事量は階段状に変化し，各作業ステージ内では一定とみなす。作業ステージ間において一定とみなせない場合は分割する。なお，作業効率は各作業ステージとも一定 $(\varepsilon=0.18)$ とする[9)]。

b） 環境要因（気温，湿度，気圧等）の変化は，体温の変化に比べ緩やかなので，各作業ステージ内では一定とみなす。

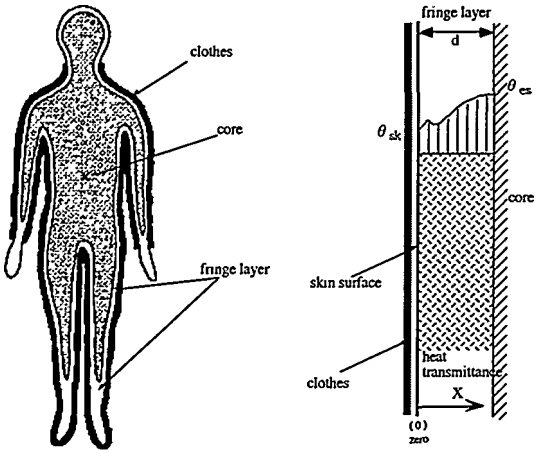
c） 衣服の抵抗（熱的状態）は着衣してからしばらく経過しているものとし，定常値をとるものとする。この事と，衣服の熱容量は人体に比べ小さいことから，衣服の熱容量は無視する。

人体の深部体温の恒常性により中核温度は一定とし，皮膚を主体とする外殻層の温度のみを変化するものとする[10)]。このことは2.2および2.3で述べた計測結果において，中核温の代表である直腸温が37.3～37.4°Cに保たれていることから妥当な仮定である。ただし，熱的極限状態が続き，体温調節能力の限界を超える場合には中核温度は変化し，作業限界に至ることになる[10)]。

（2） 熱収支モデル

人体の熱的状態をFig. 4.1(a)のように模式化して，外環境－衣服－外殻層－中核部間の熱移動を考える。特に外殻層は2 cm程度と薄く，薄板状であるため，Fig. 4.1(b)に示すような1次元的な伝熱機構と見なす。

皮膚（表面）温度を θ_{sk} および中核温度を θ_{es} とすると，皮膚表面から中核部までの温度分布はFig. 4.2(a)に示すような放物線となり，真皮中の細動脈網の部分に温度の高まりがある[10)]。この温度分布は，皮膚表面からの放熱・受熱があると，まず皮膚温度が $\Delta\theta_s$ 変化し，これが熱伝導によ



(a) thermal partition　(b) model of the heat conduction mechanism

Fig. 4.1 The heat conduction mechanism of the human body

り中核部に向かってしだいに伝わっていく。

1次元的な熱伝導方程式は，座標を x，時間を t とすると，次式で表される。

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=k\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} \tag{4.8}$$

ここに，k は換算温度拡散率［m²/s］であり，血流も含めた熱運搬機能を換算したものである。中核部では温度変化はないものとすると，(4.8) 式の解は次のように与えられる。

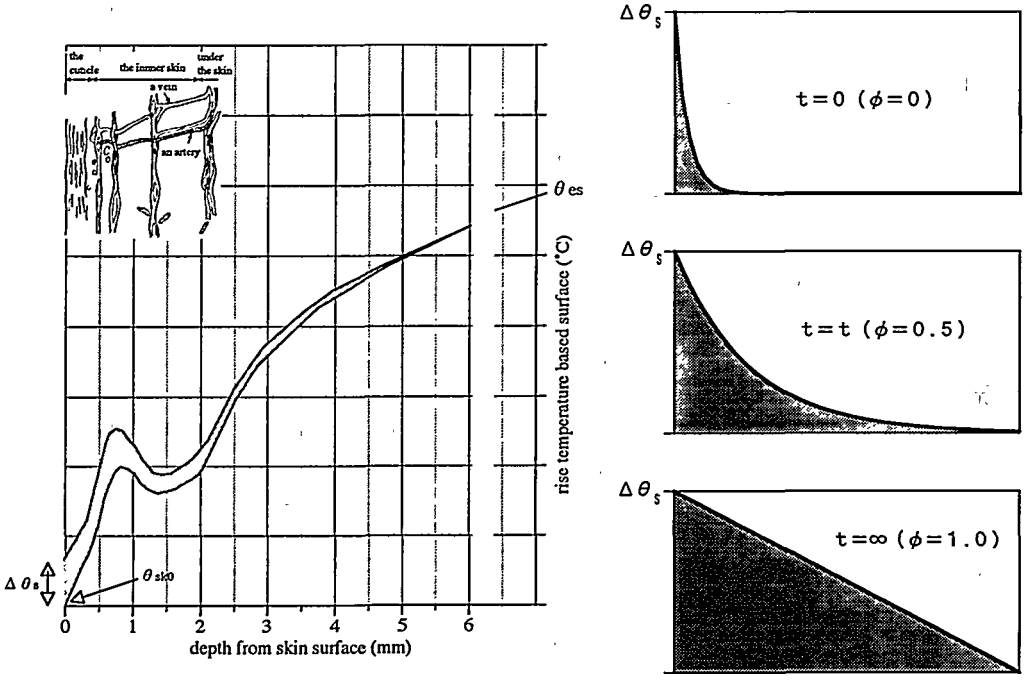
$$\theta(x,t)=\Delta\theta_s\left[\left(1-\frac{x}{d}\right)-\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n\pi x}{d}e^{-k(n\pi/d)^2t}\right] \tag{4.9}$$

ここに，d は外殻層の厚さである。

この式で表される温度の状態は，Fig. 4.2(b)に示されるように，最初は皮膚表面のみの温度変化 $\Delta\theta_s$ がしだいに内部に伝わり，直線分布となって定常化する。従って，ある時点において熱量が内部へ浸入する度合い（熱浸入率と呼ぶ）$\phi(t)$ は次のように定義される[13]。

$$\phi(t)=\int_0^d\theta dx\Big/\left(\frac{\Delta\theta_s d}{2}\right)$$
$$=1-\frac{8}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}\times\exp\left\{k\left[\frac{(2n-1)\pi}{d}\right]^2t\right\} \tag{4.10}$$

(4.10)式中の級数は時間がある程度経つと第1項のみで十分であり，$\phi(0)=0$ の条件と合わせて次のように近似する。



(a) temperature distribution of the fringe layer　(b) temperature change and heat penetration rate

Fig. 4.2 Temperature distribution and heat penetration rate of fringe layer

$$\phi(t)\cong 1-e^{-\omega t} \tag{4.11}$$

ここに，$\omega=\pi^2 k/d^2$ である。

外殻層の温度変化に要する熱量は（4.1）式〜(4, 5) 式で表される熱平衡の差に等しいので，熱収支方程式は次のようになる。

$$\frac{1}{2}m_s\int_0^t \Delta\theta_s(\xi)\phi(t-\xi)d\xi$$
$$=\int_0^t[q_r-\alpha(\theta_{sk0}+\Delta\theta_s(\xi)-\theta_0)]d\xi \tag{4.12}$$

ここに，m_s は外殻層の単位面積当たりの熱容量であり，θ_{sk0} は作業ステージ開始時の皮膚温度，ξ は時間積分のための補助変数である。また，

$$q_r=M(1-\varepsilon)-E_{res}-C_{res}-E_{sk} \tag{4.13}$$

$$\alpha=h\cdot F_{cl} \tag{4.14}$$

(4.12)式の左辺は，外殻層の温度変化を熱浸入率 $\phi(t)$ を単位時間の応答関数とした畳み込み積分で表している。

(4.12) 式は書き改めると次のように表される。

$$\int_0^t \Delta\theta_s(\xi)\left[\frac{m_s}{2}\phi(t-\xi)+\alpha\right]d\xi=[q_r-\alpha(\theta_{sk0}-\theta_0)]t \tag{4.12$'$}$$

これは第1種の Volterra 型積分方程式であり，第2種へ変換する。

$$\Delta\theta_s(t)+\frac{m_s\omega}{2\alpha}\int_0^t e^{-\omega(t-\xi)}\Delta\theta_s(\xi)d\xi$$
$$=\frac{q_r}{\alpha}-\theta_{sk0}+\theta_0 \tag{4.15}$$

この方程式の解は次のようになる。

$$\Delta\theta_s=\left(\frac{q_r}{\alpha}-\theta_{sk0}+\theta_0\right)\left[1+\frac{1-e^{-\omega(1-m_s/2\alpha)t}}{\frac{2\alpha}{m_s}-1}\right] \tag{4.16}$$

従って皮膚温度は $\theta_{sk}=\theta_{sk0}-\Delta\theta_s$ であることにより，次式で求められる。

$$\theta_{sk}=\theta_{sk0}-\left(\theta_{sk0}-\theta_0-\frac{q_r}{\alpha}\right)\frac{\left[1-\frac{m_s}{2\alpha}e^{-\omega(1-m_s/2\alpha)t}\right]}{1-\frac{m_s}{2\alpha}} \tag{4.17}$$

4.3 計算例

皮膚温度の計算式（4.17）式の妥当性を調べるために，この式による計算結果と恒温室内および日射環境下における計測結果との比較を行う。計算には次のことを考慮している。

a) 発汗の状態は実験時の衣服内湿度の値から判定した。

b) 対流熱伝達率 h_c の計算に用いる風速は，静止時は屋内 0.1 m/s 屋外 0.5 m/s とし，運動中は体の動きによる相対風速と衣服の開口部の動きによる衣服内からの熱移流[10] を考慮して 2 m/s とした。

c) 作業ステージの開始時における作業負荷の変化に代謝量の決定要因である酸素摂取が追従できないことを考慮して，代謝量に時間遅れが生じるものとした[10)11)]。

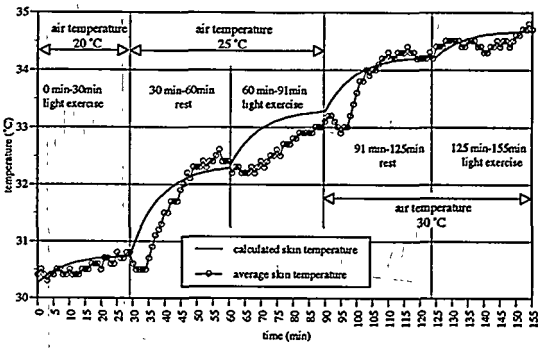


Fig. 4. 3 Relationship of the skin temperature and calculated skin temperature (subject D)

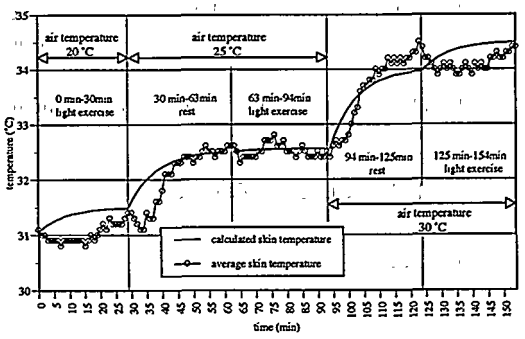


Fig. 4. 4 Relationship of the skin temperature and calculated skin temperature (subject E)

計算に際しては，熱拡散の度合い ω は，外殻層（皮膚と脂肪）の換算熱拡散率を $k=0.84\times10^{-7}$(m²/s) とし[12)]，厚さ $d=20$ mm とすると，$\omega=0.002\,1$(1/s) となる。一方，熱容量 m_s は，皮下脂肪量，高熱に対する順化度などにより，変温域帯の個人差が大きく，実験値より同定した値[2.5×10^3〜4.1×10^3(J/m²)] を用いた。

（1） 環境温度が変化する場合の実験

被験者 D および E（実験条件は Table 2. 4 および計測結果は Fig. 2. 2, Fig. 2. 3 に示す）について，皮膚温の計測値と計算値を比較して Fig. 4. 3 および Fig. 4. 4 に示す。これらの図より，全般的な皮膚温の変化は（4.17）式により解析できることが分かる。ただし，両者は細部に異なる点が見られるが，作業ステージ切替時などの熱的諸要因を計算に考慮してない事に原因する。

（2） 日射環境下における実験

被験者 A および E（実験条件は Table 2. 5 および計測結果は Fig. 2. 4, Fig. 2. 5 に示す）について Fig. 3. 2 のような人体に照射される日射熱量の場合について解析を行った。結果を Fig. 4. 5 および Fig. 4. 6 に示す。なお，図中の

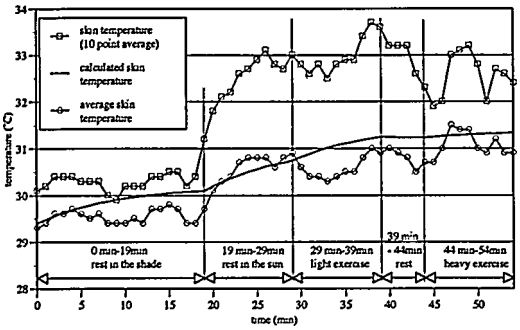


Fig. 4.5 Relationship of the skin temperature and calculated skin temperature (subject A) -sunshine environment-

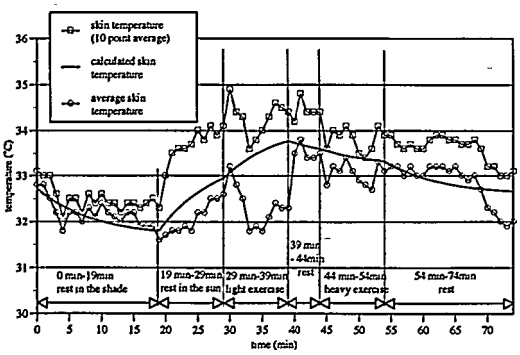


Fig. 4.6 Relationship of the skin temperature and calculated skin temperature (subject E) -sunshine environment-

皮膚温計測値は (2.2) 式による5点加重平均および10点の相加平均の値を示している。これは日射熱量による皮膚温変化は5点計測では完全には追従できないものと考えた事による。

これらにより，日射時の熱量は (3.13) 式に基いた (4.6) 式による作用温度への加算により取り扱い得ることが分かった。

なお，(4.6) 式における放射熱の吸収率は衣服（白系）0.4[14] および皮膚 0.6[12] として面積率により $\eta=0.43$ とした。

5. 蓄熱量と熱的作業限界

人体に熱が蓄積されると作業能力が低下し，さらに昂じると熱中症に至るため，暑熱環境下での作業では何らかの温熱対策を行うか，作業継続時間の限界設定を行う必要がある。これらの判断の尺度として，熱平衡に欠かせない熱蒸散にに対する発汗量の比である高温ストレス指標 (HSI) や予想4時間発汗 (P 4 SR) 指標が用いられている[12]，ただ，これらの指標は発汗以外の熱的要因が考慮し難く特に海洋暴露環境では使いづらい面がある。

ここでは，人体の外殻層に蓄積される熱量を用いて，熱的諸要因を考慮した暑熱環境下の温熱指数とする。

5.1 1作業パターンと熱蓄積

任意の時点における人体の熱収支 $q(t)$ は次のようになるので，

$$q(t)=q_r-\alpha(\theta_{sk}(t)-\theta_0) \tag{5.1}$$

第 n 作業ステージの時刻 $t=t$ における累積熱量 $Hn(t)$ は次のように表される。

$$H_n(t)=\sum_{i=1}^{n=1} Q_i(T_i)+Q_n(T_i) \tag{5.2}$$

ここに，

$$Q_i(t)=(q_{ri}+\alpha_i\theta_{0i})t-\alpha_i\int_0^t \theta_{sk}(\xi)d\xi \tag{5.3}$$

ただし，T_i は第1作業ステージの継続時間であり，各主要因には添字(i)を付して表す。

$$\begin{aligned} q_{ri}&=M_{(i)}(1-\varepsilon)-E_{res(i)}-C_{res(i)}-E_{sk(i)} \\ \alpha_i&=h\cdot F_{cl(i)} \end{aligned} \tag{5.4}$$

なお，(5.3) 式における，$\theta_{sk}(t)$ は，(4.17) 式で表され，その時間積分値は次のようになる。

$$\begin{aligned} \int_0^t \theta_{sk}(\xi)d\xi=&[(\theta_0+q_r/\alpha)-\lambda(\theta_{sk0})]t/(1-\lambda) \\ &+\lambda(\theta_{sk0}-\theta_0-q_r/\alpha) \\ &\times[1-\exp(-\omega(1-\lambda)t)]/\omega(1-\lambda)^2 \end{aligned} \tag{5.5}$$

ここに，$\lambda=m_s/2\alpha$ である。

例として，環境温度が変化する場合の実験における被験者 D および E (実験結果は Fig. 2.2, Fig. 2.3) の蓄熱量を計算すると Fig. 5.1 のようになる。被験者 E の方が運動量が多いので蓄熱量が多いが，途中で降下するのは発汗開始により放熱量が増すことによる。

5.2 熱的要因と作業限界

皮膚温の (4.17) 式に基づいた蓄熱量 (5.2) 式は環境（作用）温度，代謝量，clo 値，風速，日射熱量等の熱的要因の影響を表すことができるが，特に前2者に蓄熱量 $H_n(t)$ は大きく依存する。

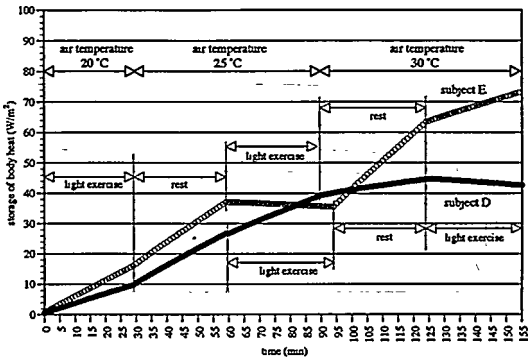


Fig. 5.1 Relationship of the storage of body heat of the subject D and the subject E

（1） 環境温度

環境（作用）温度 θ_0=20～40°Cにおいて，比較的重度の作業（代謝量 247 W/m²）を継続して行った場合の蓄熱量 $H_1(t)$ を計算する。

この場合，初期皮膚温は 30.2°Cとし，発汗による身体の濡れ率 W_{rsw} は，作業開始時に既に体が濡れている場合には 100 %であるが，乾いている場合には皮膚温 θ_{sk} に依存する次式[15] により決める。

$$W_{rsw}=[0.4(\theta_{sk}-32.5)+0.286]/(35.5-\theta_{sk}) \quad (0\leqq W_{rsw}\leqq 1) \qquad (5.6)$$

計算例における濡れ率 W_{rsw} と皮膚温 θ_{sk} の変化を Fig. 5. 2 に示すが，いずれも 40 分程度で平衡状態となる。

各環境温度に対応した蓄熱量は Fig. 5. 3 のようになるが，下限は濡れ率 100 %であり，上限は (5.6) 式による濡れ率の場合である。なお，40°Cでは作業中ほとんど 100 %の状態であり，上下限はほぼ一致する。

日射がある場合には，作用温度 θ_0 に日射熱量による換算温度 $\Delta\theta_{sr}$ を付加した環境温度に対する蓄熱量を求めればよい。

（2） 代謝量

環境温度 30°Cにおいて作業負荷を，軽度 (102 W/m²)，中程度 (165 W/m²)，重度 (247 W/m²)，と変えた場合の蓄熱量の経時変化を Fig. 5. 4 に示す。これらより発汗による放熱の状態が極めて蓄熱量に影響することがわかる。

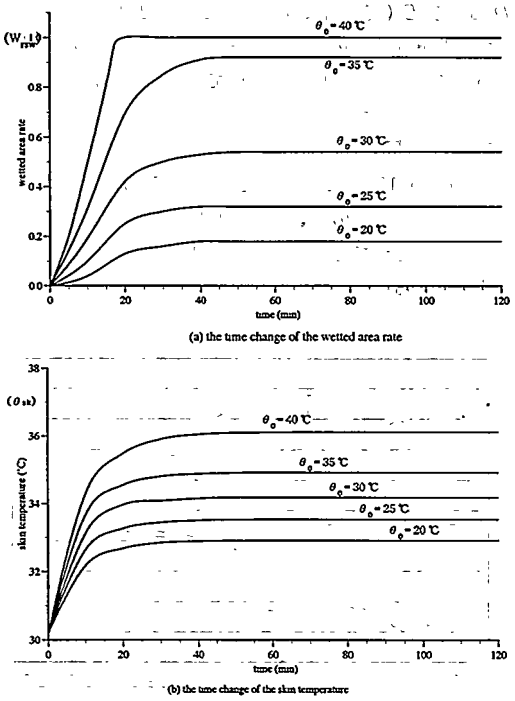


Fig. 5. 2 Variation of human thermal condition of the each atmospheric temperature

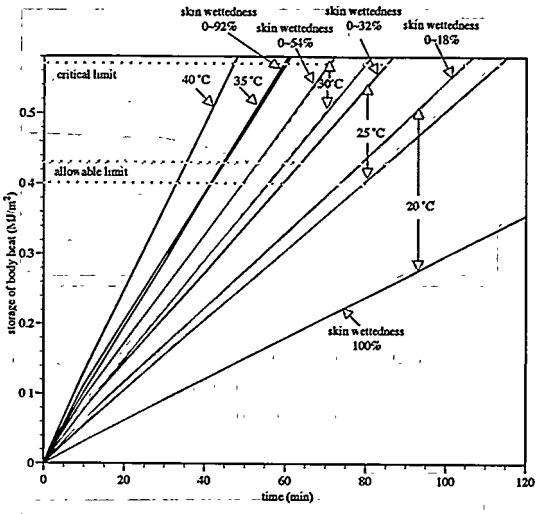


Fig. 5. 3 Relationship of atmospheric temperature and the storage body heat (metabolic heat : 247 W/m²)

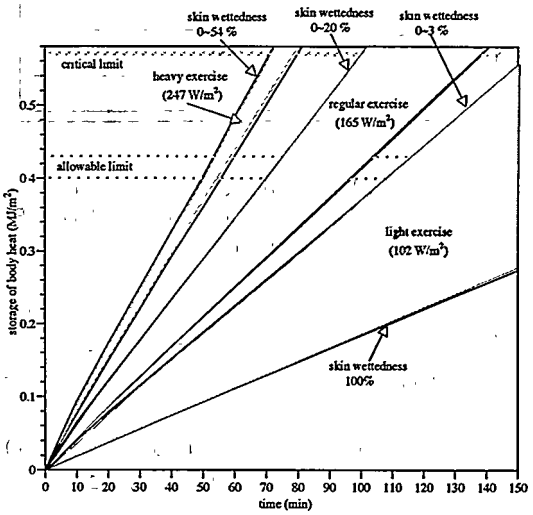


Fig. 5. 4 Relationship of metabolic heat production and the storage of body heat (atmospheric temperature : 30°C)

（3） 熱的作業限界

海洋構造物の設計時に，そこで行われる作業を想定して，熱的な作業限界を超えることが予測される場合には何らかの温熱対策を講じる必要があるが，その補償レベルの判定には蓄熱量 $H_n(t)$ を用いればよい。なお，ここで述べる作業限界には疲労や倦怠によるものは含まないものとする。

熱的作業限界を定めるには多くの作業分析を行う必要があり，その限界および対策については第 2 報以降に述べる。ここでは文献を基に，許容限界の目安について考えてみる。

i）船舶関係の労働調査[16]では，機関員の石炭焚作業は，1時間労働に1時間休息で乾球40°Cが限界であり，35°Cであれば継続可能となっている。焚火作業は重労働であり，Fig. 5. 3から蓄熱量を読みとると，40°Cで0.76 MJ/m²，35°Cで0.61 MJ/m²となり，この付近が極限とみられる。

ii）航空宇宙関係の実験[17]では，活発に働かしている筋肉に1 000 Btu (1.056 MJ) まで蓄熱することができることが分かっている。この値に欧米人の平均体表面積1.86 m 2を用いると限界値は0.57 MJ/m²となる。ただし，一般に作業能力は生理的に耐えうる限界値の75％付近で悪化し始めることから許容値は0.43 MJ/m²となる。

以上のことから，許容限界は0.4 MJ/m²程度と考えられるが，この値に何らかの余裕を加味しなければならない。

6. 結　　言

恒温室および日射環境下において運動時の体温計測を行い，これに基いて皮膚温を求める計算式を導き，この式は実験との比較により全般的な皮膚温の変化を表し得ることを確認した。暑熱環境下の海洋作業における熱的作業限界と温熱対策を策定するため，皮膚温の式を基に人体の蓄熱量の計算式を定め，この式が各種の熱的要因の影響を表現でき，温熱指数として有用なことを示した。

なお，人体蓄熱量の計算には，発汗の放熱効果は極めて大きく，体温調節反応も含めてさらに精密化を図る必要がある。

参 考 文 献

1) 高比良英雄（1925）日本人新陳代謝論（其二），日本人体表面積の測定並に之を表す式に就て，栄養研報，1, 61-95.
2) 倉田正一・船津雄三：平均皮膚温の算出について，労働科学，30（1954）.
3) Beaumont, W. Von & Bullard, R. W.Sweating: Its rapid reponse to muscular work, Science, 141 c pp. 643-646. (1963)
4) Duffie J. A., Beckman W. A.: Solar Engineering of Thermal Processes, Wiley-Interscience, pp. 1～26. (1980)
5) 田中俊六他：最新建築環境工学（改訂版），井上書店，(1992)
6) 安藤定雄他：浮遊式海洋構造物の実海域実験－その2. 実験構造物の日射による温度分布について：日本造船学会論文集，第167号，pp. 301-311，(1990).
7) 村山雅己，中橋美智子：海洋暴露環境における人体の温熱制御に関する基礎的研究（第1報），日本造船学会論文集，第173号，(1993).
8) 村山雅己，中橋美智子：海洋暴露環境における人体の温熱制御に関する基礎的研究（第2報），日本造船学会論文集，第176号，(1994).
9) 村山雅己，福地信義，中橋美智子：海洋暴露環境における人体の温熱制御に関する基礎的研究（第3報），日本造船学会論文集，第178号，(1995).
10) 中山昭雄編：温熱生理学，理工学社，(1981).
11) 長峰普吉：スポーツとエネルギー・栄養，大修館 (1979).
12) 人間－熱環境編集委員会編：人間－熱環境，日刊工業新聞社，(1989).
13) 福地信義，栖原二郎：船舶艤装における熱伝達問題（その3），日本造船学会論文集，第154号（1983）.
14) 日本機械学会：伝熱工学資料（第4版），丸善（1991）.
15) 松岡俑吉：平均皮膚温と「ぬれ面積」との関係，第8回人間－熱環境シンポジウム報告集，pp. 73-76, (1984).
16) 三浦豊彦：高温労働における休息について，労働科学，vol. 30, No. 3（1954）.
17) Wortz, E. C, etc; Study of Heat Balance in Full Pressure Suits, Aerospace Med., 38（1967）.

G96-01-3853

2-11

船舶の振動レベル推定に関する基礎的研究

(流体の粘性による散逸エネルギに基づく減衰マトリクスの定式化)

正員 船 木 俊 彦* 正員 林 茂 弘*

Fundamental Study on the New Method to Estimate Vibration Level on a Ship

(Formulation of the Damping Matrix based on Dissipation Energy caused by Fluid Viscosity)

by Toshihiko Funaki, *Member* Shigehiro Hayashi, *Member*

Summary

It is known that the effect of fluid upon structural vibration is very large with the estimation of vibrational performance on floating structures, therefore fluid-structure coupled analysis method which combine the added mass matrix into FEM has been used. Thence pretty accurate eigenvalue of structural vibration can be estimated for many cases of ship structure. But the vibration level can not be estimated so well, because the damping of structure and fluid viscosity is not known. Therefore it is necessary for the estimation of vibration level to investigate the damping caused by fluid viscosity.

In this paper, a new theory of added damping matrix based on dissipation energy caused by fluid viscosity is described. The distribution of flow velocity in the vibrational boundary layer is determined by assuming laminar flow in spite of existence of turbulence, then shearing stress is decided using virtual kinematic viscosity coefficient. Dissipation energy caused by fluid viscosity is formulated as the function of the nodal amplitude of the BEM mesh model. The added damping matrix can be obtained by comparing that with dissipation energy of usual damping matrix of FEM.

The difference of dissipation energy between in deep water and in shallow water is clarified by using the added damping matrix. A new idea of reduced added damping matrix is defined, then combination analysis of the experimental modal analysis and BEM is executed using the reduced added mass & damping matrix. The validity of the added damping matrix is verified by comparing with some experiments in the deep water and the shallow water.

1. 緒 言

船舶の振動特性を推定する上で，流体領域が構造物に及ぼす影響が大きいことは知られており，その連成振動を解析するために，あらかじめ算出した流体領域のマトリクスを組み込んだ有限要素法によって解析する方法が古くから実用化されている。また，固有値解析結果をモーダルパラメータとして保存し，適当なモード減衰比を組み込んで比例粘性減衰系の周波数応答計算を行うことができるので，振動レベルの推定はある程度可能である。しかし，この方法はモデル化の善し悪しと，設定するモード減衰比に大きく依存する。

流体力は振動モードによって随分影響を受けることから，その連成振動を解析するためには船殻構造のモデル化を慎重に行う必要がある。モデル化が悪ければ，固有値と固有ベクトルの両方に影響が及び，振動レベルを推定する以前の問題となってしまう。即ち，高精度な付加質量マトリクスを組み込んでいたとしても，得られる固有モードが実船と異なっておれば，実際とは異なる流体力を計算していたこととなる。例え固有値が実船実験の結果と合っていたとしても，固有モードが異なっておれば，全く違う現象を解析したことになってしまう。従って，有限要素法を用いて連成振動を解析する場合，流体側の解析精度よりも船殻構造のモデル化技術の方が決定的な影響を与えるといえる。モデル化が適正で固有値と固有ベクトルの両方が正し

* 大阪大学工学部

原稿受理 平成8年1月10日
春季講演会において講演 平成8年5月15，16日

く得られ，かつモード減衰比を正確に与えることができて初めて，振動レベルの推定は可能となるのである。

一方，船殻構造及び流体の減衰をマトリクス化できればモード減衰比を用いる必要もなくなるが，減衰については未だ未解明の部分が多いために，過去の実船実験から求めたモード減衰比を用いて解析するしか方法がないのが現状である。従って，船舶の振動レベルを推定する上での障害は，船殻構造のモデル化とモード減衰比の取り扱いであると極言できる。

そこで，前報[1]において，有限要素法を用いずに振動レベルを推定する方法について述べた。これは，岸壁にて艤装中の船舶の実験データと接水面流体側の詳細なメッシュとを用いて振動レベルを推定する方法である。即ち，艤装中に船舶の振動実験を行い，伝達関数に曲線適合を施してモーダルパラメータ(固有値，固有ベクトル，モード減衰比)を抽出するもので，実船そのもののモーダルパラメータを得ることができる。得られたデータには流体の浅水影響及び岸壁の影響が含まれるために，モーダル構造変更解析によってその影響を排除した後，完工航行時の振動特性を推定するものである。よって，有限要素法にて船殻構造をモデル化する必要がなく，実船実験にて正確なモーダルパラメータを得ることができる点において，前記障害の一部を克服したこととなる。しかし，前報[1]においては，浅水域と深水域で流体による減衰効果にあまり差がないことを仮定して，付加質量マトリクスのみを構造変更解析に適用していた。従って，境界条件の差異によって減衰効果に影響がある場合には，それを補正する必要があり，モード減衰比の問題は解決できていなかった。

実験データから得られるモード減衰比には，船殻構造及び艤装状態での流体の減衰が含まれている。よって，流体の減衰を算定することが可能であれば，その差から船殻構造の減衰を決定することができる。これに，深水域での流体の減衰を付加すれば，完工航行時の振動レベルを推定することができる。即ち，前記障害を全て克服したこととなる。そこで，本研究では流体による減衰効果について考えることにする。流体の運動によって生じる減衰力として，造波による成分と粘性による成分が考えられる。一般的には，低周波領域では造波による影響が主成分で，高周波領域では粘性による影響が主成分であると考えられている。振動問題に対して流体の減衰効果を論じた文献[2),3)]は少なく，ここでは粘性による影響について調べることにする。

流体の粘性による減衰力は，定常流れの場合には層流解と乱流解で表されており，乱流による減衰効果の方が大きいことが知られている。乱流構造については未だ未解明の部分も多いが，半実験理論によって渦動粘性係数を算出し，見掛けの動粘性係数を層流解に乗じる方法が用いられている[4)]。振動問題においては，流体力学的に非定常流れであるから，乱流そのものの定義も難しくなるが，外力周波数成分（以降，単調波成分と呼ぶ）のみを層流，それ以外の周波数成分を乱流として対応させ，層流解に相当するものに見掛けの動粘性係数を乗じることを考える。

通常，流体領域のポテンシャル問題に境界要素法を適用する場合，船体表面の法線方向速度を境界条件として与えるために，その解は法線方向速度条件を満足している。しかし，船体表面の接平面と平行な流体速度は船体表面そのものの速度とは一致せず，表面上で流体が滑ることを示す解となる。そこで，船体表面とポテンシャル領域との間に境界層を想定する。境界層内速度分布をナビエストークスの方程式から決定すれば，粘性による散逸エネルギを節点変位の関数として表せる。さらに，1周期分の散逸エネルギをマトリクス表示すれば，等価線形減衰マトリクスを導くことができる。

本論文では，まず，等価線形減衰マトリクスを導く方法について述べる。その後，浅水域と深水域での流体の粘性による減衰効果の差について述べる。さらに，模型実験にて深水域の振動レベルを推定し，その検証を行う。なお，岸壁の影響については数値計算に含めておらず，実験においてもその影響が出ないように配慮した。

2. 理　　論

2.1 座標系及び仮定

右手系にて水線面上に x, y 軸を，鉛直上向きに z 軸をとって絶対座標系 (Fig. 1) とする。水深を h，船体表面から流体領域向きに立てた法線を n とする。境界層領域は無視できる程に薄く，船体表面法線方向速度及び流体圧は変化せずに境界層外へ伝わるとする。よって，全流体領域をポテンシャル領域と考えることができるので，速度ポテンシャルを仮定する。そして，構造体接水部分の振動変位 U_w，流体領域の速度ポテンシャル Φ 及び圧力 P をそれぞれ時間項を変数分離して次式で表す。

$$U_w(x, y, z\,;\,t)=u_w(x, y, z)e^{\lambda t} \qquad (1)$$

$$\Phi(x, y, z\,;\,t)=\phi(x, y, z)e^{\lambda t} \qquad (2)$$

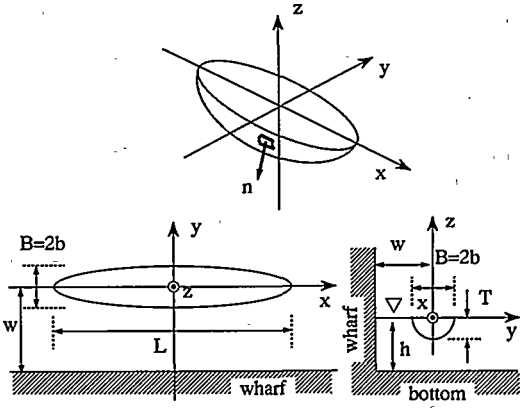


Fig. 1 Coordinate system

$$P(x, y, z\,;\,t)=-\lambda\rho\phi(x, y, z)e^{\lambda t} \qquad (3)$$

ここで，u_w は絶対座標系変位ベクトルであり，圧力については線形化したベルヌーイの式を用いている。また，$\lambda=i\omega$ で ($i=\sqrt{-1}$, ω は角振動数)，ρ は流体の密度を示す。

船体表面をメッシュ分割し，要素上の点 Q を原点として局部座標系を2種類 (Fig. 2) 定義する。要素表面を表す位置ベクトル r を曲線座標系のパラメータ ξ_1, ξ_2 で微分することによって，2つの接線ベクトルを得る。その単位ベクトルをそれぞれ e_1, e_2 とすれば接平面が定義できる。また，法線ベクトルをその外積によって定義でき，単位法線ベクトルを e_3 とする。この座標系では一般に e_1 と e_2 が直交せず斜交座標系となる。これが第1の局部座標系であり，その座標軸を 1, 2, 3 と表す。さらに，この座標系の原点と 1, 3 軸とを共有するデカルト座標系が定義できる。残りの座標軸は e_3 と e_1 の外積によって定義できる。これが第2の局部座標系であり，その座標軸を $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ と表す。

絶対座標系変位ベクトル u_w を，局部デカルト座標系で $u_{\hat{w}}$，局部斜交座標系で u_1 と表して座標変換マトリクス $[T_0], [T_1]$ を定義すれば，

$$u_{\hat{w}}=[T_0]u_w=[T_1]u_1 \qquad (4)$$

を得る。それぞれの行成分を次式のベクトルで定義する。

$$[T_0]\equiv\begin{bmatrix} n_{\hat{x}0}{}^T \\ n_{\hat{y}0}{}^T \\ n_{\hat{z}0}{}^T \end{bmatrix},\quad [T_1]\equiv\begin{bmatrix} n_{\hat{x}1}{}^T \\ n_{\hat{y}1}{}^T \\ n_{\hat{z}1}{}^T \end{bmatrix} \qquad (5)$$

ここで，$[T_1]$ は e_1 と e_2 が成す角 θ (Fig. 2) から成るマトリクスである。

2.2 ポテンシャル領域の定式化

field point と source point をそれぞれ P, Q として点 P を船体表面上にとれば，船体外部の流体領域に対して次式の境界積分方程式を得る。

$$\{4\pi-C(P)\}\phi(P)-\iint_{S_H}\phi(Q)\frac{\partial G(P, Q)}{\partial n(Q)}dS(Q)$$
$$=-\iint_{S_H}G(P, Q)\frac{\partial\phi(Q)}{\partial n(Q)}dS(Q) \qquad (6)$$

ここで，S_H は船体表面を，$C(P)$ は立体内角を表し，$G(P, Q)$ は無限水深或いは有限水深のグリーン関数を表す[1]。岸壁条件を考慮するときには鏡像の関係を用いる。

点 P を船体表面メッシュ節点に配置して ϕ 及び u_w を形状関数 N_k で内挿し，(6)式を高次要素の形式で離散化すれば，

$$[A]\{\phi\}=\lambda[B]\{u_w\} \qquad (7)$$

のマトリクス形式を得る。ここで，$\{u_w\}$ は全節点の絶対座標系変位ベクトル，$\{\phi\}$ は全節点の速度ポテンシャル値を表し，$[A], [B]$ の成分は次式で示される。

$$\left.\begin{aligned} A_{ij}&=(4\pi-C_i)\delta_{ij} \\ &\quad-\sum_{m(j)}\iint_{\Delta S_H}N_{k(j,m)}\frac{\partial G(i, Q)}{\partial n(Q)}dS(Q) \\ B_{ijd}&=-\sum_{m(j)}\iint_{\Delta S_H}n_{\hat{z}d}N_{k(j,m)}G(i, Q)dS(Q) \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

ただし，

$m(j)$：節点 j を含む要素の番号
$k(j, m)$：要素 m における節点 j の局部番号
$n(Q)$：要素 m の点 Q における法線
ΔS_H：船体表面要素の面領域
$G(i, Q)$：field point として節点 i を採用
$n_{\hat{z}d}$：法線の絶対座標系座標軸 d に対する方向余弦
jd：節点 j における絶対座標系座標軸 d の番号
d：絶対座標系座標軸 x, y, z
C_i：節点 i における立体内角
δ_{ij}：Kronecker のデルタ

流体領域を解くだけであれば，(7)式から次式を導いて $\{\phi\}$ を解くことになる。

$$\left.\begin{aligned} \{\phi\}&=\lambda[AiB]\{u_w\} \\ [AiB]&=[A]^{-1}[B] \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

即ち，$\{u_w\}$ を与えれば $\{\phi\}$ を求めることができる。ところが，ここでは流体と構造の連成問題を解くことを考えているので，(3)式に(9)式を用いた後に船体表面で積分して，

$$\left.\begin{aligned} \{f_w\}&=-\lambda^2[M_w]\{u_w\} \\ [M_w]&=\rho[S][AiB] \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

を得ておく。ここで，$\{f_w\}$ は全節点の絶対座標系等価節点力ベクトル，$[M_w]$ は付加質量マトリクス，$[S]$ は要素面積の分配作用をするマトリクスで，その成分は

$$S_{idj}=-\sum_{m(j)}\iint_{\Delta S_H}n_{\hat{z}d}N_{k(i,m)}N_{k(j,m)}dS(Q) \qquad (11)$$

で表される。ただし，id は節点 i における絶対座標系座標軸 $d(d=x, y, z)$ の番号を表す。

船体振動の変位とポテンシャル流場との関係が(10)式によって関連づけられたから，$[M_w]$ を有限要素法に組み込むことによって連成振動問題を解くことができる。

2.3 境界層領域の定式化

船体表面とポテンシャル領域との間に境界層を想定し，接平面と平行な速度ベクトルを3種類定義する。即ち，境界層外端流体速度ベクトルを v_p，船体表面そのものの速度ベクトルを v_s，境界層内流体速度ベクトルを v_b とおく。振動問題において v_s は無視できない大きさであって，v_p と平行なものでもないから，v_b は v_s から始まって，ねじれながら v_p に接続されることとなる (Fig. 3)。

v_p は船体表面上のポテンシャル領域流体速度でもある

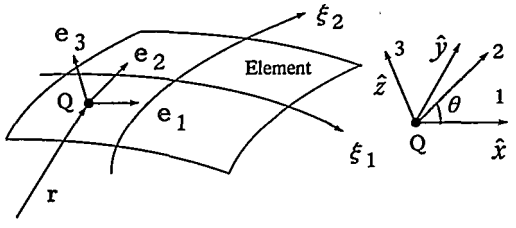


Fig. 2　Local coordinate system

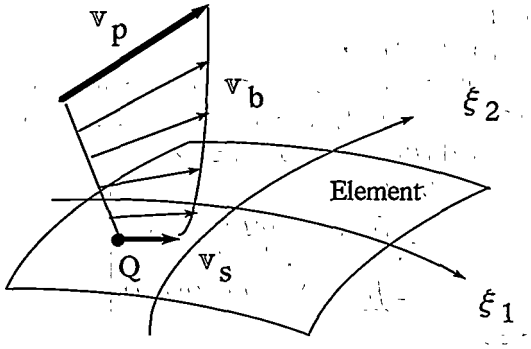


Fig. 3 Velocity on an element

から，(9)式を利用すれば，v_p を $\{u_w\}$ によって表すことができる。即ち，点 Q における v_p は局部デカルト座標系にて

$$v_p=\lambda[T_1][\tilde{S}_p][\tilde{A}iB]\{u_w\}e^{\lambda t} \tag{12}$$

となる。ただし，$[\tilde{A}iB]$ は(9)式の $[AiB]$ のうち要素節点に関係する行成分のみを抽出したマトリクス，$[\tilde{S}_p]$ は $\{\phi\}$ の位置微分に関係するマトリクスである。また，点 Q を含む要素を構成する節点の数を $\tilde{n}_g$，全節点数を n_g とすれば，$[\tilde{A}iB]$ のサイズは $\tilde{n}_g$ 行 $3n_g$ 列，$[\tilde{S}_p]$ のサイズは3行 $\tilde{n}_g$ 列で，

$$\left.\begin{aligned}[\tilde{S}_p]&=\begin{bmatrix}\cdots\left(h_1\dfrac{\partial N_k}{\partial\xi_1}\right)\cdots\\ \cdots\left(h_2\dfrac{\partial N_k}{\partial\xi_2}\right)\cdots\\ \cdots(\quad 0\quad)\cdots\end{bmatrix}\\ h_j&=\frac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{\partial x}{\partial\xi_j}\right)^2+\left(\dfrac{\partial y}{\partial\xi_j}\right)^2+\left(\dfrac{\partial z}{\partial\xi_j}\right)^2}}\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

である。

一方，v_s も節点変位で表すことができる。要素に関係する節点のみから成る絶対座標系変位ベクトルを $\{\tilde{u}_w\}$ とすれば，v_s を局部デカルト座標系にて

$$v_s=\lambda[T_2][\tilde{N}_w]\{\tilde{u}_w\}e^{\lambda t} \tag{14}$$

と表せる。ただし，$[\tilde{N}_w]$ は形状関数 N_k から成るマトリクス，$[T_2]$ は $[T_0]$ の一部を用いた座標変換マトリクスで，

$$\left.\begin{aligned}[\tilde{N}_w]&=\begin{bmatrix}\cdots & N_k & 0 & 0 & \cdots\\ \cdots & 0 & N_k & 0 & \cdots\\ \cdots & 0 & 0 & N_k & \cdots\end{bmatrix}\\ [T_2]&=\begin{bmatrix}n_{\tilde{x}0}{}^T\\ n_{\tilde{y}0}{}^T\\ 0^T\end{bmatrix}\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

である。また，$[\tilde{N}_w]$ のサイズは3行 $3\tilde{n}_g$ 列，$\{\tilde{u}_w\}$ のサイズは $3\tilde{n}_g$ 行である。

さて，v_p 及び v_s を節点変位で表すことができたので，境界層内速度分布として v_b を求めることにする。境界層内支配方程式，即ちナビエストークスの運動方程式は，非線形性が強いために，解として単調波成分の他に倍調波成分も含まねばならず，さらには，その他の調波成分も含む必要がある。しかし，ここでは流れの概略を知るために，方程式を線形化して解くことにする。単調波成分だけを考慮してその他の調波成分を無視（ストークス近似）し，さらに境界層近似を行って時間項を変数分離すれば，

$$\frac{\partial^2 v_b}{\partial\tilde{z}^2}-\frac{\lambda}{\nu}v_b=-\frac{\lambda}{\nu}v_p \tag{16}$$

を得る。ここで，ν は流体の動粘性係数を表す。v_p は(12)式より既知であるから，(16)式は v_b の $\tilde{z}$ に関する微分方程式となっている。これを，次式

$$\left.\begin{aligned}v_b&=v_s\quad(\text{at}\ \tilde{z}=0)\\ v_b&=v_p\quad(\text{at}\ \tilde{z}=\infty)\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

の境界条件の下で解けば，

$$\left.\begin{aligned}v_b&=e^{-\tilde{a}\tilde{z}}(v_s-v_p)+v_p\\ \tilde{a}&=\alpha(1+i),\ \alpha=\sqrt{\frac{\omega}{2\nu}}\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

を得る。これにより境界層内速度分布が決定できた。

次に，接平面と平行な面内で働く剪断応力をその主成分となる法線方向微分項のみを用いて簡略化し，剪断応力ベクトルを τ_b とすれば，

$$\tau_b=\rho\nu_w\frac{\partial v_b}{\partial\tilde{z}}=\rho\nu_w\tilde{a}e^{-\tilde{a}\tilde{z}}(v_p-v_s) \tag{19}$$

を得る。ここで，ν_w は見掛けの動粘性係数である。

振動問題の場合には法線方向にも速度分布が存在するために境界層内全域が乱動に満ちた状態と考えられる。従って，境界層内壁面近傍では，(18)式の速度分布よりも速度勾配は大きいはずである。ところが，(18)式において ν を大きくして ν_w と置き換えた場合，v_b の速度勾配が小さくなってしまって，乱動による影響を表すことができなくなる。従って，(18)，(19)式に含まれる $\tilde{a}$ の項において，ν を ν_w とは置き換えずに ν のまま扱う。そして，乱動による影響を修正するための係数としての意味を込めて，(19)式の ν_w を利用する。これは，単調波成分のみから境界層内速度分布が決定されると仮定したことと等価である。

ところで，(19)式にて $\tilde{z}=0$ とすれば，船体表面に働く剪断応力ベクトル τ_s を

$$\tau_s=\rho\nu_w\tilde{a}(v_p-v_s) \tag{20}$$

にて得ることができる。$\tilde{a}$ の項は $\pi/4$ の位相差を表しており，速度と $\pi/4$ だけずれた位相で船体表面に剪断応力が働くことになる。従って，τ_s を船体表面で積分すれば，複素形式の線形減衰マトリクスを得ることができる。しかし，この方法では，水底あるいは岸壁に働く剪断応力を，船体振動を抑制する減衰マトリクスとして表すことはできない。そこで，粘性による散逸エネルギから減衰マトリクスを導くことを考える。

2.4 粘性による散逸エネルギ

剪断応力と直応力の粘性項によってエネルギが散逸される。2.3節と同様に接平面と平行な面内で働く剪断応力の

みを考えて，法線方向微分項のみを用いる。単位時間・単位体積あたりの散逸エネルギを1周期で積分し，さらに法線方向に積分して単位面積あたりの散逸エネルギを計算することを考える。

点 Q での単位面積，1周期あたりの散逸エネルギ $\hat{E}_q$ は

$$\hat{E}_q=\rho\nu_w\int_0^\infty\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}}\left[\left\{Re\left(\frac{\partial v_{\tilde{x}}}{\partial\tilde{z}}\right)\right\}^2+\left\{Re\left(\frac{\partial v_{\tilde{y}}}{\partial\tilde{z}}\right)\right\}^2\right]dtd\tilde{z} \tag{21}$$

で表される。ただし，v_b の成分を $(v_{\tilde{x}}, v_{\tilde{y}}, 0)$ としている。そして，v_b に関する微分式を節点変位で表せば，

$$\frac{\partial v_b}{\partial\tilde{z}}=\lambda\tilde{a}e^{-\tilde{a}\tilde{z}}([T_1][\tilde{S}_p][\tilde{A}iB]\{u_w\}-[T_2][\tilde{N}_w]\{\tilde{u}_w\})e^{\lambda t} \tag{22}$$

を得る。よって，(22)式を(21)式に代入すれば，$\hat{E}_q$ を節点変位の関数として表した次式を得ることができる。

$$\frac{\hat{E}_q}{\pi\omega}=\rho\nu_w\alpha(\{u_w\}^T[\tilde{Q}_{11}]\{u_w\}+\{\tilde{u}_w\}^T[\tilde{Q}_{00}]\{\tilde{u}_w\}-\{u_w\}^T[\tilde{Q}_{10}]\{\tilde{u}_w\}-\{\tilde{u}_w\}^T[\tilde{Q}_{10}]^T\{u_w\}) \tag{23}$$

ここで，右辺のうち，ν_w 及び α のみが流体の粘性に関わる値であり，$\tilde{Q}_{11}, \tilde{Q}_{00}, \tilde{Q}_{10}$ はポテンシャル流場による影響を表すマトリクスであって流体の粘性とは関係ない。具体的には，$\tilde{Q}_{11}$ が v_p による影響を，$\tilde{Q}_{00}$ は v_s による影響を，そして $\tilde{Q}_{10}$ は v_p と v_s との相互影響を表すもので，それぞれ

$$\left.\begin{aligned}[\tilde{Q}_{11}]&=[\tilde{A}iB]^T[\tilde{S}_p]^T[T_{11}][\tilde{S}_p][\tilde{A}iB]\\[\tilde{Q}_{00}]&=[\tilde{N}_w]^T[T_{00}][\tilde{N}_w]\\[\tilde{Q}_{10}]&=[\tilde{A}iB]^T[\tilde{S}_p]^T[T_{10}][\tilde{N}_w]\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

である。ここで，マトリクス T_{11}, T_{00}, T_{10} は(5)式で定義した方向余弦ベクトルのダイアド積から成るもので，

$$\left.\begin{aligned}[T_{11}]&=n_{\tilde{x}1}n_{\tilde{x}1}{}^T+n_{\tilde{y}1}n_{\tilde{y}1}{}^T\\[T_{00}]&=n_{\tilde{x}0}n_{\tilde{x}0}{}^T+n_{\tilde{y}0}n_{\tilde{y}0}{}^T\\[T_{10}]&=n_{\tilde{x}1}n_{\tilde{x}0}{}^T+n_{\tilde{y}1}n_{\tilde{y}0}{}^T\end{aligned}\right\} \tag{25}$$

と表せる。従って，(23)式を用いれば，船体表面の任意点 Q において $\hat{E}_q$ を計算することができる。なお，水底あるいは岸壁に点 Q をとった場合には，v_s がゼロであることから，マトリクスの両側から $\{u_w\}$ が掛かる項，即ち $\tilde{Q}_{11}$ についてのみ計算すれば $\hat{E}_q$ を得ることができる。

2.5 粘性による船体表面に関する減衰マトリクス

一般に，減衰マトリクス $[C]$ による1周期分の散逸エネルギ E_c は次式で表される。

$$\frac{E_c}{\pi\omega}=\{u_w\}^T[C]\{u_w\} \tag{26}$$

E_c を(23)式の $\hat{E}_q$ と等置すれば，点 Q における単位面積あたりの $[C]$ を $\tilde{Q}_{11}, \tilde{Q}_{00}, \tilde{Q}_{10}$ によって表すことができる。これらのマトリクスを全節点用に拡張して船体表面上で積分すれば，船体表面に関する等価線形減衰マトリクス $[C_w]$ を次式にて得ることができる。

$$[C_w]=\rho\nu_w\alpha[C_s] \tag{27}$$

ここで，流体の粘性に関わる値は2.4節同様に ν_w 及び α のみで，船体まわりポテンシャル流場の影響を表す $[C_s]$ は，

$$[C_s]=[Q_{11}]+[Q_{00}]-([Q_{10}]+[Q_{10}]^T) \tag{28}$$

である。右辺の各マトリクスは(24)式に対応したもので，それぞれ

$$\left.\begin{aligned}[Q_{11}]&=[AiB]^T[S_{c11}][AiB]\\[Q_{00}]&=[S_{c00}]\\[Q_{10}]&=[AiB]^T[S_{c10}]\end{aligned}\right\} \tag{29}$$

ただし，

$$\left.\begin{aligned}[S_{c11}]&=\sum\iint_{\Delta S_H}[\tilde{S}_p]^T[T_{11}][\tilde{S}_p]dS(Q)\\[S_{c00}]&=\sum\iint_{\Delta S_H}[\tilde{N}_w]^T[T_{00}][\tilde{N}_w]dS(Q)\\[S_{c10}]&=\sum\iint_{\Delta S_H}[\tilde{S}_p]^T[T_{10}][\tilde{N}_w]dS(Q)\end{aligned}\right\} \tag{30}$$

である。

2.6 粘性による水底に関する減衰マトリクス

水底或いは岸壁における $[C_w]$ を計算する際には，(29)式の Q_{11} に相当する部分のみについて計算すればよい。このとき，水底における速度ポテンシャル ϕ_b を定式化しておく必要がある。(9)式によって船体表面の速度ポテンシャル ϕ を解けば，水底の任意点における ϕ_b を求めることは可能である。しかし，この方式を用いて水底に関する計算を行うと計算時間がかなりかかる。よって，水底をメッシュ分割して，水底の全節点ポテンシャル値 $\{\phi_b\}$ のみを定式化し，メッシュ要素内部点については水底要素の形状関数 N_k で内挿する方式とする。

ϕ_b を船体表面の速度ポテンシャル ϕ を用いて表せば次式の積分方程式を得る。

$$4\pi\phi_b(P)=\iint_{S_H}\phi(Q)\frac{\partial G(P,Q)}{\partial n(Q)}dS(Q)-\iint_{S_H}G(P,Q)\frac{\partial\phi(Q)}{\partial n(Q)}dS(Q) \tag{31}$$

ϕ 及び u_w を船体表面要素の形状関数 N_k で内挿すれば，

$$\{\phi_b\}=[A_b]\{\phi\}-\lambda[B_b]\{u_w\} \tag{32}$$

のマトリクス形式で表され，$[A_b], [B_b]$ の成分は

$$\left.\begin{aligned}A_{bij}&=\frac{1}{4\pi}\sum_{m(j)}\iint_{\Delta S_H}N_{k(j,m)}\frac{\partial G(i,Q)}{\partial n(Q)}dS(Q)\\B_{bijd}&=\frac{1}{4\pi}\sum_{m(j)}\iint_{\Delta S_H}n_{\tilde{z}d}N_{k(j,m)}G(i,Q)dS(Q)\end{aligned}\right\} \tag{33}$$

となる。ここで，添字の意味は2.2節と同じであり，節点 i は水底の要素節点を表す。

次に，(32)式に(9)式の $\{\phi\}$ を代入すれば，$\{\phi_b\}$ を船体表面の節点変位で表すことができて，

$$\left.\begin{aligned}\{\phi_b\}&=\lambda[AiB_b]\{u_w\}\\[AiB_b]&=[A_b][A]^{-1}[B]-[B_b]\end{aligned}\right\} \tag{34}$$

を得る。これを(12)式に適用し，水底要素について $[T_{11}]$, $[\tilde{S}_p]$, $[AiB_b]$ を計算すれば，水底における速度ベクトルを得ることができる。さらに，2.5節と同様の計算を行えば，水底に関する等価線形減衰マトリクス $[C_w]$ を

$$[C_w]=\rho\nu_w a[C_b] \tag{35}$$

にて得ることができる。ここで，流体の粘性に関わる値は2.5節同様に ν_w 及び a のみであり，水底付近ポテンシャル流場の影響を表す $[C_b]$ は，

$$\left.\begin{aligned}&[C_b]=[AiB_b]^T[S_{c11}][AiB_b]\\&[S_{c11}]=\Sigma\iint_{\Delta S_B}[\tilde{S}_p]^T[T_{11}][\tilde{S}_p]dS(Q)\end{aligned}\right\} \tag{36}$$

となる。ΔS_B は水底要素の面領域を表し，水底要素について $[\tilde{S}_p]$, $[T_{11}]$ を計算することになる。

2.7 計算例

(8)式に含まれる C_i の計算方法については前報[1]に示したが，ここでは，離散化節点の全てについて一律に 2π とする。また，各々の要素における数値積分についてはガウス-ルジャンドル積分を用い，特異積分については文献[5]の方法を用いる。なお，定式化は高次要素の形式であるが，三角形，四角形要素ともに1次のアイソパラメトリック要素を用いた (Fig. 4)。

縮小せずにメッシュ節点サイズのままとした付加質量マトリクスを $[M_w]$，観測点サイズに縮小した付加質量マトリクスを $[M_o]$ と表す。同様に，付加減衰マトリクスを $[C_w]$，縮小付加減衰マトリクスを $[C_o]$ と表す。それぞれのサイズでの変位ベクトルを $\{u_w\}$, $\{u_o\}$ と表してその z 成分を u_{wz}, u_{oz} とおき，変位分布を2節上下振動曲げ撓み曲線[6]

$$\left.\begin{aligned}&u_{wz}=\chi_w^2-a_2^2\\&u_{oz}=\chi_o^2-a_2^2\\&\text{ただし，}\\&-1\leqq\chi_w\leqq1,\ -1\leqq\chi_o\leqq1,\ a_2=0.44721\end{aligned}\right\} \tag{37}$$

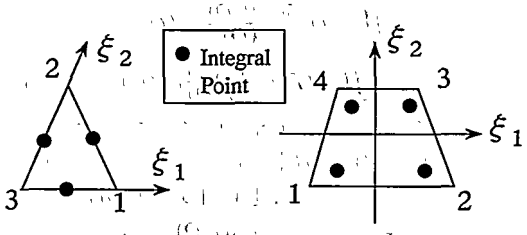


Fig. 4 iso-parametric element

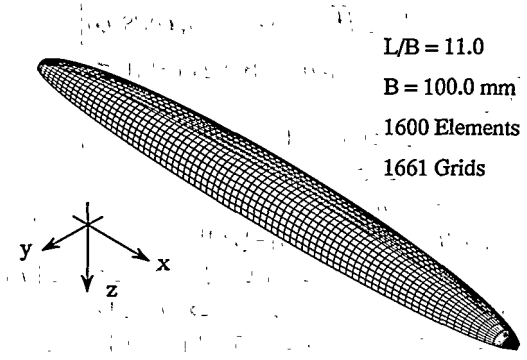


Fig. 5 Paneling of the body

で表す。このとき，流体の運動エネルギ及び散逸エネルギの片振幅から周波数成分を取り除いたものを E_M 及び E_C で定義する。

$$\left.\begin{aligned}&\text{非縮小：}E_M=\frac{1}{2}\{u_w\}^T[M_w]\{u_w\}\\&\text{縮　小：}E_M=\frac{1}{2}\{u_o\}^T[M_o]\{u_o\}\end{aligned}\right\} \tag{38}$$

$$\left.\begin{aligned}&\text{非縮小：}E_C=\frac{1}{2}\{u_w\}^T[C_w]\{u_w\}\frac{1}{\sqrt{\omega}}\\&\text{縮　小：}E_C=\frac{1}{2}\{u_o\}^T[C_o]\{u_o\}\frac{1}{\sqrt{\omega}}\end{aligned}\right\} \tag{39}$$

層流状態で振動する場合を考えて，見掛けの動粘性係数 ν_w を ν そのものとおき，回転楕円体 (Fig. 5) について船体表面及び水底に関する $[C_w]$ を用いた数値計算を行う。

前報[1]と同様にマトリクスを縮小して検討し，実験計測点(21点)にのみ観測点を配置(Fig. 6)して $[C_w]$ から $[C_o]$ を得た後，無限水深及び有限水深 ($h/T=1.5$) における散逸エネルギを計算して Table 1 にまとめた。ここで，J_v は三次元修正係数を示す。なお，変位分布については深水域と浅水域共に(37)式を与え，回転ベクトルも考慮している。

Table 1 より，粘性によって散逸される全エネルギは浅水域の方が大きく，深水域の約26％増えることが判る。また，浅水域で散逸される全エネルギのうち約5％が水底にて消費されることを示している。船体表面の動圧分布を比

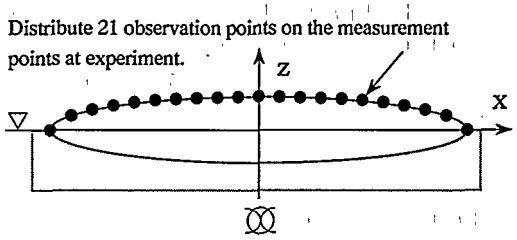


Fig. 6 Arrangement of observation points

Table 1 Comparison on energy between infinite depth and shallow water for 2 node vibration

		unit	infinite	shallow
Theory[6]	J_V	—	0.846	—
Using M_O	J_V	—	0.818	—
	E_M	kgmm²	0.0538	0.0683
Using C_O	E_C total	$\frac{kgmm^2}{\sqrt{s}}$	0.00583	0.00733
	E_C surface	$\frac{kgmm^2}{\sqrt{s}}$	0.00583	0.00698
	E_C bottom	$\frac{kgmm^2}{\sqrt{s}}$	—	0.000350

where, $\mu=1.137\times10^{-6}$ kg／(mm・s)
$\nu=1.138$ mm²／s
$\rho=0.9991\times10^{-6}$ kg／mm³

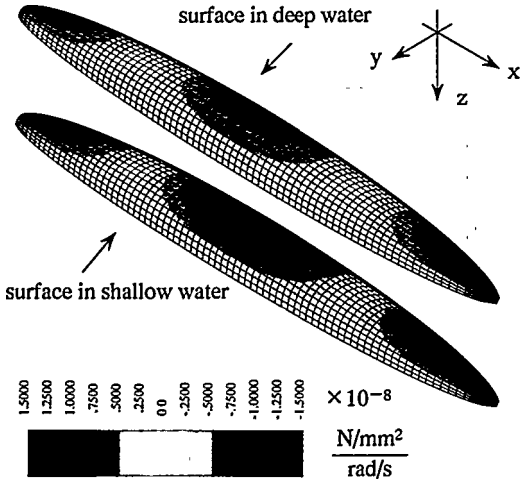


Fig. 7 Comparison of distributions on dynamic pressure between deep and shallow water

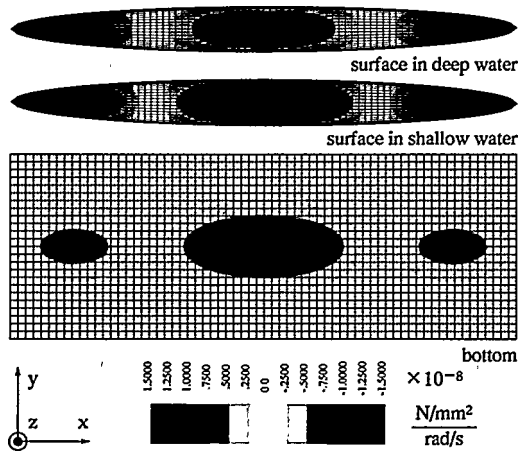


Fig. 8 Comparison of distributions on dynamic pressure between surface and bottom

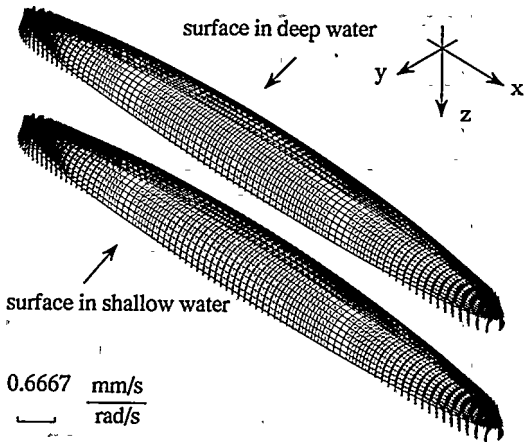


Fig. 9 Comparison of distributions on flow velocity between deep and shallow water

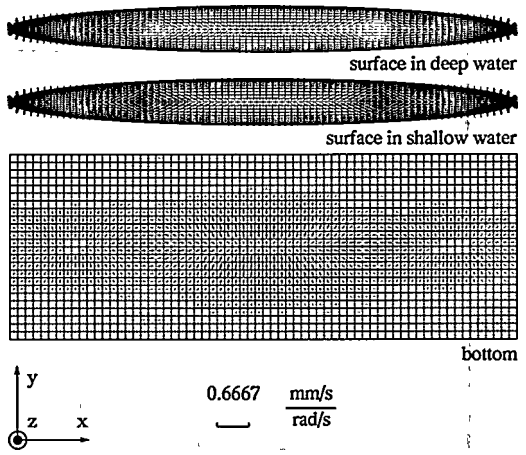


Fig. 10 Comparison of distributions on flow velocity between surface and bottom

較すると (Fig. 7)，浅水域の方が大きな動圧振幅が得られており，浅水域で付加質量が大きくなる実験事実からも当然の結果といえる。水底での動圧分布も併せて比較すると (Fig. 8)，振動レベルが大きいところで動圧振幅も大きくなる様子がよく判る。次に，船体表面の流体速度分布を比較すると (Fig. 9)，浅水域の方が大きな速度振幅が得られてはいるが，流れの様子にそれほどの変化は認められない。深水域，浅水域共に，振動の節あたりでの様子が特徴的で，船底から外へ広がった流れが再び船底に戻ってくる様子がみてとれる。水底での流体速度分布も併せて比較すると (Fig. 10)，流れの様子が一層よく判る。

3. 模型船による実験検証

3.1 曲線適合

前報[1]と同じ実験データを用いる。これは，深水域と浅水域 ($h/T=1.5$) にて Fig. 5 に示した回転楕円体の船尾加振実験を行ったもので，一般粘性減衰系での曲線適合によりそれぞれのモーダルパラメータを抽出して周波数応答を再現すれば Fig. 11, 12 を得る。深水域と浅水域のモード減衰率からモード減衰比 ζ を算出したものを Table 2 に示す。本来ならば，模型及び流体運動の振幅依存性をキャンセルさせるために振幅一定の制御を加えた実験データを比較すべきであるが，用いたデータは制御を加えずに得られたものである。そのため，Table 2 の値は多少振幅依存性の影響を含むものであるが，全般に浅水域の方が大きな ζ が得

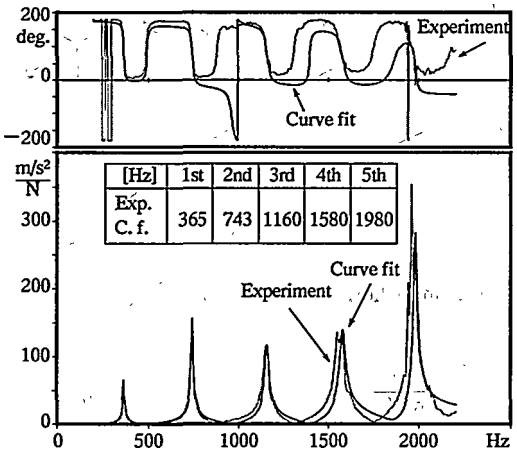


Fig. 11 Comparison of responses at force point between synthesis (curve fit) and experiment in the deep water

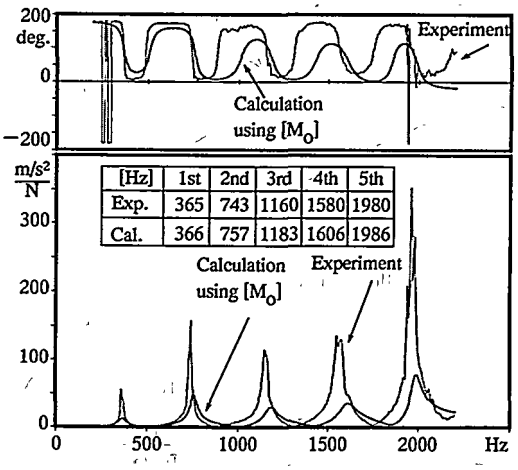


Fig. 13 Comparison of responses at force point in the deep water between calculation (modification analysis) using $[M_o]$ and experiment

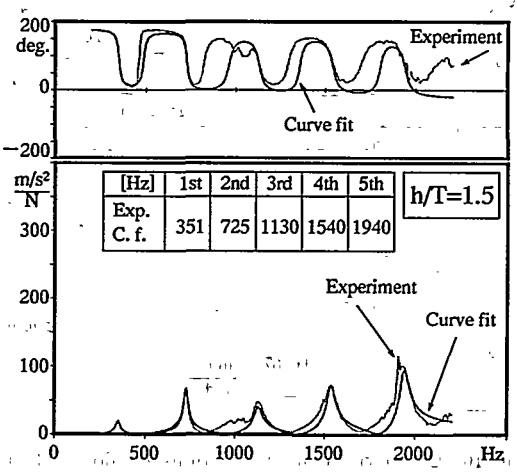


Fig. 12 Comparison of responses at force point between synthesis (curve fit) and experiment in the shallow water

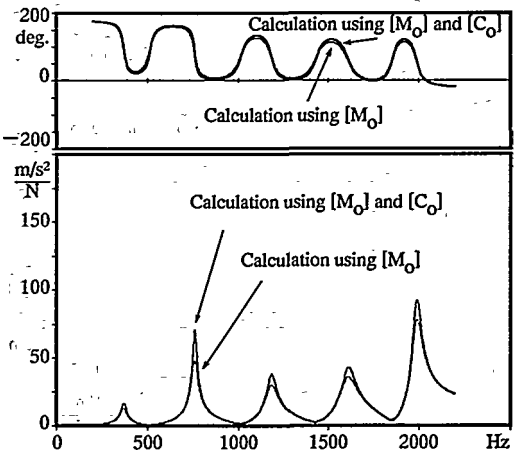


Fig. 14 Comparison of responses at force point in the deep water between calculation (modification analysis) using $[M_o]$ and using $[M_o]$ & $[C_o]$

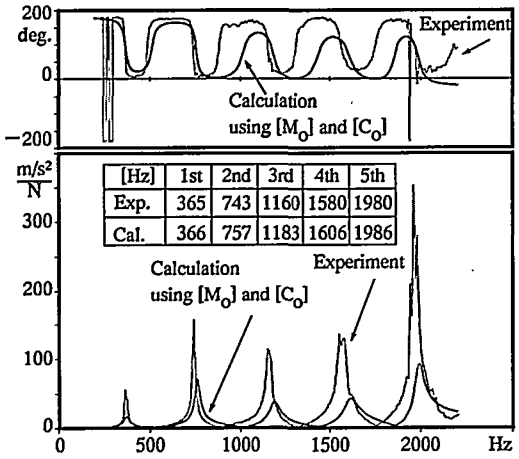
Table 2 Variation of modal damping ratio ζ

ζ [%]	1 st	2 nd	3 rd	4 th	5 th
	2 node	3 node	4 node	5 node	—
deep	0.835	0.739	0.928	1.01	0.480
shallow	2.84	1.52	1.95	1.48	1.24

られている。これは，Table 1 に示した傾向と一致する。

3.2 浅水域での実験から深水域での性能を推定

縮小減衰マトリクス $[C_o]$ を用いて浅水域のデータから深水域の性能を推定し，$[C_o]$ による影響がどの程度表れるか調べた。前報[1] と同様に，マトリクス 6 方向成分のうち z 成分のみを用いた構造変更解析を行った。縮小付加質量マトリクス $[M_o]$ のみを用いた構造変更解析結果を Fig. 13 に，$[M_o]$ と $[C_o]$ の両方を用いた結果との比較を Fig. 14 に示す。ここで，見掛けの動粘性係数 ν_w を ν の 100 倍としている。100 倍の妥当性について明らかではないが，Fig. 14 にて振動レベルが増加する様子がモードごとに再現できている。すなわち，2nd，5th ピークのレベル増加が大きく，その他のレベル増加はこれに準じており，実験データの傾向を良く表している。ピーク周波数のずれについては前報[1] で述べたように，回転ベクトルの影響であると考えられる。なお，$[C_w]$ は周波数の関数であるから，各ピーク周波数における $[C_o]$ を用いた構造変更解析の結果を周波数



[Hz]	1st	2nd	3rd	4th	5th
Exp.	365	743	1160	1580	1980
Cal.	366	757	1183	1606	1986

Fig. 15　Comparison of responses at force point in the deep water between calculation (modification analysis) using $[M_o]$ & $[C_o]$ and experiment

帯域ごとにつなぎ合わせて伝達関数を得ている。また，深水域と浅水域で見掛けの動粘性係数を同一と仮定して解析を行っている。

次に，実験結果との比較を Fig. 15 に示す。予測値と実験結果との振動レベルの差は依然として大きい。振幅一定の制御を加えた実験データを得ておれば，振動レベルが一致するように見掛けの動粘性係数を算出することも可能であるから，そのためにも，振幅一定の実験データを得る必要があると考えられる。

4. 結　　言

船体表面及び水底に境界層を考えることによって，流体の粘性による散逸エネルギをマトリクス表示し，等価線形減衰マトリクス $[C_w]$ を導いた。さらに，深水域と浅水域のエネルギ計算を行い，水底が与える影響について述べた。また，モーダル構造変更解析と境界要素法とを組み合わせた振動レベル推定法に $[C_w]$ を組み込んだ周波数応答計算を行い，実験結果と比較した。数値計算及び実験により以下の知見を得た。

（1）　回転楕円体の2節振動において，深水域と浅水域で変位分布を同一と仮定し，層流状態で振動する場合を計算すると，浅水域 ($h/T=1.5$) における散逸エネルギは深水域よりも大きく，深水域の約26％増える。また，全散逸エネルギの約5％は水底で消費される。

（2）　見掛けの動粘性係数を 100ν とした周波数応答計算によると，振動レベルが変化する傾向は再現できるものの，応答レベルの推定値と実験値にはまだ差がある。この原因を調査するためにも，振幅一定の実験データを用いる必要がある。

なお，(27)，(35)式で与えられる等価線形減衰マトリクス $[C_w]$ はメッシュ節点に関するサイズであるから，有限要素法での解析にも使うことができる。

謝辞

本研究の遂行にあたり御協力を戴いた，構造変更解析担当の大阪大学工学部大学院学生　伊藤昌隆君，実験担当の同　八木隆之君，数値データ変換作図担当の同　橋爪俊也君に対して謝意を表す。

参 考 文 献

1) 船木俊彦，林茂弘：船舶の振動レベル推定に関する基礎的研究（実験モーダル解析と境界要素法の結合），日本造船学会論文集，第178号前刷（1995）pp. 363～370.
2) 妹澤克惟，渡辺亘：船体振動の減衰力，日本造船学会論文集，第59号（1936），pp. 99～120.
3) 熊井豊二：船体高次振動の減衰率について，日本造船学会論文集，第102号（1957），pp. 143～150.
4) 田中一朗，姫野洋司：渦動粘性係数を使った2次元乱流境界層の計算，関西造船協会誌，第146号（1972），pp. 45～54.
5) 松井徹哉，加藤賢治：ハイブリッド型積分方程式法による浮体の定常動揺問題の数値解析，日本建築学会構造系論文報告集，第393号（1988），pp. 165～175.
6) 松浦義一：貨物船垂直撓み振動の解析，日本造船学会論文集，第108号（1960）pp. 255～275.

G96-01-3854

2-12

縮小付加質量マトリクスにおける観測点の影響に関する研究

正員 船 木 俊 彦* 正員 林 茂 弘*

A Study on the Effect of Measurement Points upon Reduced Added Mass Matrix

by Toshihiko Funaki, *Member* Shigehiro Hayashi, *Member*

Summary

It is known that the effect of fluid upon structural vibration is very large with the estimation of vibrational performance on floating structures, therefore fluid-structure coupled analysis method which combine the added mass matrix into FEM has been used since many years ago. Thence pretty accurate eigenvalue of structural vibration can be estimated in many cases of ship structure, but the vibration level can not be estimated so. Then a new method of combination analysis using the experimental modal analysis and BEM was presented by authors[1]. To use this new method, the effect of arrangement of the measurement points upon the solution of the modal-BEM combination analysis must be explained.

In this paper, the effect is explained by some concrete parametric calculations on an ellipsoid of revolution. As the result of analysis on the calculations, 21 points distribution at regular intervals is enough for the number of the observation points to apply the method to the vertical bending vibration mode even below 4 node. Then the effect of rotation vector is analyzed, it is explained that the accuracy of the solution without considering rotation vector can not be better on higher vibration mode, if many observation points are set. This is verified by comparing with some experiments in the deep water and the shallow water.

1. 緒 言

船舶の振動特性を推定する上で，流体領域が構造物に及ぼす影響が大きいことは知られており，その連成振動を解析するために，あらかじめ算出した流体領域のマトリクスを組み込んだ有限要素法によって解析する方法が古くから実用化されている。また，固有値解析結果をモーダルパラメータとして保存し，適当なモード減衰比を組み込んで比例粘性減衰系の周波数応答計算を行うことができるので，振動レベルの推定はある程度可能である。しかし，この方法はモデル化の善し悪しと，設定するモード減衰比に大きく依存する。そこで，前報[1]において，有限要素法を用いずに振動レベルを推定する方法について述べた。これは，岸壁にて艤装中の船舶の実験データと接水面流体側の詳細なメッシュとを用いて振動レベルを推定する方法である。具体的には，無限水深のグリーン関数と有限水深のグリーン関数を用いてそれぞれの縮小付加質量マトリクスを算出した後，モーダル構造変更解析によって完工航行時の振動特性を推定するものである。

縮小付加質量マトリクスを用いるためには，観測点の配置方法が解析結果に与える影響及び，正確な性能予測をするための観測点配置方法等の基本的な問題について明らかにしておく必要がある。正確な性能予測をするためには正確な振動モードを与えれば良い訳で，できるだけ多くの観測点を配置すれば良いことは自明である。しかし，実験工数の面からは，できるだけ少ない観測点数で済ませる方が便利である。ところが，新しい手法であるが故に応用例がないのも事実であって，実船計測の経験から配置するしかないのが現状である。従って，船体形状あるいは扱う局部振動の範囲によって最適最少の観測点数は異なるであろうが，一応の目安となる計算例があれば，随分と経験を補う

* 大阪大学工学部

原稿受理 平成8年1月10日
春季講演会において講演 平成8年5月15，16日

ことができると考えられる。

そこで，本論文では，いくつかの具体的な計算例について紹介する。船底振動等の局部振動は扱わないこととし，回転楕円体の上下方向節振動に関してパラメータ計算を行った。観測点の配置方法が解析結果に与える影響について調べた結果，4節振動以下の低次側モードについては，21観測点の等間隔配置で充分と考えられることが判った。

また，前報[1]にて，縮小付加質量マトリクスのz方向成分のみを用いて伝達関数を推定した場合，高次モードにおいて，共振周波数の推定値と実験値との間にずれが生じる問題があることについて述べ，この原因が観測点数の少なさにあるのではなく，回転ベクトルの影響であることを予測した。ここでは，その確認のために観測点を増やした実験を行い，予測が間違っていないことを確認した。

2. 解析条件

Fig. 1に示した座標系において，前報[1]の定式化に従って計算を行った。その詳細については省略するが，計算に用いた回転楕円体の離散化モデルをFig. 2に示す。ここで，三角形，四角形共に1次のアイソパラメトリック要素を用い，全ての離散化節点における立体内角を一律に2πとした。また，各々の要素における数値積分についてはガ

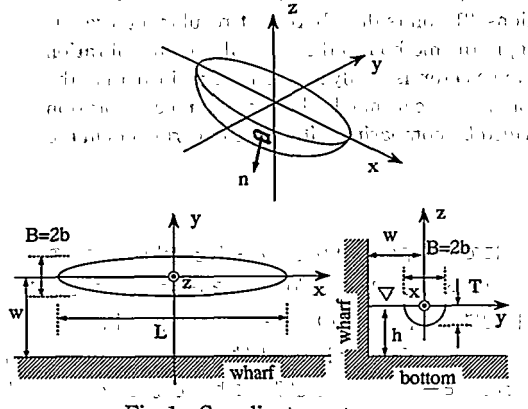


Fig. 1 Coordinate system

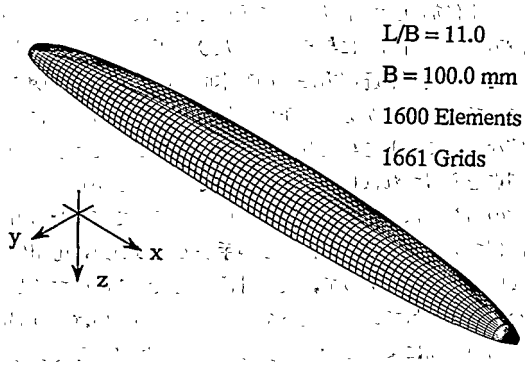


Fig. 2 Paneling of the body

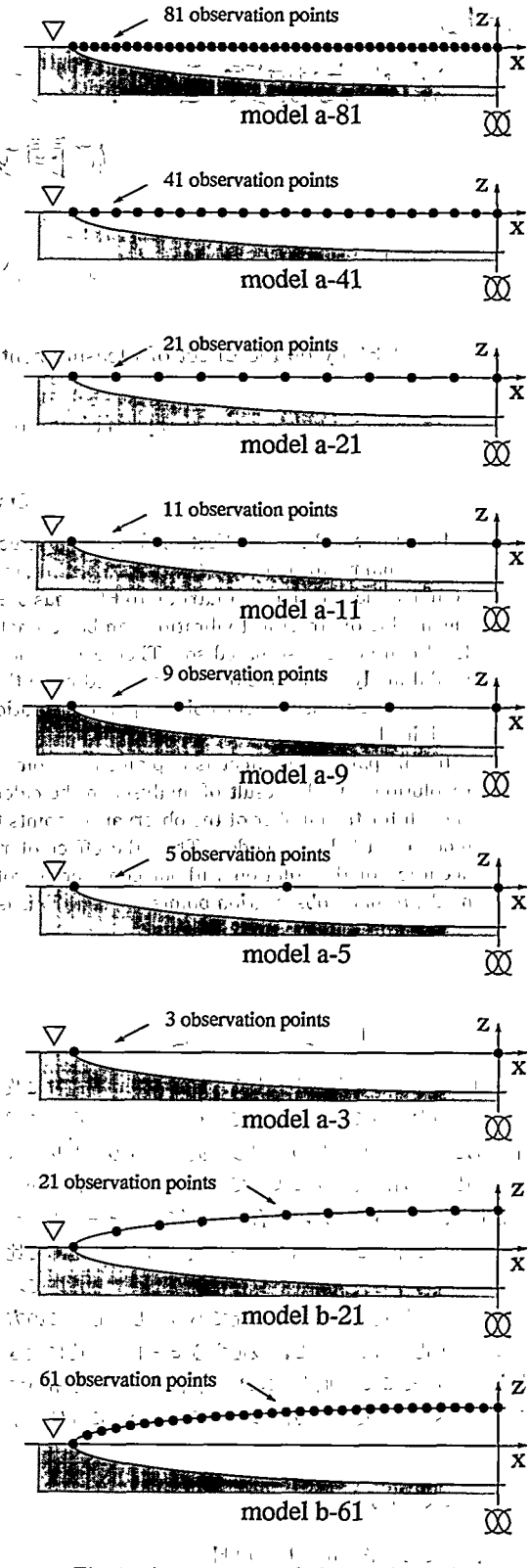


Fig. 3 Arrangement of observation points

ウスールジャンドル積分を用い，特異積分については文献[2]の方法を用いた。なお，岸壁の影響については計算に含めておらず，実験においてもその影響が出ないように配慮した。

計算に用いた観測点の配置図を Fig. 3 に示す。x 軸上に等間隔に配置したものをモデル a 系，実験計測点に配置したものをモデル b 系とする。また，数字は観測点数を表し，モデル a-81 は観測点を x 軸上に 81 個配置させたことを示す。なお，モデル a-81 はメッシュ節点の各々の x 座標と完全に一致させた特殊な場合である。

縮小せずにメッシュ節点サイズのままとした付加質量マトリクスを $[M_w]$，観測点サイズに縮小した付加質量マトリクスを $[M_0]$ と表す。それぞれのサイズでの全節点変位ベクトルを $\{u_w\}$, $\{u_0\}$ と表してその z 成分を u_{wz}, u_{oz} とおき，変位分布を(1)式の曲げ撓み曲線[3]で表す。このとき，流体の運動エネルギの片振幅から周波数成分を取り除いたものを，(2)式の E_M で定義する。

また，u_w を 2 種類の方法で与える。ひとつは回転ベクトルを考慮しない方法で，もうひとつは回転ベクトルを考慮する方法である。メッシュ節点での変位 u_w について両者の違いを考えると，前者では，z 方向の変位分布のみを与えることとなるのに対し，後者では x 方向の変位分布も与えることとなる。すなわち，前者は Lewis[4] の変位分布と一致し，後者は松浦[3] の変位分布と一致する。

$$\left.\begin{array}{l} 2\text{節}：u_{wz}=\chi_w^2-a_2^2 \\ 3\text{節}：u_{wz}=\chi_w(\chi_w^2-a_3^2) \\ 4\text{節}：u_{wz}=(\chi_w^2-a_4^2)(\chi_w^2-b_4^2) \\ 2\text{節}：u_{oz}=\chi_0^2-a_2^2 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} 3\text{節}：u_{oz}=\chi_0(\chi_0^2-a_3^2) \\ 4\text{節}：u_{oz}=(\chi_0^2-a_4^2)(\chi_0^2-b_4^2) \\ \quad \text{ただし，}\ -1\leqq\chi_w\leqq1,\ -1\leqq\chi_0\leqq1 \\ \quad ,\ a_2=0.44721,\ a_3=0.65465 \\ \quad ,\ a_4=0.28523,\ b_4=0.76506 \end{array}\right\} \quad (1)$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{非縮小}：E_M=\dfrac{1}{2}\{u_w\}^T[M_w]\{u_w\} \\ \text{縮小}：E_M=\dfrac{1}{2}\{u_0\}^T[M_0]\{u_0\} \end{array}\right\} \quad (2)$$

観測点での変位 u_0 の成分に回転成分がない場合，モデル a-81 の場合には Lewis[4] の変位分布と一致するが，その他のモデルの場合には一致せずに階段状 (Fig. 4) の変位分布を与えることとなる。u_0 の成分に回転成分が含まれる場合には Fig. 5 のようになって，松浦[3] の変位分布に近づく。

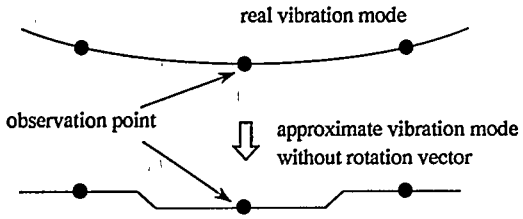


Fig. 4 approximated vibration mode without rotation vector

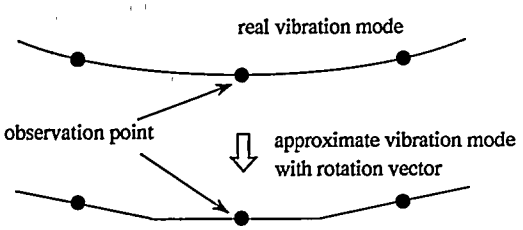


Fig. 5 approximated vibration mode with rotation vector

3. 計 算 結 果

Fig. 3 に示した各種モデルについて $[M_w]$ 及び $[M_0]$ を用いて運動エネルギ E_M を計算し，三次元修正係数 J_v を求めた。回転ベクトルを考慮した場合の結果を Table 1 に示す。2, 3, 4 節振動共にモデル a-81 の値と $[M_w]$ から求めた値とが完全に一致している。これは，前報[1] でも述べたように曲げ撓みの仮定から当然の結果であって，変位ベクトルを正しく与えていることが確認できる。この値はメッシュ分割をもっと細かくすれば解析解[3] に近づくが，ここではこれを正解と考えることとし，モデル a 系について Fig. 6 にまとめた。Fig. 6 より，観測点数が多くなる程 a-81 の値に近づき，観測点数が少ない領域では大きめの J_v を与えることがわかる。これは，Fig. 5 の振動モードからも明らかな様に，回転成分によって振動変位が大きめに計算される部分が生じるためである。また，J_v で見る限り，2, 3, 4 節

Table 1 Comparison on J_v between theory[3] and reduced matrix method[1] for 2, 3, 4 node vibration at infinite depth: (considering rotation vector)

		2 node J_V	3 node J_V	4 node J_V
Using $[M_W]$		0.81836818	0.75205065	0.68991054
Theory[3]		0.84608881	0.78829836	0.73542278
Reduced matrix method using $[M_O]$	a- 3	0.95551312	3.98444184	—
	a- 5	0.82422613	0.79422631	1.24558901
	a- 9	0.81983128	0.75468957	0.70253876
	a-11	0.81945932	0.75422959	0.69724319
	a-21	0.81897163	0.75343796	0.69317828
	a-41	0.81880295	0.75297887	0.69184789
	a-81	0.81836818	0.75205065	0.68991054
	b-21	0.81824900	0.75279628	—
	b-61	0.81750672	0.74922096	—

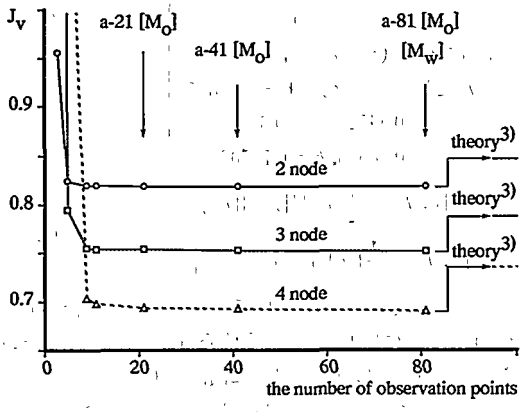


Fig. 6 Comparison on J_v between theory[3] and reduced matrix method[1] for 2, 3, 4 node vibration at infinite depth: (considering rotation vector)

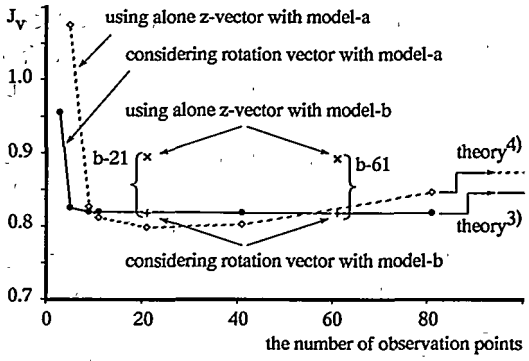


Fig. 7 Comparison on J_v between theory[3),4)] and reduced matrix method[1] for 2 node vibration at infinite depth

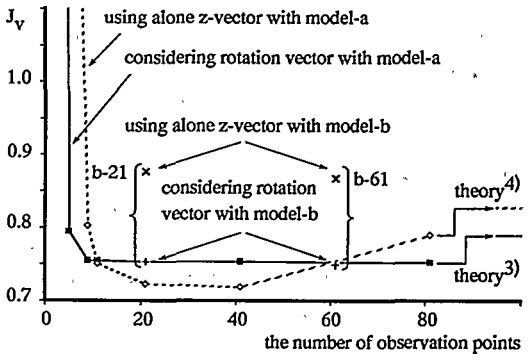


Fig. 8 Comparison on J_v between theory[3),4)] and reduced matrix method[1] for 3 node vibration at infinite depth

振動においては観測点数21で充分な近似ができていると判断できる。

なお，Fig. 6では，高次振動になる程BEMによる解法と解析解[3]との差が大きくなる特徴が表れており，高次振動における解析精度を上げるためにはメッシュ分割をもっと細かくせねばならないことを示している。メッシュ分割の細かさは，空中での構造モデルに$[M_w]$を付加する場合に大きな影響を及ぼすであろうが，ここでは浅水域と深水域における$[M_w]$の差分を用いて解析するために，その影響は随分和らぐと考えられる。

次に，回転ベクトルを考慮しない場合の結果をTable 2に示す。この場合も2，3節振動共にモデルa-81の値と$[M_w]$から求めた値とが完全に一致しており，変位ベクトルを正しく与えていることが確認できる。前節で述べたように，a-81についてはLewis[4]の変位分布を与えたこととなるが，それ以外についてはFig. 4に示した階段状の変位分布を与えたことになる。なお，Lewis[4]の解析解と比較するために4節振動の計算は行っていない。また，先程と同様に，メッシュ分割をもっと細かくすればこの値は解析解[4]に近づくが，ここではこれを正解と考えることとする。

Table 2 Comparison on J_v between theory[4] and reduced matrix method[1] for 2, 3 node vibration at infinite depth: (without rotation vector)

		2 node J_V	3 node J_V	4 node J_V
Using $[M_W]$		0.84563351	0.78922222	—
Theory[4]		0.87452911	0.82799744	—
Reduced matrix method using alone z-component of $[M_O]$	a- 3	—	—	—
	a- 5	1.07466648	1.83353266	—
	a- 9	0.82574131	0.80284068	—
	a-11	0.81201636	0.75079600	—
	a-21	0.79856446	0.72281714	—
	a-41	0.80233611	0.71844966	—
	a-81	0.84563351	0.78922222	—
	b-21	0.89587617	0.87722356	—
	b-61	0.89203078	0.86691189	—

Table 1, 2の結果を2節振動についてFig. 7に，3節振動についてはFig. 8にまとめた。これらの図においてモデルa系とb系のJ_v値を較べると，回転ベクトルを考慮する場合には殆どばらつかないのに対して，回転ベクトルを考慮しない場合には観測点配置によって随分ばらつくことがわかる。また，J_v値で見る限り，そのばらつきは2節振動よりも3節振動の方が大きい。以上のことから，良い近似値を得るためには回転ベクトルを考慮する必要があることが導かれる。

浅水域と深水域における$[M_w]$の差分を用いて解析することを目的としているから，浅水域でのばらつきも評価しておく。浅水域での2次元ストリップ法を用いればそのJ_v

Table 3 Comparison on energy E_M between theory[3] and reduced matrix method[1] for 2, 3, 4 node vibration at infinite depth: (considering rotation vector)

unit: kgmm^2		2 node E_M	3 node E_M	4 node E_M
Strip method		0.06576460	0.01565824	0.00379594
Theory[3]		0.05564270	0.01234336	0.00279162
Reduced matrix method using $[M_0]$	a- 3	0.06283894	0.06238934	—
	a- 5	0.05420491	0.01243619	0.00472818
	a- 9	0.05391588	0.01181711	0.00266679
	a-11	0.05389142	0.01180991	0.00264669
	a-21	0.05385935	0.01179751	0.00263126
	a-41	0.05384825	0.01179032	0.00262621
	a-81	0.05381966	0.01177579	0.00261886
	b-21	0.05381182	0.01178746	—
	b-61	0.05376301	0.01173148	—

Table 4 Comparison on energy E_M between theory[4] and reduced matrix method[1] for 2, 3 node vibration at infinite depth: (without rotation vector)

unit: kgmm^2		2 node E_M	3 node E_M	4 node E_M
Strip method		0.06576460	0.01565824	0.00379594
Theory[4]		0.05751306	0.01296498	—
Reduced matrix method using alone z-component of $[M_0]$	a- 3	—	—	—
	a- 5	0.07067502	0.02870989	—
	a- 9	0.05430455	0.01257107	—
	a-11	0.05340193	0.01175614	—
	a-21	0.05251728	0.01131804	—
	a-41	0.05276532	0.01124966	—
	a-81	0.05561275	0.01235783	—
	b-21	0.05891694	0.01373578	—
	b-61	0.05866405	0.01357431	—

Table 5 Comparison on energy E_M between all-component and alone z-component in use for reduced matrix method[1] on 2, 3 node vibration at shallow water ($h/T=1.5$)

unit: kgmm^2		2 node E_M	3 node E_M	4 node E_M
all	a-81	0.06826442	0.0148484	—
	b-21	0.06832010	0.01491156	—
	b-61	0.06820584	0.01480670	—
alone z	a-81	0.07030566	0.01547324	—
	b-21	0.07385219	0.01698396	—
	b-61	0.07372407	0.01681200	—

Table 6 Comparison on energy difference ΔE_M between all-component and alone z-component in use for reduced matrix method[1] on 2, 3 node vibration

unit: kgmm^2		2 node ΔE_M	3 node ΔE_M	4 node ΔE_M
all	a-81	-0.0144448	-0.0030726	—
	b-21	-0.0145083	-0.0031241	—
	b-61	-0.0144428	-0.0030752	—
alone z	a-81	-0.0146929	-0.0031154	—
	b-21	-0.0149352	-0.0032482	—
	b-61	-0.0150600	-0.0032377	—

値も計算できるが，少し面倒なので，3次元運動エネルギをそのまま比較することにする。そこで，Table 1, 2 に示した深水域の J_v 値を(2)式の E_M 値で表して Table 3, 4 に示す。また，浅水域における E_M 値を Table 5 に示す。Table 5 において，回転ベクトルを考慮した場合を "all"，考慮しない場合を "alone z" と記している。モデル a-81 の値を正解と考えて b-21 及び b-61 の値と比較すれば，"all" の場合には良い近似ができているのに対して，"alone z" の場合には随分大きめの E_M 値が得られており，ここでも回転ベクトルを無視することによる影響が表れている。なお，"all" に対応する深水域のデータは Table 3 で，"alone z" に対応するそれは Table 4 である。

さて，浅水域の縮小付加質量マトリクスを $[M_0^h]$，深水域のそれを $[M_0^\infty]$ とすれば，構造変更量 $[\Delta M]$ は(3)式によって得られる。浅水域のモーダルパラメータに $[\Delta M]$ による構造変更解析を適用すれば，深水域のモーダルパラメータを得ることができる。従って，Table 3, 4, 5 の値を用いれば，解析の結果得られる深水域の固有振動数が，高周波数側へずれるのか或いは低周波数側へずれるのか，予測がある程度可能である。この予測を行ってみる。浅水域の E_M 値を E_M^h，深水域の E_M 値を E_M^∞ とおいて，その差分 ΔE_M を(4)式で定義する。各モデルについて ΔE_M を Table 6 に示す。Table 5 と同様に，回転ベクトルを考慮した場合を "all"，考慮しない場合を "alone z" と記している。全ての ΔE_M 値は負であるから，解析の結果得られる深水域での固有振動数は，浅水域のそれよりも大きくなることを示している。また，各々のモデルにおいて，"all" よりも "alone z" の ΔE_M 値の方が絶対値が大きくなっている。よって，"all" の場合が正解を与えると考えれば，2, 3 節振動ともに回転ベクトルを無視した場合には，正解よりも高い固有振動数を得ることを示している。すなわち，解析の結果得られる深水域の固有振動数は高周波数側へずれることを示している。さらに，"alone z" の b-21 と b-61 においてそれ程 ΔE_M 値に差が無いことから，観測点数を増やしてもあまり効果がないことが予測できる。

$$[\Delta M]=[M_0^\infty]-[M_0^h] \quad (3)$$

$$\Delta E_M=E_M^\infty-E_M^h \quad (4)$$

4. 模型船による実験検証

4.1 曲線適合

深水域と浅水域 ($h/T=1.5$) にて Fig. 2 に示した回転楕円体の船尾加振実験を行い，一般粘性減衰系での曲線適合によりそれぞれのモーダルパラメータを抽出して周波数応答を再現すれば Fig. 9, 10 を得る。このとき Fig. 3 に示したモデル b-61 の観測点を実験計測点とした。深水域と浅水域のモード減衰率からモード減衰比 ζ を算出したものを Table 7 に示す。本来ならば，模型及び流体運動の振幅依存性をキャンセルさせるために振幅一定の制御を加えた実験データを比較すべきであるが，用いたデータは制御を加えずに得られたものである。そのため，Table. 7 の値は多少振幅依存性の影響を含むものであるが，全般に浅水域の方が大きな ζ が得られている。なお，前報[1] の模型船を少し改造して用いた。

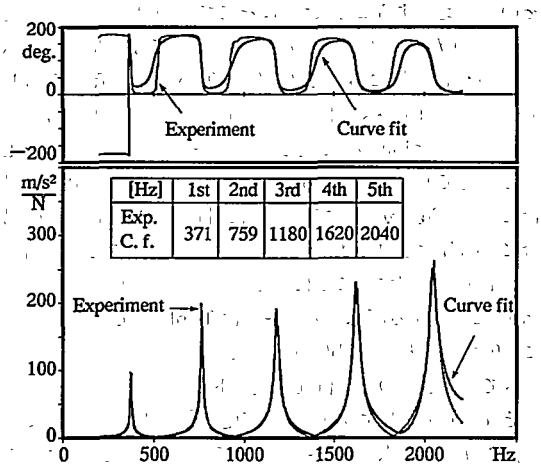


Fig. 9 Comparison of responses at force point between synthesis (curve fit) and experiment in the deep water

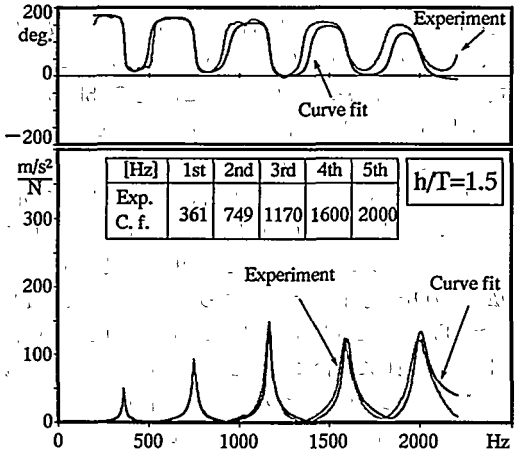


Fig. 10 Comparison of responses at force point between synthesis (curve fit) and experiment in the shallow water

Table 7 Variation of modal damping ratio ζ

ζ [%]	1 st	2 nd	3 rd	4 th	5 th
	2 node	3 node	4 node	5 node	—
deep	0.783	0.729	0.905	0.948	1.09
shallow	1.68	1.37	0.979	1.43	1.65

4.2 浅水域での実験から深水域での性能を推定

モデル b-61 の計測点から 21 点を選んで b-21 用の計測点を設定し，Fig. 10 のモーダルパラメータから b-21 のモーダルパラメータを作成した。今回も回転ベクトルは推定せず，z 方向の固有ベクトルのみで構成し，(3)式に示した $[\Delta M]$ を用いて浅水域の実験データから深水域の振動性能を推定した。b-21, b-61 各々の結果を Fig. 11, 12 に示す。観測点数 21，61 のときを較べて目立った変化はなく，3, 4, 5 節振動 (2 nd, 3 rd, 4 th ピーク) ともに固有振動数が高めに推定されている。これは前節で述べた内容と一致する結果であり，回転ベクトルを考慮せずに観測点数を増やしても，解析精度は向上しないことが確認できたこととなる。なお，5 th ピークは上下方向節振動とは認めにくいモードであり，観測点数 61 においては固有振動数の予測精度も向上しているが，この理由については調査していない。

前報[1] 同様に，モード減衰比のみ深水域のものと入れ替えて応答計算を行うと，振動レベルも良く一致する結果が得られる (Fig. 13, 14)。なお，3 節振動 (2 nd ピーク) につ

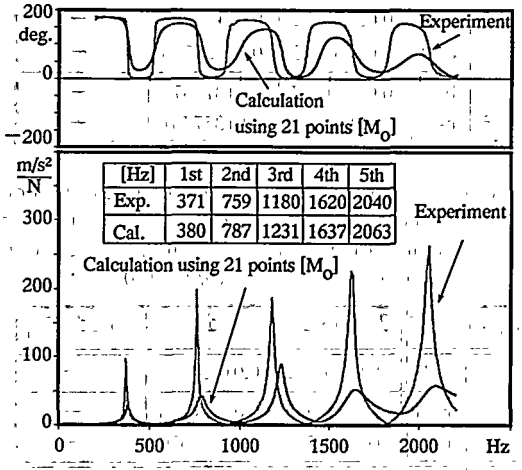


Fig. 11 Comparison of responses at force point in the deep water between experiment and calculation (modification analysis) using 21 points $[M_0]$ and ζ in the shallow water

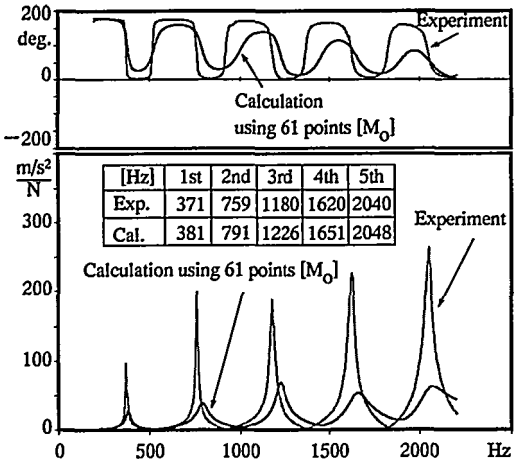


Fig. 12 Comparison of responses at force point in the deep water between experiment and calculation (modification analysis) using 61 points [M_0] and ζ in the shallow water

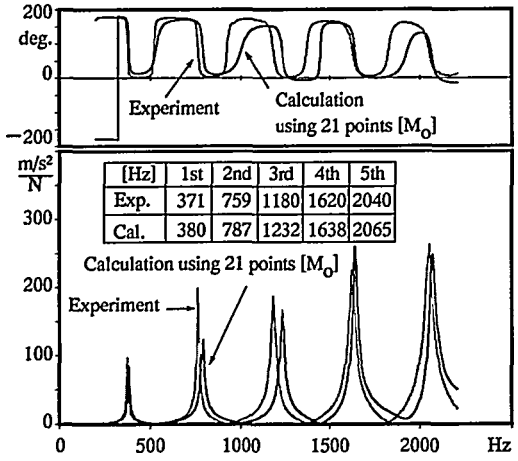


Fig. 13 Comparison of responses at force point in the deep water between experiment and calculation (modification analysis) using 21 points [M_0] and ζ in the deep water

いては，深水域のカーブフィット (Fig. 9) がそれ程うまくできてないために多少大きなモード減衰比が得られており，Fig. 13, 14 ではその影響が表れている。

5. 結　　言

回転楕円体の上下方向節振動に関してパラメータ計算を行い，観測点の配置方法が解析結果に与える影響について調べた。その結果，4 節振動以下の低次側モードでは 21 観測点の等間隔配置で充分と考えられることが判った。

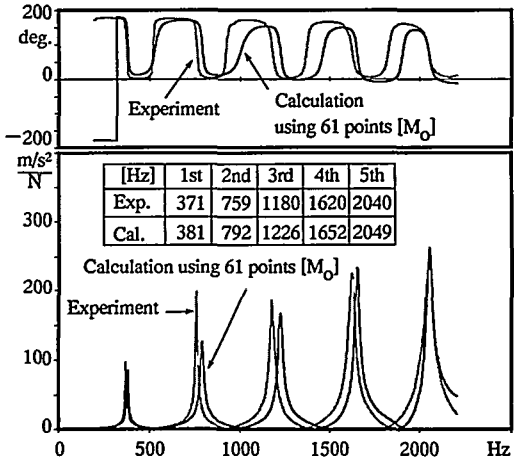


Fig. 14 Comparison of responses at force point in the deep water between experiment and calculation (modification analysis) using 61 points [M_0] and ζ in the deep water

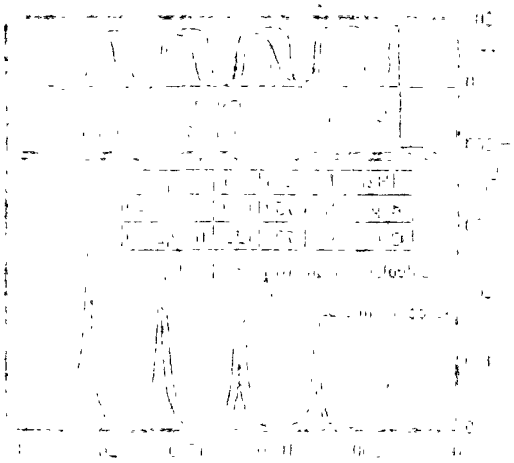
また，実験計測点に観測点を配置して計算を行った結果を分析すると，回転ベクトルを考慮せずに観測点数を増やしても解析精度は向上しないことがわかった。その確認のために観測点数を増やした実験を行い，この分析が正しいことを確認した。従って，前報[1] にて予測したように，高次モードでの解析精度悪化の原因は回転ベクトルの影響であることが推察できる。しかし，回転ベクトルを考慮した解析を行った訳ではないめに，回転ベクトルの影響だけが原因とはまだ断定できないところである。

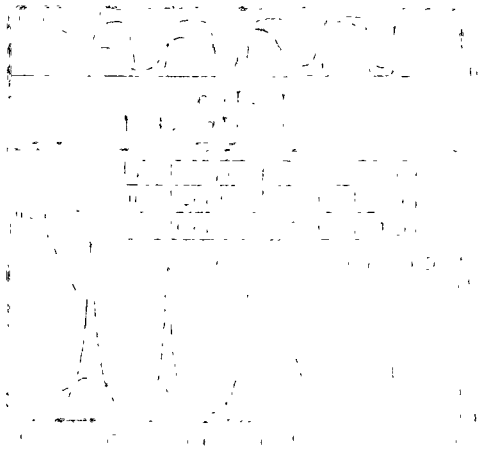
謝　　辞

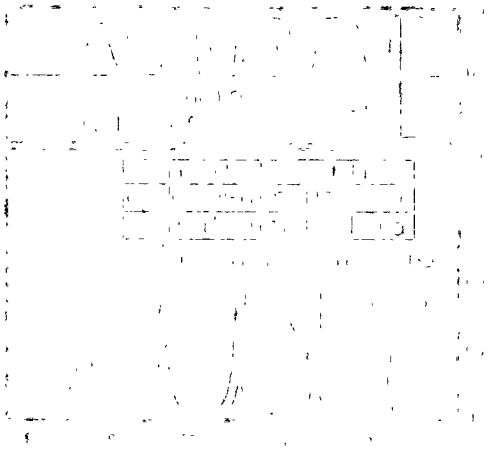
本研究の遂行にあたり御協力を戴いた，実験担当の大阪大学工学部学生谷川雅彦君，BEM 数値計算担当の同梶浦正君，構造変更解析担当の大阪大学工学部大学院学生伊藤昌隆君に対して謝意を表する。

参 考 文 献

1) 船木俊彦，林茂弘：船舶の振動レベル推定に関する基礎的研究（実験モーダル解析と境界要素法の結合），日本造船学会論文集，第 178 号前刷（1995），pp. 363〜370.
2) 松井徹哉，加藤賢治：ハイブリッド型積分方程式法による浮体の定常動揺問題の数値解析，日本建築学会構造系論文報告集，第 393 号 (1988)，pp. 165〜175.
3) 松浦義一：貨物船垂直撓み振動の解析，日本造船学会論文集，第 108 号（1960），pp. 255〜275.
4) F. M. Lewis: The Inertia of the Water Surrounding a Vibrating Ship, SNAME, vol. 37 (1929), pp. 1〜20.







G96-01-3855

2-13

平板近似による3次元水面衝撃計算法について

正員 遠 山 泰 美*

Flat Plate Approximation in the Three-dimensional Slamming

by Yasumi Toyama, *Member*

Summary

The slamming problems of the three-dimensional bodies are investigated analytically. The similar method of flat plate approximation developed by Wagner to solve the two-dimensional slamming is applied to the water entry problems of arbitrary axisymmetric bodies.

The theoretical approach is extended to the more general case where the shape of the impact surface is elliptic. An analytical expression for the three-dimensional pressure distribution is derived. It is shown that the maximum impact pressure is approximately proportional to the square of the expanding velocity of the major diameter of the elliptic wet surface.

1. 緒　　言

船体と水面との相対運動によって発生する衝撃荷重は船舶の安全性を確保する上で考慮すべき重要な荷重の1つである。実際の衝撃現象の多くは3次元的であるが，これまでに3次元の衝撃を理論的に扱った研究は非常に少なく，Chuang[1]の円錐，渡辺[2]の傾斜平板の研究が代表されるに過ぎない。

2次元の衝撃理論の1つにWagner[3]による平板近似モデルがあるが，平板端部の取り扱いの不完全さに難点があった。その後，渡辺[4]やCointeら[5]はMatched asymptotic expansion手法を用い，Splashの影響を考慮したより合理的な理論を構築した。なおWagner理論による圧力分布は，これらのより正確な圧力分布に比べ，大幅な違いがあったわけではなかった。簡潔さを考慮すれば，Wagner理論はなお十分利用価値が高いと考えられる。

そこで2次元のWagnerの理論を3次元に拡張することを試みた。まず，円板近似による任意の軸対称物体の水面衝撃の算定法を示し，次に接水面の形状が楕円形（長径と短径の比が時間とともに変化しながら拡大する楕円平板）で近似できる場合の衝撃圧力分布および衝撃力の計算法を提案した。計算法の構築にあたり，Wagnerと同様の仮定，すなわち浅吃水，空気の巻き込みの無視，重力無視，非圧縮性流体の仮定を置いた。

3次元理論の定式化には2次元理論と共通する部分が多いので，最初に2次元理論について簡単にまとめた。

2. Wagnerの水面衝撃理論

2.1 平板の速度ポテンシャルおよび衝撃圧力

半幅 $c(t)$ の平板が2次元静止流体中を板に垂直に $V(t)$ なる速度で運動する時の板表面での速度ポテンシャルは

$$\phi=-Vc\sqrt{1-\xi^2},\ \xi=x/c<1 \tag{1}$$

で表される。Bernoulliの式

$$p/\rho=-\partial\phi/\partial t-(\partial\phi/\partial x)^2/2 \tag{2}$$

に(1)式を代入すると(3)式の圧力算定式を得る。

$$p=0.5\rho V^2[2\alpha/\sqrt{1-\xi^2}-\xi^2/(1-\xi^2)]+\rho c\dot{V}\sqrt{1-\xi^2} \tag{3}$$

ここに

$$\alpha=\dot{c}/V=(dc/dt)/V \tag{4}$$

ρ：流体密度

2.2 接水幅およびその拡大速度

水面の盛上がりは平板まわりの水面の上昇速度を v_2（物

* 三井造船(株)船舶艦艇事業部技術開発部

原稿受理　平成8年1月9日
春季講演会において講演　平成8年5月15，16日

体に対する相対速度）とすると，

$$v_2=V/\sqrt{1-\xi^{-2}},\ \xi>1 \tag{5}$$

の積分によって求められる。左右対称物体の形状を

$$z=\beta_0x+\beta_1x^2+\beta_2x^3+\beta_3x^4+\cdots \tag{6}$$

で表す。今，

$$1/a=V/\dot{c}=\alpha_0+\alpha_1c+\alpha_2c^2+\alpha_3c^3+\cdots \tag{7}$$

で表されるものとすると，接水端 $x=c$ における水面高さ $w(c)$ は(5)式の積分により

$$w(c)=\int v_2dt=\int_0^c[v_2/(Va)]dc$$

$$=\frac{\pi}{2}\alpha_0c+\alpha_1c^2+\frac{\pi}{4}\alpha_2c^3+\frac{2}{3}\alpha_3c^4+\cdots \tag{8}$$

となり，$x=c$ における物体の高さ $z(c)$ と一致する必要から(6)式と比較し，

$$\alpha_0=2\beta_0/\pi,\ \alpha_1=\beta_1,\ \alpha_2=4\beta_2/\pi,\ \alpha_3=3\beta_2/2 \tag{9}$$

を得る。Wagner[3] の文献には α_4 まで示されているが，係数 α_n と β_n の間には次の関係が成り立つので，容易に高次の係数を算出することができる。

$$\alpha_n=\beta_n/\gamma_n,\ \gamma_0=\pi/2,\ \gamma_1=1$$
$$\gamma_n=[(n-1)/n]\cdot\gamma_{n-2}\quad n=2,3,\cdots \tag{10}$$

(7)式により α が求められると(3)式により圧力分布が計算できる。また接水後の物体の落下距離を没水深さ h で定義すると，h は

$$h=\int V(t)dt=\int_0^c(1/\alpha)dc$$

$$=\alpha_0c+\frac{\alpha_1}{2}c^2+\frac{\alpha_2}{3}c^3+\cdots \tag{11}$$

によって計算される。

2.3　円柱の水面衝撃

Wagner の理論の適用例は楔型物体に関するものが最も広く知られているが，ここでは海洋構造物の分野で応用価値の高い水平円柱への適用を考える。半径 a の円を最下端を中心に Taylor 展開すると，

$$\frac{z}{a}=\frac{1}{2}\left(\frac{x}{a}\right)^2+\frac{1}{8}\left(\frac{x}{a}\right)^4+\frac{1}{16}\left(\frac{x}{a}\right)^6+\frac{5}{128}\left(\frac{x}{a}\right)^8+\cdots \tag{12}$$

となる。(10)式を利用すると，

$$\frac{1}{\alpha}=\frac{1}{2}\left(\frac{c}{a}\right)+\frac{3}{16}\left(\frac{c}{a}\right)^3+\frac{15}{128}\left(\frac{c}{a}\right)^5+\frac{525}{6144}\left(\frac{c}{a}\right)^7+\cdots \tag{13}$$

$$\frac{h}{a}=\frac{1}{4}\left(\frac{c}{a}\right)^2+\frac{3}{64}\left(\frac{c}{a}\right)^4+\frac{15}{768}\left(\frac{c}{a}\right)^6+\frac{525}{49152}\left(\frac{c}{a}\right)^8+\cdots \tag{14}$$

を得る。Wagner は衝撃力 F を半幅 c の平板の付加水質量のもつ運動量から求めており，V が一定の場合には

$$F/\rho V^2a=\alpha\pi(c/a) \tag{15}$$

となる。(15)式左辺の無次元化表示は衝撃力係数とも呼ばれている。(14)式の4乗項 ($n=4$) で打ち切ると

$$F/\rho V^2a=2\pi/\sqrt{1+3(h/a)}\cong 2\pi/[1+1.5(h/a)] \tag{16}$$

となり，Miller[6] の文献で紹介されている Wagner モデルによる円柱の衝撃力係数に一致する。$n=4$ で打ち切った場合，$x=a$ で $z=a$ となるべきところが，$z=0.625a$ となり，最大径付近の形状は円から離れてくる。$n=4$ で打ち切らなくても(10)式を利用すれば，高次の項を含む計算が容易にできる。(15)式は無限流体中の平板の付加水質量の 1/2 を用いて導かれているが，必ずしもそのように表し得るという根拠に乏しいように思われる。むしろ(3)式の圧力分布を積分して衝撃力を求める方が適切で理解し易い。

ただし Wagner モデルでは平板を回り込む無限大の流速のために接水端の圧力は負の無限大になっており，そのまま積分するのは具合が悪い。そこで圧力の正の領域だけで積分し，接水端近傍の負の部分を無視することを考える。低傾斜楔に対する Splash を考慮した非線形数値計算例，たとえば谷沢[7] (BEM)，遠山[8] (FEM) による圧力分布は Wagner の負域を無視した圧力分布とよく似ており，Wagner の正の圧力部分だけを積分して衝撃力を求めることは工学的には妥当だと判断される。V が一定の場合，圧力が正から負に変わる位置 x_0 は，

$$x_0/c=\xi_0=(2\alpha\sqrt{\alpha^2+1}-2\alpha^2)^{1/2} \tag{17}$$

で与えられ，$-x_0$ から x_0 まで積分すると衝撃力は

$$F/\rho V^2c=2\alpha\sin^{-1}\xi_0+\xi_0-0.5\log[(1+\xi_0)/(1-\xi_0)] \tag{18}$$

で求められる。なお(2)式の第2項を無視して積分すると(15)式に一致する。Fig. 1 に(15)式と(18)式による衝撃力係数を比較して示す。Fig. 2 に荒井[9]，Cointe ら[5]，Miller[6] の文献に示されている衝撃圧係数と項数を十分多く取った場合の(18)式の値を比較した。(16)式で示される Wagner

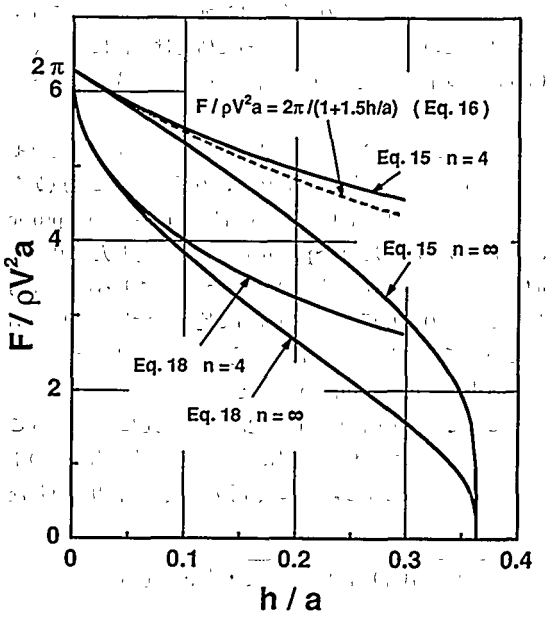


Fig. 1　Slamming coefficients of a circular cylinder based on Wagner's theory

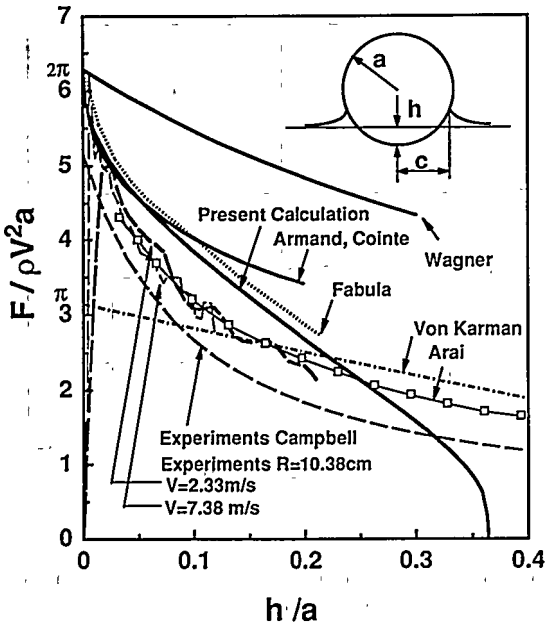


Fig. 2　Experimental, numerical and theoretical slamming coefficitents of a circular cylinder

の衝撃力係数は他の計算値や実験値と大きく離れているが，これはWagner自身が計算したわけではなく，理論の不備によるものではない。むしろ摂動法でもってより正確に評価したCointeら[5]の2次近似解と(18)式による値が近いことは簡潔なWagnerモデルの実用性の高さを示している。

3.　3次元軸対称物体の水面衝撃

3.1　円板の速度ポテンシャルおよび衝撃圧力

半径 $c(t)$ の円板が無限流体中を板に垂直に $V(t)$ なる速度で運動するとき円板表面での速度ポテンシャル[10]は，

$$\phi=-(2/\pi)Vc\sqrt{1-\xi^2},\ \xi=r/c<1 \tag{19}$$

で表される。Bernoulliの式に代入すると，圧力算定式，

$$p=\frac{\rho}{2}V^2\cdot\frac{4}{\pi}\left[\frac{\alpha}{\sqrt{1-\xi^2}}-\frac{1}{\pi}\frac{\xi^2}{(1-\xi^2)}\right]+\frac{2}{\pi}\rho c\dot{V}\sqrt{1-\xi^2} \tag{20}$$

ここに

$$\alpha=\dot{c}/V$$

を得る。V が一定の場合，最大圧力は

$$p_{max}/0.5\rho V^2=4/\pi^2+\alpha^2,\ \alpha>2/\pi \text{ のとき} \tag{21}$$

$$p_{max}/0.5\rho V^2=4\alpha/\pi,\ \alpha\leq 2/\pi \text{ のとき} \tag{22}$$

となる。また圧力が0となる位置は，

$$r_0/c=\xi_0=\frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}}\left[\sqrt{1+\frac{4}{(\pi\alpha)^2}}-1\right]^{1/2} \tag{23}$$

で与えられる。

正の圧力部分を積分すると衝撃力 F は，

$$F/0.5\rho\pi V^2c^2=(4/\pi^2)\cdot[2\pi\alpha(1-\sqrt{1-\xi_0^2})+\xi_0^2+\log(1-\xi_0^2)] \tag{24}$$

で計算できる。

3.2　接水半径およびその拡大速度

水面の盛上がりは円板まわりの水面の物体に対する相対速度 v_3，

$$v_3=\frac{2V}{\pi}\left[\frac{1}{\sqrt{\xi^2-1}}-\sin^{-1}\left(\frac{1}{\xi}\right)\right]+V,\ \xi>1 \tag{25}$$

を積分して求められる。軸対称物体の形状を

$$z=\beta_0r+\beta_1r^2+\beta_2r^3+\beta_3r^4+\cdots \tag{26}$$

で表す。今，

$$1/\alpha=V/\dot{c}=\alpha_0+\alpha_1c+\alpha_2c^2+\alpha_3c^3+\cdots \tag{27}$$

で表されるものとすると，接水端 $r=c$ における水面高さ $w(c)$ は(25)式の積分から

$$w(c)=\int v_3dt=\int_0^c[v_3/(V\alpha)]dc$$
$$=\frac{4}{\pi}\alpha_0c+\frac{3}{4}\alpha_1c^2+\frac{16}{9\pi}\alpha_2c^3+\frac{15}{32}\alpha_3c^4+\cdots \tag{28}$$

となり，$z(c)$ と一致する必要から(26)式と比較し，

$$\alpha_n=\beta_n/\gamma_n,\ \gamma_0=4/\pi,\ \gamma_1=3/4$$
$$\gamma_n=[(n-1)(n+2)/(n+1)^2]\cdot\gamma_{n-2}\quad n=2,3,\cdots \tag{29}$$

を得る。(27)式により α が決まると(20)～(24)式を用いて圧力分布や衝撃力が算定できる。

3.3　円錐の衝撃

(26)式の第1項だけを考えると，

$$\alpha=4/(\pi\beta_0),\ h=\pi\beta_0c/4$$
$$c/c_0=4/\pi=1.273 \tag{30}$$

が得られる。

ここに c_0 は水面の盛上がりを無視したときの接水半径である。Chuang[1]は同様の手法で円錐の問題を解いているが流速の算定式が(25)式と異なるため $c/c_0=1.36$ を得ており(30)式の値より少し大きい。

3.4　放物面物体の衝撃

(26)式の第2項だけを考えると，

$$\alpha=3/(4\beta_1c),\ h=2\beta_1c^2/3$$
$$c/c_0=\sqrt{3/2}=1.225 \tag{31}$$

となる。

3.5　半径 a を持つ球面物体の衝撃

(12)式の x の代わりに r を用い，(29)式，(11)式を適用すると

$$\frac{1}{\alpha}=\frac{2}{3}\left(\frac{c}{a}\right)+\frac{4}{15}\left(\frac{c}{a}\right)^3+\frac{6}{35}\left(\frac{c}{a}\right)^5+\frac{8}{63}\left(\frac{c}{a}\right)^7+\cdots \tag{32}$$

$$\frac{h}{a}=\frac{1}{3}\left(\frac{c}{a}\right)^2+\frac{1}{15}\left(\frac{c}{a}\right)^4+\frac{1}{35}\left(\frac{c}{a}\right)^6+\frac{1}{63}\left(\frac{c}{a}\right)^8+\cdots \tag{33}$$

を得る。水面形状，圧力分布形状，衝撃力係数，c/c_0 比の計算結果を円柱の場合と比較してFig. 3～Fig. 6に示す。

圧力，衝撃力については V は一定とした。衝撃力係数は円柱の場合，接水開始時が最大で 2π であり，$h=0.363a$ の

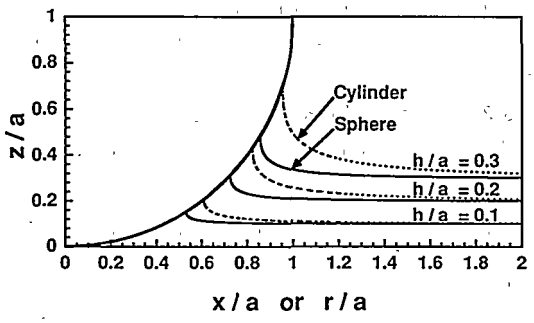


Fig. 3 Free surface elevation during the slamming of circular cylinder and sphere

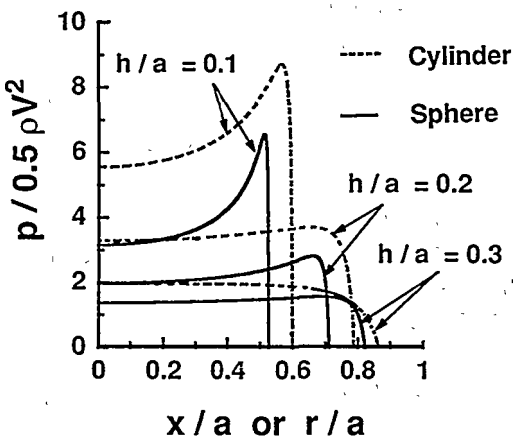


Fig. 4 Non-dimensional pressure distribution on the impact surfaces of circular cylinder and sphere

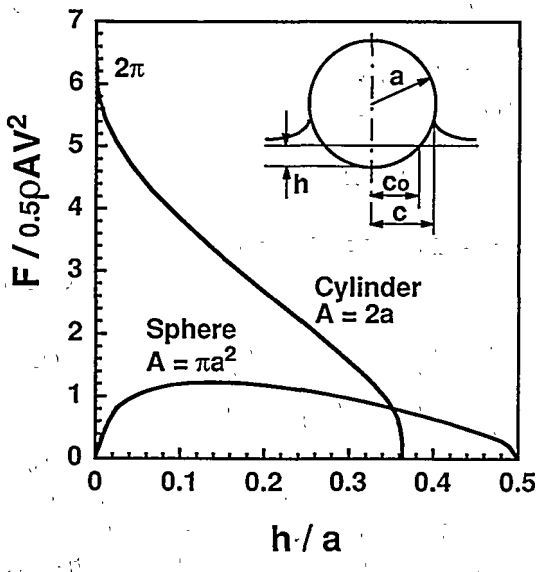


Fig. 5 Slamming coefficients of circular cylinder and sphere obtained by flat plate approximation

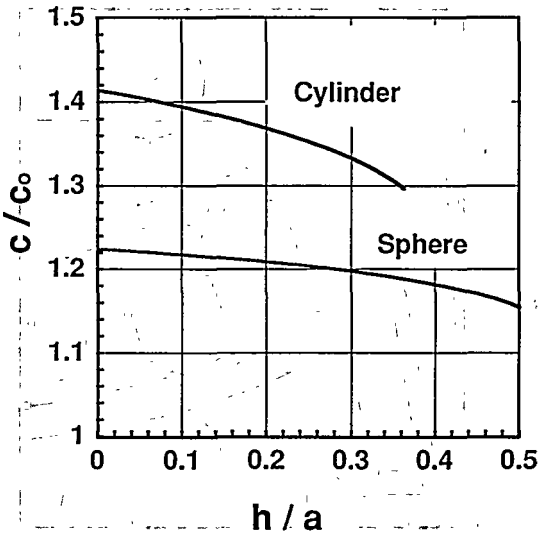


Fig. 6 The ratio of immersion breadth c/c_0 for circular cylinder and sphere

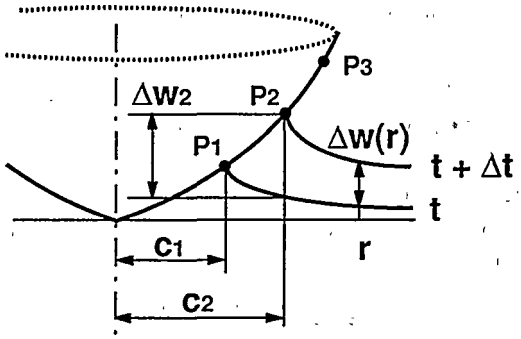


Fig. 7 Geometrical relations of the slamming of an axisymmetric body

ときに0となる。一方，球面の場合には $h=0.142a$ で最大値1.229に達し，$h=0.5a$ のときに0となる。c/c_0 比は円柱では $\sqrt{2}$ から始まるのに対し，球の場合は $\sqrt{1.5}$ から始まる。

3.6 区分的積分による軸対称問題の解法

Wagner の方法は級数展開を利用するものであるが，別な手法として物体表面を節点と要素で表現し区分的に積分して行く方法[8]が2次元衝撃問題で提案されている。ナックルを有する物体や収束の遅い級数となる場合には便利である。軸対称物体の場合，Fig. 7 に示すように物体表面に $P_1, P_2, \cdots$ なる節点を置く。

P_1 が接水した後 P_2 が接水するまでの時間を Δt と表す。接水半径の拡大速度と物体の落下速度の比 α は Δt の間は

一定と見なすと，Δt 間の水面上昇量 Δw は，(25)式を用い，

$$\Delta w(r)=\int_{c_1}^{c_2}(v_3/Va)dc=[F(c_2,r)-F(c_1,r)]/a \tag{34}$$

ここに，

$$F(c,r)=c-\frac{2}{\pi}(c\sin^{-1}\frac{c}{r}+2\sqrt{r^2-c^2}) \tag{35}$$

で計算できる。$\Delta w(c_2)$ は既知量 Δw_2 に一致する必要があるので $a, \Delta t$ はそれぞれ，

$$a=[F(c_2,c_2)-F(c_1,c_2)]/\Delta w_2 \tag{36}$$

$$\Delta t=(c_2-c_1)/(Va) \tag{37}$$

によって求められる。(34)式により，P_2 が接水する時の水面形状を計算し，次のステップで同様の計算を繰り返す。各ステップ毎の a と c を用いて(20)～(24)式から衝撃圧力，衝撃力を計算する。

4. 接水面が楕円形で表される場合の3次元水面衝撃

4.1 楕円平板の速度ポテンシャルおよび衝撃圧力

3.1で用いた円板の代わりに短軸半径 $c(t)$，長軸半径 $b(t)$ の楕円平板を考える。残念なことにこの問題は陽な形では解かれていない。Lamb[10] は軸半径 abc を持つ楕円体が無限流体中を1つの軸方向に V で運動する場合の速度ポテンシャルの計算式を提示している。楕円体を次式，

$$x^2/c^2+y^2/b^2+z^2/a^2=1 \tag{38}$$

で表す。z 方向に V で運動しているものとすると，この楕円体と焦点を共有する楕円体，

$$x^2/(c^2+\lambda)+y^2/(b^2+\lambda)+z^2/(a^2+\lambda)=1,\ \lambda\geq 0 \tag{39}$$

の表面における速度ポテンシャルは，

$$\phi=-[abc/(2-\alpha_0)]\cdot Vz\int_\lambda^\infty(a^2+\lambda)^{-1}\cdot\Delta^{-1}d\lambda \tag{40}$$

ここに，

$$\alpha_0=abc\int_0^\infty(a^2+\lambda)^{-1}\cdot\Delta^{-1}d\lambda \tag{41}$$

$$\Delta=[(a^2+\lambda)(b^2+\lambda)(c^2+\lambda)]^{1/2} \tag{42}$$

で与えられる。ここで $\lambda=0$, $\alpha\to 0$ として数値計算を行うと楕円平板上の速度ポテンシャルが次式の形で求められる。

$$\phi(\xi,\eta)=-Vcf_0(s)\cdot(1-\xi^2-\eta^2)^{1/2} \tag{43}$$

ここに，

$$\xi=x/c,\ \eta=y/b,\ s=c/b\leq 1$$

Table 1 Added mass coefficient of elliptic disk

s=c / b	f0(s)	Eq. (45)	Note
0.0	1.000	1.000	(2-D Plate)
0.2	0.952	0.952	2c
0.4	0.869	0.870	2b
0.6	0.784	0.782	
0.8	0.705	0.704	$f_0=m_a/(4\rho\pi bc^2/3)$
1.0	0.637	0.637	(Circular Disk)

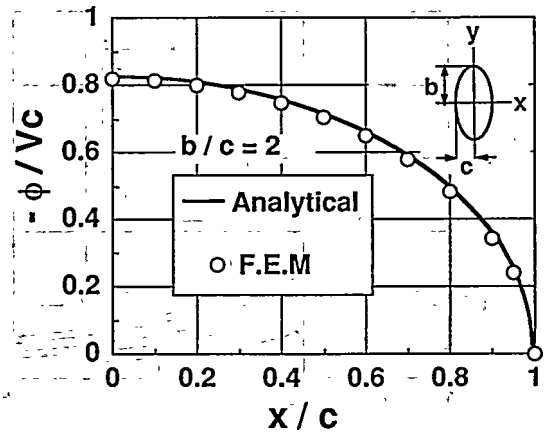


Fig. 8 Velocity potential on the surface of an elliptic disk in motion of translation

$f_0(s)$ は楕円平板中央での無次元化速度ポテンシャルの値であるが，次式で定義した無限流体中の楕円平板の付加水質量係数でもある。

$$f_0(s)=m_a/(4\rho\pi bc^2/3) \tag{44}$$

f_0 の計算値を Table 1 に示す。近似多項式を次式で示す。

$$f_0(s)=1-0.0941s-0.9140s^2+0.9749s^3-0.3302s^4 \tag{45}$$

$b/c=2$ に対し，(43)式から求めた速度ポテンシャル分布と3次元FEM解析により解いた結果の比較を Fig. 8 に示す。(43)式と Bernoulli の式から楕円平板上の衝撃圧力算定式，

$$\begin{aligned}p=0.5\rho V^2\{&2[\alpha_c f_0+s(\alpha_c-s\alpha_b)\cdot f_0']\cdot\sqrt{g}\\&+2f_0\cdot(\alpha_c\xi^2+s\alpha_b\eta^2)/\sqrt{g}\\&-f_0^2\cdot(\xi^2+s^2\eta^2)/g\}+\rho c\dot{V}f_0\sqrt{g}\end{aligned} \tag{46}$$

ただし，

$$\alpha_b=\dot{b}/V,\ \alpha_c=\dot{c}/V,\ g=1-\xi^2-\eta^2$$

$$f_0'=-0.0941-1.828s+2.9247s^2-1.3208s^3$$

が導かれる。

4.2 接水面の拡大速度と水面の盛上がり

(40)式を利用し水面の上昇速度を数値的に算出することができる。楕円平板と焦点を共有する楕円上の水面上昇速度は全て同じ値になることから，x 軸上の流速分布を求めておけば任意の水面上の流速が容易に計算できる。楕円の縦横比 s を変化させ，x 軸上の流速分布 v を計算すると Fig. 9 のように表される。$c/b=0$ の場合(5)式の v_2 となり，$c/b=1$ の場合，(25)式の v_3 に一致する。後の計算に便利なように v_2 と v_3 を組み合わせて Fig. 9 に対応する近似式を作っておくと，たとえば

$$v=[(1+s^2)v_A+s^2(\xi^2-1)v_B]/(1+s^2\xi^2) \tag{47}$$

ここに，

$$v_A=sv_3+(1-s)v_2$$

$$v_B=V+(v_3-V)/s$$

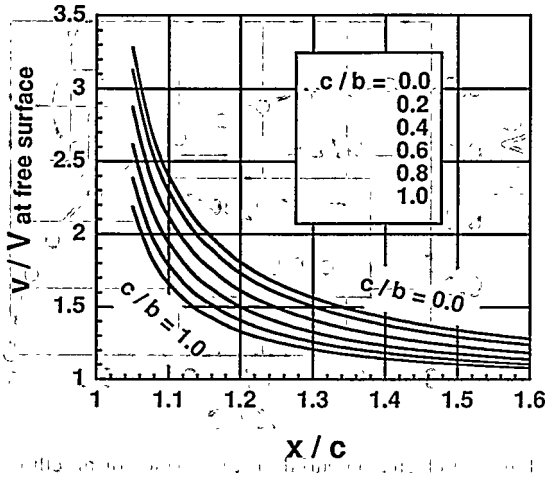


Fig. 9 Velocity distribution of elevated free surface outside the elliptic disk

のように表される。

水面の盛上がりの計算は楕円の全周で行わずに x 軸と y 軸上だけで行う。3.6 で述べた方法と同様の手法により，区分的な積分を数値積分により実施する。x 軸と y 軸の両方で接水する条件を満足させるためには，若干の繰り返し計算が必要となる。具体的には 2 方向の無次元化接水半径拡大速度の比，α_b/α_c を仮定して α_c と Δt を求め，時刻 $t+\Delta t$ における y 軸上の接水端 $y=b+\alpha_b V\Delta t$ で物体と水面の間にギャップまたは重なりが生じないよう α_b を調整するという収束計算を行う。

4.3 楕円体の水面衝撃計算結果

上述した算定法は接水面が楕円で近似できさえすれば任意の物体形状に対し利用でき，たとえば幅方向に変形した円錐等も扱える。ここでは Fig. 10 に示すように，3 つの半径が a, B, C で表される楕円体の水面衝撃を考える。1 例として $B/a=1.5$, $C/a=0.75$, V が一定の場合の水面形状を Fig. 11 に，衝撃圧力分布を Fig. 12, Fig. 13 に示す。h/a

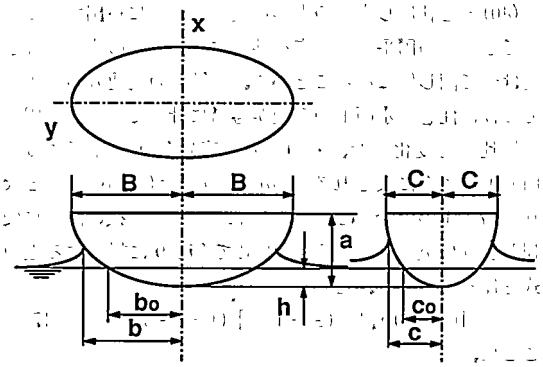


Fig. 10 Geometrical relations of the slamming of an ellipsoid

$=0.1$ のときの長軸半径の拡大速度は $3.55V$ であり，最大圧力の無次元化値は長軸端部で $12.8(=3.58^2)$ となっている。このことから最大圧力は近似的に

$$P_{max}/0.5\rho V^2 \cong \alpha_b^2 = (\dot{b}/V)^2 \tag{48}$$

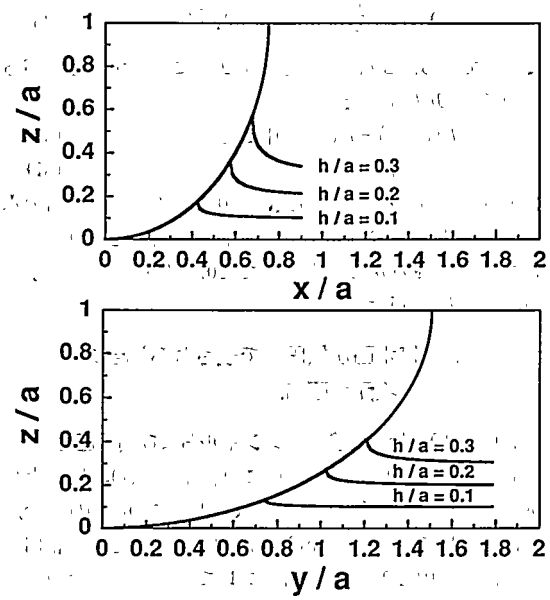


Fig. 11 Free surface elevation during the slamming of the ellipsoid ($B/a=1.5$, $C/a=0.75$)

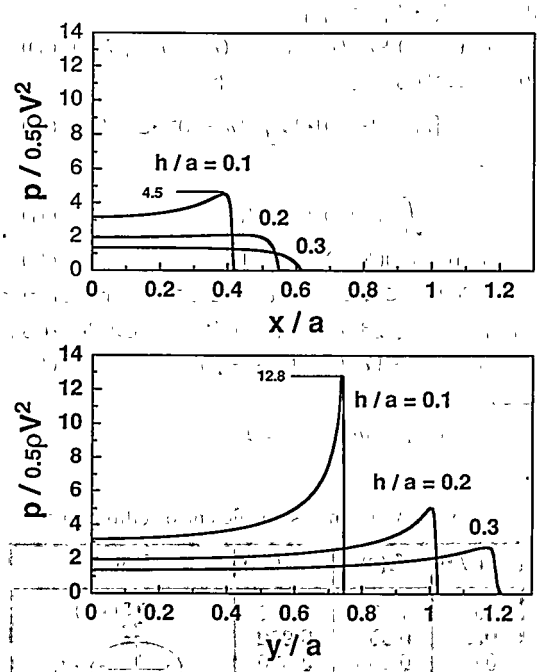


Fig. 12 Non-dimensional pressure distributions along the horizontal axes on the surface of the ellipsoid ($B/a=1.5$, $C/a=0.75$)

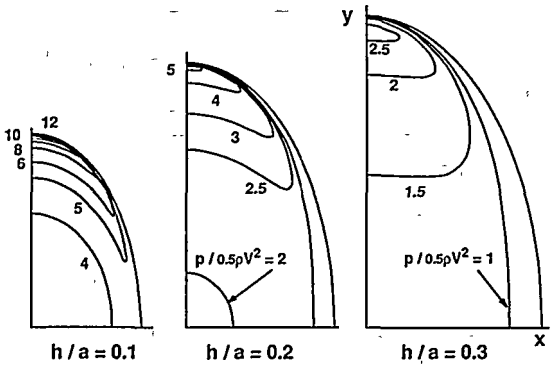


Fig. 13 Non-dimensional pressure contour on the surface of the ellipsoid (B/a=1.5, C/a=0.75)

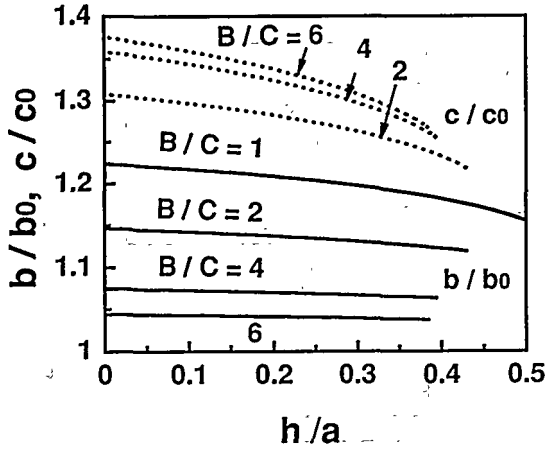


Fig. 14 The ratio of immersion radius b/b_0 and c/c_0 for the penetrating ellipsoids

で表されることが確認できる。

次に B/C=1～6 の楕円体について水面の盛上がりによる接水半径の増加の割合を調べてみると Fig. 14 のようになる。パラメータ b/b_0, c/c_0 の値は深さ方向の半径 a には影響されない。B/C が大きくなる程，長軸側の水面の盛上がりは小さくなり b/b_0 の値は1に近づくことが分かる。最大圧力は長軸側で発生するため，b/b_0 の低下が最大圧力に及ぼす影響は少なくない。B/C=2 および4の場合の衝撃力係数の計算結果を Fig. 15 に示す。なお落下速度 V は一定とし，衝撃力は(46)式の正の部分のみ積分して求めた。没水深さ h(すなわち時間に比例)に対する衝撃力の変化は球面の場合の形状（Fig. 5）と類似していることが分かる。

5. 3次元水面衝撃における弾性の影響

弾性変形の影響がクッション効果として衝撃力を緩和させる方向に作用するのかそれとも相対速度の振動的変動のために増大させるかは興味深い問題であり，2次元での解

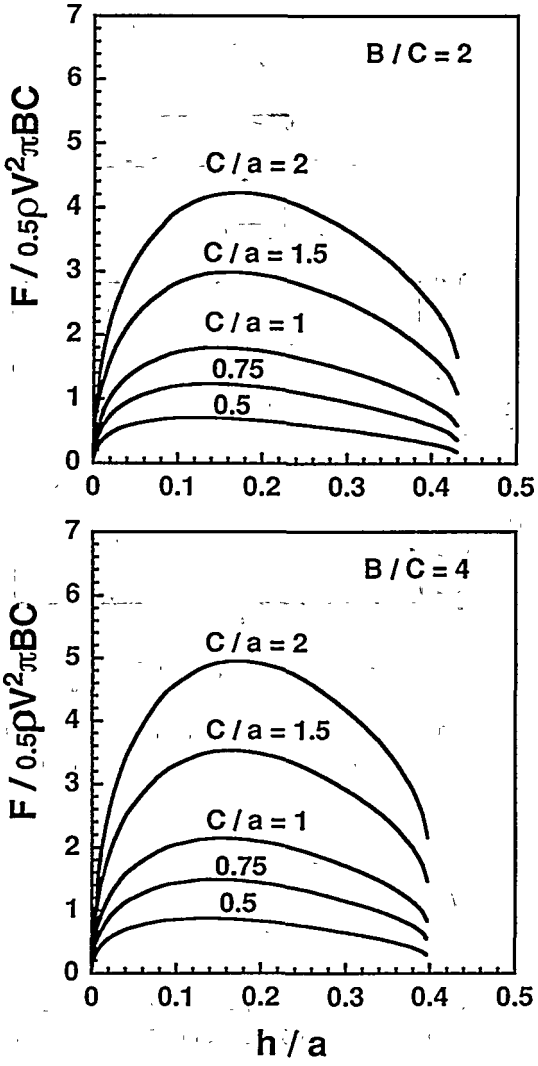


Fig. 15 Slamming coefficitents of ellipsoids

析[11)12)]が行われている。楕円体の衝撃力は球面の衝撃力に基本的に類似しているので，ここでは簡単のため代表的3次元物体として球面を取り上げる。Fig. 16 に示すように半径 a 質量 M の球面が，ばね K に支持され，支持部が水面に対し一定速度 V で移動する問題を時系列領域で解析する。

没水深さ h についての運動方程式は，

$$M\ddot{h}=K(Vt-h)-(F_1+F_2) \tag{49}$$

となる。

ここに，

$F_1=0.5\rho\dot{h}^2\pi a^2\cdot Cs$　((20)式第1項の積分)

$F_2=(4/3)\rho c^3\cdot\ddot{h}$　((20)式第2項の積分)

無次元化表示を行うと(49)式は(50)式で表される。

$$\left[\mu+\frac{2}{\pi}\left(\frac{c}{a}\right)^3\right]\cdot\ddot{u}=\frac{4\pi^2\mu}{\lambda^2}(\tau-u)-\frac{3}{4}C_s(u)\cdot\dot{u}^2 \tag{50}$$

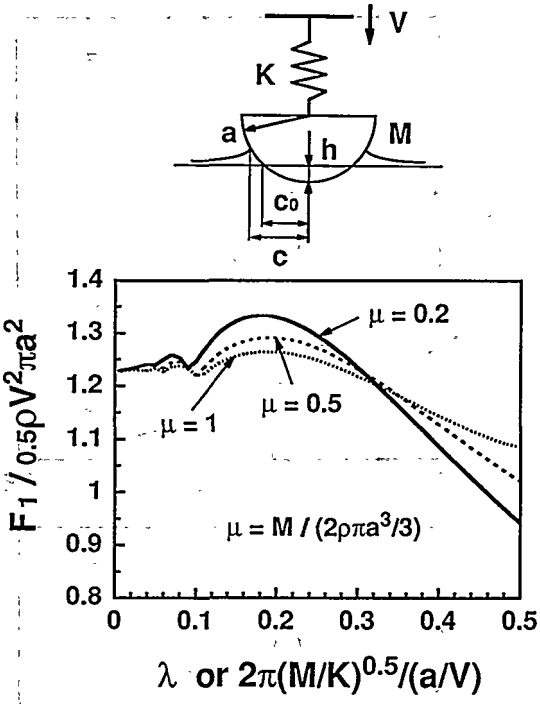


Fig. 16 The effect of natural period of the elastically supported sphere on the peak slamming force

ただし,

$u=h/a,\ \dot{u}=du/d\tau=\dot{h}/V,\ \ddot{u}=d^2u/d\tau^2$

$\tau=t/t_0,\ t_0=a/V$

$\mu=M/(2\rho\pi a^3/3),\ \lambda=2\pi\sqrt{M/K}/t_0$

μ は物体質量と半球の排除体積に対する流体の質量比を示している。λ は空中固有周期と半径 a の距離を進むに要する時間の比を表している。C_s は Fig. 5 に示す球の衝撃力係数である。1例として $\mu=0.2$, $\lambda=0.05, 0.2, 0.5$ とした場合の物体速度および流体力 F_1, F_2 の時系列を Fig. 17 に示す。F_2 すなわち加速度に比例する付加水質量力は時間とともに増大する固有周期でもって変動する。一方, F_1 は速度の2乗に比例する狭義の衝撃力であるが F_2 程の変動は見られない。λ を横軸に取り, F_1 の衝撃持続中の最大値をプロットしたものが Fig. 16 である。

$\lambda=0.2$ 付近で最大となり, 質量 M が小さい程大きくなる傾向を示す。ばね K は衝撃の初期に変形し相対速度の低下をもたらすが, その後スプリングバックにより速度が増加する。$\lambda=0.2$ の時にはこの増加時期と衝撃力係数の最大時期とが重なるため, F_1 が大きくなると解釈できる。

6. 結　　言

2次元の Wagner 理論を3次元に拡張することによって, 3次元衝撃の特徴がいくらか明らかになった。2次元の場合, たとえば円柱の場合, 初期の段階で接水面積が急激に増大し, 大きな衝撃力が発生するのに対し, 3次元の場合には接水面積が縦横に拡大して行くため衝撃力の上昇はゆるやかになる傾向を示す。また水面の盛上がりによる接水幅の増大効果も3次元の方が少なく, 最大衝撃圧力は小さくなる傾向を示す。最大衝撃圧は3次元の場合であっても近似的に接水境界の移動速度の2乗に比例し, 滑走板の岐点圧と類似していることが分かった。本計算法は双胴船の平底状の連結甲板が曲面で表される水面と衝突するときの衝撃荷重の推定等に利用できるものと思われる。

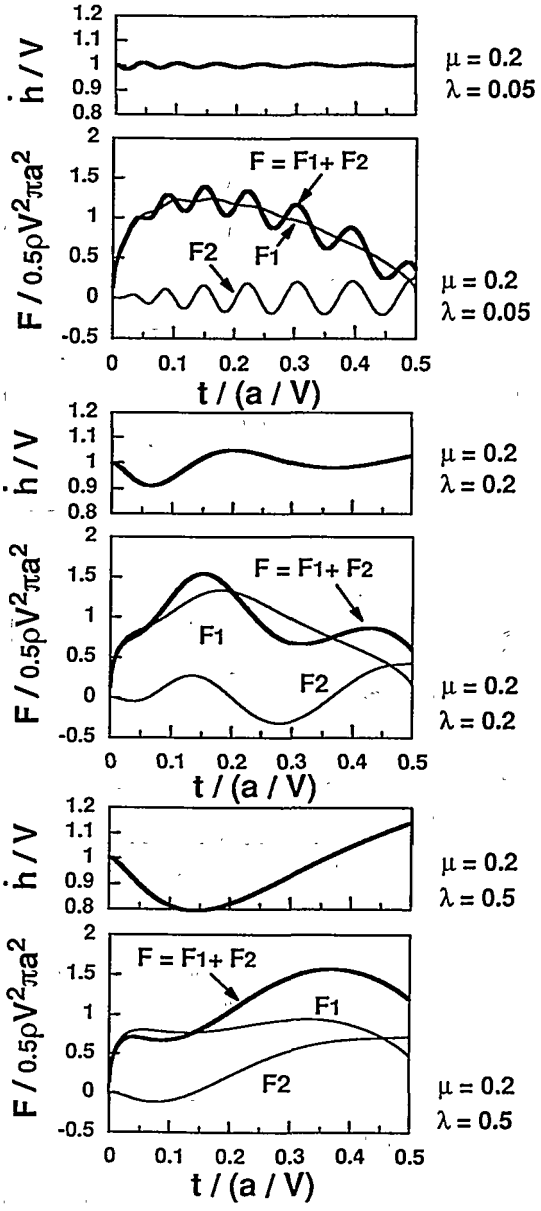


Fig. 17 Time histories of the impact force and velocity of the elastically supported sphere

衝撃問題における弾性影響については必ずしも一般的な結論ではないが弾性支持された球面物体に関する数値解析結果から，速度の2乗に比例する狭義の衝撃力項は付加水質量力項程には大きな変動をしないという知見を得た。

参考文献

1) Chuang, S. L.: Theoretical Investigations on Slamming of Cone-shaped Bodies, Journal of Ship Research, No. 4, Vol. 13 (1969)
3) 渡辺巌：平坦な船底に作用する衝撃水圧について，日本造船学会論文集，第159号 (1986)
3) Wagner, V. H.: Über Stoß-und Gleitvorgänge an der Oberfläche von Flüssigkeiten, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, Band 12, Heft 4 (1932)
4) Watanabe, I.: Analytical Expression of Hydrodynamic Impact Pressure by Matched-asymptotic Expansion Technique, 西部造船会々報，第71号 (1986)
5) Armand, J. L., Cointe, R.: Hydrodynamic Impact Analysis of a Cylinder, 5th Offshore Mechanics and Arctic Engineering Symposium (1986)
6) Miller, B. L.: Wave Slamming on Offshore Structures, National Maritime Institute, NMI R81 (1980)
7) 谷澤克治：境界要素法による楔の着水問題の相似解，関西造船協会誌，第196号 (1985)
8) 遠山泰美：任意形状物体の2次元水面衝撃計算法について，日本造船学会論文集，第173号 (1993)
9) Arai, M., Cheng, L. Y., Inoue, Y.: A Computing Method for the Analysis of Water Impact of Arbitrary Shaped Bodies, 日本造船学会論文集，第176号 (1994)
10) Lamb, H.: Hydrodynamics, 6th edition, Cambridge University Press (1932)
11) 高木健：水面衝撃問題における弾性の影響，関西造船協会誌，第222号 (1994)
12) Kvålsvold, J., Faltinsen, O. M.: Hydroelastic Modeling of Wet Deck Slamming on Multihull Vessels, Journal of Ship Research, Vol. 39, No. 3 (1995)

2-14

The Resisting Mechanism during the Large Normal Deflection of Thin Shells subjected to Follower Forces

by Thomas George*, *Member* Hiroo Okada*, *Member*
Nobuyoshi Fukuchi**, *Member*

Summary

The load resistance mechanism of thin shells, such as the submerged shell structures in underwater marine constructions, are in principle of a nonconservative nature since the associated loads are the hydrostatic pressure and drag forces of the follower type.

The general governing equations of equilibrium for thin shells are available from the literature in various details. In this research we consider shells defined in a monoclinically convected coordinate system subjected to follower loads and undergoing large deformations. The feasibility and significance of the theoretical formulations have already been substantiated through various numerical simulation results.

In the simultaneous equations governing the equilibrium of shells, the presence of terms related to the shell curvature and other consequential terms such as the Christoffel symbols, clearly make them a substantially different class from the plate theory. This distinction, which may otherwise be denoted as the '*Form Effect*' in more common terminology, renders the shell theory a lot more complicated and one that needs in-depth analytical effort to unravel the full significance of all the possible implications.

The present paper elaborates on the mechanism of large deformation by studying the share of different stiffness factors on the total load resistance equilibrium picture of shells from the very shallow to the deep curvature range going through the subsequently increasing loading stages. This study concentrates mainly on the equilibrium in the normal direction. The resisting mechanism due to the extensional and the bending stiffness parts are considered as the two main entities and their subdivisions and other separable factors are studied in unison to draw out an overall picture. The partial cylindrical and spherical shells are considered and the results bring out the clear distinction between resistance mechanism of the two shells, especially in the deep curvature region.

These results in their total details are believed to be helpful in understanding the deformation mechanism and formulate some design philosophy for shells and thereby serve as a guideline for appropriate formulations of the governing equations in particular cases.

1. Introduction

The importance of codification in the field of practical designs is accepted beyond doubt. Standards are necessary to implement an efficient and fast design procedure. Theoretical knowledge is brought to the practitioner through the analytical efforts and simplified interpretations adaptable to his needs. Structural design is generally based on the codes and standards, which makes it all the more important to update it with theoretical progress to meet the ever increasing demand for novel ventures.

In the field of marine structural systems, shell systems are projected to play an increasing role in the future demands for deep sea constructions. Considering the enormous structural strength and stability that can be achieved by effectively utilizing the '*Form Effect*' due to curvature of the shells, the possibility of lighter and safer constructions in the ultra-high pressure environment of ocean depth could become possible. The present level of knowledge about shells go into various details in different heoretical and practical investigations[1)2)], as a result of which the theoretical and subsequently the practical standards envelop a sphere of criteria which are derived from not so clear visualizations of the characteristics of each particular type of shell.

This research in its earlier stages has formulated a very detailed[3)] general governing equation from the first principles, for the large deformations of shells subjected to follower loads. There the shells were defined in the monoclinically convected coordinate system and the deflected states were expressed using the metric and curvature tensors of the deformed state written in terms of the original metric and curvature tensors and the

* College of Engineering, Osaka Prefecture University
** Faculty of Engineering, Kyushu University

Received 10th Jan. 1996
Read at the Spring meeting 15, 16th May 1996

deflection values. Numerical results were presented to substantiate the feasibility and significance of that formulation.

In another part of the research, the dynamic stability of shells under disturbed equilibrium conditions were investigated in elaborate details[4] through an investigation of the frequencies of natural vibrations and the dynamic responses to small disturbances of shells at their subsequent equilibrium positions. Further, using the method of disturbed small motions, several new aspects have been brought into light and many important conclusions have been derived[5][6] on the dynamic stability mechanism of shells.

In the present paper, the equilibrating mechanism of the shell is studied using the governing equation for the normal direction as the basis, by analyzing the variations in the relative contributions from the groups of extensional and bending stiffness terms to the total resistance mechanism of two different types of shells. Further more, detailed analyses of different terms in the extensional and bending parts containing the principal strains and their cross components, the inplane deflections, the Christoffel symbols and the curvature tensors of mixed variance were carried out. This investigation helped to get some detailed knowledge of the resisting mechanism due to each of the above factors, both in the initial deflection and the large deflection stages.

It is generally understood that the mechanism of the plate transforms into that of the shell by the inclusion of curvature and its consequences. However, a clear-cut statement of the facts in this field was generally not available in any easy to understand way. It is shown here that even the bending stiffness part that dominates the plate deflection mechanism is not fully sufficient in the large deflection stages. On the contrary, the extensional stiffness part can solely dictate the entire deflection mechanism of very deep shells. The curvature ranges at which the bending and the extensional parts share the strength scenario in varying proportions is presented here. Also, the significance and effective curvature zone of inplane deflection terms, the Christoffel symbols and the curvature tensors of mixed variance are illustrated. It shows that the shell as a whole is not possibly a candidate for classification or consideration as a single structural type, but differs in various details and each of the differing classes of shells has to be considered as a separate entity with particular characteristic governing equations.

From this analysis, it becomes possible to formulate the governing equation for the normal deflection of shells on a case by case basis depending on the curvature under consideration and thus save unnecessary efforts in numerical analysis with sufficient accuracy. However, it may be noted that this conclusion does not necessarily hold in the analysis of dynamic phenomena, where it requires to consider the nonlinearities due to some of the smaller effects also.

The results of the present research makes it possible to categorize the entire curvature range of shells into six different classes in general, from the plate to the very deep shell. As a result, the governing mechanism of internal resistance for each of these classes become visible to the practitioner and might help him to formulate some useful design codes in the future.

Partial cylindrical and spherical shells with curvatures ranging from very shallow to very deep were chosen as the representative cases of singly and doubly curved shells. The boundary conditions are assumed to be simply supported with the inplane deflections arrested along all the edges. The shell perimeter is considered to produce a projected square base of unit area, and the loading is assumed to be the uniformly distributed hydrostatic pressure. The Galerkin method is used for the numerical solution of the equilibrium problem. The present results are derived for the entire shell as an integral unit and not just for some particular points on the shell in a random selection. Thus, these results may be taken for their overall effect, which may be considered qualitatively true for any single point on the shell. Also, the post-critical stability range of equilibrium conditions are not considered here for it represents an entirely different class of mechanism altogether.

2. Theoretical Formulations

The derivation process of the general governing equations from the fundamentals of tensor continuum mechanics is not detailed here. The treatment in this section starts from the final form of the governing equations and thereby proceed to the details necessary for the purpose of this paper. However, background materials are explained to the necessary levels and the terminology is restated wherever found necessary.

2.1 Coordinate Definition

The shell continuum is defined here in the general convected coordinates. The system of *monoclinically convected coordinates* defined over the middle surface of a general shell is shown in Fig. 1. The figure also shows the geometry and dimensions assumed for the partial cylindrical and spherical shells used for numerical calculations in this paper.

The shell thickness t is assumed to be uniform. By virtue of considering only thin shells, the Kirchhoff-Love hypotheses are assumed to be true during the entire finite deformation process.

2.2 Equilibrium Equations

The general governing equations for the finite deformations of thin shells are stated below. The range convention for all the Greek indices appearing here and elsewhere in this paper are to be taken as $\alpha, \beta, \gamma, \cdots = 1, 2$.

$$N^{\alpha\beta}\underset{(a)}{\|}_{\alpha}+M^{\alpha\gamma}\underset{(a)}{\|}_{\alpha}B^{\beta}_{\gamma}=-p^{\beta}-m^{\alpha}B^{\beta}_{\alpha} \tag{1}$$

$$N^{\alpha\beta}B_{\alpha\beta}-M^{\alpha\beta}\underset{(a)}{\|}_{\alpha\beta}=-p^{3}+m^{\alpha}\underset{(a)}{\|}_{\alpha} \tag{2}$$

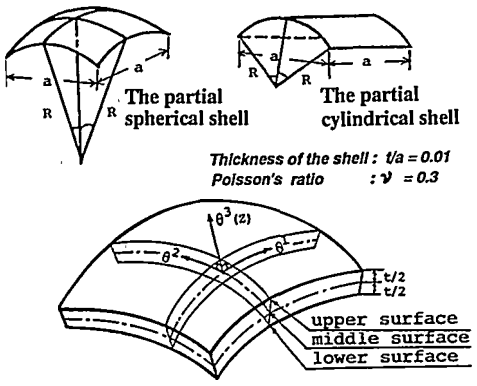


Fig. 1 The Definition of monoclinically convected coordinate axes and the geometry of two particular shell types

All the quantities in these equations represent the state of the middle surface after deformation. The symbol '‖' represents the 2-dimensional (surface) covariant differentiation of the preceding middle surface quantities with respect to the subscripts. The symbol (a) denotes that these differentiations are to be done over the quantities after deformation.

$N^{\alpha\beta}$, $M^{\alpha\beta}$ and $B_{\alpha\beta}$ are the membrane force tensor, the moment tensor and the curvature tensor of the middle surface after the deformation, respectively. The tangential and the normal component in the positive z direction of the applied load are denoted respectively by p^β and p^3, and m^α is the sum of the surface tractions and body forces contributed moment load. The loading is assumed to be the uniformly distributed follower type. It is necessary that the physical interpretations[3] for the different tensor components are made, wherever necessary.

Now, the membrane force tensor, the moment tensor and the curvature tensor can be expressed in the following forms.

$$N^{\alpha\beta}=Da^{\alpha\beta\delta\lambda}\varepsilon_{\delta\lambda}+Ka^{\epsilon\beta\eta\varepsilon}(b^\rho_\rho\delta^\alpha_\varepsilon\delta^\delta_\eta\delta^\lambda_\varepsilon-b^\alpha_\varepsilon\delta^\delta_\eta\delta^\lambda_\varepsilon-b^\lambda_\varepsilon\delta^\alpha_\varepsilon\delta^\delta_\eta)\kappa_{\delta\lambda} \quad (3)$$

$$M^{\alpha\beta}=Ka^{\alpha\beta\delta\lambda}\kappa_{\delta\lambda}+Ka^{\epsilon\beta\delta\lambda}(b^\rho_\rho\delta^\alpha_\varepsilon-b^\alpha_\varepsilon)\varepsilon_{\delta\lambda} \quad (4)$$

$$B_{\alpha\beta}=b_{\alpha\beta}+\kappa_{\alpha\beta} \quad (5)$$

In the above equations, D and K are respectively the *Extensional and the Bending* stiffness parameters. $a^{\alpha\beta\gamma\delta}$ is the *Elasticity tensor* of the middle surface before deformation. The initial curvature tensor is given by $b_{\alpha\beta}$ whereas b^γ_α represents the curvature tensor of mixed variance. $\varepsilon_{\alpha\beta}$ is the *strain tensor* and $\kappa_{\alpha\beta}$ is the *change of curvature tensor* of the middle surface. The above quantities are defined as given below, where E is the *Young's Modulus of Elasticity*, ν is the *Poisson's ratio* and t is the shell thickness.

$$D=\frac{Et}{(1-\nu^2)},\quad K=\frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (6)$$

$$a^{\alpha\beta\gamma\delta}=\left(\frac{1-\nu}{2}\right)[a^{\alpha\gamma}a^{\beta\delta}+a^{\alpha\delta}a^{\beta\gamma}]+\nu a^{\alpha\beta}a^{\gamma\delta} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\alpha\beta}&=\frac{1}{2}(A_{\alpha\beta}-a_{\alpha\beta})\\&=\frac{1}{2}(u_\alpha|_\beta+u_\beta|_\alpha+u^i|_\alpha u_i|_\beta)\\&=\frac{1}{2}\{u_{\alpha,\beta}+u_{\beta,\alpha}-2(b_{\alpha\beta}u_3+\Gamma^\lambda_{\alpha\beta}u_\lambda)\\&\quad+b^\lambda_\alpha b_{\lambda\beta}(u_3)^2+u_{3,\alpha}u_{3,\beta}\\&\quad+b^\lambda_\alpha[(b^\rho_\beta u_\rho+u_{3,\beta})u_\lambda+(\Gamma^\rho_{\lambda\beta}u_\rho-u_{\lambda,\beta})u_3]\\&\quad+b^\lambda_\beta(u_\lambda u_{3,\alpha}-u_{\lambda,\alpha}u_3)\}\end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}\kappa_{\alpha\beta}&=u^3|_{\alpha\beta}-u^3|_\gamma u^\gamma|_{\alpha\beta}\\&\quad+\frac{1}{2}(u^\gamma|_\gamma u^\delta|_\delta-u^\gamma|_\delta u^\delta|_\gamma-a^{\gamma\delta}u^i|_\gamma u_i|_\delta)b_{\alpha\beta}\\&=u_{3,\alpha\beta}-b^\lambda_\alpha b_{\beta\lambda}u_3-\Gamma^\lambda_{\alpha\beta}u_{3,\lambda}+(b^\lambda_\beta u_{3,\alpha}+b^\lambda_\alpha u_{3,\beta})u_{3,\lambda}\\&\quad+\frac{1}{2}[b^\lambda_\lambda b^\rho_\rho(u_3)^2-b^\lambda_\rho b^\rho_\lambda(u_3)^2]b_{\alpha\beta}\end{aligned} \quad (9)$$

Here, $a_{\alpha\beta}$ and $A_{\alpha\beta}$ are respectively the metric tensors of the middle surface before and after the deformation. u^i or $u_i(i=1,2,3)$ represent the covariant and contravariant deflection components in the three coordinate directions. The vertical bar '|' symbol denotes the three dimensional (spacial) covariant differentiation with respect to the subscript. As usual, $\Gamma^\lambda_{\alpha\beta}$ are the *Christoffel symbols*, δ^β_α are the *Kronecker deltas* and the *comma* notation is employed here to denote partial differentiations.

By substituting for the membrane force tensor, the moment tensor and the curvature tensor, the equilibrium equations of the shell can be formulated from Eq. (1) and Eq. (2). The expressions given here for these quantities were deduced after a strict order evaluation which retained only the most significant of the terms. The result of this substitution is not given here in terms of deflection components. However, a modified form in terms of the middle surface strain, the curvature tensor and the change of curvature tensor of the middle surface after deformation, is provided in the next section to facilitate further background for analysis.

Now, the deflection components $u_k(k=1,2,3)$ can be considered here in the form of an algebraic summation series, as follows:

$$u_k=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}U_{ku,n}\phi_k(\theta^1,\theta^2) \quad (10)$$

Here, U_k represent the deflection coefficient and $\phi_k(\theta^1,\theta^2)$ may be considered as a double trigonometric function, where θ^1 and θ^2 are the angular coordinates of the middle surface in the principal directions.

2.3 The Mechanism of Normal Deformations

This paper considers the mechanism during the normal deformations of the shell. Thus, Eq. (2) which is the governing equation in the normal direction is to be analyzed for bringing out its characteristics. For the sake of convenience, Eq. (2) is represented in the following form where the $\mathcal{E}$ term denotes the group of terms that club together with the *Extensional stiffness parameter* D and $\mathcal{B}$ term denotes the group of terms that club together with the *Bending stiffness parameter* K.

$$\mathcal{E}+\mathcal{B}=-p^3 \quad (11)$$

Furthermore, the terms $\mathcal{E}$ and $\mathcal{B}$ are subdivided into

the following components, where the E terms and the B terms denote a division based on the characteristics of each group of terms.

$$\left.\begin{aligned}\mathcal{E}&=\mathrm{E1}+\mathrm{E2}+\mathrm{E3}+\mathrm{E4}\\ \mathcal{B}&=\mathrm{B1}+\mathrm{B2}+\mathrm{B3}+\mathrm{B4}\end{aligned}\right\}\tag{12}$$

The significance and meaning of this arbitrary subdivision is visible when each group of terms is studied from the following detailed representation of their structures. Here again, for the sake of convenience and easy visualization effect, the equation is given in terms of strain components, curvatures and the change of curvature.

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{E1}&=D(a^{11})^2\varepsilon_{11}B_{11}\\ \mathrm{E2}&=D\nu a^{11}a^{22}[\varepsilon_{11}B_{22}+\varepsilon_{22}B_{11}]\\ \mathrm{E3}&=D\left(\frac{1-\nu}{2}\right)a^{11}a^{22}[(\varepsilon_{12}+\varepsilon_{21})(B_{12}+B_{21})]\\ \mathrm{E4}&=D(a^{22})\varepsilon_{22}B_{22}\end{aligned}\right\}\tag{13}$$

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{B1}&=K(a^{11})^2[\kappa_{11}B_{11}(b_2^2-b_1^1)-\kappa_{11,11}-\varepsilon_{11,11}b_2^2]\\ \mathrm{B2}&=-K\nu a^{11}a^{22}[\kappa_{11,12}+\kappa_{22,11}+\varepsilon_{11,22}b_1^1+\varepsilon_{22,11}b_2^2]\\ \mathrm{B3}&=-K\left(\frac{1-\nu}{2}\right)a^{11}a^{22}[2(\kappa_{12,12}+\kappa_{21,12})\\ &\quad+(\varepsilon_{12,12}+\varepsilon_{21,12})(b_1^1+b_2^2)]\\ \mathrm{B4}&=K(a^{22})^2[\kappa_{22}B_{22}(b_1^1-b_2^2)-\kappa_{22,22}-\varepsilon_{22,22}b_1^1]\end{aligned}\right\}\tag{14}$$

First of all, the terms E1 and B1 contain terms grouped together with the metric tensor in the first principal direction θ^1 (the term 'primary direction' will be used in further discourse) and the terms E4 and B4 contain terms grouped together with the metric tensor in the second principal direction θ^2 (the term 'secondary direction' will be used in further discourse). The terms E1 and E4 represent the stretch in the respective principal directions, whereas the terms B1 and B4 represent the bending in the respective principal directions.

Next, the terms E2, E3, B2 and B3 are groups of terms accompanying the product of metric tensors in the principal directions and characterized by the presence of the Poisson effect. They are basically the cross components of stretching and bending in the principal directions. The difference lies in the fact that the terms E2 and B2 represent the effect due to strains and curvatures or its changes in the principal directions, whereas the terms E3 and B3 are associated with the twist components of the same.

The terms $\mathcal{E}$ and $\mathcal{B}$ will be denoted in further discourse as the **Extensional part** and the **Bending part**, respectively. Also, their subdivisions will be denoted as the **Component terms**. The above subdivision is to serve as the basis for all the evaluations made of the resistance mechanism of shells during the numerical analyses conducted in the remaining part of this paper.

3. Numerical Analysis of the Resistance Mechanism

In shell theory, which may be broadly divided into shallow shells and deep shells based on the curvatures, several classification schemes are available. In the design of shells however, the classifications cannot be of any value until they are easily visualizable. In this paper, an attempt is made to classify the shells in terms of the common terminology that does not need any expertise in the intricacies of the shell theory to understand.

The shell type that should be analyzed, the boundary conditions to be selected and the type of loading that requires attention do exist in several permutations. Here, the partial cylindrical shells and the partial spherical shells are selected as the most prominant representatives of the singly and doubly curved shells, respectively. The boundaries are considered simply supported, with all the inplane deflections arrested along the edges. The loading is considered to be the uniformly distributed hydrostatic pressure acting on the entire shell surface in the anti-radial direction.

The shell geometry is considered to be that which produces a projected square base of unit area. The principal chord lengths [$a=l_1=l_2$, $t/a=0.01$] are unity by virtue of the choice of projected unit square base. The shell thickness t is considered uniform and sufficiently small enough in comparison with the radius R, to satisfy the fundamental assumptions. The numerical value of $E=1.96\times10^{11}\,\mathrm{N/m^2}$ for the *Young's modulus* and the *Poisson's ratio* of $\nu=0.3$ are used for numerical calculations.

The differential geometry of a toroidal shell definition is used to express the basic values of the shell middle surface. The corresponding equations for the metric and curvature tensors and the Christoffel symbols can easily be formulated from first principles[3]. The 'primary direction' (*see* sec. 2. 3) of partial cylindrical shells is chosen in its longitudinal direction.

For numerical analysis, the equilibrium equations [Eqs. (1), (2)] under static considerations are solved using the Galerkin method. Here, 16 modal combinations [m, $n=4$ in Eq. (10)] are used. Curvature ranges of shells were selected from the plate (Radius, $R/a=\infty$) to the subtended angle of π *radians* at the center (Radius, $R/a=0.5$) for the deep shell. As a result, about 40 different curvature values each for the partial cylindrical and spherical shells were used for this analysis.

In the numerical analysis of Eq. (11) to determine the resistance mechanism of shells, instead of considering only a single monitoring point, for example the center of the shell, the average value of several symmetric mesh points is calculated. However, the allowable error in satisfying Eq. (11) is restricted well within 1.0% by adjusting the number of mesh points.

3.1 An Overview of Large Deformation and the Initial Resistance Mechanism

The numerical calculation of large deformation of shells is performed using Eqs. (1) and (2) where the center of the shell is usually chosen as the monitoring point. In this paper, in addition to the center deflection, the average deflection also is calculated. The term *average deflection* denotes the average of analytically integrat-

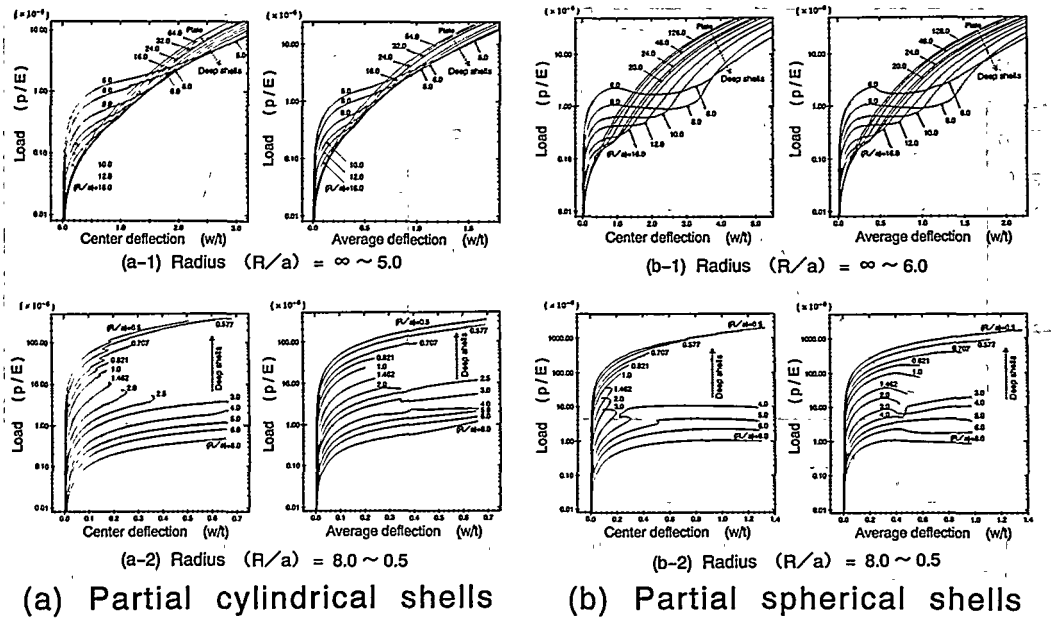


Fig. 2 Load-deflection curves of different shells

ing the deflection values u^3 over the whole shell surface using Eq. (10) and the calculated deflection coefficients. Normal deflections will be denoted hereafter using w where $w = u^3$ and the nondimensional value w/t will be used in the graphs.

In Fig. 2 the load-deflection curves of several shells are illustrated. Partial cylindrical and spherical shells are given side by side and the top row of graphs show the cases from that of the plate to the 'medium deep' shells. The bottom row of graphs show the cases from that of the 'medium deep' to 'very deep' shells. The terminology 'medium deep' and 'very deep' will be substantiated later in this paper. In each of these cases, the centre deflection graphs and the average deflection graphs are shown side by side for the sake of facilitating direct comparison.

First of all, by scanning through the graphs from the plate to the very deep shell, one can notice the gradual changes in the deflection pattern. For the plate, the well known case of normal bending deflection is very characteristic but for deeper shells the pattern undergoes drastic changes in several stages.

By comparing the center deflection and average deflection in each case, the similarities in pattern are very striking except that the numerical values of average deflections are smaller than the corresponding center deflections, which is a consequence of averaging over the whole shell. Also, the average deflections generally follow the forward deflection pattern even when the centre deflections are back folding (local reverse buckling). Thus, it may be concluded that by averaging we obtain a qualitatively representative picture for the whole shell. This is the reason why the following results on the calculation of the resistance mechanism of shells using Eq. (11) have been averaged for the whole shell over an appropriate number of mesh points.

The share of extensional and bending stiffness parts of the equilibrium equation for deformations in the normal direction has been determined in an earlier study[3] using the corresponding principal diagonal coefficient of the stiffness matrix at the initial deflection stage. The qualitative idea that was proposed in that study is verified in the present study in a quantitative way by considering the whole of the equilibrium equation in an exact calculation. Fig. 3 shows that result where the *influence parameter* indicates the fraction of influence shared by a part.

For shallow shells shown towards the right of the figure, the bending part ($\mathcal{B}$) dominates the resistance mechanism almost completely. However, for deep shells at the left extreme the extensional part ($\mathcal{E}$) dominates the scenario. In between these two extremes, the shares of both $\mathcal{B}$ and $\mathcal{E}$ are present in different proportions.

Also, the curves for partial spherical shells are more shifted towards the shallow shell end than the partial cylindrical shell. This is very much according to the logical arguement that for doubly curved shells the effect of curvature appears at more shallow curvatures than singly curved shells for which the effect of bending in the primary direction lasts until deeper shells.

This total picture of initial effects due to the extensional and the bending parts can be analyzed in more logical details in Fig. 4 and Fig. 5 where the share of each component term is illustrated. Fig. 4 shows the

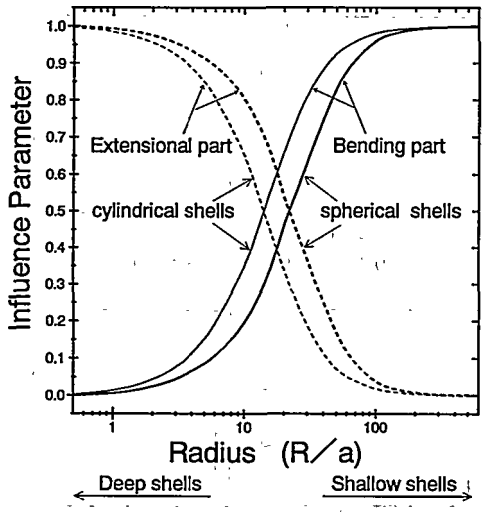


Fig. 3 The share of extensional and bending stiffness parts in the initial resistance mechanism of different shells

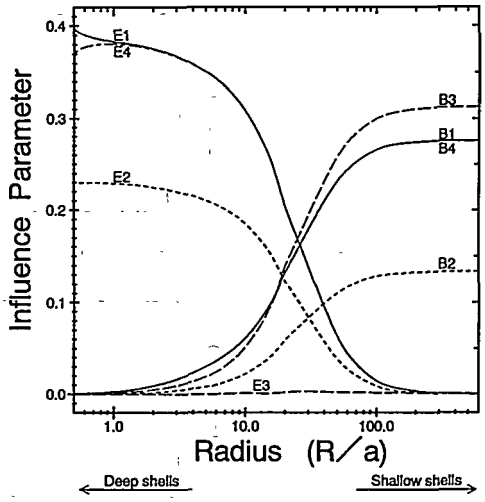


Fig. 5 The share of different components of the extensional and the bending stiffness parts in the initial resistance mechanism of partial spherical shells of different radii

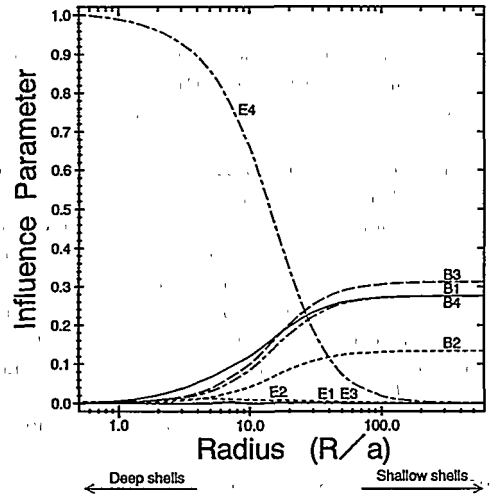


Fig. 4 The share of different components of the extensional and the bending stiffness parts in the initial resistance mechanism of partial cylindrical shells of different radii

case of partial cylindrical shells for which the shallow shell end is dominated in varying proportions by the bending components B1 to B4. The effect of principal bending components B1 and B4 are almost equal at this stage, as should be expected, and their sum having the largest influence. On the contrary, at the deep shell side the principal extensional part in the secondary (radial) direction E4 dominates an almost complete influence.

Comparing Fig. 3 and Fig. 4 brings out the interesting fact that for deep cylindrical shells the extensional component in the radial direction is the sole contributor to its resisting mechanism. This picture is different for deep spherical shells, as can be seen from Fig. 5 where the two principal extensional components E1 and E4 sharing a dominating influence at the deep shell end, along with the secondary influence of E2 component. In the case of both shells, the effect of inplane twist component E3 can be seen to be marginal for the whole range of curvatures.

The above results on the initial influence of various components are almost representative of the deformed equilibriums also. However, the mechanism of deformation is accompanied by geometrical changes which initiate some considerable changes in the resistance mechanism of the shell. This is studied in the following sections.

3.2 Resistance Mechanism in the Deformed States

In studying the initial resistance mechanism, the fundamentals of the same have been clearly demonstrated. Now, the deformed states of a shell could give a slightly different scenario of resistance mechanism. Fig. 6 and Fig. 7 show respectively the cases of partial cylindrical shells and partial spherical shells.

The influence zones are considered as the range of influence parameters greater than 0.01 (1.0% share of the total influence or more). The 'Threshold of static instability' is determined based on the combined estimation using the results of an earliar study[4] on the natural frequencies of vibration of the deflected shells and the ultimate loading values from the present study. The resistance mechanism is calculated for loading stages within this threshold load only, since the mechanism undergoes many changes beyond this point.

As for the method of reading these graphs, the bound-

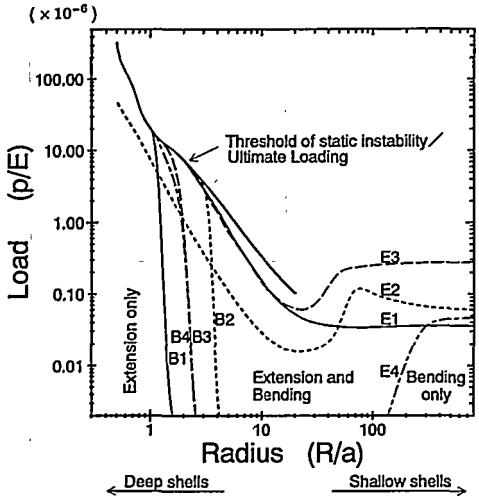


Fig. 6 Influence zones of different components of the extensional and the bending stiffness parts in the resistance mechanism of different partial cylindrical shells in the statically stable region

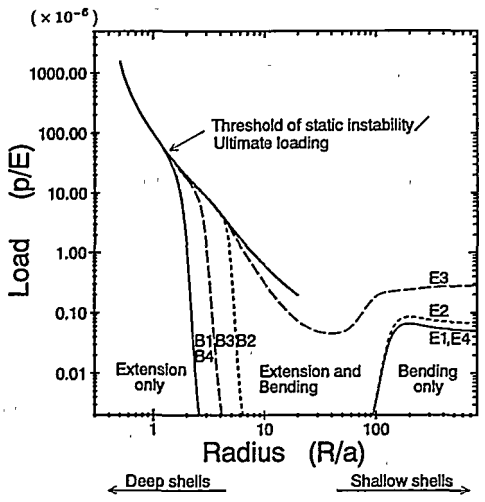


Fig. 7 Influence zones of different components of the extensional and the bending stiffness parts in the resistance mechanism of different partial spherical shells in the statically stable region

aries of influence zones for each component plotted here represents the appearance of that component when moving upwards through the direction of increasing load for each radius. A curve due to a component that does not appear at any loading stage can be considered to have its influence zone for all loading levels at that radius. Thus, at any radius the portion of an ordinate below the point of an intersection with a curve is the 'no influence zone' of load levels for that component.

In both figures, shallow shells towards the right hand corner are dominated by bending terms $\mathcal{B}$ only, until a higher loading stage where the influence of the extensional part $\mathcal{E}$ appears. This can be understood easily by considering that the deflected shell attains curvatures which bring on the extensional effect. Now, for deep shells towards the left end the picture is considerably different for cylindrical and spherical shells.

For the partial cylindrical shells shown in Fig. 6 the influence zones due to extensional components **E1**, **E2** and **E3** appear only at very high loading stages at or near the static instability. The initial influence zone at the deep shell end is completely dominated by the principal stretch component **E4** in the radial direction. However, for the partial spherical shells shown in Fig. 7 the only extensional component that does not appear during the lower loading stages is the inplane twist **E3** for the complete range of curvatures. As can be expected, the principal stretch components **E1** and **E4** are symmetric for all curvatures.

The appearance of influence zones due to the bending components **B1** to **B4** in the case of both the shells can be seen starting after the 'Extension only' zone and remains for the whole range of shallower shells towards the right of the figure. In the case of cylindrical shells in Fig. 6 the principal bending component **B1** due to the primary direction appears first and the other components follow suit at shallower curvatures, as is expected.

The influence zone that appears in between the extremes is shared by both the extensional and the bending parts. The overall width of this zone is slightly larger for cylindrical shells due to the early appearance of the effect of bending at the deep shell side and the late disappearance of the effect of extension in the radial direction at the shallow shell end.

In Fig. 6 and Fig. 7 the range of curvatures for both the shells can be broadly divided into three zones, as shown. A representative curvature value from each of these zones is selected for some detailed illustrations in Fig. 8 and Fig. 9 where the top row shows the aggregate influence and the bottom row shows the influence due to the component terms of the bending and the extensional parts.

The sample shell of radius $R/a=128.0$ is selected from the 'Bending only' zone for both the shells. Figures (a-1) and (b-1) can be found to be of the same type for both shells except for the effect of unsymmetry of principal directions in the case of the cylindrical shell. It should be noted that the domination of the bending components disappear at higher loading stages, which is a result not directly visible from Fig. 6 in both qualitative and quantitative terms. This shows the importance of extensional terms for shallow shells also when considering large deformations.

Radius $R/a=16.0$ is selected from the 'Extension and Bending' zone for both the shells as shown in Figures (a-2) and(b-2). In this case the patterns do not match

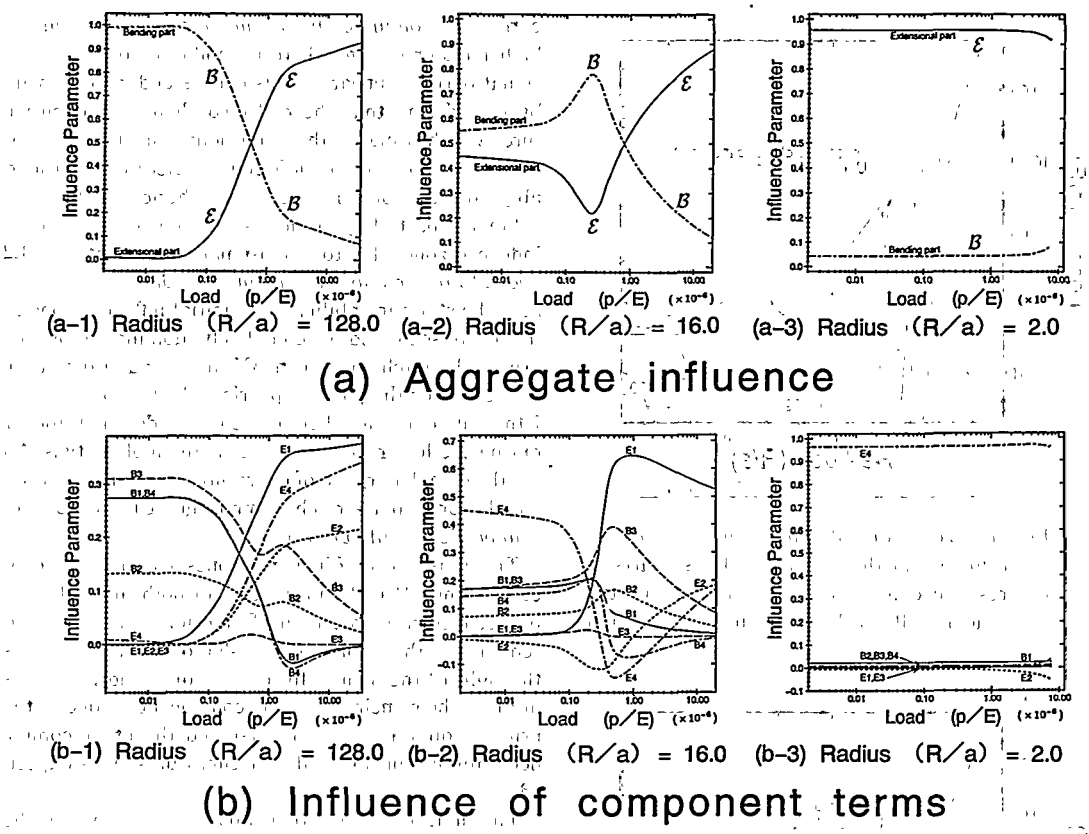


Fig. 8 Variations in the share of influence of different components of the extensional and the bending stiffness parts in the resistance mechanism of some partial cylindrical shell

between the two shells. For cylindrical shells in Fig. 8 the initial domination is by the bending part for the presence of its primary direction, which is the other way in Fig. 9 for the spherical shells. However, at higher loading stages the dominant parts reverse for the cylindrical shell while the initially dominant part of the spherical shell regains the position after an intermediate reversal of roles. The details of this picture given in (b-2) for both shells in terms of the corresponding components show the extemely complicated influence changes occuring around the static instability point of each shell.

The representative radius $R/a=2.0$ selected from the 'Extension only' zone for both the shells shown in Figures (a-3) and (b-3) are much less complicated. In the case of both the shells, the extensional part clearly dominates and its components follow the conclusions thus far.

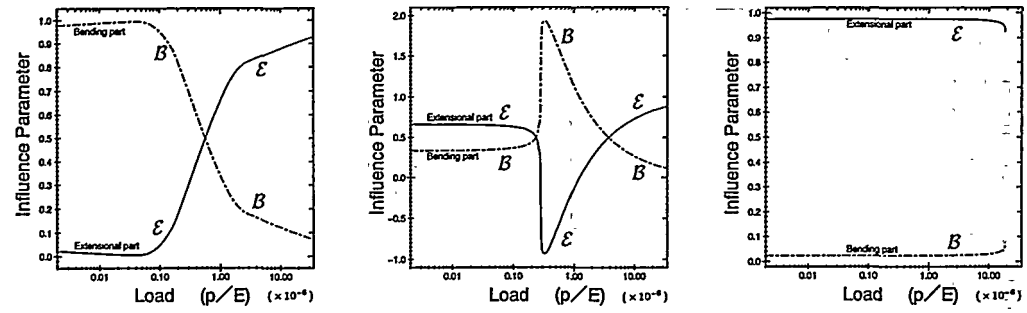
It may be concluded from the above illustrations that for shells inthe 'Bending only' zone, the extensional part dominates at higher loading stages. For shells in the 'Extension and Bending' zone, both the extensional and bending parts demonstrate a very complicated pattern of role playing. And the deep shells in the 'Extension only' zone follow the straight-forward pattern just as evident from the name of the zone. The above conclusions apply to both types of shells, in general.

3.3 The Share of Influence of Smaller Factors

The influences due to the extensional and the bending parts were studied in detail in the previous sections and the overall conclusions drawn thereby holds. However, the component parts are composed of several smaller terms that constitute each term of the equation. It might be worthwhile to study some of those terms and determine their share in the total picture. This process might further the aim of understanding the resistance mechanism to finer details.

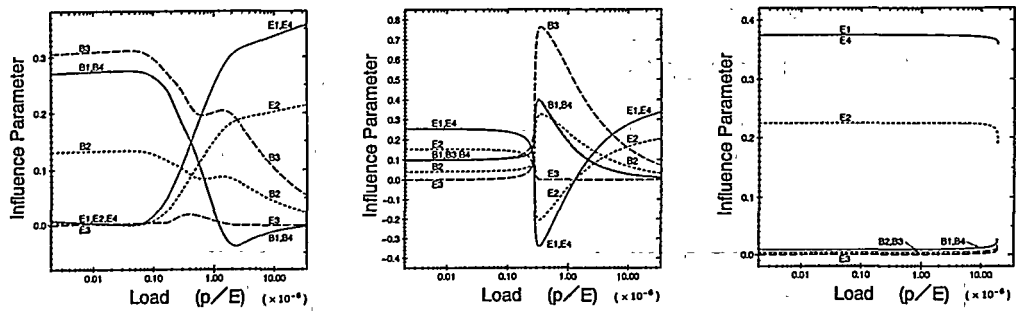
Here we selected the inplane deflection components u_α(or u^α) or their derivatives, the Christoffel symbols $\Gamma^\gamma_{\alpha\beta}$ and the curvature of mixed variance b^β_α to study the influences of terms containing them in the extensional and the bending parts. Here again, the influence zones are considered as the range of influence parameters greater than 0.01 (1.0% share of the total influence or more).

In Fig. 10 the influence of terms containing the inplane deflection components is illustrated. The initial influence only is shown in (a) for both the shells where



(a-1) Radius (R/a) = 128.0 (a-2) Radius (R/a) = 16.0 (a-3) Radius (R/a) = 2.0

(a) Aggregate influence



(b-1) Radius (R/a) = 128.0 (b-2) Radius (R/a) = 16.0 (b-3) Radius (R/a) = 2.0

(b) Influence of component terms

Fig. 9 Variations in the share of influence of different components of the extensional and bending the stiffness parts in the resistance mechanism of some partial spherical shells

a maximum influence of up to 9.0% is found for shells in the medium and deep curvature zones. However, for shallow shells the influence is very small and for very deep shells the influence diminishes. It might be noted that for spherical shells the influence exists for a slightly wider range of curvatures than the cylindrical shells.

Although the initial influence is found to be very small for shallow curvatures, (b) shows the influence slowly picks up at higher loading levels, which has an earlier impact on partial spherical shells. The 'No influence zone' indicates the curvature range from the plateto shallow shells that has a less than 1.0% influence from the inplane deflection terms. These graphs show that the inplane deflection terms can not be neglected altogether, even for shallow shells, when considering large deformations. However, the same may be neglected in the bending part $\mathcal{B}$ since its significance lies only in the extensional part $\mathcal{E}$ for both types of shells.

The share of initial influence of the Christoffel symbols and their 'No influence zone' are shown in Fig. 11 for the partial spherical shells, since the partial cylindrical shells are found to be little influenced at all curvatures and loading stages. This curve shows that the 'No influence zone' extends from the curvature range of plates to deep shells, for which the maximum influence may exceed 6.0% at very deep shells. Here again the significance lies only with the extensional part $\mathcal{E}$ and the initial influence shown here is found to be true and applicable for all higher loading stages as well.

Quite contrary to the initial influence exhibited by the inplane deflection terms and the Christoffel symbols, the curvature tensors of mixed variance (b_α^β) were found to have little initial influence for all curvature ranges. However, at higher loading stages of deep shells the influence appears for both types of shells. This is shown in Fig. 12 where the 'No influencezone' extends from the plate to deep shells, which again is significant only in the extensional part $\mathcal{E}$. It was found that this influence becomes stronger near to the instabilities at large deformations, which makes them significant for deep shells.

The above illustrations show that the influences of all types of terms considered here are existing only in the extensional part. As a result, it may be concluded that the inplane deflection terms, the Christoffel symbols and the mixed variance of curvature terms may well be neglected in the bending part $\mathcal{B}$ for a static analyis. As mentioned earliar, this conclusion does not necessarily hold for a dynamic analysis, since some of the above

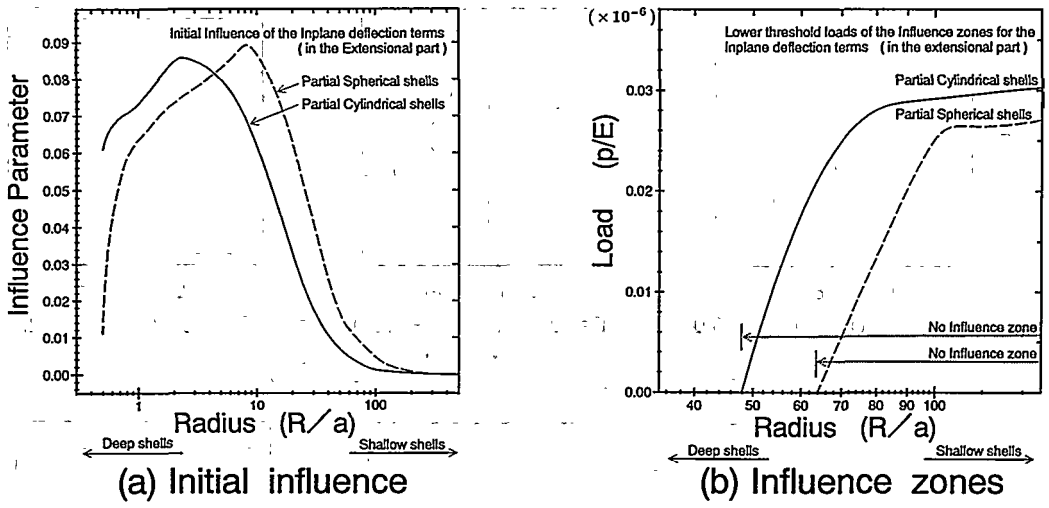


Fig. 10 The share of initial influence and the lower threshold loads of influence zones of the inplane deflection terms in the resistance mechanism of different shells

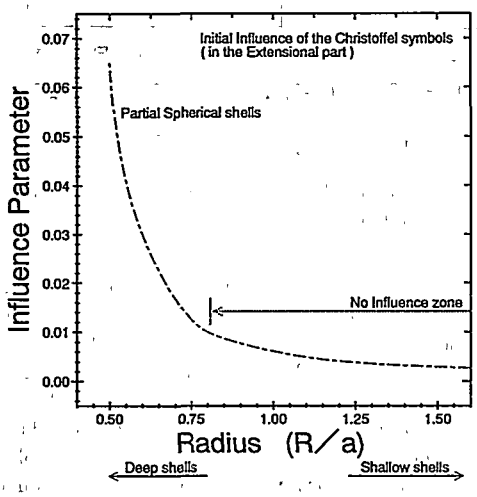


Fig. 11 The share of initial influence and the influence zone of the Christoffel symbols in the resistance mechanism of partial spherical shells

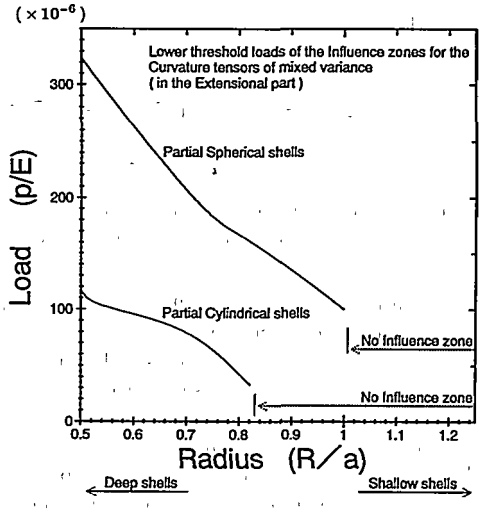


Fig. 12 The lower threshold loads of influence zones of the curvature tensors of mixed variance in the resistance mechanism of different shells

terms exhibit strong nonlinearities.

3.4 A Categorization of Shell Curvatures

The mechanism of resistance during the deformation of shells was analyzed for two different shell types in the previous sections. The results obtained for the influences of several factors that constitute the total resistance mechanism have brought to light the interesting and complicated nature of realignments that occur between the bending and extensional stiffness terms during the deflection history of some shells. It is considered worthwhile to think of a meaningful categorization of shells based on these results.

In Fig. 13 an illustration of the results of an attempt to categorize shells according to the differences in their deflection mechanisms is shown. It can be seen that there are some differences between the partial cylindrical and partial spherical shells. Generally, both the shell types have an 'extension only' zone, a 'bending only' zone and a 'combined influence' zone with respect to the initial influences of each term, as shown within the boxed area. The initial influence range of extensional terms extends more towards the shallow range for partial spherical shells than for partial cylindrical shells. On the contrary, the initial influence range of

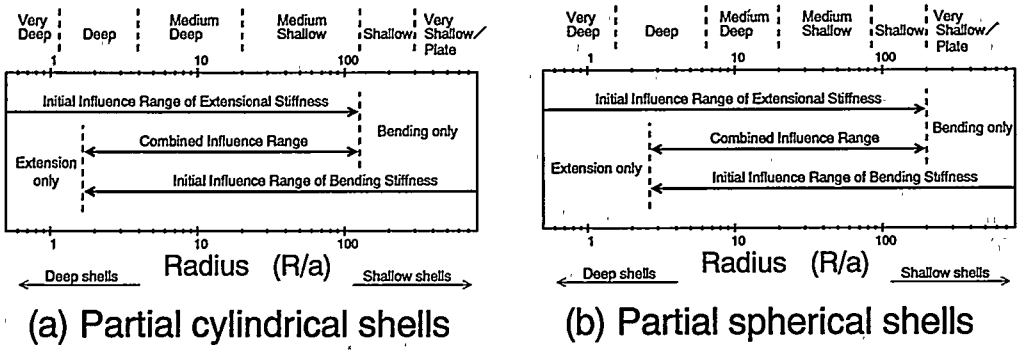


Fig. 13 A depiction of the initial influence regions of the extensional and the bending stiffness parts and an overall categorization of shell curvatures based on the different combinations of resistance mechanisms

bending terms extends more over to the deeper shells for partial cylindrical shells than for partial spherical shells. The mechanism of these differences are easily deducible from the results obtained so far.

Just above the boxed area is shown a subdivision of shell curvatures into six major types. The philosophy behind these subdivisions are drawn from all the previous results with an aggregrate consideration of the resistance and deformation mechanism of each shell type.

First of all, the **'very deep'** shell denotes that range of curvatures at which the influence of bending terms are absent until very large loading stages and, the influences due to terms like the Christoffel symbols and the curvature tensor of mixed variance are present in the extensional part. In this range of curvatures, the resistance mechanism is purely extensional for all practical purposes.

On the other hand, within the **'very shallow/plate'** range the shell behaves more like the plate or departs very slightly from it. Here, the shell is of the pure bending type until the large deformation stage, where the extensional part gains significance and remains so thereafter.

The **'deep'** and the **'shallow'** shells belong to those curvature ranges were the behaviour of 'very deep' and 'very shallow' shells begin to depart slightly from their initial behaviour, respectively. In the case of **'deep'** shells, the influence of bending terms begin to appear at all the higher loading levels. similarly, the **'shallow'** shells have some shared influence of the extensional part in the deformed states of equilibrium. In this range of curvatures, the shell shows a certain amount of complicated strength mechanism at higher loading levels.

Finally, the **'medium deep'** and the **'medium shallow'** -ranges of curvatures are by far the most intricate of all other ranges. Here, the shell shares the initial influence of both the extensional and the bending parts in varying proportions. For **'medium deep'** shells there exist a clear point of 'static instability', which exists only vaguely for **'medium shallow'** shells. Influence curves of the extensional component E3 for both types of shells and the influence curves of components E1 and E2 for partial cylindrical shells exhibit inflections within this range of curvatures. Also, the influence of inplane deflection terms are very high within this range. Numerical calculations on shells within the medium deep curvature range can reflect the effects of this complicated strength mechanism.

The above categorization can serve as a guideline or a starting point for investigating the shell problem in its various details. As for a simple suggestion into the rearragements that can be made in the general governing equation in the normal direction, given below is a selection of the most significant terms that should be considered when analyzing shallow shells. The terminology has already been explained before. The expressions for the membrane force and the bending moment may be considered as follows.

$$\left.\begin{aligned} N^{\alpha\beta} &= Da^{\alpha\beta\delta\lambda}\varepsilon_{\delta\lambda} \\ M^{\alpha\beta} &= Ka^{\alpha\beta\delta\lambda}\kappa_{\delta\lambda} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (15)$$

From all the conclusions made so far, some drastic reductions may be made in the expressions for the strain tensor, and the change of curvature tensor.

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_{\alpha\beta} &= \frac{1}{2}\{-2b_{\alpha\beta}u_3 + u_{3,\alpha}u_{3,\beta}\} \\ \kappa_{\alpha\beta} &= u_{3,\alpha\beta} \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

The above situation applies only to shallow shells or very shallow shells. For shells deeper than that subsequent terms in the original expressions should also be included in the order of gradually increasing significance of each. Such a selective choice of terms in the governing equations can significantly reduce the computational load, increase the efficiency of analysis and still maintain the required level of accuracy.

4. Conclusions

In continuum mechanics, proponents of plate and shallow shell theory would seldom depart from the belief that the bending plays an important role in determining the load resistance mechanism, which is

true in their realm when considering finite deformations. The present research has shed more light into the other extreme of deep shells, where it is found that bending plays very little or no part in the strength mechanism.

The intricacies of medium curvature range of shells have also proved the often experienced dilemma by the practicing engineer to be true. Within this range, which has wide practical applications, the problem has to be approached with extreme caution when formulating the theoretical as well as the numerical methods.

The mostly quantitative results presented here for the particular shell types could serve as a useful guideline for other types of shell problems too. It has to be remembered that the present results are strictly within the statically stable region and the same could be not applicable to dynamic phenomena, where the small nonlinearities at an initial stage might play havoc in the stability mechanism.

References

1) Flügge, W.: Tensor Analysis and Continuum Mechanics, Springer-Verlag, New York (1972).
2) W. Pietraszkiewicz: Geometrically Nonlinear Theories of Thin Elastic Shells, Advances in Mechanics, 12 (1989), pp. 51~130.
3) Shinoda, T. T. George, Fukuchi, N.: A Detailed Analysis of the Theory of Thin Shells and some Particular Applications, Trans. of the West Japan Society of Naval Architects, No. 80 (1990), pp. 171~193.
4) Fukuchi, N., T. George, Shinoda, T.: Dynamic Instability Analysis of Thin Shell Structures subjected to Follower Forces, (2nd Report) Numerical Solutions and some Theoretical Concepts, Journal of the Society of Naval Architects of Japan, No. 171 (1992), pp. 597~609.
5) T. George, Fukuchi, N.: Dynamic Instability Analysis of Thin Shell Structures subjected to Follower Forces, (6 th Report) Dynamic Threshold Characteristics and Post-critical Stability, Journal of the Society of Naval Architects of Japan, No. 176 (1994), pp. 319~330.
6) Fukuchi, N., T. George: Governing Equations for the Dynamic Stability of Thin Shells subjected to Follower Forces and some Numerical Results, Computational Mechanics '95, Springer (1995), pp. 1541~1546.

3-1

Discrete Optimization of Ship Structures with Genetic Algorithms

by Hisashi Nobukawa*, *Member* Guoqiang Zhou*, *Member*

Summary

A discrete optimization method using genetic algorithms is developed for the optimization of ship structures. In this method, the constrained minimization problem is first transformed into an unconstrained one by a penalty term depending on the degree of constraint violation. Since the search procedure of the genetic algorithm is done based on the evaluation of fitness function, the unconstrained minimization problem is further converted into a maximization of the fitness function. The discrete design variables are coded into a binary string of finite length. The search procedure from generation to generation is carried out by a simple genetic algorithm with the genetic operators of reproduction, crossover and mutation. A cargo ship with large hatch opening is taken as the numerical example for the illustration purpose. The influences of penalty coefficient, population size, crossover probability and mutation probability on the optimum design are investigated. The comparison between the genetic algorithm and the multiplier method is also made. It demonstrates that the present method can handle the optimization of ship structures with discrete design variables well.

1. Introduction

In practical structural design, most design variables have the discrete nature, that is, they must be selected from a given finite set of values. For example, structural elements must be chosen from those that are already commercially available to reduce the fabrication cost. However, up to now the majority of optimization methods assume that the design variables are continuous. Their optimum results may not be feasible even though they are mathematically optimal. Discrete optimization procedures are more rational, as its every candidate design satisfying all design constraints is a practical feasible one. Therefore, the discrete nature of design variables is of great importance in solving practical optimization problems.

A few methods, such as the adaptive numerical optimization procedure[1], have been suggested to deal with the discrete optimization problem, but most of them are still based on mathematical programming. These methods require additional computational effort and do not guarantee true minimum value. Obviously, there is a need for a simple yet powerful method to deal with the discrete optimization problem.

Genetic algorithms were first proposed by John Holland[4]. Since then, they have been refined and developed to solve a wide range of problems[3]. Genetic algorithms are search procedures based on the mechanics of natural genetics and natural selection. They combine Darwin's principle of survival of the fittest with genetic operators abstracted from nature to form a robust search mechanism. Genetic algorithms are computationally simple, but powerful in their search for improvement. Furthermore, they are not limited by restrictive assumptions about search space, such as continuity or existence of derivatives. Many papers and dissertations have established the validity of the technique for function optimization.

In the present paper, we develop a discrete optimization method for the optimization of ship structures based on genetic algorithms. The discrete design variables are coded into a binary string of finite length. A simple genetic algorithm with the genetic operators of reproduction, crossover and mutation is used for the search procedure. A cargo ship with large hatch opening is taken as the numerical example. The influences of penalty coefficient, population size, crossover probability and mutation probability on the optimum design are investigated. The differences between the genetic algorithm and the multiplier method are distinguished.

Reference 7) presented a method for optimization of ship structural design by genetic algorithm. It showed that discrete design variables with the regular values between their maximum and minimum values can be dealt with in that method. In the present paper, we place a special emphasis on the discrete structural optimization and develop a method using genetic algorithms based on the schema theorem. The discrete design variables can be handled well regardless of their

* Faculty of Engineering, Hiroshima University

Received 10th Jan. 1996
Read at the Spring meeting 15, 16th May 1996

discrete values with or without the above-mentioned structure. Moreover, the multiplier method is compared with the genetic algorithm in this paper and the comparison results are concluded.

2. Genetic Algorithm Approach

2.1 Features of Genetic Algorithm Approach

The genetic algorithm differs from traditional optimization methods in many ways. Its main features are described as follows.

(1) Population processing

The genetic algorithm uses a population of points at a time in contrast to the single-point approach by traditional optimization methods. That means, at a given time, the genetic algorithm processes a number of designs.

In traditional optimization methods, a single point is used at a time in the search procedure. This point-to-point method is dangerous because it is easy to get trapped in a local optimum to multimodal (many-peaked) problems. By contrast, the genetic algorithm works from a population of points simultaneously, climbing many peaks in parallel, so that the probability of finding a false peak is reduced.

(2) Randomized operators

The genetic algorithm uses randomized operators in place of the usual deterministic ones. While randomized, the genetic algorithm is no simple random walk. The random operators improve the search process in an adaptive manner.

From the engineering optimization points of view, the most important goal of optimization is improvement and attainment of the optimum is much less important. As the random operators with a structured information exchange permit the genetic algorithm to conduct a highly exploitative search for improvement, the behavior of the genetic algorithm accords with the goal of engineering optimization.

(3) Separation of domain knowledge from search

The genetic algorithm utilizes only objective function (payoff) information. The derivative and other auxiliary information are not used for guiding search.

In most practical optimization problems, both objective functions and design constraints are the implicit functions to design variables. It is difficult to calculate their derivatives directly. As the genetic algorithm does not require problem-specific knowledge to carry out a search, it is very suitable for the optimization of complex system with the above-mentioned implicit character.

(4) Working on coded design variables

The genetic algorithm works on coded design variables, rather than the design variables themselves. In the genetic algorithm, the design variables are coded into finite length strings. These strings represent artificial chromosomes. Every character in the string is an artificial gene. The genetic algorithm processes successive populations of these artificial chromosomes in successive generations.

A chromosomal representation of design variables permits an application of the genetic algorithm across a spectrum of disciplines. If the relationship between the discrete variables and the coding strings of finite length is established, the genetic algorithm can deal with the discrete optimization problems as we will discuss later.

2.2 Fitness Function

The nonlinear programming with unequal constraints can be described as follows:

$$\min f(X) \quad \text{s.t. } g_i(X) \geq 0 \quad i=1, 2, \cdots, m \qquad (1)$$

where $X=(X_1, X_2, \cdots, X_n)^T$ is a vector containing n design variables, $f(X)$ is the objective function to be minimized, $g_i(X)$ is the ith constraint and m is the number of constraints.

Since the genetic algorithm does the search procedure based on the fitness function, the constrained minimization problem described as Eq. (1) needs to be transformed for the purpose of solving it by the genetic algorithm. In this study, the constrained minimization problem is first transformed into an unconstrained one by a penalty term depending on the degree of constraint violation. The augmented objective function of unconstrained minimization problem with the penalty term is expressed as

$$\Phi(X)=f(X)\left(1-c_P \sum_{i=1}^{m}\{\min[0, g_i(X)]\}\right) \qquad (2)$$

where $\Phi(X)$ is the augmented objective function of the unconstrained minimization and c_P is the influence coefficient of the penalty term called the penalty coefficient for short.

Then the augmented objective function $\Phi(X)$ is converted into a corresponding fitness value. The establishment of fitness function in the genetic algorithm must follow two principles: (1) the fitness value of every individual should be positive, and (2) the best individual should have the maximum fitness value. To do this in a simple way, $\Phi(X)$ is subtracted from a large constant to form the fitness function. In this study, the constant value is assigned to the maximum value of $\Phi(X)$ from all the individuals in the population. The expression of fitness function becomes

$$F_j(X)=\Phi_{\max}(X)-\Phi_j(X) \qquad (3)$$

where $F_j(X)$ is the fitness function of the jth individual and $\Phi_{\max}(X)$ is the maximum value of the augmented function from all the individuals in the population.

2.3 Coding and Decoding of Discrete Design Variables

An essential characteristic of a genetic algorithm is the coding of the variables that describe the problem. The most common coding method is to transform the variables to a binary string of specific length. This string represents the chromosome of the problem and the bit value of the chromosome called the allele represents the number of zeros and ones in the binary string.

Coding a discrete design variable is to establish its

corresponding relationship to a binary string of specific length. For instance, with a four-bit binary string we can obtain decimal integer numbers between 0(0000) and 16(1111). It gives us some hints that a discrete design variable with sixteen discrete values can correspondingly be coded into a four-bit binary string to represent. In general, a binary string with the length l can correspondingly represent a discrete design variable with 2^l discrete values. For a specific problem, that depends on more than one variable, a multivariable coding is constructed by simple concatenating the substring of each single variable into a complete string. Each variable may have its own length for the particular application.

Decoding a discrete design variable is to transform its corresponding binary string into its discrete value. We assume that the ith design variable X_i corresponds to a binary substring with the length l_i, and further suppose that the substring has a number which rth allele's value is a_r, $a_r \in [0, 1]$. Decoding this binary number, we get a decimal integer u:

$$u=1+\sum_{r=1}^{l_i} a_r 2^{r-1} \tag{4}$$

It means that the above substring value corresponds to the uth discrete value of the ith design variable. Thus, the discrete design variable can be treated in the genetic algorithm only if it is coded into a corresponding binary substring. As the count in a binary string starts from zero and not from one, one is added in Eq. (4).

If a discrete design variable has the regular discrete values with a step between its maximum and minimum values, its discrete value can be further calculated by an expression directly. In this case, the discrete value is calculated if the maximum and minimum values of the ith design variable are given

$$X_i^u=X_{i\,\min}+\frac{X_{i\,\max}-X_{i\,\min}}{2^{l_i}-1}(u-1) \tag{5 a}$$

where X_i^u is the uth discrete value of the ith design variable, $X_{i\,\min}$ is its minimum value and $X_{i\,\max}$ is its maximum one.

In addition, the discrete value is also computed if the minimum value and the step value of the ith design variable are known

$$X_i^u=X_{i\,\min}+(u-1)s_i \tag{5 b}$$

where s_i is the step value of the ith design variable.

2.4 Mechanics of Genetic Search

In this study, a simple genetic algorithm[3] that yields good results in many practical problems is introduced to do the search procedure. It consists of three genetic operators: reproduction, crossover and mutation. The mechanics of the simple genetic algorithm are surprisingly simple, involving nothing more complex than random number generation and copying strings as well as swapping partial strings.

To use a genetic algorithm, we must first code the design variables into a finite length string. With a well-defined objective function and coding, an initial population of strings is randomly generated. By decoding the individual strings of the initial population, the solution for each specific instance is determined and the value of the fitness function that corresponds to this individual string is evaluated. This applies to all members of the population. According to the fitness values of individual strings, the initial population is transmitted by the genetic operators of reproduction, crossover and mutation.

(1) Reproduction operator

Reproduction is a selection procedure whereby individual strings are selected based on their fitness values relative to that of the population. There are many ways of achieving effective reproduction. One simple scheme selects individual strings in the population according to the following probability

$$p_j=\frac{F_j(X)}{\sum_{i=1}^{n_p} F_i(X)} \tag{6}$$

where p_j is the selection probability of the jth individual string for reproduction and n_p is the size of population.

The reproduction operator emphasizes the survival of the fittest. Individuals with higher fitness values have a greater chance of being selected for mating and subsequent genetic action. Consequently, highly fit individuals live and reproduce, and less fit individuals die. Obviously, this operator is an artificial version of natural selection, a Darwinian survival of the fittest among string creatures.

(2) Crossover operator

After reproduction, a crossover operation proceeds with a specified crossover probability in two steps. First, individual strings in the mating pool generated by the reproduction operator are mated at random. Second, each pair of individual strings undergoes crossing over as follows: supposed that l is the length of the string, an integer position i along the string is decided uniformly at random between 1 and the string length less one, $[1, l-1]$. Two new strings are created by swapping all characters between position $i+1$ and l inclusively, as shown in Fig. 1(a). The resulting strings are placed in the new population continuously until the population is filled with new progenies.

(3) Mutation operator

Finally, the mutation operator is applied to the new

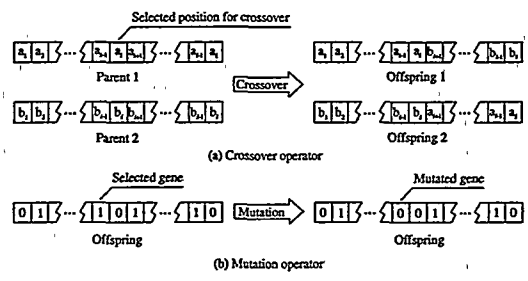


Fig. 1 Genetic operators of crossover and mutation

strings with a small mutation probability. A mutation is the occasional random alteration of an allele's value in a new string. In a binary coding, it means changing a 1 to a 0 and vice versa, as shown in Fig. 1(b).

Following reproduction, crossover and mutation, the new generation is ready to be tested. The above transmission process undergoes repeatedly from generation to generation until the best generation is derived or a given generation number is reached.

The genetic algorithm gets its power from the genetic operators. If reproduction according to fitness combined with crossover gives genetic algorithms the bulk of processing power, mutation plays a decidedly secondary role in the operation of genetic algorithms. Mutation is needed because it is an insurance policy against a premature loss of important genetic material at a particular position.

2.5 Schema Theorem

The power of genetic algorithms can be explained by the schema theorem[3]. In genetic algorithms, a schema is a similarity template describing a subset of strings with similarities at certain string positions. For instance, the schema 1**0 describes all four-bit binary strings that begin with one and end with zero (1000, 1010, 1100, 1110). Here * is a metasymbol used to represent either a 0 or a 1.

In order to state the schema theorem, let us introduce two terms to describe a schema: schema order and defining length. The order of a schema H, denoted by $o(H)$, is the number of fixed positions in H. The defining length of a schema H, denoted by $\delta(H)$, is the distance between the outermost fixed position in H. For the schema H=1**0, $o(H)=2$ and $\delta(H)=3$. With these definitions, a particular schema H in a population at generation $t+1$ receives an expected number of copies under reproduction, crossover and mutation as given by the following equation

$$m(H, t+1) \geq m(H, t)\frac{F(H)}{\bar{F}}\left[1-p_c\frac{\delta(H)}{l-1}-p_m o(H)\right] \quad (7)$$

where $m(H, t)$ is the number of schema at generation t, l is the string length, $F(H)$ is the average fitness of the strings representing schema H, $\bar{F}$ is the average fitness of the entire population, p_c is the crossover probability and p_m is the mutation probability.

Eq. (7) is the fundamental theorem of genetic algorithms, called the schema theorem. It states that relatively short, lower order schemata with above average fitness values receive exponentially increasing number of trials in subsequent generations. The schemata with these properties are called building blocks. This concept of allocating exponentially increasing number of trials to many building blocks in parallel is the essence of genetic search. As the search progresses, lower schemata combine to yield higher order schemata, thereby leading to optimal or near-optimal solutions.

3. Optimization Model of Ship Structures

In this study, a cargo ship with a large hatch opening is taken as the numerical example for the illustration purpose. Its optimization model is considered as follows.

3.1 Objective Function

The hull construction cost of hold length between two transverse bulkheads for the cargo ship is taken as the objective function. The total cost consists of the material cost and the welding cost. The material cost is further divided into the cost of plate steel and the cost of shaped steel.

All structural members are assumed to be made of mild steel. The unit price per ton of plate steel is 90,000 yens and that of shaped steel is 105,000 yens. The price of fillet welding per unit welding length in meter with unit welding leg length in centi-meter is 4,200 yens.

3.2 Design Variables

Nine dimensions of ship structural members in the midship segment, such as plate thickness, web depth, flange width and longitudinal space, are chosen as the design variables shown in Fig. 2.

3.3 Design Constraints

In this study, all design constraints are normalized to treat them equally. They are described as follows

(1) Bending strength

This constraint is considered for the following structural members

- transverse web frames
- transverse frames
- longitudinals on bottoms
- plates of bottoms and side hulls
- ship hull panels
- longitudinal girders and stringers

The normalized form of the constraint is expressed as

$$g(X)=1-\frac{\sigma_{max}}{\sigma_p}\geq 0 \quad (8)$$

where σ_{max} is the maximum bending stress in a structural member and σ_p is the allowable bending stress.

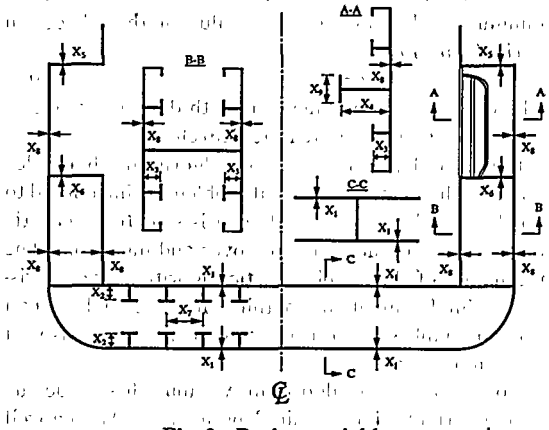


Fig. 2 Design variables

(2) Shear strength

It is considered for

- transverse web frames
- longitudinal girders and stringers
- ship hull panels

Similar to the constraint of bending strength, this constraint is written as

$$g(X)=1-\frac{\tau_{max}}{\tau_p}\geq 0 \qquad (9)$$

where τ_{max} is the maximum shear stress in a structural member and τ_p is the allowable shear stress.

(3) Buckling strength

The buckling strength is needed to consider for

- longitudinals on bottoms
- plates of bottoms and side hulls

The buckling strength for these members can be expressed as

$$g(X)=1-\frac{\sigma_{co}}{\sigma_{cr}}\geq 0 \qquad (10)$$

where σ_{co} is the assuming applied buckling stress and σ_{cr} is the critical buckling stress of structural member. To evaluate elastoplatic buckling stress, Johnson's formula is applied with buckling stress and yield stress.

(4) Allowable maximum horizontal deflection of hatch opening

In this study, these kinds of constraints are evaluated by two structural analysis processes which are for

- transverse strength
- longitudinal bending and torsional strength

These constraints are described as:

$$g(X)=1-\frac{d_{max}}{d_a}\geq 0 \qquad (11)$$

where d_{max} is the maximum horizontal deflection of hatch opening and d_a is the allowable horizontal deflection of hatch opening.

(5) Required midship sectional modulus

This constraint is written as

$$g(X)=1-\frac{W_{min}}{Z_{min}}\geq 0 \qquad (12)$$

where W_{min} is the required midship sectional modulus evaluated by NK rule[5] and Z_{min} is the minimum midship sectional modulus.

It needs to be noted that the upper and lower bounds for design variables are not taken as design constraints in the genetic algorithm. They are served as the upper and lower limiting values to treat in the binary substring of each variable.

3.4 Structural Analyses

In the above-mentioned design constraints, many factors such as deflections, stresses and forces are evaluated by structural analyses. Two processes of structural analyses are carried out for the cargo ship.

(1) Structural analysis for transverse strength

Three-dimensional structural analysis for transverse strength is implemented by transfer matrix method. The structure in the hold length with large hatch opening is simplified as the N segments divided by the transverse web frames, and one segment length corresponds to one transverse web frame space. Both fore and aft ends of the hold bounded by the transverse bulkheads are assumed to be fixed. The main longitudinal members are considered as the bottom girder, the side stringers and the deck girders.

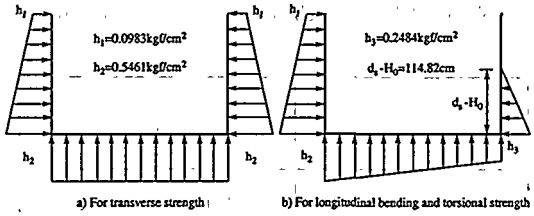


Fig. 3 Load conditions

(2) Structural analysis for longitudinal bending and torsional strength

For the longitudinal bending and torsional strength, the structural members are divided into the port hull panel, the starboard hull panel and the bottom hull panel. For each ship hull panel, bending moments, shear forces and axial forces in the panel plane are considered. Moreover, the shear flows are taken into account in the joint part between two ship hull panels. Similar to the structural analysis of transverse strength, both fore and aft ends of the hold bounded by the transverse bulkheads are assumed to be fixed. However, the shear deflections of transverse bulkheads at the fore and aft ends are taken into consideration.

Both above-mentioned structural analyses were in detail described in Ref. 6).

(3) Load cases

Two load cases shown in Fig. 3 are selected for calculation. One is the hogging condition for the transverse strength analysis. The other is the load condition on the oblique wave for the longitudinal bending and torsional strength. Both load cases are evaluated on the basis of NK rules[5].

4. Numerical Analyses and Discussions

A 1,750 dwt cargo ship with a large hatch opening as same as that of Ref. 6) is taken as the numerical analyses. Its principal dimensions are:

Length B. P.=70 m; Breadth (mld.)=12.5 m;
Depth (mld.)=6.8 m; Draught=3.7 m;
Deadweight=1750 tonf.

The allowable elastic stresses for the structural members are listed in Table 1. The other allowable stresses are considered as follows: the yield stress= 2800 kgf/cm² and the assuming applied buckling stress=2000 kgf/cm². The allowable horizontal deflection of hatch opening is taken as 12.0 mm. The number of transverse web frame spaces within the hold length for the actual ship is sixteen.

For the numerical example, all design variables are assumed to have the regular discrete values with a step

Table 1 Allowable elastic stresses for structural members

Structural Member	Bending Stress (kgf/mm²)	Shear Stress (kgf/mm²)
Transverse web frames	18.0	8.5
Longitudinal girders	10.0	5.5
Longitudinals	10.0	---
Transverse frames	10.0	---
Side hull & bottom plates	20.0	---
Ship hull panels	18.0	8.5

Table 2 Design variable values of cargo ship with large hatch opening

Design Variable	Minimum (cm)	Maximum (cm)	Step (cm)	Substring Length
X_1: thickness of bottom plates	1.00	1.75	0.05	4
X_2: web depth of longitudinals on bottoms	10.00	17.50	0.50	4
X_3: web depth of transverse frames	10.00	17.50	0.50	4
X_4: depth of upper side trans. web frames	45.00	60.00	1.00	4
X_5: thickness of deck girder plate	1.00	1.75	0.05	4
X_6: thickness of side stringer plate	1.00	1.75	0.05	4
X_7: longl. space of longitudinals on bottoms	55.00	86.00	1.00	5
X_8: thickness of side hull plates	1.00	1.75	0.05	4
X_9: flange width of upper side trans. web frames	10.00	17.50	0.50	4
Multivariable String Length				37

between their minimum and maximum values. Their detail values including minimum, maximum, step and corresponding binary substring length are listed in Table 2. By simple concatenating each single variable substring, a multivariable string of thirty-seven-bit length is constructed. It is worth noticing that the present methods can also treat discrete design variables without the above-mentioned structure. In such a case, it is necessary to supply an additional list of discrete values that the design variables can take.

The maximum given number of generation for all numerical cases is assigned to be one hundred.

4.1 Effect of Penalty Coefficient

The effect of penalty coefficient c_P on the optimum design is first investigated. All cases are executed under the following genetic operating parameters: crossover probability, $p_c=0.8$, mutation probability, $p_m=0.0003$, and population size, $n_P=50$. For different problem, there may be a different penalty coefficient suitable for it. In this study, nine cases with $c_P=0.001$, 0.005, 0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 1.0, 5.0 and 10.0 are computed. The results are plotted in Fig. 4. The best solution corresponds to the case that $c_P=0.05$. In the following numerical cases, the genetic operating parameters will keep as the same as those taken in the best solution case unless there is a specific statement to them.

The generation history for the above best solution

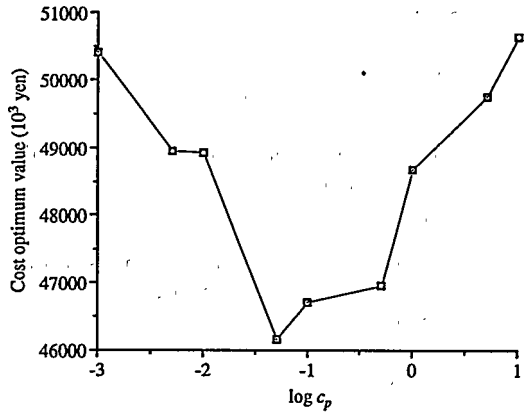


Fig. 4 Cost optimum values varied with penalty coefficient c_P

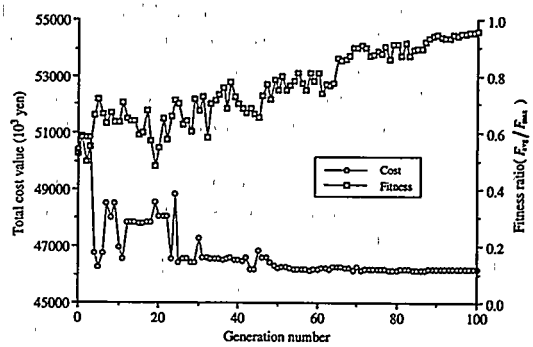


Fig. 5 Generation history of cost value and fitness value

case is shown in Fig. 5. As the average fitness value increases and improves from generation to generation, the total cost value (that is, the objective function value) is gradually converges to an optimum or near-optimum solution. With the multivariable string coding illustrated in Table 2, the number of possible design variable combinations is 2×16^9 ($\cong1.4\times10^{11}$). In the best solution case, the near optimum solution is obtained after about 50 generations that represent 2500 function evaluations. Obviously, the genetic algorithm can search an optimum or near-optimum solution utilizing only a very small fraction of candidate solution space. It demonstrates the genetic algorithm is an effective and robust search method.

4.2 Analyses of Genetic Operating Parameters

In this section, the influence of genetic operating parameters on the optimization solution is analyzed. Those genetic operating parameters include population size, crossover probability and mutation probability.

(1) Population size n_P

The population size essentially determines the number of solutions that are processed for each generation.

The large the population size is, the better the chances of obtaining an optimum solution are. However, the computing time spends more with larger population size. Thus, there is a need to find an appropriate population size that can lead to a good result but the computing time is not too long.

Population sizes ranging from 10 to 90 are used to investigate the effect of generation size on the optimization solution. For each population size, three tests are performed in order to avoid the contingence. Then the average value of three optimum cost values for each population size is calculated. The relative percentage of optimum cost is further computing by an expression, $(\bar{C}_{max}-\bar{C})/(\bar{C}_{max}-\bar{C}_{min})\times 100\%$. Here, $\bar{C}$ is the average value of optimum cost for each population size, $\bar{C}_{max}$ is the maximum value in all average values of optimum cost and $\bar{C}_{min}$ is the minimum one.

Obviously, the solution with a higher percentage value is a better one. The percentage value against the population size is plotted in Fig. 6. It can be seen that better solutions are obtained with larger population size as expected. It is difficult to recommend a population size for all optimization problems, as the appropriate population size may vary depending on the peculiarities of problem. In the present study, it appears that the moderate population size is about 50 since little improvement is observed with larger population size over 50.

(2) Crossover probability p_c

Five trials with p_c=0.6, 0.7, 0.8, 0.9 and 1.0 are carried out. The generation history of total cost value with different crossover probability is plotted in Fig. 7. It has been found that the total cost value converges prematurely with smaller crossover probability, such as the cases of p_c=0.6 and 0.7. The final total cost values in three cases with crossover probability 0.8, 0.9 and 1.0 are almost the same, but the latter two cases converge slowly. It means that smaller crossover probability may result in a premature solution but larger crossover probability may cause the solution to converge slowly. Therefore, the crossover should be done with a proper probability in the genetic algorithm. In the present study, it has been found that p_c=0.8 is suitable for the optimization problem.

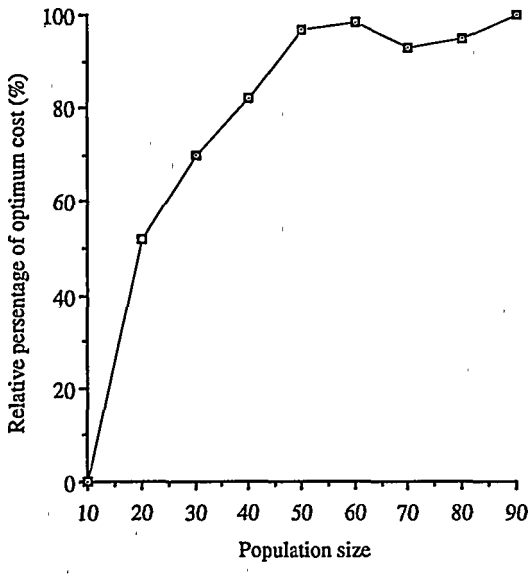


Fig. 6 Influence of population size

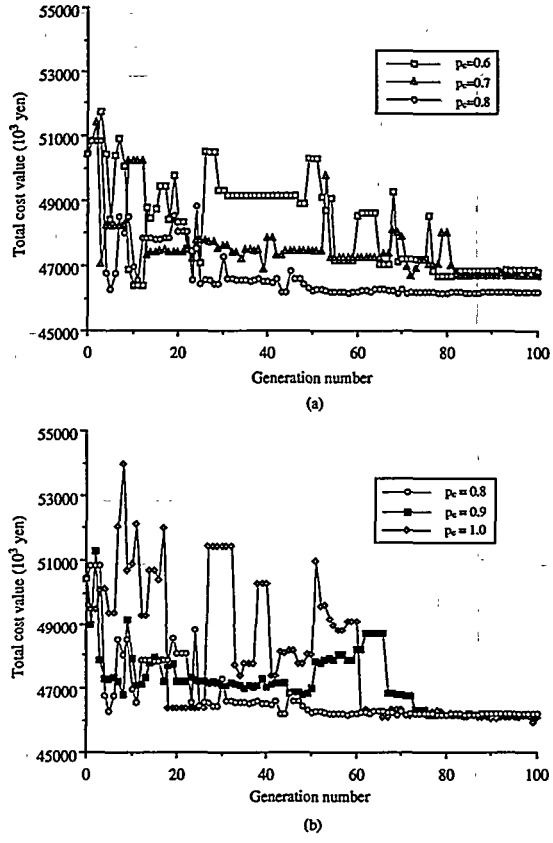


Fig. 7 Generation history of total cost value with different crossover probability p_c

(3) Mutation probability p_m

The numerical cases in which the mutation probability changes by 0.1, 0.03, 0.003, 0.0003 and 0.00003 are computed. The results are shown in Fig. 8. With larger mutation probabilities, such as the cases of p_m=0.1 and 0.03, the solution changes violently and unsteadily. It is difficult to get the convergent result. In general, a lower mutation probability gives better solution for the problem. However, the premature may happen if the mutation probability is too small, such as the numerical case with p_m=0.00003. In this study, it is seen that the total cost value in the case of p_m=0.0003 converges to a good solution steadily. Thus, the mutation probability should be proper small in the genetic algorithm. As

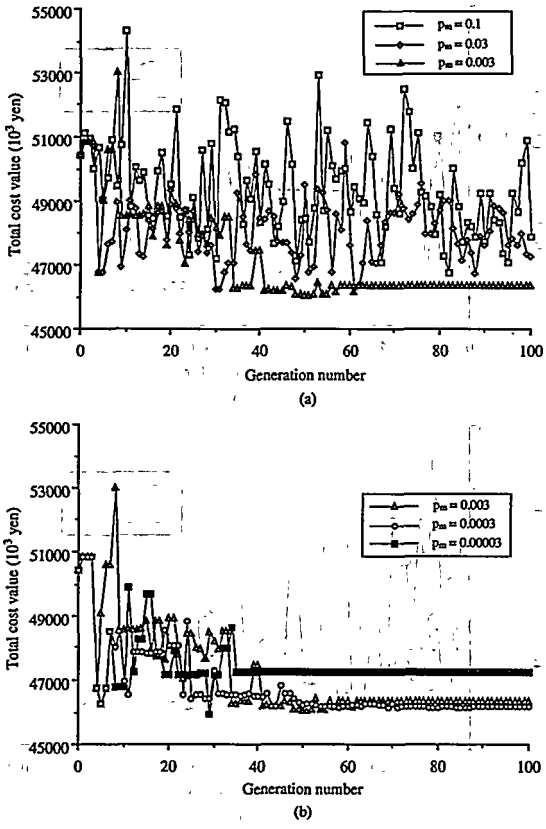


Fig. 8 Generation history of total cost value with different mutation probability p_m

mutation probability is very small, mutation is appropriately considered as a secondary mechanism in the genetic algorithm. When used sparingly with reproduction and crossover, it is an insurance policy against a premature loss of important genetic material in the genetic algorithm.

4.3 Comparison with Multiplier Method

The same numerical example was investigated by multiplier method in Ref. 6). This makes it possible to compare the present method with the multiplier method. The comparison of optimum results between two methods is illustrated in Table 3. The following observations are made through the comparison of the genetic algorithm and the multiplier method:

(1) The genetic algorithm can treat the discrete optimization problem well only if we code the discrete variables into a corresponding binary string of finite length. Owing to the continuity assumption, the optimum results by the multiplier method may be unfeasible because they may not match with the structural elements available commercially. If the nearest feasible discrete values are assigned to the design variables, the total cost value is likely to increase, as shown in Table 3. The present method based on the genetic algorithm

Table 3 Comparison of optimum results between genetic algorithm and multiplier method

Comprison Item		Actual Ship	Multiplier Method		Genetic Algorithm
Design Variable Values (cm)	X_1	1.200	1.185	1.200	1.400
	X_2	12.500	14.644	14.700	17.500
	X_3	12.500	12.373	12.400	14.000
	X_4	50.000	54.931	55.000	59.000
	X_5	1.400	0.981	1.000	1.000
	X_6	1.000	0.998	1.000	1.050
	X_7	65.625	65.632	65.000	76.000
	X_8	1.200	1.064	1.100	1.050
	X_9	15.000	12.159	12.500	13.000
Cost Values (10^3 yen)	Material	24,991	23,483	24,188	24,888
	Welding	24,783	23,046	24,686	21,311
	Total	49,774	46,529	48,875	46,199
Iteration Number of Structural Reanalysis			883		2,500

Set to nearest feasible discrete value

is more rational in view of the discrete nature of practical optimization problems.

(2) The genetic algorithm does not require gradient computations. Hence, problems where gradient computations are difficult can be solved by the genetic algorithm very well. Though the multiplier method can utilize some algorithms to minimize a function without calculating derivatives, the numerical calculation for the line search making use of some properties of conjugate directions could not be avoided.

(3) The major computational tasks in the genetic algorithm are the function evaluations and analyses. Although the gradient computations are absent, the genetic algorithm is slower compared to the multiplier method. It is proved to be true in this study. From the results shown in Table 3, the iteration number of structural reanalysis in the genetic algorithm is about 2500, while that in the multiplier method is less than 1000. Since the computing time is mainly spent in the structural reanalysis for the numerical example, the genetic algorithm is obviously slower than the multiplier method.

(4) The global convergence of the multiplier method has been mathematically proved. An algorithm is said to be globally convergent if it converges to a solution from any starting point. It should not be confused with the problem of finding a global optimum. In the genetic algorithm, the schema theorem gives a mathematical basis for the gain or loss of schema in successive generations. In other words, it proves that the overall fitness can be improved from generation to generation in the genetic algorithm. However, it cannot be mathematically shown that the algorithm converges to a definite optimum. Since many optimization problems solved by the genetic algorithm give better results compared to the results of traditional methods, the genetic algorithm is acceptable for engineering design. From the results of Table 3, the results of the genetic algorithm are better than those of the multiplier method. The major reason is that the multiplier method is a point-to-point search method. Along with the

approximation of the numerical algorithm, it may get trapped in a local optimum. By contrast, the genetic algorithm works from a population of points simultaneously, thus, the chance of finding an optimum or near-optimum solution is increased. From the comparison results in Table 3, the multiplier method finds a solution depending on the initial design but the genetic algorithm may search a better solution at random from the whole space of candidate solutions.

(5) Unlike the multiplier method, the upper and lower bounds for variables are not taken as design constraints in the genetic algorithm. They are served as the upper and lower limiting values to treat in the binary substring of each variable.

5. Conclusion Remarks

Using the proposed method, the numerical example of a cargo ship with large hatch opening is investigated for the purpose of illustration. It demonstrates that the genetic algorithm is an effective and robust search method for structural optimization. If the discrete design variables are correspondingly coded into a binary string of finite length, the present method handles the discrete optimization problems efficiently. As most design variables in practical structural optimization problems are discrete in nature, this ability makes the genetic algorithm a good choice for structural optimization problems.

Though the genetic algorithm is slower compared to the multiplier method, it may search a better solution as a population processing method. On the other hand, the genetic algorithm does not require gradient computations. This is another important reason why the genetic algorithm is broadly applied to engineering optimization.

For different optimization problems, there may be a different set of parameters including the penalty coefficient, c_P, the generation size, n_P, the crossover probability, p_c, and the mutation probability, p_m, to be suitable for it. It is necessary to analyze the influence of those parameters on the optimum design if the present method is applied.

Through the numerical analyses, it shows the power of the genetic algorithm for the discrete optimization problems. There is further research scope to improve the search efficiency of the genetic algorithm by using other genetic techniques, such as advance genetic operators and more efficient search strategies.

References

1) Arora, J. S.: Introduction to Optimum Design, McGraw-Hill, New York, 1989.
2) Dhingra, A. K., and Lee, B. H.: "A Genetic Algorithm Approach to Single and Multiobjective Structural Optimization with Discrete-Continuous Variables", Int. J. Numer. Methods Eng., Vol. 37, 1994, pp. 4059-4080.
3) Goldberg, D. E.: Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1989.
4) Holland, J. H.: Adaptation in Natural and Artificial Systems, The University of Michigan Press, Ann Arbor, Mich., 1975.
5) Nippon Kaiji Kyokai: Rules and Regulations for the Construction and Classification of Ships, Amendment, 1994 (in Japanese).
6) Nobukawa, H., Zhou, G., Kitamura, M., and Kobayashi, S.: "Structural Optimization for Small Container Ship with Large Hatch Opening", Trans. West Japan Soc. of Naval Arch., Vol. 90, 1995, pp. 181-197.
7) Okada, T., and Neki, I.: "Optimization of Ship Structural Design by Genetic Algorithm", J. Soc. Naval Arch. of Japan, Vol. 171, 1992, pp. 259-266 (in Japanese).

3-2

Adaptive Mesh Techniques Based on *A Posteriori* Error Estimation for Two-dimensional Elasto-plastic Finite Element Analyses

by Mitsuru Kitamura*, *Member* Jiangang Shi**, *Student Member*
Hisashi Nobukawa*, *Member* Hideomi Ohtsubo***, *Member*

Summary

The methods for *a posteriori* error estimation in element-wise analysis and improvement of finite element solution are developed recently by the authors for two-dimensional elasto-plastic problems. Based on the distributions of the error energy norm, the paper discusses the effects of mesh shape and size on the error energy norm and the relationship between total error energy norm and the distribution of error on each element. The minimum total error energy norm of the model is obtained and the stress solution of element-wise method is improved with the adaptive mesh techniques. Two adaptive mesh methods of r-version and h-version procedures are used for two elasto-plastic structural models respectively in this paper. Good results show that the minimum error principle and r-version and h-version adaptive procedures can be used in elasto-plastic problems effectively and accurately.

1. Introduction

An *a posteriori* error estimation and improvement of stress solution of FEM with element by element solution technique in elasto-plastic problems are developed recently by the authors[1),2)]. The error and its distribution on the models were obtained and the good results of *a posteriori* error analysis on stress solution by adding the error to original stresses have proved that the method is available and efficient to get high accurate results with little calculating effort and time, especially in the elasto-plastic problems in which many increamenetal steps and iterations are needed.

With the above method, the error and its distribution are estimated in the form of energy norm from the displacement error of each element by a finite element with a one order higher polynormial function than that used for original stress calculation. For example, a 4-node bilinear isoparametric element is used for original stress calculation while an 8-node second-order polynomial function isoparametric element is used for error analysis and stress modification. With the value of error of each element and error distribution of the model, *a posteriori* error estimation and adaptive mesh generation or techniques can be carried out to reduce the error of model and increase the accuracy of calculation.

In recent years, considerable successes have been achieved on error estimation and adaptive finite element methods in many mechanical fields. Ohtsubo, Kubota and Kitamura[3),4)] carried out the adaptive mesh generation on two-dimensional elastic problems with r-method and h-method by element wise analysis, Babuška *et al.*[5)] developed a method to check the robustness of some generally used *a posteriori* error estimators for finite element solutions of linear elliptic problems or Djordje, Yu and Owen[6)] in elasto-plastic solids in the form of global error analysis, and Ohtsubo and Suzuki[7)] and Wiberg and Li[8)] in dynamic analysis. In this sense, an *a posteriori* error estimation method and adaptive finite element procedure are still a key feature of practical finite element analysis, and it is very important for the adaptive mesh generation to estimate the numerical error accurately and to develop our presented element-wise method to be more effective.

In this paper, the authors developed the adaptive mesh generation with r-method on two-dimensional elasto-plastic problems based on the method of element-wise *a posteriori* error estimation and one with h-method.

With the r-method, the different mesh models are considered and the minimum total error energy norm is obtained based on the principle that the total error energy norm $\|e\|$ will be minimum if the error energy norm $\|e\|_i$ on each element in the calculating domain is uniform. In this case, the error and its distribution on each element are calculated by element-wise method

* Faculty of Engineering, Hiroshima University
** Graduate School, Hiroshima University
*** Faculty of Engineering, The University of Tokyo

Received 10th Jan. 1996
Read at the Spring meeting 15, 16th May 1996

and are considered as the criterion to decide the division of mesh. As we can see later, the improved stress solutions of finite element after adding *a posteriori* error analysis are again improved accurately further with the adaptive mesh model of having minimum total error energy norm of the structure.

In the last part, the h-version adaptive mesh procedure is performed to the elasto-plastic problem. The small error energy norm is obtained with a little of degree of freedoms and high convergent rate is gotten with comparing to the method of general division of mesh.

2. Complementary of Adaptive Mesh Techniques

2.1 Error Estimation and Concept of Adaptive Mesh Generation

With the method in reference[2], the elasto-plastic forms for stress and strain will be presented in increamental forms and the equilibrium equation and boundary condition in a closed stress field Ω will be:

$$\nabla^{*T}(D_{ep}\nabla^{*}du)+df=0 \text{ in } \Omega \quad (1)$$

$$(D_{ep}\nabla^{*}du)n=d\bar{q} \text{ on } \Gamma_F \quad (2)$$

$$du=d\bar{u} \text{ on } \Gamma_D \quad (3)$$

The weak equations for element-wise *a posteriori* error deduced form the residuals in the equilibrium equation are following:

$$\nabla^{*T}(D_{ep}\nabla^{*}de_i)+dr_i=0 \quad \text{in } \Omega_i \quad (4)$$

$$(D_{ep}\nabla^{*}de_i)n_i=-d\rho_i \quad \text{on } \Gamma_F \text{ or } \Gamma_{ij} \quad (5)$$

$$de_i=0 \quad \text{on } \Gamma_D \quad (6)$$

$$(i=1, 2, 3, \cdots, N_{elem})$$

where de_i is the vector of error in displacement, dr_i is a residual vector from the equilibrium equation, $d\rho_i$ is the traction jump on the element boundary.

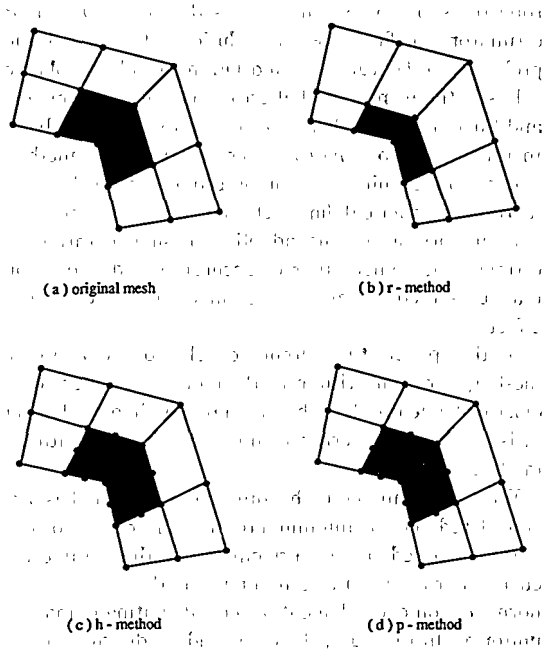


Fig. 1 Adaptive mesh generation

A posteriori error solution for elasto-plastic problems can be carried out with the solution of equation (4) to (6). The following indexes of error energy norm are used to estimate the amount of error.

$$\|e\|\equiv\int\sqrt{\Delta\sigma\cdot\Delta\varepsilon^e}\,d\Omega \text{ (in global domain)} \quad (7)$$

$$\|e\|_i\equiv\int\sqrt{\Delta\sigma\cdot\Delta\varepsilon^e}\,d\Omega_i \text{ (in element-wise domain)} \quad (8)$$

where $\Delta\sigma$ and $\Delta\varepsilon^e$ are vectors of incremental stress error and strain error, respectively. In this paper, the total error energy norm $\|e\|$ is calculated with the following formulion:

$$\|e\|=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\|e\|_i^2} \quad (9)$$

here, N is the number of elements.

Generally, with the numerical solution of error and its distribution, the adaptive mesh generation is neccessary and possible to be used to make the numerical error smaller and let the solution of finite element method more accurate than one before. There are three well known adaptive mesh methods called r-method, h-method and p-method[3]. The r-method is one that the coordinates of the nodes are changed and the number and order of elements and the number of nodes are not changed (Fig. 1(b)). The h-method is one that the elements at high error areas are divided smaller than the original ones. Thus, the equivalent mesh size of structure will be changed (Fig. 1(c)). The p-method is one that the elements at high error areas are replaced by the new elements with the high order interpolation function (Fig. 1(d)). In this paper, only the application of r-method and h-method are discussed.

2.2 Strategy of Adaptive Mesh Procedures

The purpose of using adaptive mesh generation is to make the total error energy norm of the structure be the smallest one, and as we know that it is difficult to do it because the error $\|e\|_i$ on each element is generally effected by the mesh size, mesh shape and the order of shape function. But, for a certain field with the constant total area of the elements, the total error energy norm $\|e\|$ will be minimum if the error $\|e\|_i$ on each element keeps the condition of

$$\|e\|_i^2=\text{constant or } \|e\|_i=\text{constant} \quad (10)$$

In this paper, we change the mesh size and select the mesh model until the condition (10) is satisfied.

For performing the h-method[9], we often meet the situation of 4 node element shown in Fig. 2(a). The

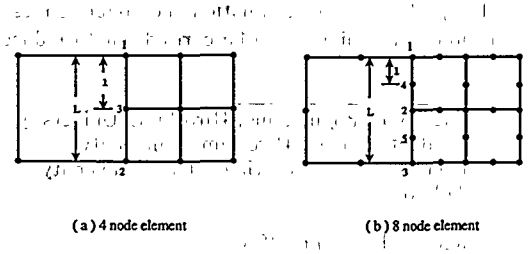


Fig. 2 Indepedent and virtual nodes for h-method

node 1 and 2 are real nodes or independent nodes and node 3 is a virtual node or dependent node. The displacement node 3 should be:

$$\bar{u}_3 = N_1\bar{u}_1 + N_2\bar{u}_2 \quad (11)$$

$$N_1 = (1 - l/L) \quad (12)$$

$$N_2 = l/L \quad (13)$$

where l is distance between node 3 and 1, and L is one between node 1 and 2 for 4 node element. When node 3 is on the middle of node 1 and 2, $N_1 = N_2 = 0.5$.

Then, we can rewrite the element nodal displacement vector $\bar{u}$ as:

$$\bar{u} = t\bar{u} \quad (14)$$

with introducting transfer matrix t. Where, $\bar{u}$ is the element nodal displacement vector without the previously mentioned virtual nodal displacement.

The global stiffness matrix $\bar{K}$ with the consideration of virtual nodes can be combined from the new local stiffness matrix $\bar{K}_e$ of each element with $\bar{K}_e = t^t K_e t$, where K_e is matrix of the original element.

For the total nodes, the displacement can be described as:

$$\hat{U} = T\bar{U} \quad (15)$$

where $\hat{U}$ is displacement vector of all nodes, $\bar{U}$ is one except the virtual nodes and T is total transfer matrix.

The new formula of FEM can be written as

$$\bar{K}\bar{U} = \bar{P} \quad (16)$$

where $\bar{K} = T^t K T$ and $\bar{P} = T^t P$.

For an 8 node element, see Fig. 2(b), the formula (11), (12) and (13) are changed as:

$$\bar{u}_4 = N_1\bar{u}_1 + N_2\bar{u}_2 + N_3\bar{u}_3 \quad (17)$$

$$N_1 = (1 - l/L)(1 - 2l/L) \quad (18)$$

$$N_2 = 4l/L(1 - l/L) \quad (19)$$

$$N_3 = l/L(2l/L - 1). \quad (20)$$

So, the displacements at node 4 and node 5 are decided by the ones of node 1, 2 and 3.

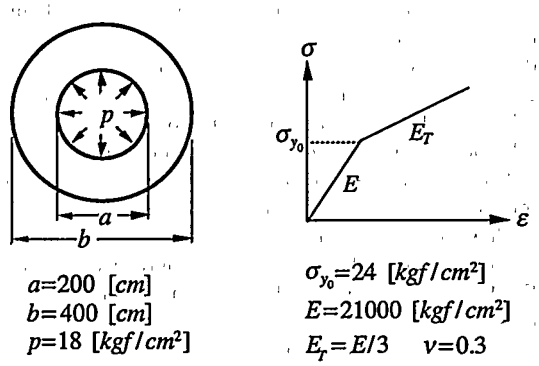
3. Numerical Examples

Two structural models are used to perform the r-version and h-version procedures for two dimensional elasto-plastic problems. The structures are loaded first. After being plasticity for about half part of model, the structures are unloaded gradually.

3.1 Thick cylinder subjected to internal pressure

A thick cylinder with inner radius of a and outer radius of b is subjected to internal pressure p as shown in Fig. 3. Due to the symmetry of the problem, a quarter of the structure is used in this computation. Isoparametric quadrilateral elements with 4 nodes are used for FEM and an isoparametric quadrilateral element with 8 nodes is used for element by element error estimation and stress modification whose results are signed as '*est*'. An 8-node isoparametric element method is also used for whole structure to have referred stress distribution. The results are shown with the sign of 'ref' and taken as the exact value to compare with the modified results.

The distributions of energy norm and stress with the mesh shown in Fig. 6 (method 5) can be seen in Fig. 4 and Fig. 5. The total structural stress energy norm $\|u\|$ is 15.05 while the whole error energy norm $\|e\|$ is 1.43 which gives as 9.5% of percent in the stress energy



(a) Structural model (b) Parameters of the material

Fig. 3 Thick cylinder subjected to internal pressure

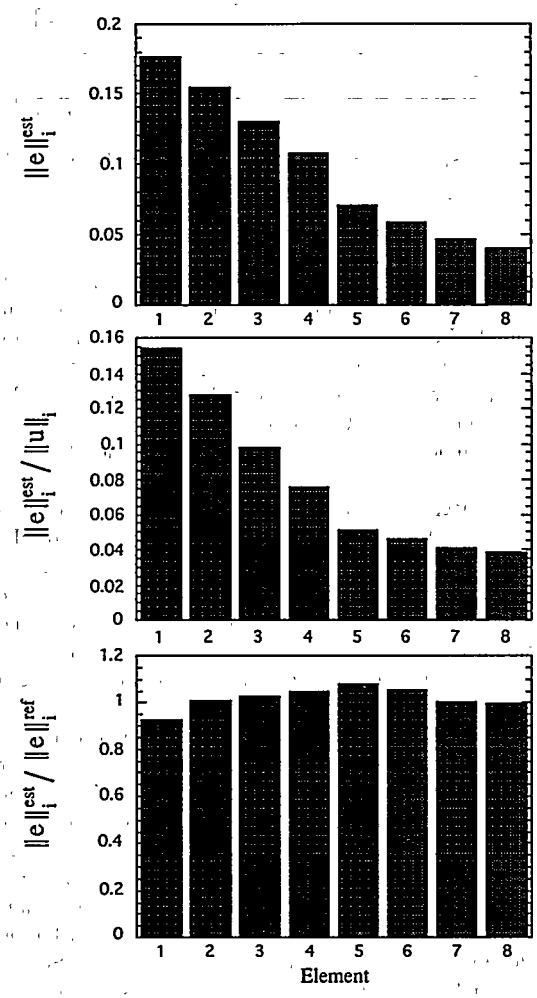


Fig. 4 Distributions of energy norms on a thick cylinder

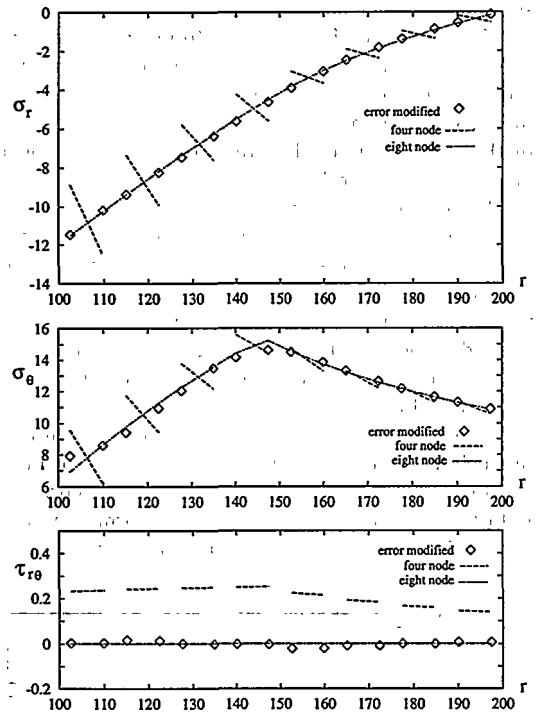


Fig. 5 Stress distribution with original mesh on a thick cylinder

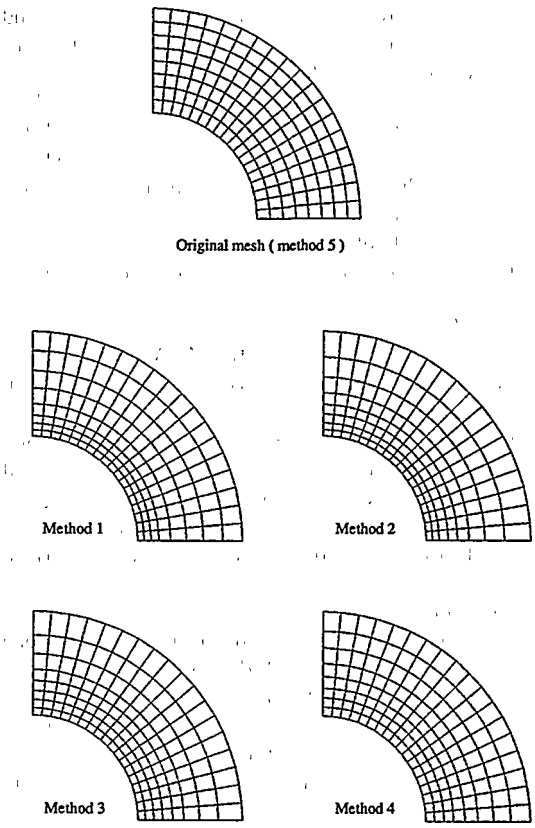


Fig. 6 Adaptive meshes used in r-method

norm. Since this is a symmetrical problem, the all results for energy norm and stresses in each row in radial direction are same. *A posteriori* error energy norm and its ratio to stress energy norm are decreased from inner side to outside in radial direction. See the Fig. 4 in (a) and (b) parts.

The modified value of σ_θ in inner side and plasticity part are not so good. The reasons for this behavior are mesh size, mesh shapes and others discussed in reference[2]. Later, we can see that the accuracy of results can be increased with the application of r-method.

From the distributions of error norm and stress, we can see that the accuracy of estimated error and modified stress are dependent on the mesh size and mesh shape. So, the adaptive mesh procedures are introduced and discussed to increase the accuracy of calculation. From the Fig. 4(a), we can see that the error norms of each element are far from the equation (10). In order to reduce the error norm of element on the inner edge and make the error norms on each element are uniform, four different mesh models shown in Fig. 6. are selected according to the distributions of their *a posteriori* error energy norm with the r-method. The high error area is on the inner edge of the model and error distribution along the radius direction is changed gradually. So, the inner edge element in radius direction is modified as small and the size of mesh is changed gradually. Their distributions of error norm of each element are shown in Fig. 7 from which the tendency of distributions of the error energy norm on each element are shown of having significant effect to the total error energy norm of the structure. The method-1 has high error norm in middle part, the method-2 has one on outside edge and the method-4 also has high one in inner edge, which has weak diffirencial tendency of error norm than original one shown in Fig. 4(a). The model-3 shows the best distribution of near constant. Thus, the model-3 should have the minimum value of total error norm among these mesh models according to the principle given by equation (10), which is just proved by the Fig. 8. From this example, one can see that the total error norm is fally dependen on the distribution of error norm.

The mesh model 3 can give not only the minimum total error energy norm but also the more accurately modified results of stresses as σ_r, σ_θ and $\tau_{r\theta}$ than one before r-version adaptive mesh procedure by comparing Fig. 9 with Fig. 5, especially for σ_θ in inner edge and plastic part.

3.2 A square plate with a hole

A square plate shown in Fig. 10 is analysized with the h-version adaptive procedure. A original mesh with 48 elements and a new mesh of 192 elements with evenly

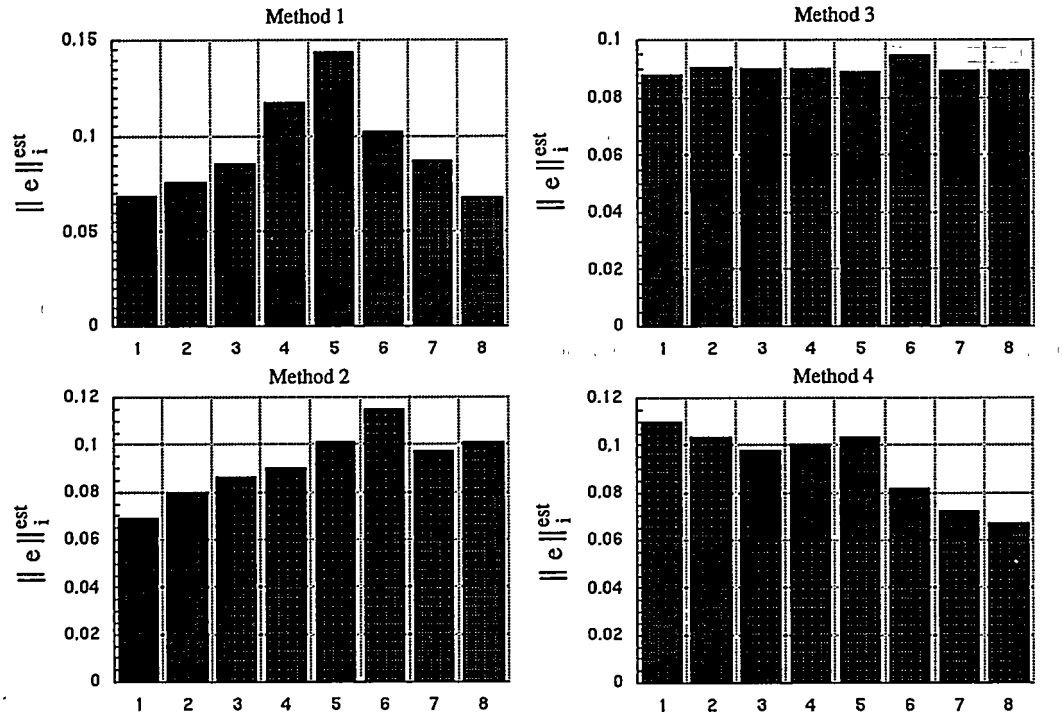


Fig. 7 Comparison of error distributions for four adaptive meshes to cylinder model

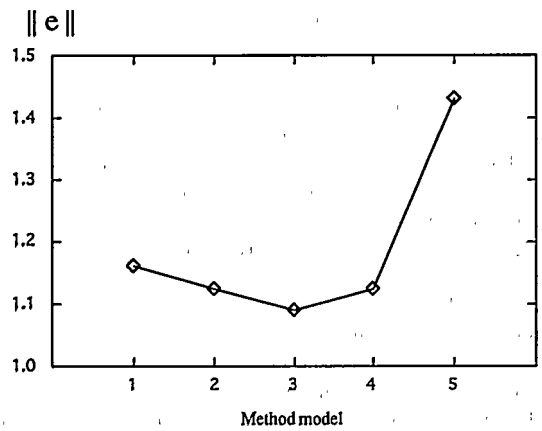


Fig. 8 Total error energy norm of five mesh models in r-method

dividing the mesh 4 times are shown in Fig. 11(a) and (b) while the distributions of error energy norm with these two meshes are shown in Fig. 12. Since high error norm is concentrated on the corner and inner edge, the adaptive h-version procedure is strongly recommended to be used. According to the distribution of error on original mesh, the model obtained from the h-version adaptive mesh technique is shown in Fig. 11(c) with 15

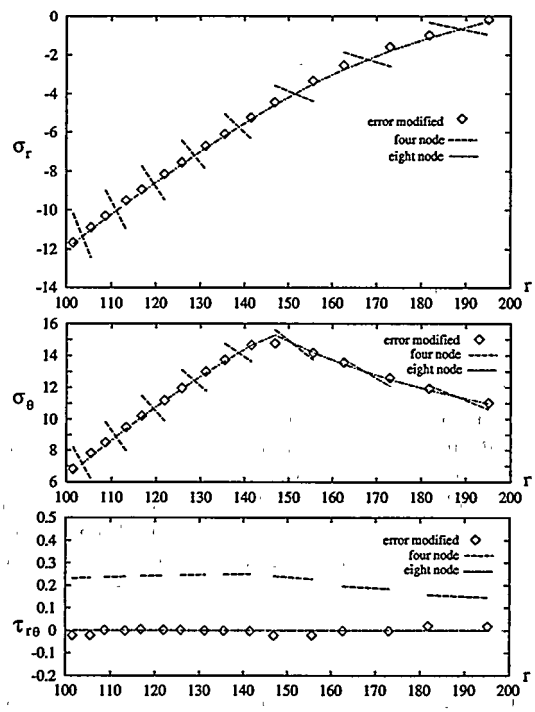


Fig. 9 Stress distribution of method-3 in r-method to cylinder model

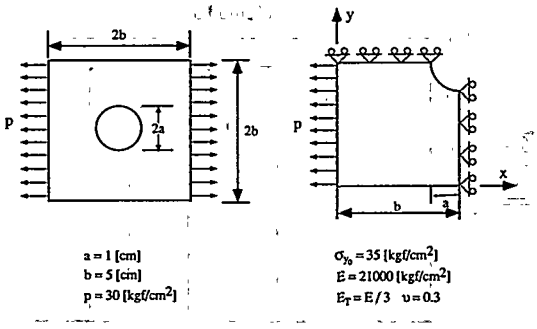
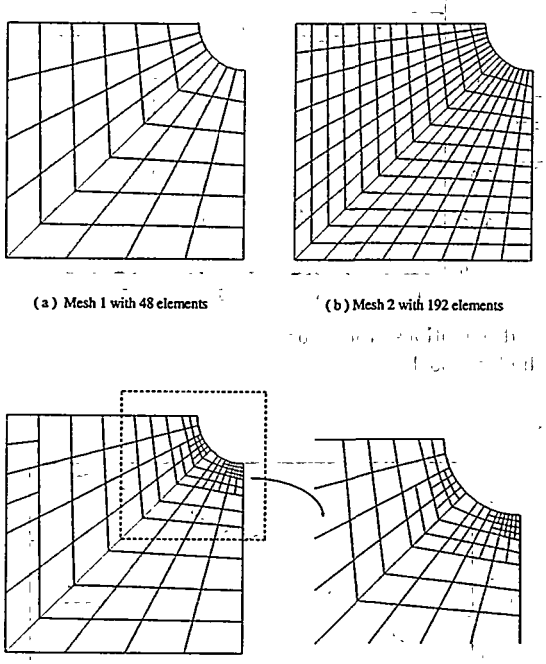


Fig. 10 Structure model of a square plate with a hole



(a) Mesh 1 with 48 elements

(b) Mesh 2 with 192 elements

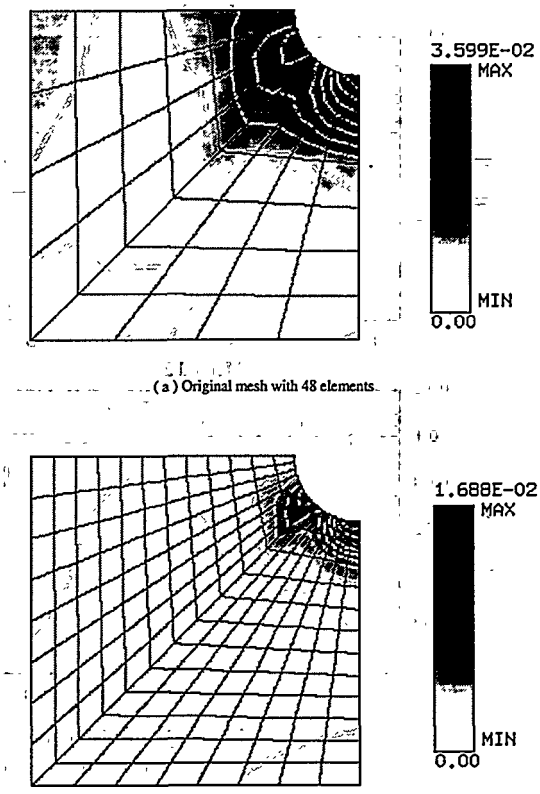
(c) Mesh 3 of h-method with 117 elements

Fig. 11 Mesh models in h-method for a square plate with a hole

virtual nodes. The error norm of new mesh is 0.0415 which is only 53.9 percent of orginal error norm. The results are shown in Table 1 and Fig. 13. The degree of freedom of h-method mesh is just the 60.6 percent of the evenly divided mesh-3, but the error norm is small than that. The total error norm is reduced significantly with a little of total degree of freedom for computation and high convergent rate is gotten with the h-method.

4. Concluding Remarks

The adaptive mesh techniques are discussed and introduced successfully into the method of element by element *a posteriori* error estimation for two-dimensional elasto-plastic finite element analysis. The high



(a) Original mesh with 48 elements

(b) Evenly divided mesh with 192 elements

Fig. 12 Error distribution of two mesh models for a aquare plate with a hole

accurate results are also obtained with application of the adaptive mesh techniques.

The r-method is used in the first problem to reduce the total error norm. The minimum total error energy norm is obtained only when the error norm on each element is kept to be uniform. The more accurate results of modified stresses are also gotten with the new r-method adaptive technique mesh which keeps to have uniform error norm on each element.

The h-method is successfully used in the second problem which has the high error concentrated area. The total error norm is reduced significantly with a little of total degree of freedom in the structure and high convergent rate is gotten with the h-method.

It has been shown that the adaptive mesh techniques give low total error norm and accurate stress solutions with a little of degree of freedom of the structures, which means that the less effort of analysis and calculation are just needed, especially for the elasto-plastic problems. With the analysis of element-wise *a posteriori* error estimation and the adpative mesh techniques, the highly accurate results of finite element method in the real engineering elasto-plastic problems are possibly expected to be obtained in our future research work.

Table 1 Error norm of h-method for the model of a square plate with a hole

	DOF	‖e‖	‖u‖	‖e‖/‖u‖
Mesh-48	126	0.07708	0.6958	0.1118
Mesh-192	442	0.04947	0.6961	0.0711
Mesh-117	268	0.04153	0.6909	0.0601

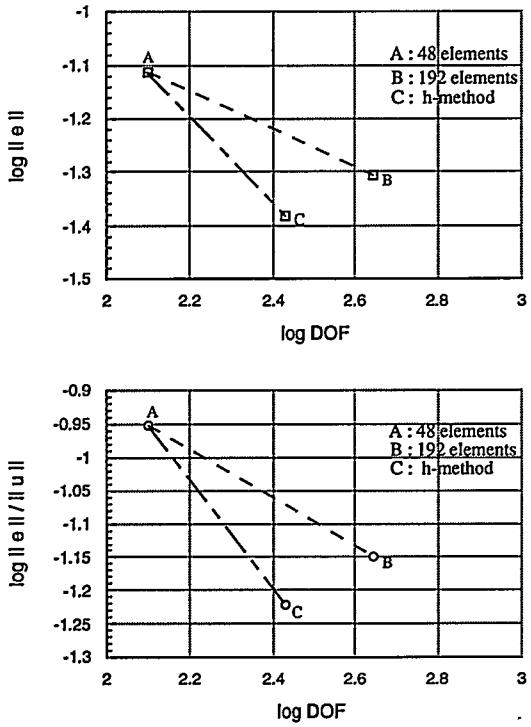


Fig. 13 Error convergent rate of h-method for a square plate with a hole

References

1) M. Kitamura, J. G. Shi, H. Nobukawa and H. Ohtsubo: '*A posteriori* error estimation of finite element solutions for two-dimensional nonlinear elastic problems', Trans. West Japan Soc. of Naval Arch., 90, (1995), pp. 171-180, (in Japanese).
2) M. Kitamura, J. G. Shi, H. Nobukawa and H. Ohtsubo: 'Element-wise *a posteriori* error estimation and improvement of stress solutions for two-dimensional elasto-plastic problems', *J. of Soc. of Naval Arch. of Japan*, Vol. 178, (1995), pp. 341-348.
3) H. Ohtsubo, A. Kubota and M. Kitamura: 'A study on adaptive mesh generation for the finite element method using *a posteriori* estimated error', *J. of Soc. of Naval Arch. of Japan*, Vol. 167, (1990), pp. 178-189, (in Japanese).
4) H. Ohtsubo, A. Kubota, M. Kitamura and Y. Kawamura: 'A study on object-oriented data structures for the finite element method and h-version adaptive mesh technique', *J. of Soc. of Naval Arch. of Japan*, Vol. 169, (1991), pp. 375-382, (in Japanese).
5) I. Babuška, T. Strouboulis and *et al.*: 'Validation of *a posteriori* error estimators by numerical approach', *Int. j. numer. methods eng.*, 37, (1994), pp. 1073-1123.
6) D. Perić, J. Yu and D. R. J. Owen: 'On error estimates and adaptive in elastoplastic solids: application to the numerical simulation of strain localization in classical and cosserat continua', *Int. j. numer. methods eng.*, 37, (1994), pp. 1351-1379.
7) H. Ohtsubo, K. Suzuki and K. Sato: '*A posteriori* error estimation in finite element analysis for elastodynamic problem', *J. of Soc. of Naval Arch. of Japan*, Vol. 173, (1993), pp. 255-261, (in Japanese).
8) N. E. Wiberg and X. D. Li: '*A posteriori* error estimate and an adaptive procedure for the semidiscrete finite element method in dynamic analysis', *Int. j. numer. methods eng.*, 37, (1994), pp. 3585-3603.
9) H. Takeda, S. Maeda and Y. Tokunaga: 'Study on adaptive finite element analysis by incompatible energy norm', *Proceedings of symposium on numerical analysis to structural engineering*, Vol. 13, (1989), pp. 65-70, (in Japanese).

G96-01-3856

3-3

ソースを用いた新しい有限要素の開発

(第2報：板曲げ要素)

正員 根木 勲* 正員 多田 剛**

Development of New Finite Element by Source Method

(Second Report: Plate Bending Element)

by Isao Neki, *Member* Tsuyoshi Tada, *Member*

Summary

In the previous paper, we had shown the methodology of FES, Finite Element by Source method, developed by the authors and its advantages by some examples for static elastic structural problem using 2 D plane stress FES and 3 D solid FES.

This paper describes a fundamental formulation and some examples about new finite element by source method for plate bending problems. As well as the FES for static elastic problems written in the previous paper, we can perform numerical analysis with further less mesh and we can obtain more accurate results than the traditional Finite Element Method. Especially, in plate bending problems, semi-theoritical method FES has advantages because the number of derivative is large with regard to its differential equation.

1. 緒　　言

前報[1]で，著者らはソースを用いた新しい有限要素の基礎原理と，本手法により非常に少ない節点数および要素数でモデル化でき，既存のFEMをしのぐ計算精度が得られることを，静弾性問題における2次元平面応力要素および3次元ソリッド要素への適用例をもって示した。

今回は，薄板の曲げ問題を取り上げる。現在までに板曲げ問題に対する有限要素としてさまざまな種類のものが開発され実際の解析に適用されているが，その精度がそれほど良くないのは広く知られている事実である。

一方，板曲げ問題に対する有限要素法以外のアプローチとして，境界要素法の適用例である仮想境界法[2]や，仮想電荷法(CSM)[3]などが考案され，既存の有限要素法よりも比較的少ないデータ数で高精度の計算結果が得られることが示されている。板曲げ問題では支配方程式の微分の階数が大きいため，特に半解析的な手法であるCSMは，内挿関数を使用する既存のFEMよりも有利であると考えられる。しかしながら，両手法ともに解くべき方程式の係数行列のすべての要素が非零であるという欠点がある。このことにより，船舶などの大規模問題に対しての適用は，膨大なメモリーや計算時間が必要となり，事実上不可能である。

本報では，上記に述べた欠点を補う一手段として，筆者らによって開発された板曲げ問題に対する新しい有限要素を示す。本要素の定式化は仮想境界法やCSMでの定式化を参考にしたが，両手法にて欠落していた板のねじりに関するソースを考慮に入れたことは筆者ら独自のものであり，このソースの追加によって有限要素としてまとめることができた。本有限要素を用いれば，少ない節点数および要素数で既存の有限要素をはるかにしのぐ非常に良好な計算精度が得られる。以下では，本手法の定式化といくつかの適用例をもって，筆者らが開発した新しい有限要素の有用性を示す。

2. 板曲げ問題に対する新しい有限要素の定式化

板面に垂直に分布荷重 $p(x, y)$ が作用している板厚 t の点 $P(x, y)$ における平板のたわみ w は，以下の2次元重調和方程式を満たす。

* IHI技術本部
** IHI船舶海洋事業本部

原稿受理　平成8年1月8日
春季講演会において講演　平成8年5月15，16日

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}=\frac{p(x,y)}{D} \tag{1}$$

ここで，D は板の剛性であり，板材のヤング率を E，ポアソン比を ν とした場合，以下のようになる。

$$D=\frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

点 $Q(\xi,\eta)$ における板面に垂直な集中荷重，x 軸回りの集中モーメント，y 軸回りの集中モーメントに対する式(1)の基本解[3,4]は，次式で与えられる。

$$G_2=\frac{1}{8\pi}r^2(\log r-1) \tag{2}$$

$$G_{mx}=-\frac{1}{8\pi}r(2\log r-1)\sin\beta \tag{3}$$

$$=\frac{1}{8\pi}\bar{y}(2\log r-1) \tag{4}$$

$$G_{my}=\frac{1}{8\pi}r(2\log r-1)\cos\beta \tag{5}$$

$$=-\frac{1}{8\pi}\bar{x}(2\log r-1) \tag{6}$$

ただし，

$$r=\sqrt{(x-\xi_i)^2+(y-\eta_i)^2},\ \bar{x}=(x-\xi_i),\ \bar{y}=(y-\eta_i)$$

であり，β は直線 PQ と x 軸とのなす角である。

Fig. 1 に示すように，領域の境界上に節点，領域外にそれと同数のソースを配置する。ソース $Q_k(\xi_i,\eta_i)$ における z 方向の集中荷重，x 軸まわりの集中モーメント，y 軸まわりの集中モーメントをそれぞれ V^*_{nk}, T^*_{xk}, T^*_{yk} とし，ソース全体による節点 $P_j(x,y)$ におけるたわみを，次式のような線形重ね合わせによる近似式として与る。

$$\begin{aligned}w_{jk}(x,y)=&S_{2j}(x,y)+\sum_{k=1}^{N}V^*_{nk}\cdot G_{2jk}(x,y,\xi_i,\eta_i)\\&+\sum_{k=1}^{N}T^*_{xk}\cdot G_{mxjk}(x,y,\xi_i,\eta_i)\\&+\sum_{k=1}^{N}T^*_{yk}\cdot G_{myjk}(x,y,\xi_i,\eta_i)\end{aligned} \tag{7}$$

ただし，S_{2j} は式(1)の特解で，p が一定の場合は次式となる[3]。

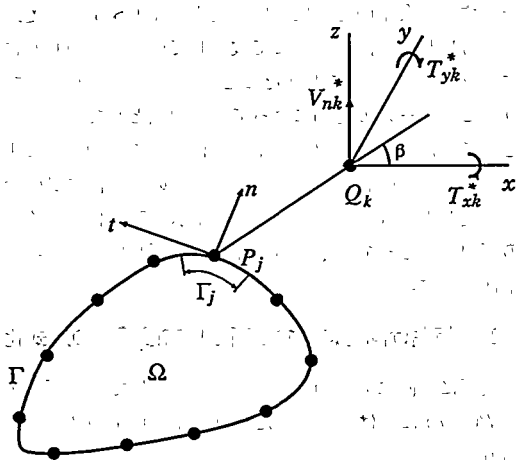


Fig. 1 Distribution of nodes and sources

$$S_{2j}=\frac{p}{64D}(x^2+y^2)^2 \tag{8}$$

また，x 軸方向，y 軸方向に沿った線形荷重の時は，それぞれ次式となる[3]。

$$S_{2lx}=\frac{p_{0x}}{120D}x^5,\ S_{2ly}=\frac{p_{0y}}{120D}y^5 \tag{9}$$

P_j 点における x 軸，y 軸まわりの回転は

$$\theta_{xjk}=\frac{\partial w_{jk}}{\partial y},\ \theta_{yjk}=-\frac{\partial w_{jk}}{\partial x} \tag{10}$$

で与えられるから，式(7)および式(10)は，z 軸方向のたわみ，および x 軸，y 軸まわりの回転を成分に持つ小ベクトルおよび小マトリックスの集合として，次式のようにまとめることができる。

$$H\cdot Q=\delta-S_2 \tag{11}$$

ここで，

$$Q^T=[q_1^T\ \ q_2^T\ \ \cdots\ \ q_N^T] \tag{12}$$

$$\delta^T=[d_1^T\ \ d_2^T\ \ \cdots\ \ d_N^T] \tag{13}$$

$$S_2^T=[s_{21}^T\ \ s_{22}^T\ \ \cdots\ \ s_{2N}^T] \tag{14}$$

$$H=\begin{bmatrix}h_{11}&h_{12}&\cdots&h_{1N}\\h_{21}&h_{22}&\cdots&h_{2N}\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\h_{N1}&h_{N2}&\cdots&h_{NN}\end{bmatrix} \tag{15}$$

であり，各成分は以下の通りである。

$$q_k^T=[V^*_{nk}\ \ M^*_{xk}\ \ M^*_{yk}] \tag{16}$$

$$d_j^T=[w_{jk}\ \ \theta_{xjk}\ \ \theta_{yjk}] \tag{17}$$

$$s_{2j}^T=\left[s_{2j}\ \ \frac{\partial s_{2j}}{\partial y}\ \ -\frac{\partial s_{2j}}{\partial x}\right] \tag{18}$$

$$h_{jk}=\begin{bmatrix}G_{2jk}&G_{mxjk}&G_{myjk}\\\frac{\partial G_{2jk}}{\partial y}&\frac{\partial G_{mxjk}}{\partial y}&\frac{\partial G_{myjk}}{\partial y}\\-\frac{\partial G_{2jk}}{\partial x}&\frac{\partial G_{mxjk}}{\partial x}&\frac{\partial G_{myjk}}{\partial x}\end{bmatrix} \tag{19}$$

一方，節点 $P_j(x,y)$ におけるソース $Q_k(\xi,\eta)$ による垂直力，x 軸まわりの曲げモーメント，および y 軸まわりの曲げモーメントは，たわみ w を使って次式のように書ける。

$$V_{njk}=\int Q_{njk}d\Gamma_j \tag{20}$$

$$T_{xjk}=\int t_{xjk}d\Gamma_j \tag{21}$$

$$T_{yjk}=\int t_{yjk}d\Gamma_j \tag{22}$$

ただし，α は選点 P_j における境界 Γ の外向きの法線と x 軸とのなす角であり，

$$\begin{aligned}Q_{njk}&=Q_{xjk}\cos\alpha+Q_{yjk}\sin\alpha\\t_{xjk}&=-M_{njk}\sin\alpha+M_{ntjk}\cos\alpha\\t_{yjk}&=M_{njk}\cos\alpha+M_{ntjk}\sin\alpha\\M_{njk}&=M_{xjk}\cos^2\alpha+M_{yjk}\sin^2\alpha\\&\quad-2M_{xyjk}\sin\alpha\cos\alpha\end{aligned}$$

$$M_{ntjk}=M_{xyjk}(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)+(M_{xjk}-M_{yjk})\sin\alpha\cos\alpha$$

また，

$$M_x=-D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\nu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)$$

$$M_y=-D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)$$

$$M_{xy}=-M_{yx}=D(1-\nu)\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}$$

$$Q_x=\frac{\partial M_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial M_x}{\partial x}=-D\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)$$

$$Q_y=\frac{\partial M_y}{\partial y}-\frac{\partial M_{xy}}{\partial x}=-D\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)$$

は，Fig. 2 で示されるように定義するものとする。

節点 P_j における節点外力ベクトル P_b，すなわち z 軸方向の荷重 V_{njk}，x 軸まわりの集中曲げモーメント荷重 T_{xjk}，y 軸まわりの集中曲げモーメント荷重 T_{yjk} は，力のつりあいから，以下のように式(1)の特解である S_2 の成分を含む項と含まない項の和として表される。

$$G\cdot Q+P_s=P_b \tag{23}$$

ただし，

$$G=\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1N} \\ g_{21} & g_{22} & \cdots & g_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N1} & g_{N2} & \cdots & g_{NN} \end{bmatrix} \tag{24}$$

$$P_s^T=[p_{s1}\quad p_{s2}\quad \cdots\quad p_{sn}] \tag{25}$$

$$P_b^T=[p_{b1}\quad p_{b2}\quad \cdots\quad p_{bn}] \tag{26}$$

であり，各成分は以下に示す通りである。

$$g_{jh}^T=[V_{ngjk}\quad T_{xgjk}\quad T_{ygjk}] \tag{27}$$

$$p_{sj}^T=[V_{nsj}\quad T_{xsj}\quad T_{ysj}] \tag{28}$$

$$p_{bj}^T=[V_{nj}\quad T_{xj}\quad T_{yj}] \tag{29}$$

従って，式(11)および式(23)より次式を得る。

$$GH^{-1}\cdot\delta=P_b+GH^{-1}S_2-P_s \tag{30}$$

さらに上式の GH^{-1} を K，右辺を P とおくと，

$$K\delta=P \tag{31}$$

を得る。ここで，K は板曲げ問題に対する新しい有限要素の剛性マトリックスであり，P は等価節点荷重である。既存の有限要素法と同様，本要素の剛性マトリックスを重ね合わせて，解析対象領域全体の平衡方程式を解けば，各要素境界上の節点変位を得ることができる。

得られた節点変位 δ を式(11)に代入すればソースの強さ Q がわかるので，これを用いて先に述べた基本解を重ね合わせることにより，要素内の任意の点での変位および応力を求めることができる。

なお，仮想境界法[2]および仮想電荷法（CSM）の板曲げ問題への適用例[3]では，式(7)に対応するたわみを与える近似式として，境界の節点上での法線方向のモーメントに対するソースのみを考慮し，境界の節点上でのねじり方向のモーメントに対するソースを考慮していないため，板のねじれを表す項 $\frac{\partial w^2}{\partial x\partial y}$ を正しく表現することができない。この板のねじれに対する自由度の欠落は，これら旧手法の定式化に基づいて板曲げ問題に対する有限要素を作成しようとしても，剛性マトリックス作成のための必要条件を満たさないことを意味する。

筆者らは，この欠点を補うため，境界の節点上での法線方向のモーメントを，x 軸および y 軸回りのモーメントに分解した形の定式化を行なった。この定式化により，板のねじれを表す項が正しく表現され，有限要素の剛性マトリックスを作成するのに必要なすべての自由度が得られる。また，板のねじれを表す項が正しく表現されたことにより，後の適用例で示されるように，より少ない節点数で非常に高精度の計算結果が得られることがわかる。

3. 解　析　例

3.1 分布荷重を受ける矩形板

3.1.1 四辺を固定された矩形板の場合

1) 一様分布荷重の場合

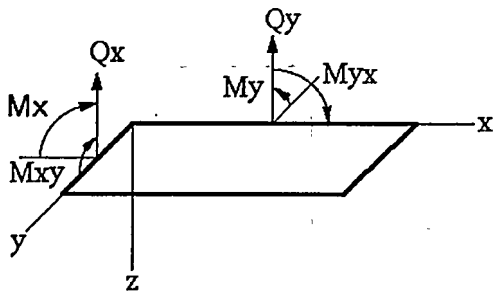


Fig. 2 Definition of Bending, Twisting Moments and Shearing Forces

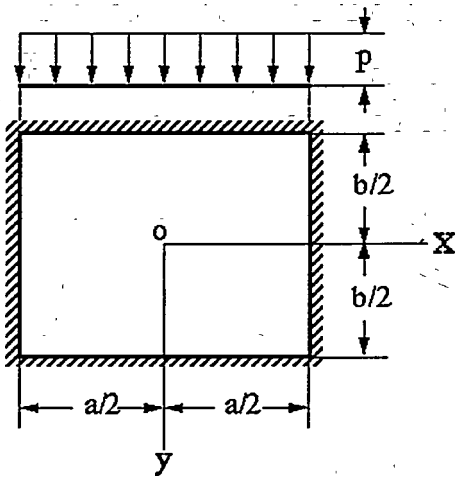


Fig. 3 Uniformly Loaded Rectangular Plate with Built-in Edges

Fig. 3 に示すような辺の長さ a=1200 mm, 板厚 t=10.0 mm, ヤング率 21000 kgf/mm^2, ポアソン比 0.3 の一様分布荷重 p=0.01 kgf/mm^2 を受ける四辺を固定された矩形板について，b/a=1.0 および b/a=1.5 の場合の解析例を示す。

計算は x 軸及び y 軸上で対称な境界条件とした 1/4 モデルで行なった。新しい有限要素（以後 FES と略記する）での選点は $a/2$, $b/2$ の各々を n 等分した位置に設けた。ソースは全て一律に選点から垂直外向きに選点間の長さの 3.5 倍の位置に配置した。後に示す例題も全て同じく 3.5 倍とした。前報[1] での 2 次元平面問題や 3 次元ソリッドの問題の場合のように角点のソースを遠くはなさなくても十分な精度が得られることがわかった。

解析結果の撓みおよび曲げモーメントを Table 1 に示す。この Table の上段に FES による計算結果を，中段に文献[4] の級数解（Table 中では以後 TIM と略記する）との比を，下段に FEM の板曲げ要素のなかでも最も精度の良いもののひとつである Assumed Stress Hybrid 要素[5] による解析結果と文献 4) との比を併記した。FEM の場合 n は 1/4 モデルを $n\times n$ の四辺形要素に分割したことを意味する。

Fig. 4 に b/a=1.5, n=3 の場合の撓み，及び辺に垂直な曲げモーメント M_n の分布を示す。

これらの分布図は選点の値を直線で結んで示したものであるが，解析時に求められたソースの値を用いてソースの間の点を計算すれば，さらになめらかな分布図を得ることができる。なお，後に示す例題も同様に，選点間を直線で結んだ分布図で示している。

Table 1 から分かるように FES の結果と文献 4) とは良く一致しており n=2 でも両者の違いは 1 %程度であり，実用上十分な精度であるといえる。

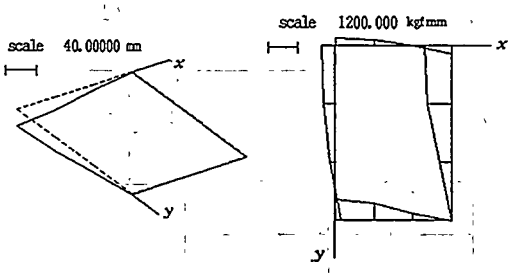
FEM の結果からは，この程度の分割数では十分な精度が得られないことが分かる。特に b/a=1.5 で $x=a/2$, y=0 での M_x の精度が悪く，この誤差を 1 %以内にするには 13×13 分割以上にする必要があった。FES に要する節点数はわずか 8 であるから FEM では 24.5 倍の節点数を必要とすることになる。このことからも FES の優れていることが良く分かる。

Fig. 5 に要素数が 4 で n=3 の場合の撓みを示す。当然であるが 1/4 モデルの一要素の場合と精度は撓み曲げモーメント共に同じであった。

2) 線形荷重の場合

Table 1 Deflection and Bending Moments in Uniformly Loaded Rectangular Plate with Built-in Edges

b/a	n		$(w)_{x=0,y=0}$	$(M_x)_{x=\frac{a}{2},y=0}$	$(M_y)_{x=0,y=\frac{b}{2}}$	$(M_x)_{x=0,y=0}$	$(M_y)_{x=0,y=0}$
1.0	2	FES	13.76	−737.0	−737.0	330.2	330.2
		FES/TIM	1.013	0.998	0.998	0.993	0.993
		FEM/TIM	0.987	0.873	0.873	1.174	1.174
	3	FES	13.64	−737.8	−737.8	329.2	329.2
		FES/TIM	1.004	0.999	0.999	0.990	0.990
		FEM/TIM	1.006	0.921	0.921	1.029	1.029
1.5	2	FES	23.77	−825.2	−1099.8	524.8	282.0
		FES/TIM	1.003	1.005	1.008	0.990	0.965
		FEM/TIM	0.982	0.740	0.956	1.195	1.136
	3	FES	23.67	−823.8	−1081.5	529.5	291.3
		FES/TIM	0.999	1.004	0.992	0.999	0.996
		FEM/TIM	1.004	0.863	0.938	1.021	1.046



(a) Deflection (b) Bending Moments Mn

Fig. 4 Uniform Loaded Rectanglar Plate with Built-in Edges

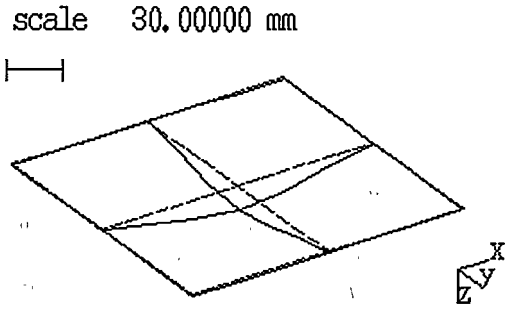


Fig. 5 Deflection in Uniformly Loaded Rectangular Plate (FES 4 Element Full Model)

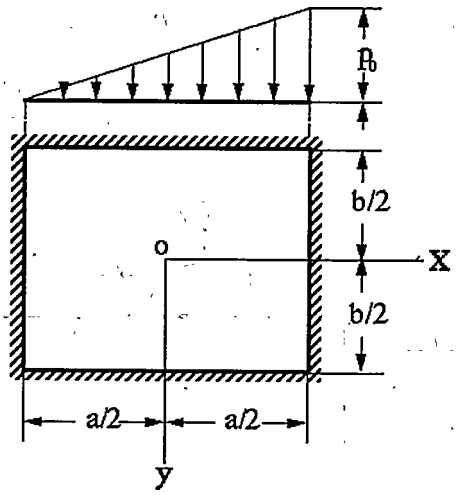


Fig. 6 Hydrostatic Loaded Rectangular Plate with Built-in Edges

上記の問題で荷重を Fig. 6 に示すような線形荷重 $p_0=0.01\ \mathrm{kgf/mm^2}$ を受ける問題の解析例を示す。x 軸上で対称な境界条件とし，1/2 モデルで解析した。解析結果を Table 2 に示す。この Table の上段に FES による計算結果を，下段に文献 4) の級数解との比を示す。

この例題でも良好な結果がえられている。

3.1.2　四辺を支持された矩形板の場合

前項と同じ矩形板で四辺が支持された一様荷重及び線形荷重を受ける場合を解析する。Table 3 にその解析結果を示す。$n=2$ の全てのケースで良好な結果が得られている。

3.1.3　三辺を固定され一辺を支持された矩形板の場合

3.1.1 と同じ矩形板で $x=-a/2$ で支持され他の三辺を固定された矩形板の $b/a=1.0$ と $b/a=2.0$ の場合の一様荷重と線形荷重について FES で計算した。文献 4) では $b/a=1.5$ の場合の計算がたまたまなされていないので，このケースのみ $b/a=2.0$ としている。

Table 2　Deflection and Bending Moments in Hydrostatic Loaded Rectangular Plate with Built-in Edges

b/a	n		$x=0, y=0$			$x=\frac{a}{2}, y=0$	$x=-\frac{a}{2}, y=0$	$x=0, y=\pm\frac{b}{2}$
			w	M_x	M_y	M_x	M_x	M_y
1.0	2	FES	6.853	165.5	164.5	−484.6	−262.6	−372.6
		FES/TIM	1.009	0.999	0.999	1.007	1.019	1.007
	3	FES	6.820	164.9	164.9	−480.6	−256.9	−369.2
		FES/TIM	1.004	0.996	0.996	0.999	0.997	0.998
1.5	2	FES	11.89	265.4	146.8	−663.0	−440.6	−412.3
		FES/TIM	1.003	1.002	0.999	0.997	1.037	1.005
	3	FES	11.84	264.8	145.7	−660.3	−419.8	−410.3
		FES/TIM	0.998	0.999	0.992	0.995	0.988	0.999

Table 3　Deflection and Bending Moments of Simply Supported Rectangular Plate under Hydrostatic Load

	b/a	n		$x=0, y=0$		
				w	M_x	M_y
Uniform Load	1.0	2	FES	43.78	689.8	689.8
			FES/TIM	0.998	0.999	0.999
	1.5	2	FES	83.40	710.5	1169.3
			FES/TIM	1.002	0.991	1.001
Hydrostatic Load	1.0	2	FES	21.92	345.2	344.8
			FES/TIM	1.001	1.003	1.002
	1.5	2	FES	41.67	584.4	358.6
			FES/TIM	1.001	1.000	1.001

Table 4　Deflection and Bending Moments in Rectangular Plates with One Edge Simply Supported and Three Edges Built-in

	b/a	m	n		$(w)_{x=0,y=0}$	$(M_x)_{x=\frac{a}{2},y=0}$	$(M_y)_{x=0,y=\frac{b}{2}}$
Uniform Load	1.0		2	FES	16.93	−799.8	−867.1
				FES/TIM	1.003	1.008	1.002
	2.0		2	FES	48.41	−1658.0	−1129.7
				FES/TIM	1.000	1.003	0.998
Hydrostatic Load	1.0	4	2	FES	7.93	−502.1	−412.7
				FES/TIM	0.994	1.005	0.999
	2.0	4	2	FES	21.80	−878.9	−528.6
				FES/TIM	1.001	0.980	0.998

一様荷重の場合は 1/4 モデルとし，$n=2$ とした。線形荷重の場合は x 軸上で対称な境界条件として，1/2 モデルで a 辺の分割数 $m=4$，b 辺の分割数は $b/2$ を $n=2$ として解析した。

Table 4 に示すようにきわめて良好な結果となっている。

3.2　分布荷重を受ける三角形板

3.2.1　三辺を固定された一様荷重を受ける三角形板

Fig. 7 に示すような高さ $a=1000$ mm，板厚 $t=10.0$ mm，ヤング率 21000 kgf/mm²，ポアソン比 0.3 の一様分布荷重 $p=0.01\ \mathrm{kgf/mm^2}$ を受ける三辺を固定された正三角形板についての解析例を示す。

解析モデルは Fig. 8(a) に示す y 軸上で対称な境界条件とした 1 要素からなる 1/2 モデルと Fig. 8(b) に示す 3 要素から成る全モデルの 2 通りを解析した。

1/2 モデルでは正三角形の辺の 1/2 の長さの底辺を n 分割，その他の辺を m 分割した点を選点とし，全モデルでは各辺を m 分割数した点と各頂角を 2 等分角した線上で n 分割した点に選点を設けた。分割数は $m=6, n=3$ と $m=12, n=6$ の 2 ケースについて解析した。

文献 4) にこの問題を差分法で解いた結果があるが，あまり精度が良くないので，ここでは FEM の解析結果と比較する。FEM のモデルには前述の文献 5) の四辺形形要素を用いて一辺を $m=60$ 分割した節点数 2791，要素数 2700 のモデルで計算した。FES の解析結果は分割数が $m6, n=3$ の場合と分割数が 2 倍の $m=12, n=6$ の場合とは殆ど変わらないが FEM モデルでは分割数の少ない場合から徐々に変化して分割数が $m=60$ 位で解が収束した。

Fig. 8 に，$m=12, n=6$ の場合の FES の 1/2 モデル，$m=12, n=6$ の場合の FES の全モデル，FEM のモデルの撓みを示す。

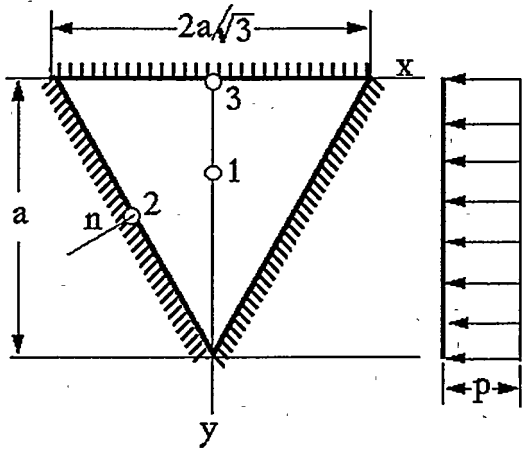
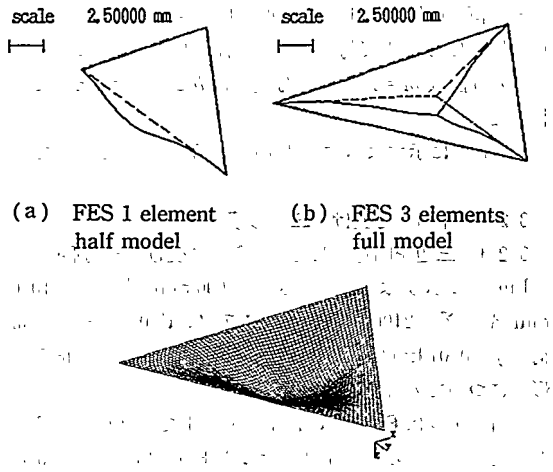


Fig. 7　Uniformly Loaded Equilateral Trianglar Plate with Built-in Edges



(a) FES 1 element half model (b) FES 3 elements full model

(c) FEM full model

Fig. 8 Deflection in Uniformly Loaded Equilateral Triangular plate with Built-in Edges

Table 5 Deflection and Bending Moments in Uniformly Loaded Equilateral Triangular Plate with Built-in Edges

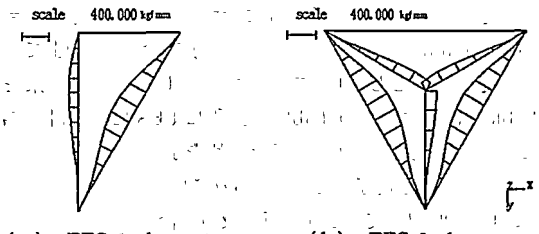
	m	n	w	M_{1x}	M_{1y}	M_{2n}
FES half	12	6	1.55	109.0	109.0	−263.6
Model	6	3	1.000	1.000	1.000	1.000
FES full	12	6	1.000	1.000	1.000	1.000
Model	6	3	0.999	1.001	1.001	0.999
FEM Model	60		1.001	1.001	1.001	1.000

Table 5に正三角形の重心1に於ける撓み及びx, y方向の曲げモーメント，辺の中点2に於ける辺に垂直方向の曲げモーメントについてFES及びFEMの解析結果を示す。Table 5の上段にFESの1/2モデルの$m=12, n=6$の場合の結果を，その下にその他のモデルの結果とFESの1/2モデルの$m=12, n=6$の場合の結果との比を示す。

この問題でもFESはFEMに比べて，はるかに少ない節点および要素数で(FES全体モデルで$m=6, n=3$の場合，FEMの1/100の節点数) 非常に良好な精度が得られることを示している。

3.2.2 二辺を固定され一辺を支持された一様荷重を受ける三角形板

前項と同じ正三角形板で底辺が支持され他の二辺が固定された一様荷重を受ける場合の例題を解析する。Fig. 9に，FESの1/2モデルの$m=12, n=6$の場合，およびFESの全モデルの$m=12, n=6$の場合の曲げモーメントM_nの分布図を示す。またTable 6にFESとFEMの解析結果を示す。FEMモデルは前項と同じく一辺を60分割した四辺形要素による結果である。Table 6からわかるようにFESモデルでは$m=6, n=3$の場合と$m=12, n=6$の場合とは殆ど変わらない。FEMの結果は前項の三辺固定の場合と同じくmが小さい場合はFESの結果と差があったが$m=60$となってFESに近い値となった。この例題でもFESが非常に精度が良いことを示している。



(a) FES 1 element half model (b) FES 3 elements full model

Fig. 9 Bending Moments in Uniformly Loaded Equilateral Triangular Plate with One Edge Simply Supported and Two Edges Built-in Edges

Table 6 Deflection and Bending Moments in Uniformly Loaded Equilateral Triangular Plate with One Edge Simply Supported and Two Edges Built-in

	m	n	w	M_{1x}	M_{1y}	M_{2n}
FES half	12	6	2.18	141.8	120.6	−317.1
Model	6	3	1.000	1.000	1.000	1.000
FES full	12	6	1.000	1.000	1.000	1.000
Model	6	3	1.000	0.995	0.998	1.000
FEM Model	60		1.000	1.002	1.000	1.000

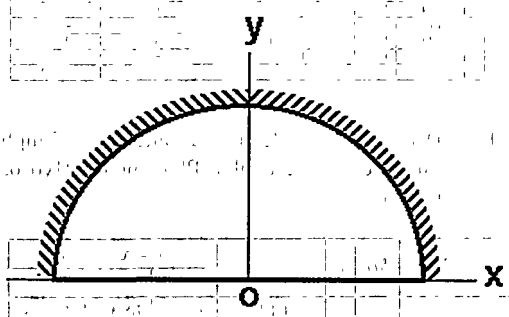
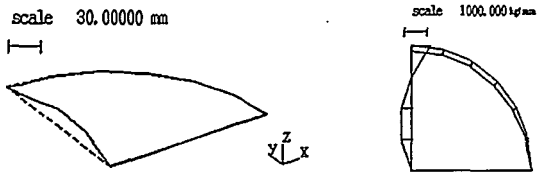


Fig. 10 Half Circular Plate with Clamped along the Circular Boundary and Simply Supported along Straight Edge

3.3 円周を固定され弦を支持された一様荷重を受ける半円板

最後に円周を固定され弦を支持された半径$a=1000$ mm，板厚$t=10$ mm ヤング率21000 kgf/mm^2，ポアソン比0.3の一様荷重$p=0.01$ kgf/mm^{2}を受ける半円板の例題を解析する。Fig. 10に示すようにy軸上で対称条件とした1要素の1/2モデルで1/4円弧を$m=6$分割，半径を$n=4$分割として解析した。



（a） Deflection　　（b） Bending Moments Mt

Fig. 11 Deflection and Bending Moments in Uniformly Loaded Circular Plate with Clampled along Circular Boundary and Simply Supported along Straight Edge

Fig. 11 に FES 解析による結果の撓みおよび境界に沿った方向の曲げモーメントを示す。Table 7 には y 軸上の選点における撓み及び曲げモーメントを示し Table の上段に FES による結果を下段に文献 4) との比を示した。Table 7 から分かるように両者は極めて良く一致している。

4. 結　　言

前報[1] で 2 次元平面問題と 3 次元ソリッド問題でソースを用いた新しい有限要素 FES を開発する手法を報告したが，本報告では全く同じ手法を用いて板曲げ要素を開発し，その基礎原理を述べた。本手法によれば，境界上にのみ節点を設けるだけで任意の形状の有限要素を作成することができ，少ない節点数及び要素数で極めて良好な計算精度が得られることを，矩形板，三角形板，半円板の解析例によって示した。特に板曲げ問題では支配方程式の微分の階数が大きいため，半解析的な手法である本手法は少ない節点でも非常に精度の良い結果が得られたと考えられる。また文献 2) の仮想境界法や文献 3) の仮想電荷法 (CSM) では曲げモーメントのソースとして境界に垂直な曲げモーメントのみを仮定するだけであり，境界に対する捻りモーメントのソースが考慮されていないために，多くの選点を設けているにもかかわらず，あまり精度が良くない。筆者らが開発した新しい有限要素のための定式化によれば，ソースとして曲げと捻りの両者を仮定しているため，文献 2, 3) に比べても非常に精度は向上している。さらに，本定式化によって，有限要素を作成するのに必要な曲げと捻りの両者の自由度が得られたことを付記しておく。

Table 7 Deflection and Bending Moments in Uniformly Loaded Half Circular Plate with Clamped along Circular Boundary and Simply Supported along Straight Edge

m	n	$x=0, y=a/4$		$x=0, y=a/2$		$x=0, y=3/4a$		$x=0, y=a$	
		w	M_y	w	M_y	w	M_y	w	M_y
6	4	15.26	473.0	17.52	446.0	7.93	16.0	0.0	756.0
		1.001	1.000	1.000	1.000	0.996	1.000	1.000	1.000

次報では，この板曲げの FES 要素と前報の 2 次元平面の FES 要素を組み合わせて実際の船体構造を解析し，その有用性を確認する予定である。

参 考 文 献

1) 根木煕，多田剛：ソースを用いた新しい有限要素の開発，日本造船学会論文集，第 178 号 (1995).
2) 鷲津久一郎，田中正隆，田中喜久昭：境界要素法－基礎と応用，丸善株式会社 P. 132-134, (1982).
3) 村島定行：代用電荷法とその応用，森北出版 (1985).
4) S. P. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger: Theory of plate and shells, 2nd edition, McGRAW-HILL (1959).
5) R. J. Allwood&G. M. Cornes: A Polygonal Finite Element for Plate Bending Problems Using the Assumed Stress Approach, I. J. N. M. E. Vol, 1 P. 135-149, (1969).

G96-01-3857

3-4

テクノスーパーライナー（TSL-F）船体構造用高強度ステンレス鋼のキャビテーション・エロージョン特性試験

正員 松尾元敬[*1] 正員 伊藤久[*2]
水田明能[*3] 正員 杉本広憲[*4]
友野裕[*5] 柴崎公太[*6]

Cavitation Erosion Tests of High Tensile Stainless Steels for the Techno-Superliner (TSL-F) Hulls

by Motonori Matsuo, *Member* Hisashi Ito, *Member*
Akiyoshi Mizuta Hironori Sugimoto, *Member*
Yutaka Tomono Kota Shibasaki

Summary

Cavitation erosion tests of high tensile stainless steels for the Techno-Superliner (TSL-F) hulls were carried out. The TSL-F is a new generation, high-speed, hybrid hydrofoil lift/buoyancy type vessel. The hull structure consists of an upper hull, lower hull, hydrofoils and struts which connect the upper hull to the lower hull and hydrofoils. A 13 Cr-5 Ni martensite, a 24 Cr-13 Ni austenite which is produced by a new thermo-mechanical controlled rolling process (TMCP) and a 22 Cr-5 Ni dual-phase stainless steel were examined, whose tensile strength ranged from 1078 MPa to 710 MPa, by three methods; i. e., a vibratory method, a high speed fluid channel method and the test using a 1/6 scale sea going test ship.

It became clear that these materials have better anti-cavitation erosion properties compared to other conventionally used structural materials such as a mild/high-tensile steel and have the same properties as 15-5 PH (precipitation hardening) stainless steel which is well known as a high tensile stainless steel and that the vibratory method and the high speed fluid channel method gave the same characteristics qualitatively. Finally, a rough estimation of the total life cavitation erosion of an actual TSL-F was done by using these three test results.

1. 緒　　言

全没型の水中翼による揚力とロワーハルによる浮力によって船体を浮上させて，海面を高速で航行できる複合支持型の超高速船（テクノスーパーライナー：Fタイプ，以下TSL-F)が，平成元年度から平成6年度にわたり，TSL研究組合によって開発された[1)2)]。TSL-Fは，Sea State 6以下の状態で1000トンの貨物をウォータージェット推進により50ノットのスピードで500海里以上連続航行可能な性能を有しているものであり，従来にない新世代の水上船舶であると言うことができる。著者らのグループは，TSL-Fの船体構造用材料の研究を実施し，各種の材料の中から，適用性の高い材料の選定と，それらの適用法等について検討を行った。

このような形式の船舶では，高速航行時やフラップ等の制御時に没水部において発生の予想されるキャビテーションが船体表面近くで崩壊することにより生じる船体材料のエロージョン（キャビテーション・エロージョンまたは壊

*1 NKK船舶・海洋本部
(研究当時，現NKK総合設計(株))
*2 NKKエンジニアリング研究所
*3 川崎重工業(株)明石技術研究所
*4 川崎重工業(株)船舶事業本部
*5 日立造船(株)技術・開発本部技術研究所
*6 NKK船舶・海洋本部

原稿受理　平成8年1月9日
春季講演会において講演　平成8年5月15，16日

食と呼ばれる）が1つの問題であると考えられる。キャビテーション・エロージョンの発生のメカニズムについては，いくつかの考え方があるが[3)4)]，キャビティが崩壊する時に発生する衝撃圧力波の繰返し作用による材料表面の疲労が原因であるとするのが現状では最も有力な考え方のようである[5)~7)]。

本論文では，このようなキャビテーション・エロージョンの発生のメカニズムに関する流体力学的な問題や材料に生じるエロージョンの金属学的な問題には立ち入らず，材料試験片または船体表面に発生するキャビテーション・エロージョン現象に着目し，それに対する耐性を材料特性の1つと考えて，TSL-Fの没水構造部への適用性の評価のためにマクロに検討することとし，現時点で最も適用性が高いと判断される3種類の高強度ステンレス鋼について，キャビテーション・エロージョン性を磁歪振動法および高速流体試験法により検討した。また，実船の6分の1のスケールで建造された実海域模型船[8)]を用いて，翼面でのキャビテーション・エロージョン試験を実施した。実海域模型船では，幾何学的条件と流体力学的条件が実船TSL-Fに近いと考えられるので，実海域模型船による試験結果と前記の磁歪振動法および高速流体試験法による試験結果を利用して，実船のTSL-Fでの高強度ステンレス鋼のキャビテーション・エロージョン性についての評価も試みた。なお，実船での評価については，不確定要素が多く定量的な判断は難しいので，ここでは1つの参考データの提示と考えた。

2.　供試材料と試験概要

2.1　供試材料

TSL-Fの概念図を，Fig. 1に示す。TSL-Fでは上部船体構造は主としてアルミ合金，FRPが用いられる。一方，水中翼，ロワーハルおよびストラットなどの没水部構造は，高速で推進するため塗装が剥離することが予想されるため，無塗装が前提となる。したがって，一般の炭素鋼および低合金鋼は耐食性の点で問題があるため，高強度ステンレス鋼の適用が考えられている。ここで言う高強度ステンレス鋼とは，金属組織的に分類すれば，マルテンサイト系，

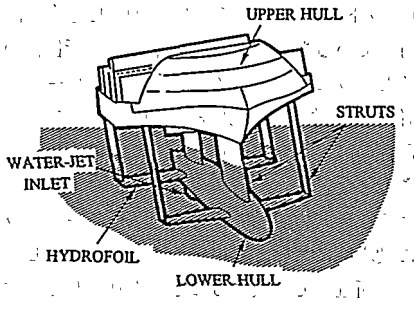


Fig. 1　General layout of the TSL-F vessel

Table 1　Chemical composition and mechanical properties of the stainless steels examined

Material	Metal Structure	Chemical Composition(wt%)				Mechanical Properties		
		C	Cr	Ni	Mo	Tensile Strength (MPa)	Yield Strength (MPa)	Elongation (%)
13Cr-5Ni(K)	Martensite	0.02	12.98	12.83	1.05	1078	960	21
24Cr-13Ni(Y)	Austenite	0.02	24.28	5.25	0.80	947	757	36
22Cr-5Ni(U)	Austenite+Ferrite	0.02	22.35	5.85	3.10	710	507	45
SUS304	Austenite	≤0.08	18~20	8~10.5	-	≥520	≥205	≥40

オーステナイト系，および二相系（フェライト＋オーステナイト系）それぞれ各1種類，合計3種類である。比較のために，代表的なステンレス鋼であるSUS 304（オーステナイト系）を併せて，Table 1に化学成分と基本的な材料特性を示す。以下必要に応じて，これらの高強度ステンレス鋼をそれぞれK，Y，Uと略記する。

これらの鋼種は，強度レベル，耐食性および施工性においてそれぞれ特色を有しており，没水部の各部分の必要特性に合わせて使い分けられることが考えられる。

2.2　試験方法の概要

各材料においてキャビテーション発生により生じるエロージョン量については，その材料系の有する特性により変化することが知られており，これまでに多くの研究がある。また，評価方法についても多くの方法が提案されている[9)10)]。しかし，これまでの研究例からは，材料間の相対的な比較はある程度可能であっても，キャビテーションの発生条件や材料成分系の相違がある場合では，耐キャビテーション・エロージョン性の定量的な推定などは困難な状況にある。

そこで，本研究では3種類の試験を組み合わせることによりTSL-Fの没水部への使用が考えられる高強度ステンレス鋼の評価と，実船での損傷量の推定を試みた。まず，第一の試験方法として，試験時間が比較的短く，試験片の寸法が小さく採取の容易な磁歪振動法により，各候補材料の相対的耐性の評価と，従来から知られている材料との比較を行った。この方法では，母材のみならず，例えば継手部の溶接金属と熱影響部（HAZ）に分けて試験評価が可能である。第二の方法として，より実環境に近い評価法であると考えられる高速流体試験法による検討を行った。この方法では，試験時間が長くかかるため，多種類の材料評価には適しないので，高強度ステンレス鋼等の母材に限定して試験を実施した。また，これらの試験方法の比較は，共通の材料を用いた試験結果により行った。さらに第三の方法として，予め磁歪振動法および高速流体試験法で評価を行った純アルミニウム（A 1050 P-H 112）製の試験片を用いてTSL-Fの実海域模型船で発生するキャビテーションによるエロージョンを測定することを試み，この結果と純アルミニウムの磁歪式および高速流体式での損傷速度を基に，TSL-F実船での高強度ステンレス鋼の耐キャビテーション・エロージョン性の評価を実施した。使用した純アルミニウムの化学成分と基本的な材料特性をTable 2に

Table 2 Chemical composition and mechanical properties of the pure aluminium examined

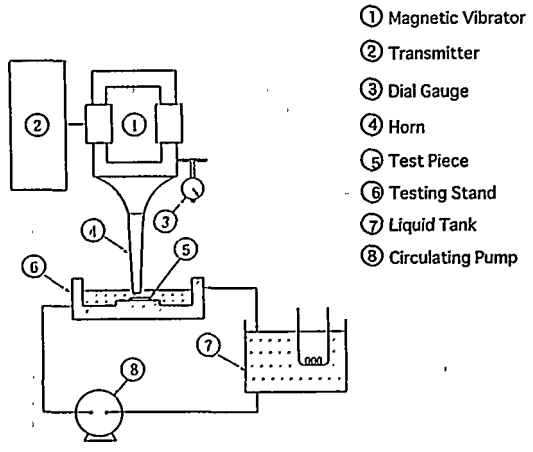
Material	Chemical Composition (wt%)							Mechanical Properties	
	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Zn	Ti	Tensile Strength (MPa)	Elongation (%)
A1050P-H112	0.10	0.27	0.01	<0.01	<0.01	<0.01	0.02	95.1	50

示す。

3. 磁歪振動法による キャビテーション・エロージョン試験

3.1 試験方法

耐キャビテーション・エロージョン性を評価する方法の中で，材料間の比較検討を行なう方法として，磁歪振動法が広く用いられている。本試験で用いた対向型磁歪振動法[11]の試験装置の概要をFig. 2に示す。本試験法は，液中のステンレス製のホーンに高周波振動を与え，これにより発生するキャビテーション気泡の崩壊衝撃圧力波により，ホーン先端に対向して設置した平板状の試験片表面にエロージョンを発生させて評価を行うものである。ASTM (G 32) ではホーン先端に試験片をネジ止めにより固定して直接評価する方法が規定されているが，この方法に比べて，対向型では試験片の振動がなく加速度負荷が生じないこと，また試験片にネジ加工を行なう必要がないため，表面処理材や難加工材の試験評価が可能であるという利点がある。試験片は25 mm×25 mmで厚さ2〜5 mmとし，FRP製の試験片を除き表面粗度を同一条件（▽▽▽）に仕上げた。試験時間については，これまでの同種のステンレス系の材料の評価結果[12]を基にして20時間とし，試験片の重量を測定して試験前後での損耗重量を求めた。



Test Piece Size .... 25mm×25mm×5mm
Frequency .... 19 kHz

Fig. 2 Vibratory cavitation erosion testing device

3.2 試験結果

磁歪振動法によるTSL-F用高強度ステンレス鋼等の材料評価結果をFig. 3にまとめて示す。試験においては重量変化のみを計測したが，材料間の比重差を考慮して重量を損傷体積に換算した。これを基に，Y鋼を基準とした相対エロージョン率を計算して示してある。本図には比較のため，同一の試験機により実施した一般構造用鋼 (SS 400)，高張力鋼(HT 90)，SUS 304および15-5 PH鋼(析出硬化型高強度ステンレス鋼) 等の結果を併せて示した。また，CFRPは，翼のフラップなどでの使用が考えられるので，試験材料に加えた。なお，純アルミニウムは，前述の2つのキャビテーション・エロージョン試験法および後述する実海域模型船試験を通じて共通材料として使用したものである。TSL-F候補鋼材の中ではY鋼が最も優れた耐性を有しており，K, U鋼の順となった。材料の耐キャビテーション・エロージョン性については，表面硬さの影響とともに，衝撃圧力による加工誘起変態による衝撃力の吸収も大きく作用することが知られている。このことが今回の試験結果でも示されており，Y鋼は表面硬さにおいてはK鋼や15-5 PH鋼より劣るが，組織がオーステナイト相であることから，3種の材料中では最も優れた耐性を示している[13]。また，Fig. 3中のWeld Jointとは，各種溶接法での溶接金属とHAZの平均値を示したものであり，Y鋼およびK鋼では継手部では母材部よりも耐性が全体的に劣ることが明らかになっている。さらに，キャビテーション・エロージョンを防止する方法としては，部分的に表面改質を行なうことも可能であり，本試験でもコバルト合金をプラズマ粉体肉盛り溶接することによりY鋼を大きく上回る耐性が得られることが確認された (Fig. 3のCobalt Base Alloy参照)。

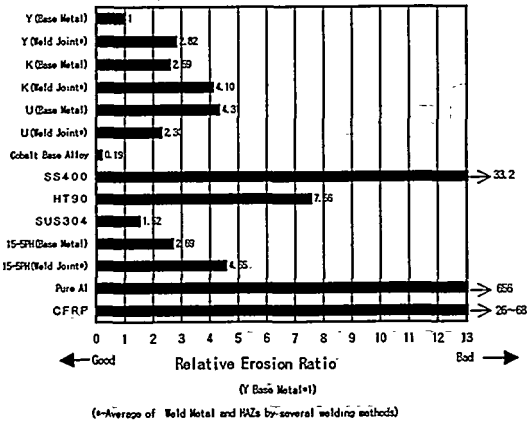


Fig. 3 Results of cavitation erosion test (Vibratory cavitation erosion testing)

4. 高速流体試験法による キャビテーション・エロージョン試験

4.1 試験方法

高速流体を実際に作り出してキャビテーションの発生状況を調べる研究やそれによるエロージョンのメカニズムを検討する研究はこれまでに多く実施されている[14)~18)]。著者らは，それらの中から，文献14)の方法を参照して，Fig. 4に示すような装置を開発し，キャビテーション・エロージョン試験を実施した。本装置の試験部分は，2 cm×4 cmの矩形断面の管路となっており平行部の長さは試験部分を含めて200 mmである。最高流速は，この断面に対する最大流量として50ノット（約25 m/秒）を発生させることができ，また，タンク内部の圧力を加減することが可能である。試験片は，この管路の1つの壁面（4 cm幅の壁）を利用して，管路壁面位置に試験片表面が一致するように取り付ける方式としている。試験片の形状は，試験面が4 cm×10 cmで板厚5 mmの平板である。キャビテーションは，Fig. 5に示すように，試験片上で流れの上流側に管路断面全高さにわたり一辺15 mmの正三角柱の障害物を取り付け，強制的に発生するようにした。Fig. 6は，三角柱の後方に発生したキャビテーションの様子を示すストロボ写真である。また，試験片の表面には，キャビテーションの崩壊に伴ってFig. 7に示すようなエロージョンが生じる。このエロージョンの評価量としては，試験片の重量変化を用いた。

試験流速は，実船で想定される50ノットで一定とし，試験計測の容易さのために，できるだけエロージョン量が大きくなるようにタンク内圧を調整して，その圧力のもとで実施した。Fig. 8は，純アルミ試験片で実施したキャビテーション・エロージョン試験の結果（キャビテーション数とエロージョン量の関係）を示す。ここに，キャビテーション数は，(1)式で定義している。以下の試験は，Fig. 8の最

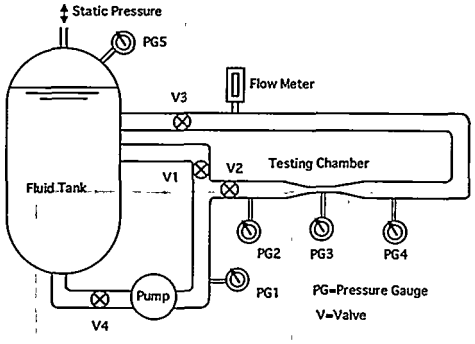


Fig. 4 High-speed flow channel

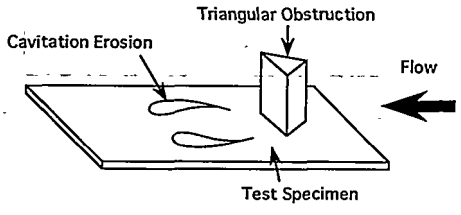


Fig. 5 Test section

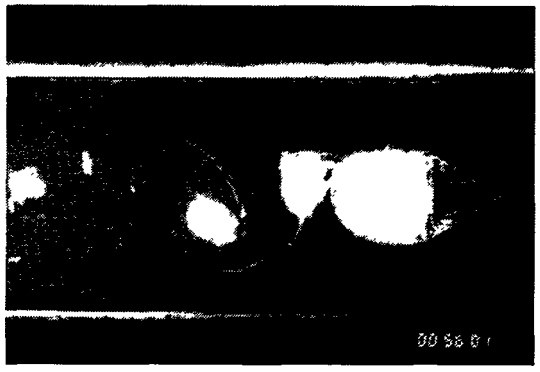


Fig. 6 Cavitation after the triangular obstruction

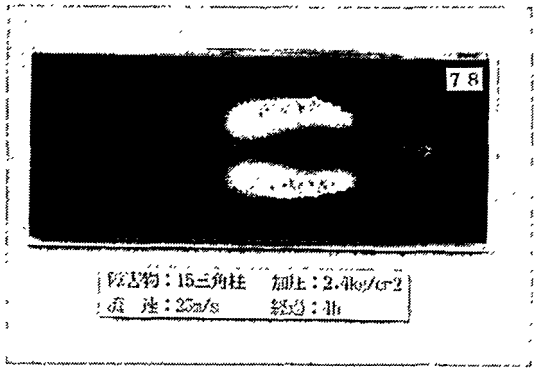


Fig. 7 Example of cavitation erosion (pure aluminium, 4 hours)

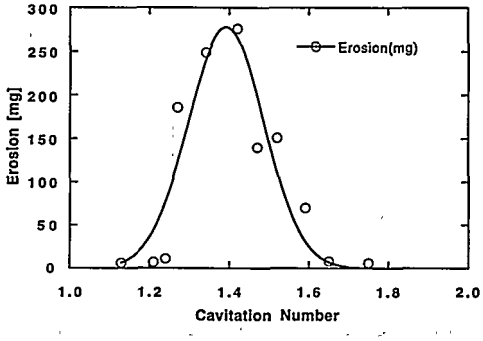


Fig. 8 Relationship between cavitation erosion and cavitation number obtained by high-speed flow channel (pure aluminium, 4 hours)

大値に相当する流速(50ノット)と圧力の条件で実施した。なお，使用した液体は，試験槽（ステンレス鋼製）と各種試験片との電食を防止するために，真水とした。

また，試験時間は，純アルミニウム試験片の場合では4時間，ステンレス鋼の場合では286時間～382時間であり，重量変化が十分に測定できる時間とした。

$$\text{キャビテーション数} \equiv (P_3 - P_V)/0.5\rho V^2 \qquad (1)$$

ここに，P_3：試験体前方での圧力

P_V：液体の飽和蒸気圧

ρ：液体の密度

V：試験体前方での速度

4.2 試験結果

Table 3に各材料のY鋼を基準としたエロージョン速度（エロージョン体積/時間）の比率を示す。本試験法による各材料の耐性の優劣は，前章の磁歪振動法の結果とほぼ対応している。

Table 3 Cavitation erosion volume loss ratio of the materials obtained by the high-speed flow channel testing

Material	Erosion Volume Loss Ratio (Y = 1)
13Cr-5Ni (K)	4.35
24Cr-13Ni (Y)	1
22Cr-5Ni (U)	3.83
A1050P-H112	12000

4.3 磁歪振動法との試験結果の比較

磁歪振動法と高速流体試験法で求められたキャビテーション・エロージョン量を，Y鋼を基準とする体積比率で換算して相関を示したものがFig. 9である。本図は，中間データがないのでその領域での精度には問題があるが，本図に示したような1つの直線で近似できそうである。これによると，高強度ステンレス鋼では2つの試験法による結果の差は大きくないが，純アルミ試験片では約18倍の差が生じている。この理由については，磁歪振動法では，定常期まで進行した状態でエロージョン量を比較しているのに対して，高速流体法では，純アルミ試験片ではエロージョン形状がきわめて凹凸の激しい状態となったために，キャビテーションの発生と崩壊がより厳しくなったためではないかと考えられる。

5. 実海域模型船による キャビテーション・エロージョン試験

5.1 試験目的

実海域模型船試験は，実海面を航行させることによりTSL-F船型の推進性能，運動制御性能，構造応答等の基本特性の把握及び確認を行い，要素研究の補完と実用化における設計技術を完成させることにその主目的があった[1]。また，重要な試験項目として水槽試験では実施が困難なキャビテーション特性の調査があり，翼走時の主翼とセンターストラット部は，キャビテーションの発生が予想される箇所であることから，水中カメラによりキャビテーションの発生の有無の観察が試みられた[1]。実際に実海域での試験において，主翼のリーディングエッジやフラップのヒンジ部近傍からキャビテーション気泡の発生が確認されたので，キャビテーション気泡が崩壊すると思われる部分に試験片を貼付して，どの程度のエロージョン量が生じるかを調べた。

5.2 試験方法

キャビテーション・エロージョン量は極めて小さいと予測されたので，測定用の試験片の材質は耐性の小さい純アルミニウム（A 1050 P-H 112）とし，Fig. 10の様な形状に作成した。この形状は，予め高速流体試験装置を用いた予備検討により，試験片自身によるキャビテーションの発生がないことを確認して決定した。試験片は水中TVカメラ

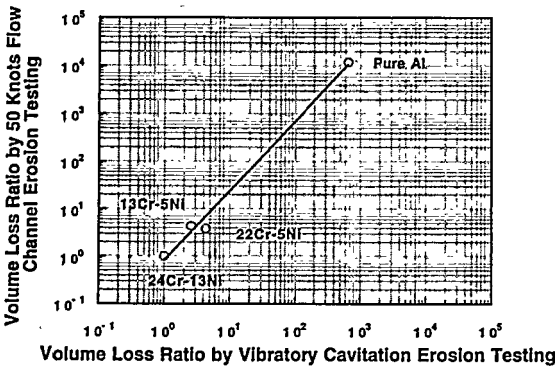


Fig. 9 Comparison of the volume loss ratios between two testing methods (24 Cr-13 Ni is chosen as a unit measure)

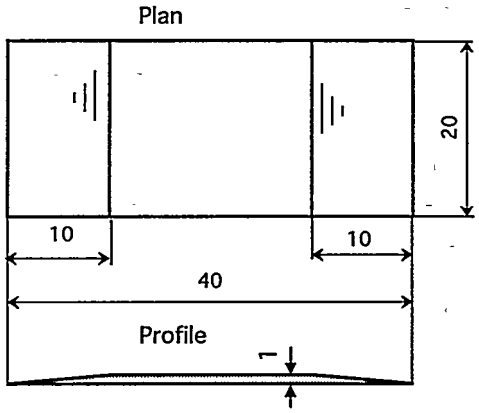


Fig. 10 Test specimen for the 1/6 scale test ship (Pure aluminium)

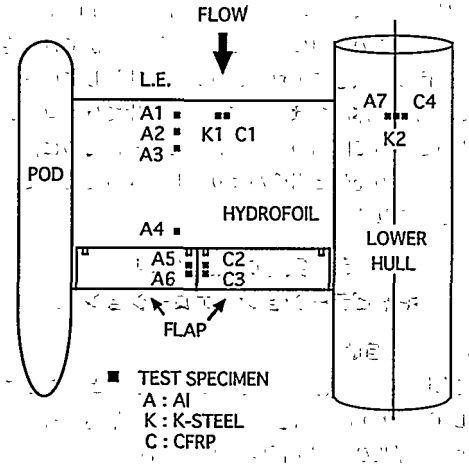


Fig. 11 Test specimens set on the 1/6 scale test ship

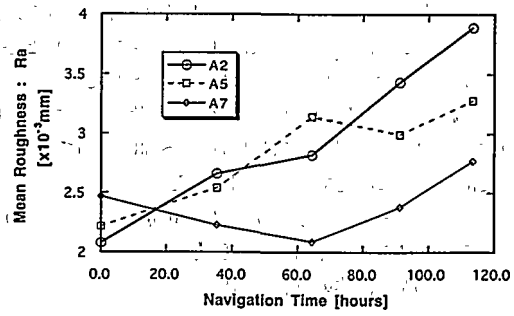


Fig. 12 Mean roughness and navigation time relationship

の観察結果を基に主翼のリーディングエッジやフラップのヒンジ部にあわせてFig. 11のように配置した。また，比較のためキャビテーションの発生がないロワーハルの上にも試験片を配置した。なお，試験片の貼付に際しては，主翼のステンレス鋼（Y鋼）との異種金属腐食の発生を防止するために，ガラス繊維布を試験片と船体との間に入れ，電気絶縁性を確保した。試験片に生じるキャビテーション・エロージョン量の測定では，重量測定が困難なためその表面粗度の変化に着目することとし，模型船を海上から陸上へ上架した時（1週間おき）に金属微細組織の複製（レプリカ）用の樹脂により，試料表面の転写試料を作製した。なお，比較のためK鋼およびCFRPを用いて同様の形状の試験片を作成し，Fig. 11に示す位置に貼付した。

5.3 試験結果

試験片の貼付には，耐水性を考慮した接着剤を使用したが試験途中での試験片の脱落も多く発生した。Fig. 12には試験期間を通じてレプリカを採取できた試験片（A 2，A 5，A 7）の中心線平均粗さ（Ra）の航海時間による変化を示す。試験片の表面粗さはキャビテーションの発生が生じないA 7位置の試験片以外では，航海時間に比例して大きくなっている。試験後回収した試験片の走査型電子顕微鏡（SEM）観察により，試験片には腐食は発生していないことを確認しており，この表面粗さの変化は翼部に発生したキャビテーション気泡の崩壊によるエロージョンであると推定できる。なお，A 7では，本来はキャビテーションが発生しない箇所であるため，腐食や生物付着等の影響のみが見られるものと考えられる。しかし，時間経過とともに粗度が減少し，再び増加した結果となっている理由はよくわからない。レプリカ採取時の方法に問題があったとも思われるが，測定期間を平均してみれば他の試験片A 2およびA 5とは明らかに異なっているので，ここでは，測定誤差の範囲であると考え，平均的にはほぼ変化なしであると判断した。

一方，実海域模型船でのキャビテーション発生率については，ビデオ観察データを解析した結果，試験片の貼付期間中（平成6年7月20日～同年9月9日）の航海において，船速35ノット前後での航行時間の約6割3分の時間比率にわたり，翼またはフラップのヒンジ部近傍でなんらかのキャビテーションの発生が見られたので，航行時間に対するキャビテーション発生率を0.63とすることとした。この値は，実海域模型船試験の性格から，各種の試験航行データの入手のために通常の航行条件の範囲外での試験条件が多く含まれていることに加え，材料の適用性を調べるために特殊なステンレスハニカム材などを使用して製作されたために，翼の製作精度が実船レベルよりも悪いということもあり，実船レベルよりもかなり高いものと考えられる。ここでは，上記の航行時間の内，船速30ノット以上で航行した時間の0.63倍の時間においてキャビテーションが発生したと仮定し，計測位置A 2，A 5の平均粗さRaの変化率を求めた。その結果，実海域模型船での平均損傷速度は，純アルミニウムで，0.025 μm/時間（A 2位置），0.015 μm/時間（A 5）となった。

6. 実船でのキャビテーション・エロージョン量の推定

キャビテーション・エロージョンを支配する主要因子は，キャビテーション数，キャビテーションの種類，気泡核の密度であると言われており，さらに，流速，キャビテーションの発生時間，含有気体量，温度，スケール効果などさまざまなものが影響する。ここで，実船でのキャビテーション・エロージョン量を推定する上で最も大きな問題は，実海域模型船での平水状態での標準速度（約35ノット）での水中翼レベルでのキャビテーション数が約0.7であるのに対して，実船TSL-Fでは約0.5（速度≒50ノット）である点である。このキャビテーション数の差を考慮する妥当な方法は現状では見あたらない。このため，キャビテーション数の相違およびその他の不確定因子については無視せ

ざるを得ず，その代わりに，流速の影響およびキャビテーション発生時間，および試験に用いた純アルミと高強度ステンレス鋼の耐性の比率等については過大に評価することによって，実船レベルでのキャビテーション・エロージョン量を推定することが実際に取り得る方法であろう。したがって，ここでの検討は，現時点においては1つの試行と位置づけることにより，今後の参考としての意義があると考える。以下では，次式によって実船レベルでのキャビテーション・エロージョンの評価を行った。

$$(TCE)_S = T_0 \times R_C \times (CE)_M \times (CE_X/CE_{AL}) \times (V_S/V_M)^n \quad (2)$$

ここに，$(TCE)_S$：実船 TSL-F の翼部のキャビテーション・エロージョン量

T_0：実船 TSL-F の一生における全航行時間

R_C：実船 TSL-F でのキャビテーション発生率

$(CE)_M$：実海域模型船試験で計測された純アルミ試験片のエロージョン速度

(CE_X/CE_{AL})：対象材料と純アルミのエロージョン速度の比

V_S：実船 TSL-F の速度

V_M：実海域模型船の速度

n：キャビテーション・エロージョンに与える速度の影響度を表す指数

全航行時間 T_0 は，就航年数を 20 年，就航率を 0.5 とすると 87600 時間となる。また，キャビテーション発生率 R_C は，実海域模型船で計測された値 0.63 をそのまま用いることとした。なお，キャビテーションが発生してもそれが必ずしもエロージョンには結びつかないが，ここでは全てエロージョンを起こすと仮定した。

(2)式のように，キャビテーション・エロージョン量が時間に比例するという考え方は，エロージョンの指標として MDD 値（Mean Depth of Deformation）を用いると時間に比例すると考えてよい[19]ことに基づいている。ここに，MDD 値の定義を(3)式に示す。

$$\mathrm{MDD} = (1/S)\int_S |\Delta Z|\, dS \quad (3)$$

ここに，S：測定の対象とする平面領域の面積

Δz：初期平面からの凹凸量

MDD 値は，キャビテーション・エロージョンの初期の段階では，材料表面が体積変化を伴わない塑性変形により凹凸が生じると考えられているため，平均粗さ（Ra）と同じ量であるので，$(CE)_M$ としては，5章で求められた純アルミ試験片表面の Ra 値の変化速度の最大値として，0.025 μm/時間を使用した。

また，純アルミと検討の対象である高強度ステンレス鋼とのキャビテーション・エロージョン速度の比 (CE_X/CE_{AL}) は，磁歪振動法または高速流体試験法による結果を利用できるが，ここではより厳しい評価を行うために，磁歪振動法による結果 (CE_X/CE_{AL})=2.59/656(K 鋼)，1/656（Y 鋼），4.31/656（U 鋼）を用いた（Fig. 3 参照）。

キャビテーション・エロージョンに対する流速の影響については，一般に，同一キャビテーション数においては，エロージョン速度は流速の n 乗に比例すると言われている[18)20)]のでこれを利用した。n は通常 5〜8 程度とされているが，ここでは最も厳しい値として n=8 を使用した。なお，スケール効果については，次元解析の結果，無い[19]と言われているので無視した。

以上により，実船 TSL-F レベルでの 20 年間の翼表面でのキャビテーション・エロージョン量を推定した結果，20 年間において，K 鋼で 96 μm，Y 鋼で 37 μm，U 鋼で 160 μm という値が得られた。

船体の表面粗度は，船体抵抗を増加させないためにある程度に抑える必要があるが，たとえば通常の船舶では新造時で平均粗度 Ra≒100 μm 程度であるようである[21]。これは機械仕上げのレベルで言うと，▽の 2 倍〜4 倍程度の凹凸量であり，各高強度ステンレス鋼はすべて 20 年間でこの程度の表面粗度変化に抑えられると考えられる。なお，溶接部については，母材よりも耐性の劣るものがあり，3 鋼種の溶接部で最も悪い K 鋼では 152 μm/20 年となり，母材に比べるとやや注意が必要であろう。

以上，粗い推定ではあるが，実船 TSL-F での翼部のキャビテーション・エロージョン量の一応の推定値が求められた。この結果が，どの程度妥当なものであるかは議論の多いところであるが，全体としては安全側の評価になっているであろうと著者らは考えている。

7. 結　　言

磁歪振動法と高速流体試験法により TSL-F の没水部船体構造に適用性が高いと考えられる高強度ステンレス鋼のキャビテーション・エロージョン性を調べることにより，これらが，従来の慣用材料の中で最もキャビテーション・エロージョン性の高いと考えられている SUS 304 や析出硬化型高強度ステンレス鋼の代表的な材料の 1 つである 15-5 PH 鋼に比べてもほぼ同等の耐性を有することがわかった。また，両者による実験結果は，材料間の優劣において，定量的には差があるが定性的には同じ結果が得られた。また両者の相関関係を提示した。

また，実船 TSL-F の 6 分の 1 のスケールモデルによる実海域模型船によるキャビテーション・エロージョン実験を実施し，翼表面に生じたキャビテーション・エロージョン量を測定した。

これらの結果を使用して，実船 TSL-F レベルでのキャビテーション・エロージョン量の推定を試みた。

謝　辞

最後に，本研究は，造船業基盤整備事業協会の助成金と日本船舶振興会の補助金，ならびにテクノスーパーライナー技術研究組合の組合員各社の賦課金により実施されたことを付記し，さらに，実験計測に関して(株)ジャパンテクノメイト，川重テクノサービス(株)のご助力を得たことを記して，これらの関係各位に深く感謝の意を表します。

参考文献

1) TSL技術研究組合，テクノスーパーライナーの研究開発状況，日本造船学会誌785号 (1994)
2) 山中直樹，新形式超高速貨物船「テクノスーパーライナー」，生産と技術，第47巻第2号 (1995)
3) 藤川重雄，赤松映明，キャビテーションによる壊食のメカニズム，ターボ機械，第12巻第5号 (1984)
4) 島　章，冨田幸雄，キャビテーション気泡の崩壊による衝撃圧の発生機構と損傷ピットの形成，日本機械学会誌第90巻第819号 (1987)
5) 岡田庸敬，キャビテーション壊食に対する材料の強さ，ターボ機械第12巻第5号 (1985)
6) Hokkirigawa, K. et.al., Several Aspects of Fatigue Failure Caused by Cavitation Erosion, Proc. of Int. Symposium on Cavitation and Erosion in Hydraulic Structure&Machinery, Nanjing, China, (1992) pp. 249-254
7) 森　啓之他，キャビテーション気泡崩壊圧と壊食量に関する一考察，キャビテーションに関するシンポジウム (第8回)，日本学術会議 (1995)
8) テクノスーパーライナー技術研究組合，"海の新幹線" テクノスーパーライナー「疾風」「飛翔」の実海域模型船，Marine' 95, 1.2 (1995)
9) たとえば，岡田庸敬，キャビテーション・エロージョンと工業材料(1)，機械の研究，第41巻 (1989)
10) たとえば，遠藤吉郎，キャビテーション・エロージョンに対する強さと試験法，機械の研究，第21巻 (1969)
11) 松村昌信他　対向型磁わい振動法試験における損傷機構，日本機械学会論文集 (A編)，47 (1981)
12) Noriyuki Kamoi et. al., A Study on the Welding of High-Strength Stainless Steel for the Ultra-Speed Hydrofoil, Journal of Ship Production, Vol. 9 (1983) P 33
13) 宇佐見賢一他，ステンレス鋼の耐キャビテーション・エロージョン性におよぼす金属組織と合金元素の役割，鉄と鋼，75 (1989)
14) 北島　晟，岡部義信，秋元徳三，ポンプのキャビテーション損傷評価手法，電力中央研究所報告：T 87019 (1988)
15) Gehring, Jr., G. A., Corrosion of Alminum Alloys in High Velocity Seawater, CORROSION MARINA (1980)
16) Selim, S. M. A. and Hutton, S. P., Classification of Cavity Mechanics and Erosion, Proc. of 2 nd Int. Conf. Cav., I Mech. E. (1983)
17) 岩井善郎他，キャビテーション気泡崩壊圧とエロージョン，日本機械学会論文集A編54巻500号 (1988)
18) 村井　等他，キャビテーション損傷の速度依存性に関する研究—シート・キャビテーションについて—，キャビテーションに関するシンポジウム (第8会)，日本学術会議，(1995)
19) Kato, H., A Consideration on the Scaling Laws of Cavitation Erosion, Int. Shipbuilding Progress, Vol. 22, No. 253, (1975)
20) 大場利三郎，キャビテーション強さとエロージョン，ターボ機械第13巻第10号 (1985)
21) 瀬尾敏一他，試験船だいおうによる抵抗推進性能の実験，日本造船学会論文集，第142号 (1977)

G96-01-3858

3-5

クレーン船の上部構造物の波浪応答

正員 信川 寿* 東村正義**
正員 高木幹雄* 正員 北村 充*
正員 周 国強*

Wave Response Analyses of Floating Crane Structure

by Hisashi Nobukawa*, *Member* Masayoshi Higashimura**
Mikio Takaki*, *Member* Mitsuru Kitamura*, *Member*
Guoqiang Zhou*, *Member*

Summary

To analyze the dynamic load of lifting load for floating crane moving in waves is one of the important factors for making the operation manual of the floating crane. In addition, it is necessary to consider the strength of floating crane structure since the inertia load caused by the motion of barge in waves is very large. In this study, the dynamic load of lifting load due to the motion of barge in waves is evaluated by means of elastic response analysis on the interaction between the crane structure and the barge hull body. The tank experiment of acrylic fiber model to one hundredth (1/100) for the floating crane with lifting capacity 3600 tons is made to verify the reasonability of the elastic response analysis. On the other hand, the numerical results of movement between the crane as a rigid structure and the one as an elastic structure are compared for the above-mentioned floating crane. It has been found that

(1) They have a good agreement if λ/L, the wave length to the ship length, is 0.5, but the difference between them become large as λ/L is over 1.0.

(2) When the crane is simplified as the elastic structure moving in headseas, the dynamic load of lifting load is about 5% of the lifting load in the case with $\lambda/L=1.5$ and the wave height=2 m. However, the dynamic load is 13% of the lifting load under the same conditions if the crane is taken as the rigid structure.

1. 緒　　言

波浪中を航行するクレーン船の吊荷にはたらく動的荷重の把握は，クレーン船の運行マニュアル作成において重要である。また台船の運動によってクレーン構造物は大きな慣性力を受けるので，これに対する強度も十分考慮する必要がある[1]。従来，クレーン船の船体と吊荷の連成運動を取り扱った研究[2]は行われているが，この研究ではクレーン構造物は剛体としている。本論文では，波浪中の台船の運動によってクレーン構造物が弾性変形を生じるためクレーン構造物から台船に曲げモーメント，反力などが作用し，台船の運動がこれらによって影響を受ける台船とクレーン構造物の相互干渉を考慮したクレーン構造物の応答を解析し，クレーン構造物および吊荷に働く動的荷重の推定を行った。さらに吊荷重3,600トン型クレーン船の1/100縮尺のアクリル模型による水槽実験を行い解析結果の妥当性を確認した。

次に吊荷3,600トン型クレーン船において，クレーン構造物を剛体および弾性体として取り扱った場合の台船の運動を比較した結果，波長が船の長さの半分程度ではその相違は小さいが，波長が船の長さ以上になれば顕著になることを示した。また吊荷の動的荷重は，波高2 m，波長が船の長さの1.5倍の向波状態で吊荷重の約5%に達することが分かった。この場合クレーン構造物を剛体として取り扱っ

* 広島大学工学部
** 深田サルベージ建設(株)

原稿受理　平成8年1月10日
春季講演会において講演　平成8年5月15，16日

て動的荷重を推定すれば13%となり，クーレン構造物の変形を考慮した場合の2.6倍となる。

2. 吊荷3,600トン型クレーン船の構造および模型実験

クレーン船の主寸法は台船の長さ107 m，幅69 m，平均吃水5.104 m，ジブの全長130 m，吊荷3,600トンである。その構造をFig. 1に示す。

模型は実機の1/100縮尺寸法とし，材料はアクリール樹脂製とした。クレーン構造はジブおよびジブを支持する支柱は幅50 mm，板厚10 mmのアクリール板(ヤング率383 kgf/mm²)を用い，ジブを支持するロープおよび吊荷ロープはアクリール製糸（ヤング率116.8 kgf/mm²，断面積0.002 cm²)，吊荷は長さ300 mm，幅50 mmの鋼板を用い，重さ3.3 kgとし，ジブの先端から63 cmの位置に吊した。この場合模型船の吃水が一様吃水となるように調整し，吃水4.27 cm，排水量28.8 kgfとなった。Fig. 2は模型の主要寸法を示す。実験は縦揺れ，上下揺れのみを自由とし，向波状態（波の進行方向と台船の船首方向のなす角$\Psi=0$）で波長λと船の長さLとの比を1.0，1.5，2.0とし，波高2.7 cmから3.2 cmのもとで行い，船首，船尾，船体中央で各々両舷に加速度計を配置し，さらに吊荷の鋼板上にも加速度計を設置して，いずれも上下方向の加速度を計測し，これを積分して上下方向の変位を求めた。またジブの中央において板の両面に歪ゲージを貼ってこの位置の曲げ歪を計測した。

3. 波浪によるクレーン構造物の応答

波浪による台船の運動により，クレーン構造物が弾性変形する場合，クレーン構造物は静的釣合状態から動的な弾性変形を生じるとし，クレーン構造物は骨組構造として取り扱う。ジブおよびロープを固定する骨組み構造は軸力と曲げを受ける梁とし，Fig. 3のようなxy面内において長さlの梁要素を考える。要素の左端を1，右端を2の添え字を付し，圧縮力N，曲げモーメントM，せん断力F，たわみw，たわみ角（せん断たわみ角を含む）θとする。せん断たわみを考慮した曲げたわみの基礎式は，次式で与えられる。

$$\frac{d^2w}{dx^2}=\frac{M}{EI}-\frac{1}{GA_w}\frac{d^2M}{dx^2} \tag{1}$$

ここに，EIは梁の曲げ剛性，GA_wはせん断剛性である。

xの位置の曲げモーメントは$M=M_1+F_1x-N(w-w_1)$であるから，これを(1)式に代入すれば，次式を得る。

$$\frac{d^2w}{dx^2}+\beta^2w=\frac{\beta^2}{N}(M_1+Nw_1+F_1x) \tag{2}$$

ここに$\beta^2=\dfrac{N}{EI\left(1-\dfrac{N}{GA_w}\right)}$

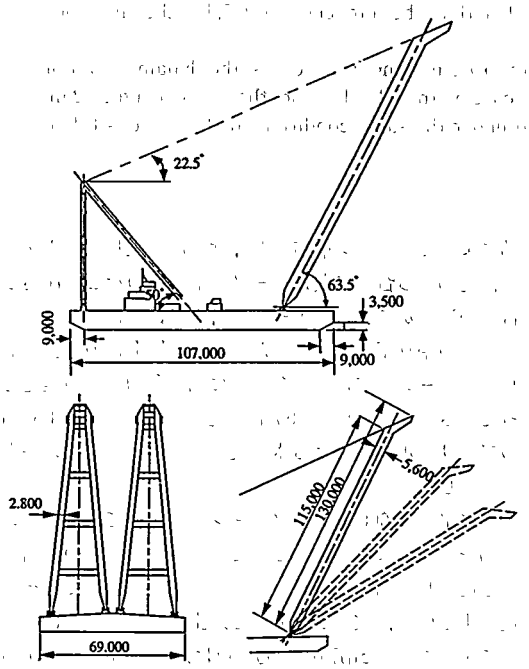


Fig. 1　Structure of floating crane with lifting capacity 3600 ton

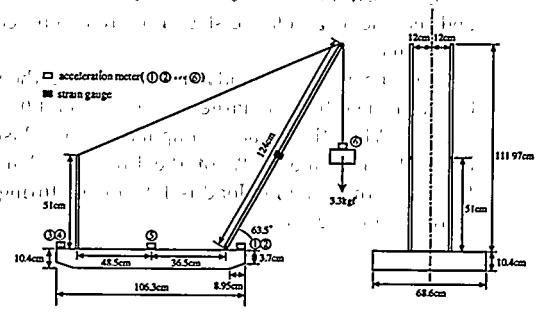


Fig. 2　Model structure of floating crane with lifting capacity 3600 ton (to 1/100 scale)

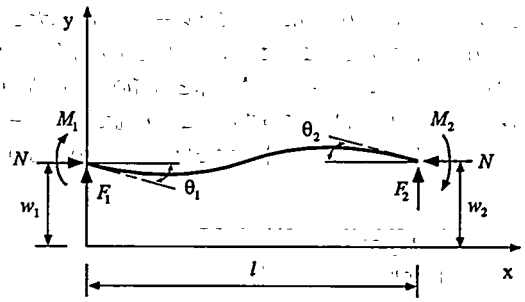


Fig. 3　Nodal forces and displacements in a beam segment of jib and frame structure

(2)式の一般解は次式で与えられる。

$\beta^2>0$ の場合：

$$w=C_1\cos\beta x+C_2\sin\beta x+\frac{F_1}{N}x+\frac{M_1}{N}+w_1 \quad (3)$$

ここに，$\beta=\sqrt{\dfrac{N}{EI\left(1-\dfrac{N}{GA_w}\right)}}$

実機においては，ジブおよびロープを固定する支柱の斜材が(3)式を満たす。ジブに生じる N は正（圧縮）で，次式で与えられる。

$$N=\frac{P\cos\Theta_R}{\sin\Theta_J\cos\Theta_R-\cos\Theta_J\sin\Theta_R}$$

ここに，P は全吊荷重，Θ_J はジブの起伏角(63.5度)，Θ_R はジブを支持するロープの傾斜角(22.5度)，支柱の斜材の傾斜Θ_D（50度）である。

また支柱の斜材に生じる N は正（圧縮）で，次式で与えられる。

$$N=\frac{P\cos\Theta_J\cos\Theta_R}{\cos\Theta_D(\sin\Theta_J\cos\Theta_R-\cos\Theta_J\sin\Theta_R)}$$

(3)式において，Fig. 3 の要素の両端の境界条件を適用いれば，次式が得られる。

$$\begin{bmatrix}F_1\\M_1\\F_2\\M_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{1,1} & \text{symmetric} & & \\ a_{2,1} & a_{2,2} & & \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & \\ a_{4,1} & a_{4,2} & a_{4,3} & a_{4,4}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}w_1\\\theta_1\\w_2\\\theta_2\end{bmatrix} \quad (4)$$

ここに，

$$Q=\{2(1-\cos\beta x)-\beta l\sin\beta x\},\ a_{1,1}=\beta\sin\beta x\frac{N}{Q},$$

$$a_{2,1}=(\cos\beta x-1)\frac{N}{Q},\ a_{2,2}=\left(\frac{\sin\beta x}{\beta}-l\cos\beta x\right)\frac{N}{Q},$$

$$a_{3,1}=-\beta\sin\beta x\frac{N}{Q},\ a_{3,2}=(1-\cos\beta x)\frac{N}{Q},$$

$$a_{3,3}=\beta\sin\beta x\frac{N}{Q},\ a_{4,1}=(\cos\beta x-1)\frac{N}{Q},$$

$$a_{4,2}=\left(l-\frac{\sin\beta x}{\beta}\right)\frac{N}{Q},\ a_{4,5}=(1-\cos\beta x)\frac{N}{Q},$$

$$a_{4,4}=\left(\frac{\sin\beta x}{\beta}-l\cos\beta x\right)\frac{N}{Q} \quad (5)$$

$\beta^2<0$ の場合：

一般解は次式で与えられる。

$$w=C_1\cosh\beta x+C_2\sinh\beta x+\frac{F_1}{N}x+\frac{M_1}{N}+w_1 \quad (6)$$

ただし，

$$\beta=\sqrt{\frac{-N}{EI\left(1-\dfrac{N}{GA_w}\right)}}$$

この場合の N は Fig. 3 に示すように圧縮力を正としている。実機の場合，ロープを固定する支柱において，(6)式が適用される。支柱に生じる N は負（引張）で，次式で与えられる。

$$N=-\frac{P\cos\Theta_J\sin\Theta_R}{\sin\Theta_J\cos\Theta_R-\sin\Theta_R\cos\Theta_J}$$

Fig. 3 に示す要素の両端の境界条件を(6)式に適用すれば，(5)式の代わりに次式となる。

$$T=\{2(1-\cosh\beta x)+\beta l\sinh\beta x\}/N,$$

$$a_{1,1}=\frac{\beta(1-\cosh^2\beta x)}{T\sinh\beta x},\ a_{2,1}=\frac{\cosh\beta x-1}{T},$$

$$a_{2,2}=\frac{\sinh\beta x-\beta l\cosh\beta x}{\beta T},\ a_{3,1}=\frac{\beta(\cosh^2\beta x-1)}{T\sinh\beta x},$$

$$a_{3,2}=\frac{1-\cosh\beta x}{T},\ a_{3,3}=\frac{\beta(1-\cosh^2\beta x)}{T\sinh\beta x},$$

$$a_{4,1}=\frac{\cosh\beta x-1}{T},\ a_{4,2}=\frac{\beta l-\sinh\beta x}{\beta T},$$

$$a_{4,3}=\frac{1-\cosh\beta x}{T},\ a_{4,4}=\frac{\sinh\beta x-\beta l\cosh\beta x}{\beta T} \quad (7)$$

Fig. 3 の xy 面内の変形の剛性マトリックスが(4)式で与えられる。(4)式を Fig. 4 に示す 3 次元局部座標 (x, y, z) における剛性マトリックス $[K]$ に拡張すれば，次のようになる。

$$\{P\}=[K]\{\delta\} \quad (8)$$

ここに，Fig. 4 において梁要素の材端の変位，たわみ角を $\delta_1, \delta_2, \cdots, \delta_{12}$ で表わし，$P_1, P_2, \cdots, P_{12}$ を軸力，せん断力，曲げモーメントなどを表わす。ここで，二重矢印は右ねじの方向のモーメントを表わす。また Θ は梁要素の左端にとった x, y, z 座標の要素の軸方向の x 軸と絶対座標の X 軸のなす角である。また xy 面は XY 面内にあるように定めている。$[K]$ は次のようになる。

$$[K]=\begin{bmatrix}k_{1,1} & \text{symmetric} & & \\ k_{1,2} & k_{2,2} & & \\ \cdot & & \cdot & \\ k_{12,1} & k_{12,2} & \cdot & k_{12,12}\end{bmatrix}$$

ここに，AE ははりの伸び剛性とし，

$$k_{1,1}=AE/l,\ k_{2,2}=a_{1,1},\ k_{3,3}=a'_{1,1},\ k_{5,3}=a'_{2,1},$$

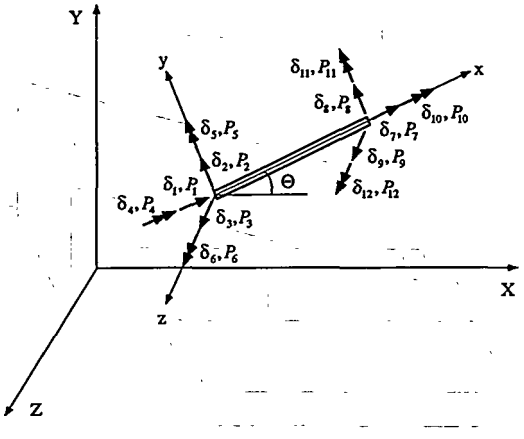


Fig. 4 Nodal forces and displacements in a beam segment with respect to local and global coordinate system

$k_{5,5}=a'_{2,2}$, $k_{6,2}=-a_{2,1}$,
$k_{6,6}=a_{2,2}$, $k_{7,1}=-AE/l$,
$k_{7,7}=AE/l$, $k_{8,2}=a_{3,1}$, $k_{8,6}=-a_{3,2}$, $k_{8,8}=a_{3,3}$,
$k_{9,3}=a'_{3,1}$, $k_{9,5}=a'_{3,2}$, $k_{9,9}=a'_{3,3}$, $k_{11,3}=a'_{4,1}$,
$k_{11,5}=a'_{4,2}$, $k_{11,9}=a'_{4,3}$, $k_{11,11}=a'_{4,4}$, $k_{12,2}=-a_{4,1}$,
$k_{12,6}=a_{4,2}$, $k_{12,8}=-a_{4,3}$, $k_{12,12}=a_{4,4}$

その他の $k_{i,j}$ は0である。また y 軸まわりの剛性を含む値には“′”をつけて表す。

質量マトリックス $[M]$ は，ランプドマス法を適用すれば，次式で表わされる。

$$[M]=\begin{bmatrix} m_{1,1} & & 0 \\ & m_{2,2} & \\ & \ddots & \\ 0 & & m_{12,12} \end{bmatrix} \tag{9}$$

ここに，$\bar{m}$ は梁の単位長の質量とし，

$m_{1,1}=m_{2,2}=\cdots\cdots m_{12,12}=\bar{m}l/2$

Fig. 5 に示す座標系において，ジブを支持するロープの剛性マトリックス $[K]$ は次式で与えられる。

$$[K]=\begin{bmatrix} k_{1,1} & & \text{symmetric} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ k_{12,1} & \cdot & \cdot \quad k_{12,12} \end{bmatrix} \tag{10}$$

ただし，

$k_{1,1}=AE/l$, $k_{2,2}=N/l$, $k_{3,3}=N/l$, $k_{7,1}=-AE/l$,
$k_{7,7}=AE/l$, $k_{8,2}=-N/l$, $k_{8,8}=N/l$, $k_{9,3}=-N/l$,
$k_{9,9}=N/l$ (11)

その他の $k_{i,j}$ は0である。N は張力を正としている。この場合の N は次式で与えられる。

$$N=\frac{P\cos\Theta_J}{\sin\Theta_J\cos\Theta_R-\sin\Theta_R\cos\Theta_J} \tag{12}$$

またこのロープの質量マトリックス M は(9)式と同じである。

局部座標系 (x, y, z) におけ変位ベクトル$\{\delta\}$，荷重ベクトル$\{P\}$ と絶対座標系 (X, Y, Z) におけ変位ベクトル

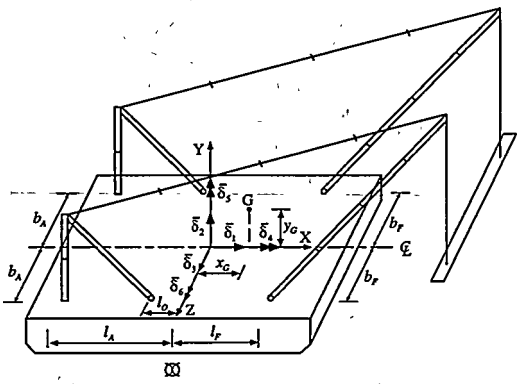


Fig. 5 Global coordinate system and element division for floating crane structure

$\{\bar{\delta}\}$，荷重ベクトル$\{\bar{P}\}$ との関係は，xy 面が XY 面内にある場合，座標変換マトリックス $[T]$ により次式で表わされる。

$$\{\delta\}=[T]\{\bar{\delta}\},\ \{P\}=[T]\{\bar{P}\} \tag{13}$$

ここに，

$$[T]=\begin{bmatrix} T_1 & & 0 \\ & T_1 & \\ 0 & & T_1 \end{bmatrix},\ [T_1]=\begin{bmatrix} \cos\Theta & \sin\Theta & 0 \\ -\sin\Theta & \cos\Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{14}$$

また絶対座標系の剛性マトリックス $[\bar{K}]$ および質量マトリックス $[\bar{M}]$ は(13)式を用いて，次式で与えられる。

$$[\bar{M}]=[T]^T[M][T],\ [\bar{K}]=[T]^T[K][T] \tag{15}$$

絶対座標系を Fig. 5 のように台船の中央にとり，クレーン構造物を Fig. 5 のように支柱を2分割，支持ロープおよびジブをそれぞれ4分割し，吊荷ロープからジブに働く荷重は吊荷の X, Y, Z 軸方向の変位の連成はないものとして計算する。すなわち，吊荷を吊すジブ先端が X 軸方向に $\bar{\delta}=\bar{\delta}_s\sin\omega_e t+\bar{\delta}_c\cos\omega_e t$ の運動をする場合，片舷のジブの先端の X 軸方向に働く力 $\bar{P}_X$ は，微小振動とすれば次式で与えられる（(A 3)式）。

$$\bar{P}_X=\frac{P}{2(g/\omega_e^2-l_h)}\bar{\delta} \tag{16}$$

ただし，l_h は吊荷ロープの長さ，g は重力の加速度，ω_e は台船の出会い波円周波数 $\omega_e=2\pi V\cos\Psi/\lambda+\sqrt{2\pi g/\lambda}$ で与えられる。V は船の速度である。

Z 軸方向の運動による Z 軸方向に働く力も(16)式と同様になる。また片舷のジブ先端の Y 軸方向の運動 $\bar{\delta}=\bar{\delta}_s\sin\omega_e t+\bar{\delta}_c\cos\omega_e t$ の場合のジブ先端のその方向に働く力 $\bar{P}_Y$ は次式で与えられる（(A 6)式）。

$$\bar{P}_Y=\left\{\frac{1}{1-l_h\omega_e^2P/(2gEA)}-1\right\}\frac{AE}{l_h}\bar{\delta} \tag{17}$$

ここに，AE は片舷の吊りロープの伸び剛性である。

Fig. 5 に示す絶対座標系におけるクレーン構造物の振動方程式はクレーン構造物の構造減衰の影響は小さいとして無視すれば，次式で表わされる。

$$[\bar{M}]\{\ddot{\bar{\delta}}\}+[\bar{K}]\{\bar{\delta}\}=\{\bar{P}\} \tag{18}$$

ここで右辺の $\bar{P}$ は(16)式，(17)式を代入する。

いま Fig. 5 のように $\bar{\delta}_1, \bar{\delta}_2, \cdots, \bar{\delta}_6$ を台船の運動を表わし，$\bar{\delta}_7, \bar{\delta}_8, \cdots, \bar{\delta}_{51}$ をクレーン構造物の変形を表わして，台船の強制変位によりクレーン構造物が強制振動する場合を考える。

(18)式で変位ベクトル$\{\bar{\delta}\}$ を次式のようにおく。

$$\{\bar{\delta}\}=\{\bar{\delta}_c\}\cos\omega_e t+\{\bar{\delta}_s\}\sin\omega_e t \tag{19}$$

(19)式を(18)式に代入し，$\cos\omega_e t$ および $\cos\omega_e t$ の両辺の係数を比較して，さらに台船の運動を表わす項のみを右辺に移せば，次式を得る。

$$
\begin{bmatrix} \bar{m}_{7,7} & \bar{m}_{7,8} & \cdots & \bar{m}_{7,51} \\ \bar{m}_{8,7} & \bar{m}_{8,8} & \cdots & \bar{m}_{8,51} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \bar{m}_{51,7} & \bar{m}_{51,8} & \cdots & \bar{m}_{51,51} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \bar{\delta}_{c7} \\ \bar{\delta}_{c8} \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{\delta}_{c51} \end{bmatrix}
+
\begin{bmatrix} \bar{k}_{7,7} & \bar{k}_{7,8} & \cdots & \bar{k}_{7,51} \\ \bar{k}_{8,7} & \bar{k}_{8,8} & \cdots & \bar{k}_{8,51} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \bar{k}_{51,7} & \bar{k}_{51,8} & \cdots & \bar{k}_{51,51} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \bar{\delta}_{c7} \\ \bar{\delta}_{c8} \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{\delta}_{c51} \end{bmatrix}
$$

$$
=\begin{bmatrix} \bar{k}_{7,1}-\omega_e^2\bar{m}_{7,1} & \bar{k}_{7,2}-\omega_e^2\bar{m}_{7,2} & \cdots & \bar{k}_{7,6}-\omega_e^2\bar{m}_{7,6} \\ \bar{k}_{8,1}-\omega_e^2\bar{m}_{8,1} & \bar{k}_{8,2}-\omega_e^2\bar{m}_{8,2} & \cdots & \bar{k}_{8,6}-\omega_e^2\bar{m}_{8,6} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \bar{k}_{51,1}-\omega_e^2\bar{m}_{51,1} & \bar{k}_{51,2}-\omega_e^2\bar{m}_{51,2} & \cdots & \bar{k}_{51,6}-\omega_e^2\bar{m}_{51,6} \end{bmatrix}
\times\begin{Bmatrix} \bar{\delta}_{c1} \\ \bar{\delta}_{c2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{\delta}_{c6} \end{Bmatrix} \tag{20}
$$

ここに，(20)式は $\bar{\delta}_c$ に対するものである。$\bar{\delta}_s$ に対しても同じになる。

(20)式の右辺は台船の運動方程式によって定まる。

Fig. 6 は台船に働くクレーン構造物からの反力，曲げモーメントを示す。ここでジブの起点およびロープの固定構造の斜材の起点は z 軸まわりの曲げに対してはピン結合であり，y 軸まわりの曲げに対しては固定，支柱の起点は両軸まわりの曲げに対しても固定としている。F は反力，M は曲げモーメントとし，F 及び M の添字 A は支柱，O は支柱の斜材，F はジブを表わし，さらに X, Y, Z 方向，右舷を 1，左舷を 2 としている。

台船の運動方程式は次式で表わされる。

Heave：

$$
\begin{aligned}
&a_{2,2}\ddot{\bar{\delta}}_2+b_{2,2}\dot{\bar{\delta}}_2+c_{2,2}\bar{\delta}_2+a_{2,6}\ddot{\bar{\delta}}_6 \\
&\quad+b_{2,6}\dot{\bar{\delta}}_6+c_{2,6}\bar{\delta}_6+F_{YA1}+F_{YA2} \\
&\quad+F_{YO1}+F_{YO2}+F_{YF1}+F_{YF2} \\
&=F_{2c}\cos\omega_e t-F_{2s}\sin\omega_e t
\end{aligned} \tag{21}
$$

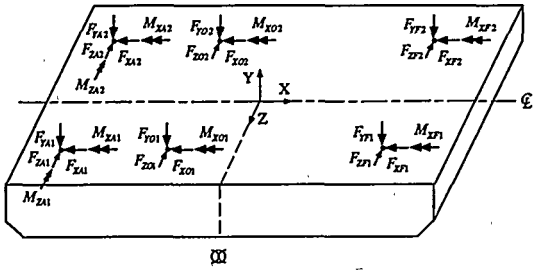


Fig. 6 Bending moments, shearing forces and axial forces acting upon upper deck of barge hull body

Pitch：

$$
\begin{aligned}
&a_{6,6}\ddot{\bar{\delta}}_6+b_{6,6}\dot{\bar{\delta}}_6+c_{6,6}\bar{\delta}_6+a_{6,2}\ddot{\bar{\delta}}_2+b_{6,2}\dot{\bar{\delta}}_2 \\
&\quad+c_{6,2}\bar{\delta}_2+M_{ZA1}+M_{ZA2}+g_F(F_{YF1}+F_{YF2}) \\
&\quad-g_A(F_{YA1}+F_{YA2})-g_O(F_{YO1}+F_{YO2}) \\
&\quad=M_{6c}\cos\omega_e t-M_{6s}\sin\omega_e t
\end{aligned} \tag{22}
$$

Sway：

$$
\begin{aligned}
&a_{3,3}\ddot{\bar{\delta}}_3+b_{3,3}\dot{\bar{\delta}}_3+a_{3,5}\ddot{\bar{\delta}}_5+b_{3,5}\dot{\bar{\delta}}_5+a_{3,4}\ddot{\bar{\delta}}_4+b_{3,4}\dot{\bar{\delta}}_4 \\
&\quad+F_{ZA1}+F_{ZA2}+F_{ZO1}+F_{ZO2}+F_{ZF1}+F_{ZF2} \\
&\quad=F_{3c}\cos\omega_e t-F_{3s}\sin\omega_e t
\end{aligned} \tag{23}
$$

Roll：

$$
\begin{aligned}
&a_{4,4}\ddot{\bar{\delta}}_4+b_{4,4}\dot{\bar{\delta}}_4+c_{4,4}\bar{\delta}_4+a_{4,5}\ddot{\bar{\delta}}_5 \\
&\quad+b_{4,5}\dot{\bar{\delta}}_5+a_{4,3}\ddot{\bar{\delta}}_3+b_{4,3}\dot{\bar{\delta}}_3+M_{XA1}+M_{XA2}+M_{XO1} \\
&\quad+M_{XO2}+M_{XF1}+M_{XF2} \\
&\quad+y_G(F_{ZA1}+F_{ZA2}+F_{ZF1}+F_{ZF2}+F_{ZO1}+F_{ZO2}) \\
&\quad-b_A(F_{YA1}-F_{YA2}+F_{YO1}-F_{YO2})-b_F(F_{YF1}-F_{YF2}) \\
&\quad=M_{4c}\cos\omega_e t-M_{4s}\sin\omega_e t
\end{aligned} \tag{24}
$$

Yaw：

$$
\begin{aligned}
&a_{5,5}\ddot{\bar{\delta}}_5+b_{5,5}\dot{\bar{\delta}}_5+a_{5,4}\ddot{\bar{\delta}}_4+a_{5,3}\ddot{\bar{\delta}}_3+b_{5,3}\dot{\bar{\delta}}_3 \\
&\quad+g_A(F_{ZA1}+F_{ZA2})-g_F(F_{ZF1}+F_{ZF2}) \\
&\quad+b_A(F_{XA1}-F_{XA2}+F_{XO1}-F_{XO2})+b_F(F_{XF1}-F_{XF2}) \\
&\quad=M_{5c}\cos\omega_e t-M_{5s}\sin\omega_e t
\end{aligned} \tag{25}
$$

Surge：

$$
\begin{aligned}
&a_{1,1}\ddot{\bar{\delta}}_1+b_{1,1}\dot{\bar{\delta}}_1+a_{1,6}\ddot{\bar{\delta}}_6+b_{1,6}\dot{\bar{\delta}}_6+F_{XA1}+F_{XA2} \\
&\quad+F_{XO1}+F_{XO2}+F_{XF1}+F_{XF2} \\
&\quad=F_{1c}\cos\omega_e t-F_{1s}\sin\omega_e t
\end{aligned} \tag{26}
$$

ここに，台船の運動方程式の流体力係数および波力は 3 次元特異点分布法[3] により求めた。$g_A=l_A+x_G$, $g_F=l_F-x_G$, $g_O=l_O+x_G$, x_G は台船中央より前方を正とする。また Fig. 5 に示す重心位置はクレーン構造物が変形しても変化しないものとする。

台船の運動方程式(21)，(22)，(23)，(24)，(25)，(26)式を解くにあたり，まず最初はクレーン構造物から台船に働く反力，曲げモーメントがない場合の台船の運動 $\bar{\delta}_1$, $\bar{\delta}_2$, …, $\bar{\delta}_6$ を求め，これらを(20)式の右辺に代入して，クレーン構造物の変位ベクトルを求める。この変位ベクトルを用いて $\{\bar{P}\}=[\bar{K}]\{\bar{\delta}\}$ より絶対座標系における台船に働く反力，曲げモーメントを求めて，これらを運動方程式に代入して運動を求める。これを繰り返して 6 個の運動方程式を満たす $\{\bar{\delta}_1\ \bar{\delta}_2 \cdots \bar{\delta}_6\}$ が求められれば，これらを(20)式の右辺に代入して，すべての変位ベクトル $\{\bar{\delta}\}$ が定まる。したがって，$\bar{\delta}_1$, $\bar{\delta}_2$, …, $\bar{\delta}_6$ を未知数として 6 個の運動方程式を満足するようにニュートン法により未知数を求める。

4. 模型実験結果と計算値の比較

Fig. 7 において台船の船首，船尾，中央に取り付けて計測した加速度計による上下方向の加速度，ジブ中央の曲げひずみの計測値および波高計により計測した波形などを示す

ように，これらは，いずれも波周期と同じ周期で振動をしていることがわかる。

Fig. 8 において横軸に λ/L をとり縦軸に船首の上下振幅 Y_F を波振幅 h で無次元化した値 Y_F/h，台船中央の上下振幅 Y_O の無次元値 Y_O/h，船尾の上下振幅 Y_A の無次元値 Y_A/h をとり，実験値○印と計算値●印および■印を比較している。計算値は●印を結んだ破線がクレーン構造が弾性変形をしない場合，■印を結んだ実線が弾性変形を考慮した場合である。これより，実験値はクレーン構造の弾性変形を考慮した場合の計算値とよく一致していることがわか

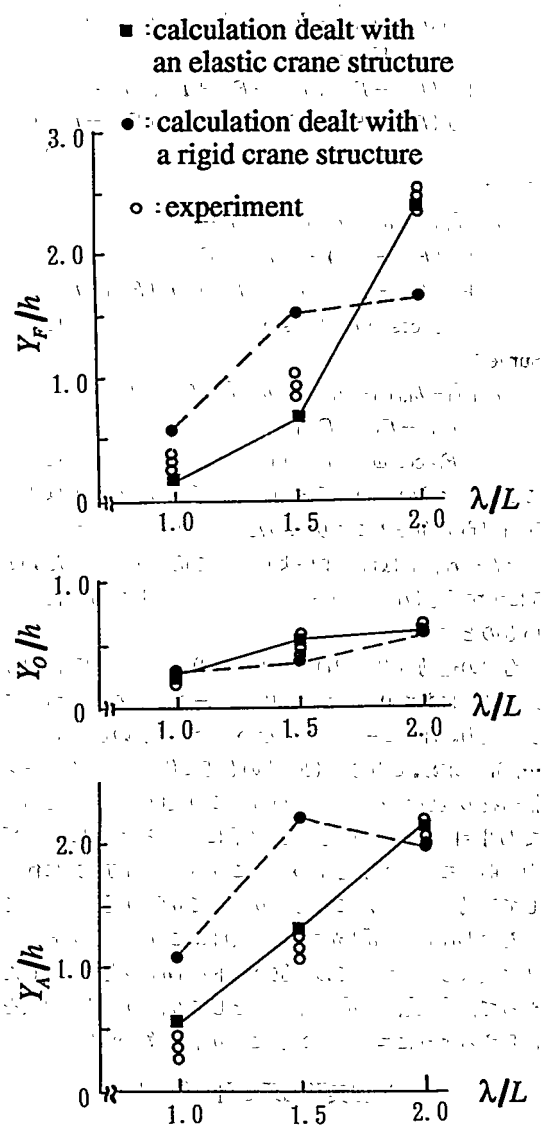


Fig. 8 Comparison of vertical displacements for the model of barge hull body between experiments and numerical analyses

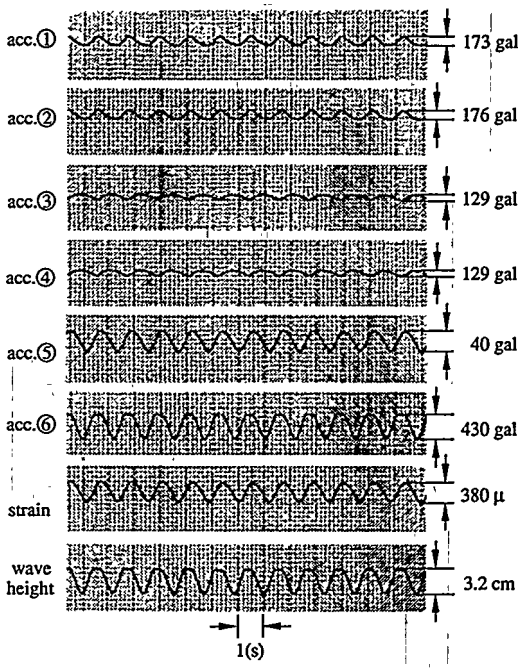


Fig. 7 Experiment data measured by acceleration meter and strain gauge ($\Psi=0°$, $\lambda/L=2$)

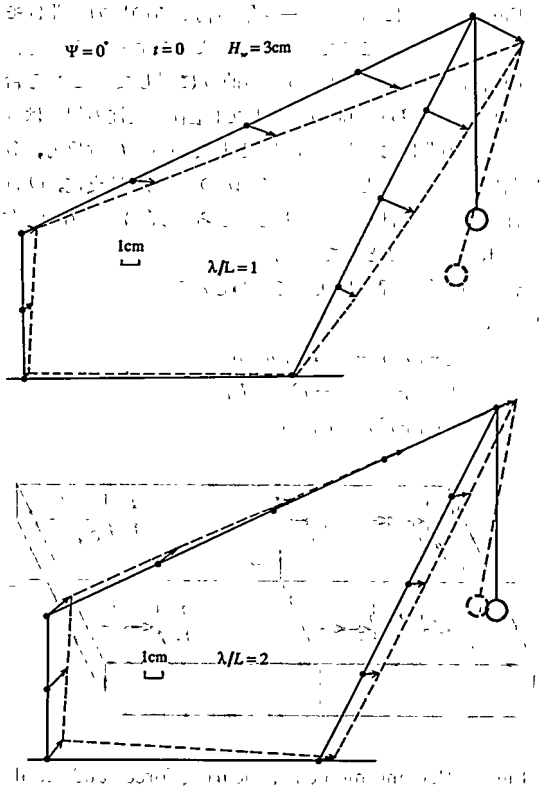


Fig. 9 Calculation of displacements for the model of crane structure

る。弾性変形を考慮した場合のクレーン構造物の全体の変形の計算値を Fig. 9 に示す。これは波高 H_w=3 cm, 時間 t=0 すなわち正弦の項が 0 で余弦の項が 1 のときである。

Fig. 10 は吊荷の上下振幅（波振幅での無次元値 Y_h/h）を実験値○印とクレーンの弾性変形を考慮した計算値●印で比較して示したもので，両者はかなりよく一致している。また Fig. 11 はジブのスパンの中央での曲げ歪 ε の実験値を○印で，計算値を●印で示すが，両者はよく一致している。

Fig. 12 はクレーン構造物の固有振動数とその振動形の計算値を示す。1 次の固有振動数は f_1=1.89 Hz, 2 次は f_2=4.44 Hz となる。出会い波周波数は λ/L=1.0 のとき 1.21 Hz であり，λ/L=1.5 のとき 0.99 Hz, λ/L=2.0 のとき 0.86 Hz となる。このように実験における出会い波周波数はクレーン構造物の固有振動数（1 次）より低い状態にある。したがって，これらの実験においてはクレーン構造物は 1 次の振動形で変形しているものと考えられる。

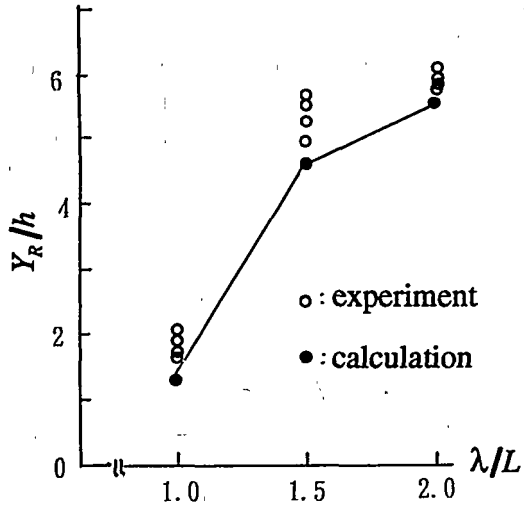


Fig. 10 Comparison of vertical displacement at the lifting load point between experiments and numerical analyses

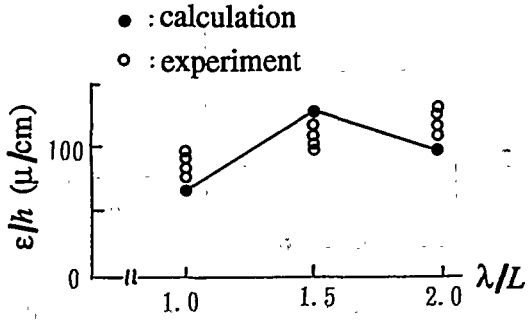


Fig. 11 Comparison of bending strain at the middle point of jib beam between experiments and numerical analyses

5. 吊荷重 3,600 トン型の実機の波浪による吊荷の動的荷重，クレーン構造物の応答

模型実験によりクレーン構造物の弾性変形が台船の運動に与える影響が無視できないことが明らかになったので，これを考慮した台船の運動を求めて吊荷に働く動的荷重，クレーン構造物に生じる変動曲げモーメント，軸力およびせん断力などを推定した。計算は吊荷 3,000 トン（航行中の場合は 3,000 トンを定格荷重とした），λ/L が 0.5, 1.0, 1.5 で，台船の速度 5 ノット，台船が波の進行方向とのなす角 Ψ=0 度，30 度，60 度，波振幅 h=1 m の場合について行った。クレーン船の主要寸法は Fig. 1 に示す。また Table 1 にクレーン構造物の断面積，断面 2 次モーメント（A_w：ウエブの断面積，A：横断面積，I_y：y 軸まわりの断面 2 次モーメント，I_z：z 軸まわりの断面 2 次モーメント）を示す。ここでジブは 4 等分割して上方より 1, 2, 3, 4 と番号を付している。

Fig. 13 はクレーン構造物の固有振動数とその振動形を

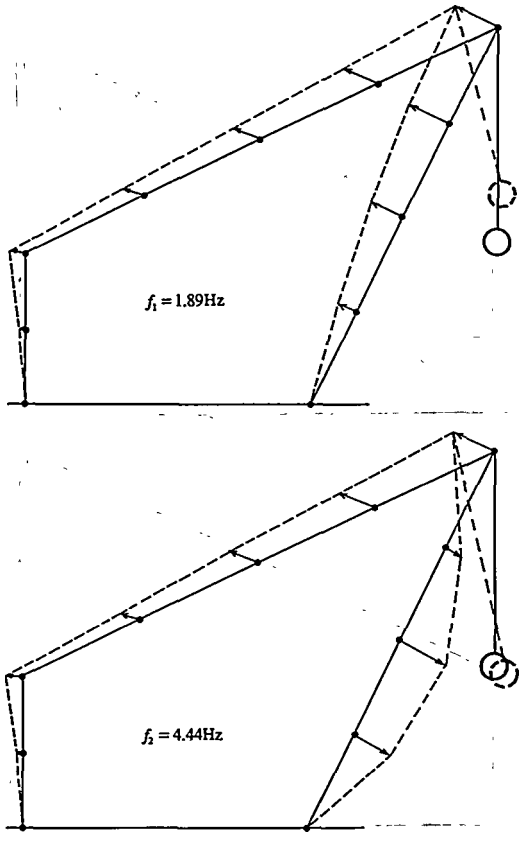


Fig. 12 Natural frequencies for the model of crane structure (1st mode, 2nd mode)

1次，2次まで計算した結果を示す。1次は2.41 Hzで支柱構造の変形が大きくなり，2次は4.62 Hzでジブが振動し，ジブの中央部が節になる振動形となる。これに対して出会い波周波数はλ/Lが0.5で向波のとき0.22 Hz，λ/Lが1.5で向波で0.115 Hzとなり，1次の固有振動数に比べて小さい。

Fig. 14は波浪による台船の運動を示したもので，実線はクレーン構造物の弾性変形を考慮した場合，破線は考慮しない場合である。ここで台船の運動振幅$\bar{\delta}_i$の位相角をϕ_iとして示している。これより，λ/Lが0.5ではクレーン構造物の弾性変形の影響は小さいが，λ/Lが1.0，1.5になるとその影響が顕著に表れてくることがわかる。

Fig. 15は吊荷ロープに働く動的荷重を示すが，向波のときの方が斜め波の場合よりやや大きくなり，斜め波においては波上側の方がやや大きくなる。またλ/Lが大きくなるに従い増加し，λ/Lが1.5で向波の場合には単位の波振幅に対して吊荷の動的荷重は吊り重量の約5%に達する。向波状態において，クレーン構造物を剛体として取り扱って動的荷重を求めれば，λ/Lが0.5，1.0，および1.5のときそれぞれ3.7%，6.8%および13%となるのに対して，クレーン構造物の変形を考慮した場合は，Fig. 14よりそれぞれ1.3%，2.4%および5%となり，動的荷重は小さくなる。このことから，クレーン構造物の変形によるジブ先端の上下方向の変位および吊ロープの伸びが，波浪による台船の上下運動で生じる吊荷の上下変位を減少させているものと考えられる。

Fig. 16は単位波振幅におけるクレーン構造物の変形を，$\lambda/L=1.0$，$\Psi=30$ deg.，$t=0$の場合について示す。図中の数値は各節点でのY軸方向（船の横方向）の変位の無次元値である。またFig. 17は波高2 mにおける各節点での曲げモーメントおよび軸力の両振幅を示す。ここで$\lambda/L=1.0$で向波状態の場合である。またクレーン構造物にはたらく

Table 1 Sectional elements of crane structural members

Member		Sectional area (cm²)			Moment of inertia (cm⁴)	
		A_{wz}	A_{wy}	A	I_z	I_y
Member supporting a jib		400	400	800	$1{,}294\times10^3$	$8{,}833\times10^3$
Jib	1	9,856	3,360	$1{,}322\times10$	$5{,}100\times10^5$	$2{,}394\times10^7$
	2					$4{,}995\times10^7$
	3					$8{,}547\times10^7$
	4					$1{,}305\times10^7$

Note: For wire ropes supporting a jib EA=162,000kgf/cm²

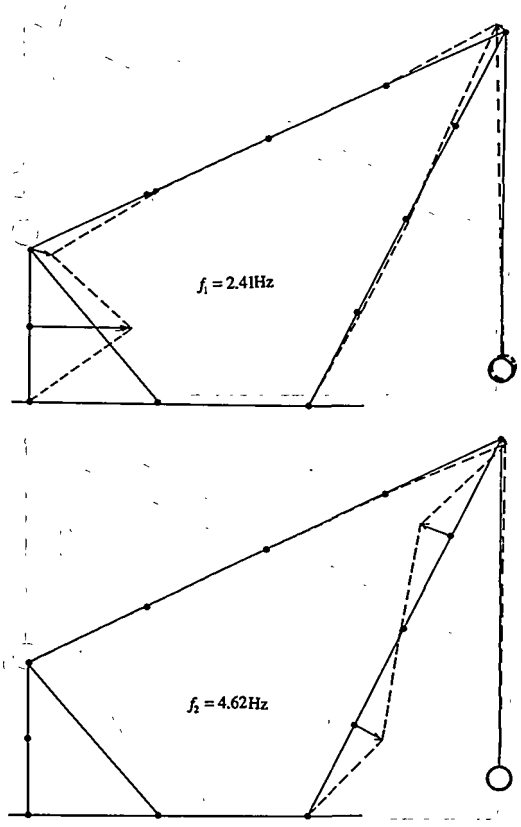


Fig. 13 Natural frequencies for the actual crane structure (1st mode, 2nd mode)

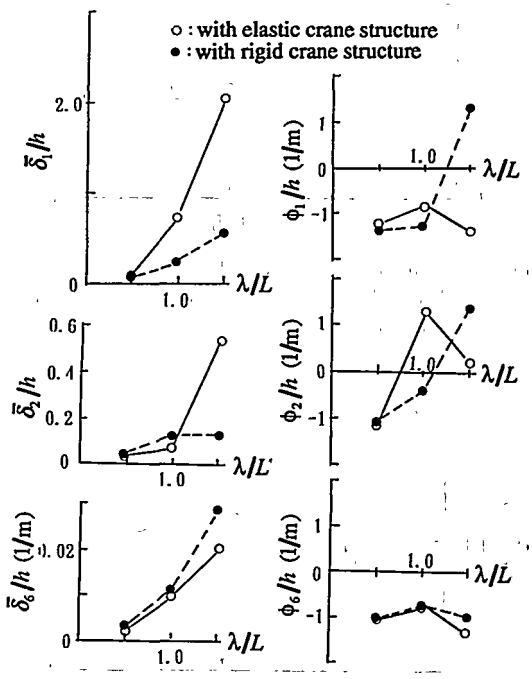


Fig. 14(a) Comparison of wave response for the model of barge hull body between the crane structure as a rigid model and the one as an elastic model ($\Psi=0°$)

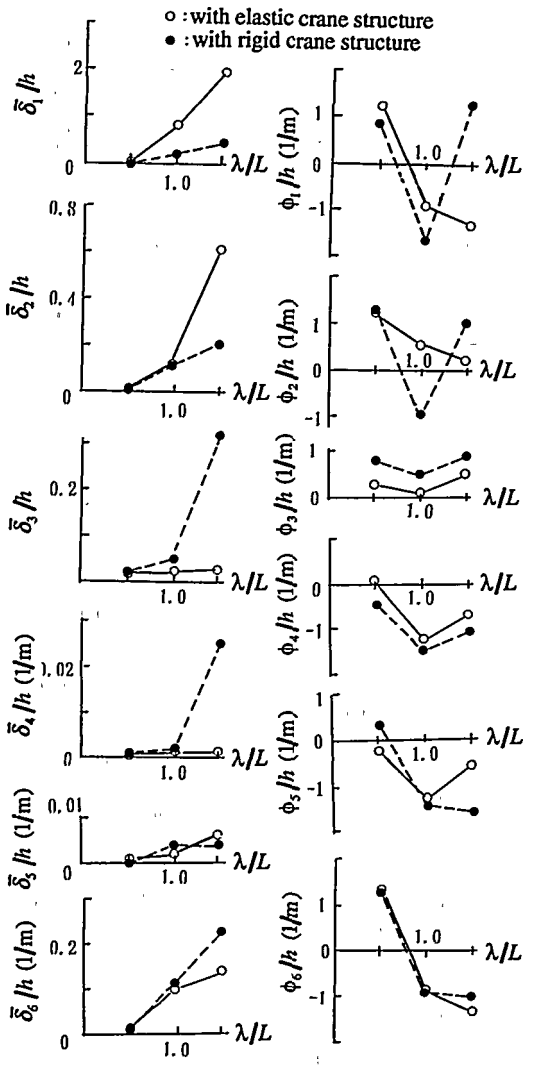


Fig. 14(b) Comparison of wave response for the model of barge hull body between the crane structure as a rigid model and the one as an elastic model (Ψ=30°)

吊荷による静荷重は，ジブに作用する軸圧縮力が2193トン，ジブを支持する斜ロープの張力1082トン，ロープを固定する支柱の張力463トンである。したがって，ジブおよび斜ロープに働く変動軸力の両振幅は，それぞれ単位波振幅あたり静的軸力の4.7%及び8.3%となる。また，ジブに生じる変動曲げモーメントの両振幅はジブのスパンの中央で単位波振幅当たり1623 t-m となる。

6. 結　　言

吊荷重3,600トン型クレーン船の波浪中の運動を，クレーン構造物の変形を考慮して解析し，吊荷に作用する動的荷重について検討した。これらを要約して以下に示す。

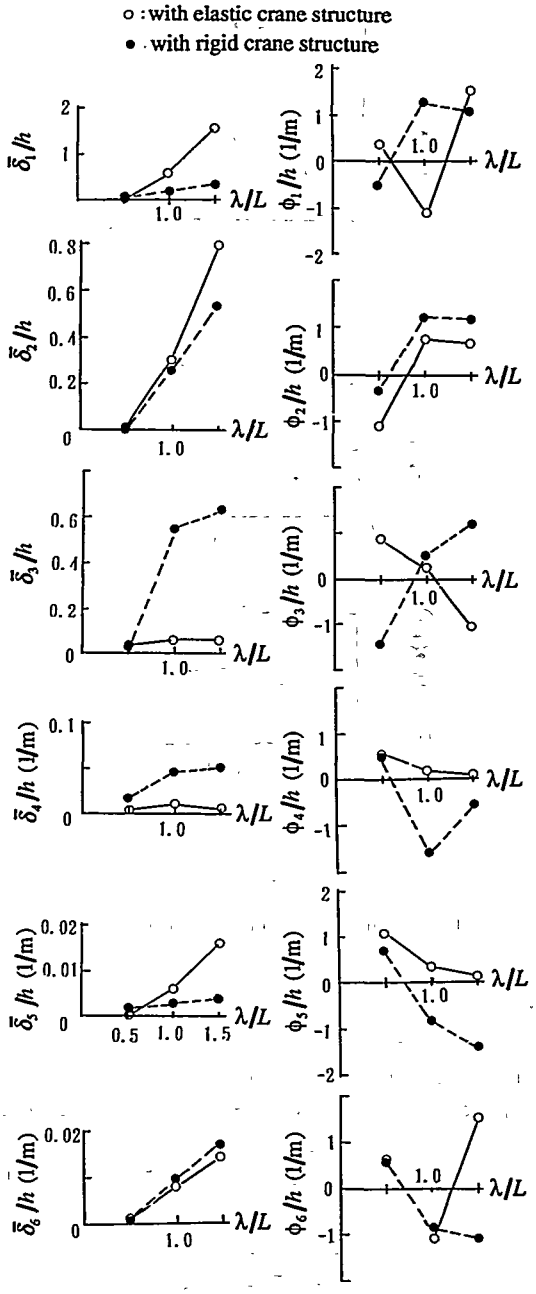


Fig. 14(c) Comparison of wave response for the model of barge hull body between the crane structure as a rigid model and the one as an elastic model (Ψ=60°)

(1) クレーン船の船体運動の計算において，クレーン構造物の弾性変形を考慮した場合と考慮しない場合を比較すれば，λ/L=0.5程度ではその相違は小さいが，λ/Lが1.0，1.5においては著しく異なる。したがって，これらの場合はクレーン船の船体運動に与えるクレーン構造物の変

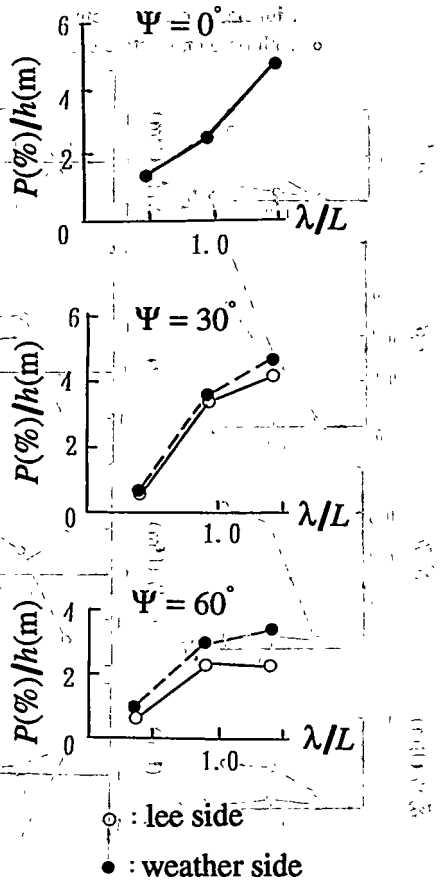


Fig. 15 Dynamic load acting upon lifting ropes

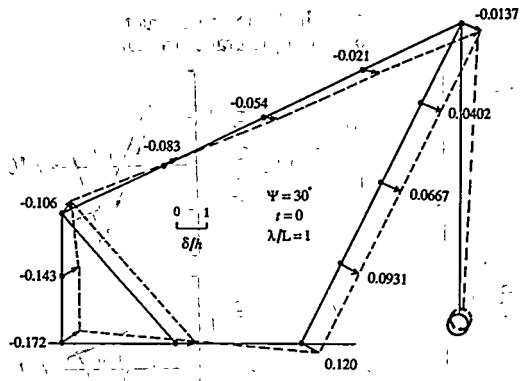


Fig. 16 Calculation of displacements for actual crane structure

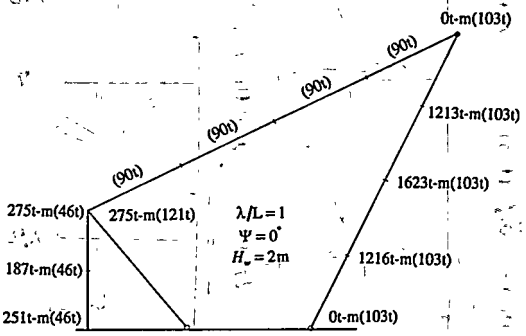


Fig. 17 Calculation of double amplitude of bending moments and axial forces for the actual crane structure

形の影響は無視できなくなる。

（2） クレーン構造物の変形を考慮した吊荷に働く動的荷重は，波高2mでλ/Lが1.5の向波状態で吊り重量の約5%となる。これに対して，クレーン構造物を剛体と見なした場合の動的荷重の推定値は13%となり，クレーン構造物の変形を考慮した場合の2.6倍となる。このように，クレーン構造物の弾性変形を考慮すれば，剛性運動から求めた吊荷の動荷重より小さくになる。

（3） ジブおよび斜ロープに働く変動軸力は，それぞれ単位波振幅あたり，静的軸力の4.7%及び8.3%に達している。

参考文献

1) 日本船舶保険連盟：起重機船等の安全回航指針，1979
2) 野尻信弘，三田重雄：クレーンバージと吊荷の連成運動について，西部造船会会報，59，43-55，1980
3) Mikio Takaki, Yoshihiro Tango: Wave Drifting Forces on Very Large Floating Structures, International Jounal of Offshore and Polar Engineering, Vol. 5, 3, 204-211, 1995

付　録

1. ジブ先端の前後方向変位 δ_x による吊荷の運動

ジブ先端の変位を $\delta_x=\delta_{xs}\sin\omega_e t+\delta_{xc}\cos\omega_e t$，吊荷の変位を x とし，いずれも同方向にとるとき，吊荷の前後方向の運動の式は次式で与えられる。

$$\ddot{x}+\frac{g}{l_h}x=\frac{g}{l_h}\delta_x \tag{A 1}$$

ここで，吊荷の前後変位による吊りロープの伸びは無視できるとする。この特解は次式で与えられる。

$$x=\frac{1}{1-\frac{l_h}{g}\omega_e^2}\delta_x \tag{A 2}$$

片舷のジブ先端の δ_x 方向に働く力 P_H は次式で与えられる。

$$P_H=-\frac{P}{2}\frac{\delta_x-x}{l_h}=\frac{P}{2\left(\frac{g}{\omega_e^2}-l_h\right)}\delta_x \tag{A 3}$$

2. ジブ先端の上下方向の変位 δ_y による吊荷の運動

ジブ先端の変位 δ_y，吊荷の変位 y を同方向にとれば，吊荷の上下方向の運動の式は，吊りロープの伸びを考慮した場合，次式で与えられる。

$$\ddot{y}+\frac{2EAg}{Pl_h}y=\frac{2EAg}{Pl_h}\delta_y \tag{A 4}$$

$\delta_y=\delta_{ys}\sin\omega_e t+\delta_{yc}\cos\omega_e t$ としたときの特解は次式となる。

$$y=\frac{1}{1-\frac{\omega_e^2}{2gEA}Pl_h}\delta_y \tag{A 5}$$

ジブ先端の δ_y 方向に働く力 P_y は次式となる。

$$P_y=-\frac{\delta_y-y}{l_h}EA=\left\{\frac{1}{1-l_h\omega_e^2P/(2gEA)}-1\right\}\frac{AE}{l_h}\delta_y \tag{A 6}$$

G96-01-3859
3-6

超大型浮体の構造挙動および構造設計に関する考察

——その2：弾性変形を考慮した復原性及び構造応答の設計——

正員 鈴 木 英 之* 正員 吉 田 宏一郎*

A Consideration on the Dynamic Behavior and the Structural Design of Large Scale Floating Structure

——2nd Report: Stability of Elastic Structure and Design of Elastic Response——

by Hideyuki Suzuki, *Member* Kōichiro Yoshida, *Member*

Summary

This paper presents two topics related to the design of large floating structure. One is a proposal of a new type of large floating structure in which the dynamic response characteristics of the edge structure is modified from the other remaining uniform part. According to the understanding on the general response of the uniform large floating structure clarified in the previous report, the response of the edge structure becomes significant. This response will not be acceptable when the structure is used for runway of an airport from the view point of noraml function and structural strength. The dynamic response of the whole structure is improved by this modification.

Another topics is stability of the large floating structure considering elastic deformation of the structure. When some buildings and other structures are built on the floating structure, local elastic deformation must be considered. By using analytical solutions of continuous plate on elastic foundation, the deflection and inclination of the large floating structure under concentarted force and moment are calculated.

1. はじめに

国土が狭く周囲を海に囲まれている我国においては，従来より沿岸の浅海域を埋め立て，各種の公共施設や産業施設を作ることが行われてきた。しかしながら，埋立に適した広い浅海面が少なくなった現在，海上空間を利用するもう一つの構造形態である超大型浮体が，基本的に免震性も期待でき，有望な工法の一つとなってきている。超大型浮体は代表寸法がキロメートルオーダーになる構造物であり，その力学的特徴は浮体に生じる弾性応答にある。この点は従来型の比較的小型の浮体で剛体運動が支配的であったのに対し大きく異なる点である。前報[1]では一様な超大型浮体を弾性支床上の有限長さの梁にモデル化して解析解を求め，波浪中弾性応答について考察を加えた。その結果，超大型浮体の特徴として次の点が明かとなった。

（1） 弾性応答の固有周波数はすべてヒーブの固有周波数より高くなる。

（2） 浮体が波に共振して応答が発散的に増大するには，波周波数と構造の固有周波数が一致する他に，入射波による空間的加振パターンと構造の固有モード形状がマッチングする2つの条件が必要である。

（3） 低周波領域では慣性力の効果は相対的に小さく，準静的評価法により応答が評価できる。

（4） 浮体の剛性と復原バネ特性によって決まる特性距離があり，この長さを超える波に対して浮体は相対的に柔軟で，波のスロープに乗って変形し，これより短い波長については剛になる。

ここに，共振とは減衰がゼロの状態で応答が発散的に増大して，無限大にいたる現象を指している。一方，加振パターンと構造のモード形状の一致のみで，周波数の一致がなくとも，発散的ではないが応答の増大が生じることは前報[1]に示した通りである。

この弾性支床上の梁モデルでは，単位振幅の波力を仮定

* 東京大学大学院工学系研究科

原稿受理 平成8年1月9日
春季講演会において講演 平成8年5月15，16日

して構造応答に注目して評価したものである。このモデル化では波は変形せずに浮体を通過するというもので，定量的な評価としては不十分であるが，構造の動的応答の特徴は明らかになった。また，安全側の想定になっており構造計画・設計上の情報を得ることができる。一方，詳細評価についてみてみると，ゼロ吃水近似で計算したディフラクション力については波上側から波下側に行くにしたがって急速に減少することが示されている[2,3,4]。しかしながら，非常に柔軟な浮体，例えばシート状の浮体では波は変形せずに浮体を通過してしまうことは経験上明らかで，このことは精密な応答評価にはラディエーション問題を厳密に解かなければならないことを示している。また，ヒーブ運動に関しては浅吃水では付加質量がかなり大きくなることが指摘されている[2]。ヒーブ運動に伴う浮体下部への流体の出入りは全て浮体周辺部から行われることを考えると，これは当然の帰結である。しかしながら，数値計算による詳細解析のためには浮体の要素分割数が膨大となり，現状の計算機の能力不足が指摘されており，設計ツールとしてはまだ研究・開発段階にある[5]。このような状況に対して，弾性支床上の梁モデルには精度上の問題があるものの，弾性挙動全般について得られる理解は実態と大きく異なることはないと考えられる。そこで，超大型浮体の計画，構造設計においてはこれら弾性挙動に関する理解に基づいて，超大型浮体の長所を活用し，短所を克服するための方針を立案することは可能である。

本報では，ポンツーン型浮体について浮体の動的応答に関する考察をさらに進めるとともに，浮体端部に生じる過大な応答を解消すべく，浮体端部において構造特性を変化させた浮体形式の提案を行う。浮体端部の動特性を変えることにより応答が改善される可能性については，著者らの参加する日本造船学会海洋工学委員会構造部会において指摘されているもので，本論文では超大型浮体の動力学的特性に基づいて改善の方針を立案して提案を行うものである。また，浮体上に構造物を搭載する際に必要な弾性変形の影響を考慮した復原性について検討を加える。

2. 大型浮体の弾性応答に関する考察

2.1 特性距離

前報[1]の結果によれば，外乱や強制変位により生じる変形は浮体全体に及ぶわけではなく，その影響は擾乱を与えられた所から距離とともに指数関数的に減少し，局所的な範囲に変形が限定される。定量的には浮体剛性 EI と復原バネ k_c によって決まる特性距離

$$\lambda=2\pi\sqrt{2}\left(\frac{EI}{k_c}\right)^{1/4} \tag{1}$$

を隔てると擾乱の影響がなくなることを，斉次解に含まれる指数関数の指数部の解釈から示した。板の場合には，式中の梁の曲げ剛性 EI を板の曲げ剛性 D と入れ換えることになる。一方，後に復原性のところで示すように，浮体に集中荷重を加えたときの変形を実際に計算し，影響が及ぶ範囲の寸法を求めてみると，荷重を加えた点を含めて，

$$L_p=8.0\left(\frac{D}{k_c}\right)^{1/4} \tag{2}$$

となることが示される。言い換えると，この距離 L_p の範囲内に加えられた複数の外乱や擾乱は平均化されると解釈できる。つぎに，波によって浮体に生じる内力について考えてみる。特性距離より短い波長の入射波については，波力が平均化され，互いに相殺されるため浮体の変形は極めて小さくなる。したがって，内力も小さい。一方，特性距離より長い入射波については平均化の効果が小さくなり，浮体の変形は顕著になり波面に乗った変形を示すようになり，内力も顕著に発生するようになる。この場合，超大型浮体には波面の曲率によって決まる曲げ応力が生じるので，波長が長くなるほど曲率も小さく曲げ応力は低下する。したがって，特性距離程度の波長に対して内力も最大になることが予想され，内力に関しても特性距離が有効な指標になる。実際，支配方程式を解いて定量的に評価すると前報[1]に示したように，内力が最大となる波長は，

$$L_w=2\pi\left(\frac{EI}{k_c}\right)^{1/4} \tag{3}$$

となり，特性距離に近い値となる。また，このときの特性周波数は次式のようになる。

$$\omega=\left(\frac{k_c g^4}{EI}\right)^{1/8} \tag{4}$$

以上，それぞれ異なる観点から評価した，λ, L_p, L_w が定量的にもほぼ一致していることは，特性距離が浮体の挙動を論じ，判断する上で有効な指標であることを示しているものと考えられる。

2.2 弾性振動の固有周波数と固有モードの励起

前報[1]では弾性支床上の梁については，ヒーブ運動の固有周波数を最小として，弾性応答の固有周波数はこれより高くなることを示した。同じ結論が弾性支床上の任意形状の異方性板についても成り立つことが示せる。証明をAppendix Aに示す。さらに大型浮体の固有モードが励起され共振が生じるためには，加振周波数と固有周波数の一致の他に，加振パターンと固有モード形状のマッチングが必要であることを示した。この後者の条件については，弾性支床上の梁について定性的に述べていたが，対象を異方性板に拡張して定量的に評価することを試みる。まず，異方性板で浮体をモデル化した場合の動的応答の支配方程式は次式になる。

$$m\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+c\frac{\partial w}{\partial t}+D_x\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2(D_1+2D_{xy})\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+D_y\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}+k_c w=f(x,y)\sin(k_x x+k_y y-\omega t) \tag{5}$$

ここに，w=浮体たわみ，k_c=浮体の分布復原バネ定数，D_x,

D_1, D_{xy}, D_y＝浮体剛性，m＝浮体面密度，c＝減衰係数。ここで，波力を $f\sin(k_x x+k_y y-\omega t)$ とする。m, c, k_c, f には容易に周波数依存性を持たせることができる。系の減衰が小さい場合，モード形状は無減衰の場合の固有モード $\phi(x, y)$ で良い近似となる。この場合，共振時の応答は次式で表される。

$$w=a\phi(x, y)\sin(\omega t+\delta) \tag{6}$$

ここで，ω は励起される固有モードの固有周波数で，波周波数と一致しているものとする。a は応答振幅である。また，$\phi(x, y)$ は正規化されているものとする。これを支配方程式に代入し，$\phi(x, y)\sin(\omega t+\delta)$ が無減衰の場合の支配方程式を満たすことを考慮すると次式が成り立つ。

$$ac\omega\phi(x, y)\cos(\omega t+\delta)=f(x, y)\sin(k_x x+k_y y-\omega t) \tag{7}$$

モード形状 $\phi(x, y)$ と両辺の内積をとる。

$$\begin{aligned} ac\omega(&\cos\omega t\cos\delta-\sin\omega t\sin\delta) \\ &=\iint f\phi(x, y)\{\sin(k_x x+k_y y)\cos\omega t \\ &\quad -\cos(k_x x+k_y y)\sin\omega t\}dxdy \end{aligned} \tag{8}$$

$\sin\omega t$ 成分と $\cos\omega t$ 成分に分けて整理し，位相 δ を消去すると応答振幅が得られる。

$$a=\left[\left\{\iint f\phi(x, y)\sin(k_x x+k_y y)dxdy\right\}^2+\left\{\iint f\phi(x, y)\cos(k_x x+k_y y)dxdy\right\}^2\right]^{1/2}\Big/c\omega \tag{9}$$

これによると，共振時のピーク高さは周波数に逆比例して減少し，さらに分子の加振パターンと固有モード形状の内積に依存する。例えば，入射波による波力の空間的変動に対して励起される固有モードの波長が長い場合，すなわち浮体が相対的に剛で，波力が浮体によって平均化され相殺される状態が，この加振パターンと固有モード形状が直交する場合に当たる。この場合，加振パターンとモード形状のマッチングが崩れており，固有振動を励起するエネルギーの流入は少ない。したがって，入射するエネルギーを有効に消費する機構，たとえば動吸振器，浮体の一部を動吸振器として活用することにより有効に応答を小さくすることができる。

3. 端部で特性が異なる浮体の提案

3.1 弾性応答の改善

浮体の応答を外部から拘束することなく改善するためにはFig. 1に示すように，端部の特性を変えることが一つの手法として考えられる。まず，一様なポンツーン型浮体に生じるたわみは，Fig. 2に示すように，低周波数側で波長が長くスパンが大きい場合，浮体は相対的に柔軟になり，浮体は波に乗り，波振幅とたわみ振幅はほぼ同じになる。波周波数が増すと浮体は相対的に剛になり，この領域では局所的な相殺効果により起振エネルギーの流入は小さくなり，浮体中央における応答はほとんどゼロになる。一方，浮体端部にはかなりの応答が残る。さらに周波数が高くなり，ヒーブの固有周波数を超えると弾性応答の固有周波数の存在領域に入り共振の可能性が生じる。以上の動的応答に関する理解を浮体の設計・改善に活かすには次の方針が考えられる。

（1） 浮体剛性を増すことにより，浮体が波に乗って変形する周波数領域を低周波数側に圧縮して，波周波数範囲0.3～1.2 rad/secにおける浮体全体の応答特性を改善する。

（2） 浮体剛性を増すことにより，波力の相殺効果を増して浮体応答全般を減少させる。

（3） 浮体を軽量化して弾性応答の固有周波数を高周波数側に押しやり，共振ピークの影響を排除して0.3～1.2 rad/secにおける応答特性を改善する。

（4） 浮体端部の動特性を変化させてダンパーとして機能させる。

以上の方針にしたがって応答の低くなる周波数帯を広

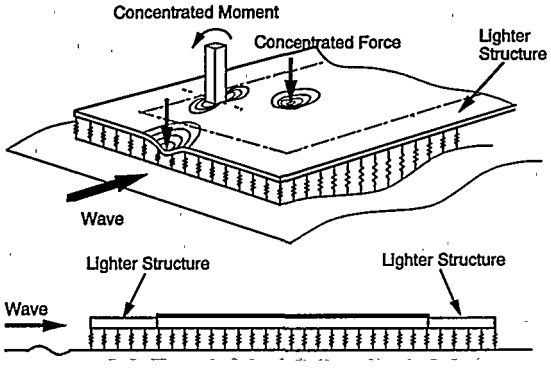


Fig. 1 Proposed large floating structure with damper structure

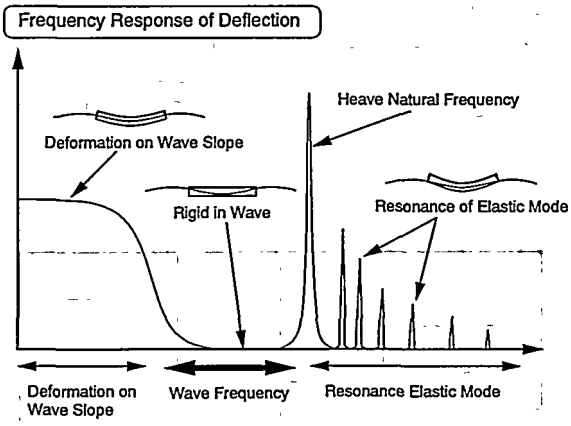


Fig. 2 Frequency response of pontoon type large floating structure

げ，ポンツーン型浮体の応答が小さくなるよう改善を行った。応答改善前の浮体を“基準浮体”とし，浮体の全体剛性を高め軽量化した浮体を“改良浮体1”とする。浮体の特性値をTable 1に示す。ここで，“基準浮体”は前報[1]で用いたものを再掲したもので，浮体表面を運輸省航空局の“空港コンクリート舗装構造設計要領”[6]により最大で1m厚さのコンクリートで舗装することとしている。この浮体は航空機の機体重量を集中荷重として考慮し，浮体の上下面の板厚を30mmとし，型深さを4mとしている。“改良浮体1”は，浮体の型深さを増して浮体剛性を高め，コンクリートの補強強度を上げることによりコンクリートの舗装厚さを減らして軽量化を図っている。あるいは，浮体断面を下向きに凸な櫛形にして水線面積を少なくして付加質量を減らして軽量化することも考えられる。

さらに，応答を抑えるためにFig. 1に示すように浮体端部100mの範囲の特性を浮体本体と変えダンパーとしたものを“改良浮体2”とした。この端部浮体の特性は，軽量化してヒーブの固有周波数を高周波数側に設定して，弾性応答の共振周波数を高くする方向で設定した。これは，質量が大きい1自由度バネ質点系に質量が小さく固有周波数が高い1自由度バネ質点系を連結した場合に，連成した系の固有周波数は連結前の個々の固有周波数が互いに接近する方向に変化し，逆に，質量が小さく固有周波数が低い1自由度バネ質点系を連結した場合には逆に遠ざかるという現象が簡単な計算から示せるので，このアナロジーとして考案したものである。事実，端部の質量を増すと低周波数側に応答のピークが現れ応答は悪くなることが一連の計算から明らかになった。

運輸省船舶技術研究所も浮体端部をTLP形式とする案を提案している。これは浮体端部を拘束して端部応答を抑えるものであり，外部からの拘束を導入しないで応答改善を図るというここでの検討方向とは異なるが，広く解釈すれば端部浮体の固有周波数を高く設定して応答を改善するという方向の改良であり，応答は改善されるものと考えられる。また，このことは弾性応答を伴う浮体の係留を考える上で，係留が全体挙動に関連して新たに担うべき役割があることを示唆している。一方で，端部浮体をTLPではなく半潜水式とすると，上記の理由により応答は改善されず必ずしも得策とはならないと考えられる。

Table 1　計算モデルの力学的特性

ポンツーン型（全体剛性：小、復原バネ：大）

	基準浮体（一様浮体）	改良浮体1（軽量、高剛性）	改良浮体2	
			浮体中央部	端部浮体
浮体長さ：　L_f (m)	5000	5000	4800	100
復原バネ定数：k_s (N/m²)	9800	9800	9800	9800
浮体剛性：　EI (Nm²)	8.069×10^{10}	1.291×10^{12}	1.291×10^{12}	1.291×10^{12}
浮体線密度：　m (kg/m²)	7060	4560	4560	2060
減衰係数：　c (Ns/m²)	30	30	30	30

波力振幅は単位波高を仮定し $f=k_s$ とする。数値は浮体単位幅当たりの値を示す。

浮体の応答計算法は前報[1]で得られた解析解を区分的に接続して場所によって浮体特性や波力が異なる場合を取り扱えるようにした解法である。この解法については定式化は異なるものの，藤久保[7]によるものと本質的には同じものと考えられる。定式化の詳細をAppendix Bに示す。また，一連の計算では $c=30\ \mathrm{Ns/m^3}$ という減衰係数を用いたが，この値からヒーブ運動の対数減衰率 γT を求めると次のようになる。

$$\gamma T=0.011 \tag{10}$$

ここに，$T=2\pi/(\omega_0^2-\gamma^2)^{1/2}$＝固有周期，$\gamma=c/2m=2.125\times10^{-3}$，$\omega_0^2=k/m=1.388$ である。したがって，かなり小さな減衰量を仮定していることになる。したがって，実際の応答では高周波弾性応答の重要性は以下に図示するよりかなり低くなるものと考えられる。

3.2　計算結果

検討の原点となる”基準浮体”のたわみ，曲げ応力の周波数応答関数をFig. 3, Fig. 4に示す。浮体中央を座標原点として，図中の点線 $x=2500$ m は浮体端部の応答を，実線 $x=0$ は浮体中央における応答を示す。次に，浮体の型深さを増して剛性を16倍に増し，浮体のコンクリート舗装を薄くすることで軽量化した“改良浮体1”の応答をFig. 5, Fig. 6に示す。応答特性は目標としたように改善された。

まず，たわみについてみると，浮体が波に乗って変形する周波数領域は浮体剛性によって支配され，基準浮体ではFig. 3に示すように特性周波数0.428 rad/sec以下であることが確認された[1]。一方，浮体剛性を増すことによってFig. 5に示すように0.302 rad/sec以下の低周波数側に圧縮することができた。この点に関しては浮体端部の特性を変えても影響はほとんどない。特性周波数以上で弾性応答の固有周波数範囲以下の周波数では，局所的な波力の相殺効果によって，浮体内部のたわみ応答は非常に小さくなる。浮体端部には応答が残るが，浮体剛性を増すことによって基本的に低下させることができる。しかしながら，浮体端部の応答は弾性応答の固有周波数のピークが周波数的に近くにあり，その影響を受ける。このため，浮体剛性を高めるだけでは効率的に浮体端部の応答を低くすることはできない。そこで，方針(3)に従って浮体を軽量化してヒーブの固有周波数を高周波数側に押しやることにより，Fig. 5に示すように浮体端部の応答を効率的に下げることができた。また，浮体剛性を高めることにより，先に述べたマッチングにより低周波数側に生じる曲げ応力のピークは低下しており，海象条件にもよるが，剛性を高めた方が全般的に有利であるように思われる。

つぎに，浮体端部の特性を変えてこの部分をダンパーとして用いることを“改良浮体2”として試みた。5000mの浮体の両端100mの部分の特性をTable 1に示すように，

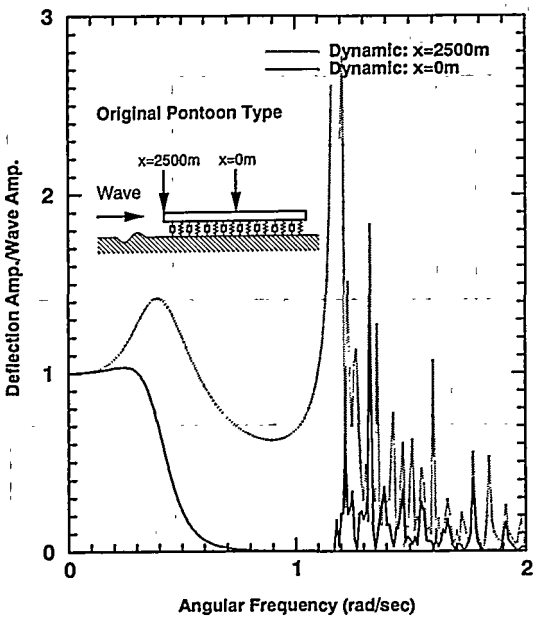


Fig. 3　Freqluency Response of Deflection Amplitude

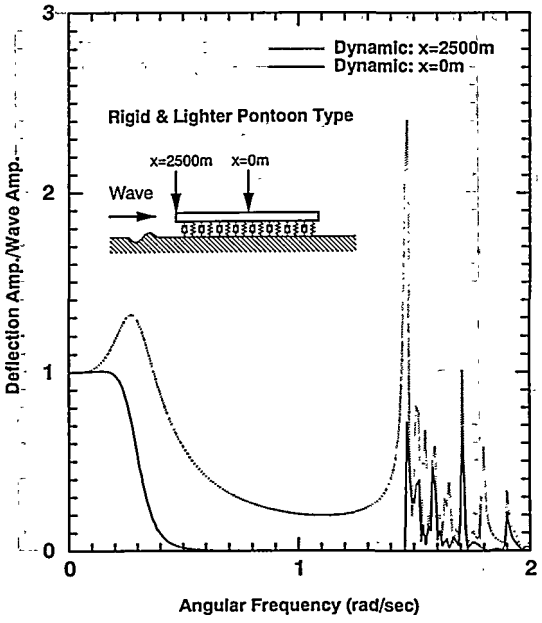


Fig. 5　Frequency Response of Deflection Amplitude

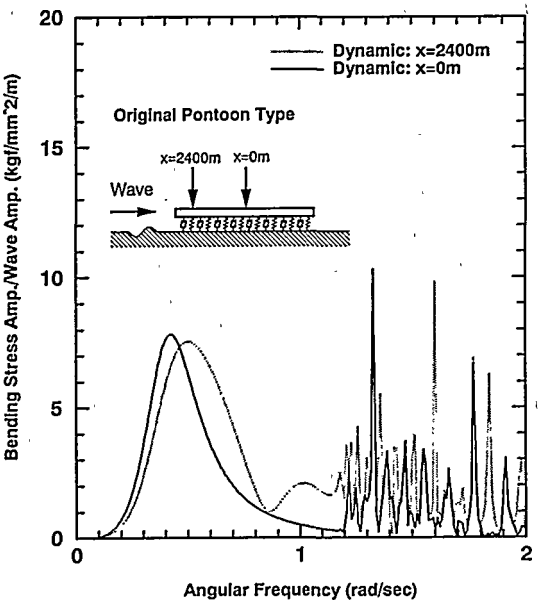


Fig. 4　Frequency Response of Bending Stress Amplitude

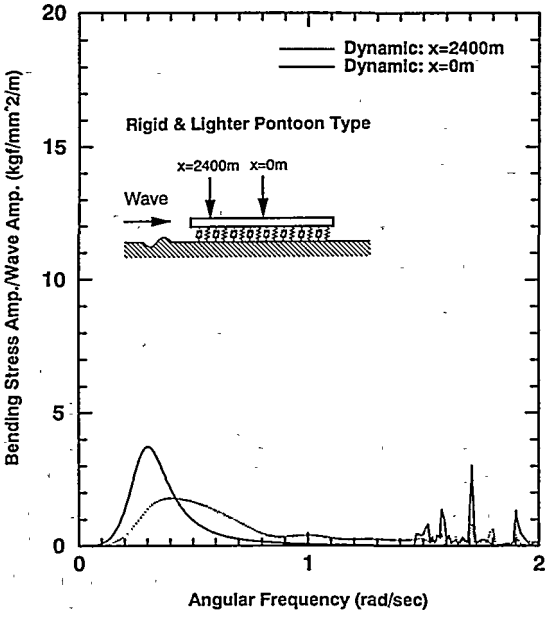


Fig. 6　Frequency Response of Bending Stress Amplitude

さらに軽量な浮体に変更したもので，計算結果を Fig. 7 に示す。先に述べたように，弾性応答を励起するエネルギーの流入を効率的に阻止し，消費できた結果，弾性応答の固有周波のピーク高さを効率的に低下させ，ダンパーとして機能させることができた。一方，浮体端部を重くすると，先に述べたように低周波数側にピークが現れ，これに全体の応答が影響を受け応答特性の改善にはつながらなかった。

ここで用いた流体力は，付加質量を一定とし，さらに波は変形せずに浮体を通過するというものである。実際にはディフラクション力は波上側から単調に減少することになるので，ここで用いた仮定は安全側の評価である。しかしながら波上側の最も重要な局所的応答に関してはかなり良い推定となっているものと考えられる。一方の極端として，

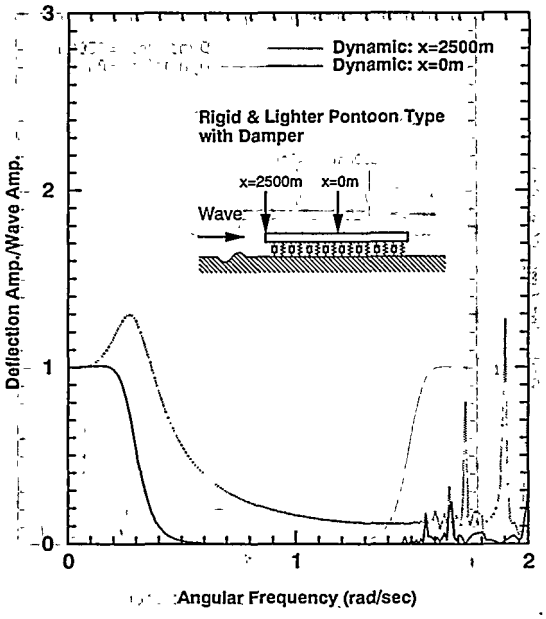


Fig. 7　Frequency Response of Deflection Amplitude

非常に柔軟な浮体については波は変形せずに浮体を通過するはずであり，ラディエーション問題をきちんと解くことが必要である。一方，浅水域でヒーブ運動に関する付加質量は非常に大きく，これは，事実上ヒーブ運動は生じにくいことを示していると考えられる。

4.　弾性変形を考慮した復原性

超大型浮体上に建築物など構造物を建てる場合には，これらの構造物が転倒しないように，弾性変形を伴う場合の浮体の復原性を知る必要がある。ここでは，超大型浮体を弾性支床上の等方性板にモデル化して検討を加え，集中荷重を受ける場合と，集中モーメントを受ける場合に浮体に生じる変位と傾斜を求めることで復原性を検討した。解法は弾性支床上の有限幅半無限板の斉次解[9]の線形重ね合わせで解を表現し，境界条件から係数を決める方法である。結論を先に述べると，荷重を受けて局所的に生じる変形は，ある寸法の矩形剛板が復原バネで支持された場合と同等の挙動を示すことが分かった。たとえば，浮体中央に集中荷重を受ける場合に浮体に生じる変位は，復原バネで支持された1辺 $2.8290(D/k_c)^{1/4}$ の正方形剛板中央に集中荷重が加わる場合と同じになる。また，集中モーメントを受け傾斜を生じる場合にはこの寸法は $1.7355(D/k_c)^{1/4}$ となる。浮体端部に集中荷重や集中モーメントが加わる場合の変位，傾斜は，同じ荷重を浮体中央に加えた場合のほぼ4倍になることが分かった。解法については Appendix C に紹介する。

Appendix C に示す解法によって得られた結果を一覧表として Table 2 に示す。浮体端部に生じる変位，傾斜は浮体中央部に比べてともにほぼ4倍となる。この計算式に従って“基準浮体”，関西空港第一期工事浮体案について計算したものを Table 3 に示す。表中に示した造船工業会による検討結果[9]は浮体端部寄りの位置における値であり，浮体中央の値より若干大きくなる傾向にあり，本解析法はかなり良い推定結果となっていると考えられる。

Table 2　集中荷重 P，集中モーメント M によって浮体に生じる変位，傾斜

		位置		変数の定義
		端部	中央	
構造	梁	傾斜 = $\sqrt{2}\,\frac{M}{k_c L^3}$	傾斜 = $\frac{P}{2\sqrt{2}\,k_c L^2}$	$L=\left(\frac{EI}{k_c}\right)^{1/4}$　k_c：単位長さ当たりの仮設バネ
	板	たわみ = $0.45195\,\frac{P}{k_c L^2}$ 傾斜 = $4.61140\,\frac{M}{k_c L^3}$	たわみ = $0.12499\,\frac{P}{k_c L^2}$ 傾斜 = $1.32285\,\frac{M}{k_c L^3}$	$L=\left(\frac{D}{k_c}\right)^{1/4}$　k_c：単位面積当たりの仮設バネ

P = 集中荷重，M = 集中モーメント

Table 3　荷重点に生じる浮体のたわみ計算例

構造形式		浮体たわみ 中央	浮体たわみ 端部	計算条件	造船工業会 関空一期検討結果（浮体中央より端部寄）
ポンツーン		0.022 m	0.080 m	EI = 8.069x10¹⁸ Nm K_c = 9800 N/m³ L = 53.6 m	
関空一期	A型	0.031 m	0.115 m	D = 2.247x10¹¹ Nm K_c = 1718 N/m³ L = 106.9 m	0.046m
	B2型	0.042 m	0.155 m	D = 2.247x10¹¹ Nm K_c = 948 N/m³ L = 124.1 m	0.061m

共通事項：集中荷重 = 500tf　　$L=\left(\frac{D}{k_c}\right)^{1/4}$ or $\left(\frac{EI}{k_c}\right)^{1/4}$

幅 a の有限幅無限長さの浮体中央に集中荷重 $P(x, y)=P\delta(x-a/2, y)$ を加え，浮体幅を十分に大きく取った場合の結果を紹介する。集中荷重が加わっている位置から距離 aL だけ離れている点における変位は次式で表される。

$$w\left(\frac{a}{2}+aL, 0\right)=\sum a_m \sin\frac{m\pi}{2}\left(\frac{a}{2}+aL\right)$$
$$=\frac{a^2P}{L^4k_c}\sum_{m=1,3,5,\cdots}\frac{\cos\frac{m\pi aL}{a}}{(a\beta_m)\{(a\beta_m)^2+(a\gamma_m)^2\}} \qquad (11)$$

ここに，$L=(D/k_c)^{1/4}$。以上の結果を計算し，荷重点での変位で無次元化すると，たわみの変化は無次元量 a のみの関数となる。生じる変形は Fig. 8 に示すように，どのような浮体であっても $4.0L$ 離れるとほとんどたわみがなくなることが分かる。言い換えると外乱や変形の影響の及ぶ範囲は $8.0L$ となることが分かる。

5.　お　わ　り　に

弾性応答が支配的になる超大型浮体の構造設計につい

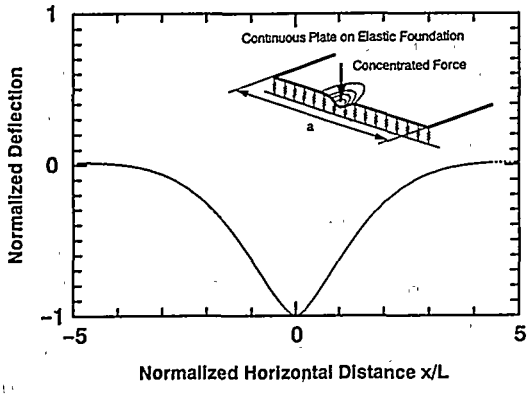


Fig. 8　Deflection of Pontoon under Concentrated Force

て，前報の考察をさらに進め，超大型浮体を弾性支床上の異方性板にモデル化した上で，弾性応答の固有振動数の存在範囲がヒーブの固有振動数より高い範囲になることを示した。また，波に対する共振時の応答のピーク高さは波周波数に逆比例し，さらに，波力の空間的加振パターンと励起されるモード形状の内積により，共振時の加振エネルギーの流入の程度が決まることを示した。

さらに，超大型浮体の動的応答に関する理解に基づいて，浮体の端部特性を変えて浮体端部の過剰な応答を改善した浮体の提案を行った。この浮体については，一様浮体の波浪中応答に関する解析解を区分的に接続する解析法により応答を確認した。

また，超大型浮体上に建築物など構造物を建てる場合に必要になる，浮体の弾性変形を考慮した復原性について検討を加えた。超大型浮体を弾性支床上の等方性板にモデル化し，弾性支床上の有限幅半無限板の斉次解の線形重ね合わせで解を表現した。浮体中央に集中荷重を受ける場合に浮体に生じる変位は，復原バネで支持された1辺 $2.8290(D/k_c)^{1/4}$ の正方形剛板中央に集中荷重が加わる場合と同じになる。また，集中モーメントを受ける場合にはこの寸法が $1.7355(D/k_c)^{1/4}$ となる。浮体端部に集中荷重が加わる場合の変位は，同じ荷重を浮体中央に加えた場合のほぼ4倍になることが分かった。

参　考　文　献

1) 鈴木英之，吉田宏一郎："超大型浮体の構造挙動および構造設計に関する考察"，日本造船学会論文集，第178号，1995，pp. 473-483 掲載予定.
2) 山下誠也：浅喫水箱形浮体の波浪中動揺と変動圧力，日本造船学会論文集，第146号，pp. 165-172，1979.
3) 安澤幸隆："規則波中の超大型浮体構造物の diffraction force に関する考察"，日本造船学会海洋工学委員会構造部会弾性応答 WG，OSLE 8-3，1995.
4) 矢後清和：可撓性箱型浮体の強制動揺実験と変動圧力分布，第13回海洋工学シンポジウムテキスト，pp. 313-320，1995.
5) 宮島省吾，馬寧：超大型浮体式海洋構造物の弾性応答について－最近の研究動向－，第13回海洋工学シンポジウムテキスト，pp. 177-184，1995.
6) 運輸省航空局："空港コンクリート舗装構造設計要領"，航空振興財団，1990.
7) 藤久保昌彦："スペクトル有限要素法による弾性基礎上の梁の強制振動解析"，日本造船学会海洋工学委員会構造部会弾性応答 WG，OSLE 7-1，1995.
8) S. P. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger, "Theory of Plates and Shells", 2nd edition 22nd printing, McGraw-Hill, 1981.
9) 宝田直之助："超大型海洋構造物のテクノロジ・アセスメントの一例（その5）（浮体工法による海上空港建設に対する技術検討）"，日本造船学会誌，第642号，pp. 20-37，1982.

Appendix A 弾性支床上の板の固有周波数

弾性支床上の梁については，ヒーブの固有周波数を最小として，弾性応答の固有周波数はこれより高くなることが示された。同じ結論が弾性支床上の任意形状の異方性板についても成り立つことを示すことができる。まず，無減衰の場合の板の振動方程式は

$$m\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+D_x\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2(D_1+2D_{xy})\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+D_y\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}+k_c w=0 \qquad \text{(A 1)}$$

無減衰の場合板の振動エネルギーは保存されるので，つぎの関係が成り立つ。

$$\iint\left[\frac{1}{2}m\dot{w}^2+\frac{1}{2}\left\{D_x\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2+2D_1\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+D_y\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2+4D_{xy}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2\partial y^2}\right)^2\right\}+\frac{1}{2}k_c w^2\right]ds=\text{const.} \qquad \text{(A 2)}$$

ここで，固有振動 $w(x, y, t)=\phi(x, y)\sin\omega t$ が生じているとすると，上記のエネルギー保存則に代入してつぎの関係が得られる。

$$\left[\iint\frac{1}{2}m\phi^2\omega^2 ds\right]\cos^2\omega t+\left[\iint\left[\frac{1}{2}\left\{D_x\left(\frac{\partial\phi^2}{\partial x^2}\right)^2+D_1\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}\frac{\partial\phi^2}{\partial y^2}+D_y\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}\right)^2+D_{xy}\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2\partial y^2}\right)^2\right\}+\frac{1}{2}k_c\phi^2\right]ds\right]\sin^2\omega t=\text{const.} \qquad \text{(A 3)}$$

この関係が定数であるためには以下の関係が必要である。

$$\iint\frac{1}{2}m\phi^2\omega^2 ds=\iint\left[\frac{1}{2}\left\{D_x\left(\frac{\partial\phi^2}{\partial x^2}\right)^2+D_1\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}\frac{\partial\phi^2}{\partial y^2}+D_y\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}\right)^2+D_{xy}\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2\partial y^2}\right)^2\right\}+\frac{1}{2}k_c\phi^2\right]ds \qquad \text{(A 4)}$$

さらに変形して，

$$\omega^2=\left[\iint\left[\frac{1}{2}\left\{D_x\left(\frac{\partial\phi^2}{\partial x^2}\right)^2+D_1\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}\frac{\partial\phi^2}{\partial y^2}+D_y\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}\right)^2\right.\right.$$

$$+D_{xy}\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2\partial y^2}\right)^2\Big\}\Big]ds\Big]\Big/\Big[\iint\frac{1}{2}m\phi^2ds\Big]$$

$$+\frac{\iint k_c\phi^2ds}{\iint m\phi^2ds} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(A 5)}$$

物理的な意味から，任意の変形に対して歪みエネルギーは常に正である。そこで，m と k_c の比が一定であるとするとさらに次の関係が成り立つ。

$$\omega^2>\frac{\iint k_c\phi^2ds}{\iint m\phi^2ds}=\frac{k_c}{m} \qquad \text{(A 6)}$$

したがって，弾性支床上の任意形状の板についてもヒーブの固有周波数$\omega=\sqrt{k_c/m}$ が最も低い固有周波数となり，弾性応答の固有周波数は全てこの値より高くなる。異方性板あるいは板の断面特性が場所によって変化する場合についても，任意の変形に対して歪みエネルギーは常に正であるので，m と k_c の比が一定ならば上記の展開は成り立ち，結論は有効である。

Appendix B 場所により浮体特性の異なる浮体の解法

浮体特性が場所で異なる場合を解析するために，有限長さの梁について得られている解析解[1]を，区分的に接続する解析手法の定式化を行う。これにより，端部における浮体特性を変える場合の計算が可能となる。まず，弾性支床上の梁の支配方程式次のようになる

$$m\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+c\frac{\partial w}{\partial t}+EIw''''+k_cw=f\sin(kx-\omega t) \qquad \text{(B 1)}$$

この支配方程式の解析解は，支配方程式となる非斉次微分方程式の特解と斉次微分方程式の線形独立な斉次解8個の線形和で表され，次式のようになる[1]。

$$\begin{aligned}w(x,t)=&\{-A\cos kx+B\sin kx\}\sin\omega t\\&+\{A\sin kx+B\cos kx\}\cos\omega t\\&+\{a_1\phi_1(x)+a_2\phi_2(x)+a_3\phi_3(x)+a_4\phi_4(x)\\&+a_5\phi_5(x)+a_6\phi_6(x)+a_7\phi_7(x)\\&+a_8\phi_8(x)\}\sin\omega t+\{a_1\phi_4(x)+a_2\phi_3(x)\\&-a_3\phi_2(x)-a_4\phi_1(x)-a_5\phi_8(x)-a_6\phi_7(x)\\&+a_7\phi_6(x)+a_8\phi_5(x)\}\cos\omega t \qquad \text{(B 2)}\end{aligned}$$

ここで，境界条件を与えて未定係数 a_n を決定すると解が求まる。ここに，斉次解 ϕ_n は次のような形をしている。

$$\begin{aligned}\phi_1&=\sinh\alpha_1x\cos\beta_1x\\\phi_2&=\cosh\alpha_1x\cos\beta_1x\\\phi_3&=\sinh\alpha_1x\sin\beta_1x\\\phi_4&=\cosh\alpha_1x\sin\beta_1x\\\phi_5&=\sinh\alpha_2x\cos\beta_2x\\\phi_6&=\cosh\alpha_2x\cos\beta_2x\\\phi_7&=\sinh\alpha_2x\sin\beta_2x\\\phi_8&=\cosh\alpha_2x\sin\beta_2x\end{aligned} \qquad \text{(B 3)}$$

(B 2)式の一般解から浮体に生じる曲げモーメント，せん断力を求めて $\sin\omega t$, $\cos\omega t$ 各成分を列記する形で行列表示すると次式が得られる。

$$H_F(x)=\Phi_F(X)A \qquad \text{(B 4)}$$

同様にして浮体の変位，勾配を表すと次式で表される

$$H_D(x)+\Phi_D(X)A \qquad \text{(B 5)}$$

こに，A は(B 2)式の係数 a_i よりなる係数ベクトル，Φ_F, Φ_D は斉次解およびこれを微分したものからなる行列である。H_D, H_F はそれぞれ非斉次方程式の特解から求めた変位および勾配のベクトルと曲げモーメントおよびセン断力のベクトルである。ベクトル，行列の内容を次に示す。

$$A^T=[a_1\ a_2\ a_3\ a_4\ a_5\ a_6\ a_7\ a_8] \qquad \text{(B 6)}$$

$$H_D(X)=\begin{bmatrix}(-A\cos kx+B\sin kx)\\k(A\sin kx-B\cos kx)\\(A\sin kx+B\cos kx)\\k(A\cos kx-B\sin kx)\end{bmatrix} \qquad \text{(B 7)}$$

$$H_F(X)=\begin{bmatrix}EIk^2(\ \ A\cos kx-B\sin kx)\\EIk^3(-A\sin kx-B\cos kx)\\EIk^2(-A\sin kx-B\cos kx)\\EIk^3(-A\cos kx+B\sin kx)\end{bmatrix} \qquad \text{(B 8)}$$

$$\Phi_D(X)=\begin{bmatrix}\phi_1&\phi_2&\phi_3&\phi_4&\phi_5&\phi_6&\phi_7&\phi_8\\\phi_1'&\phi_2'&\phi_3'&\phi_4'&\phi_5'&\phi_6'&\phi_7'&\phi_8'\\\phi_4&\phi_3&-\phi_2&-\phi_1&-\phi_8&-\phi_7&\phi_6&\phi_5\\\phi_4'&\phi_3'&-\phi_2'&-\phi_1'&-\phi_8'&-\phi_7'&\phi_6'&\phi_5'\end{bmatrix} \qquad \text{(B 9)}$$

$$\Phi_F(X)=\begin{bmatrix}EI\phi_1''&EI\phi_2''&EI\phi_3''&EI\phi_4''&EI\phi_5''&EI\phi_6''&EI\phi_7''&EI\phi_8''\\EI\phi_1'''&EI\phi_2'''&EI\phi_3'''&EI\phi_4'''&EI\phi_5'''&EI\phi_6'''&EI\phi_7'''&EI\phi_8'''\\EI\phi_4''&EI\phi_3''&-EI\phi_2''&-EI\phi_1''&-EI\phi_8''&-EI\phi_7''&EI\phi_6''&EI\phi_5''\\EI\phi_4'''&EI\phi_3'''&-EI\phi_2'''&-EI\phi_1'''&-EI\phi_8'''&-EI\phi_7'''&EI\phi_6'''&EI\phi_5'''\end{bmatrix} \qquad \text{(B 10)}$$

複数の要素浮体が連結して浮体が構成される場合，端部では曲げモーメント・セン断がゼロとなり，接続点では変位・勾配，曲げモーメント・セン断力が連続となる。複数の要素浮体からなる場合にこの境界条件をベクトルと行列を用いて表示したものを以下に示す。下指標 $1, 2, \cdots, n$ は各浮体の番号を示し，下指標 R, L は着目している浮体の右端，左端を示す。この境界条件を解くことによって各要素浮体の未定係数を解くことができ，浮体の任意点におけるたわみが求められる。

$$
0=\begin{bmatrix} H_{F1}(x_{1L}) \\ H_{D1}(x_{1R})-H_{D2}(x_{2L}) \\ H_{F1}(x_{1R})-H_{F2}(x_{2L}) \\ H_{D2}(x_{2R})-H_{D3}(x_{3L}) \\ H_{F2}(x_{2R})-H_{F3}(x_{3L}) \\ \vdots \\ H_{Fn}(x_{nR}) \end{bmatrix}
+\begin{bmatrix} \Phi_{F1}(x_{1L}) & & & & \\ \Phi_{D1}(x_{1R}) & -\Phi_{D2}(x_{2L}) & & & \\ \Phi_{F1}(x_{1R}) & -\Phi_{F2}(x_{2L}) & & & \\ & \Phi_{D2}(x_{2R}) & -\Phi_{D3}(x_{3L}) & & \\ & \Phi_{F2}(x_{2R}) & -\Phi_{F3}(x_{3L}) & & \\ & & \vdots & & \\ & & \vdots & & \vdots \\ & & & & \Phi_{Fn}(x_{nR}) \end{bmatrix}
\times\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix} \tag{B 11}
$$

Appendix C　集中荷重，集中モーメントによる弾性支床上の板のたわみ，曲げ変形

Fig. 9 に示すように，一辺に集中荷重あるいは集中モーメントが作用し，向かい合う残る2辺が単純支持された弾性支床上の有限幅半無限長さの板の解は，無限遠と両側支持の境界条件を満足する斉次解[8]の級数和として次のように表される。

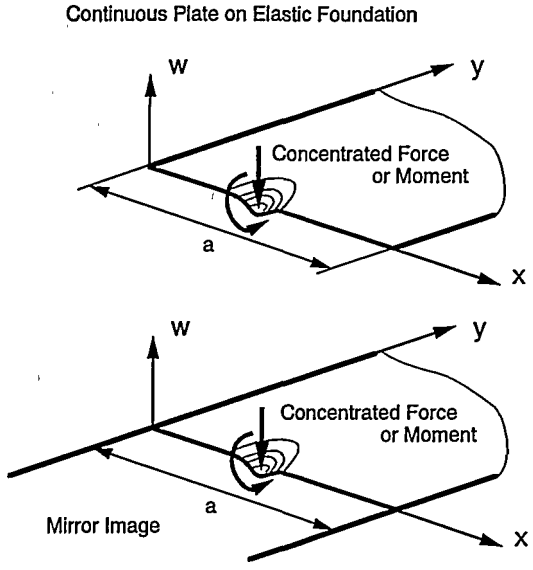


Fig. 9　Calculation models for local stability of large floating structure

$$
w=\sum(a_m e^{-\beta_m y}\cos\gamma_m y+b_m e^{-\beta_m y}\sin\gamma_m y)\sin\frac{m\pi x}{a} \tag{C 1}
$$

ここに，a は板幅である。さらに，

$$
\beta_m=\sqrt{\frac{1}{2}\left\{\left\{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^4+\frac{k_c}{D}\right\}^{1/2}+\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2\right\}}
=\frac{1}{a}\sqrt{\frac{1}{2}\left\{\left\{(m\pi)^4+\left(\frac{a}{L}\right)^4\right\}^{1/2}+(m\pi)^2\right\}} \tag{C 2}
$$

$$
\gamma_m=\sqrt{\frac{1}{2}\left\{\left\{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^4+\frac{k_c}{D}\right\}^{1/2}-\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2\right\}}
=\frac{1}{a}\sqrt{\frac{1}{2}\left\{\left\{(m\pi)^4+\left(\frac{a}{L}\right)^4\right\}^{1/2}-(m\pi)^2\right\}} \quad\cdots\cdots(\text{C 3})
$$

ここで，端部傾斜の条件は

$$
\theta=\frac{\partial w}{\partial y}=\sum[-a_m\beta_m+b_m\gamma_m]\sin\frac{m\pi x}{a}\ \text{at}\ y=0 \tag{C 4}
$$

端部モーメントの条件は

$$
\frac{M}{D}=\left\{\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right\}=\sum[a_m(1-\nu)(\beta_m^2-\gamma_m^2)
-2b_m\beta_m\gamma_m]\sin\frac{m\pi x}{a}\ \text{at}\ y=0 \tag{C 5}
$$

端部セン断力の条件は

$$
\frac{P}{D}=\left\{\frac{\partial^3 w}{\partial y^3}+(2-\nu)\frac{\partial^3 w}{\partial y\partial x^2}\right\}\ \text{at}\ y=0 \tag{C 6}
$$

$$
=\sum[a_m\{(1-\nu)\beta_m^3+(1+\nu)\beta_m\gamma_m^2\}
+b_m\{(1-\nu)\gamma_m^3+(1+\nu)\beta_m^2\gamma_m\}]\sin\frac{m\pi x}{a} \tag{C 7}
$$

（1）自由端集中荷重によるたわみ

自由端に集中荷重 $P\delta(x-a/2, y)$ を加えた場合の板のたわみは，級数和で表現したたわみ w を端部モーメントゼロの条件と端部集中セン断力の条件に代入し，$\sin(m\pi x/a)$ との内積を取り係数を求めることで得られる。端部モーメントゼロの条件から

$$
b_m=\frac{1}{2\beta_m\gamma_m}(1-\nu)(\beta_m^2-\gamma_m^2)a_m \tag{C 8}
$$

端部集中セン断力の条件は

$$
\frac{P}{D}\sin\frac{m\pi}{2}
=\frac{a}{2}\frac{1}{2\beta_m}a_m\{(3-2\nu-\nu^2)\beta_m^4
+2(1+\nu^2)\beta_m^2\gamma_m^2-(1-\nu)^2\gamma_m^4\} \tag{C 9}
$$

したがって，係数 a_m, b_m は次のようになる。

$$
a_m=\frac{\frac{P}{D}\sin\frac{m\pi}{2}}{\frac{a}{4\beta_m}\{(3-2\nu-\nu^2)\beta_m^4+2(1+\nu^2)\beta_m^2\gamma_m^2-(1-\nu)^2\gamma_m^4\}} \tag{C 10}
$$

$$
b_m=\frac{(1-\nu)(\beta_m^2-\gamma_m^2)}{2\beta_m\gamma_m}a_m \tag{C 11}
$$

集中荷重が加わっている位置における変位は

$$
w=\frac{4a^2P}{L^4k_c}\sum_{m=1,3,5,\cdots}(a\beta_m)/[(3-2\nu-\nu^2)(a\beta_m)^4
$$

$$+2(1+\nu^2)(a\beta_m)^2(a\gamma_m)^2-(1-\nu)^2(a\gamma_m)^4\} \quad \text{(C 12)}$$

ここで，板のたわみは局所的に限られるので，板が大きな場合にたわみは結果的に板幅 a に依存しなくなる。したがって，級数和部分 Σ は $(L/a)^2$ に比例するはずである。級数部分の計算を実行すると $\Sigma \fallingdotseq 0.11549(L/a)^2$ となり，したがって，

$$w=0.46196\frac{P}{L^2k_c} \quad \text{(C 13)}$$

（2） 端部集中モーメントによる傾斜

（1）と同様に端部セン断力ゼロの条件と端部集中モーメント $M\delta(x-a/2, y)$ の条件をたわみ w に代入して，自由端の回転バネの係数が得られる。端部セン断力ゼロの条件から

$$b_m=\frac{(1-\nu)\beta_m^3+(1+\nu)\beta_m\gamma_m^2}{(1-\nu)\gamma_m^3+(1+\nu)\beta_m^2\gamma_m}a_m \quad \text{(C 14)}$$

端部集中モーメントによる端部傾斜は

$$\frac{M}{D}\sin\frac{m\pi}{2}=\frac{a}{2}\times\left[\frac{(3-2\nu-\nu^2)\beta_m^4+2(1+\nu^2)\beta_m^2\gamma_m^2-(1-\nu)^2\gamma_m^4}{(1-\nu)\gamma_m^2+(1+\nu)\beta_m^2}\right]a_m \quad \text{(C 15)}$$

したがって，係数 a_m, b_m は次のようになる。

$$a_m=\frac{2}{a}\times\frac{(1-\nu)\gamma_m^2+(1+\nu)\beta_m^2}{(3-2\nu-\nu^2)\beta_m^4+2(1+\nu^2)\beta_m^2\gamma_m^2-(1-\nu)^2\gamma_m^4}\times\frac{M}{D}\sin\frac{m\pi}{2} \quad \text{(C 16)}$$

$$b_m=-\frac{2}{a\gamma_m}\times\frac{(1-\nu)\beta_m^3+(1+\nu)\beta_m\gamma_m^2}{(3-2\nu-\nu^2)\beta_m^4+2(1-\nu^2)\beta_m^2\gamma_m^2-(1-\nu)^2\gamma_m^4}\times\frac{M}{D}\sin\frac{m\pi}{2} \quad \text{(C 17)}$$

したがって，集中モーメントが加わっている位置における傾斜は

$$\frac{\partial w}{\partial y}=\frac{-4M}{L^4k_c}\sum_{m=1,3,5,\cdots}[(a\beta_m)^3+(a\beta_m)(a\gamma_m)^2]/[(3-2\nu-\nu^2)(a\beta_m)^4+2(1+\nu^2)(a\beta_m)^2(a\gamma_m)^2-(1-\nu)^2(a\gamma_m)^4] \quad \text{(C 18)}$$

ここで，板が大きな場合に傾斜は結果的に板幅 a に依存しなくなるので，級数和部分 Σ は定数になるはずである。級数の収束はかなり遅いが計算を実行すると $\Sigma=1.15285$ となる。したがって，

$$\frac{\partial w}{\partial y}=-4.61140\frac{M}{L^4k_c} \quad \text{(C 19)}$$

（3） 集中荷重による板中央たわみ

板中央に集中荷重が作用する場合は，板端部に傾斜ゼロの条件を課すことによって鏡像問題とする。これによって無限板中央におけるたわみを求めることができる。端部傾斜ゼロの条件と端部集中セン断力 $P\delta(x-a/2, y)$ の条件にたわみ w を代入すると，たわみの係数が得られる。ただし，この場合実際の集中荷重は鏡像部分と分担して保持されるので，実際に生じるたわみは半分になる。端部傾斜ゼロの条件は

$$b_m=\frac{\beta_m}{\gamma_m}a_m \quad \text{(C 20)}$$

端部セン断力の条件は

$$\frac{P}{D}\sin\frac{m\pi}{2}=aa_m\beta_m(\beta_m^2+\gamma_m^2) \quad \text{(C 21)}$$

したがって，係数 a_m, b_m は次のようになる。

$$a_m=\frac{\frac{P}{D}\sin\frac{m\pi}{2}}{a\beta_m(\beta_m^2+\gamma_m^2)} \quad b_m=\frac{\frac{P}{D}\sin\frac{m\pi}{2}}{ar_m(\beta_m^2+\gamma_m^2)} \quad \text{(C 22, C 23)}$$

集中荷重が加わっている位置における変位は

$$w=\frac{a^2P}{L^4k_c}\sum_{m=1,3,5,\cdots}\frac{1}{(a\beta_m)\{(ab_m)^2+(a\gamma_m)^2\}} \quad \text{(C 24)}$$

ここで，板が大きな場合にたわみは結果的に板幅 a に依存しなくなるので，級数和部分 Σ は $(L/a)^2$ に比例するはずである。計算を実行すると $\Sigma=0.24999(L/a)^2$ となる。したがって，得られた値の 1/2 として

$$w=0.12499\frac{P}{L^2k_c} \quad \text{(C 25)}$$

（4） 集中モーメントによる板中央傾斜

集中モーメント $M\delta(x-a/2, y)$ を板中央に加える場合の計算は，板中央に荷重 P を加わえ，Δy だけ離れた点に符号が逆の荷重 $-P$ を加え，$P\Delta y=M$ を一定に保ったまま Δy をゼロとして傾斜を求める。この際に，Maxwell-Betti の定理を用いると板中央に荷重 P を加えたときの荷重点の変位と Δy 離れた点の変位が判れば，Δy の点に荷重を加えたときの変位を求めなくても良い。（3）の結果を用いると，集中荷重が加わっている点の変位と Δy 離れた点の変位が得られる。これらを用いて傾斜を計算すると

$$\frac{\partial w}{\partial y}=\lim_{\Delta y\to 0}\frac{w\left(\frac{a}{2},0\right)-w\left(\frac{a}{2},\Delta y\right)}{\Delta y}=\frac{-M}{L^4k_c}\sum_{m=1,3,5,\cdots}\frac{1}{a\beta_m} \quad \text{(C 26)}$$

ここで，板が大きな場合に傾斜は結果的に板幅 a に依存しなくなるので，級数和部分 Σ は定数になるはずである。級数の収束はかなり遅いが，計算を実行すると $\Sigma=2.64569$ となる。したがって，鏡像であることを考慮して 1/2 として

$$\frac{\partial w}{\partial y}=-1.32285\frac{M}{L^4k_c} \quad \text{(C 27)}$$

G96-01-3860

3-7

一次元有限要素モデルによる超大型浮体の波浪中構造応答解析

正員 藤久保 昌 彦* 正員 矢 尾 哲 也*
笈 田 弘 紀**

Structural Response Analysis of Very Large Floating Structures in Waves Using One-Dimensional Finite Element Model

by Masahiko Fujikubo, *Member* Tetsuya Yao, *Member*
Hironori Oida

Summary

The stiffness equation of a beam finite element using the dynamic shape function of Bernoulli-Euler beam on an elastic foundation is derived and applied to the dynamic structural response analysis of pontoon-type very large floating structures in waves. The influence of virtual mass distribution, bending stiffness and the decay of amplitude of progressive waves on structural responses is discussed. It has been found that:

(1) The reduction of virtual mass of the end part of structures is an effective way to avoid resonance in waves for pontoon-type very large floating structures.

(2) The increase of bending stiffness is also effective to reduce structural responses.

(3) The quasi-static response at the weather-side end of the structure is reduced by a decase of amplitude of progressive waves, while passing the stucture, whereas the resonance response is hardly affected by it.

1. 緒　　言

近年，海上空間の有効利用を目的として，各種の超大型浮体式構造物の計画が進められている。超大型浮体は，長さや幅が km のオーダーを有する長大扁平な柔軟構造体であり，波浪中の応答は，剛体としての運動応答よりも弾性変形応答が支配的となる。このため，波と浮体との共振の問題を始めとして，浮体の弾性応答が設計における重要な検討事項となる[1]。

このような超大型浮体の弾性応答や流体力の詳細解析法については，現在精力的に研究が進められているが，一方で，浮体の応答を巨視的にとらえ，初期計画における構造様式や構造諸元の決定に必要な情報を効率的に引き出す目的で，浮体を弾性基礎上の梁に単純化して取り扱う方法が提案されている。このようなモデル化は，始めに土岐により与えられ[2]，その後，遠藤[3]や服部ら[4]により改良が加えられている。土岐らの方法は，浮体の応答を弾性基礎上の梁の固有振動モードの重ね合わせにより表現するもので，実験等との比較から，良好な精度で浮体の基本特性が把握できることが示されている。一方，これとは別に鈴木らは[5]，モード法に固有の項数と精度の問題を解消し，共振時のピーク高さを含めて応答を厳密に求めるために，弾性基礎上の梁の振動方程式の解析解を導いている。そして，固有周波数の存在範囲や準静的応答のピークの存在など，超大型浮体の応答に関する重要な知見を得ている。

ところで，これらの既存の梁モデルは，いずれも剛性および質量が一様な自由浮体に適用が限られている。しかしながら，現実の設計では，浮体端部の質量や剛性を変えたり，係留系を付加するなど，構造特性を変化させて応答の改善を図る場合が予想される。

そこで，本研究では，弾性基礎上の梁モデルに有限要素法の手法を導入することにより，以上のような構造変更に柔軟に対応でき，しかも振動方程式の厳密解が求められる

* 広島大学工学部エンジニアリングシステム教室
** 広島大学大学院工学研究科
原稿受付 平成8年1月10日
春季講演会において講演 平成8年5月15，16日

手法を提案する。本解析法は，一次元有限要素の変位関数として，一様弾性基礎上の一様梁の振動方程式の厳密解を用いるもので[6]，得られる剛性マトリックスは加振周波数の関数となる。結果として，剛性，質量および基礎特性が一様な浮体であれば，1要素でたわみおよび内力応答が求められる。長さ方向に質量や剛性が変化する場合や係留反力を離散的に考慮する場合は，適宜，要素分割およびバネ要素の追加を行えばよい。また，従来の梁モデルによる解析では，一様な波力分布が仮定されているが，実際には入射波は浮体を通過中に減衰する。このような波力分布の変化も容易に考慮できる。

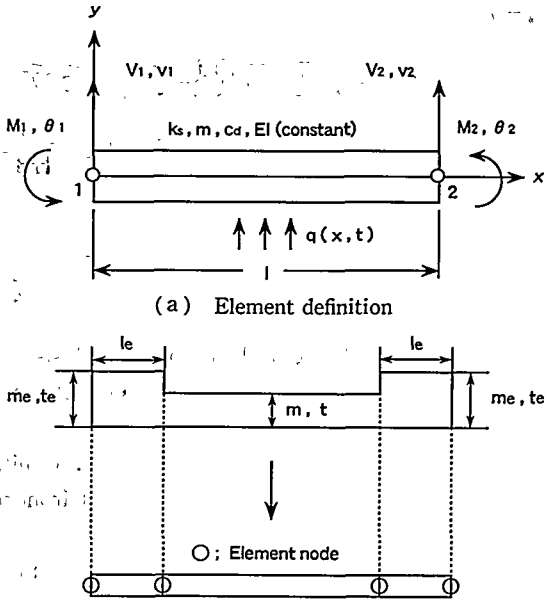
本解析法を，長さ5000 mのポンツーン型浮体に適用し，構造応答に対する以下の諸点について考察する。

（1） 端部質量の増減の影響

（2） 浮体剛性の影響

（3） 浮体通過中の波力の減衰の影響

なお，本研究ではBernoulli-Euler梁の仮定に基づいて基礎式を定式化する。また回転慣性は無視する。剪断たわみ，ねじれ，および回転慣性を考慮する場合については別の機会に報告する予定である。



（a） Element definition

（b） Three-elements model

Fig. 2 Finite element modeling

2. 解析モデルと解法

2.1 浮体のモデル化

超大型浮体を，Fig. 1のような弾性基礎上の梁と考える。座標系 X-Y および波の入射方向を図のように定義する。m, k_s および c_d は，それぞれ単位長さ当たりの見掛け質量，復元バネ定数および減衰係数を，また EI は，曲げ剛性を表す。

本研究では，このような梁モデルをFig. 2(a)に示す一様弾性基礎上の一様な梁要素で離散化する。したがって，質量，剛性および弾性基礎の特性が長さ方向に一様な浮体であれば1要素のみで，またFig. 2(b)に示すように例えば中央部と端部（添字 e）で特性が異なる場合は，3要素で解析することになる。

各要素の剛性方程式の定式化と解法を以下に説明する。

2.2 要素の剛性方程式

2.2.1 支配方程式と変位関数

Fig. 2(a)の弾性基礎上の梁の支配方程式は，たわみを

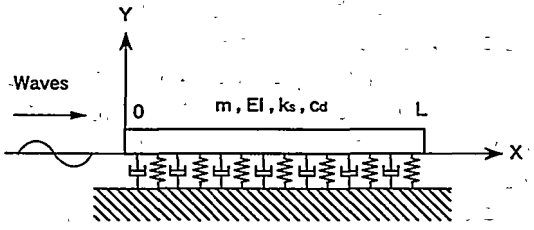


Fig. 1 Elastic beam on elastic foundation with damping

$v(x, t)$，分布荷重を $q(x, t)$ とすると，次式で与えられる。

$$m\ddot{v}+c_d\dot{v}+k_s v+EIv''''=q(x, t) \tag{1}$$

ここで，$\dot{}=\partial/\partial t$, $'=\partial/\partial x$

まず，$q(x, t)=0$ の場合の振動応答（周波数 ω）を考える。$v=\Phi(x)e^{i\omega t}$ とおいて式(1)に代入すると，$\Phi(x)$ に関する次の微分方程式を得る。

$$\Phi''''-p^4\Phi=0 \tag{2}$$

ここで，

$$p^4=\frac{m\omega^2-ic_d\omega-k_s}{EI}$$

式(2)の一般解は，次式で与えられる。

$$\Phi(x)=C_1e^{px}+C_2e^{-px}+C_3e^{ipx}+C_4e^{-ipx}$$
$$=[A(x)]\{C\} \tag{3}$$

ここで，

$[A(x)]=[e^{px}\ e^{-px}\ e^{ipx}\ e^{-ipx}]$

$\{C\}=[C_1\ C_2\ C_3\ C_4]^T$：未定定数

要素の節点力振幅 $\{F\}$ と節点変位振幅 $\{U\}$ をそれぞれ次のように定義する。$\{F\}$ と $\{U\}$ は，いずれも複素数である。

$$\{F\}=\begin{Bmatrix}V_1\\M_1\\V_2\\M_2\end{Bmatrix}\quad\{U\}=\begin{Bmatrix}v_1\\\theta_1\\v_2\\\theta_2\end{Bmatrix} \tag{4}$$

$\Phi(x)$ と節点変位振幅 v_1, v_2, θ_1, θ_2 の関係は，

$$\Phi(0)=v_1\quad\Phi(l)=v_2$$
$$\Phi'(0)=\theta_1\quad\Phi'(l)=\theta_2 \tag{5}$$

式(3)を式(5)に代入すると，

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ p & -p & ip & -ip \\ e^{pl} & e^{-pl} & e^{ipl} & e^{-ipl} \\ pe^{pl} & -pe^{-pl} & ipe^{ipl} & -ipe^{-ipl} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

この逆関係を求めると，

$$\{C\}=[B]\{U\} \quad (7)$$

マトリックス $[B]$ の成分を Appendix A に示す。式(7)を式(3)に代入して，たわみ振幅 $\Phi(x)$ と節点変位振幅 $\{U\}$ の関係が求められる。

$$\Phi(x)=[A(x)][B]\{U\} \quad (8)$$

2.2.2　剛性方程式

節点力振幅 $\{F\}$ とたわみ振幅 $\Phi(x)$ の関係は，

$$V_1=EI\Phi'''(0) \quad M_1=-EI\Phi''(0)$$
$$V_2=-EI\Phi'''(l) \quad M_2=EI\Phi''(l) \quad (9)$$

これより

$$\begin{Bmatrix} V_1 \\ M_1 \\ V_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = EIp^2 \begin{bmatrix} p & -p & -ip & ip \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -pe^{pl} & pe^{-pl} & ipe^{ipl} & -ipe^{-ipl} \\ e^{pl} & e^{-pl} & -e^{-ipl} & -e^{-ipl} \end{bmatrix} \{C\} \quad (10)$$

式(10)に式(7)を代入すると，要素の剛性方程式が次のように求められる。

$$\{F\}=[K]\{U\} \quad (11)$$

マトリックス $[K]$ の成分を Appendix A に示す。$[K]$ は，複素数を成分とする対称マトリックスとなり，周波数 ω の関数である。

2.2.3　等価節点力による波力の考慮

次に，波力による分布荷重を考える。$q(x,t)=Q(x)e^{i\omega t}$ とおくと，仮想仕事の関係より，分布荷重の作用を次のように等価節点力振幅 $\{F_{eq}\}$ に置き換えることができる。

$$\{\delta U\}^T\{F_{eq}\}=\int_0^l \delta\Phi(x)Q(x)dx \quad (12)$$

式(8)を代入すると，$\{F_{eq}\}$ が次のように得られる。

$$\{F_{eq}\}=[B]^T\int_0^l [A(x)]^T Q(x)dx \quad (13)$$

Fig. 1 の入射波の場合，波力振幅 $Q(x)$ は次式の形で表せる。

$$Q(x)=F_A(X)e^{-ikX} \quad (14)$$

ここで，k：波数

$X=X_1+x$（X_1：波上側節点1の X 座標）

今，波力振幅が浮体全長にわたって一定と仮定すると，$F_A(X)$ は定数となる。しかしながら，一般に波力は浮体を通過中に減衰すると考えられる。このことを考慮するため，波力振幅 F_{AC}（定数）に指数関数型の decay factor を乗じて波力振幅を表す。すなわち，

$$F_A(X)=F_{AC}e^{-\alpha\frac{X}{L}} \quad (15)$$

ここで，α は波力の減衰の程度を表す正のパラメータである。

式(15)を式(14)に代入し，さらにこの $Q(x)$ を式(13)に代入して積分を行うと，$\{F_{eq}\}$ が次のように求められる。

$$\{F_{eq}\}=F_{AC}e^{-\beta X_1}[B]^T \begin{Bmatrix} (e^{(p-\beta)l}-1)/(p-\beta) \\ -(e^{-(p+\beta)l}-1)/(p+\beta) \\ (e^{(ip-\beta)l}-1)/(ip-\beta) \\ -(e^{-(ip+\beta)l}-1)/(ip+\beta) \end{Bmatrix} \quad (16)$$

ここで，$\beta=\frac{\alpha}{L}+ik$

また，要素の剛性方程式は次式となる。

$$\{F\}+\{F_{eq}\}=[K]\{U\} \quad (17)$$

2.3　全体剛性方程式

各要素の剛性方程式を有限要素法の手順に従って足し合わせることにより，構造全体の剛性方程式が得られる。

$$\{\bar{F}\}+\{\bar{F}_{eq}\}=[\bar{K}]\{\bar{U}\} \quad (18)$$

係留による集中バネ特性 K_i や集中質量 M_i，集中減衰要素 C_{di} は，全体剛性マトリックス $[\bar{K}]$ の対角項に次のように特性値を足し込むことにより考慮できる。

$$\bar{K}_{ii}=\bar{K}_{ii}+(-\omega^2M_i+i\omega C_{di}+K_i) \quad (19)$$

また，固有周波数と固有モードは，次の条件式より求められる。

$$|\bar{K}|=0 \quad (20)$$

2.4　節点間のたわみと内力

式(18)を解いて節点変位振幅 $\{\bar{U}\}$ が求められると，各要素に戻って，節点間のたわみと内力を計算する。式(15)の波力に対する式(1)の一般解は次式で与えられる。

$$\Phi(x)=[e^{px} \quad e^{-px} \quad e^{ipx} \quad e^{-ipx}]\{C\}+\phi_s e^{-\beta x} \quad (21)$$

ここで，$\phi_s=\frac{F_{AC}e^{-\beta X_1}}{EI(\beta^4-p^4)}$

式(21)が節点 $(x=0, l)$ で $\{\bar{U}\}$ に一致するよう未定定数 $\{C\}$ を決めれば，たわみ振幅，さらに曲げモーメント振幅が求められる。具体的には，次の計算を行えばよい。

$$\{C\}=[B]\begin{Bmatrix} v_1-\phi_s \\ \theta_1+\beta\phi_s \\ v_2-\phi_s e^{-\beta l} \\ \theta_2+\beta\phi_s e^{-\beta l} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

以上の解法によれば，長さ方向に構造特性が変化する弾性基礎上の梁に，波浪による周期的分布加振力が作用する場合の振動方程式の厳密解を得ることができる。

3.　構造応答解析結果および考察

3.1　解析対象

ポンツーン型大型浮体を考え，その全長 L，幅 B，深さ D，喫水 d，外板および隔壁の有効板厚 t をそれぞれ以下の値とする。

$L=5000$ m

$B=1000$ m

$D=5$ m

Table 1 Model for analysis

	m_e ($\times 10^6$kg/m)	t_e (m)
Basic Model	5.0	0.02
Model MI	7.5	0.02
Model MD	3.33	0.02
Model TI	5.0	0.03

$d=1$ m

$t=0.02$ m

付加質量を構造質量の4倍とし，さらに縦隔壁は幅方向に20 m間隔で設置されると仮定すると，一次元梁モデルに関する以下のパラメータを得る。

$m=5.0\times10^6$ kg/m

$k_s=9.8\times10^6$ N/m^2

$c_d=2.8\times10^5$ Ns/m^2

$EI=5.35\times10^{13}$ Nm^2

$Z=1.02\times10^9$ m^3

ここで，減衰係数 c_d は，2節固有振動（固有周波数1.40 rad/sec）に対するモード減衰比が2%となるように定めた値である（Appendix B参照）。減衰比2%は構造減衰係数としてしばしば用いられるが，現実には流体減衰も存在するため，減衰係数は，これよりも大きいと考えられる。以上の諸元を有する一様浮体を，ここでは，基準モデルと呼ぶことにする。

波力は静的浮力として近似的に評価する。すなわち，式(15)において，$F_{AC}=k_s$ とする。

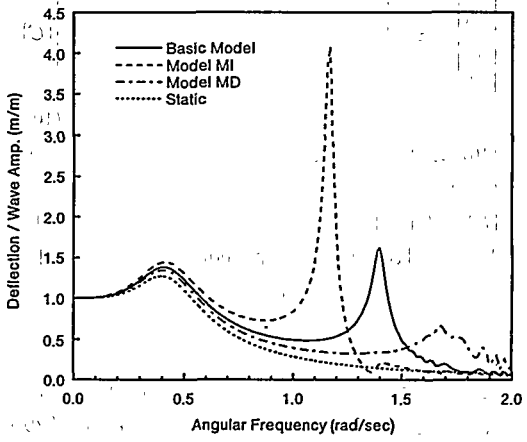
解析は，基準浮体と，その構造特性を一部変化させたTable 1の各モデルについて実施する。モデルMIとモデルMDでは，Fig. 2(b)に示すように浮体の両端から長さ l_e の範囲の見掛け質量を，基準モデルのそれぞれ1.5倍および1/1.5に変化させて，質量分布の影響を調べる。一方，モデルTIでは，浮体の有効板厚 t を浮体全体あるいは部分的に1.5倍して，浮体剛性の影響を調べる。曲げ剛性を高めるには，深さ D を増す方が効果的であるが，ここでは場所によって剛性を変化させる場合の現実的方策の一つとして，板厚の増加を考える。

3.2 基準モデルの構造応答

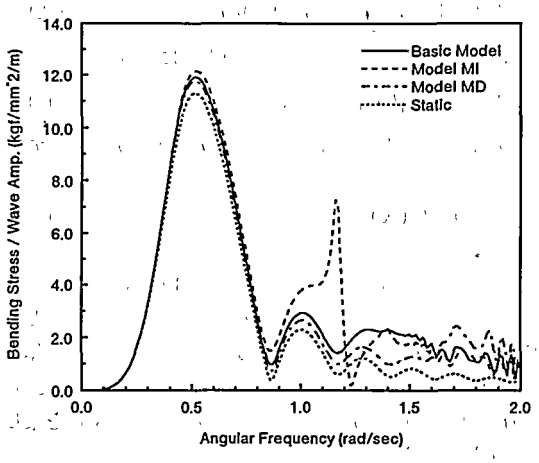
Fig. 3～Fig. 5に，基準モデルとモデルMIおよびMDに関する応答解析結果を合わせて示す。ここでは，波力は減衰せず，一定の振幅で分布するとする。

まず，基準モデルに注目する。Fig. 3の実線は，単位波振幅当たりの浮体端（$X=0$）のたわみ振幅と $X=100$ m での曲げ応力振幅を示している。$\omega=0$～0.2 rad/secの低周波数域では，たわみ振幅は波振幅に等しい。たわみの応答関数には，2つの明瞭なピークが存在し，$\omega=0.4$ rad/sec付近のピークは，鈴木らが指摘した準静的応答のピークを表している[5]。すなわち，この周波数域より低周波の波に対しては，浮体は波のスロープに乗った変形を示し，周波数と共に波の曲率が増加すると，たわみ，曲げ応力とも増加する。逆に，高周波の波に対しては浮体は剛で，周波数が増加して波長が短くなると，たわみ，曲げ応力とも減少する。この両者の境目に静的応答としてのピークが存在する。たわみと曲げ応力のピーク周波数は若干異なっているが，基本的には同じ挙動を表している。

たわみの応答に見られる $\omega=1.4$ rad/sec付近のピークは，最低次固有周波数を表す。ポンツーン型大型浮体のように，長さに比べて曲げ剛性の小さな浮体では，一般に，低次側の固有周波数は極めて近接しており，本モデルの場合，$\omega=1.40$～1.45 rad/secの範囲に2節から17節振動モードまでの共振点が存在する。これらの各共振ピークが重畳して，一つのピークを形成している。$\omega=1.40$～1.45rad/secの曲げ応力のピークは明瞭ではないが，これは次の理

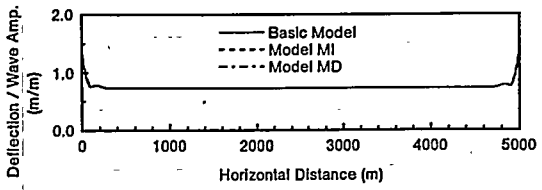


(a) Frequency response of deflection at $X=0$ m

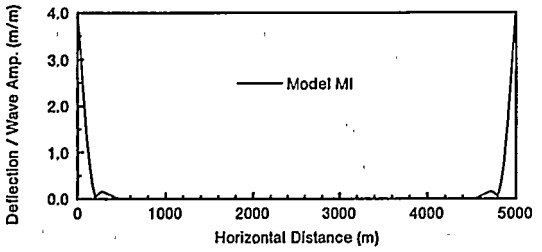


(b) Frequency response of bending stress at $X=100$ m

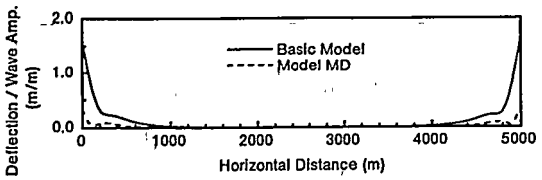
Fig. 3 Influence of mass distribution on response amplitude



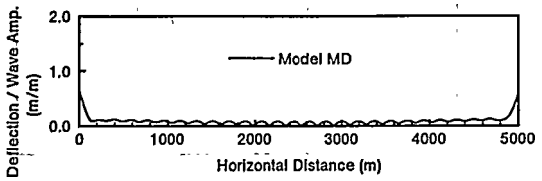
(a)　ω=0.41 rad/sec



(b)　ω=1.17 rad/sec

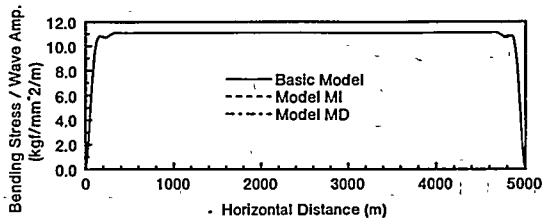


(c)　ω=1.40 rad/sec

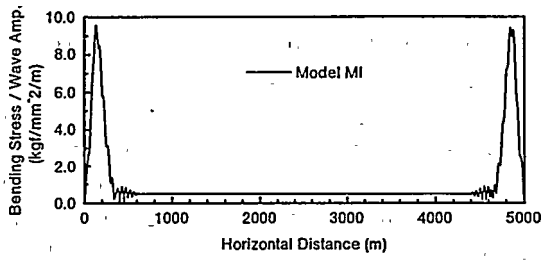


(d)　ω=1.68 rad/sec

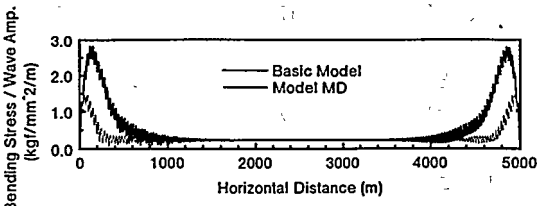
Fig. 4　Distribution of deflection amplitude (l_e=100 m for Models MI and MD)



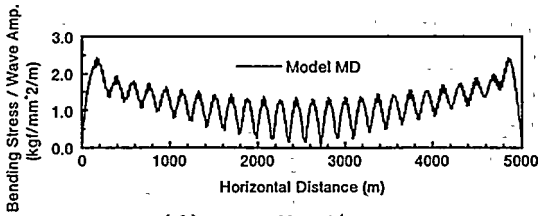
(a)　ω=0.41 rad/sec



(b)　ω=1.17 rad/sec



(c)　ω=1.40 rad/sec



(d)　ω=1.68 rad/sec

Fig. 5　Distribution of bending stress amplitude (l_e=100 m for Models MI and MD)

由による。点線の静的解析の結果 ($m=c_d=0$) が示すように，浮体端部の曲げ応力には，波長の変化に対して，極大点と極小点が現れる。ω=1.4 rad/sec は，極小点に一致するため，共振による動的応答倍率[7] を静的応答に乗じても，高いピークとして現れない。

なお，既述のように，ここでは減衰係数を低めに見積もっており，実際の共振ピークは，解析結果よりも低下すると考えられる。これに対し，準静的応答のピークは減衰の影響をほとんど受けないため，ポンツーン型浮体では，うねりのような低周波の波に対して高い応力が発生する可能性がある。

ポンツーン型浮体は，セミサブ型浮体とくらべて復元バネが大きな浮体であり，本解析例でも，共振周波数は ω=1.40 rad/sec 以上の高周波数範囲にある。この特性を活かして，共振周波数はできるだけ高周波数側に，また準静的応答のピーク周波数はできるだけ低周波数側に設定することが共振回避上有効である[5]。

Fig. 4 および Fig. 5 の(a)図および(c)図に，たわみのピーク周波数 (ω=0.41, 1.40 rad/sec) の応答振幅の分布を示す。ω=0.41 rad/sec の準静的応答では，たわみ振幅，曲げ応力振幅とも浮体端のごく近傍を除くとほぼ一様に分布している。これに対し，1.40 rad/sec の動的応答では，たわみは中央部で小さく，端部で急増する。結果として，曲げ応力も浮体端部で最大となる。後述のように，入射波が浮体を通過する間の波力の減衰を考慮すると，中央部の応答はさらに低下する。このため，たわみ，曲げ応力とも，中央部よりも浮体端部の応答に注目する必要がある。なお，曲げ応力分布に見られる細かい振動は，分布波力によるも

ので，振動の波長は入射波の波長に対応している。

3.3 端部質量の影響

次に，モデルMIおよびMDを3要素モデルで解析し，端部質量の変化による構造応答の変化，および応答改善の可能性について検討する。波力の減衰は無視する。まず，Fig. 3〜Fig. 5に，浮体の両端から100 mの範囲の質量を増減させた場合の解析結果を示す。

Fig. 3から分かるように，わずかに$L/50$の範囲の質量を変化させただけで，応答は大きく変化する。質量を増加したモデルMIでは，固有周波数が基準モデルより低周波数側にシフトすると共に(ω=1.17 rad/sec)，たわみ，曲げ応力とも共振時の応答が増大している。これらは，いずれもポンツーン型浮体にとって，望ましくない傾向である。Fig. 4の(b)図が示すように，共振時のたわみは，同図(c)の基準モデルに比べて浮体端の極く近傍に集中し，中央部にはほとんど生じていない。このように変形が局所化する結果，端部には高い曲げ応力が発生する (Fig. 5(b))。ところで，固有周波数ω=1.17 rad/secは，端部の$L/50$の部分を浮体から切り離し，独立した浮体と見なしたときの固有周波数とほぼ一致する。このことは，ポンツーン型浮体の場合，曲げ剛性が小さいために，端部が局所的に共振条件を満足したとき，あたかも単独の浮体のように共振応答を生じることを示している。

一方，質量を減じたモデルMDでは，Fig. 3が示すように，基準モデルに比べて，固有周波数が高周波数側にシフトし，同時に，たわみの共振ピークの高さも低下している。Fig. 4およびFig. 5の(c)図は，基準モデルの固有周波数(ω=1.40 rad/sec)におけるたわみと曲げ応力の分布を示している。基準モデルでは，共振によって端部に高い応答が生じるが，モデルMDでは，端部単独の固有周波数の上昇が，端部の応答に対するダンパーとして機能し，応答を軽減していることがわかる。

Fig. 4およびFig. 5の(d)図は，モデルMDのたわみの共振ピークω=1.68 rad/secの応答分布である。この周波数では，中央部はすでに高次の共振周波数範囲にあり，浮体全域にたわみが生じる。このように波エネルギーが浮体内部に分散する結果，共振時の浮体端のたわみは，基準モデルに比べ低下すると考えられる。

次に，質量を変化させる端部長さl_eと最低次固有周波数の関係を調べた結果をFig. 6に示す。モデルMI, MDのいずれの場合も，$l_e \leq 100$ mの範囲で，急激に固有周波数が変化し，l_e=200 m付近では，浮体全長の質量を変化させた場合の固有周波数にほぼ一致している。

以上の結果より，ポンツーン型浮体では，端部質量の変化によって，共振特性が顕著に変化すること，および，共振を回避し，応答を低減する上で，端部質量の軽減が有効であることが判明した。このような質量分布には，構造自体の質量と共に付加質量も大きく関係するため，流力特性を含めた質量分布の検討が必要である。

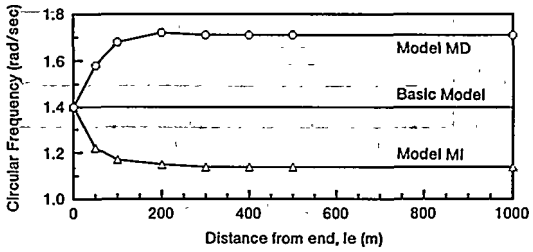
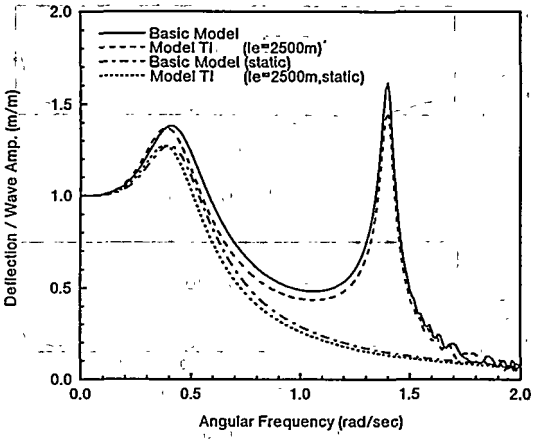


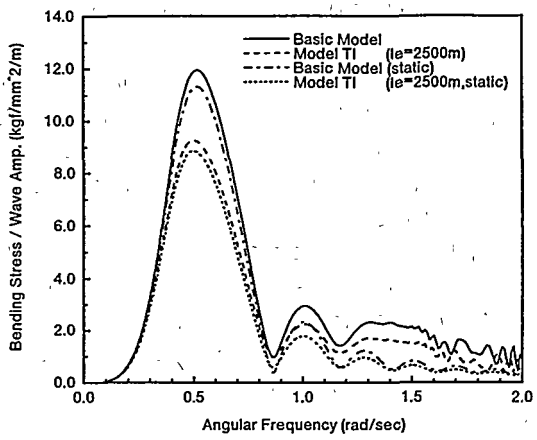
Fig. 6 Relationship between distance l_e and the lowest natural frequency

3.4 浮体剛性の影響

ポンツーン型浮体の構造応答に重要な影響を持つと考えられる今一つの力学特性に，浮体の曲げ剛性が上げられる。Fig. 7は，浮体の全長にわたって板厚を1.5倍したモデル



(a) Frequency response of deflection at X=0 m



(b) Frequency response of bending stress at X=100 m

Fig. 7 Influence of bending stiffness on response amplitude

TI（l_e=2500 m）と基準モデルの応答関数を比較した結果である。ただし，ここでは曲げ剛性の影響のみを調べるため，両モデルで質量は同一としている。

ω=0.4～0.5 rad/sec の準静的応答のピークに注目すると，たわみ，曲げ応力ともピーク周波数 ω_p は，モデル TI の方が低周波数側にシフトしている。鈴木ら[5]によれば，ω_p は，近似的に次式で与えられ，剛性が高いほど低周波数側にシフトする。

$$\omega_p=\left(\frac{k_s g^4}{EI}\right)^{1/8} \tag{23}$$

本解析結果は，鈴木らの式の妥当性を示している。このように，剛性を高めることによって低周波数側での共振回避を図ることが可能である。また，Fig. 7 が示すように，ピーク周波数がシフトすることによって，これより高周波数側では，たわみ，曲げ応力とも低下する。

一方，固有周波数に対する剛性の影響は，ほとんど見られない。ポンツーン型浮体のように，剛性がもともと小さな浮体では，前述のように質量を変化させる方が，固有周波数をシフトする上で有効である。図には，静的解析の結果も併せ示しているが，固有周波数におけるモデル TI と基準モデルのたわみのピーク高さの比は，同じ周波数での静的応答の比とほぼ一致している。つまり，剛性の増加による動的応答倍率そのものの変化は小さく，ピーク高さの減少は，静的応答量の減少によるものである。

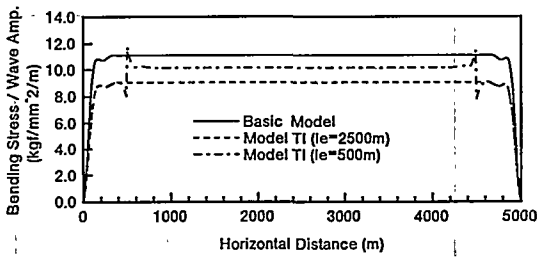
以上の結果より，剛性の増加は，準静的応答のピーク周波数を低周波数側にシフトさせ，また静的応答の低減によって共振時のピーク高さも低下させるため，基本的に応答の改善に有利である。しかしながら，有意な改善効果を得るためには，深さ D を増すなどして，本解析例よりもさらに剛性を高める必要がある。

次に Fig. 8 に，基準モデル，モデル TI（l_e=2500 m），および端部を部分的に増厚したモデル TI（l_e=500 m）について，ω=0.41 rad/sec と ω=1.40 rad/sec における曲げ応力振幅の分布を示す。l_e=500 m と l_e=2500 m の応力分布は，板厚の等しい端部から 500 m の範囲では，両者ほぼ一致しており，部分的に増厚するか，全体を増厚するかによる端部の挙動そのものの相違は小さい。たわみ分布についても同様の結果が得られている。

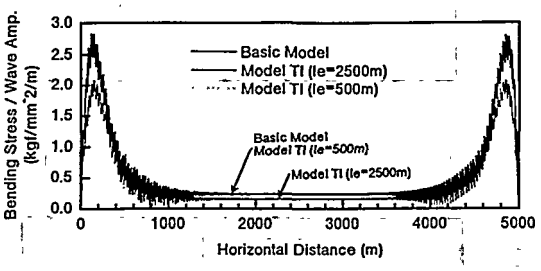
モデル TI（l_e=500 m）の ω=0.41 rad/sec における応答には，板厚の変化する断面付近で，局所的に基準モデルよりも高い曲げ応力が発生している。構造寸法が急激に変化する箇所では，このような応力応答に注意を要する。

3.5　波力分布の影響

最後に，入射波が浮体を通過する間の波振幅および波力の減衰が，構造応答に及ぼす影響について考察する。長さ方向の波力の減衰の仕方は，波長や水深によって異なると考えられるが，ここでは定性的考察として，Fig. 9 に示す 3 つのケース（式(15)で α=2.0, 10.0, 50.0）を取り上げ，波周波数に関わらず同一の decay factor を仮定する。



（a）　ω=0.41 rad/sec



（b）　ω=1.40 rad/sec

Fig. 8　Distribution of bendingstress amplitude (Model TI)

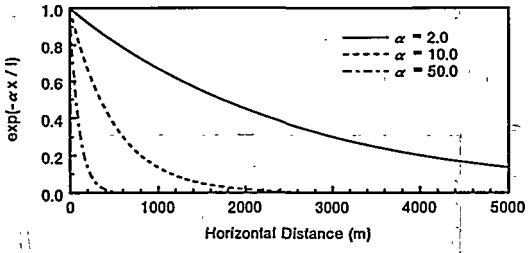
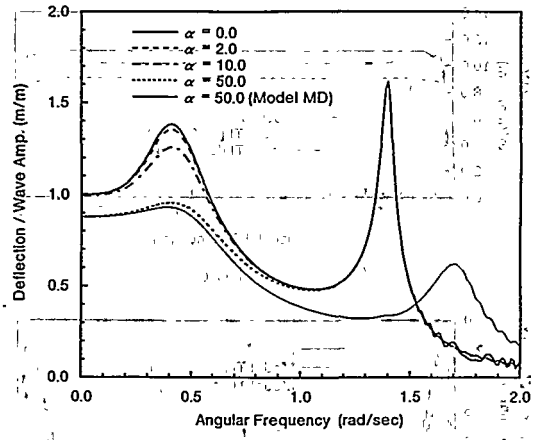


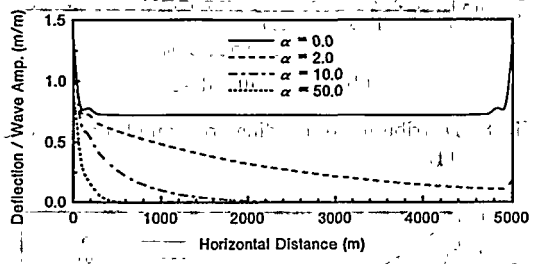
Fig. 9　Decay factor for the amplitude of progressive wave

Fig. 10 に，波上側浮体端（X=0）のたわみの応答関数と，準静的応答のピーク周波数（ω=0.41 rad/sec）および固有周波数（ω=1.40 rad/sec）におけるたわみ分布を示す。同様に，Fig. 11 に，X=100 m での曲げ応力の応答関数と曲げ応力分布を示す。

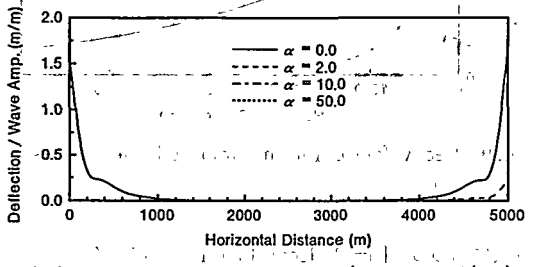
たわみおよび曲げ応力の分布から，α が大きく波力の減衰が急な場合ほど，波下側の応答が明らかに低下していることが分かる。Fig. 10（b）および Fig. 11（b）の準静的応答のピーク周波数では，このような波力の減衰の影響が波上側の浮体端部の応答にも現れており，たわみ，曲げ応力とも無減衰の場合（α=0.0）より低下している。このことは，応答関数により明確に現れている。一方，固有周波数における波上側浮体端の応答のピーク高さは，波力の減衰を考慮してもほとんど低下していない。このことから，波上側の共振時の応答については，波力の減衰がある場合も，波力一定の場合と同様の注意を要すると考えられる。波下側



(a) Frequency response of deflection at $X=0$ m

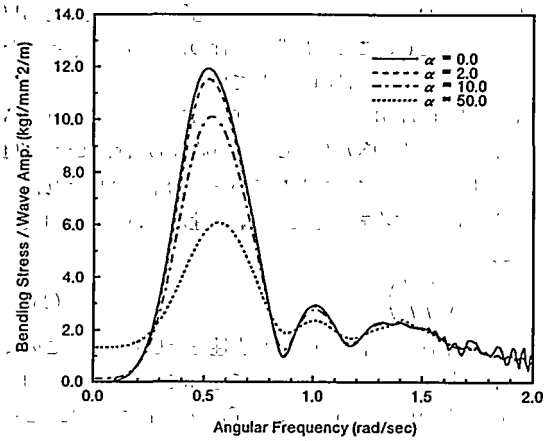


(b) Distribution of deflection ($\omega=0.41$ rad/sec)

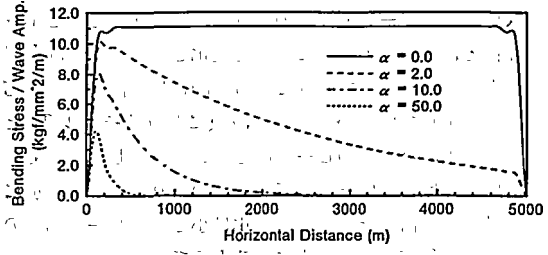


(c) Distribution of deflection ($\omega=1.40$ rad/sec)

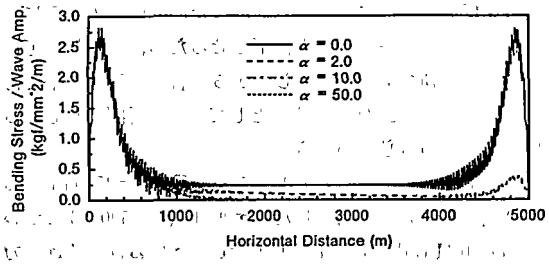
Fig. 10 Influence of decay of wave amplitude on the deflection amplitude



(a) Frequency response of bending stress at $X=100$ m



(b) Distribution of bending stress ($\omega=0.41$ rad/sec)



(c) Distribution of bending stress ($\omega=1.40$ rad/sec)

Fig. 11 Influence of decay of wave amplitude on the bending stress amplitude (Basic model)

浮体端では，波力の減衰により共振時の応答も減少する。

次に，波力の減衰がある場合の波上側浮体端の共振応答の低減に，3.3で述べた端部質量の軽減が同様に有効か否かを確認するため，モデルMDで $l_e=100$ m とした場合について，decay factor ($\alpha=50.0$) を考慮した解析を行った。得られた波上側浮体端のたわみの応答関数をFig. 10(a)に示す。固有周波数が高周波数側にシフトすると共に，共振時のピーク高さも低下しており，端部質量の軽減の有効性がここでも確認された。

なお，Fig. 11(a)の曲げ応力の応答関数において，$\alpha=50.0$ の場合に，周波数 $\omega=0.0$ rad/sec で曲げ応力が発生している。これは，本来であれば極めて長波長の波に対して急激な波力の減衰を仮定したため，浮体端にあたかも集中荷重を作用させたのと等価な計算になっているためである。今後，波長や水深の影響を考慮したより正確な波力分布を用いて解析を行う予定である。

4. 結　　言

超大型浮体を弾性基礎上の梁にモデル化して構造応答を解析する場合に有効な一次元梁有限要素を定式化した。本要素を用いれば，長さ方向に質量や剛性が変化する場合の弾性基礎上の梁の振動応答の厳密解を効率よく計算することができ，初期計画用ツールとして有効と考えられる。こ

の解析法を用いてポンツーン型大型浮体の構造応答解析を行い，構造応答に対する端部質量，浮体剛性および波力が浮体を通過する間の減衰の影響を調べた。得られた主な知見は以下の通りである。

（1） ポンツーン型浮体では，浮体端部のたわみと曲げ応力の低減が設計上重要となる。これらの応答の共振を回避し，応答を減じる方策として，端部質量の軽減が有効である。

（2） 浮体剛性の増加は，準静的応答のピークを低周波数側にシフトさせ，また共振時の応答を低下させるため，応答の改善に有利である。

（3） 入射波が浮体を通過中に減衰することにより，波下側の応答は減少する。準静的応答のピーク周波数では，波力の減衰によって波上側浮体端の応答も低下する。これに対し，固有周波数における波上側浮体端の応答は，波力の減衰を考慮してもほとんど低下しない。

最後に，本研究の一部は，政次美徳君（現，日鐵プラント設計），吉松真一君（現，広島大学大学院）の卒業研究として行われたものであり，両君の労に対し謝意を表します。

参 考 文 献

1) 鈴木英之，服部陽一，為廣正起，安澤幸隆，岡田真三，森川正夫：大型浮体の構造設計法に関する一考察，日本造船学会第13回海洋工学シンポジウムテキスト(1995)，pp. 31-36.
2) Toki, N.: A Study on the Behavior of Huge Floating Structure in Regular Waves, Journal of Society of Naval Architects of Japan, Vol. 146 (1979), pp. 185-194.
3) Endo, H. and Hosino, K.: Parametric Study on the Dynamic Response of Floating Compliant Structures in Regular Waves, Proc. OMAE, Vol. III (1986), pp. 194-199.
4) 服部陽一，深澤塔一，関原光博，東祐史：巨大箱型構造物の動荷重下の構造応答，日本造船学会論文集，第178号 (1995)，pp. 399-403.
5) 鈴木英之，吉田宏一郎：超大型浮体の構造挙動および構造設計に関する考察，日本造船学会論文集，第178号 (1995)，pp. 473-483.
6) Chen, Y. H.: General Dynamic Shape Functions and Stiffness Matrix of Timoshenko Beam and Their Application to Structure-bone Noise on Ships, Journal of Ship Research, Vol. 32, No. 3 (1987), pp. 177-185.
7) 藤久保昌彦，尾崎雅彦，箕浦宗彦，真鍋英男，渡辺喜保，岩田節雄，杉本広憲：大規模柔軟構造物の設計における動的弾性応答の取り扱いについて．第13回海洋工学シンポジウムテキスト (1995)，pp.329-336.

Appendix A マトリックス $[B]$ および $[K]$

$$[B]=\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & B_{34} \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} & B_{44} \end{bmatrix} \tag{A-1}$$

ここで，

$$a=1+i$$
$$b=1-i$$
$$B_{11}=p(-ae^{-pal}+be^{-pbl}+2i)/r$$
$$B_{12}=(be^{-pal}-ae^{-pbl}+2i)/r$$
$$B_{13}=p(2ie^{-pl}-ae^{ipl}+be^{-ipl})/r$$
$$B_{14}=(2ie^{-pl}+be^{ipl}-ae^{-ipl})/r$$
$$B_{21}=p(-ae^{pal}+be^{pbl}+2i)/r$$
$$B_{22}=(-be^{pal}+ae^{pbl}-2i)/r$$
$$B_{23}=p(2ie^{pl}+be^{ipl}-ae^{-ipl})/r$$
$$B_{24}=(-2ie^{pl}+ae^{ipl}-be^{-ipl})/r$$
$$B_{31}=p(be^{-pal}-ae^{pbl}+2i)/r$$
$$B_{32}=(-be^{-pal}-ae^{pbl}+2)/r$$
$$B_{33}=p(be^{pl}-ae^{-pl}+2ie^{-ipl})/r$$
$$B_{34}=(-be^{pl}-ae^{-pl}+2e^{-ipl})/r$$
$$B_{41}=p(be^{pal}-ae^{-pbl}+2i)/r$$
$$B_{42}=(be^{pal}+ae^{-pbl}-2)/r$$
$$B_{43}=p(-ae^{pl}+be^{-pl}+2ie^{ipl})/r$$
$$B_{44}=(ae^{pl}+be^{-pl}-2e^{ipl})/r$$
$$r=p\{b^2(e^{pal}+e^{-pal})-a^2(e^{pbl}+e^{-pbl})+8i\}$$

$$[K]=EI\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} \tag{A-2}$$

ここで，

$$K_{11}=K_{33}$$
$$=p^3\{a(e^{pal}-e^{-pal})-b(e^{pbl}-e^{-pbl})\}/s$$
$$K_{12}=K_{21}=-K_{34}=-K_{43}$$
$$=p^2\{(e^{pal}+e^{-pal})-(e^{pbl}+e^{-pbl})\}/s$$
$$K_{22}=K_{44}$$
$$=p\{b(e^{pal}-e^{-pal})-a(e^{pbl}-e^{-pbl})\}/s$$
$$K_{13}=K_{31}$$
$$=-2p^3\{i(e^{pl}-e^{-pl})+(e^{ipl}-e^{-ipl})\}/s$$
$$K_{23}=K_{32}=-K_{14}=-K_{41}$$
$$=-2ip^2\{(e^{pl}+e^{-pl})-(e^{ipl}+e^{-ipl})\}/s$$
$$K_{24}=K_{42}$$
$$=2p\{i(e^{pl}-e^{-pl})-(e^{ipl}-e^{-ipl})\}/s$$
$$s=-i\{(e^{pal}+e^{-pal})+(e^{pbl}+e^{-pbl})-4\}$$

Appendix B 減衰係数 c_d

式(1)のたわみ v を，固有振動モード $Y_n(x)$ の重ね合わせで表す。

$$v(x,t)=\sum_n Y_n(x)a_n(t) \tag{B-1}$$

ここで，$a_n(t)$：モード座標

$Y_n(x)$ は，次式を満足する[2]。

$$Y_n''''=p_n^4 Y_n \tag{B-2}$$

$$p_n^4=\frac{\omega_n^2 m-k_s}{EI} \tag{B-3}$$

ここで，ω_n：固有周波数

式(B-1)を式(1)に代入すると，

$$EI\sum_n Y_n'''' a_n+m\sum_n Y_n\ddot{a}_n+c_d\sum_n Y_n\dot{a}_n+k_s\sum_n Y_n a_n=q(x,t) \tag{B-4}$$

式(B-4)に式(B-2)および式(B-3)を代入し整理すると，次式が得られる。

$$\sum_n(m\ddot{a}_n+c_d\dot{a}_n+m\omega_n^2 a_n)Y_n=q(x,t) \tag{B-5}$$

ここで，Y_m を両辺に乗じて積分すると，固有モードの直交性 $\int_0^L Y_n Y_m dx=0(m\neq n)$ より，m 次固有モードに関するモード振動方程式が次式のように求められる。

$$m\ddot{a}_m+c_d\dot{a}_m+m\omega_m^2 a_m=\int_0^L Y_m q dx\Big/\int_0^L Y_m^2 dx \tag{B-6}$$

これより，m 次固有モードに関する臨界減衰係数 c_{dm}^{cr} は，次式で与えられ，

$$c_{dm}^{cr}=2\sqrt{m\cdot m\omega_m^2}=2m\omega_m \tag{B-7}$$

減衰比を ξ とすると，減衰係数 c_d は，次式となる。

$$c_d=2\xi m\omega_m \tag{B-8}$$

G96-01-3861

3-8

ベイジアン信頼性解析を適用した非定期構造検査に関する研究

正員 板垣 浩* 篠塚正宣**
正員 朝田洋雄*** 伊藤誠一***

Bayesian Reliability Analysis for Non-Periodic Inspection with Estimation of Uncertain Parameters

by Hiroshi Itagaki, *Member*, Masanobu Shinozuka
Hiroo Asada, *Member*, Seiichi Ito

Summary

The present study concentrates on the development of the Bayesian reliability analysis for estimating appropriate values of several uncertain parameters in probability distributions and generating appropriate non-periodic structural inspection schedules using small sample data gathered during in-service inspections. A pressurized fuselage structure of transport-type aircraft with multiple fatigue-critical elements is accepted as a structural model in this analysis. This element is a multiple component of two-bay fail-safe structure, designed by the damage tolerance principle, which consists of three frames and a skin panel subjected to cyclic stress due to differential pressure. Fatigue cracks are initiated and propagated from a hole for a rivet to connect the skin panel to the center frame. Probabilistic factors considered in this model are fatigue crack initiation and propagation, failure rates before and after crack initiation, yield stress, fracture toughness, cyclic stress range and crack detection capability of detailed visual inspection. Uncertain parameters estimated from inspection data such as the number of detected cracks, crack sizes and whether or not failures were detected are a scale parameter in a probability density function of fatigue crack initiation and a parameter in a simplified fatigue crack propagation equation. Both parameters can not be *a priori* estimated because of the paucity of pertinent data. Monte Carlo simulation techniques are utilized in order to generate a failure process in the structural element and to evaluate the validity of the proposed Bayesian reliability analysis.

1. はじめに

構造物の安全性を維持するため，一つの危険評価構造部位に対して運航中に数回の検査を行い，致命的な破壊が発生する以前に損傷を発見し，その部位を修理または交換する手法が一般的に使われるようになってきた。その場合に重要なことは，適切な時期に検査を実施することであり，その要求に応える検査スケジュールを作成することが肝要になる。それに際しては，損傷の発生，進展，破壊，および損傷を発見する能力等の多くの確率要因を扱うことになり，信頼性解析[1-3]が使われることになる。しかし，このような確率要因の中には適切なデータが十分に無い，すなわち解析対象の構造部位の性質を的確に捉えたデータがないため，その確率分布または母数を要求に応え得る精度で求めることができないものがあり，そのような不確実要因の処置が問題になる。

それを解決できる方法の一つが，解析対象の構造部位の検査から逐次収集される有効な情報を含んだデータを活用するものである。しかし，このようなデータは数が少ないので，情報をうまく引き出すためには解析者の判断を助けることのできる確率評価を導入することが有用であると考えられる。そのような観点から，筆者らはベイズの方法の事後確率を利用した不確実要因の推定と，その結果に基づいて最適な非定期構造検査スケジュールを策定することの

* 横浜国立大学工学部
** 南カリフォルニア大学工学部
*** 航空宇宙技術研究所機体部

原稿受理 平成8年1月10日
春季講演会において講演 平成8年5月15，16日

できるベイジアン信頼性解析の有効性[4-11]について，いろいろな角度から検討してきた。

本報告では，輸送機構造の安全性から見て非常に重要な与圧胴体構造[12,13]を取り上げて，それに対してベイジアン信頼性解析から求めた検査スケジュールの評価結果について述べる。本信頼性解析の妥当性を確認するためには，本来は実際のデータを用いることが望ましい。しかし，そのようなデータを入手することができないため，いろいろなダメジ・トレランス設計資料を参照して与圧胴体構造の真実としてのモデルを作成したので，そのモデル化についても報告する。このモデルの発生と検査スケジュールの検討にはモンテ・カルロ・シミュレーションを用いる。この解析方法は他の構造物に対しても適用することができる。

2. 危険評定構造部位のモデル

2.1 真実のモデル

ダメジ・トレランス設計を適用する最も代表的な構造部位である輸送機の与圧胴体構造を危険評定構造部位[3,14,15]として取り上げる。Fig. 1に示すように，これは外板と3本のフレイムから構成される2-bayフェール・セーフ構造部位であり，何れのフレイムもリベットにより外板に取り付けられている。疲労き裂は中央フレイムと外板を取り付けているリベット孔の初期欠陥から機軸方向に進展する。両外側フレイムからは疲労き裂が進展しないものとする。Fig. 1にはそのモデル化の過程を示す。外板とフレイムの使用材料は各々2024系と7075系のアルミ合金である。1機の輸送機の与圧胴体はこのような構造部位を多数有していると考えられる。

以下ではこの構造部位に加わる負荷荷重，疲労き裂発生と進展，および破壊について述べる。

2.1.1 負荷荷重

与圧胴体には種々の荷重が加わるが，疲労に最も影響するものは1飛行に1回加わる与圧差圧荷重である。そこで本解析ではこの荷重のみを考え，応力範囲を Δs により表わす。これは1飛行毎に異なり，正規分布に従う確率変数とする。

2.1.2 疲労き裂発生

外板と中央フレイムを取り付けるリベット孔を明けた時に，その外板と中央フレイム双方の左右の孔縁に初期欠陥ができる。それに与圧による繰返し荷重が加わり，運航開始直後から外板と中央フレイムの左右（機軸方向）に向けて疲労き裂進展が始まる。その詳細をFigs. 2 & 3に示す。このような孔縁き裂が外板の貫通欠陥に達するまでの期間を疲労き裂発生寿命 t_0 (Time to crack initiation: TTCI) とし，次式の2母数ワイブル分布に従うものとする。その時の初期疲労き裂長は a_0 であり，それはリベット孔半径

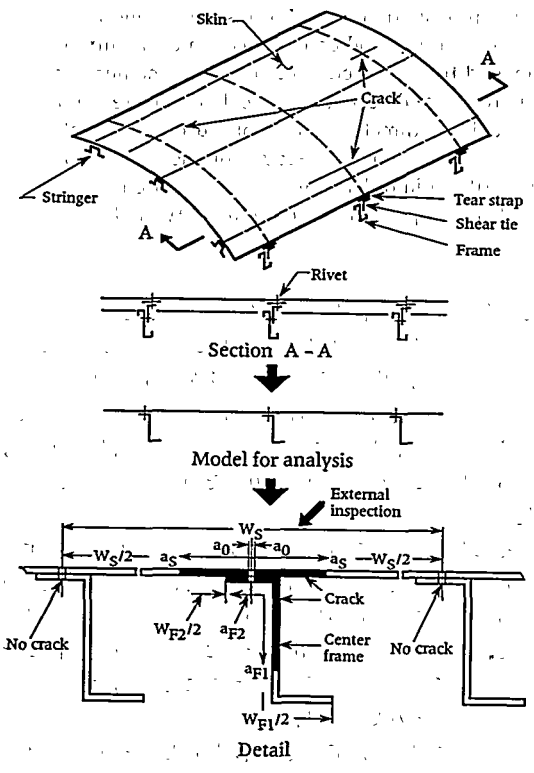


Fig. 1 Fuselage Structural Model

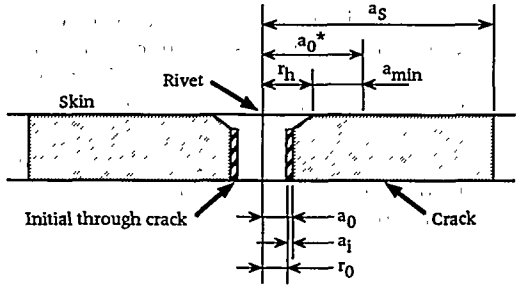


Fig. 2 Definition of Rivet and Crack

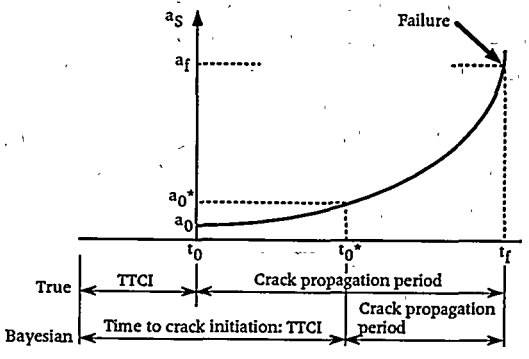


Fig. 3 Fatigue Crack Initiation and Propagation for True Model and Bayesian Analysis Model

r_0 と初期貫通き裂長 a_i の和になる。このように置くことにより，初期欠陥の微視的な評価検討を避けることができる。

$$f_0(t_0)=\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{t_0}{\beta}\right)^{\alpha-1}\exp\left\{-\left(\frac{t_0}{\beta}\right)^{\alpha}\right\} \quad (1)$$

2.1.3　疲労き裂進展

疲労き裂発生寿命に達した後，Fig. 1 に示すように疲労き裂は外板と中央フレイムの左右方向に各々(2)，(3)式の Paris の式に従って進展する。外板については左右に向かって等しい速度で進展するが，それは外側フレイムの補強効果と中央フレイムの疲労き裂長の影響および外板の疲労き裂長と与圧が原因であるバルジ効果の影響を受ける。中央フレイムの疲労き裂も左右に進展するが，その自由端および外板の疲労き裂長の影響を受ける。

(1)　外板 a_S

$$\frac{da_S}{dt}=C_S(\Delta K_S)^{b_S} \quad (2)$$

$$\Delta K_S=\Delta s\sqrt{\pi a_S}\,\beta_{Frame}\beta_{Bulge}$$

$$C_S=10^{z_S}$$

(2)　中央フレイム a_F

$$\frac{da_F}{dt}=C_F(\Delta K_F)^{b_F} \quad (3)$$

$$\Delta K_F=\Delta s\sqrt{\pi a_F}\,\beta_{WF}B_{Skin}$$

$$\beta_{WF}=\sqrt{sec(\pi a_F/W_F)}$$

$$C_F=10^{z_F}$$

ここで，n は飛行回数（繰返し数），ΔK は応力拡大係数，β_{Frame} と β_{Bulge} は各々外側フレイムの補強効果と中央フレイムの疲労き裂長に対する修正係数とバルジ効果に対する修正係数，β_{WF} と β_{Skin} は各々中央フレイムの自由端と外板疲労き裂長に対する修正係数である。また定数 z_S と z_F を各々正規分布に従う確率変数に置くので，C_S と C_F は対数正規分布に従うことになる。

疲労き裂進展期間は Figs. 2 & 3 に示すように t_0 から t_f になり，その間に疲労き裂は a_0 から a_f まで進展する。t_f と a_f は構造部位が破壊する飛行回数とき裂長を示す。

2.1.4　破壊基準

疲労き裂が発生する以前と以後の双方の破壊を考える。発生以前の破壊は制限荷重が加わった時のいわゆる静的破壊である。発生以後の破壊としては 2 種類が考えられる。第 1 は疲労き裂が 2-bay フェール・セーフ長に達する以前に破壊基準に基づく限界き裂長 a_f に達して不安定破壊が発生する場合であり，第 2 はそのような不安定破壊を起こすことなく疲労き裂が 2-bay フェール・セーフ長に達する場合である。何れの破壊もき裂は 2-bay フェール・セーフ長にて停止するが，その状態が長く続くことは次の段階の破壊を引き起こし，また制限荷重が加わると破壊する。そこでこの状態を危険な破壊と考え，本モデルではこれに先立って疲労き裂を発見することが必要になる。

残留強度の評価には残断面の降伏と破壊靭性を考慮した Feddersen[14] の基準を用いる。ここで用いる耐力 S_Y と破壊靭性値 K_C は何れも 2 母数ワイブル分布に従う確率変数に置く。

2.2　ベイジアン信頼性解析のための構造部位のモデル化

真実モデルに対してここではベイジアン信頼性解析で用いるための同じ構造部位のモデルについて記述する。1 機の機体にこのような構造部位が多数あり，それらに対して運航中に外部より詳細目視検査（External detailed visual inspection）を行って疲労き裂の発見に努める。直接的には内部よりの検査を行わない。したがって，外板を進展する疲労き裂 a_S が解析の対象になる。非破壊検査機器（NDI）を使用しない理由は，どこにき裂が発生するのか分からないためである。Fig. 2 に示すように，疲労き裂が $a_0^*=r_h+a_{min}$ よりも長くなった場合に発見できるようになる。r_h はリベット頭半径，a_{min} は目視検査で発見できる最小き裂長である。疲労き裂は Fig. 3 に示すように飛行回数が t_0^* 以上になると発見できるようになるので，この飛行回数がベイジアン信頼性解析での疲労き裂発生寿命（TTCI）になり，これは t_0 よりも非常に長いと考えられる。疲労き裂進展期間はこの t_0^* から t_f であり，それに相当する疲労き裂長は a_0^* から a_f になる。

以下では真実モデル同様に，考慮する各要因について記述する。

2.2.1　疲労き裂発生

疲労き裂長が a_0^* に達した飛行回数 t_0^* が疲労き裂発生寿命（TTCI，Fig. 3 参照）に相当し，その分布を(4)式に示すように 2 母数ワイブルに置く。

$$f_0^*(t_0^*|\beta^*)=\frac{\alpha}{\beta^*}\left(\frac{t_0^*}{\beta^*}\right)^{\alpha-1}\exp\left\{-\left(\frac{t_0^*}{\beta^*}\right)^{\alpha}\right\} \quad (4)$$

ここで，α については解析者が経験に基づいて適切な値を与え，β^* は不確実母数として検査により収集したデータを用いて推定することとする。

2.2.2　疲労き裂進展

疲労き裂進展期間は t_0^* から構造部位が破壊したと想定する t_f までであり，その期間に疲労き裂は a_0^* から a_f まで進展する。疲労き裂進展式としては真実モデルと同じように Paris の式を用いる。しかし，この式は真実モデルとは異なり修正係数を有する応力拡大係数を直接には考慮せず，次式のように極く簡単なものである。

$$\frac{da_S}{dt}=C(a_S)^{b/2} \quad (5)$$

$$C=10^{z}$$

ここで，b については解析者が経験に基づいて適宜に与えるが，C または z は不確実母数として，β^* と同様に検査により収集したデータから推定する。このような簡単化を行い，また不確実母数として z を推定することができれば，

ベイジアン信頼性解析の有効性の一面を確認することにもなる。飛行回数 t における疲労き裂長 a_S は(5)式から次式により与えられる。

$$a_S(t-t_0^*|z)=\{-b'10^z(t-t_0^*)+a_0^{*-b'}\}^{-1/b'} \quad (6)$$

$$b'=(b-2)/2$$

$$a_0^*=r_h+a_{\min}$$

前述したように a_S が a_f に達した時に構造部位は破壊したと考える。

2.2.3 検査とき裂発見確率

先述したように1機の胴体には多数の危険評定構造部位があり，検査毎にそれら総ての構造部位の外板に対して，外部より詳細目視検査を実施する。検査によりき裂を発見した場合にはその長さを正確に認知できるものとし，また部位の破壊（き裂が2-bayフェールセーフ長である）は完全に発見できるものとする。すなわちそのき裂発見確率(Probability of crack detection: POD) は1になる。

（1） 一つのき裂に対するPOD

リベット頭半径よりもき裂が長くなれば，Fig. 2に示すように検査によりき裂を発見できるようになるが，発見できる最小き裂長を考える必要がある。そこで本報告ではPOD $D(a_S^*|d)$ が3母数ワイブル関数に従うものとする。

$$D(a_S^*|d)=1-\exp\left\{-\left(\frac{a_S^*-a_{\min}}{d-a_{\min}}\right)^c\right\} \quad (7)$$

$$a_S^*=a_S-r_h$$

$$\bar{D}(a_S^*|d)=1-D(a_S^*|d) \quad (8)$$

ここで，$\bar{D}(a_S^*|d)$ はき裂非発見確率(NPOD)，$a_S^*=a_S-r_h$ は目視検査可能なき裂長，$a_{\min}$ は先述したように最小発見可能き裂長である。

（2） 1本のリベットに対するPOD

外板のリベット頭の左右に進展する疲労き裂の何れか一方を発見できれば，その結果として他方のき裂も発見できるものとする。また本モデルでは左右のき裂長は等しいので，このPOD $D_t(a_S^*|d)$ とNPOD $\bar{D}_t(a_S^*|d)$ は次式により与えられる。

$$D_t(a_S^*|d)=1-\bar{D}_t(a_S^*|d) \quad (9)$$

$$\bar{D}_t(a_S^*|d)=[\bar{D}_t(a_S^*|d)]^2 \quad (10)$$

2.2.4 修理または交換

検査により外板に疲労き裂を発見した場合，または破壊部位を発見した場合には，次のような処置を行い，修理または交換後には元の状態，すなわち元の母集団に支配される状態に戻ることができると考える。

（1） 疲労き裂を発見した場合には，その長さに応じて修理または交換を行う。また破壊部位については交換する。

（2） 上記の場合，内部検査を行って疲労き裂を有するまたは破断してしている中央フレイムを修理または交換する。

2.2.5 破損率と信頼度

本ベイジアン信頼性解析では従来と同じように，破損率を用いて疲労き裂発生以前と以後各々の信頼度の計算を行う。

（1） 疲労き裂発生以前

制限荷重が全く偶然に加わり静的に破壊する。発生したき裂は両外側フレイムにて停止する。そのような場合の破損率は(11)式に示すように一定値になる。真実モデルにおいても疲労き裂発生以前の破壊はこれと同じ破損率により生じると考える。

$$h(t)=\exp(r)=h_0 \quad (11)$$

ある飛行回数 T_l から運航を開始した構造部位（この飛行回数で修理または交換した）の飛行回数 t における疲労き裂発生以前の信頼度は次式となる。

$$U(t-T_l)=\exp\left\{-\int_0^{t-T_l}h(\tau)d\tau\right\}$$
$$=\exp\{-(t-T_l)\exp(r)\} \quad (12)$$

（2） 疲労き裂発生以後

2母数ワイブル分布にしたがって疲労き裂を有する構造部位が破壊すると置く。したがって，破損率は(13)式により与えられる。

$$h(t)=\frac{\alpha_f}{\beta_f}\left(\frac{t}{\beta_f}\right)^{\alpha_f-1}+\exp(r) \quad (13)$$

一般に構造部位は信頼度が非常に高い範囲で使われるので，換言すれば破壊確率は非常に小さいので，この式はその範囲でのみ近似できればよいと考えられる。t_0^* で疲労き裂が発生した構造部位の信頼度の飛行回数 t における信頼度は次式になる。

$$V(t-t_0^*)=\exp\left\{-\int_0^{t-t_0^*}h(\tau)d\tau\right\}$$
$$=\exp\left\{-\frac{1}{\beta_f^{\alpha_f}}(t-t_0^*)^{\alpha_f}-(t-t_0^*)\exp(r)\right\} \quad (14)$$

ここで，母数 (α_f, β_f) は解析者が経験に基づいて適切な値を与えることとする。

2.2.6 推定する不確実要因

本解析において，検査で収集したデータ（疲労き裂発見と非発見，破壊）を用いて推定する破壊に係わる重要な不確実母数を以下に纏める。

（1） 疲労き裂発生寿命分布の尺度母数：β^*

（2） 疲労き裂進展の定数：z

モデル化から明らかなように，t_0^* を導入したことと簡単な疲労き裂進展式を用いたことにより，何れもが事前に容易に推定することができない母数でもある。

3. ベイジアン信頼性解析の方法

要求信頼度を維持できる検査スケジュールを作成するベイジアン信頼性解析の定式に関する報告[7~9]から，ここではその要点をFig. 4の解析手順の流れに沿って纏める。

3.1 検査により生起する事象

飛行回数 T_j において行う第 j 回検査からは下記する3

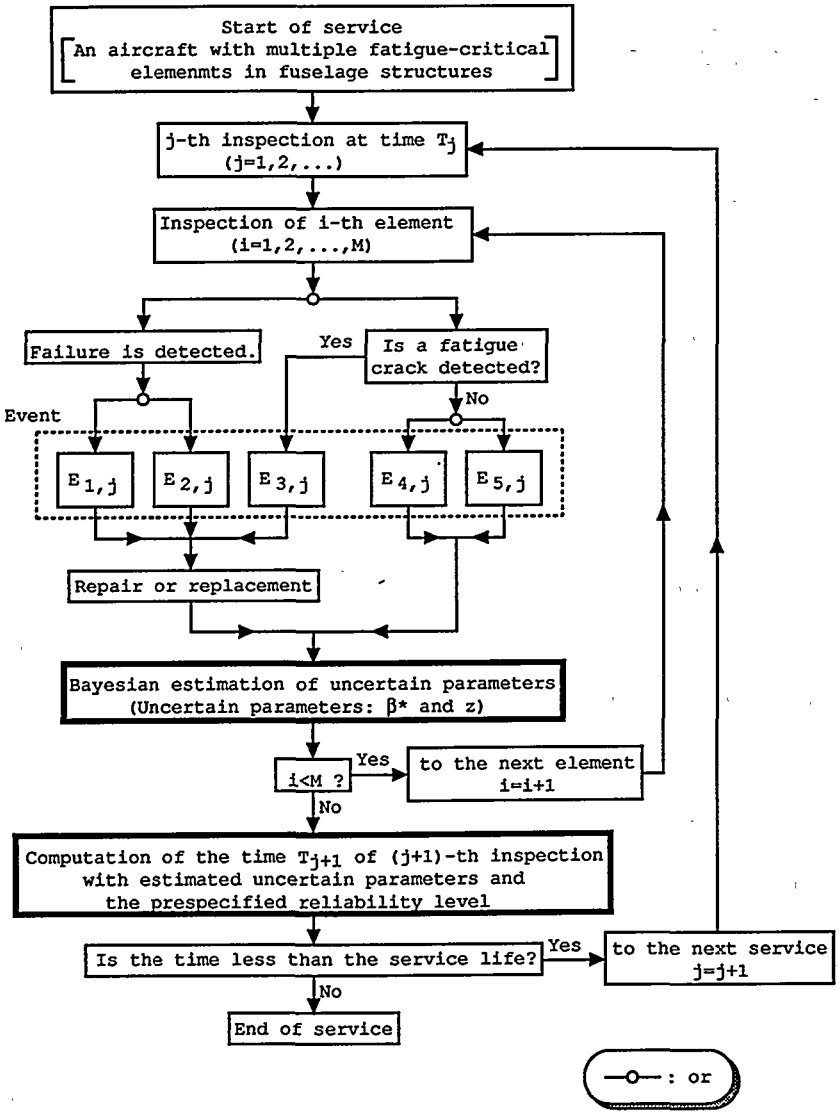


Fig. 4 Flow Chart of Bayesian Reliability Analysis

事象の何れかが生起する。それらをさらに細かく見ると5事象(E_1〜E_5)から構成され，各々を定式化した。この構造部位については，$T_l(l<j)$で行った第l回検査において破壊していることまたは疲労き裂を発見したので修理または交換した。

(1) Event [A : j, l]：構造部位が破壊していることを発見する。これは次の相互に排反な2事象より成る。破面解析を行わないため，この2事象を判別することはできない。

[1] $E_{1,j}$：疲労き裂が発生する以前にT_{j-1}とT_jの間で破壊

[2] $E_{2,j}$：疲労き裂が発生した以後にT_{j-1}とT_jの間で破壊

(2) Event [$B_1(a_j)$: j, l]

[3] $E_{3,j}$：構造部位に長さがa_j+da_jの間の疲労き裂を発見する。

(3) Event [B_2, j, l]：構造部位に破壊も疲労き裂も発見することができない。これは次の相互に排反な2事象より成る。この2事象を判別することはできない。

[4] $E_{4,j}$：T_lとT_jの間で破壊しなかった，またその間に疲労き裂も発生しなかった。

[5] $E_{S,j}$：T_i と T_j の間で破壊しなかった，またその間に発生した疲労き裂も発見できない。

3.2 第 j 回検査後の飛行回数 t^* における一つの構造部位の信頼度

第 j 回検査時の構造部位に対する処置に応じ，次の2種類の信頼度を各々計算する。

（1） 検査時に修理または交換した構造部位の信頼度：Event [A : j, l] または Event [$B_1(a_j)$: j, l]

$$R(t^*;\ \text{Repair}) = \{1-F_0^*(t^*-T_j|\beta^*)\}\cdot U(t^*-T_j) + \int_{T_j}^{t^*} f_0^*(t-T_j|\beta^*)\cdot U(t-T_j)\cdot V(t^*-t)dt \tag{15}$$

（2） 検査時に修理しなかった構造部位の信頼度：Event [B_2 : j, l]

$$R(t^*;\ \text{No Repair}) = \frac{Z}{P[B_2:\ \text{j},\ l]} \tag{16}$$

$$Z = \{1-F_0^*(t^*-T_i|\beta^*)\}\cdot U(t^*-T_i) + \int_{T_j}^{t^*} f_0^*(t-T_i|\beta^*)\cdot U(t-T_i)\cdot V(t^*-t)dt + \sum_{i=1}^{j-1}\left\{\int_{T_i}^{T_{i+1}} f_0^*(t-T_i|\beta^*)\cdot U(t-T_i)\cdot V(t^*-t) \times\left[\prod_{k=i+1}^{j}\{1-D_i(a_S(T_k-t|z))\}\right]dt\right. \tag{17}$$

3.3 不確実要因の推定

このモデルでは先述したように不確実母数である疲労き裂発生寿命分布の尺度母数 β^* と疲労亀裂進展の定数 z をベイジアン信頼性解析の中で推定する。

（1） 事前結合 PDF：両不確実母数の事前結合 PDF (Probability density function) には一様分布を用いる。その分布範囲は解析者が工学的判断に基づいて決めることになる。

$$f^0(\beta^*, z) = \frac{1}{(\beta^*_{\max}-\beta^*_{\min})(z_{\max}-z_{\min})} \tag{18}$$

$$\beta^*_{\min} \le \beta^* \le \beta^*_{\max};\ z_{\min} \le z \le z_{\max} \tag{19}$$

（2） 事後結合 PDF：第 j 回検査後の事後結合 PDF は次式により与えられる。

$$f^j(\beta^*, z) = \frac{LF_j\cdot f^0}{\int_{\beta^*_{\min}}^{\beta^*_{\max}}\int_{z_{\min}}^{z_{\max}}(\text{Numerator})d\beta^* dz} \tag{20}$$

ここで，LF_j は尤度関数であって第 j 回検査の結果から求まる。

3.4 第 j 回検査後の飛行回数 t^* における構造全体の信頼度

M 個所の危険評定構造部位から成り立つ構造全体の信頼度は，(20)式を用いて次式により計算される。

$$\bar{R}_M(t^*) = \int_{\beta^*_{\min}}^{\beta^*_{\max}}\int_{z_{\min}}^{z_{\max}} R_M(t^*|\beta^*, z)\cdot f^j(\beta^*, z)d\beta^* dz \tag{21}$$

本式の不確実母数の条件付確率である構造全体の信頼度 $R_M(t^*|\beta^*, z)$ は，(15)，(16)式を用いて次式により与えられる。

$$R_M(t^*|\beta^*, z) = \left[\prod_{m=1}^{M_1} R_m(t^*, \text{Repair})\right] \times\left[\prod_{m=1}^{M_2} R_m(t^*, \text{No Repair})\right] \tag{22}$$

$$M = M_1 + M_2 \tag{23}$$

ここで，M_1 は第 j 回検査で修理または交換した構造部位の数，M_2 は修理しなかった構造部位の数，である。また，$R_m(t^*;\ \text{Repair})$ と $R_m(t^*;\ \text{No Repair})$ は何れも不確実母数 (β^*, z) の条件付確率である。

3.5 第 (j+1) 回検査を行う飛行回数 T_{j+1} の導出

本モデルは，構造全体がその運航寿命中に事前に決められた信頼度以上を維持できる検査の実施を要求しているため，(21)式の信頼度は次式を満たす必要がある。

$$\bar{R}_M(t^*) \ge R_{\text{design}} \tag{24}$$

ここで，R_{design} は構造全体に対する設計要求信頼度である。本式から第 (j+1) 検査を行う飛行回数は次式により与えられる。

$$T_{j+1} = t^* = \bar{R}_M^{-1}(R_{\text{design}}) \tag{25}$$

T_{j+1} が運航寿命以下であれば，この飛行回数において次回の検査を行うことになる。そして以上の手順 (Fig. 4 参照) を輸送機が運航寿命に達するまで繰り返すことになる。

4. 数値計算例

真実の危険評定構造部位モデルを設定するために用いた数値およびベイジアン信頼性解析に用いた数値を Table 1 に示す。真実の値には概ね実際の与圧胴体の構造設計に使われているものを採用した。真実の構造部位の破壊過程は，モンテ・カルロ・シミュレーションを用いて発生させ，それにこの信頼性解析を適用して，不確実母数 (β^*, z) と最適な非定期検査スケジュールを推定する。

推定する不確実母数 (β^*, z) の最小値，最大値，範囲および分割幅を纏めると次のようになる。範囲を 14 等分した。試行錯誤の結果を用い，解析者の経験と判断に基づいてこれらの値を決めた。

$\beta^*_{\min}$=17,000 flights ; $\beta^*_{\max}$=66,000 flights ;
$\bar{\beta}^* = \beta^*_{\max} - \beta^*_{\min}$=49,000 flights ; $\Delta\beta^*$=3,500 flights
$z_{\min}=-4.1$; $z_{\max}=-2.7$; $\bar{z}=z_{\max}-z_{\min}=1.4$;
$\Delta z=0.1$

1機が有するこの構造部位数は $M=(100, 200)$，運航寿命は多少長く 50,000 飛行回数，構造全体が維持する設計要求信頼度は $R_{\text{design}}=0.8$ とする。したがって，各構造部位が相互に独立であると仮定すれば，一つの構造部位が運航寿命中に維持しなければならない要求信頼度は各々の M に対して (0.998, 0.999) になる。疲労き裂発生以前の破損率の定数 r は $r=-18$ と置いたが，これは 10^{-8}/ flight hour (Extremely remote) の破損率と 6 万飛行時間の設計寿命から導いた値である。フレイム間隔は W_S の半分であり，50

Table 1 Values of Parameters in Numerical Example

Item		Values for true model	Bayesian analysis: Model value	Bayesian analysis: Range for estimation
·Service life (flights)			50,000	
·Minimum level of reliability	R_{design}		0.8	
·Total number of critical elements	M		100, 200	
·Parameters of TTCI in Eq.(1)				
2-parameter Weibull	α	4	4	
	β(flights)	40,000		
	β^*(flights)		Unknown	17,000 to 66,000
·Rivet head radius r_h(in)		0.18	0.18	
·Initial half crack length for true model a_0(in)		0.1		
·Initial half crack length for Bayesian analysis a_0^*(in)			0.22	
·Minimum detectable crack length	a_{min}(in)		0.04	
·Effective width (in) Skin	W_S	40		
Frame	W_{F1}	14		
	W_{F2}	2		
·Maximum allowable crack length a_{max}=W/2 (in) Skin	$a_{S,max}$	20	20	
Frame	$a_{F1,max}$	7		
	$a_{F2,max}$	1		
		2024-T3 (Skin:S)	7075-T6 (Frame:F)	
·Yield stress S_y(ksi)				
2-parameter Weibull	α_{Sy}	19	19	
	β_{Sy}(ksi)	49	70	
·Fracture toughness Kc(ksi√in)				
2-parameter Weibull	α_{Kc}	12	12	
	β_{Kc}(ksi√in)	140	65	
·Fatigue crack propagation in Eqs.(2) & (3)	b	3.8	3.4	
Normal	μ_z	-9.5	-9.0	
	σ_z	0.154	0.154	
in Eq.(5)	b		4.0	
	z		Unknown	-4.1 to -2.7
·Cyclic stress range in Eqs.(2) & (3)	Δs(ksi)			
Normal	$\mu_{\Delta s}$ (ksi)	18		
	$\sigma_{\Delta s}$ (ksi)	0.9		
·Parameters of POD in Eq.(7)	ε		1.4	
	d (in)		1.2, 1.4, 1.6, 1.8	
·Parameters of failure rate in Eq.(11)	r		-18	
in Eq.(13)	α_f		5.5	
	β_f (flights)		37,000	

Note: 1 ksi=6.895 MPa, 1 in=2.54 cm, 1 ksi√in=1.099 MPa√m

cm [=20 inches] になる。正規分布する疲労き裂進展の定数 z の標準偏差を σ_z=0.154 に置くので，平均の疲労き裂進展速度の 2 倍と半分の間の速度が全体に占める割合は 95 %になる。POD の形状母数は ε=1.4, 最小発見可能き裂長は a_{min}=1 mm[=0.04 inches] と置き，尺度母数については POD の影響を調べるために，d=(30.5, 35.6, 40.6, 45.7) mm[=(1.2, 1.4, 1.6, 1.8) inches] の値[16,17] について検討する。

M と d の各値の組合わせに対する 1 機の飛行回数に対する構造全体の信頼度の変化に関するシミュレーション結果を Figs. 5 &6 に示す。図中の数は検査において発見した疲労き裂の数であり，×印は構造部位が破壊した時点（本シミュレーションでは全ての破壊は疲労き裂が発生した以後に起きた）また検査直後は(15)，(16)式に示すように機体の中の破壊した構造部位を全て修理・交換するので，信頼度は 1 に戻る。その後，運航時間に従って信頼度は低下し，R_{design}=0.8 において次の検査を行っている。この計算結果によれば，初回検査は運航開始後非常に時間が経過した時点で行われており，これは一般的な構造物においては妥当な検査であろうと考えられる。構造部位数が増え，POD の能力が低下（d の値が大きくなる）すれば，要求信頼度を維持するために検査回数は増加し，検査間隔は短くなることが分かる。言い換えれば，このような検査を実施することにより，疲労き裂を発見できる機会が増え，それらを修理することができるので，破壊する構造部位数の増加を防ぐことができる。シミュレーション結果を全体的に見て，発見した疲労き裂の数は少ないものの構造部位数に比較して破壊する構造部位の数が非常に少なく，不確実母数の推定を伴って適切な時期に非定期検査を実施していると判断される。

このシミュレーションから得られた第 3 回検査後の事後結合確率密度分布を Figs. 7 & 8 に示す。これによれば事後

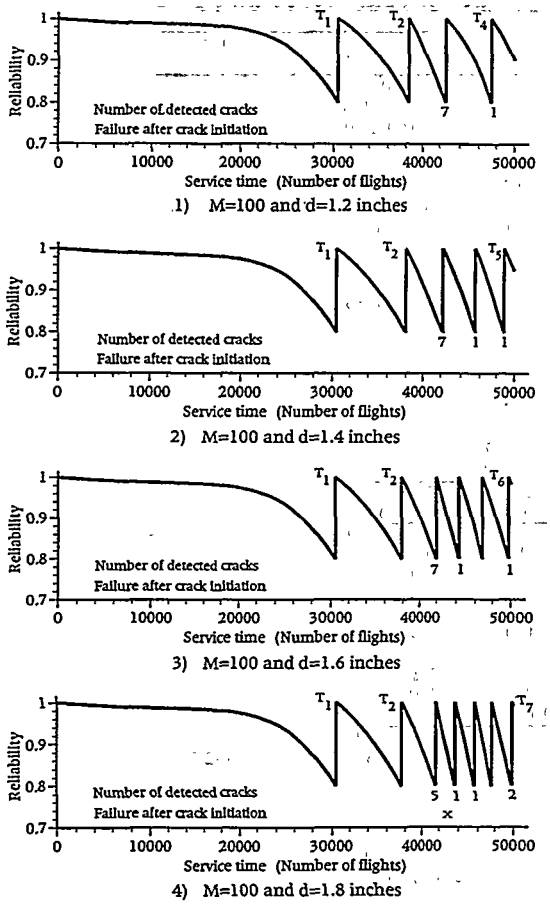


Fig. 5 Inspection Schedule and Structural Reliability ($M=100$ and Uncertain Parameters: β^* and z)

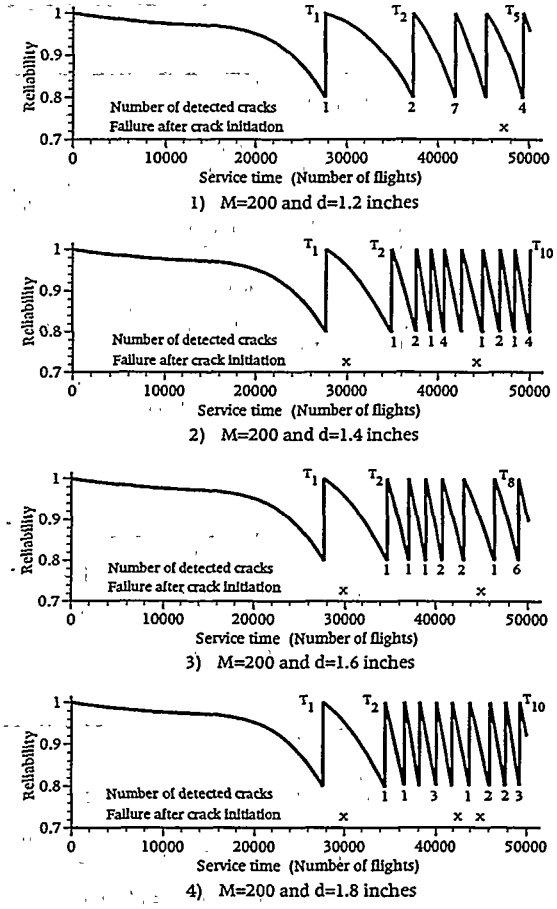


Fig. 6 Inspection Schedule and Structural Reliability ($M=200$ and Uncertain Parameters: $\beta^*$and z)

確率は発見した疲労き裂数が少ない場合は多少劣るものの，一般に最頻値は概ねある一定の値に集中していることが分かる。すなわち，この信頼性解析から見て妥当な値を推定していると考えることができる。

5. おわりに

ダメジ・トレランス設計を適用する与圧胴体の危険評定構造部位を取り上げ，それに対して検査から得られる少数のデータを用いて不確実要因の適切な値を推定しながら，適切な非定期検査スケジュールも推定できるベイジアン信頼性解析について検討した。その結果，疲労き裂発生時期を詳細目視検査の要領に基づいて決めた，また疲労き裂進展式を極く簡単なものに置き，双方を不確実要因として推定したにも拘わらず，妥当と思われる値とそれを用いた適切な検査スケジュールを推定することができたと考えられ，この解析方法の有効性をある程度確認することできた。

この研究では同時に，構造部位とその中で発生・進展する疲労亀裂のモデル化，破壊の条件，破損率，および検査の能力についてもいろいろな観点から検討した。本信頼性解析方法は海洋構造物のような他の構造物に対しても有効であると考えられる。

今後は，不確実要因が多くなった場合にもこの解析が使用できるように定式を修正する，フリートを考えた場合に検査から見た効果を取り入れることのできる解析方法を導出，およびその他の危険評定構造部位，特に経年構造で問題になっている Widespread fatigue damage[18] について検討することを考えている。

この研究を行うに際しては，藤本由紀夫教授(広島大学)，G. Deodatis 教授（Princeton 大学），T. Swift と S. Sampath の両氏（米連邦航空局 FAA）より，多くの有益な御示唆と御支援を頂いた。ここに記して深く感謝致しま

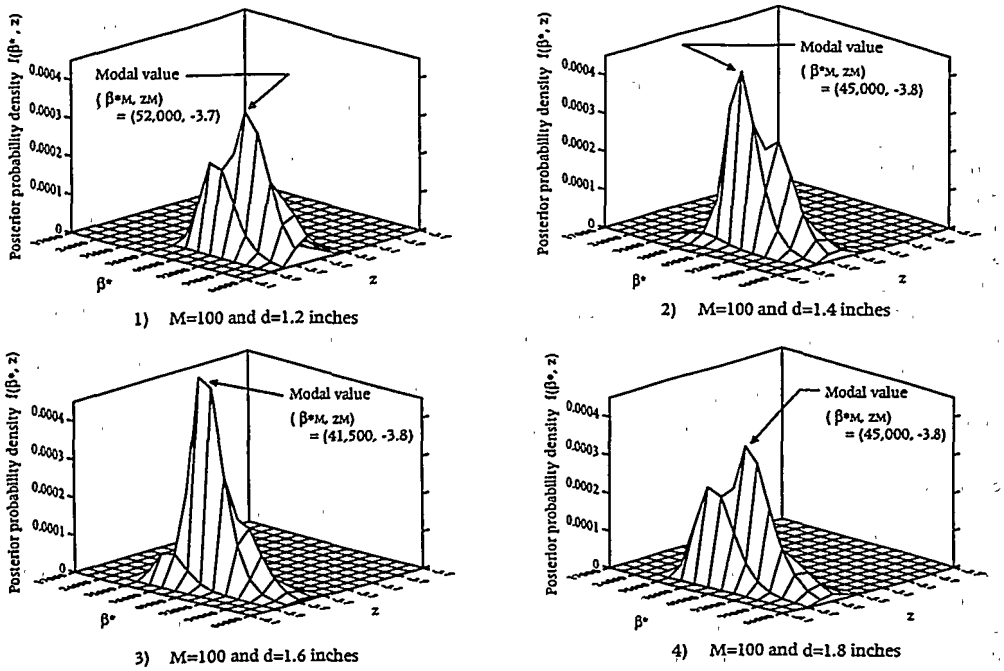


Fig. 7 Posterior Joint Probability Density Functions at Third Inspection
(M=100 and Uncertain Parameters: β^* and z)

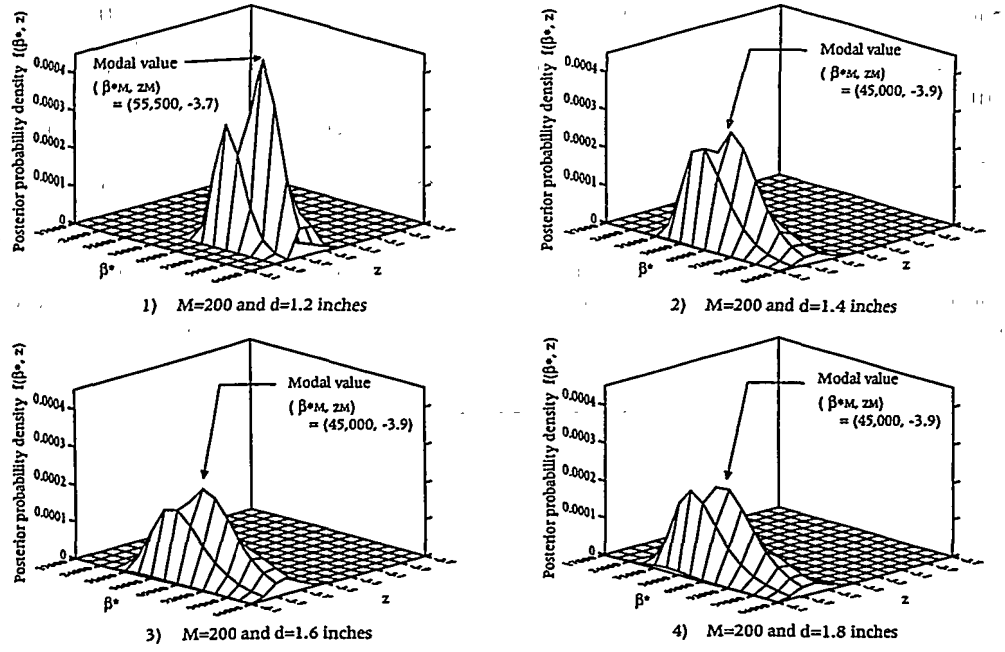


Fig. 8 Posterior Joint Probability Density Functions at Third Inspection
(M=200 and Uncertain Parameters: β^* and z)

す。

参考文献

1) Yang, J.-N. and Trapp, W. J.: Reliability Analysis of Aircraft Structures under Random Loading and Periodic Inspection, AIAA Journal, Vol. 12, No. 12 (12/1974), pp. 1623-1630.
2) Shinozuka, M.: Development of Reliability-Based Aircraft safety Criteria: An Impact Analysis, AFFDL-TR-76-31, Vol. 1 (4/1976).
3) Goranson, U. G.: Damage Tolerance-Facts and Fiction, Proceedings of the 17 th Symposium of the International Committee on Aeronautical Fatigue (ICAF), Vol. 1 (6/1993), pp. 3-105.
4) Shinozuka, M., Itagaki, H. and Asada, H.: Reliability Assessment of Structures with Latent Cracks, Proceedings of US-Japan Cooperative Seminar "Fracture Tolerance Evaluation" (12/1981), pp. 237-247.
5) Asada, H., Itagaki, H. and Ito, S.: Effect of Sampling Inspections on Aircraft Structural Reliability, Proceedings of the 4 th International Conference on Structural Safety and Reliability, ICOSSAR '85, IASSAR Publication, Vol. 1 (5/1985), pp. I. 87-I. 96.
6) Itagaki, H. and Yamamoto, N.: Bayesian Analysis of Inspection on Ship Structural Members, ICOSSAR '85, IASSAR Publication, Vol. 3 (5/1985), pp. III 533-III 542.
7) Fujimoto, Y., Itagaki, H., Ito, S., Asada. H. and Shinozuka, M.: Bayesian Reliability Analysis of Structures with Multiple Components, ICOSSAR '89, ASCE Publication, Vol. 3 (8/1989), pp. III 533-III 542.
8) Deodatis, G., Fujimoto, Y., Ito, S., Spencer, J. and Itagaki, H.: Non-Periodic Inspection by Bayesian Method I, Probabilistic Engineering Mechanics Journal, Vol. 7, No. 4 (1992), pp. 191-204.
9) Ito, S., Deodatis, G., Fujimoto, Y., Asada, H. and Shinozuka, M.: Non-Periodic Inspection by Bayesian Method II: Structures with Elements Subjected to Different Stress Levels, Probabilistic Engineering Mechanics Journal, Vol. 7, No. 4 (1992), pp. 205-215.
10) Kawamoto, A., Itagaki, H. and Ishizuka, T.: An Application of Bayesian Decision Theory to the Design and Inspection of Marine Structures, Journal of the Society of Naval Architects of Japan, Vol. 176 (12/1994), pp. 587-595.
11) Kawamoto, A., Itagaki, H. and Ishizuka, T.: Selection of the First Inspection Time Based on Maximization of Amount of Information, J. the Society of Naval Architects of Japan, Vol. 176 (12/1994), pp. 597-602.
12) Itagaki, H., Ito, S. and Asada, H.: Failure Rate Function for Reliability Analysis of Pressurized Fuselage Structures, The 1995 Joint ASME/JSME Pressure Vessels and Piping Conference, PVP-Vol. 302, Composites for the Pressure Vessel Industry (7/1995), pp. 231-236.
13) 伊藤, 朝田, 板垣, 篠塚, Sampath：輸送機与圧胴体構造部位の信頼性解析, 第37回構造強度に関する講演会講演集 (7/1995), pp. 121-124.
14) Swift, T.: Damage Tolerance Capability, Fatigue, Vol. 16, No. 1 (1994), pp. 75-93.
15) Federal Aviation Administration, Advisory Circular: Damage-Tolerance and Fatigue Evaluation of Structure, AC No. 25. 571-1 B (Draft), (7/1993).
16) 運輸省航空局技術部検査課：目視点検による亀裂の発見に関する調査検討報告書, および別冊 (3/1991).
17) Endoh, S., Tomita, H., Asada, H. and Sotozaki, T.: Practical Evaluation of Crack Detection Capability for Visual Inspection in Japan, Proceedings of the 17 th Symposium of the International Committee on Aeronautical Fatigue (ICAF), Vol. 1 (6/1993), pp. 259-280.
18) Swift, T.: Widespread Fatigue Damage Monitoring-Issues and Concerns, FAA/NASA International Symposium on Advanced Structural Integrity Methods for Airframe Durability and Damage Tolerance, NASA Conference Publication 3274 Part 1 (5/1994), pp. 829-870.

G96-01-3862

3-9

固有関数を用いた薄板構造物の弾塑性解析法

第3報　信頼性解析への応用

正員　上　田　幸　雄*　正員　正　岡　孝　治**
正員　岡　田　博　雄**

Ultimate Strength Analysis of Thin Plated Structures Using Eigen-functions

(The 3rd Report) Application to Reliability Analysis

by Yukio Ueda, *Member*　Koji Masaoka, *Member*
Hiroo Okada, *Member*

Summary

Thin walled structures such as ships and offshore structures are composed of many stiffened plate panels. To analyze these structures efficiently, "Idealized Structural Unit Method (ISUM)" was proposed by one of the authors. In the previous reports, eigen-function for large deflection and sectional yield conditions at each integration points for plasticity were introduced to calculate a plate panel, which exhibits complex behavior especially among some ISUM elements. This method can efficiently and accurately analyze the behavior of rectangular plates with initial imperfection such as initial deflection and welding residual stress.

Recently researches on structural reliability of ships and offshore structures are actively performed such as reliability design of ship structure, quantifying randomness and uncertainties on response and strength of ship structure, and reliability design assessment of offshore structure. Reliability evaluation of structures is important.

In this study reliability analysis of the ultimate strength of ship structural models is performed using this developed element and method. Firstly it is shown that the developed element can be applied very efficiently to ultimate strength analysis in contrast with finite element method. Secondly reliability evaluation for ultimate strength of structural models is performed using the present method of ultimate strength analysis. Local failure modes of the models change as the load increases until ultimate strength state. Numerical analysis such as the present method is only possible to analyze the complex behavior. Since analysis of the reliability of ultimate strength needs analysis of ultimate strength repeatedly, finite element method isn't an effective method to use for reliability analysis of thin walled structures. This method is very effective not only for the analysis of ultimate strength but also for problems of reliability evaluation.

1. 緒　　言

船舶や海洋構造物の上部構造のような薄板構造物は防撓材で囲まれた多くの板パネルから構成されている。これらの構造物が構造全体としての最終強度にいたるまでには，各部材パネルには局部座屈，塑性化などが生じ，それらの現象は複雑である。船舶の最終強度の解析に対する研究はいくつかある。例えば，山本ら[1),2),3)]はスラミングをうける船の縦最終強度を解析している。また，矢尾ら[4),5)]は縦曲げ最終強度の解析法を提案している。一方，筆者らの一人は構造物の最終強度解析を有限要素法よりも効率のよい方法で解析するために，理想化構造要素法(ISUM)を提案してきた[6),7),8)]。

理想化構造要素の中でも複雑な挙動を示す板パネルの大撓み弾塑性解析を精度よく解析するために，前報の研究では，大撓みに選択的固有関数を用い[9)]，塑性に関しては数値積分点での断面降伏条件を適用する[10),11)]新しい解析法を

* 大阪大学溶接工学研究所
** 大阪府立大学工学部

原稿受理　平成8年1月10日
春季講演会において講演　平成8年5月15，16日

提案し，これをもとにした新しい矩形板要素を開発した[12),13)]。この要素を用いると初期撓みや溶接残留応力のような初期不整を有する板の最終強度解析も効率的に精度よく解析することができる[14)]。

近年，船体，海洋構造物の構造信頼性に関する研究が活発に行われ，日本においても，いくつかのプロジェクト研究が実施されている[15)]。例えば，日本造船研究協会第210研究部会においては船体構造の信頼性設計に関する研究が行われ，また第207研究部会等においては船体構造の応答，強度に関するrandomnessとuncertaintiesの定量化についての研究が行われている[16)]。さらに，日本造船学会海洋工学委員会構造部会においては，海洋構造物の信頼性設計指針に関する研究が行われている[17)]。このように構造物の信頼性を検討することは重要である。

本研究では理想化構造要素法に信頼性工学を導入して船体の最終強度の信頼性解析を行なう。まず，本研究で開発した要素を実構造物のモデルに適用し，有限要素法では時間を要する解析でも，本解析法では短時間に精度よく実行することができることを示す。構造体として，西原[18)]が実験で用いたモデルを対象に純曲げモーメント，さらにスラミング時の縦強度を想定し[3)]，曲げモーメントと剪断力とを同時に作用させた解析を行なった。引き続いて，同じモデルに対して本解析法を基にして信頼性解析を行い[19),20)]，最終強度の信頼性について調べた。

通常，構造物は最終強度にいたるまでに損傷モードが複雑に変化する。そのような複雑な変化に対応した最終強度解析を行なうためには数値解析が必要である。従って，半解析的なモード分類法などの適用は困難である。また，この種の最終強度の信頼性解析を行なうためには最終強度解析を繰り返し行なう必要があり，有限要素法では所要計算時間が多く，板構造物の最終強度の信頼性解析に対しては効率的な手法とはいえない。これに対して，本解析法では簡潔に最終強度を解析することができるので信頼性評価にも非常に有効な解析法である。

2. 矩形板要素

本論文では，Fig. 1に示すような周辺単純支持の矩形板を一要素として用いる。この要素の力学的特性は一様な軸力と剪断力をうける場合に対応することができる。この要素は有限要素法と同様の手法で導かれる。したがって，各角点は矩形要素の節点であり変位関数も一要素の全領域に適用できるように表現する。撓みに関しては選択的固有関数を選ぶ。基本の固有関数は固有値問題を解くことにより求められる[21)]。選択的固有関数を用い，大撓み理論を考慮した矩形板の平衡方程式を解くことにより，面内変位を節点変位と固有関数の係数で表現する[22)]。

要素剛性の導出は前報で述べた変位関数を用い，積分は数値積分によって計算する。塑性の判定は数値積分点における断面降伏条件式による。最終的に導出される平衡方程式は増分形であるが，各荷重増分毎に節点における内外力を釣り合うように非線形方程式を解き収束計算を行なう[23)]。解法の手順は通常の有限要素法と同じである。

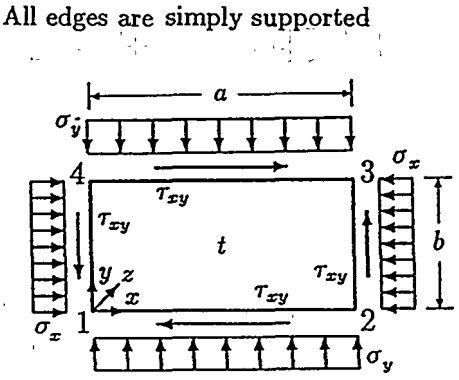


Fig. 1 Rectangular plate subjected to compression and shear

本解法の要素レベルの精度については前報で述べており，複合荷重を受ける場合や，初期撓みおよび溶接残留応力等の溶接初期不整を有する場合にも十分実用的な精度で最終強度および最終強度後の剛性などを解析することができる。

3. 解析方法

3.1 解析モデル

Fig. 2は西原の実験[18)]を参考にした解析モデルで，MST-3モデル，MST-4モデル，MDTモデルの3ケースある。MST-3モデルとMST-4モデルは単殻のタンカーをモデル化したものである。MDTモデルは船底が二重殻のタンカーをモデル化したものである。Fig. 3はMST-3モデルを3次元的に描いた図である。MST-3とMDTはすべて板厚 t=3.05[mm]である。MST-4モデルの板厚は t=4.35 [mm] である。t=3.05 [mm] と t=4.35 [mm] の2種類の板厚の鋼板が使われているが，それぞれの鋼板の降伏応力 σ_Y，ヤング率 E，ポアソン比 ν をTable 1に示す。断面はどのモデルも720 [mm]×720 [mm] であり，試験体の奥行き（トランススペース）は540 [mm] である。実験では純曲げモーメントのもとでの最終強度が求められている。

3.2 解析条件

実験に対応させて縦強度解析を行なうために1トランスリングを解析対象とした。

Fig. 3の断面CDEFは変形後も平面を保つと仮定して解析した。同様，ABを含む断面も平面を保つと仮定した。よって，この仮定にあうような x 方向の変位 u は拘束をう

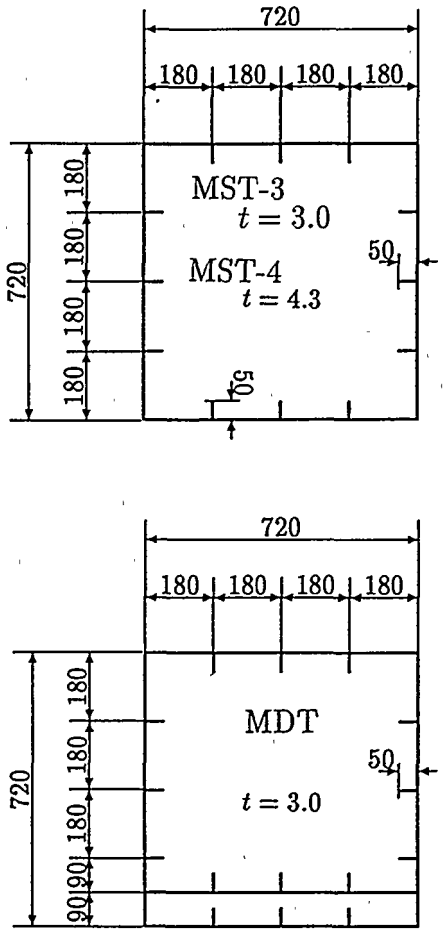


Fig. 2 Calculated models

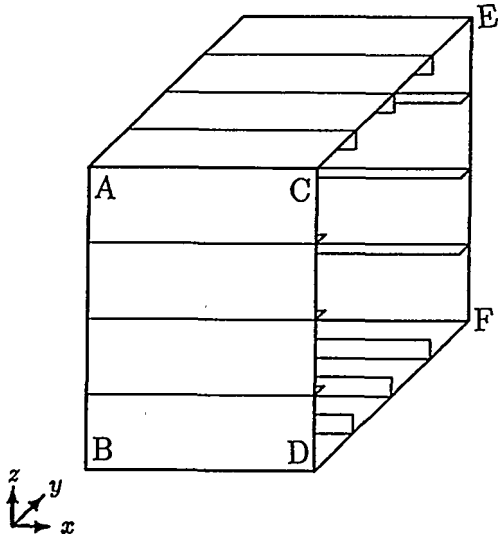


Fig. 3 Model MST

Table 1 Material properties of the steels

t[mm]	σ_Y[kgf/mm^2]	E[kgf/mm^2]	ν
3.05	29.3	21100	0.277
4.35	26.9	21200	0.281

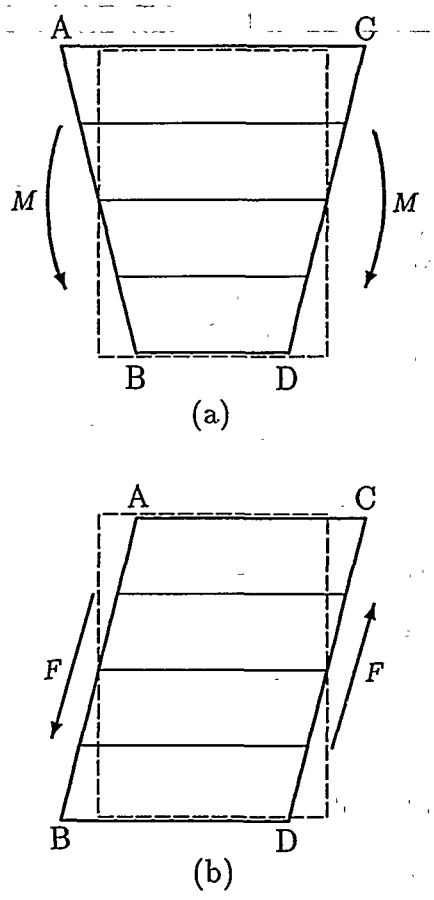


Fig. 4 Displacements of hull girder subjected to bending moment and shear

ける。Fig. 4 の(a)はモーメントのみが作用したときの変形図である。断面が上下非対象の場合は，中性軸の位置は上あるいは下に移動する。(b)は剪断のみが作用したときの変形図である。Fig. 4 の A, B, C, D は Fig. 3 の A, B, C, D に対応する。断面は変形後も平面を保つように制御しながら荷重をかけている。モーメントと剪断が同時に作用する場合は(a)と(b)を組合せた変形図になる。 解析対象のパネルの縦横比は α=3 であり，解析にあたって，1 パネルの積分点の数は 15×5，パネルの溶接残留応力は矩形分布とし，圧縮側が $0.2\sigma_Y$ で引張側は σ_Y とした。固有関数は側板に関しては 3 波の純圧縮座屈波形，3 波の純剪断座屈波形の 2 つを選択し 2 パラメータで解析した。上下板に

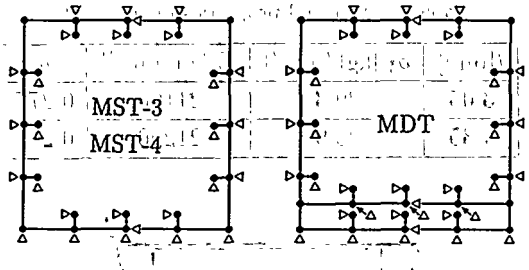


Fig. 5 Restrained conditions of calculated models

関しては3波の圧縮座屈波形のみで，1パラメータを考えている。初期撓み量は3波の圧縮座屈波形に対しては $W_{0C3}=0.2t$，3波の剪断座屈波形に対しては $W_{0S3}=0$ としている。また，ロンジにはここで開発した矩形板要素を用い，初期不整はないとしている。

Fig. 5 に横断面図を示す。●印は節点を示す。今回開発した要素は節点力は隣接要素に伝達することができるが，節点モーメントは隣接要素に伝達することができない。従って，部材の自由回転をさけるため，ある程度の拘束を与える必要がある。今回は Fig. 5 に示すように横方向移動を止めるような拘束を与えた。Fig. 5 に示す拘束により数値解析上特異になり解けなくなることはない。また，横方向の過剰拘束が生じないように拘束をしている。

3.3 解析手法

解析モデルの端面における変位成分，すなわち U を縦方向の伸び，V を剪断変形，θ を曲げによる回転角とすると各要素の x 方向の変位 $\{U\}$ と U, V, θ は変換マトリックスによってその関係を表現することができる。

$$\{U\}=[T_x]\begin{Bmatrix}U\\V\\\theta\end{Bmatrix}$$

節点力に対しても同様の関係を表すことができる。

$$\{X\}=[T_x]\begin{Bmatrix}N\\F\\M\end{Bmatrix}$$

ここで，N は軸力，F は剪断力，M は曲げモーメントである。

x 方向以外，つまり y 方向と z 方向の節点力と節点変位を力学的境界条件を持つ自由度と幾何学的境界条件を持つ自由度に分解する。すなわち，$\{\Delta P_A\ \ \Delta P_B\}$ と $\{\Delta\delta_A\ \ \Delta\delta_B\}$ である。ここで，$\{\Delta P_A\}$ は力学的境界条件の節点力であり，$\{\Delta P_B\}$ は幾何学的境界条件の節点力である。また，$\{\Delta\delta_A\}$ は力学的境界条件の変位であり，$\{\Delta\delta_B\}$ は幾何学的境界条件の変位である。

以上より，全体剛性行列は式(1)のように書くことができる。

$$\begin{Bmatrix}\Delta N\\\Delta F\\\Delta M\\\{\Delta P_A\}\\\{\Delta P_B\}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}K_{11}&K_{12}&K_{13}&K_{14}&K_{15}\\K_{21}&K_{22}&K_{23}&K_{24}&K_{25}\\K_{31}&K_{32}&K_{33}&K_{34}&K_{35}\\K_{41}&K_{42}&K_{43}&K_{44}&K_{45}\\K_{51}&K_{52}&K_{53}&K_{54}&K_{55}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\Delta U\\\Delta V\\\Delta\theta\\\{\Delta\delta_A\}\\\{\Delta\delta_B\}\end{Bmatrix}. \tag{1}$$

本解析では，$\Delta N=0, \Delta F=\alpha\Delta M, \{\Delta P_A\}=0, \{\Delta\delta_B\}=0$ であり，$\Delta\theta$ を変位制御して増分的に解を求めている。

未知変数を左辺へ既知変数を右辺へ移行し，0ベクトルを消去すると式(1)は式(2)になる。

$$\begin{bmatrix}K_{11}&K_{12}&0&K_{14}&0\\K_{21}&K_{22}&-\alpha&K_{24}&0\\K_{31}&K_{32}&-1&K_{34}&0\\K_{41}&K_{42}&0&K_{44}&0\\K_{51}&K_{52}&0&K_{54}&-I\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\Delta U\\\Delta V\\\Delta M\\\{\Delta\delta_A\}\\\{\Delta P_B\}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-K_{13}\\-K_{23}\\-K_{33}\\-K_{43}\\-K_{53}\end{Bmatrix}\Delta\theta. \tag{2}$$

式(2)を解くことにより，$\Delta N=0$ と $\Delta F=\alpha\Delta M$ を満たしながら，$\Delta\theta$ により変位制御をしながら構造の最終強度および最終強度後の挙動を解析した。

本解析法は増分法で解かれ，1増分間毎に収束計算を行なうが収束計算においても同様の計算方法をとった。

また，解析を行なうにあたっては剪断剛性に関して次数低減積分（要素中心積分）をおこなうことにより剪断によるロッキングを防いだ。

4. 最終強度の確定論的検討および解析例

4.1 純曲げをうける場合

Fig. 2 に示したモデルを本解析法で解析した。Fig. 6 と Fig. 7 に各モデルの曲率と曲げモーメントの関係を示す。図の横軸は曲率 ϕ で，縦軸は曲げモーメント M である。一点鎖線は西原によって行われた実験結果の最終強度である。MST-3 モデルは2回実験がなされている。実験および簡易解析のモデルであるハルガーダーの曲げ剛性（EI）と全断面塑性モーメント（M_Y）を Table 2 に示す。

Fig. 6 と Fig. 7 の点線は完全弾性挙動と全断面塑性曲げモーメントを示す。また破線と実線は本解析法による解であり，破線が残留応力を考えなかった場合，実線は残留応力を考えた場合の結果である。MST-3 モデルと MST-4 モデルは上下対象であるので，サギングの場合とホギングの場合の挙動は同じであるが，MDT モデルにおいてはサギングとホギングで最終強度に違いがでる。これは，圧縮側での座屈の影響があらわれるためである。

本解析結果は MST-3 と MDT のサギングコンディションにおいて西原の実験に比べて高い値を示すが，これは，本解析では最終強度時におけるロンジの横倒れを考慮していないことに原因があると考えられる。

4.2 曲げと剪断をうける場合

MST-4 モデルを対象に曲げと剪断をうける場合の全断

面塑性縦強度と座屈を考慮した最終強度解析を行なった。

曲げモーメントと剪断力が作用するときの全断面塑性強度を2つの解析的解法によって求め，本解析法での結果と比較する基準とする。

純剪断を受けるときの最終強度は垂直の部材にのみ剪断応力が作用するとして計算した。すなわち，側板と上下のロンジ材が剪断力をうけもつとして計算した。

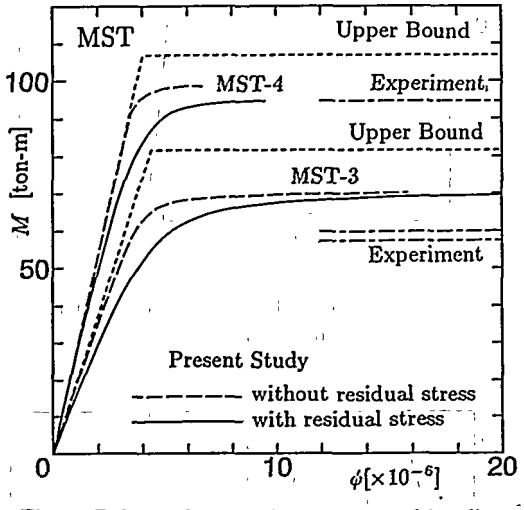


Fig. 6 Relation between curvatures and bending moments of MST model

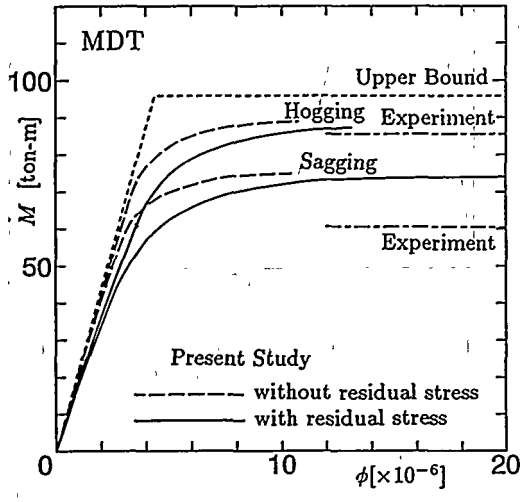


Fig. 7 Relation between curvatures and bending moments of MDT model

Table 2 Stiffness and strength of each model

Model		EI[ton-m]	M_Y[ton-m]	M_U[ton-m] (Exp.)
MST-4		2.665×10^7	107.0	94.5
MST-3		1.860×10^7	81.7	57.5 60.0
MDT	Sagging	2.178×10^7	95.8	60.5
	Hogging			85.5

4.2.1 解析的解法Iによる全断面塑性

剪断応力が垂直方向の部材に一様に作用すると仮定して解く。各部材が塑性条件を満足する場合の直応力は式(3)になる。

$$\sigma_x=\pm\sqrt{\sigma_Y^2-3\tau_{zy}^2}. \tag{3}$$

これより，全断面塑性の相関を求めるとMST-4のモデルの場合は式(4)になる。

$$M/M_Y=0.6065+0.3935\sqrt{1-(F/F_Y)^2} \tag{4}$$

ここで，MST-4モデルの場合 $M_Y=107.0$[ton-m]，$F_Y=117.6$ [ton] である。

4.2.2 解析的解法IIによる全断面塑性

解法Iで述べた剪断応力が垂直部材に一様であるとするのは一つの仮定あるが，Hodge[24] は塑性流れ則に従い断面の各点での降伏応力を満足するように直応力と剪断応力を決定した。曲げモーメント M と剪断力 F を求めると式(5)になる[3]。

$$M=s\sigma_Y\int_A\frac{z^2}{\sqrt{1+s^2z^2}}dA.$$

$$F=\frac{\sigma_Y}{\sqrt{3}}\int_{A_w}\frac{1}{\sqrt{1+s^2z^2}}dA_w. \tag{5}$$

ここで，A は全断面を，また，A_w は垂直部材のみの断面を意味する。したがって，A_w に関しては側板のような垂直部材の剪断応力はそのまま算入され，上下板のような水平部材は剪断力 F には算入されないことを意味する。s は M と F の相関を関連づける媒介変数である。

4.3 本解析法による解析

以上の各理論をもとに次の3ケースについて，全断面塑性強度と最終強度の計算を行なった。

(1) $F=0$ [ton]，(2) $F=M/2L$ [ton]，

(3) $F=M/L$ [ton]。($L=720$ mm)

計算結果をまとめてFig. 8に示す。また，そのときの各値をTable 3に示す。Fig. 8は最終強度状態における曲げモーメントと剪断力の相関曲線である。図の横軸は剪断力を無次元化したものである。一方，縦軸は曲げモーメントを無次元化したものである。なお，M_Y は全断面塑性モーメントであり，M_U は最終強度状態の曲げモーメント，F_U は最終強度状態の剪断力である。曲げモーメント M の単位は [ton-m] であり，剪断力 F の単位は [ton] である。

Table 3 Ultimate strength when the structure is subjected to bending moment and shear force

	M_Y[ton-m]	M_U[ton-m]	F_U[ton]
$F=0$[ton]	107.0	99.2	0
$F=M/2L$[ton]	99.05	95.6	66.4
$F=M/L$[ton]	79.45	78.4	108.9

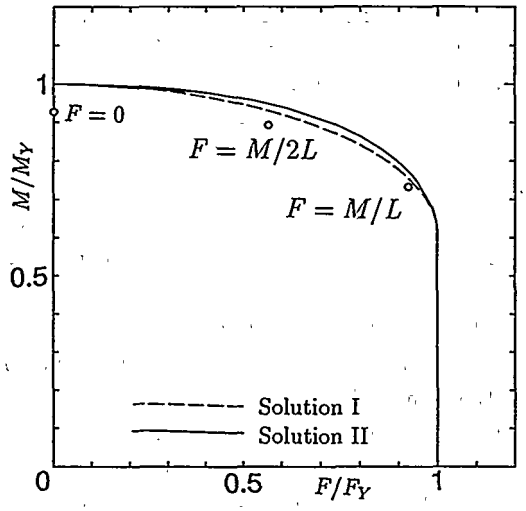


Fig. 8 Relationship between shear forces and bending moments at ultimate strength (L=720 [mm])

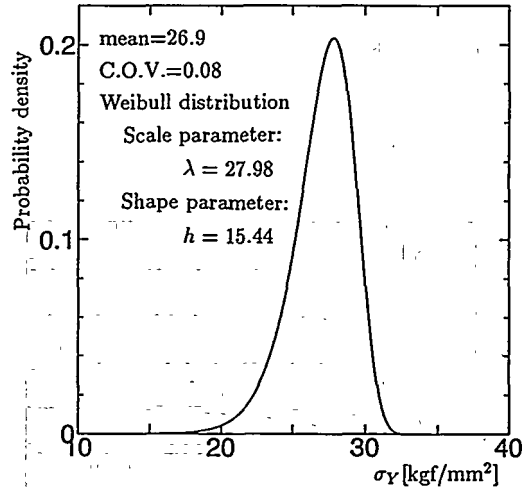


Fig. 9 Assumed probability distribution of yield stress σ_Y (Weibull distribution)

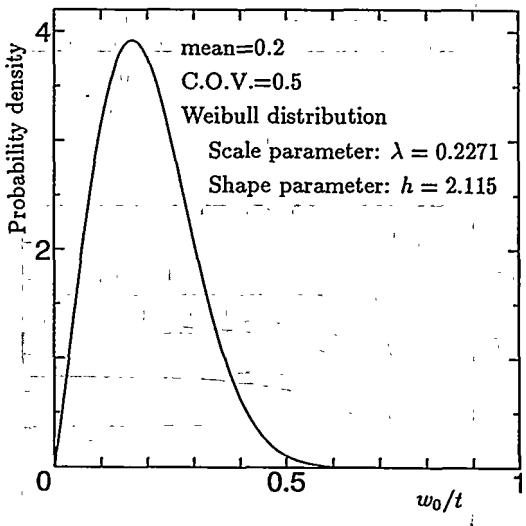


Fig. 10 Assumed probability distribution of initial deflection w_0/t (Weibull distribution)

図中の破線は解法Iであり，実線は解法IIである。この解析対象に対しては簡易的な解法Iで計算しても解析IIとそれほど解に違いがないことがわかる。

また，○印は本解析法で計算した結果である。実線は全断面塑性のときの解析結果であるが，座屈等の影響により，純曲げ強度に低下があることがわかる。しかし，剪断の強いところでは，全断面塑性と比べてそれほど大きな強度の低下はない。

5. 構造最終強度の信頼性評価

次に，前章で確定論的解析の対象とした実験モデルの中からMST-4モデルに限定して最終強度の信頼性解析を行なう。

このモデルがうける荷重として，ハルガーダーが曲げモーメントのみをうける場合と曲げモーメントと剪断力をうける場合を考えた。

5.1 構造の統計量

構造強度の影響因子として降伏応力と矩形板の初期撓みを考えた。それらを統計量として取り扱い，分布形は次式で表される2パラメータのワイブル分布（P_W）を考えた。

$$P_W(x)=\frac{h}{\lambda}\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{h-1}\exp\left\{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{h}\right\}$$

ここで，λは尺度パラメータであり，hは形状パラメータである。

降伏応力σ_Yと初期撓みw_0の分布形を図示したのがFig. 9とFig. 10である。通常は，構造の各場所によって降伏応力や初期撓みは異なる。しかし，そのように考えると構造体の確率変数が非常に増大し，計算が複雑になるので，本解析では簡単のためにどの場所でも降伏応力と初期撓みは同じ値で完全に相関関係をもってばらつくと仮定した。この仮定により構造全体の確率変数は降伏応力と初期撓みの2つだけになる。また，溶接残留応力は確定的な値とし，圧縮側が$0.2\sigma_Y$で引張側はσ_Yとした。

5.2 外力の統計量

$n=10^8$回に一回かかる甲板の応力も統計量であるが，その平均値を175 MPaとしてこれを生じさせる縦曲げモーメントを外荷重として統計量を算出した。

波浪外力の長期分布は次式で表される二重指数分布（P_D）を仮定し，h=1として計算を行なった。$n=10^8$のとき，変動係数COV=0.0675である[25),26)]。

$$P_D(x)=\frac{dQ_D(x)}{dx}$$

ここで，

$$Q_D(x)=(Q_W(x))^n\approx\exp\left[-\exp\left\{-a\left(\frac{x}{\lambda}-u\right)\right\}\right]$$

$$a=h(\ln n)^{1-1/h},\quad u=(\ln n)^{1/h}$$

以上を計算すると，外荷重としての平均曲げモーメントは $M_{mean}=62.35$ [ton-m] であり，その標準偏差は $M_{S.D.}=4.37$ [ton-m] となった。

また，以後の計算において剪断力は曲げモーメントに完全に相関していると仮定する。

5.3 最終強度の統計量

構造の最終強度を求めるにあたって，今回考えたランダム変数は降伏応力と初期撓みである。これらの変化に伴う最終強度を2つの変数による関数表示は不可能なので，ここでは下記のような計算方法をとった。まず降伏応力と初期撓みの変化領域を Fig. 11 のように設定し，ある間隔での両者の組み合わせ，すなわち，Fig. 11 の交点について最終強度を計算する。

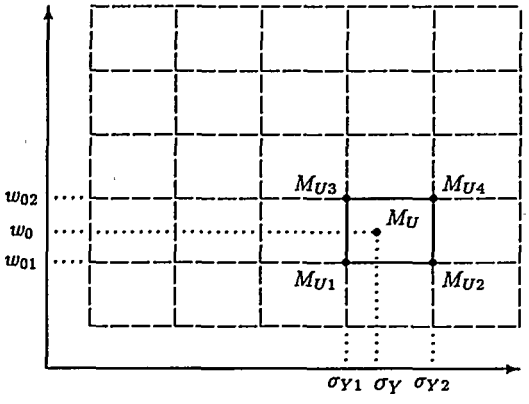


Fig. 11 Bilinear interpolation of ultimate strength M_U under yield stress σ_Y and initial deflection w_0

計算は純曲げおよび曲げと剪断の組み合わせに対して最終強度解析を行った。その計算結果をまとめたものが Fig. 12, Fig. 13 である。

ここで，交点間の σ_Y と w_0 の組み合わせに対する最終強度 M_U は，次式のように補間式を考え最終強度を求める。

$$M_U=a_1+a_2\sigma_Y+a_3w_0+a_4\sigma_Yw_0. \tag{6}$$

$$\begin{aligned}&M_U(w_{01},\sigma_{Y1})=M_{U1},\\&M_U(w_{01},\sigma_{Y2})=M_{U2},\\&M_U(w_{02},\sigma_{Y1})=M_{U3},\\&M_U(w_{02},\sigma_{Y2})=M_{U4}.\end{aligned} \tag{7}$$

式(7)の4交点での M_U を式(6)に代入することにより a_1, a_2, a_3, a_4 を求める。以上の補間法を用いて最終強度を求め，その統計量について検討した。

初期撓み w_0/t は0から0.7，降伏応力 σ_Y は16.14[kgf/mm²] から35 [kgf/mm²] までの分布を考え，さらに確率変数である初期撓みと降伏応力の積分点での確率密度を考慮しながら数値計算により最終強度のヒストグラムとその積分値を求めた。Fig. 14 は曲げモーメントと剪断力の組み合わせ荷重 ($F=M/L$ [ton]) を受けるときの最終強度の確率密度分布と確率密度関数である。図の実線は数値的に計算し，度数分布を求めた結果である。数値的な結果から平均値と分散を求め，その値を使って正規分布とワイブル分布を求めた。図中の点線が正規分布であり，破線がワイブル分布である。

確率密度分布と確率密度関数から判断すると最終強度の

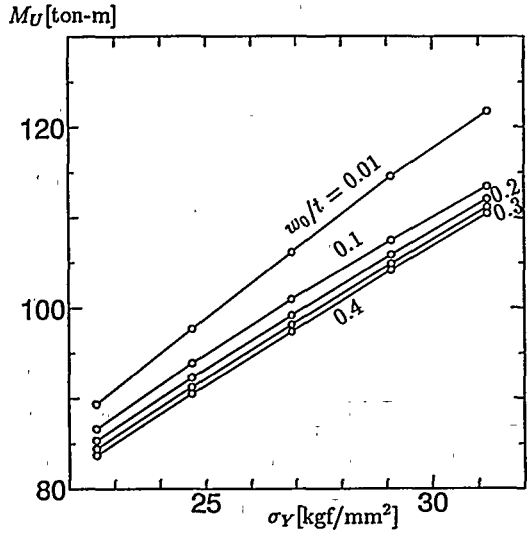


Fig. 12 Ultimate strength subjected to pure bending moment against yield stress σ_Y

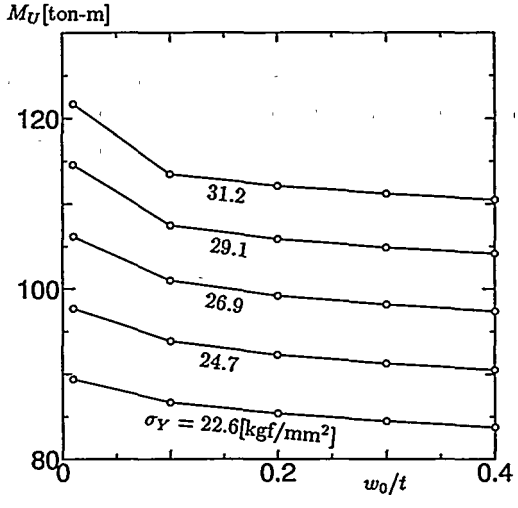


Fig. 13 Ultimate strength subjected to pure bending moment against initial deflection w_0/t

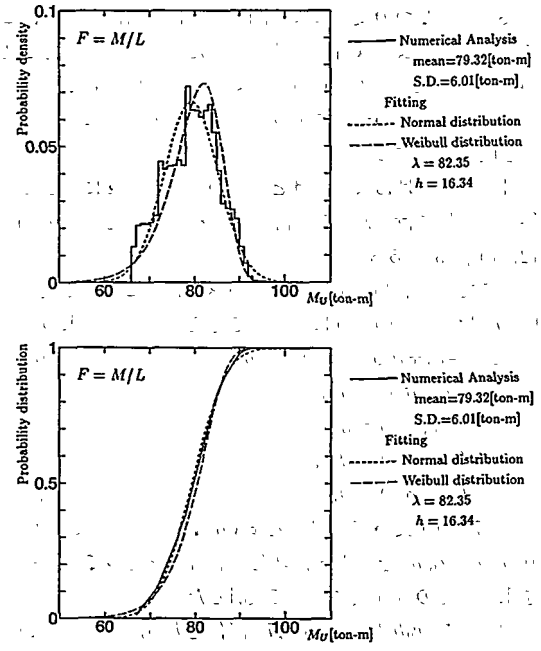


Fig. 14 Probability density and probability distribution function of ultimate strength of MST-4 under bending moment and shearing force ($F=M/L$, $L=720$ [mm])

確率分布はワイブル分布よりも正規分布に近いことがわかる。曲げモーメントと剪断力の比をいろいろ変えた結果も，最終強度の確率分布はすべてワイブル分布よりも正規分布に近かった。

5.4 信頼性解析

構造の安全余裕 Z は式(8)で与えられる。

$$Z=M_U(\sigma_Y, w_0)-M \tag{8}$$

この式をもとに信頼性指標等のパラメータを拡張線形化2次モーメント法（Advanced first-order and second-moment method: AFOSM法）を用いて求める[27]。

外力としての許容曲げモーメント M の統計値は5.2節で述べたようにその平均値を $M_{mean}=62.35$[ton-m]，標準偏差を $M_{S.D.}=4.37$ [ton-m] とした。

解析をするにあたって，いくつかのパラメータを定義する。まず，ランダム変数 σ_Y, w_0, M を正規化しそれぞれ，z_1, z_2, z_3 と定義する。

$$z_1=\frac{\sigma_Y-\sigma_{Y\,mean}}{\sigma_{Y\,S.D.}}$$

$$z_2=\frac{w_0-w_{0\,mean}}{w_{0\,S.D.}}$$

$$z_3=\frac{M-M_{mean}}{M_{S.D.}}$$

各ランダム変数の信頼性感度 α_i は式(9)で表すことができる。

$$\alpha_i=-\frac{\partial Z}{\partial z_i}\Big/\sqrt{\sum_{k=1}^{3}\left(\frac{\partial Z}{\partial z_k}\right)^2} \tag{9}$$

この信頼性感度は −1 から 1 の値をとりその絶対値が 1 に近いほど信頼性に対する影響度が大きいことを示す。

破壊点まわりを参考に AFOSM 法により信頼性指標 β を導出する。

M_U は式(6)と式(7)で示した補間法を用いて任意の最終強度を求める。

$$M_U=a_1+a_2\sigma_Y+a_3w_0+a_4\sigma_Y w_0$$

安全余裕の微係数は次式である。

$$\frac{\partial Z}{\partial z_1}=(a_2+a_4w_0)\sigma_{Y\,S.D.}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial z_2}=(a_3+a_4\sigma_Y)w_{0\,S.D.}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial z_3}=-M_{S.D.}$$

信頼性感度は式(10)を満足するように十分収束計算を行なった後の式(9)で表すことができる。ここで，式(9)の $\partial Z/\partial z_i$ は破壊点における微係数である。

$$z_1=\beta\alpha_1,\quad z_2=\beta\alpha_2,\quad z_3=\beta\alpha_3,$$
$$Z(z_1, z_2, z_3)=0 \tag{10}$$

十分収束したとき，破壊点における各値 σ_Y^*, w_0^*, M^* は式(11)で計算できる。

$$\sigma_Y^*=(z_1\sigma_{Y\,S.D.}+\sigma_{Y\,mean}),$$
$$w_0^*=(z_2w_{0\,S.D.}+w_{0\,mean}),$$
$$M^*=(z_3M_{S.D.}+M_{mean}). \tag{11}$$

計算した結果を Table 4 に示す。表には，純曲げが作用した場合と2種類の曲げと剪断力の組合わせが作用した場合の信頼性に関する数値をのせた。純曲げの場合に対しては溶接残留応力を考慮した場合と考慮していない場合の解析例を示した。剪断力が作用した場合の解析例はどちらも溶接残留応力を考慮している。

5.5 信頼性解析に対する考察

信頼性解析の結果を総括して検討を加える。

まず，溶接残留応力を考えていない場合（Case 1）と考えている場合（Case 2）を比較する。この2例を比較すると安全性指標 β はそれほど変化していなく，この例の場合溶接残留応力を考えなくてもそれなりの最終強度信頼性評価ができることがわかる。

Table 4 Reliability of ultimate longitudinal strength (AFOSM method, $L=720$ [mm])

	σ_Y^* [kgf/mm²]	w_0^*/t	M^* [ton-m]	β	α_1	α_2	α_3
Case 1	18.3	0.259	72.1	4.67	−0.860	0.127	0.494
Case 2	18.4	0.264	72.2	4.63	−0.851	0.138	0.508
Case 3	19.1	0.255	71.8	4.29	−0.841	0.127	0.525
Case 4	23.0	0.212	67.8	2.23	−0.815	0.052	0.577

Case 1 : $F=0$[ton] without residual stress
Case 2 : $F=0$[ton] with residual stress
Case 3 : $F=M/2L$[ton] with residual stress
Case 4 : $F=M/L$[ton] with residual stress

曲げモーメントに加えて剪断力 $F=M/2L$ が作用するときはそれほど最終強度の低下はみられず従って信頼性指標 β もそれほど低下していないが，剪断力 $F=M/L$ が作用するときは β の値が大きく落ちていることがわかる。これは，Fig. 8 のの相関図に示すように，ある程度の剪断力では曲げの最終強度はそれほど低下しないが，Fig. 8 の $F=M/L$ で示すように剪断力が大きく作用すると最終強度状態での曲げモーメントが著しく低下するためである。

どの解析結果においても α_1 の絶対値が大きいことから降伏応力のバラツキが信頼性におよぼす影響が大きいことが解る。降伏応力の次に信頼性におよぼす影響が大きいパラメータは外荷重である。本解析法で考えている初期撓みの平均値においては初期撓みのバラツキが最終強度の信頼性におよぼす影響は小さいことが解る。しかし，Fig. 13 からわかるように初期撓みが存在することによる確定論的な強度の低下は小さくないことに注意しないといけない。また，剪断座屈値は初期撓みの量にそれほど影響を受けないから剪断が大きく作用しているとき ($F=M/L$) は初期撓みに対する信頼性感度 (α_2) が低く信頼性にほとんど影響をおよぼさないことが解る。

以上，本方法を使い信頼性感度解析を行なうと，降伏応力や初期撓みのような構造のバラツキと外力のバラツキを総合して影響の大きいパラメータの分析を行うことができる。

6. 結　　言

本論文では前報までに提案した矩形板要素を構造モデルに適用し，複合荷重が作用する場合の構造物の最終強度を解析し，その適用性を示すと共に，効率的な本解析法を信頼性評価に適用した。その結果，次のような結論が得られた。

1. 前報までに開発した要素を船体構造の単純化モデルに適用し，純曲げおよび曲げと剪断を受ける場合の最終強度解析を行なって既存の実験値と比較することにより本要素，および本解析法の有用性を示した。
2. スラミングを想定した曲げと剪断が同時に作用する場合の最終強度解析では荷重の増加とともに船側部の軸力が減少し，剪断力が増加する様子が明確にとらえられた。
3. 構造体の最終強度に信頼性解析を適用することにより，構造の最終強度の信頼性に影響をおよぼすパラメータについての検討を行なった。本解析法は直接最終強度を効率的に解析することができるので信頼性評価にも簡単に問題を適用することができた。その結果，初期撓みの存在は強度を低下させるがその平均値の近傍におけるバラツキが信頼性に及ぼす影響はむしろ小さく，降伏応力のバラツキによる影響の方が大きいことが解った。

参 考 文 献

1) 山本, 大坪, 武田, 深沢：小型貨物船のスラミングによる応答と崩壊強度(第1報)—波浪曲げモーメントの算定—，日本造船学会論文集，第149号，(1981), pp. 134-139.
2) 山本, 大坪, 武田, 深沢：小型貨物船のスラミングによる応答と崩壊強度(第2報)—ホギングモーメントによる崩壊強度—，日本造船学会論文集，第149号，(1981), pp. 140-143.
3) 遠藤, 田中, 青木, 井上, 山本：スラミングを受ける船首部の縦強度，日本造船学会論文集，第163号，(1988), pp. 322-333.
4) T. Yao, P. I. Nikolov: Progressive Collapse Analysis of a Ship's Hull under Longitudinal Bending, *Journal of The Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 170, (1991), pp. 449-461.
5) T. Yao, P. I. Nikolov: Progressive Collapse Analysis of a Ship's Hull under Longitudinal Bending (2nd Report), *Journal of The Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 172, (1992), pp. 437-446.
6) 上田, S. M. H. Rashed, 片山：理想化構造要素法による二重底構造の最終強度解析，日本造船学会論文集，第138号，(1975), pp. 322-329.
7) Y. Ueda, S. M. H. Rashed, and Y. A. Nasser: An improved ISUM rectangular plate element —taking account of post-ultimate strength behavior—, *Journal of The Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 171, (1992), pp. 329-341.
8) 上田, S. M. H. Rashed, 中長, 佐々木：海洋構造物の最終強度解析法—理想化構造要素法の応用，関西造船協会誌，第190号，(1983), pp. 131-142.
9) 上田, 岡田, 正岡：選択的固有関数による矩形板の座屈荷重推定法，関西造船協会誌，第223号，(1995), pp. 133-138.
10) M. Robinson: A comparison of yield surfaces for thin shells, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 13, (1971), pp. 345-354.
11) 安川, 川上, 吉川：初期不整を有する球殻の圧壊強度解析，日本造船学会論文集，第151号，(1982), pp. 197-207.
12) 上田, 正岡：固有関数を用いた薄板構造物の弾塑性解析法 第1報 圧縮と剪断をうける矩形板要素，日本造船学会論文集，第174号，(1993), pp. 439-445.
13) 上田, 正岡：固有関数を用いた薄板構造物の弾塑性解析法 第2報 初期不整量を考慮した矩形板要素，日本造船学会論文集，第178号，(1995), pp. 463-471.
14) K. Masaoka and Y. Ueda: Idealized non-linear rectangular plate, *Proc., Plasticity '95*, (1995), pp. 895-898.
15) S. Machida, et al: Recent Japanese research activities on structural reliability of ships and offshore structural reliability of ships and offshore structures, Proc., BOSS '92, London, UK, (1992).
16) 日本造船研究協会第207研究部会編：船殻構造の構

造評価と管理目標の定量化に関する調査研究報告書, (1993).
17) 日本造船学会海洋工学委員会構造部会編：海洋構造物の信頼性設計指針, (1992).
18) 西原：防撓矩形板の最終強度解析(第4報)—船体崩壊曲げモーメントについて—, 日本造船学会論文集, 第154号, (1983), pp. 367-375.
19) 岡田, 日比, 黒田, 室津：崩壊モード解析に基づく大型撒積貨物船の構造信頼性評価に関する研究, 日本造船学会論文集, 第174号, (1993), pp. 501-508.
20) G. Sigurdsson, R. Skjong, B. Skallerud, and J. Amdahl: Probabilistic collapse analysis of jackets, *Structural Safety & Reliability, Schuëller, Shinozuka & Yao (eds)*, (1994), pp. 535-543.
21) 正岡, S. M. H. Rashed, 上田：効率的な矩形板座屈解析の一方法, 日本造船学会論文集, 第172号, (1992), pp. 409-416.
22) 上田, 梅本, 正岡：塑性節点法による梁柱, および矩形板の弾塑性大たわみ解析, 日本造船学会論文集, 第171号, (1992), pp. 353-362.
23) Zienkiewicz and Taylor: *The Finite Element Method, 4th Edition*, Vol. 2, McGraw-Hill, (1989).
24) P. G. Hodge: *Plastic Analysis of Structure*, McGraw-Hill, (1955).
25) O. Niho, S. Yanagibayashi, and T. Akashi: Structural design of double hull tankers, *Proceedings of the Fourth International Offshore and Polar Engineering Conference Osaka, Japan*, (1994), pp. 534-541.
26) X. Wang, T. Moan, and G. Jiao: Reliability analysis of production ships, *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, Vol. 4, No. 4, (1994), pp. 302-311.
27) 室津義定監訳：構造信頼性—理論と応用, シュプリンガー・フェアラーク, 東京, (1986).

G96-01-3863

3-10

ローカルアプローチに基づく等価CTOD概念の提案と継手破壊性能評価への応用

正員 大畑 充* 正員 南 二三吉*
正員 豊田政男* 田中輝幸**
正員 有持和茂** A. G. Glover***
T. H. North****

Equivalent CTOD Concept Based on the Local Approach and Its Application to Fracture Performance Evaluation of Welded Joints

by Mitsuru Ohata, *Member* Fumiyoshi Minami, *Member*
Masao Toyoda, *Member* Teruyuki Tanaka
Kazushige Arimochi, *Member* Alan G. Glover
Tom H. North

Summary

In this study, an equivalent CTOD concept was proposed on the basis of the local approach. This concept was born to consider the transferability of 3-point bend CTOD results to fracture performance evaluation of structural components. The equivalent CTOD was defined as the CTOD at which the 3-point bend specimen and the structural component provide the compatible Weibull stress. The fracture performance of a wide plate with a surface notch predicted by the equivalent CTOD concept was consistent with the experimental result. On the other hand, the analysis based on the conventional CTOD concept gave very conservative estimation of the fracture performance of the wide plate.

A new procedure for fracture toughness requirement was presented based on the equivalent CTOD concept. It was pointed out that the equivalent bend CTOD δ_{SP}^{B} to meet the required deformability of the wide plate was much smaller than the required CTOD δ_{WP}^{B} for the wide plate. The equivalent CTOD concept was effective to quantify the strength mis-match effect between the base and weld metals on the required fracture toughness of the weld metals. The required weld metal CTOD δ_{WP}^{B} for the wide plate increased with decreasing the yield strength mis-match ratio σ_Y^W/σ_Y^B between the base and weld metals. By contrast, the required bend CTOD δ_{SP}^{B} of the weld metal was not always affected very much by the mis-match condition in welds.

1. 緒　　言

従来から，脆性破壊を対象とした構造部材の破壊性能評価に関して，き裂先端開口変位(CTOD) δ と作用ひずみ ε_∞ の関係，いわゆるCTOD設計曲線が工学的に用いられている[1,2]。このCTOD設計曲線は，破壊靱性試験結果からみた構造部材の破壊性能評価のため，また，構造要素の変形性能確保のための材料の必要破壊靱性値の決定のためなどに適用されている。しかし，破壊に先立つき裂先端近傍の塑性変形領域の大きさが部材寸法に比べて無視できなくなると(大規模降伏状態)，CTODで評価した材料の破壊限界は試験片形状や切欠き長さ，さらに負荷様式の影響を大きく受けることが報告されており[3]，一般に深い切欠きを有する標準三点曲げ試験片で得られる破壊限界CTODは引張り試験で得られる値よりもかなり小さくなる。この結果は，三点曲げ破壊限界CTOD値を基準とした構造部材の破壊性能評価は過度に安全側評価となる可能性のあることを指摘している。

* 大阪大学工学部
** 住友金属工業(株)
*** Nova Gas Transmission Ltd. Calgary, CANADA
**** University of Toronto, CANADA

原稿受理　平成8年1月10日
春季講演会において講演　平成8年5月15,16日

最近，脆性破壊を対象とした新しい破壊限界評価法としてき裂先端近傍の応力場の影響を考慮したローカルアプローチ[4,5]が提案された。ローカルアプローチでは従来の破壊力学パラメータに代わる新たな破壊指標としてワイブル応力 σ_W を導き，ワイブル応力で評価すると材料の破壊限界は試験片の幾何学的形状や負荷様式には依存しない材料特性値となることが示された[6-8]。

本研究ではこのローカルアプローチに基づき，構造部材の破壊性能を三点曲げCTOD試験結果から評価するための等価CTOD概念を提案する。この等価CTOD概念の詳細は後に述べるが，三点曲げCTOD試験片と構造部材とが同じワイブル応力を与えるCTODレベルとして定義されるものである。本研究では，構造要素として引張り負荷を受ける広幅溶接継手を取り上げ，等価CTOD概念に基づき三点曲げCTOD試験結果から広幅継手の破壊性能を予測することを行った。さらに，この等価CTOD概念の応用として，継手要求性能確保のための材料の必要破壊靱性値の決定手法を提案し，溶接金属の必要破壊靱性値に及ぼす母材と溶接金属の強度ミスマッチの影響について検討を行った。

2. ローカルアプローチに基づく等価CTOD概念の提案

2.1 等価CTOD概念

先に述べたCTOD設計曲線（き裂先端開口変位 δ と作用ひずみ値 ε_∞ の関係）に基づく構造部材の破壊性能評価法は，CTODがき裂先端近傍の応力場を一義的に支配する力学的パラメータであることを前提としている。しかし，Fig. 1に示すように大規模降伏状態下では，き裂先端近傍の応力場は同じCTODレベルにあっても試験片形状の違いによる塑性拘束の影響を大きく受けることが多くの解析的検討によって示された。このような応力場の相違は破壊限界値にも影響を及ぼすことが検証され[7,8]，大規模降伏下では従来のCTODは材料の破壊限界評価のための指標として必ずしも用いることができないことが示された。

本研究では，靱性試験で通常用いられる三点曲げCTOD試験片と主として引張り負荷を受ける構造部材との切欠き先端近傍の応力分布特性の差に注目し，靱性試験結果を構造部材の破壊性能評価に定量的に結びつけるための等価CTOD概念を提案する。従来のCTODに代わるこの新しい概念としての等価CTODは，ローカルアプローチ[4,5]で用いられているワイブル応力 σ_W に基づいて評価される。ワイブル応力 σ_W（詳細は後述する）とは，次式で表されるように，切欠き先端近傍の応力分布と高応力域の広がりを考慮にいれたパラメータであり，このワイブル応力で評価した材料の脆性破壊限界 $(\sigma_W)_{cr}$ は試験片形状・寸法によらず一義的に決定されることが示されている[4,5]。

$$\sigma_W=\left[\frac{1}{V_0}\int_{V_f}(\sigma_{eff})^m dV_f\right]^{\frac{1}{m}} \qquad (1)$$

ここで，V_f：破壊プロセスゾーンの体積，σ_{eff}：プロセスゾーン内の有効応力（例えば最大主応力），m, V_0：材料定数。Fig. 1は等価CTOD概念を図示したもので，三点曲げCTOD試験片と構造部材とが等しい切欠き先端近傍の応力場，すなわち等しいワイブル応力を与えるCTOD（本研究では曲げ試験片のCTODを基準にする）として等価CTODが与えられる。

2.2 等価CTOD概念に基づく破壊性能評価手法

本研究では，この等価CTOD概念に基づいて三点曲げ破壊靱性試験結果から大型引張り試験片の破壊性能を評価する手順を提案する。Fig. 2はその評価手順を示したものである。まず，三点曲げCTOD試験結果と3次元FEM解析による切欠き先端近傍の応力分布から材料定数である m 値を決定し，三点曲げ試験片のワイブル応力 σ_W とCTOD，δ の関係を算出する。次に大型試験片の3次元FEM解析を実施し，先に得られた m 値を用いて切欠き先端近傍の応力分布から大型試験片のワイブル応力 σ_W と作用ひずみ ε_∞ の関係を算出する。これらの σ_W-δ 関係および σ_W-ε_∞ 関係が得られると，三点曲げ試験片の破壊時の限界CTOD値から，曲げ試験片と大型試験片とが同じワイブル応力を呈する条件より大型試験片の破壊限界作用ひずみ $(\varepsilon_\infty)_{cr}$ が推定できる。

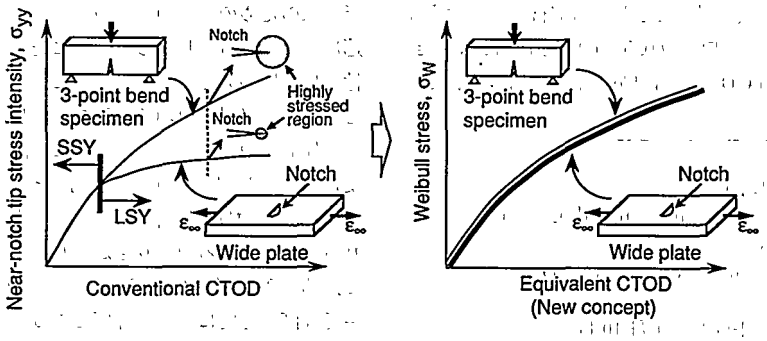


Fig. 1 Equivalent CTOD concept

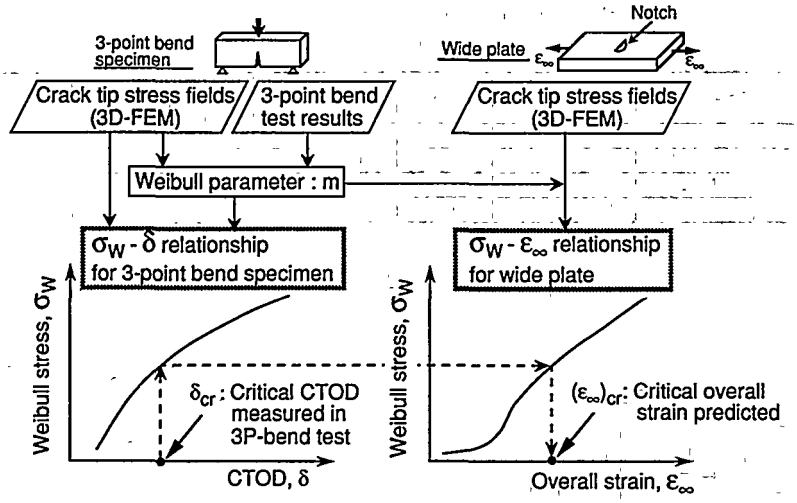


Fig. 2 Procedure for fracture performance evaluation of structural component based on the equivalent CTOD concept

2.3 ワイブル応力

等価CTOD概念に基づく構造部材の破壊性能評価のためには，式(1)に示したワイブル応力 σ_W を求める必要がある。ここでは，ワイブル応力算出に必要な基本的情報について説明する。

ワイブル応力 σ_W は，切欠き材の脆性破壊に関する確率論的考察（ローカルアプローチ）により導かれたパラメータで，式(1)における脆性破壊に対する有効応力 σ_{eff} はマイクロクラックの空間分布とき裂先端近傍の多軸応力状態を考慮したときには式(2)で表現される[9]。

$$\sigma_{eff}=\left[\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{\pi}\left[\sigma_n^2+\frac{4}{(2-\nu)^2}\tau^2\right]^{\frac{m}{2}}\sin\theta d\theta d\varphi\right]^{\frac{1}{m}} \quad (2)$$

ここで，σ_n, τ はそれぞれ，マイクロクラックに作用する垂直応力と面内最大剪断応力，θ, φ は主応力方向に対するマイクロクラックの傾きである。式(2)の導出においては，多軸応力状態下での破壊クライテリオンとしてエネルギ条件（coplanar energy release rate concept）[10]が採用されている。

ワイブル応力で評価した材料の破壊限界 $(\sigma_W)_{cr}$ は，切欠き材の幾何学的因子や負荷様式には依存しない2母数Weibull分布

$$F(\sigma_{W,cr})=1-\exp\left[-\left(\frac{\sigma_{W,cr}}{\sigma_u}\right)^m\right] \quad (3)$$

を呈することが導かれている。σ_u 材料定数であり，マイクロクラックの寸法分布と材料の破壊エネルギーの関数として与えられる。

このように，ワイブル応力の算出には切欠き先端近傍の応力分布を正確に求めておくことが必要で，本研究では3次元FEMによって応力分布を解析する。また，ワイブル応力算出時の積分計算には，積分を効率よく行うためにガウス積分[11,12]を用いることにした。なお，破壊基本体積の V_0 はワイブルパラメータ m には影響を及ぼさないことから，簡便のために単位体積（$V_0=1$）を採用した。

3. 等価CTOD概念の有効性の検証

構造部材として引張り負荷を受ける広幅溶接継手を取り上げ，本研究で提案した等価CTOD概念に基づいて，三点曲げCTOD試験結果から継手破壊性能を予測することを試みる。このために，三点曲げCTOD試験および広幅引張り試験を実施し，さらにこれら両試験片に対してFEM解析を行った。

3.1 広幅引張り試験および三点曲げCTOD試験

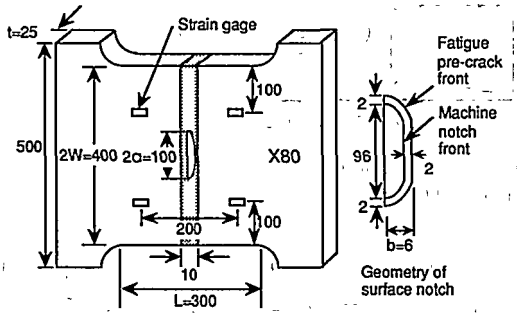
母材として降伏点550 MPa級のラインパイプ用高強度鋼(X 80)を用い，Undermatch継手，Match継手，Overmatch継手の3種類の溶接継手を作製した。Table 1に母材と溶接金属の機械的特性を示す。Overmatch継手およびUndermatch継手の母材と溶接金属の降伏応力の比 (σ_Y^W/σ_Y^B) は約±10％となっている。本研究ではこれらの継手から広幅引張り試験片と三点曲げCTOD試験片を採取し，溶接金属中央部に切欠きを設けた試験を行った。Fig. 3に試験片形状・寸法を示す。広幅試験片の切欠きは長さ $2a=100$ mm，深さ $b=6$ mmの表面型切欠きとした。曲げ試験片は，試験片幅 W＝試験片厚さ B タイプの正方形断面を有し，W に対する切欠き長さ a の比 $a/W=0.5$ とした。なお，切欠きは両試験片とも溶接ルート部側に設け，き裂先端には長さ約2 mmの疲労予き裂を導入した。

試験は地中埋設型パイプラインの最低使用温度に相当する−5°Cで実施した。曲げ試験では荷重 P と切欠き末端開口変位 Vg の関係を，広幅引張り試験では荷重 P と試験片表面における切欠き中央部の開口変位 Vg の関係および P

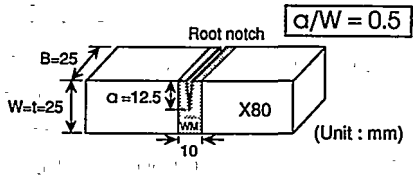
Table 1 Mechanical properties of base metal and weld metals used

		σ_Y (MPa)	σ_T (MPa)	σ_Y^W/σ_Y^B	σ_T^W/σ_T^B	YR (%)	RA (%)	El. (%)	vE (J) (at -5°C)	Position
Base metal (X80)		572	694	-	-	82	67	24	277	Middle of thickness
Weld metal	Overmatch	621	691	1.09	1.00	90	73	28	87	
	Match	581	670	1.02	0.97	87	75	25	58	
	Undermatch	505	601	0.88	0.86	84	75	27	90	

σ_Y : 0.2% proof stress, σ_T : Ultimate tensile strength
σ_Y^B, σ_Y^W: σ_Y of base metal and weld metal, σ_T^B, σ_T^W: σ_T of base metal and weld metal
YR : σ_Y/σ_T, RA : Reduction in area, El. : Elongation in G.L.=50, Dia.=12.5 (BM), G.L.=30, Dia.=12.5 (WM)



(a) Wide plate



(b) 3-point bend specimen

Fig. 3 Configuration of specimens with a notch in weld metal used in experiment

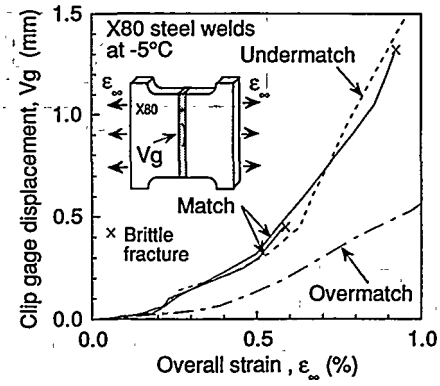


Fig. 4 Deformation behavior of wide plates with surface notch in weld metal

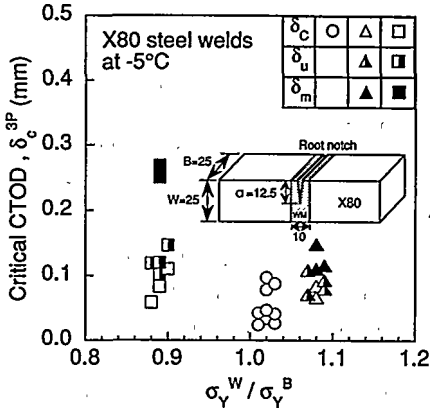


Fig. 5 Three-point bend CTOD results for undermatched, matched and overmatched weld metals

と全ひずみ ε_∞ の関係を測定した。なお，ε_∞ は広幅引張り試験片の切欠き面から 100 mm 離れた位置 (Fig. 3 参照) の表裏面にひずみゲージを添付して計測した。

Fig. 4 に広幅引張り試験で得られた切欠き末端開口変位 Vg と全ひずみ ε_∞ (ひずみゲージの平均出力) の関係を示す。Undermatch 継手および Match 継手の Vg-ε_∞ 関係はほぼ同じであるが，Overmatch 継手の Vg はこれらの継手より明らかに小さくなっている。Match 継手は延性き裂成長後に脆性破壊したが，Undermatch 継手や Overmatch 継手は完全延性破壊を呈した。

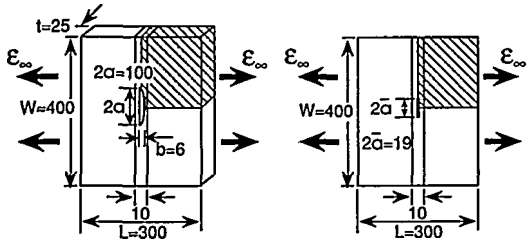
Fig. 5 に三点曲げ試験で得られた溶接金属の破壊限界 CTOD を示した。なお，CTOD 値は切欠き末端開口変位 Vg から英国規格 BS 7448[13] に準拠して算出し，脆性破壊に至るまでの延性き裂成長量 Δa によって破壊形態を分類した (δ_c : Δa<0.2 mm のときの脆性破壊限界 CTOD, δ_u : $\Delta a \geqq 0.2$ mm のときの脆性破壊限界 CTOD, δ_m : 延性破壊したものの最大荷重時における CTOD)。Match 継手では全ての試験片において脆性破壊を呈したのに対して，Undermatch 継手および Overmatch 継手においては延性破壊を呈するものが見られた。

3.2 FEM 解析

本研究では三点曲げ CTOD 試験結果を広幅溶接継手の破壊性能評価にいかに結びつけるかを，ワイブル応力に基づく等価 CTOD 概念によって検討する。このワイブル応力を算出するためには，試験片の切欠き先端近傍の応力場お

よび変形挙動を正確に把握する必要がある。そこで，広幅引張り試験片および三点曲げCTOD試験片に対して弾塑性FEM解析を行った。広幅引張り試験片に対しては，Fig. 6に示す3次元モデルと，比較のために2次元モデルに対しても解析を行った。両モデルとも母材と溶接金属のみから成り溶接金属中央に切欠きが存在する。3次元モデル(a)では，実験で用いたものと同じ形状・寸法の表面型切欠きを導入した。一方，2次元モデル(b)においては，表面型切欠きの最大応力拡大係数K_{max}と同じK値を有する等価板厚貫通切欠き[14]を設けた。本実験の条件では等価貫通欠陥寸法$2\bar{a}$は19 mmであった。解析は試験片の対称性を考慮して全体の1/4を対象とし，2次元解析については平面応力および平面ひずみ状態の二種類の境界条件のもとで実施した。また，三点曲げCTOD試験片については，実験で用いたものと同じ形状・寸法の3次元モデル（全体の1/4を対象）を用いて解析を行った。Fig. 7に，本解析で用いた試験温度−5°Cにおける母材および溶接金属の真応力・真ひずみ関係を示す。

解析コードとしてはJ-NIKE 3D（3次元解析）およびJ-NIKE 2D（2次元解析）を用いた。3次元解析では8ガウス積分点を有する8節点アイソパラメトリック要素を使用した。広幅引張り試験片の切欠き先端の最小要素寸法は，3次元モデルでは0.2×0.2×2.0 mm，2次元モデルでは0.067×0.067 mmである。



(a) 3D model　　(b) 2D model

Fig. 6 Models of wide plate specimens used for 3D and 2D FE-analyses

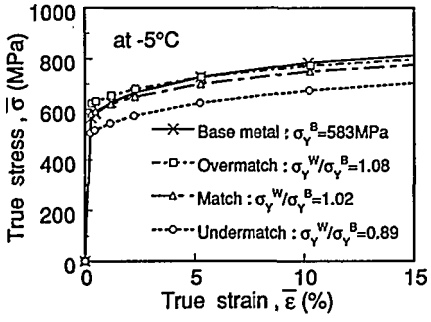


Fig. 7 True stress-true strain curves of materials used in FE-analysis

Fig. 8は，一例としてMatch継手を取り上げて解析で得られたVg-ε_∞関係を実験結果と比較して示したものである。なお，2次元解析でのVgは切欠き中央での開口変位である。3次元解析結果は実験結果とよく一致しているが，2次元解析では平面応力および平面ひずみ状態のどちらの境界条件でも実験値よりも大きなVgを呈しており，特にこの傾向は0.2％以上のひずみレベルにおいて顕著である。この結果は，表面切欠きを有する平板の変形挙動解析のためには等価K値概念に基づいて簡易な2次元モデルは必ずしも用いることができないことを示している。Undermatch継手およびOvermatch継手においてもMatch継手の場合と同様の結果が得られた。このような結果をふまえ，本研究では以後，3次元モデルを用いて考察を進める。

3.3 三点曲げCTOD試験結果からの広幅溶接継手の破壊性能の評価

3次元FEM解析結果に照らして，三点曲げCTOD試験結果から広幅溶接継手の破壊性能を予測する。

Fig. 9に3次元FEM解析で得られた広幅引張り試験片のCTOD，δと全ひずみε_∞の関係を示す。なお，表面切欠きに対するCTOD値は切欠き中央断面において切欠き末端開口変位VgからTngential-method[15]によって求めた。このδ-ε_∞関係を用い，まず従来のCTOD概念に従って，三点曲げ試験で得られた破壊限界CTOD値から広幅引張り試験片の破壊限界ひずみ$(\varepsilon_\infty)_{cr}$を推定してみる。従来のCTOD概念では，Fig. 10に示すように広幅引張り試験片のδ-ε_∞関係から直接得られる三点曲げ試験で得られた破壊限界CTOD値（ばらつきを持つ）に対応する全ひずみε_∞として$(\varepsilon_\infty)_{cr}$の推定値が得られる。Fig. 11に$(\varepsilon_\infty)_{cr}$の推定結果を広幅引張り試験の実測値と比較して示す。なお，延性的に破壊したUndermatch継手，Overmatch継手では実験データとして最大荷重時における全ひずみ$(\varepsilon_\infty)_{max}$をプロットした。これを見ると，従来のCTOD概念による推定結果は広幅引張り試験片の破壊性能を過度に低く評価していることがわかる。これは，先にも述べたように従来

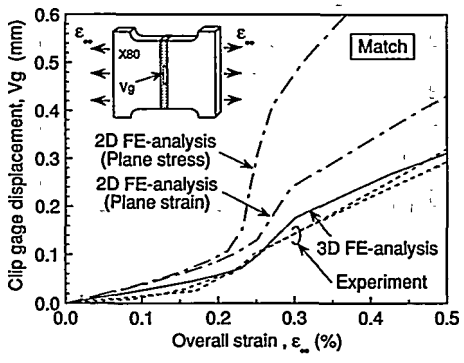


Fig. 8 Vg-ε_∞ relationship obtained by FE-analyses and experiment for matched wide plate

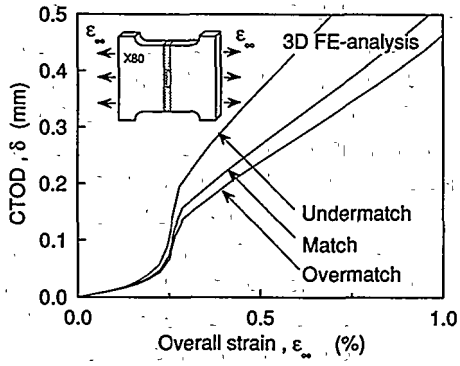


Fig. 9 δ-ε_∞ relation for undermatched, matched and overmatched wide plates obtained by 3D FE-analysis

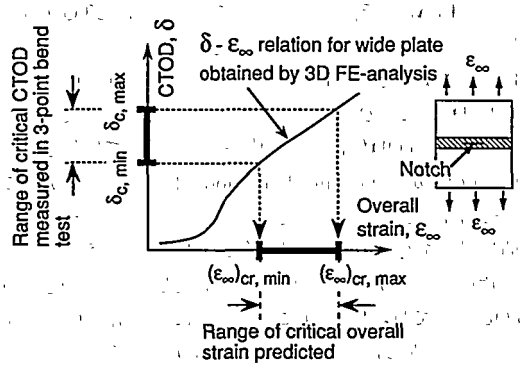


Fig. 10 Procedure to predict critical overall strain $(\varepsilon_\infty)_{cr}$ of wide plate from 3-point CTOD results based on the conventional CTOD concept

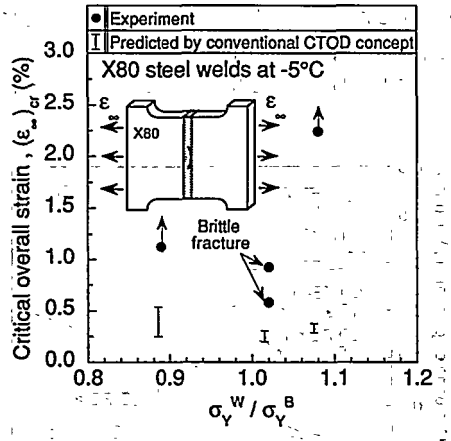


Fig. 11 Comparison between critical overall strain $(\varepsilon_\infty)_{cr}$ of wide plates predicted by the conventional CTOD concept and that measured in experiment

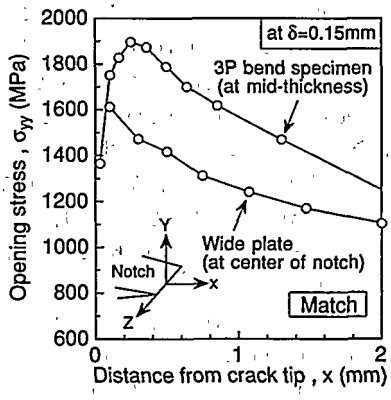


Fig. 12 Distribution of crack opening stress σ_{yy} in the vicinity of crack tip for 3-point bend specimen and wide plate at the same CTOD level

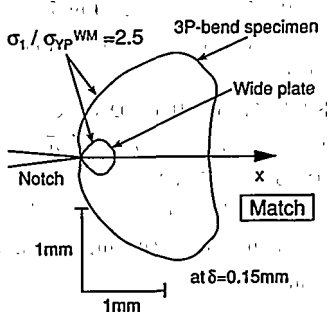


Fig. 13 Contours of $\sigma_1=2.5\sigma_{YP}^{WM}$ around crack tip for 3-point bend specimen and wide plate at the same CTOD level, where σ_1 and σ_{YP}^{WM} are maximum principal stress and yield point of weld metal, respectively

のCTODは切欠き先端近傍の応力場を一義的に支配していないためである。Fig. 12に，一例としてMatch継手のFEM解析で得られた広幅引張り試験片と三点曲げ試験片の同一CTODレベル $\delta=0.15$ mmにおけるき裂先端近傍の応力分布（切欠き中央断面でのき裂線上の開口方向応力 σ_{yy} の分布）を示す。CTODレベルが同一であるにもかかわらず，曲げ試験片の方が広幅引張り試験片より明らかに高い σ_{yy} 値を呈しているのがわかる。また，Fig. 13は $\delta=0.15$ mmレベルでの広幅引張り試験片と三点曲げ試験片の切欠き先端近傍の高応力域の広がり（最大主応力 $\sigma_1=3\sigma_{YP}^{WM}$ の等応力線として表示，σ_{YP}^{WM}：溶接金属の降伏点）を比較したものである。き裂先端近傍の高応力域も曲げ試験片の方が広幅引張り試験片よりも明らかに大きくなっている。

そこで本研究で提案する等価CTOD概念に基づいて，曲げCTOD試験結果から広幅溶接継手の破壊性能を予測する。

Fig. 2に示す手順に従って，等価CTOD概念に基づいて三点曲げ試験結果から構造部材としての広幅引張り試験片

Table 2 Weibull parameters m and σ_u for undermatched, matched and overmatched weld metals

	Shape parameter m	Scale parameter σ_u (MPa)
Undermatch	38.3	1591
Match	27.6	1683
Overmatch	33.1	1828

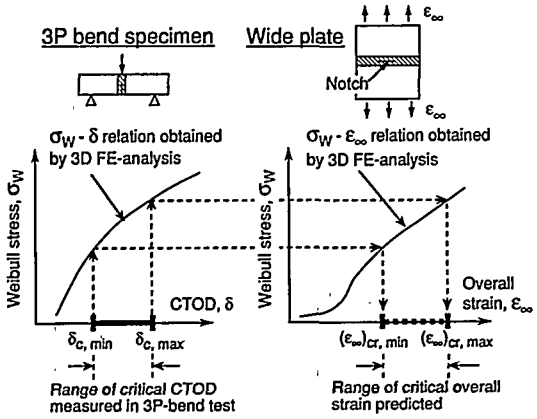


Fig. 14 Procedure to predict critical overall strain $(\varepsilon_\infty)_{cr}$ of wide plate from 3-point bend CTOD results based on the equivalent CTOD concept

の破壊限界ひずみ値 $(\varepsilon_\infty)_{cr}$ を推定するには，両試験片のワイブル応力 σ_W と変形レベルの関係を算出する必要がある。三点曲げ試験結果から求めた溶接金属のワイブルパラメータ m, σ_u を Table 2 に示す。なお，これらの値の決定には文献6)で提案した繰返し計算法[6]を用いた。材料定数である m 値が決定されると，広幅引張り試験片のワイブル応力 σ_W と全ひずみ ε_∞ の関係を計算によって求めることができる。Fig. 14 に示す手順に従って，三点曲げ CTOD 試験で得られた破壊限界 CTOD 値の範囲からワイブル応力に基づく等価 CTOD 概念によって推定された広幅引張り試験片の破壊限界ひずみ値 $(\varepsilon_\infty)_{cr}$ の範囲を Fig. 15 に示す。従来の CTOD 概念による推定結果と比較すると，脆性破壊を呈した Match 継手の $(\varepsilon_\infty)_{cr}$ の推定範囲は実験結果とよい対応にある。すなわち，従来手法に比べて，等価 CTOD 概念の妥当性が示されたといえる。なお，延性的に破壊した Undermatch 継手，Overmatch 継手の破壊性能評価に対しては，脆性破壊を対象としたワイブル応力に基づく等価 CTOD 概念の適用範囲外であり，き裂成長を考慮した評価が必要である。

4. 等価 CTOD 概念に基づく要求破壊靱性値決定手法

4.1 継手破壊性能確保のための必要破壊靱性値決定手順

以上のように，広幅引張り試験片の破壊性能と三点曲げ

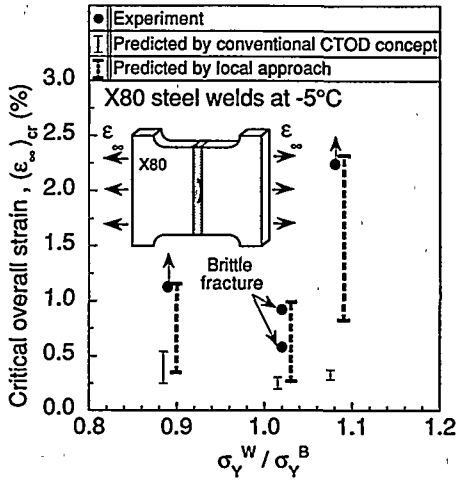


Fig. 15 Comparison of critical overall strains $(\varepsilon_\infty)_{cr}$ of wide plate predicted by the equivalent CTOD concept and the conventional CTOD concept

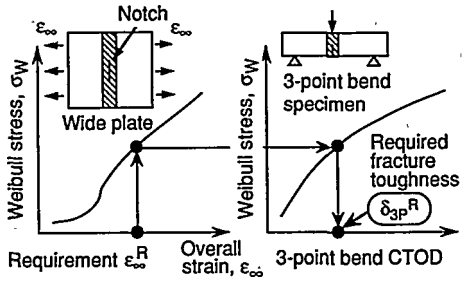


Fig. 16 Procedure for determining required fracture toughness based on the equivalent CTOD concept

CTOD 試験結果とを定量的に関連づける等価 CTOD 概念の有効性が検証された。この等価 CTOD 概念を応用すると，広幅溶接継手の要求破壊性能を確保するための材料の必要破壊靱性値の決定手順(等価 CTOD 概念に基づく新しい要求破壊靱性値決定手法) を導くことができる。Fig. 16 にその要求破壊靱性値決定手順を示す。広幅引張り試験片の作用ひずみ ε_∞ とワイブル応力 σ_W の関係から得られる要求破壊性能 ε_∞^R に対応するワイブル応力が，三点曲げ CTOD 試験片のワイブル応力と等しくなるときの CTOD 値を必要破壊靱性値 δ_{3P}^R として決定される。

4.2 必要破壊靱性値に及ぼす強度ミスマッチの影響

広幅継手の要求変形性能 ε_∞^R として，地中埋没パイプラインの敷設時の Girth welds に対する設計基準として用いられている ε_∞^R=0.5%を例に取り上げ[16]，ε_∞^R=0.5%を満たすための溶接金属の必要靱性値を本実験で用いたラインパイプ用高強度鋼(X 80)溶接継手を対象として計算してみる。

Fig. 3 に示した溶接金属中央部に表面型切欠きを設けた

広幅溶接継手において，Table 3 に示すように切欠き寸法がほぼ一定で板厚 $t=25$ mm と $t=12$ mm の2種類の引張り試験片を対象として3次元 FEM 解析を実施した。これらの広幅溶接継手の等価貫通欠陥寸法 $2\bar{a}$ は板厚 $t=12$ mm の試験片では $2\bar{a}=36$ mm，$t=25$ mm の試験片では $2\bar{a}=19$ mm であり，継手寸法に対する相対的な欠陥寸法は板厚 $t=12$ mm の試験片の方が $t=25$ mm のものよりも大きい。また，靭性試験片としての三点曲げ CTOD 試験片の解析は，Fig. 17 に示すように両試験片とも試験片幅 W(板厚 t)＝試験片厚さ B タイプの正方形断面を有し，W に対する切欠き長さ a の比 $a/W=0.5$ のものに対して実施した。なお，解析で用いた母材および溶接金属の機械的特性は Fig. 7 に示したものと同じとした。このような条件で，広幅継手の要求変形性能 $\varepsilon_\infty^R=0.5\%$ を確保するための溶接金属の必要破壊靭性値 δ_{3P}^R に及ぼす母材と溶接金属の強度ミスマッチの影響について検討する。

Fig. 18 は，板厚 $t=25$ mm の場合について，三点曲げ試験での溶接金属の必要 CTOD δ_{3P}^R を試算した結果を示したものである。比較のために $\varepsilon_\infty^R=0.5\%$ を確保するための広幅試験片の必要 CTOD δ_{WP}^R も同時に示した。これを見ると，広幅試験片の必要 CTOD δ_{WP}^R に比べて曲げ試験片の必要 CTOD δ_{3P}^R はかなり小さいことがわかる。なお，溶接金属の必要 CTOD 値は強度ミスマッチの影響を受けており，σ_Y^W/σ_Y^B (母材に対する溶接金属の降伏応力の比) が小さくなると必要 CTOD 値が大きくなる傾向にある。

板厚 $t=12$ mm の場合の試算結果を Fig. 19 に示す。板厚 $t=12$ mm の広幅試験片の必要 CTOD δ_{WP}^R は $t=25$ mm の場合に比べてかなり大きくなっている。これは，表面切欠きの寸法をほぼ一定として板厚を減少させたことにより，変形拘束度が低下したことによるものと考えられる。一方，三点曲げ試験片の必要 CTOD 値 δ_{3P}^R は本計算条件では逆に板厚 $t=12$ mm の方が $t=25$ mm の場合よりも小さくなり，引張り試験片と曲げ試験片の必要 CTOD レベルの差が非常に大きくなっている。この Fig. 19 での注目される結果として，板厚 $t=12$ mm の三点曲げ試験片の必要 CTOD 値 δ_{3P}^R は $t=25$ mm の場合に比べて強度ミスマッチの影響を受けにくい傾向にあることがあげられる。なお，このような要求靭性値 δ_{3P}^R は想定欠陥寸法や強度ミスマッチの影響だけでなく，材料の応力ーひずみ特性にも影響されることが予想される。

本研究では，三点曲げ CTOD 試験結果から溶接継手の破壊性能を評価するには，曲げ試験片と構造部材とのき裂先端近傍の応力分布特性の差を考慮する必要性のあることを指摘し，ワイブル応力に注目した新しい破壊評価法（等価 CTOD 概念）を提案した。本概念は，き裂先端近傍の応力が支配的でき裂先端からほぼ直接的に脆性破壊を呈する場合を対象としたもので，不安定破壊に至るまでに大きな延性き裂成長が生じるような破壊には本文中でも述べたよう

Table 3 Assumed Crack size in welded joint used for FE-analysis

Plate thickness t	Crack length 2a	Crack depth b	Equivalent crack size $2\bar{a}$
t = 25	4t = 100	6	19
t = 12	10t = 120	6	36

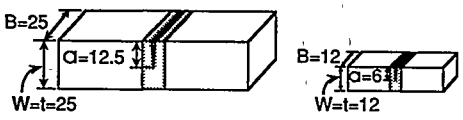


Fig. 17 3-point bend specimens used for 3D FE-analysis

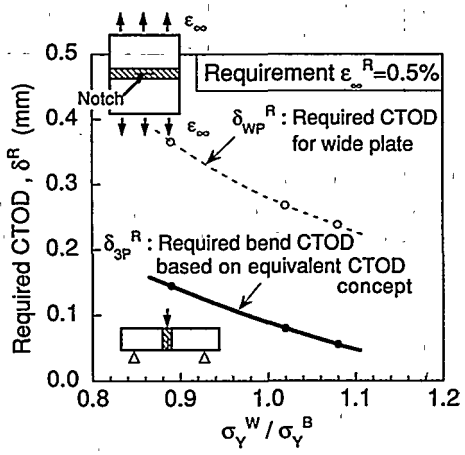


Fig. 18 Influence of strength mis-matching between base and weld metals on required CTOD δ_{3P}^R and δ_{WP}^R to meet design requirement ε_∞^R

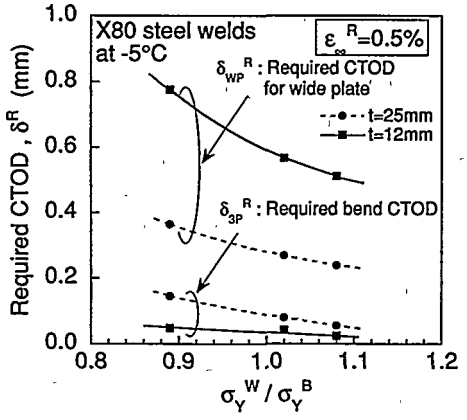


Fig. 19 Influence of strength mis-matching between base and weld metals for specimens with different thickness on required CTOD δ_{3P}^R and δ_{WP}^R

にそのままでは適用できない。き裂成長を考慮したワイブル応力の評価法，実構造で想定される塑性拘束の程度など本手法の実構造への適用にあたって今後さらに検討を重ねていく。

6. 結　　言

（1） 本研究では，ローカルアプローチに基づくワイブル応力 σ_W を介して構造部材の破壊性能と三点曲げCTOD試験結果とを定量的に関係づける等価CTOD概念を提案した。等価CTODとは，三点曲げCTOD試験片と構造部材とが同じワイブル応力を与えるCTODとして定義されるものである。

（2） X 80鋼溶接継手を対象とした実験的検討および解析的検討を行い，三点曲げCTOD試験結果から等価CTOD概念によって推定した広幅溶接継手の破壊性能が実験で得られたものとよい対応関係にあったことを示すことにより，等価CTOD概念の有効性を検証した。一方，従来のCTOD概念では推定結果は実測値よりもかなり小さくなる。

（3） 等価CTOD概念の応用として，構造要素の要求変形性能 (ε_{∞}^{R}) 確保のための必要破壊靭性値の新しい決定手順を導いた。等価CTOD概念によって決定される三点曲げ試験片の要求CTOD値 δ_{3P}^{R} は，ε_{∞}^{R} を満たすための広幅試験片の要求CTOD値 δ_{WP}^{R} と比べてかなり低い値を呈する。

（4） 設計要求値 (ε_{∞}^{R}) 確保のための三点曲げ試験片の必要CTOD値 δ_{3P}^{R} は，母材と溶接金属の強度ミスマッチの影響を受け，一般に σ_Y^W/σ_Y^B(母材に対する溶接金属の降伏応力の比)が小さくなるほど δ_{3P}^{R} は大きくなる傾向を示す。しかし，δ_{3P}^{R} の値は溶接継手での想定欠陥寸法の影響を受け，δ_{3P}^{R} が σ_Y^W/σ_Y^B に必ずしも大きく依存しない場合のあることを示した。

参 考 文 献

1) 日本溶接協会 WES 2805-1980：溶接継手のぜい性破壊発生に対する欠陥の評価方法，(1980).
2) Schwalbe, K.-H：Welded Joints With Non-Matching Weld Metal-Crack Driving Force considerations on The Basis of The Engineering Treatment Model (ETM), International Journal of Fracture, 62, (1993) 1-24.
3) Minami, F., Ruggieri, C., Toyoda, M., Arimochi, K., Suzuki, S., Bessyo, K.：Significance of Shallow Notch CTOD Test in Fracture Performance Evaluation of Welded Joint, Proc. 12th Int. Conf. OMAE, Glasgow, 3B, (1993) 761-768.
4) Beremin, F. M.：A Local Criterion for Cleavage Fracture of a Nuclear Pressure Vessel Steel, Metallurgical Trans. 14A, (1983) 2277-2287.
5) Mudry, F.：A Local Approach to Cleavage Fracture, Nuclear Engineering and Design, 105, (1987) 65-76.
6) Minami, F., Bruckner-Foit, A., Munz, D. and Trolldenier, B.：Estimation Procedure for the Weibull Parameter Used in the Local Approach, International Journal of Fracture, 54, (1992) 197-210.
7) Ruggieri, C., Minami, F., Toyoda, M., Hagiwara, Y., Inoue, T.：Local Approach to Notch Depth Dependence of CTOD Results, Journal of The Society of Naval Architects of Japan, 171, (1992) 381-387.
8) Minami, F., Ohata, M., Toyoda, M., Arimochi, K., Suzuki, S., Bessyo, K.：Prediction of Specimen geometry Effect on Fracture Resistance of HAZ-Notched Welds by the Local Approach, IIW Doc. X-1300-94, Proc. Workshop on Constraint Effects on the Structural Performance of Welded Joints, Osaka, (1994) 1-10.
9) Minami, F., Bruckner-Foit, A., Trolldenier, B.：Numerical Procedure for Determining Weibull Parameters Based of the Local Approach, Preprint of 8th Biennial European Conference on Fracture-ECF8, Torino, 1, (1990) 76-81.
10) Paris, P. C., Sih, G. C.：Stress Analysis of Cracks, Fracture Toughness Testing and Its Application, ASTM STP, 381, (1965) 30-83.
11) Ruggieri, C., Minami, F., Toyoda, M.：Effect of Strength Mismatch on Crack Tip Stress Fields of HAZ-Notched Joints Subjected to Bending and Tension, Jl. Naval. Archit. Japan, 174, (1993) 543-549.
12) Gerald, C. F., Wheatkey, P. O.：Applied Numerical Analysis, 4th ed., Addison-Wesley Publication, (1989) 299-336.
13) BS7448, Part 1, Fracture Mechanics Toughness Tests, Method for Determination of KIC, Critical CTOD and Critical J Values of Metallic Materials, British Standard Institution (1991).
14) Newman, Jr. J. C. and Raju, I. S.：An Empirical Stress-Intensity Factor Equation for the Surface Crack, Engineering Fracture Mechanics, 15, (1981) 185-192.
15) Harrison, J. D.：The State-of-the-Art in Crack Tip Opening Displacement (CTOD) Testing and Analysis, Part 1 - Background and Testing Methods, Metal Construction, 12, (1980) 415-422.
16) Minami, F., Ohata, M., Toyoda, M., Tanaka, T., Arimochi, K., Glover, A. G., North, T. H.：The effect of Weld Metal Yield Strength on the Fracture Behavior of Girth Welds in Grade 550 Pipe, Pipeline Technology, 1, (1995) 441-461.

G96-01-3864

3-11

鋼材の脆性き裂伝播・停止の力学モデル(3)

——混成型試験への適用——

正員 粟飯原 周 二* 正員 町 田 進**
正員 吉 成 仁 志** 土 田 豊*

Fracture Mechanical Modeling of Brittle Crack Propagation and Arrest of Steel (3)

——Application to Duplex-Type Test——

by Shuji Aihara, *Member*, Susumu Machida, *Member*,
Hitoshi Yoshinari, *Member* Yutaka Tsuchida

Summary

Dynamic crack-growth model, which is based on the crack-tip local fracture stress criterion and takes account of the effect of unbroken side-ligaments near the plate surfaces and crack-bowing inside the plate, is extended for simulating crack-growth and arrest behavior in the duplex-type test. Different local fracture stresses for starter and arrester plate are assumed. Depending on the applied stress and temperature of the arrester plate, a crack continues to propagate or arrests in the arrester plate. Discrepancy of arrest toughness which was observed between temperature gradient-type and duplex-type tests is reproduced by the present model and its reason is explained by the different thickness and length of the unbroken side-ligament between the two types of the tests.

1. 緒 言

前々報および前報[1),2)]において，脆性破壊の局所限界応力説に基づき，鋼板表面に生成する未破断リガメントによるき裂開口抑制の効果と板厚中央部でき裂が先行する効果とを考慮した脆性き裂伝播・停止のモデルを提案し，温度勾配型二重引張試験におけるき裂伝播・アレスト挙動を本モデルで予測できることを示した。さらに，アレスト靱性値(K_{ca})のアレニウス型の温度依存性が本モデルでほぼ再現でき，K_{ca}に及ぼす試験片温度勾配の影響についても考察した。

本報告では，このモデルを混成型アレスト試験に適用することを試みる。これまでに，標準サイズ(W=500 mm)の温度勾配型二重引張試験により得られるK_{ca}と，超広幅(W=2000 mm)の混成型二重引張またはESSO試験におけるK_{ca}とは必ずしも一致しないことが指摘されてきた[3)]。このような両試験片におけるK_{ca}の不一致の原因として長大き裂における伝播挙動は標準サイズ試験片における比較的短いき裂の伝播挙動とは異なることなどが指摘されてきた[4)5)]。しかしながら，同じ標準サイズの二重引張り試験においても温度勾配型試験と混成型試験において両者のK_{ca}が必ずしも一致しない場合があり[6)]，上記の不一致の原因は長大き裂によるものだけとは考え難い。不一致の最大の理由はき裂伝播に伴う動的様相を考慮していないためであると考えられてきたが[3)]，動的効果を考慮した解析によってもその詳細は解明されていない。一方，鋼板表面に生成する未破断のリガメントに注目し，両試験片における温度勾配の差により未破断リガメントの生成状況が異なることが上記不一致の原因であるとの指摘がなされているが[7)]，その詳細は不明である。

本報告では，本モデルの混成型試験に対する適用可能性を検討するとともに，標準サイズの二重引張試験における両タイプのK_{ca}の差の原因を解明することを目的とする。

2. 理 論

Fig. 1に，解析対象を示す。試験片幅をWとし，き裂が発生する側の助走板の幅をW_s，残りを試験板とする。試験片にはσ_{app}の一様応力が作用し，試験片の長さは十分に長

* 新日本製鐵(株)名古屋技術研究部
** 東京大学工学部

原稿受理 平成8年1月10日
春季講演会において講演 平成8年5月15，16日

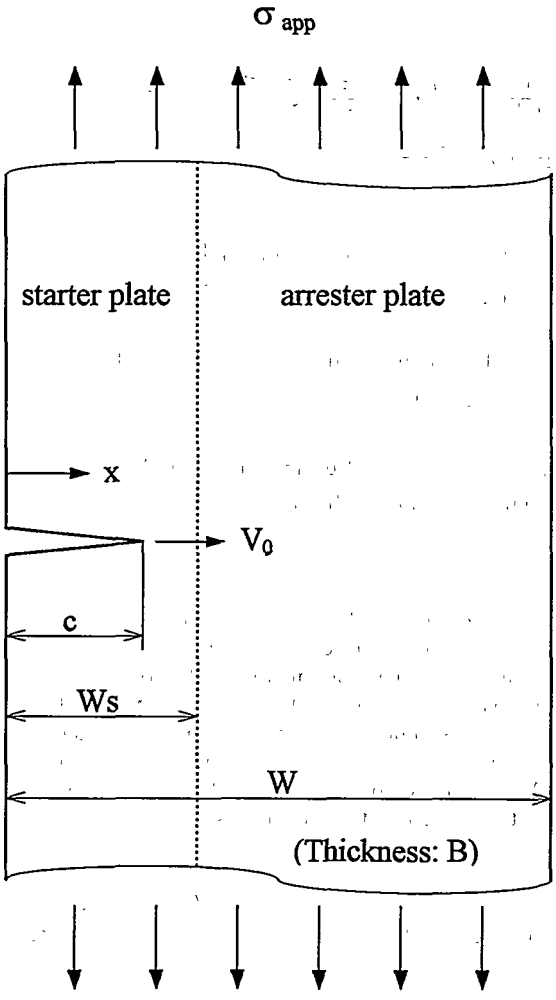


Fig. 1 Configuration of duplex-type specimen.

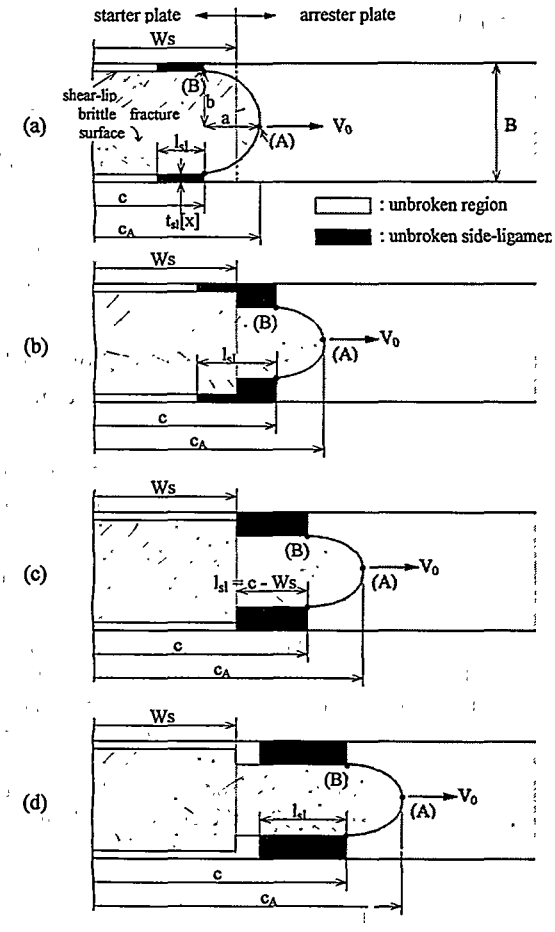


Fig. 2 Schematic illustration of crack growth near the starter and arrester plate interface.

く，き裂伝播に伴う応力低下は生じないものとする。き裂長さを c とする。鋼板の温度が幅方向の座標 x の関数 ($T[x]$) として与えられているものとする。

モデル化は基本的には前報と同一である。すなわち，き裂伝播の局所条件としてき裂先端から微小な特性距離 r_c の位置において局所引張応力が温度やき裂伝播速度に依存しない局所限界応力 σ_F につり合った状態でき裂が伝播するものとした。未破断リガメントの効果は，降伏応力に等しいき裂閉口応力がリガメント部に作用するものとし，この応力を板厚平均して二次元モデル化した。さらに，き裂前縁が板厚中心部で先行する効果は，き裂前縁形状を半楕円と仮定して板厚中心部と表面近傍部で応力拡大係数 (K) と法線方向き裂伝播速度が異なることを考慮することにより取り入れた。

Fig. 2 に，本モデルを模式的に示す。c を与えると，未破断リガメントの長さ l_{st}，板厚中心部のき裂先行の程度 (a/b)，および，き裂伝播速度 V_0 が5連の非線形連立方程式を解くことにより求まる[1)2)]。これらの未知変数に加えて板厚中心部の点(A)におけるき裂先端から特性距離の位置における歪速度と等価線形歪硬化係数も未知変数とする。未破断リガメントの厚さ t_{st} は，リガメント部と脆性き裂前縁の境界点(B)における法線方向き裂伝播速度を $V_{min}=100$ m/s 一定と仮定することにより，$T[x]$ の関数として，すなわち，x の関数 ($t_{st}[x]$) として予め求めておく。上記の連立方程式は，(a)(A)点のき裂先端から特性距離の点において局所引張応力が σ_F に等しいことを要請する条件，(b)同点における歪速度を表す式，(c)同点における等価歪硬化係数を表す式，(d)(B)点における動的応力拡大係数が $K_D[T, V_{min}]$ に等しいことを要請する条件，(e)未破断リガメントの後端部における延性破壊条件からなる。ここで，$K_D[T, V]$ は未破断リガメントの影響を取り除いた，脆性き裂前縁の各点における動的破壊靭性値であり，温度と法線方向き裂伝播速度の関数として，局所限界

応力条件より決定される。

混成型試験においては，き裂が助走板から試験板に突入する前後でやや複雑な経過をたどる。実際の試験片では助走板と試験板は溶接により接合されているが，溶接による材質的不均一・残留応力などの影響は簡単のため無視できるものと仮定する。Fig. 2-(a)は板厚中心点(A)は試験板に突入しているが，点(B)は助走板内であり，未破断リガメントもすべて助走板内である。Fig. 2-(b)は未破断リガメントが助走板と試験板に跨る状態である。Fig. 2-(c)は未破断リガメントの後端部($x=c-l_{st}$)が助走板と試験板の境界部($x=W_s$)に一致した状態である。Fig. 2-(d)はき裂前縁，未破断リガメントもすべて試験板に突入した状態である。ここで，まず，助走板と試験板の境界部では靭性が不連続的に増加するのが特徴である。その結果として$t_{st}[x]$も境界部で不連続的に増加する。上記方程式のうち，(e)の条件は次式で表される。

$$t_{st}[c-l_{st}] \quad \varepsilon_F=2U_y[c-l_{st}] \qquad (1)$$

ここで，ε_Fは未破断リガメントが延性破壊によりシアリップを形成する際の限界歪，$U_y[x]$はき裂開口変位でxの関数である。さて，$t_{st}[x]$は助走板と試験板の境界部$x=W_s$において不連続的に増加するので，未破断リガメント後端部が助走板と試験板の境界部に達した後，境界部における試験板側のt_{st}に対応する(1)式が満足されるまで未破断リガメント後端部は助走板と試験板の境界部に停滞する(Fig. 2-(c)の状態)。この間は$l_{st}=c-W_s$となるので，l_{st}を未知変数から除き，上記連立方程式から未破断リガメント後端部の延性破壊条件(e)を除くことにより他の未知変数を求めることにした。境界部において開口変位が(1)式左辺の値に達した後は再び元の方法で方程式を解くことにした。

上記をモデルにつけ加えたほかは前報と全く同じように計算を実施できる。

3. 計 算 結 果

3.1 計算対象とする実験の結果と計算条件

著者らの一部[6]は，標準サイズの二重引張試験において造船用E級およびA級軟鋼を用いた温度勾配型と混成型の試験および動的解析を行い，伝播・アレスト挙動の解析を実施した。ここではその実験結果のシミュレーションを行う。Table 1に試験片寸法を示す。実際の試験では助走板と試験板は電子ビーム溶接で接合されており，溶接部の幅は約5 mmと狭く，また，溶接残留応力の低減を意図して降伏応力に近いレベルの応力を試験に先立って負荷している。このため，溶接の影響は比較的少ないものと考えることができる。

Table 1　Size of duplex-type specimen.

W	500 mm
Ws	230 mm
B	20 mm

Fig. 3に，温度勾配型試験で得られた試験板(steel E)のK_{ca}の温度依存性と混成型試験の結果[6]を併せて示す。ここで，応力拡大係数Kは有限幅の影響を考慮したtangent公式を用いてある。混成型試験においては試験板の温度は−10°Cに設定された。混成型試験ではK_{ca}は求まらないので，き裂が伝播貫通した試験片についてはき裂が試験板に突入した($c=W_s$)時点のKを求め，これをK_{ca}の上限とした。また，アレストした試験片については実測のアレストき裂長さ(板厚中心部での長さc_A)を用いてKを求め，これをK_{ca}の下限とした。温度勾配型試験では−10°C付近のデータは存在しないが，高温側のデータを外挿すると混成型試験の伝播・アレストの境界から推定されるK_{ca}のほうが明らかに高い値を示している。Table 2に，混成

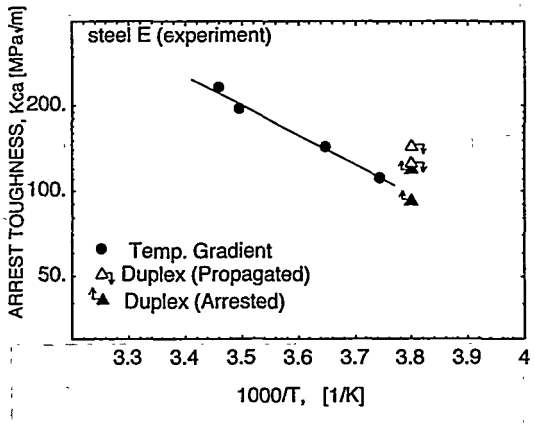


Fig. 3　Comparison of arrest toughness obtained from temperature gradient-type and duplex-type tests (experiment)[6].

Table 2　Experimental and analytical results of duplex-type double tension test.

Temp. of Arrester [deg.C]	σ_{app} [MPa] (kgf/mm^2)	c_A(arrest)(exp.) [mm] *	c_A(arrest) (cal.) [mm] **
-10 (T1)	156.8 (16.0)	propagate	propagate
	137.2 (14.0)	propagate	propagate
	117.6 (12.0)	266	propagate
	107.8 (11.0)	-	propagate
	98.0 (10.0)	240	258
0 (T2)	176.4 (18.0)	-	propagate
	156.8 (16.0)	-	propagate#
	147.0 (15.0)	-	propagate#
	137.2 (14.0)	-	272 #
	117.6 (12.0)	-	248
	107.8 (11.0)	-	235
	98.0 (10.0)	-	228
10 (T3)	215.6 (22.0)	-	propagate
	205.8 (21.0)	-	propagate
	196.0 (20.0)	-	285
	176.4 (18.0)	-	263

* ref. 6), ** steel A1/steel E, # steel A1/steel E & steel A2/steel E

型試験の試験条件・結果を後述の計算結果と併せて示す。

Table 3に，計算で仮定した材料定数を示す。ここで，steel A 1およびsteel A 2は助走板を，steel Eは試験板を表す。実際の試験に供した鋼板はsteel A 1とsteel Eである。これら鋼板の実際の降伏応力は若干異なるが，ここでは同一の値を仮定した。また，σ_Fの値は前報[2]に示したとおり，両鋼板の温度勾配型試験において0～5°C付近のアレスト温度においてアレストき裂長さの計算値が実測値とほぼ一致するように定めたものである。これらの値を用いることにより計算で求まるK_{ca}と実測のK_{ca}が全試験温度域でほぼ一致することが確認されている[2]。また，steel A 2は助走板の靭性を仮想的に低下させた場合のアレスト挙動を検討するためのものである。Fig. 4に仮定したσ_Fの分布を示す。

Fig. 5に温度分布を示す。太線($T1$)は上記実験[6]を再現した温度分布であり，試験板の温度は−10°Cである。記号$T2$と$T3$の温度分布は$T1$をそれぞれ10°C，20°C全体的に高温として，試験板の温度を0°Cと10°Cとしてこの温度において温度勾配型と混成型試験の計算による比較を意図したものである。

3.2 計算結果

Fig. 6に未破断リガメント厚さの分布を示す。助走板・試験板の境界部で不連続に変化する。温度分布が全体に高いほど未破断リガメントが厚くなる。また，助走板の靭性の低いsteel A 2では助走部のリガメントが薄い。

Table 3 Assumed material constants.

σ_{Y0}	300 MPa	
n	5	arrester & starter
r_c	0.3 mm	
ε_F	0.1	
σ_F	4000 MPa (steel A1)	starter
	3800 MPa (steel A2)	"
	4200 MPa (steel E)	arrester

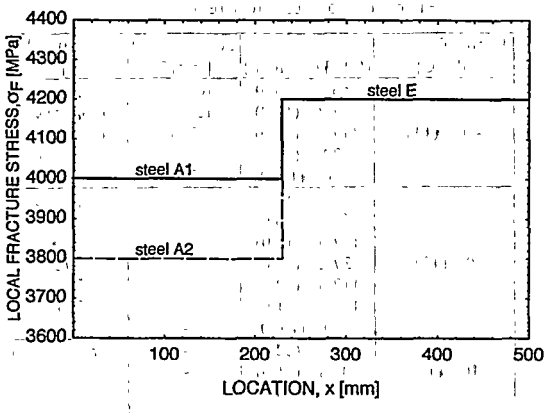


Fig. 4 Assumed distribution of local fracture stress.

Fig. 7に未破断リガメントによるき裂閉口応力（板厚で平均した値）の分布を示す。リガメント厚さに対応する変化が得られた。

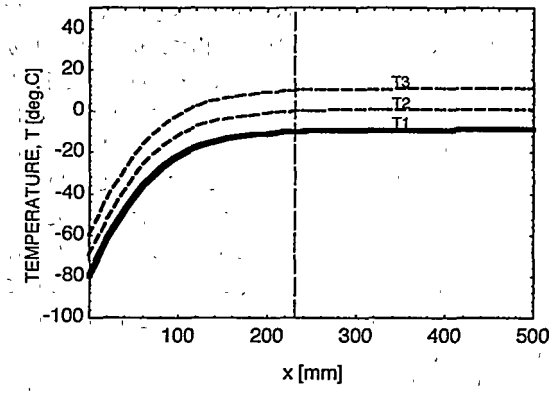


Fig. 5 Assumed temperature distribution.

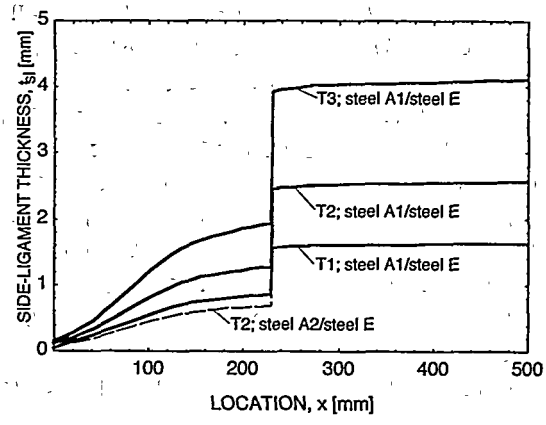


Fig. 6 Calculated thickness distribution of unbroken side-ligament.

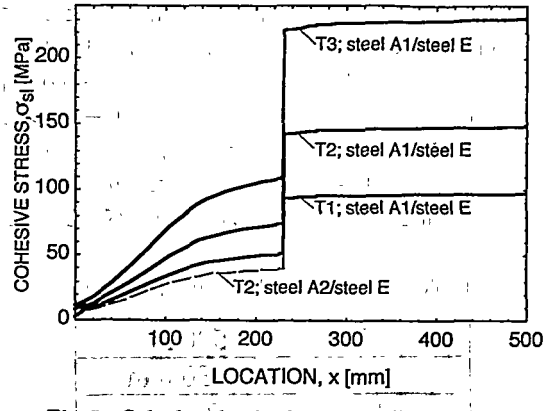
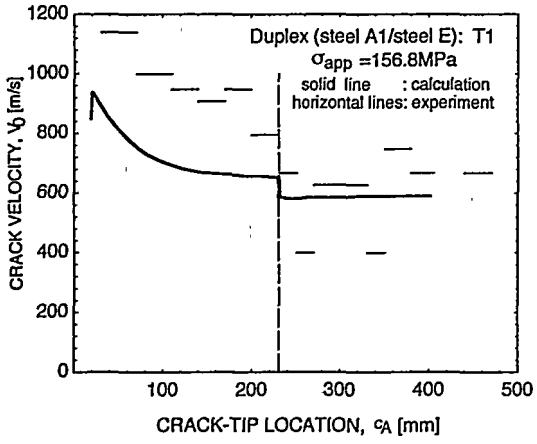
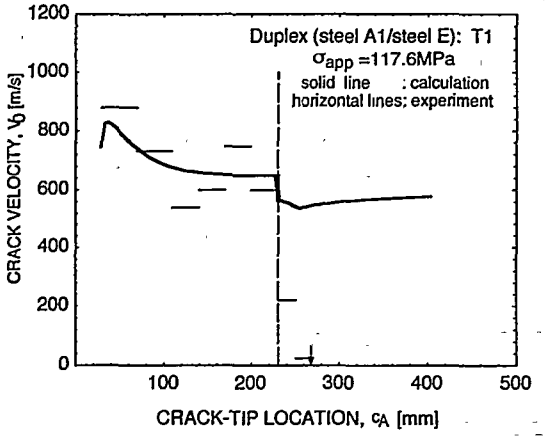


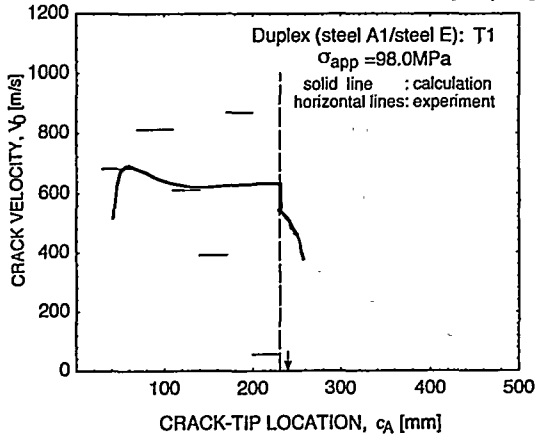
Fig. 7 Calculated cohesive stress distribution.



(a) σ_{app}=156.8 MPa,



(b) σ_{app}=117.6 MPa,



(c) σ_{app}=98.0 MPa

Fig. 8 Comparison between experimental and calculated history of crack velocity, duplex-type (steel A 1/steel E), $T1$.

Fig. 8-(a)～(c)に，実験と同一条件で行った計算により得られたき裂伝播速度の履歴をゲージ切断法により測定された実測データと併せて示す。き裂伝播のごく初期に加速した後，減速し，き裂長さが約 100 mm を越えると伝播速度の変化は少なくなる。助走板から試験板にき裂が突入すると不連続的に伝播速度が低下し，σ_{app}=156.8 MPa では伝播速度にほとんど変化はなく試験片を貫通する。σ_{app}=117.6 MPa では試験板に突入後約 30 mm の間，減速を続けるが，その後加速して貫通に至る。σ_{app}=98.0 MPa では試験板に突入後き裂は減速を続けて c_A=258 mm でアレストする。σ_{app}=117.6 MPa では計算と実験で伝播・アレストの判定に不一致があるものの，実験ではき裂は試験板に突入後 40 mm 近く伝播しており，伝播・アレストの境界条件に近かったことが想像される。また，助走板におけるき裂伝播速度が計算値よりで高めの値となっているが，これは助走板の σ_F がやや高めで，温度勾配型試験のシミュレーションでも K_{ca} の計算値が実験値より高めとなっているためと考えられる。実験条件（特に温度）の変動やさらには設定した σ_F の精度などを考慮すれば計算と実験は全体的に概ね一致しているとみることができる。

Fig. 9 に，試験板の温度が 0°C($T2$) の場合のき裂伝播速度の負荷応力依存性を示す。伝播・アレストの限界 σ_{app} は 156.8 MPa と 137.2 MPa の間にある。アレスト直前の伝播速度は 350～400 m/s であり，連続的に 0 まで低下するのではない点は前報[2] の結果と同様である。限界 σ_{app} 以下では σ_{app} の低下とともにアレストき裂長さが短くなり，σ_{app}=98.0 MPa ではき裂は試験板に全く突入することなくアレストする。なお，この応力レベルでは解は c_A>200 mm の範囲に限られ，これ以下のき裂長さでは応力拡大係数が低いためにき裂が助走板を伝播することはできない。また，σ_{app} が 156.8 MPa と 137.2 MPa の条件では助走板の靭性を低下させた（steel A 2）場合についても計算を実

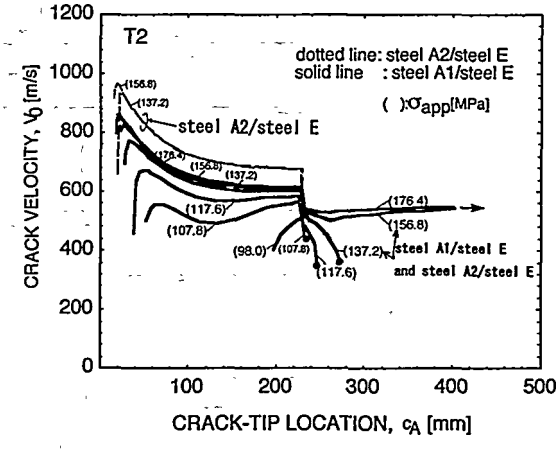


Fig. 9 Calculated history of crack velocity, duplex-type (steel A 1/steel E), $T2$.

施し，助走板の靱性の影響を検討した。助走板がsteel A 1の場合に比べて助走板中における伝播速度は高くなるが，試験板に突入した後の伝播挙動には突入直後を除き変化は認められず，伝播・アレスト挙動にも差を生じなかった。

Table 2に，すべての計算結果をまとめて示す。Fig. 10に，K_{ca}の温度依存性を示す。本モデルでは試験片有限幅の影響は考慮されていないので，ここでは無限板の応力拡大係数の式（静的）を用いた。温度勾配型試験の結果は基本的に前報[2]の結果と同じであるが，負荷応力の条件数を増やした。混成型試験ではアレストしたものについてはアレストき裂長さ（板厚中心部の値；c_A），伝播したものについては試験板に突入後き裂伝播速度が最小値を示した時点のc_Aを用いて計算した。温度勾配型試験のK_{ca}（実線）に比べて混成型試験の伝播・アレストの境界から求まるK_{ca}（破線）のほうが高いことがわかる。また，その差は高温ほど拡大している。このような両者の差は試験条件が少ないものの，Fig. 3に示した実験結果とも一致する。また，本計算の範囲では助走板の靱性の影響は現れなかった。

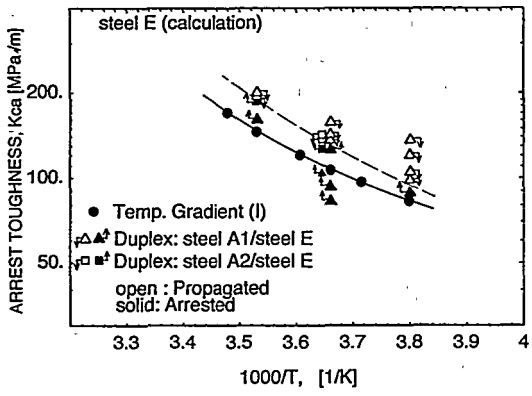


Fig. 10 Comparison of arrest toughness obtained from temperature gradient-type and duplex-type tests, calculation.

4. 考　　察

4.1 混成型試験のアレスト支配因子と温度勾配型試験との比較

上記の計算結果から，温度勾配型試験とともに混成型試験についても本モデルによりき裂の伝播・アレスト挙動をシミュレートできることが明らかとなった。さらに，負荷応力とき裂長さを用いて計算される応力拡大係数を便宜上の指標としてアレスト靱性（K_{ca}）を表そうとすると，Fig. 3に示したように両試験法でK_{ca}が異なってしまう現象（ただし，後述のように，アレストの定義によりこの状況は異なる）も，本モデルでは統一的に説明できる。ここでは，混成型試験における伝播・アレスト挙動，両試験法で見かけ上K_{ca}に差を生じる理由を考察する。

Fig. 11に，試験板温度が0°C（$T2$）の場合についてき裂が試験板に突入する前後のき裂形状を示す。き裂がアレス

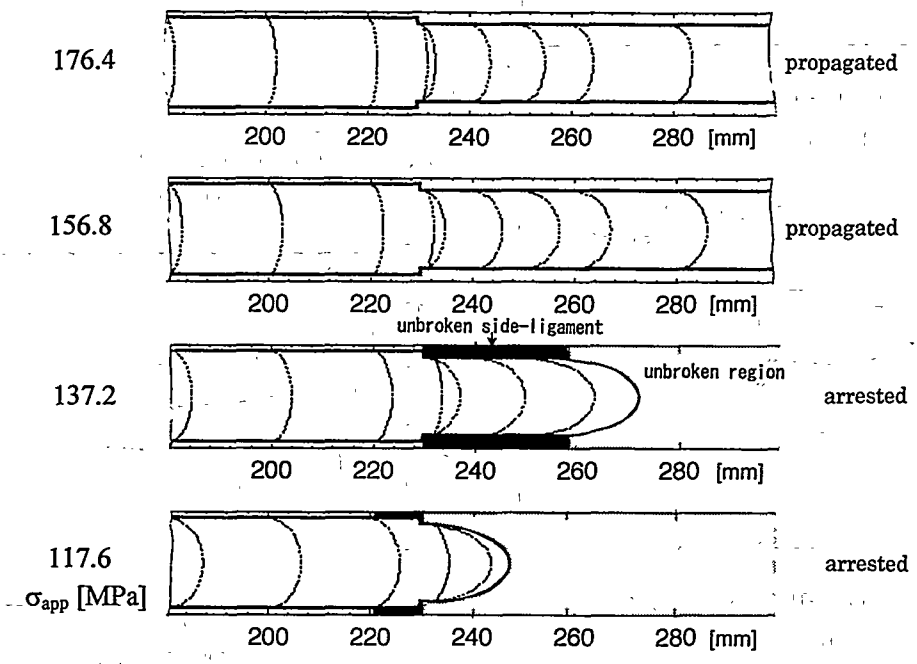


Fig. 11 Calculated crack growth characteristics near the starter and arrester plate interface, duplex-type specimen (steel Al/steel E), T2.

トした場合にはアレストした時点の未破断リガメントを黒塗りの領域で示した。伝播・アレスト限界 σ_{app} の直下の σ_{app}=137.2 MPa では，き裂が試験板に突入後，約 30 mm 伝播した後にアレストしており，未破断のリガメントを 30 mm 近く引きずっている。また，未破断リガメントの後端部は助走板と試験板の境界部に留まっている。σ_{app} がこれより低い場合には鋼板内部ではき裂が試験板に突入・伝播しているが，表面近傍ではほとんど試験板で伝播しておらず，未破断リガメントも助走板に留まった状態でアレストを生じている。図示はしていないが，σ_{app}=98.0 MPa では鋼板内部でもきれつが試験板に突入することなくアレストを生じている。従って，混成型試験の場合にはアレストを生じる状態として，負荷応力が高くなるに従って，(i)鋼板内部・表面付近ともに試験板にき裂が突入することなくアレストする，(ii)鋼板内部は試験板に突入するが，表面付近は助走板に留まったままアレストする，(iii)鋼板内部・表面近傍ともに試験板に突入してアレストする，ように変化する。このようなアレストの状態変化は従来の K_{ca} を指標とするクライテリオンでは説明できない。Fig. 10 に示した混成型試験の計算結果において，アレストしたプロット点のうち最も K が高い点は(iii)の状態でアレストしているので，伝播・アレストの境界として求まる K_{ca} を決定しているのは(iii)の場合であるといえる。ただし，実際の混成型試験における判定のように安全側の評価として(i)および(ii)のみを試験板のアレストと定義すれば，温度勾配型と混成型試験の K_{ca} はほぼ一致することをつけ加えておく。比較として，Fig. 12 に，温度勾配型試験において 0°C 付近でき裂がアレストした場合のき裂形状を示す。き裂先端から後方に温度が低下しているために未破断リガメントの厚さが減少し，しかも停止時のリガメント長さも混成型の場合より短い。

Fig. 13-(a)～(d)に，Fig. 11 に対応する条件における応力拡大係数の変化を示す。ここで，K_{sn} は見かけの静的応力拡大係数 ($\sigma_{app}\sqrt{(\pi c_A)}$)，$K_{dn}$ は見かけの動的応力拡大係数 ($f_K[V_0]K_{sn}$)，K_{d0} は未破断リガメントのき裂閉口力を考慮した動的応力拡大係数，$K_{d(A)}$ は板厚中心部(A)の動的応力拡大係数で，未破断リガメントとき裂前縁形状の影響が考慮されている。これらの応力拡大係数は前報[2]と同一の計算式により算定した。K_{sn} はき裂進展とともに連続的に増加する。K_{dn} は助走板・試験板境界部で伝播速度が不連続的に低下することを反映して不連続的に変化するが，増加傾向は K_{sn} と同様である。これに対して K_{d0} はき裂が試験板に突入すると急激に低下を始める。これは試験板に突入すると未破断リガメントが厚くなり，き裂閉口の影響が顕著となるためである。σ_{app} が高く，き裂が伝播貫通する場合には K_{d0} は極小値を示した後，増加に転じる。K_{d0} 極小点は未破断リガメント長さが最長となる時点（後端部は助走板・試験板境界部に滞留）に一致する。この時点で伝播速度も極小となる。極小点を過ぎると未破断リガメント後端部は境界部から離れてき裂伝播とともに試験板内を移動する。$K_{d(A)}$ も同様な変化を示す。σ_{app} が低い場合にはき裂が試験板に突入後 K_{d0}, $K_{d(A)}$ ともに単調減少し，アレストに至る。

Fig. 14 に，比較として温度勾配型試験の応力拡大係数の変化を示す。すべての K が連続的に変化するのは当然であるが，混成型試験における限界条件直下の Fig. 13-(c)と比較すると，アレスト時の K_{dn} と K_{d0} の差が小さくなっているのが特徴である。これは Fig. 12 に示したように，温度勾配が存在するためにアレスト時の未破断リガメントの厚さと長さが小さく，き裂閉口の効果が弱いためである。

Fig. 11～14 における温度勾配型と混成型試験の比較から明らかなように，Fig. 10 における両試験における K_{ca} の差は，未破断リガメントによるき裂閉口の効果が後者の試験片のほうが大きいためであるであると結論できる。このような差は温度勾配の差に起因するものであり，混成型試験における靱性の不連続は直接の原因ではない。三村[7]は標準サイズの温度勾配型試験と超広幅の混成型試験における K_{ca} の差を同様な理由で説明している。Fig. 13-(c)と Fig. 14 の比較からも明らかなように，アレスト時の K_{sn} と K_{dn} は両試験で異なっており，本質的にこれらの指標でアレスト現象を統一的に説明することはできず，未破断リガメントの生成状況の差を考慮することによって初めて理解できる。

き裂が助走板から試験板に突入する状況をさらに詳細に検討する。Fig. 15-(a)，(b)に，各々，試験板の温度が −10°C と 0°C の場合の $K_{d(A)}$ の変化を K_D と併せて示す。

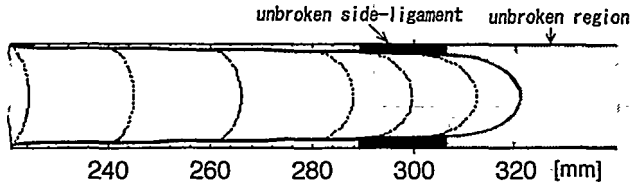
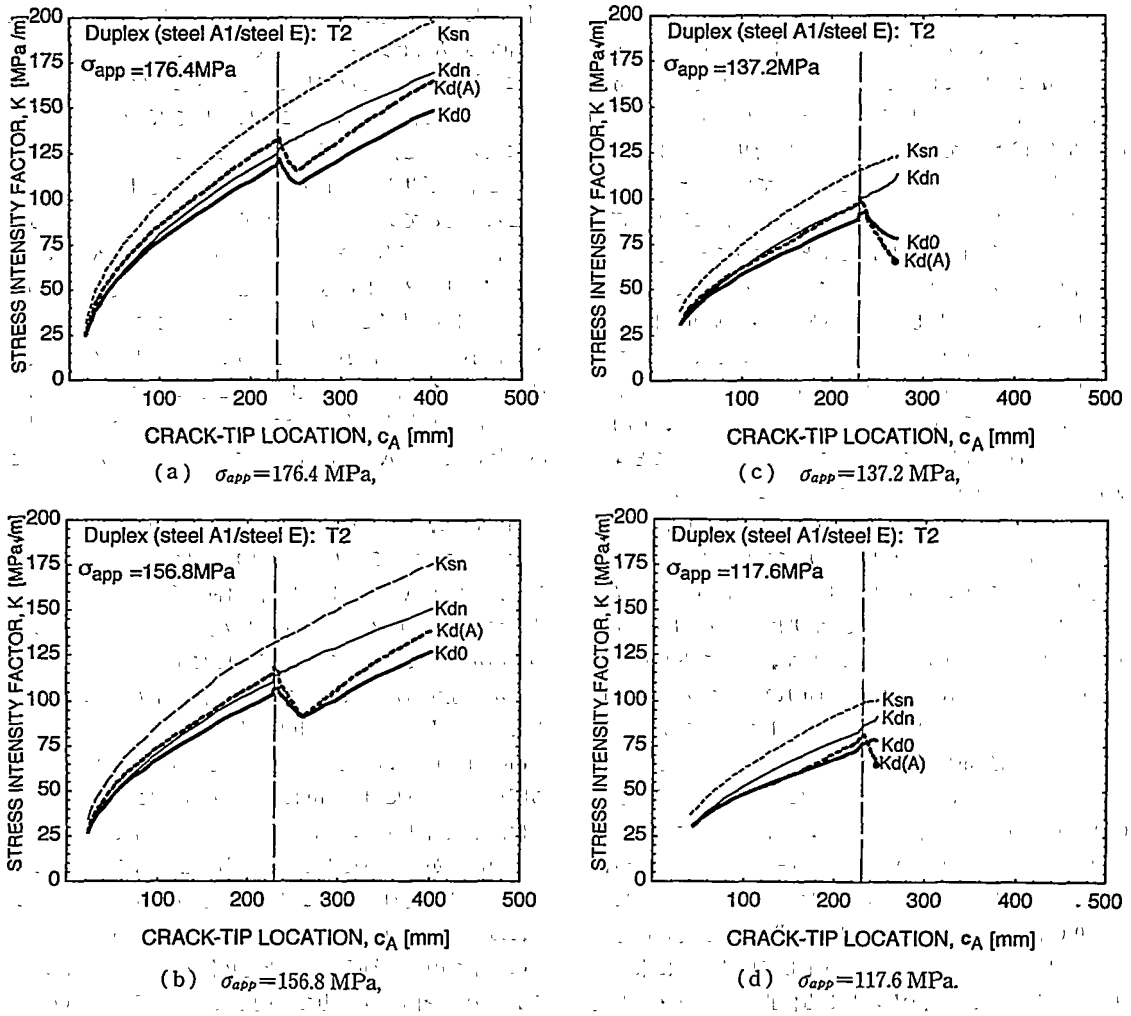


Fig. 12　Calculated crack growth characteristics, temperature gradient-type, arrest temperature: 0°C, σ_{app}=105.8 MPa.



(a) σ_{app}=176.4 MPa, (c) σ_{app}=137.2 MPa,

(b) σ_{app}=156.8 MPa, (d) σ_{app}=117.6 MPa.

Fig. 13 Calculated stress intensity factors, duplex-type (steel A1/steel E), T2.

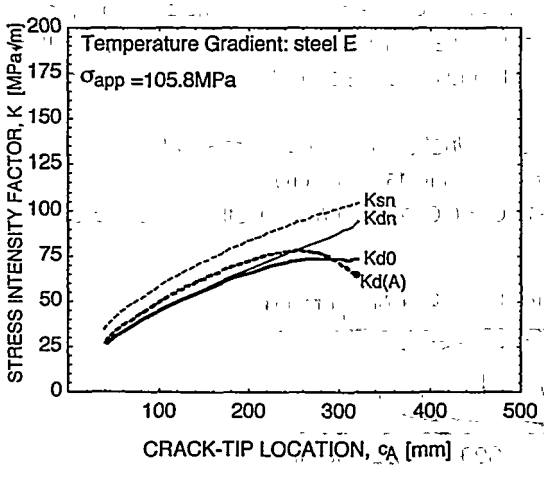
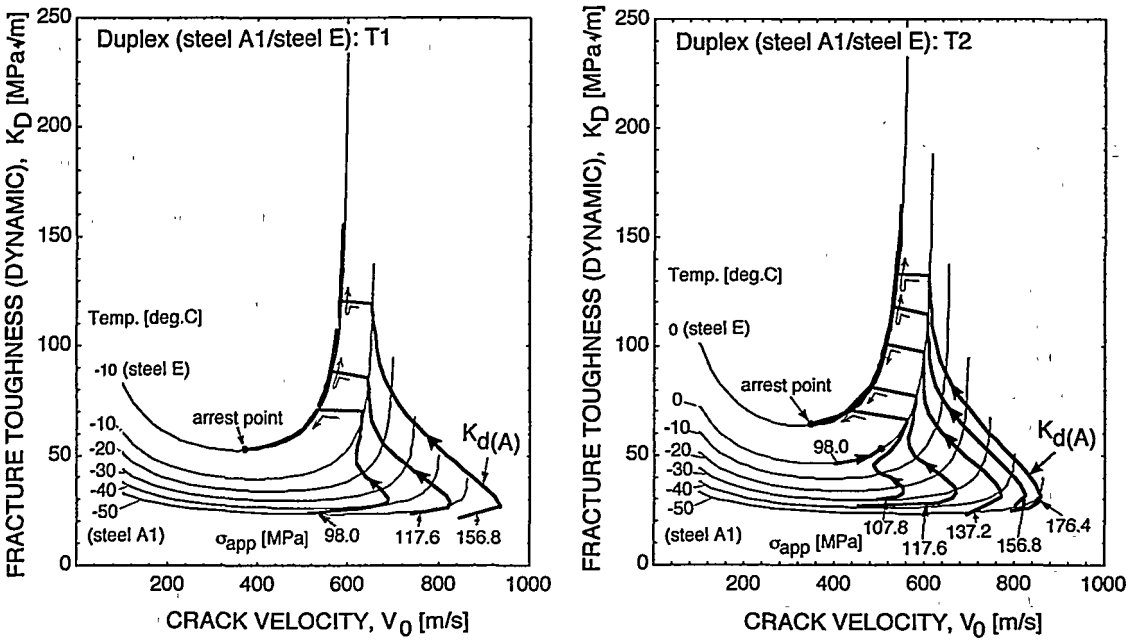


Fig. 14 Calculated stress intensity factors, temperature gradient-type, arrest temperature: 0°C, σ_{app}= 105.8 MPa.

K_D は本報と同一の条件で計算した前報[2] の結果と同一である。助走板内の挙動は温度分布が異なる他は前報[2] に示した挙動と同様であり，$K_D[T[x], V_0[x]]$ 上を辿ることにより $K_{d(A)}$ の軌跡が求まる。き裂が助走板・試験板境界部に達すると，$K_{d(A)}$ は助走板の K_D 曲線から試験板の K_D 曲線にジャンプする。その際，$K_{d(A)}$ の値はほとんど変化せず，図ではほぼ水平方向に移動する。従って，試験板に突入することによるき裂伝播速度の不連続的低下量は，き裂突入時の $K_{d(A)}$ レベルにおける両鋼板の K_D 曲線の速度依存性の差により決定されることになる。試験板に突入した後は一定温度の K_D 曲線上を移動する。上記のとおり，試験板にき裂が突入すると未破断リガメントが厚くなるためにき裂閉口効果が大きくなり，(A)点の実質的な応力拡大係数は低下する。このために K_D 曲線に沿ってき裂伝播速度が低下する。き裂伝播に伴い，助走板・試験板境界部に滞留していた未破断リガメント後端部において開口変位が増大



(a) duplex-type, $T1$,　　(b) duplex-type, $T2$.

Fig. 15 Calucated history of dynamic stress intensity factor at mid-thickness point (A).

し，試験板側のリガメント厚さに対応する延性破壊条件((1)式)が満足されると，未破断リガメント後端部は境界部を離れて試験板中を移動するようになる。この時点が K_D 曲線最小点の手前であればき裂長さ増大に伴う応力拡大係数の上昇がリガメントによるき裂閉口効果を上回り，$K_{d(A)}$ は増加に転じ，これに伴って伝播速度も上昇し，試験片破断に至る。逆に，延性破壊条件を満足する以前に K_D 曲線最小点に至るとその時点でアレストする。Fig. 15-(b)中，σ_{app}=98.0 MPa の場合には試験板の K_D 曲線上にジャンプできないのでき裂が試験板に全く突入することなくアレストする（上記のケース(i)）。σ_{app}=107.8 MPa と 117.6 MPa の場合がケース(ii)に対応，σ_{app}=137.2 MPa の場合がケース(iii)に対応する。

4.2 本モデルの問題点

本モデルではき裂開口形状を算定する際に無限板中を等速で伝播するき裂の解析解を基にしている。しかし，実際のき裂伝播速度はき裂伝播に伴い変化しているので，応力・変形状態に及ぼす力学的な動的効果をき裂伝播の履歴に従って厳密に考慮しているわけではない。混成型試験においては特に助走板から試験板にき裂が突入する際にき裂伝播速度が急激に変化することが本モデルからも予測される。このような状況ではき裂伝播速度の変化に伴うき裂先端近傍の応力・変形状態も直前の伝播速度の影響も受けるものと予想される。しかしながら，第一次近似としては現時点のき裂伝播速度がき裂先端近傍の応力・変形状態を決定すると考えることができるので[8]，き裂がある程度試験板に突入してからアレストする場合（上記ケース(ii)，(iii)）には近似的に本モデルの取り扱いで充分と思われる。ケース(i)のような場合には本モデルでは十分に再現できない可能性があり，本質的に動的な効果を取り入れる必要があるかもしれない。ただし，伝播・アレストの限界を決定しているのはケース(ii)と(iii)であり，この場合には本モデルの取り扱いで充分と考えられる。

実用鋼材ではき裂伝播速度は多くの場合 1500 m/s 以下(Rayleigh 波速度の約 1/2)であり，この範囲では慣性力に起因する力学的な動的効果は比較的少なく，動力学的効果はき裂先端における塑性変形に限られると考えられる。本モデルでもき裂先端近傍の応力特異性がき裂伝播速度により変化することでこれを考慮している。これに加えて，動的効果として歪速度が上昇することによる材質に与える影響が強いものと思われ，本モデルでは降伏応力の歪速度依存性として取り入れている。ただし，局所限界応力仮説が高速伝播き裂に対して成立するか，また，局所限界応力の定量的・実験的評価など本モデルの基本となる事項については今後の課題である。

5. 結　　論

(1) 局所限界応力説に基づいた脆性き裂の伝播・アレストモデルが混成型試験のシミュレーションに適用ができる。実験のき裂伝播速度履歴や伝播・アレストの挙動を本

モデルでほぼ再現できた。

（2） 混成型試験におけるアレストは負荷応力が高くなるに従って，（i）鋼板内部・表面付近ともに試験板にき裂が突入することなくアレストする，（ii）鋼板内部は試験板に突入するが，表面付近は助走板に留まったままアレストする，（iii）鋼板内部・表面近傍ともに試験板に突入してアレストする，に分類できる。さらに高応力ではき裂が試験板に突入後一旦伝播速度が低下するが上昇に転じて伝播・貫通に至る。

（3） 上記（i）および（ii）をアレストと定義すれば混成型試験のアレスト靱性値（K_{ca}）は温度勾配型試験の K_{ca} にほぼ一致するが，（iii）を含めてアレストと定義すれば混成型試験の K_{ca} のほうが高くなる。混成型試験では試験板の温度勾配がほとんどないために，鋼板表面付近に生成する未破断のリガメントが温度勾配型試験より顕著に発達し，これによるき裂閉口の効果がより強くなることがその主たる理由である。

（4） 助走板の靱性値を多少変化させても試験板内の伝播・アレスト挙動に顕著な変化は認められない。

引き続き，き裂進展に伴う荷重低下の影響（試験片長さの影響）や長大き裂問題への適用を検討する予定である。

参考文献

1) 町田，吉成，安田，粟飯原，間渕：鋼材の脆性き裂伝播・アレストの力学モデル（1）—基礎モデルの構築—，日本造船学会論文集，第177号（1995），p. 243-258.

2) 粟飯原，町田，吉成，間渕：鋼材の脆性き裂伝播・アレストの力学モデル（2）—温度勾配型試験への適用—，日本造船学会論文集，第177号（1995），p. 243-258.

3) Machida, S., Yoshinari, H.: Some recent experimental work in Japan on fast fracture and crack arrest, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 23, No. 1, pp. 251-264 (1986).

4) 町田進，青木満：クラックアレスターに関する基礎的研究（第7報）—長大クラックの阻止とアレスターの設計について—，日本造船学会論文集，第131号（1972），p. 367-378.

5) 町田進，的場正明，吉成仁志，刀根知佳子：鋼材の脆性き裂伝播停止挙動に関する一考察，日本造船学会論文集，第172号（1992），p. 637-647.

6) 金沢武，町田進，寺本徳郎，吉成仁志，宮原鉄弥：高速クラックの動的様相に関する研究（第5報）—混成型クラックアレスターの動的解析—，日本造船学会論文集，第150号（1981），p. 504-510.

7) 三村宏：K_{Ia} から K_{ca} を推定する方法，圧力技術，31巻，第2号（1993），pp. 58-64.

8) Freund, L. B.: Crack propagation in an elastic solid subjected to general loading-II, non uniform rate of extension, J. Mechanics and Physics of Solids, Vol. 20 (1972), pp. 141-152.

G96-01-3865
3-12

予ひずみ材の延性き裂伝播評価法

正員 上 田 幸 雄* 正員 村 川 英 一*
正員 谷 川 雅 之**

An Evaluation Method for Ductile Crack Propagation in Pre-strained Plates

by Yukio Ueda, *Member*, Hidekazu Murakawa, *Member*
Masayuki Tanigawa, *Member*

Summary

In crack propagation analyses of ship side outer platings subjected to collision load, effect of pre-strain on crack propagation behavior should be clarified because not a few plastic deformation is usually generated on outer platings before crack initiation. And crack propagation simulation methods using a coarse mesh FEM model would be required in ship collision analysis owing to a huge numerical simulation model.

In this paper, pre-strain effect on crack propagation behavior was investigated with tensile tests of center notched plates whose pre-strains were 0.0, 0.15 and 0.3. In the experiment crack tip opening angles measured from grid line deformation drawn on the specimens were obtained for each pre-strain level and were verified to be a useful parameter for crack propagation simulation by performing FEM analyses of the experiment. Then a practical FEM simulation method for crack propagation, which includes the finite element size effect, was proposed.

1. 緒　　言

衝突荷重を受ける船側構造が吸収できるエネルギーを評価する場合，船側外板等が塑性変形した後の延性き裂発生評価が重要となる。また，ダブルハル構造の場合，外板にき裂が発生した後の吸収エネルギーを評価するためには，延性き裂の伝播を考える必要がある。従来の衝突強度評価ではき裂発生条件として材料の破断ひずみを経験的に小さくした値を用いているが，構造的な不連続によるひずみ集中等とき裂発生との関係が不明確であり，船側構造のき裂伝播については評価を行った例はみられない。前報[1]では，き裂の発生を，構造的な不連続や応力状態の多軸性の影響を含めて延性損傷パラメータにより評価する方法を示した。本論文ではき裂伝播を評価する方法について検討を行う。

* 大阪大学溶接工学研究所
** 日立造船㈱技術研究所　構造・流体技術研究センター

原稿受理　平成8年1月10日
春季講演会において講演　平成8年5月15，16日

船側構造は衝突船首の突入により陥没し，引延ばされた状態でき裂が発生することから，き裂が伝播する領域は塑性変形を予ひずみとして受けることになる。予ひずみがき裂伝播挙動に及ぼす影響を取り上げた研究はみられないが，矢尾らが行った切欠きを有する円管の曲げによるき裂伝播実験によると，引抜き加工により予ひずみが与えられた試験体のき裂伝播に対する抵抗力が小さくなることから[2]，予ひずみがき裂伝播条件に及ぼす影響を明らかにすることが必要である。また，船舶の衝突解析は一般に大規模な数値計算となることから，有限要素の分割が粗いモデルを用いて，き裂の伝播挙動を解析する方法を開発する必要がある。本論文では，予ひずみ材のき裂伝播実験とFEMによるシミュレーション解析を行い，き裂伝播特性を表わす破壊力学パラメータとしてその有効性が確認されているき裂先端開口角[3),4)]を考え，予ひずみがき裂伝播条件に及ぼす影響を調べた。さらに，実用的なき裂伝播解析の方法を開発するため，有限要素のサイズがき裂先端開口角の限界値に及ぼす影響を調べるとともに，き裂先端開口角の限界値と有限要素の破壊ひずみとの関係について検討を行った。これらの結果について報告する。

2. 予ひずみ材の延性き裂伝播実験

予ひずみがき裂伝播挙動に及ぼす影響を調べるため，予め塑性変形を与えた試験体に切欠きを加工してき裂伝播実験を行い，予ひずみを与えない試験体の実験結果と比較した。

2.1 試験体

試験体は，Fig. 1 に示す形状で，厚さ 4.5 mm の SS 400 製の板材である。幅 200 mm の試験体中央部には，スリット状の切欠きを設けた。切欠きの寸法は，長さ 20 mm，幅 2 mm，先端部アールを 1 mm とした。また，試験体中央部にはき裂周辺の変形を計測するため Fig. 2 に示すように，4 mm 間隔で格子状のけがき線をひいた。

2.2 実験の方法

実験は 300 tonf のアムスラー型引張り試験機で実施した。予ひずみを与えた試験体は，切欠きがない状態で所定のひずみが生じるまで引張り変形を与えた後，切欠きを加工し，き裂伝播実験を行った。予ひずみは試験体中央部に取り付けた標点間長さ 50 mm の伸び計によって計測した。実験は Table 1 に示すように，予ひずみ 0.0 mm/mm (SE-2)，0.15 mm/mm (SE-3) および 0.30 mm/mm (SE-4) の試験体について実施した。なお，参考のため切欠きを加工しない試験体 (SE-1) の引張破壊実験もあわせて実施した。

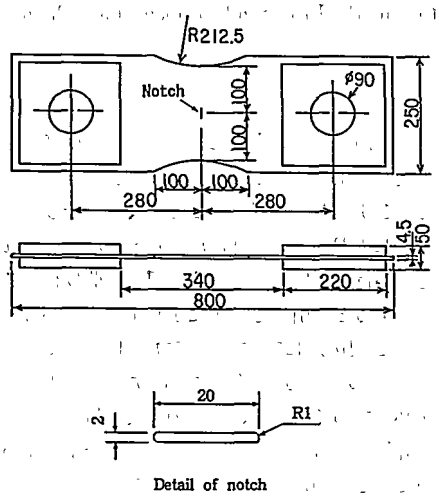


Fig. 1 Crack propagation test specimen (SE)

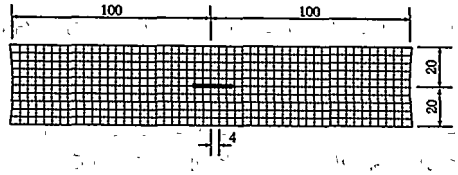


Fig. 2 Grid line drawn arround notch

計測は，荷重，荷重点変位について行った他，格子状のけがき線の変形を写真撮影により記録した。

2.3 実験の結果

(1) き裂の伝播状況

き裂の伝播状況を，SE-2，SE-3，SE-4 についてそれぞれ，Photo. 1，Photo. 2，Photo. 3 に示す。

予ひずみのない SE-2 では，切欠き部が大きく変形し，中央部の開口変位が 4 mm 程度になった時点でき裂が発生した。その後き裂はほぼ一定の開口角を保ちながら荷重と

Table 1 Test specimens

Specimen No.	Prestrain	Shape
SE-1	0.0 mm/mm	Flat
SE-2	0.0 mm/mm	Notch
SE-3	0.15 mm/mm	Notch
SE-4	0.30 mm/mm	Notch

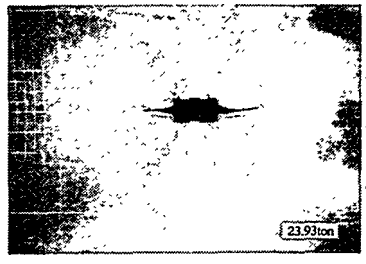


Photo. 1 Crack propagation (SE-2: Pre-strain=0.0)

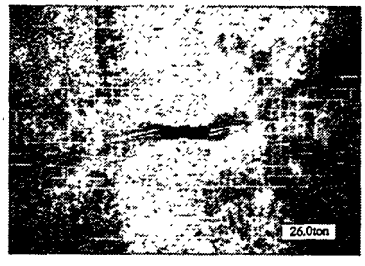


Photo. 2 Crack propagation (SE-3: Pre-strain=0.15)

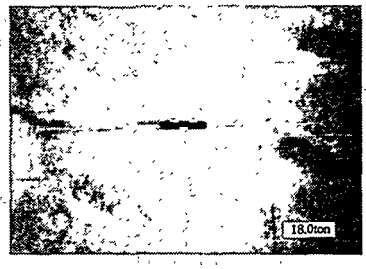


Photo. 3 Crack propagation (SE-4: Pre-strain=0.30)

直角の方向に伝播し，破断に至った。予ひずみを 0.15 mm/mm 与えた SE-3 では，切欠き部の変形が小さい段階でき裂が発生した。き裂の開口角をみると予ひずみのない SE-2 より小さくなっていることがわかる。また，予ひずみを 0.30 mm/mm 与えた SE-4 では，切欠き部の変形がほとんどない状態でき裂が発生し，き裂の開口角もかなり小さくなっていることがわかる。

（2） 荷重と荷重点変位の関係

荷重と荷重点変位の関係を Fig. 3 に示す。全般的な傾向として，マクロ的なき裂の発生とともに荷重の低下が始まり，き裂の安定的な伝播を経た後，き裂伝播の不安定化により，荷重が急激に低下して破断する特徴を示した。SE-2 および SE-3 で除荷と再負荷があるのは，途中で試験体を取り外し切欠きを加工したためである。

次に予ひずみの影響をみる。予ひずみを与えない SE-1 では初期の荷重の低下は鈍いが，その後はほぼ一定の勾配で低下を続け，破断するまで安定なき裂伝播がみられた。予ひずみを 0.15 mm/mm 与えた SE-3 では，荷重の低下の鈍い期間がしばらく続いた後，荷重の低下が開始した。なお，途中で曲線の勾配が変化したのはき裂の方向が荷重に対し直角な方向から 45 度の方向へ変化したことによる。予ひずみを 0.30 mm/mm 与えた SE-4 では，初期から荷重は急激に低下した。途中で曲線の勾配が緩くなったのは片側のき裂が貫通し，中央き裂から片側き裂の変形モードに変わったことによる。また，切欠きのない SE-1 との差が小さいことから材料の変形能力の限界近くに達していたと考えられる。

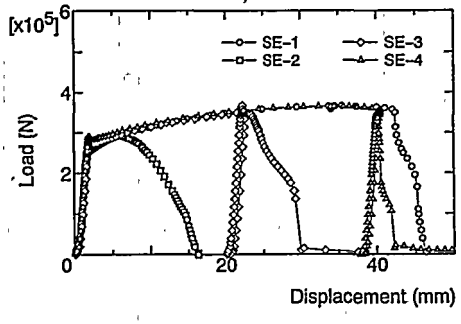


Fig. 3　Load-displacement curve

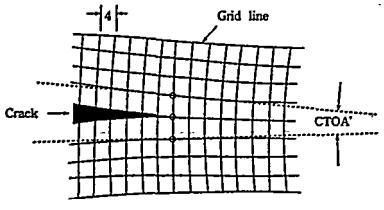


Fig. 4　Definition of crack tip opening angle CTOA'

（3） き裂先端開口角

き裂先端開口角（CTOA）の正確な計測は困難であるため，き裂先端から一定距離離れた位置における開口角を考える。本論文では，Fig. 4 に示すように，き裂伝播ラインからそれぞれ 4 mm の位置にある 2 本のけがき線のき裂先端位置における開口角を CTOA' と定義した。

計測した CTOA' とき裂長さの 1/2 との関係を，SE-2，SE-3 および SE-4 について Fig. 5 に示す。図には計測結果とともに平均的な値も示した。SE-2 で初期に高い値が見られるのは全体の塑性ひずみが小さいため材料の加工硬化が大きく，き裂伝播に抵抗したためと考えられる。き裂伝播時における CTOA' の平均的な値と予ひずみの関係を Fig. 6 にまとめた。図より予ひずみが 0.15 mm/mm 程度の場合，CTOA' の低下は小さいが，予ひずみが 0.30 mm/mm 近くになると大幅に低下することがわかる。

3.　き裂伝播シミュレーション解析の方法

シミュレーション解析に用いるき裂伝播条件は，き裂伝播実験に対するシミュレーション解析において，荷重と荷重点変位の関係等を合わせることにより伝播条件を推定する逆解析手法（Generation phase 解析）により定められることが多い。しかし，逆解析により推定された値は，モデル化や数値計算上の誤差を含むため材料特性値としては問

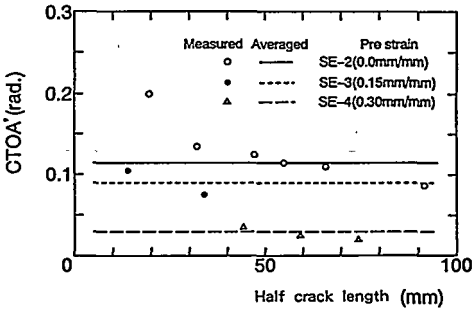


Fig. 5　Relation between crack tip opening angle CTOA'and half crack length

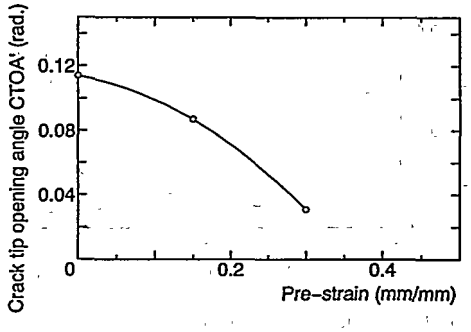


Fig. 6　Relation between CTOA' and pre-strain

題がある。ここでは，き裂伝播条件として計測された開口角そのものを用いて試験体のき裂伝播シミュレーション解析を行い，荷重－荷重点変位関係を比較して解析法の有効性を確認した。

3.1 き裂伝播シミュレーション解析に用いるき裂伝播条件

き裂伝播シミュレーション解析を行う方法としては，Andersonによって始められた節点解放法[5]があるが，船舶の衝突のような大規模な解析では有限要素を破壊させる方法が効率的である。ここでは，要素を破壊させることによりき裂伝播シミュレーション解析を行う方法を考える。

FEM解析では破壊した有限要素を消去することによってき裂の形状が表されるため，き裂先端の形状は矩形となり実際のき裂形状とは異なる。そこで，き裂形状が開口角に及ぼす影響を調べるため，FEM解析モデルより得られる開口角を理論解と比較した。Fig. 7に比較したモデルを示す。FEM解析モデルは中央にき裂がある1,000 mm×1,000 mmの正方形の板で，要素のサイズは4 mm×4 mmとした。荷重辺に作用する応力は100 MPaで弾性，平面応力状態を考えた。縦弾性係数Eは205,800 MPa，ポアソン比νは0.3とした。理論解のモデルとしては，一様引張り荷重を受ける無限板中のき裂を考えた。き裂先端から距離r，き裂中心線の方向から角度θの位置における荷重方向の変位Vは次式で表される。

$$V=\frac{K_I}{2G}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\sin\frac{\theta}{2}\left(\kappa+1-2\cos^2\frac{\theta}{2}\right) \qquad (1)$$

ここで，$K_I=\sigma\sqrt{\pi a}$, $\kappa=(3-\nu)/(1+\nu)$, $G=\frac{E}{2(1+\nu)}$である。また，σは無限遠方での応力，aはき裂長さである。

き裂長さが80 mmの場合について，き裂中心線から4 mmの位置（$Y=4$ mm）におけるき裂先端付近の変位分布の比較をFig. 8に示す。参考のため理論解についてはき裂中心線上（$Y=0$ mm）での変位の分布も示した。また，Fig. 9には開口角の定義を示す。開口角におけるFEM解析と理論解の比較を，き裂長さが16 mm，32 mm，89 mm，および200 mmの場合についてまとめたものをFig. 10に示す。図より，FEM解析により計算される開口角は理論解析で得られる値よりも小さくなるが，両者の比率は，き裂長さが変化してもほぼ一定値，約0.78に保たれることがわかる。

き裂伝播解析では，Fig. 9に示すようにき裂先端に位置する要素について節点変位から開口角を計算し，開口角が限界値（CTOA'）を超えた場合に要素が破壊したとみなして消去する。なお，解析で用いるCTOA'の値は解析モデルと実際のき裂の形状の違いを考慮し，計測値の0.78倍とした。Table 2に各予ひずみに対するCTOA'の計測値とFEM解析で用いた値を示す。

3.2 試験体のき裂伝播シミュレーション解析

（1） 解析モデル

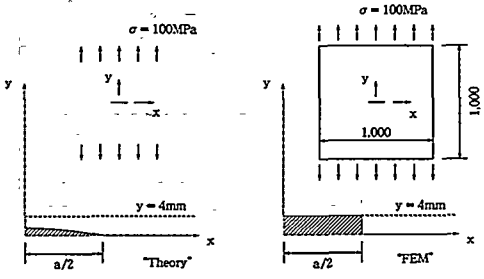


Fig. 7 Crack analysis model

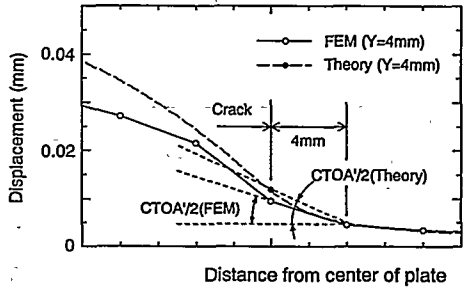


Fig. 9 Definition of CTOA' in crack analysis model

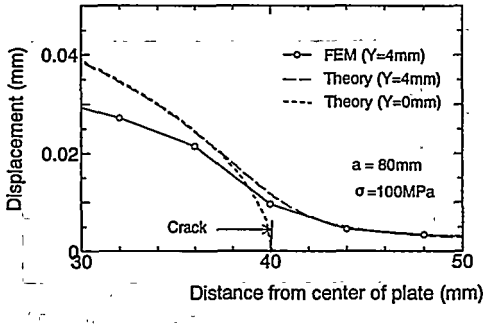


Fig. 8 Comparison of displacement arround crack tip between theory and FEM

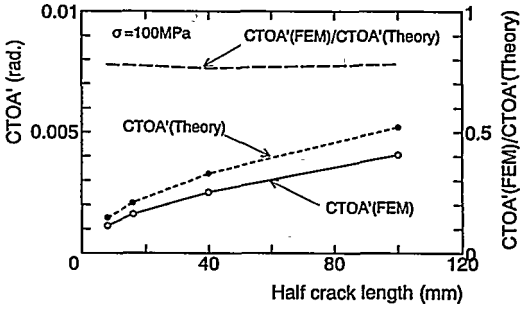


Fig. 10 Comparison of CTOA'between FEM and theory in elastic analysis of center notch plate

試験体の解析モデルについて説明する。Fig. 11 に要素分割図と荷重および境界条件を示す。解析モデルは対称性より 1/4 の部分を考えた。要素サイズは板厚と同等の 4 mm×4 mm を基本とし，2 次元平面応力要素を使用した。材料定数は，縦弾性係数：20,5800 MPa，ポアソン比：0.3，降伏応力：333.0 MPa とし，加工硬化特性は，Table 3 に示すように実験で用いた材料の塑性域における真応力と真ひずみ（対数ひずみ）の関係を指数則で近似して与えた。解析プログラムは，DYTRAN を使用した。

（2） 解析結果

SE-2 の変形図の例を Fig. 12 に示す。Photo. 1 と比較してわかるように，き裂が開口しながら伝播する様子が良好にシミュレートされていることがわかる。

Table 2 Crack tip opening angle obtained from experiment and adjusted for FEM model

Pre-strain (mm/mm)	CTOA' (rad.)	
	Experiment	FEM
0.0	0.114	0.089
0.15	0.087	0.068
0.30	0.031	0.024

Table 3 Properties for approximated stress-strain curve

Yield stress : σ_y (True stress : MPa)	Strain hardening coefficient $\sigma_{true} = C\varepsilon_{true}^n$	
	n	C
333.0	0.2	692.3

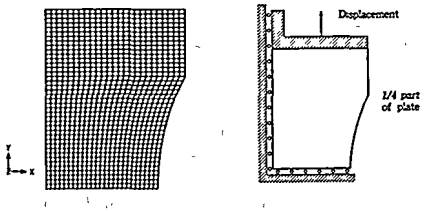


Fig. 11 Finite element model of crack propagation specimen

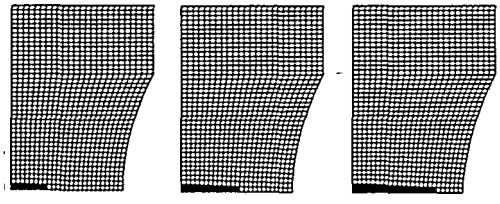


Fig. 12 Crack propagation analysis result for specimen SE-2

次に，き裂伝播長さと荷重点変位の関係をみる。ここで，き裂伝播長さは左右両側のき裂長さとし，初期の切欠きの長さは含まない。試験体 SE-2, SE-3, SE-4 についてき裂伝播長さ一荷重点変位関係における解析結果と実験値との比較を，それぞれ Fig. 13, Fig. 14, Fig. 15 に示す。図で SE-3 においてき裂の方向が変化した後の実験結果，および SE-4 において片側のき裂が貫通した後の実験結果は除いている。SE-2 では，初期においてき裂が伝播しにくい領域を除くとき裂伝播長さと荷重点変位の関係の勾配はよく一致していることがわかる。また，SE-3, SE-4 についてもき

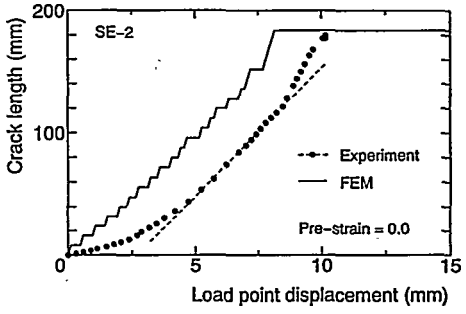


Fig. 13 Relation between crack length and load point displacement in SE-2

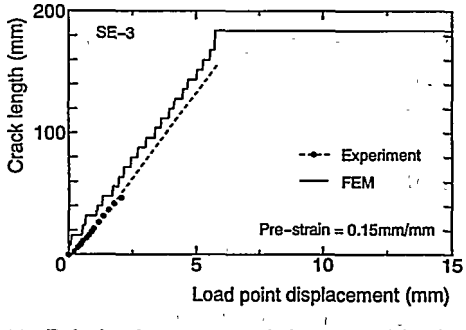


Fig. 14 Relation between crack length and load point displacement in SE-3

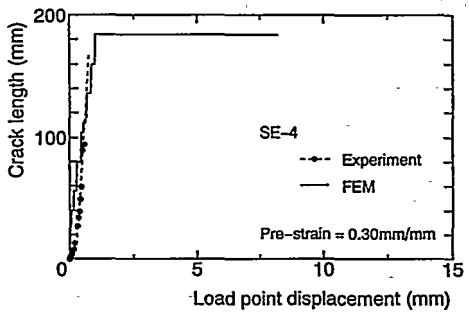


Fig. 15 Relation between crack length and load point displacement in SE-4

裂が定常的に伝播する領域では，シミュレーション解析の結果はき裂伝播長さ—荷重点変位曲線の勾配を概ね推定できることがわかる。これらの結果から，き裂先端開口角（CTOA'）を用いたき裂伝播シミュレーション解析法は有効であると考えられる。

4. 実船衝突解析への適用方法

実船の衝突解析を行う場合，要素サイズは，一般に板厚の10倍のオーダーとなるため，要素サイズに応じてき裂伝播条件を補正する必要がある。また，CTOA'を用いる方法は開口角を算出するための節点の選出等に時間がかかるため，大規模な解析ではより効率的な方法を考える必要がある。

ここでは，き裂伝播条件としてCTOA'を用いた板厚程度の細かい要素サイズのモデルによる解析結果をもとに，要素サイズによるき裂伝播条件の補正方法を検討する。また，き裂伝播条件として容易に算出できる相当塑性ひずみ限界値の有効性を調べる。

4.1 解析モデル

解析モデルは，1軸引張り荷重を受ける中央切欠き平板で，寸法は1000 mm×1000 mm，板厚は5 mmとし，対称性より全体の1/4の部分を考えた。要素サイズは，板厚の0.8倍，2倍，5倍および10倍の4つのモデルを考えた。材料特性等は，試験体の解析で用いたものと同じ値を使用した。

4.2 有限要素サイズがき裂伝播条件に及ぼす影響

要素のサイズが大きくなると，Fig. 16に示すように開口角を算出するための2節点間の距離が長くなるとともに，矩形でモデル化されたき裂形状が変化する。

はじめに，要素サイズと開口角の関係を弾性状態について調べる。要素サイズが0.8 t（4 mm），10 t（50 mm）のモデルを考え，それぞれをFine mesh model, Coarse mesh modelと呼ぶことにする。Fine mesh modelに対する開口角をα_f，Coarse mesh modelに対する開口角をα_cとし，それぞれ，Fig. 16中の節点a-b間および節点A-B間の変位差から算出される。解析ではき裂がない部分の平均応力を100 MPaとし，弾性解析を行った。Fig. 17に，開口角とき裂半長との関係を示す。Fine mesh modelで算出されるα_fは，Coarse mesh modelで算出されるα_cの約3倍となった。また，α_cの算出に用いた節点位置に対応するFine mesh modelの節点c-dから算出した開口角β_fの値をFig. 17中に示す。α_cはβ_fよりやや大きいが，近い値になっていることがわかる。

次に弾塑性状態について考える。実験で求めたCTOA'に補正係数0.78を乗じた値をき裂伝播条件として用い，予ひずみが0.0 mm/mm，0.15 mm/mmおよび0.30 mm/mmの場合に対してFine mesh modelによるき裂伝播シミュレーション解析を行い，開口角α_fとβ_fの比較を行った。結果をTable 4に示す。表より弾塑性状態ではα_fとβ_fの差が弾性状態に比較してはるかに小さくなること，その傾向は予ひずみが大きくなるほど強くなることがわかる。

以上の結果より，弾性状態においてα_cはα_fとβ_fの間にありβ_fに近い値をとること，弾塑性状態ではα_fとβ_fの差がが小さくなることから，α_cとβ_fはほぼ等しくなると考えられる。従って，Coarse mesh modelのき裂伝播条件としてFine mesh modelのき裂伝播解析で得られたβ_fの値を用いることとした。この方法により要素サイズを変えて解析したき裂長さと荷重点変位の関係を，予ひずみが0.0 mm/mmの場合についてFig. 18に示す。また，要素サイズsが板厚tの0.8倍及び5倍の場合の変形図をFig. 19に示す。初期を除いて曲線の勾配は良く一致しており，上記の考え方は要素サイズに対してき裂伝播条件を補正する

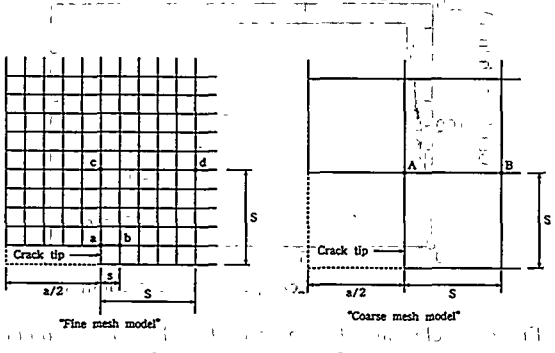


Fig. 16 Grid points for CTOA' calculation

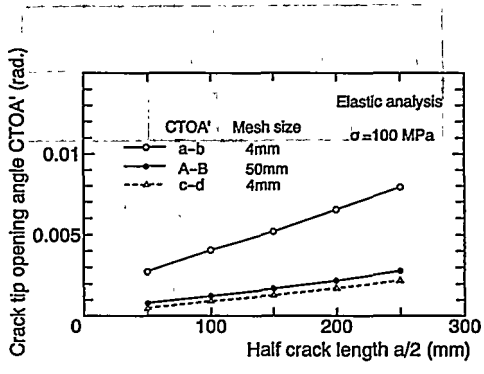


Fig. 17 Effect of mesh size on CTOA'

Table 4 Crack tip opening angle CTOA' obtained from fine mesh model whose mesh size is 0.8 t

Unit : radian

Base length for CTOA' evaluation	Pre-strain 0.0mm/mm	Pre-strain 0.15mm/mm	Pre-strain 0.30mm/mm
0.8t(α_f)	0.089	0.068	0.024
2.0t(β_f)	0.084	0.068	0.024
5.0t(β_f)	0.081	0.068	0.024
10.0t(β_f)	0.076	0.065	0.024

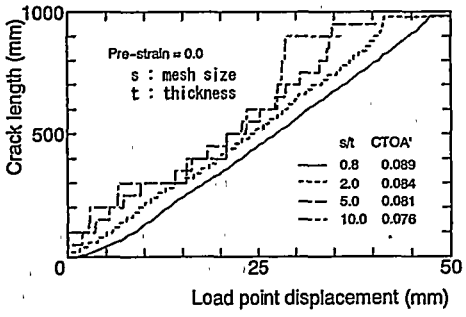


Fig. 18 Relation between crack length and load point displacement in various mesh size models

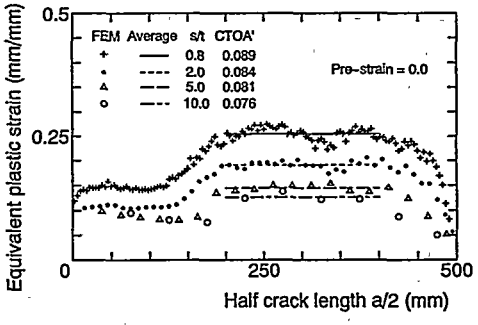


Fig. 20 Relation between failure strain and half crack length

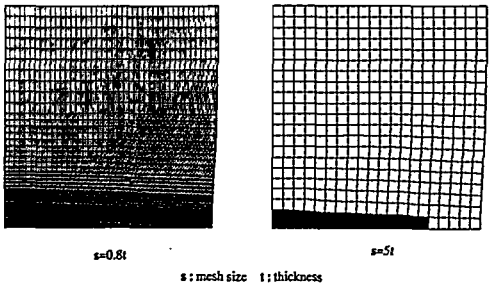


Fig. 19 Effect of mesh size on crack propagation behavior

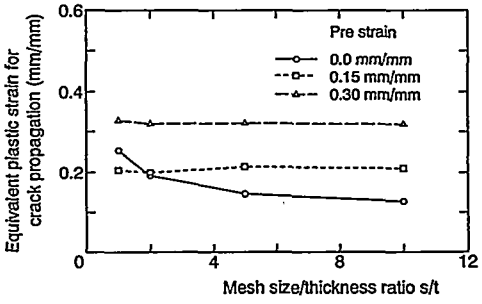


Fig. 21 Critical value of equivalent plastic strain at the crack tip element varying with mesh size

方法として有効であることがわかる。

4.3 き裂先端要素の破壊限界ひずみ

実船構造の解析ではモデルが大規模となることから，き裂伝播条件として算出がやや煩雑となる開口角よりも算出が容易な要素の破壊ひずみを用いることが効率的である。

4.2 の解析で得られたき裂先端要素が破壊したときの相当塑性ひずみとき裂半長との関係を予ひずみが 0.0 mm/mm の場合について Fig. 20 に示す。図より前半と最後を除くとき裂伝播に対する相当塑性ひずみの限界値はほぼ一定となることから，充分長いき裂に対してはき裂伝播条件として用いることが可能と考えられる。き裂伝播に対する相当塑性ひずみ限界値と要素サイズの関係を Fig. 21 にまとめて示した。ここで，図の限界値は予ひずみを含んだ値である。予ひずみが大きくなると要素サイズの影響を受けにくくなることがわかる。

5. 結　　言

衝突荷重を受ける船側外板がき裂発生までに受けた塑性変形のき裂伝播挙動に及ぼす影響を調べるため，予ひずみを与えた試験体によるき裂伝播実験と FEM によるシミュレーション解析を行い，き裂伝播条件に対する予ひずみの影響を調べるとともに，実用的なシミュレーション解析方法の検討を行った。得られた結論は以下のとおりである。

(1) 予ひずみを与えた中央切欠き試験体によるき裂伝播実験を行い，予ひずみによりき裂が伝播しやすくなる現象を確認するとともに，き裂伝播時の開口角 CTOA' の計測データを取得した。

(2) 実用的なき裂伝播シミュレーション解析法として，計測で求めた CTOA' に，FEM 解析モデルと実際のき裂の形状の違いを考慮して補正した開口角の限界値を用いる方法を示し，その有効性を確認した。

(3) き裂伝播条件に対する要素サイズの影響を調べるため，中央に切欠きを有し一様引張り荷重を受ける平板について，CTOA' をき裂伝播条件としたシミュレーション解析を行い，要素サイズにより CTOA' を修正する方法を示した。

(4) き裂伝播条件として，容易に算出できる相当塑性ひずみを用いる方法の可能性を示し，要素サイズと相当塑性ひずみ限界値の関係を求めた。

謝　　辞

研究を進めるにあたり広島大学の矢尾哲也教授には有益なご助言をいただきました。実験を進めるにあたり大阪大学溶接工学研究所の古木良一技官，麻寧緒助手ならびに上田研究室の皆様には多大なご協力をいただきました。また，

解析を進めるにあたり日本エムエスシー(株)のシェリーフラシッド氏のご協力をいただきました。ここに謹んでお礼を申し上げます。

参考文献

1) 上田幸雄, 村川英一, 谷川雅之, 米田尚弘, 岩田節雄, 後藤浩二：衝突時における船体構造不連続部の延性破壊評価法に関する研究, 日本造船学会論文集, 第177号 (1995), pp. 371-380
2) 矢尾哲也, 藤久保昌彦, 趙 耀：き裂損傷を有する円筒部材の曲げ耐荷力に関する研究, 日本造船学会論文集, 第166号 (1989), pp. 295-302
3) 金沢 武, 町田 進, 栗山幸久, 粟飯原周二, 稲見彰則：安定き裂成長後の不安定破壊発生挙動について(第二報), 日本造船学会論文集, 第148号 (1980), pp. 193-202
4) 小笠原昌雄, 岡村弘之：平面応力延性き裂の進展時のき裂先端開口角 (CTOA) について, 日本造船学会論文集, 第151号 (1982), pp. 238-244
5) Anderson, H., A.: Finite-Element Representation of Stable Crack-Growth, Journal of Mechanics and Physics of Solids, Vol. 21 (1973)

3-13

Multiple Fatigue Cracks Propagating in a Stiffened Panel

by Yoichi Sumi*, *Member*, Hisashi Iyama*, Željko Božic**, *Member*, Yasumi Kawamura*, *Member*

Summary

Crack growth of a single crack or a periodical array of cracks initiated at the stiffeners in a stiffened panel has been investigated. Using stiffened panel specimens, fatigue crack propagation tests have been carried out with cyclic stress of constant amplitude and frequency. A procedure for simulation of crack propagation for multiple cracks was introduced. The stress intensity factors have been calculated by a FEM program. From experimental a-N data of flat plate specimens, the fatigue crack propagation rate was obtained, and the Paris' constants have been determined. By means of the material constants and the stress intensity factors, the fatigue crack growth has been simulated for all test specimens. The experiment and numerical simulation have shown that in case of a stiffened panel with three cracks, the crack growth rate is higher compared with a stiffened panel having a single crack, because in case of three cracks the net sectional area is reduced, and also the adjacent cracks interact with each other. For an actual deck of a ship structure, the ratios of crack growth lives for multiple site damage and a single crack damage have been investigated. In case of multiple site damage it is found that the crack propagation rate is several times higher than the single site damage.

1. Introduction

In order to investigate propagation of a single crack or a periodical array of fatigue cracks in stiffened panels, fatigue tests with constant stress range have been carried out. A crack growth simulation procedure for multiple cracks was also introduced and crack growth lives for test specimens have been calculated. For crack growth simulation the material constants and stress intensity factors should be known. Stress intensity factors were calculated by a FEM program (ANSYS[1]) using shell elements, and a crack tip was meshed by singular elements. In order to determine Paris' constants, flat plate specimens with a single crack and with three cracks have been tested. For a flat plate with a center crack or a periodical array of cracks, the stress intensity factor can be calculated analytically.

It is important to determine the crack growth life for multiple site damage cracks for damage tolerance design[2]. In a deck structure of a ship, cracks may initiate by stress concentration due to geometrical discontinuity. For instance a fatigue crack may initiate at the snipped end of the face plate of a deck longitudinal. The crack propagates through the stiffener and it penetrates further into the deck plate. When cracks initiate at several stiffeners, the multiple site damage in a deck structure of a ship is created[3]. Fatigue crack propagation in a deck structure is investigated by the numerical simulation, where the difference of the crack propagation life due to single and multiple site damages is demonstrated.

2. Experiments on Fatigue Crack Growth in a Stiffened Panel

Fatigue tests have been carried out for four specimens: a plate with a single crack (P-1), a plate with three cracks (P-3), a stiffened panel with a single crack (SP-1), and a stiffened panel with three cracks (SP-3), (see Fig. 1). Initial crack length was, $2a=8$ mm, for all specimens. Fatigue test conditions are listed in Table 1 in which the cross sectional area of the intact section, the net cross sectional area, the average stress range away from the notch, and the net stress range are denoted by, A_0, A_{net}, $\Delta\sigma_0$, and $\Delta\sigma_{net}$, respectively. The force range, and the stress ratio are denoted by $\Delta F=F_{max}-F_{min}$, and $R=F_{min}/F_{max}$, respectively. A specimen was fixed by very rigid tab plates at both ends, and it was loaded by loading pins through pin holes. In Fig. 1 the uniform part of the specimens are illustrated. The average stress range was $\Delta\sigma_0=80$ MPa for all specimens. The loading frequencies were 5 Hz for specimens P-1, P-3,

* Department of Naval Architecture and Ocean Engineering. Yokohama National University.
** Graduate Student, Yokohama National University

Received 10th Jan. 1996
Read at the Spring meeting 15, 16th May 1996

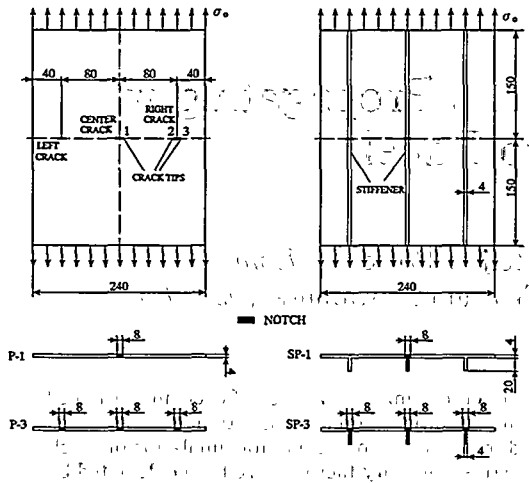


Fig. 1 Fatigue test specimens and loading conditions

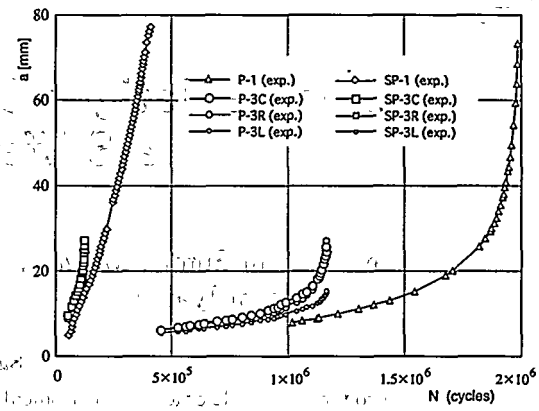


Fig. 2 Experimental a-N curves of test specimens; where P-3 C, P-3 R, P-3 L; SP-3 C, SP-3 R, and SP-3 L represent the averaged half crack lengths of center crack, right side crack and left side crack, respectively

Table 1 Fatigue test specimens and loading conditions

	P-1	P-3	SP-1	SP-3
A_o [mm^2]	960	960	1200	1200
A_{net} [mm^2]	928	864	1088	864
$\Delta\sigma_o$ [MPa]	80	80	80	80
$\Delta\sigma_{net}$ [MPa]	82.76	88.89	88.23	111.1
ΔF [N]	76800	76800	96000	96000
R	0.0253	0.0253	0.0204	0.0204

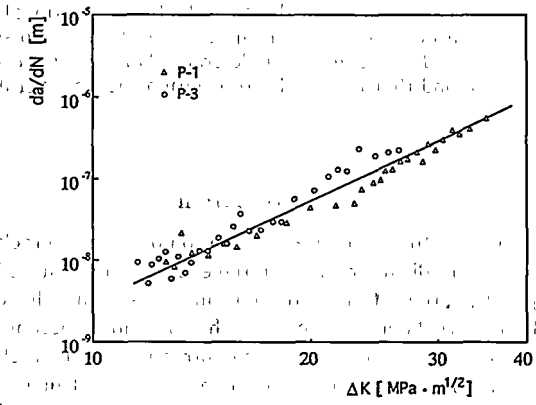


Fig. 3 Fatigue crack propagation rates for specimens P-1 and P-3

and SP-1, and 3 Hz for specimen SP-3, respectively.

Comparing specimens P-1 and P-3, specimen P-3 has wider cut area, so that net stress range is slightly higher. Comparing specimens P-1 and SP-1, the net stress range of specimen SP-1 is higher. In addition, the damaged stiffener increases stress concentration around the crack tip. Considering specimen P-3 and SP-1, even though the net stress range is similar, the damaged stiffener induces additional stress concentration in specimen SP-1. Considering specimen SP-3, the damaged stiffeners cause similar stress concentration as in specimen SP-1, with the highest net stress range.

The crack lengths were measured by crack gages and by a CCD camera. The relations between the crack length, a, and the number of cycles, N, are given in Fig. 2, where the crack lengths are to be considered as averaged half crack lengths. By means of experimental a-N data, the crack growth rate, $\Delta a/\Delta N$ was calculated for specimens P-1 and P-3. The crack growth rate, $\Delta a/\Delta N$, versus stress intensity range, ΔK, is given in Fig. 3.

Using Paris' equation,

$$\frac{da}{dN}=C(\Delta K_I)^m, \qquad (1)$$

the material constants are obtained as $C=1.98\cdot10^{-13}$ and $m=4.15$, where the units for ΔK and $\Delta a/\Delta N$ are [MPa$\sqrt{\text{m}}$] and [m], respectively, and the material of specimens is mild steel.

3. Simulation of Fatigue Crack Propagation and Discussions

The crack propagation simulation procedure for multiple fatigue cracks is based on numerical integration of the Paris' equation taking account of the interaction of several cracks,

$$N=\int_{a_0}^{a}\frac{da}{C(\Delta K_I)^m}, \qquad (2)$$

where the Mode I stress intensity factors, K_I, are calculated by a FEM program. In FEM modeling, shell elements are used, and the region surrounding crack tip is meshed by singular elements. In order to integrate equation (2), a linear interpolation of stress intensity factors, K_I, has been used between two stress intensity values calculated by a general purpose FEM program,

ANSYS[1]. In the next section the procedure of crack growth simulation, with implementation on test specimens will be explained. The same procedure is applied to the analysis of an actual deck structure of a ship.

3.1 Simulation of Crack Propagation for Multiple Fatigue Cracks

For the specimens with three cracks the stress distribution and stress intensity factors are different at three crack tips. The FEM analysis has shown that the stress intensity factor for crack tip 1 was the highest, and the stress intensity factor at crack tip 2 was higher than that at the crack tip 3, so that different growth rates could be expected at three crack tips. Because of this, an interactive procedure of using a FEM analysis, and an integration of Paris' equation have to be implemented. A flowchart of an interactive crack growth simulation procedure is given in Fig. 4 for general case of N propagating crack tips.

Among N crack tips, one crack tip is taken as a reference crack tip. The crack tip 1 was chosen as the reference crack tip, because it has the highest stress intensity factors and practically determines crack growth life of the specimen. In the beginning, according to the flowchart in Fig. 4, initial crack lengths, a_{n0}, and final crack lengths, a_{nf}, are assumed. The stress intensity factors, $\Delta K_{In}(a_n)$, for initial crack lengths, a_n, are calculated by a FEM program. For the reference crack tip an increment, Δa_r, is assumed, and the increments for other crack tips, Δa_n, $(n \neq r)$, are estimated as

$$\Delta a_n = \Delta a_r \left(\frac{\Delta K_{In}(a_n)}{\Delta K_{Ir}(a_r)} \right)^m, \qquad (3)$$

using Paris' law. The stress intensity factors, $\Delta K_{In}(a_n^*)$, for the increased crack lengths, $a_n^*(=a_n+\Delta a_n)$, are calculated by a FEM program. The segmental crack growth life for the reference crack tip, ΔN_r, is calculated by numerical integration of Paris' equation

$$\Delta N_r = \int_{a_r}^{a_r+\Delta a_r} \frac{da}{C[\Delta K_{Ir}(a_r)]^m} \approx \sum_{j=1}^{n_s} \frac{\Delta a_r/n_s}{C[\Delta K_{Ir}(a_{rj})]^m}, \qquad (4)$$

where, $\Delta K_{Ir}(a_{rj})$, is a linearly interpolated stress intensity factor between the two stress intensity factors, $\Delta K_{In}(a_n)$ and $\Delta K_{In}(a_n^*)$. It is given by

$$\Delta K_{In}(a_{nj}) = \Delta K_{In}(a_n) + [\Delta K_{In}(a_n^*) - \Delta K_{In}(a_n)] \cdot (j/n_s), \quad j=1, \cdots, n_s \qquad (5)$$

where n_s denotes the total number of the integration intervals. The new segmental crack lengths, Δa_n^p are calculated for other crack tips, $n \neq r$, for the segmental crack growth life, ΔN_r,

$$\Delta a_n^p = \int_0^{\Delta N_r} C[\Delta K_{In}(a_n)]^m dN \approx \sum_{j=1}^{n_s} C[\Delta K_{In}(a_{nj})]^m \frac{\Delta N_r}{n_s}. \qquad (6)$$

If the difference $\Delta a_n - \Delta a_n^p$, $(n \neq r)$, is small enough, we can proceed to the next step. Here, we assume the allowable limit as $\varepsilon = 0.1$ mm. Otherwise, the crack growth increment is changed to $\Delta a_n = \Delta a_n^p$, and the procedure is repeated until a satisfactory accuracy is achieved. After some crack tip reaches the final crack length, a_{nf}, the procedure is terminated.

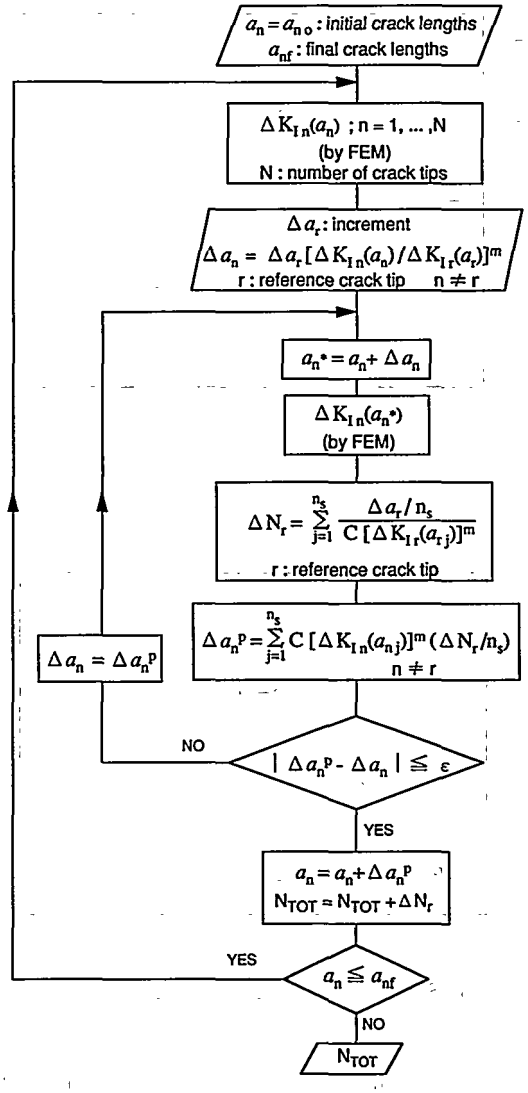


Fig. 4 Flowchart of crack propagation simulation for multiple fatigue cracks

According to the procedure described above, the stress intensity factors and fatigue crack propagation lives have been calculated for all specimens. The results are given in Figs. 5 and 6, where the data corresponding to the center cracks are given for specimens with three cracks because they show the highest K_I and, therefore, practically determine crack propagation lives. In Fig. 7 and Fig. 8, simulated and experimental results are given for specimens P-3 and SP-3, respectively.

3.2 Discussions

Here we mainly discuss the differences in the Mode I stress intensity factors, K_I, and the crack growth lives of specimens, due to different geometry of stiffened and

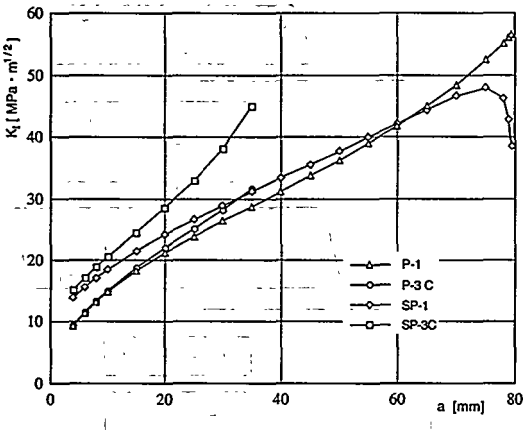


Fig. 5 Simulated stress intensity factors, K_I, for four test specimens

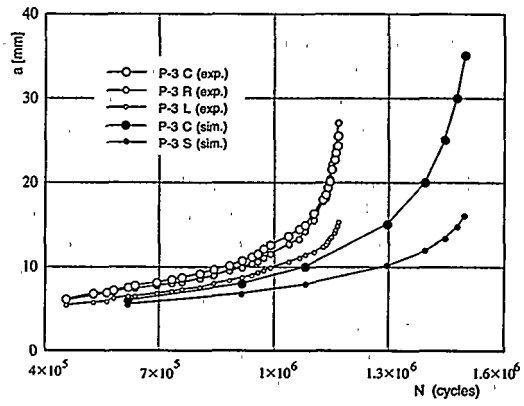


Fig. 7 Comparison of experimental and simulated a-N results for P-3 specimen, where P-3 S represents the averaged half crack length of a side crack

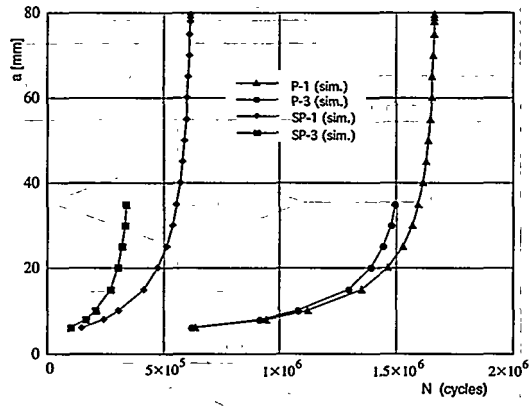


Fig. 6 Simulated a-N results for test specimens

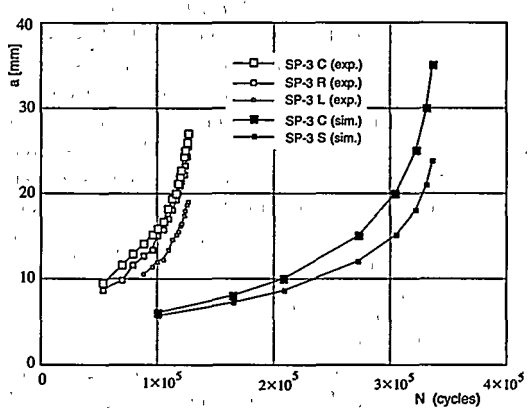


Fig. 8 Comparison of experimental and simulated a-N results for SP-3 specimen, where SP-3 S represents the averaged half crack length of a side crack

unstiffened specimens. Plate specimens P-1 and P-3 have very close stress intensity factors during the initial crack propagation, as can be seen in Fig. 5. The stress intensity factor curves, K_I, overlap within the range, 4 mm$<a<$15 mm, while the stress intensity factors, K_I, of specimen P-3 increases more in the range, $a>$15 mm, due to the interaction of neighboring cracks. Since the crack growth life is mostly contributed by the initial part of crack propagation, where stress intensity factors are smaller, and where the stress intensity factors, K_I, for P-1 and P-3 are close, the crack growth life for specimen P-3 is slightly shorter than that of specimen P-1.

Comparing specimens SP-1 and SP-3, the stress intensity factors of the initial crack are slightly higher for SP-3 due to greater cut area so that the net stress level is much higher as shown in Table 1. With increasing crack length, the stress intensity factors, K_I, of specimen SP-3 increase more than that of specimen SP-1. Due to the higher stress intensity factors, K_I, over the whole crack propagating range, specimen SP-3 has significantly shorter crack growth life (see Fig. 6).

For specimen SP-1 the stress intensity factor, K_I, initially increases. However, as the crack tip approaches to the intact stiffener, K_I begins to decrease, which shows the effect of crack arrest. Specimen SP-1 has nearly 45% higher initial stress intensity factors, K_I, compared with P-1 (see Fig. 5), because of the higher net stress due to the damaged stiffener. Because of the significantly higher stress intensity factor, K_I, during initial crack propagation period, which mostly contributes to the total crack growth life, specimen SP-1 has several times shorter crack growth life in comparison with specimen P-1. Smaller stress intensity factor, K_I, is attained for crack lengths, $a>$60 mm, and this difference becomes significant as crack tip approaches very close to the intact stiffener.

In stiffened panel specimens, stiffeners are welded to the plate, because of which welding residual stress may exist. Although residual stresses were not measured in the present work, it is well known that the general distribution of the residual stress is tensile along the welded stiffeners and compressive in between the stiffeners. For specimen SP-3 tensile residual stress may initially accelerate crack propagation. Similarly, crack propagation may be initially accelerated for specimen SP-1, but then the crack propagates into the compressive residual stress region, where it may slow down the propagation rate. As shown in Fig. 2, experimental a-N data of specimen SP-1 is very close to a straight line, which has initially steeper slope compared with the simulated results, and then remains practically the same value. This could be due to the welding residual stress. The evaluation of residual stresses in stiffened panels, and a proper crack growth equation with residual stress could improve the accuracy of the fatigue life evaluation of ship structures.

4. Fatigue Crack Propagation in a Deck Structure of an Actual Ship

In a deck structure of a ship, cracks may initiate by stress concentration due to geometrical discontinuity. Figure 9 is an example of a fatigue crack in a deck structure of a ship, where a fatigue crack is initiated at the snipped end of the face plate of a deck longitudinal. The crack propagates through the stiffener, and it penetrates further into the deck plate. Cracks may, sometimes, initiate at several stiffeners, creating multiple site damage (MSD) in a deck structure of a ship[3].

The crack propagation analysis has been performed for a single crack and a periodical array of collinear cracks in a deck structure of a ship by using the simulation procedure. Scantlings of the ship structure are shown in Fig. 9. The Mode I stress intensity factors, K_I, were calculated by the FEM program. The FEM mesh of the model of a single crack problem is illustrated in Fig. 10. In the finite element modeling, the length of the model extends two bays of transverse frames. The width of the model for a periodical array of cracks is two half bays, where the symmetry boundary conditions are imposed on both sides. In modeling the single crack problem, several intact stiffeners should be included in order to take into account the influence of the load carring capacity of the surrounding structure. FEM analysis has shown that the width of two and half bays is enough for the half model to take into account the load carring capacity of the surrounding structure. The boundary conditions applied to the model are listed in Table 2.

The Mode I stress intensity factors, K_I, have been calculated for several crack lengths within the range, 40 -350 mm, for a periodical array of cracks model, and within the range, 40-790 mm, for a single crack model, respectively. The calculated Mode I stress intensity factors, K_I, are given in Fig. 11, where the stress intensity factors, K_I, for an infinite plate with a single crack, and a periodical array of collinear cracks with the spacing, $s=800$ mm, are also illustrated for the comparison purpose. Comparing the single crack problem with that of an array of cracks in a ship structure, one can see that the Mode I stress intensity factor, K_I, for an array of cracks is somewhat higher at the initial state ($a=40$ mm), which is due to the higher reduction of net sectional area. With increasing crack length, the Mode I stress intensity factor, K_I, significantly increases in

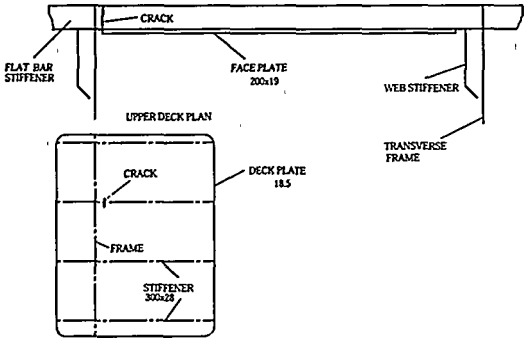


Fig. 9 Fatigue cracks propagating in a deck structure of an actual ship

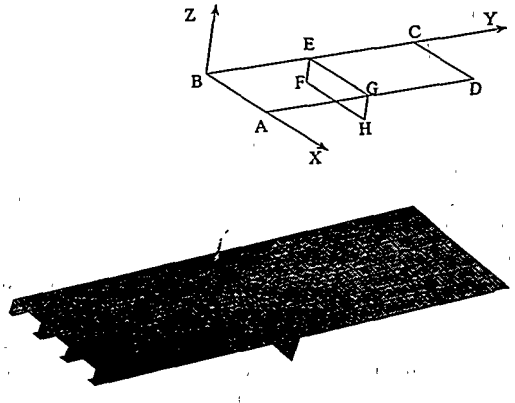


Fig. 10 FEM model of a part of a deck structure with a crack

Table 2 Boundary conditions for FEM model

SITE \ DOF	TRANSLATION			ROTATION		
	X	Y	Z	RX	RY	RZ
AB	x	x	x	x	x	x
BC	x	o	o	o	x	x
CD	x	o	x	x	x	x
AD	x	o	o	o	x	x
EF	x	o	x	o	x	x
GH	x	o	x	o	x	x

LEGEND: O: FREE
X: FIXED

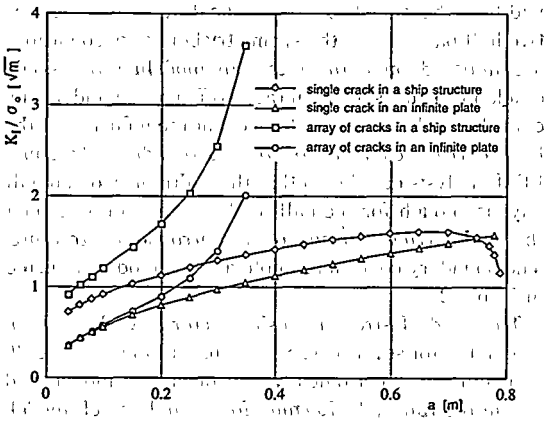


Fig. 11 Stress intensity factors, K_I, of a deck structure compared with those of an infinite plate

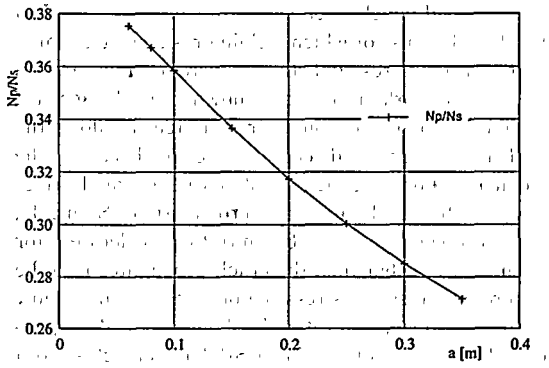


Fig. 12 Ratio of crack propagation lives, M_p/N_s, for deck structure with an array of cracks and with a single crack

case of an array of cracks, while in the case of a single crack the K_I increases moderately. Furthermore, as the crack tip approaches to the intact stiffener ($a>700$ mm), K_I decreases.

It is interesting to compare the ratio of crack growth lives of a single crack, N_s, and an array of cracks, N_p. The crack growth lives N_p and N_s can be calculated by equation (2). Assuming the same material constants C and m, and same applied load, the ratio N_p/N_s is determined by

$$\frac{N_p}{N_s}=\frac{\int_{a_0}^{d}\frac{da}{(\Delta K_I^{(p)})^m}}{\int_{a_0}^{a}\frac{da}{(\Delta K_I^{(s)})^m}}, \qquad (7)$$

where, $\Delta K_I^{(s)}$ an $\Delta K_I^{(p)}$, represent the stress intensity factors for a single crack and for a periodical array of cracks, respectively. The crack propagation ratio thus obtained is shown in Fig. 12. Assuming that the initial crack length, a_0, is 40 mm, the crack propagation life of the periodical array of cracks is only 27% of that of a single crack, where the final crack length is assumed as 350 mm. Furthermore, an instantaneous deck fracture could occur for the multiple crack propagation, while the load carrying capacity of the deck structure could be expected for a single fatigue crack propagation.

5. Conclusions

A simulation procedure for multiple fatigue cracks was introduced, and multiple site damage fatigue tests have been carried out for stiffened and unstiffened panels. Simulation and experiment have shown that stiffened panel specimen with an array of cracks has higher stress intensity factors and correspondingly higher crack growth rate in comparison with a specimen having a single crack. This is due to the higher stress concentration around crack tips and the reduction of net sectional area. In addition, it is observed that, in case of stiffened panel with a single crack, the intact stiffener has a tendency to act as a crack arrester. Using the crack growth simulation procedure, the crack growth life of the multiple site damage was compared with that of a single crack damage for a deck structure of an actual ship. It was found that the crack propagation rate is several times faster in the former case.

Acknowledgment

This work has been partly supported by Grant-in-Aid for Scientific Research (B) from the Ministry of Education, Science and Culture to Yokohama National University. The first and fourth authors have also been supported by a research grant from Fundamental Research Developing Association for Shipbuilding and Offshore (REDAS), and the second author has been awarded Monbusho Scholarship from the Ministry of Education, Science and Culture.

References

1) Swanson Analysis System, Inc. *ANSYS User's Manual* Revision 5.0, 1995.
2) D. Broek, *The Practical Use of Fracture Mechanics*. Kluwer Academic Publishers, 1989.
3) SR219 *Committee Report*, The Shipbuilding Research Association of Japan, 1994.

G96-01-3866

3-14

重畳ランダム荷重下におけるアルミニウム合金溶接継手の疲労寿命推定（続報）

——高周波成分の影響——

正員 高 橋 一比古* 正員 前 中 浩*
正員 高 田 篤 志*

Fatigue Life Estimation of Welded Joints of an Aluminium Alloy under Superimposed Random Load Waves (a follow-up report) ; Effects of High Frequency Components

by Ichihiko Takahashi, *Member* Hiroshi Maenaka, *Member*
Atsushi Takada, *Member*

Summary

Fatigue behavior of boxing welded joints of JIS A 5083 P-O Al-Mg alloy was examined. For a specimen, a 20 mm thick stiffener was attached to a 20 mm thick main plate by a MIG boxing welding. Previous to fatigue tests, residual stress measurement, a static loading test and an elastic finite element analysis (FEA) were carried out. The residual stress in the fatigue stress direction was 135 MPa at a distance of 5 mm from a boxing weld toe, and the FEA gave a fairly good estimation for the elastic strain distribution near the boxing weld toe.

Then fatigue tests were performed under both constant amplitude and random loads by 3-point bending. For a load wave in the random loading fatigue tests, a direct current component, a zero-mean narrow band random process, and a high frequency component were variously and selectively combined and superimposed.

As a result, a reference stress σ_5, which was determined as the stress at a distance of 5 mm from a boxing weld toe, was proved effective in reducing the amount of scattering in the fatigue test results. And it is also found that the crack initiation lives determined by the 5% drop method largely scattered because of the determination error brought by the 5% drop method itself, showing to be unsuitable for putting the fatigue test results in order as in a S-N diagram.

With regard to the effects of high frequency components, it was found that a simple handling of fatigue data using the RMS value of stress is not available while arrangement using a representative frequency is effective, and that neither the range count method nor the peak to peak count method are suitable to those superimposed wide band stress waves.

Finally the life estimation procedure proposed in the former report[1], which comprises a 2-dimensional rainflow method, the modified Goodman's relation and the modified Miner rule, was shown to be valid also in this study.

記　　号

b：加工硬化終了後の応力－歪直線の傾き

D：Miner の累積損傷係数 $\left(=\sum_i \frac{n_i}{N_i}\right)$

$\Delta\sigma$：平均応力 σ_m のときの疲労強度（応力範囲）

$\Delta\sigma_n$：公称応力範囲

$\Delta\sigma_{(R=-1)}$：完全両振り条件下での疲労強度（応力範囲）

$\Delta\sigma_5$：回し溶接止端部から 5 mm の位置における参照応力の応力範囲

F：累積確率分布

f_{gc}：応力振幅スペクトルの重心位置周波数

* 運輸省船舶技術研究所
Ship Research Institute

原稿受理　平成 8 年 1 月 9 日
春季講演会において講演　平成 8 年 5 月 15，16 日

f_{rep}：応力波形の代表周波数
K_t(5 mm)：回し溶接止端部から5 mmの位置における弾性応力集中係数
N_c(2.42 Hz)：狭帯域過程の第2成分波のサイクル数に換算したき裂発生寿命
N_f：破断寿命
$N_{f(rep)}$：f_{rep}のサイクル数に換算した破断寿命
N_f(2.42 Hz)：狭帯域過程の第2成分波のサイクル数に換算した破断寿命
N_f(10.0 Hz)：周波数10.0 Hzの高周波成分のサイクル数に換算した破断寿命
R：応力比
σ_a(2.42 Hz)：狭帯域過程を構成する3成分波の振幅の平均値
σ_a(10.0 Hz)：周波数10.0 Hzの高周波成分の振幅
σ_m：平均応力
σ_{rms}：公称応力のRMS値（平均値まわり）
σ_T：真破断強さ
σ_u：引張強さ
σ_5：回し溶接止端部から5 mmの位置における参照応力
ψ：絞り百分率

1. 緒　　言

実海域における実船計測等で，船体構造部材の応力応答を歪ゲージ等によって計測した場合，計測された応力波形に，比較的小振幅の高周波成分が重畳していることがある。この高周波成分は，単に計測ノイズとして処理できる場合もあれば，各種の振動に起因するものなど，正しく計測された応力成分としてとらえなければならない場合もある。後者の場合には，高周波であるが故に，稼働期間中の応力サイクル数は非常に大きくなるため，1波1波の与える疲労被害度を誤って過小評価してしまった場合の危険性は大きい。

著者らは，前報[1]において，船体用構造材料として用いられる耐食性アルミニウム合金A 5083 P-O材のすみ肉溶接T継手を対象に，1次変動波形に2次変動波形が重畳する形の重畳ランダム荷重波形を用いた疲労試験を実施し，2次元Rainflow法，修正Goodman補正および修正Miner則を用いた寿命推定法の有効性について報告した。しかし，前報においては，試験片として板厚10 mmのT継手を用い，その止端部をグラインダー仕上げとしたため，溶接残留応力・応力集中係数の値が共に小さく，より一般的な溶接ままま継手への適用性に関しては更なる検討が必要であると思われた。

そこで本研究では，A 5083 P-O材の角回し溶接継手（溶接ままま）を対象として，残留応力測定，静的載荷試験および弾性有限要素解析，定振幅疲労試験およびランダム疲労試験を実施し，様々な角度から検討を行った。ランダム疲労試験には，直流成分・狭帯域定常ランダム過程および高周波成分を組み合わせた重畳ランダム荷重波形を用い，高周波成分の影響をみると共に，寿命推定に及ぼす応力サイクル・カウント法および平均応力補正の影響について調べた。

2. 実　　験

2.1 供試材および試験片

疲労試験片に用いた供試材は板厚20 mmのアルミニウム合金A 5083 P-O材（Al-Mg系，スカイアルミ製）であり，ミルシートによる化学成分および機械的性質をTable 1, 2に示す。試験片は，板厚20 mmの主板に同じく板厚20 mmのスティフナーを回し溶接により接合したもので，その形状寸法および載荷方法をFig. 1に，また溶接施工条件をTable 3に示す。溶接はMIG溶接で行い，溶接ワイヤにはA 5083-WY（ϕ1.6 mm，日軽産業製）を用いた。また，溶接始終端はスティフナー長辺の中央部とし，目標溶接脚

Table 1 Chemical compositions of A 5083 P-O

Composition	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti
Weight %	0.13	0.20	0.03	0.71	4.56	0.11	0.01	0.02

Al balance

Table 2 Mechanical properties of A 5083 P-O

Tensile Strength (MPa)	0.2% Proof Stress (MPa)	Elongation (%)
316	174	25

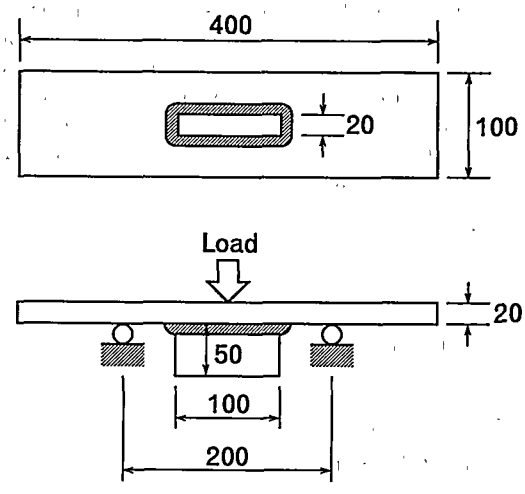


Fig. 1 Specimen design and loading condition; dimensions are in mm.

Table 3　Welding condition

Type of Welding	Number of Pass	Filler Metal	Welding Current	Welding Voltage	Welding Speed	Heat Input	Shield Gas
MIG	1	A5183-WY (φ 1.6mm)	280 ~ 290 [A]	29 ~ 30 [V]	29 ~ 30 [cm/min]	1.6 ~ 1.8 [kJ/cm]	Ar 25 [ℓ /min]

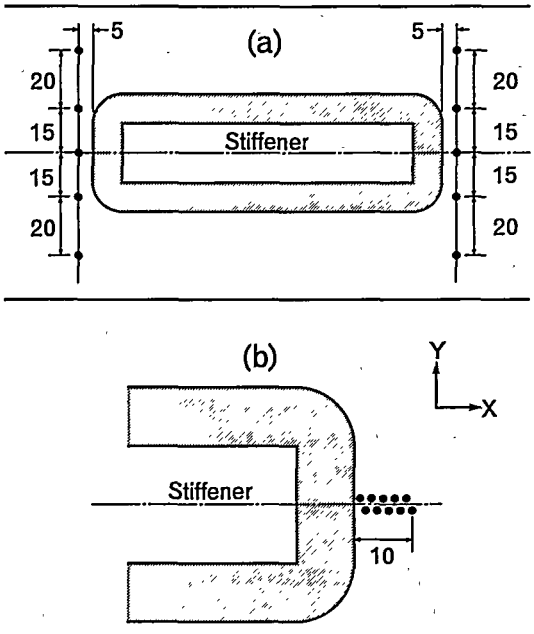


Fig. 2　Strain gauge locations for (a) residual stress measurement, and (b) static loading test; dimensions are in mm.

長は 10 mm×10 mm，止端部仕上げはせずに溶接ままとした。

2.2　残留応力測定

載荷試験に先立ち，角回し溶接止端部近傍の溶接残留応力を，歪ゲージを用いた応力弛緩法により測定した。ゲージ長 1 mm の 2 軸直交ゲージを，Fig. 2(a)の黒丸で示す位置に貼付し，初期値測定後，ゲージの周囲を切断して応力を解放した。得られた残留応力の幅方向分布を Fig. 3 に示す。試験片長手方向（X 方向）残留応力は，試験片板幅の中央（横軸値ゼロの位置）で最大となり，その値は 135 MPa であった。Table 2 より，供試材の 0.2%耐力は 174 MPa であるから，40 MPa 程度の作用応力により，当該箇所の応力値は 0.2%耐力を上回ることになる。

2.3　静的載荷試験および弾性有限要素解析

角回し溶接止端部近傍の歪分布を求めるため，静的載荷試験および弾性有限要素解析（以降 FEA と略）を行った。静的載荷試験は疲労試験と同一の試験機・治具を用い，3 点曲げで行った。歪測定には応力集中ゲージを用い，ゲージ長 1 mm・ピッチ 2 mm・5 連のもの 2 枚を 1 mm ずらせて平行に貼付し（Fig. 2(b)参照），止端部から 1 mm 離れた位置を起点に，1 mm ピッチで試験片長手方向（X 方向）の歪を測定した。試験荷重は，最小荷重をゼロ，最大荷重を 24.5 kN（2.5 tonf）とし，3 サイクルの静的載荷・除荷を行った。

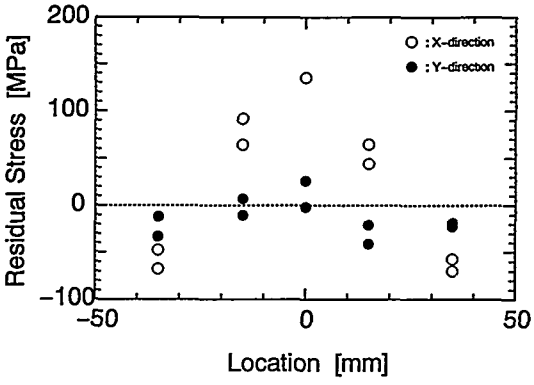


Fig. 3　Residual stress distribution

Fig. 4 に，止端部から 1 mm の位置における公称応力－歪応答を示す。1 サイクル目の載荷直後は線形応答だが，公称応力 35 MPa のあたりから非線形応答となる。これは，2.2 で述べた溶接残留応力と，静的載荷による応力の和が，材料の弾性限界を越えたことを意味している。最大荷重到達後の除荷過程は弾性応答となり，2 サイクル目以降はこれをなぞる形の線形挙動を繰り返す。このような加工硬化・シェークダウン現象は，後で述べる疲労試験においても同様に観察された。

FEA には，汎用構造解析コード MARK (K 5.2) を用いた。要素は 8 節点アイソパラメトリック直方体要素とし，対称性を考慮して Fig. 5 に示すような 4 分割モデルを用いた（9276 節点，7886 要素）。境界条件としては，対称面に垂直方向の変位を拘束し，静的載荷試験と同様の 3 点曲げ荷重を加えた。Fig. 6 は，荷重 24.5 kN について，FEA により求めた試験片の変形および長手方向（X 方向）歪の

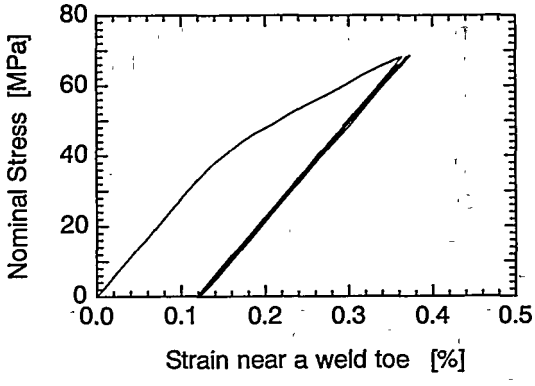


Fig. 4　Stress-strain response near a weld toe under static loading

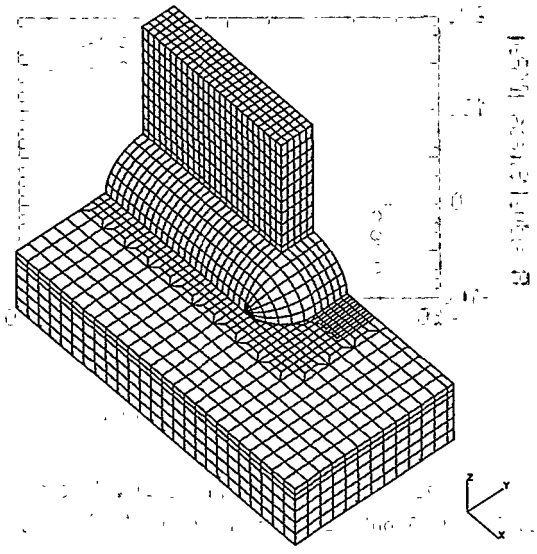


Fig. 5 Finite element model

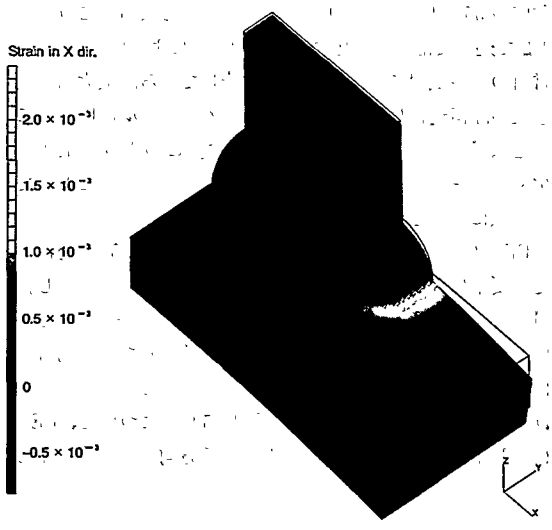


Fig. 6 Deformation and strain distribution obtained by FEA ; strain is in X direction and deformation is magnified by 30.

分布を示している。X方向の歪が角回し溶接止端部近傍に集中している様子がみてとれる。

Fig. 7に，荷重24.5 kNについて，静的載荷試験およびFEAで得られた止端部近傍の弾性歪分布を示す。静的載荷試験については，弾性歪として，第2サイクルの荷重ゼロから24.5 kNに至るまでの歪変化量（Fig. 4の直線部分）をとっている。黒丸は静的載荷試験，実線はFEAの結果であり，点線は公称歪を表している。測定値とFEA結果とは比較的良く合っているが，止端部（横軸値ゼロの位置）までの距離が2 mm，1 mmと近づいた場合の歪上昇率は測定値の方が大きく，1 mmの位置における歪集中率(公称値との比）は約2.5である。後述する疲労試験では，止端部から5 mmの位置に歪ゲージを貼付したが，ちょうどこのあたりで歪測定値と測定位置との直線関係がくずれ始めている。歪値の直線的な上昇率をそのまま外挿し，縦軸と交わった点をいわゆるホットスポット歪とすれば，疲労試験中のゲージ貼付位置（止端部から5 mm）における歪値はそれより若干小さめの値となっている。本研究では，この5 mmの位置におけるX方向歪測定値にヤング率を乗じて算出した応力を参照応力 σ_s と定義し，構造的応力集中の影響を考慮した値として後で述べる疲労解析に用いた。

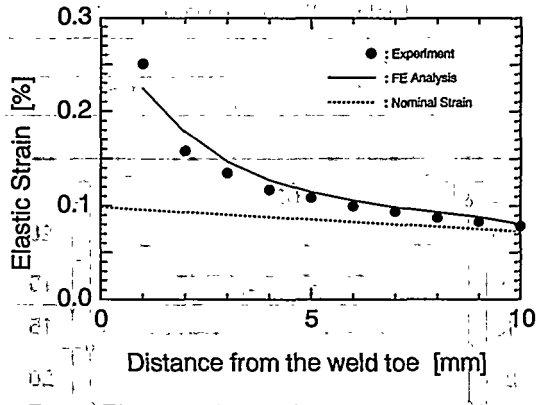


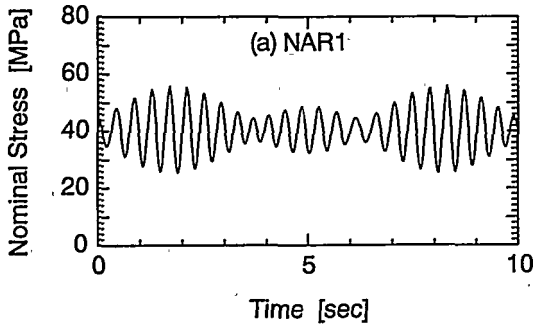
Fig. 7 Elastic strain distribution near a weld toe

2.4 疲労試験

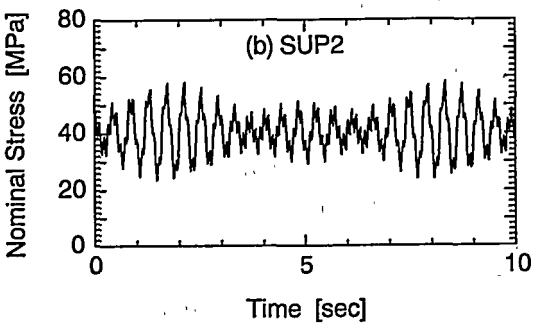
疲労試験には動的容量10 tonfの電気ー油圧サーボ式疲労試験機を用い，試験はすべて荷重制御の3点曲げで行った（Fig. 1)。疲労試験中の角回し溶接止端部近傍における歪変動を把握するため，止端部から試験片長手方向に5 mm離れた位置にゲージ長2 mmの歪ゲージを貼付し，動的歪測定を行った。動的歪および荷重データは，A/Dコンバーターを介し，適当な時間間隔をおいて，25.6秒分のデータを80 Hzでサンプリングした。なお，制御信号の発生および歪・荷重データの収集には，32ビットCPUのパーソナル・コンピューターを用いた。

2.5 ランダム荷重波形

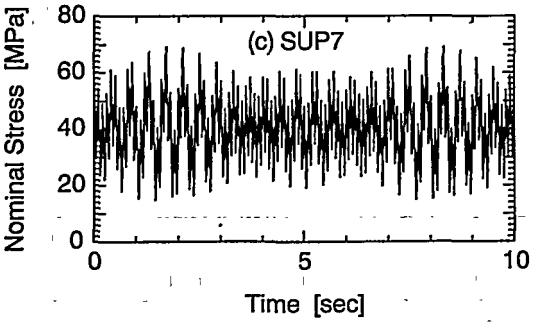
ランダム疲労試験に用いた荷重波形は，①<直流成分>＋<平均ゼロの狭帯域ランダム過程>，および②<直流成分>＋<平均ゼロの狭帯域ランダム過程>＋<高周波成分>の2種類に大別される。直流成分は，歪ゲージ貼付位置における公称応力に換算して約41 MPa一定とした。平均ゼロの狭帯域ランダム過程としては，周波数がそれぞれ2.27 Hz，2.42 Hz，2.58 Hzで振幅の等しい3つの成分波を足し合わせたものを用い，また高周波成分は周波数10 Hzの正弦波とした。実際に得られた応力波形の例をFig. 8に示す。(a)は直流成分＋狭帯域ランダム過程の場合



（a） NAR 1：Narrow band, σ_{rms}=6.55 MPa



（b） SUP 2：Superimposed, σ_{rms}=6.89 MPa



（c） SUP 7：Superimposed, σ_{rms}=12.21 MPa

Fig. 8　Examples of random stress waves

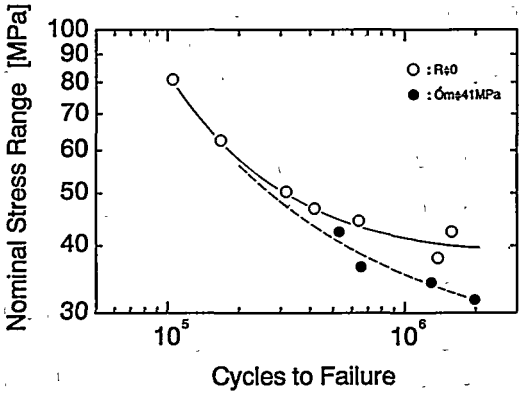


Fig. 9　Results of constant amplitude fatigue tests arranged by nominal stress range, $\Delta\sigma_n$, and cycles to failure

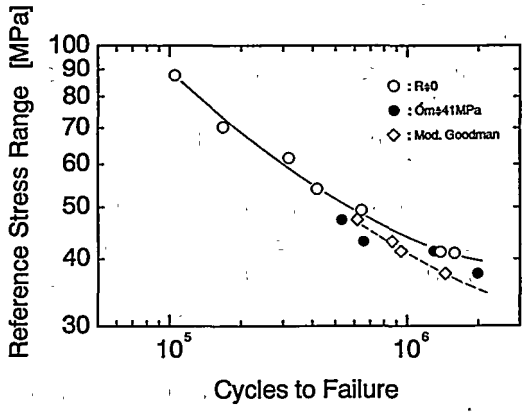


Fig. 10　Results of constant amplitude fatigue tests arranged by reference stress range, $\Delta\sigma_5$, and cycles to failure

(NAR シリーズ)，(b)および(c)は直流成分＋狭帯域ランダム過程に高周波成分を重畳させたもの（SUP シリーズ）である。

なお，定振幅疲労試験は，荷重波形として正弦波を用い，応力比 R≒0 の場合および所定の平均応力をかけた場合について実施した。

3.　疲労試験結果および解析

3.1　定振幅疲労試験結果

公称応力範囲 $\Delta\sigma_n$ と破断寿命 N_f（荷重が制御不能となった時のサイクル数）で整理した定振幅疲労試験結果を Fig. 9 に示す。白丸は応力比 R≒0 の試験結果を，黒丸は σ_m≒41 MPa の平均応力（公称値）をかけた場合の試験結果を表している。白丸データのうち，$\Delta\sigma_n$=81 MPa のものは，σ_m=43.6 MPa であり，黒丸のグループとみなすこともできる。なお，黒丸データのうち，N_f=1.98×10^6 のものは，平均応力が σ_m=38 MPa と若干低く，また本研究の全疲労試験中，唯一ルート破壊したものである（他はすべて止端破壊）。Fig. 9 を見ると，σ_m≒41 MPa のデータは，R≒0 のデータを下回っており，その差は長寿命側にいくほど顕著である。しかし，用いた試験片は溶接ままの継手であることから，Fig. 9 には試験片ごとに異なる応力集中係数の影響が含まれていると考えられる。そこで，構造的応力集中の影響を除去するため，2.3 節で定義した参照応力 σ_5 の応力範囲により破断寿命を整理してみた。Fig. 10 がその結果であるが，白丸データのばらつきが小さくなり，また，白丸と黒丸の差異も Fig. 9 より小さくなった。ここで，図中の菱形および点線は，白丸データの $\Delta\sigma_5$ を，次式で表される修正 Good-

man 線図（横軸切片は引張強さ σ_u）と黒丸データの平均応力値 σ_m（σ_s の平均値）を用いて平均応力補正した結果であるが，黒丸データは点線のまわりに分散する形となっている。

$$\Delta\sigma=\Delta\sigma_{(R=-1)}\left(1-\frac{\sigma_m}{\sigma_u}\right) \qquad (1)$$

但し，$\Delta\sigma$ は平均応力 σ_m のときの疲労強度（応力範囲），$\Delta\sigma_{(R=-1)}$ は完全両振り条件下（$\sigma_m=0$）での疲労強度（応力範囲）である。

この結果だけから修正 Goodman 補正の可否を断定的に論じることはできないが，本研究では前報[1]の結果等も踏まえて一定の有効性を認め，寿命推定上の便法として用いている。

3.2 ランダム疲労試験結果

Table 4 に，ランダム疲労試験の試験条件および試験結果をまとめて示す。試験片 NAR 1～5 は，応力波形として直流成分＋狭帯域ランダム過程を用いたものであり，一方，SUP 1～7 は，直流成分＋狭帯域ランダム過程＋高周波成分を用いたものである。直流成分は全試験を通じて平均応力の公称値 σ_m≒41 MPa とし，NAR シリーズでは狭帯域ランダム過程の振幅を比例的に変化させた。SUP シリーズでは，NAR 1 とほぼ等しい狭帯域ランダム過程を用い，これに周波数 10.0 Hz の高周波成分を重畳させ，この成分の振幅を試験片毎に変化させた。Table 4 中，σ_a(2.42 Hz)，σ_a (10.0 Hz) とあるのは，それぞれ，狭帯域過程を構成する 3 つの成分波の振幅の平均値，および周波数 10.0 Hz の高周波成分の振幅を表しており，いずれも荷重（公称応力）データを周波数解析することにより得られたものである。また，K_t (5 mm) とあるのは，破断した側の回し溶接止端部から 5 mm の位置に貼付した歪ゲージによる歪測定値と荷重（公称応力）データから求めた，この位置における弾性応力集中係数の値であり，定振幅試験に用いた試験片も合わせると，K_t (5 mm) の平均値は 1.17，標準偏差は 0.07 であった。溶接ままであることから，この程度の施工によるばらつきは避けがたいと思われるが，疲労解析にあたって，上述した σ_s を用いれば，このばらつきの影響を取り除くことができる。

次に，N_f (2.42 Hz)，N_c (2.42 Hz) とあるのは，破断寿命およびき裂発生寿命を，狭帯域過程の第 2 成分波（周波数 2.42 Hz）のサイクル数に換算したものである。き裂発生寿命の求め方については，3.4 節で詳述する。同様に，N_f (10.0 Hz) は，破断寿命を周波数 10.0 Hz の重畳高周波成分のサイクル数に換算したものである。

Fig. 11 は，参照応力 σ_s の RMS 値（平均値まわり）と破断寿命 N_f (2.42 Hz) の関係を示している。白丸は NAR シリーズを，黒丸は SUP シリーズを示している。両者共に，両対数座標上で直線関係がみとめられるが，SUP シリーズの方が短寿命側であり，高周波成分の振幅が増す（図の左方に移行する）につれ，両者のひらきは大きくなる。すなわち，NAR シリーズと SUP シリーズのように，応力波形の性状（主として周波数帯域幅）が異なる場合には，応力

Table 4 Testing conditions and results of random fatigue tests

TP No.	Wave Type	σm [MPa]	σrms [MPa]	σa(2.42Hz) [MPa]	σa(10.0Hz) [MPa]	Kt(5mm)	Nf(2.42Hz) [cycle]	Nc(2.42Hz) [cycle]	Nf(10.0Hz) [cycle]
NAR1	DC + Narrow	40.57	6.55	5.34	—	1.10	6330049	878501	—
NAR2	DC + Narrow	40.56	6.98	5.69	—	1.16	6713659	1522331	—
NAR3	DC + Narrow	40.61	8.08	6.60	—	1.21	1978292	245508	—
NAR4	DC + Narrow	40.53	9.63	7.86	—	1.31	973858	147244	—
NAR5	DC + Narrow	40.54	12.72	10.39	—	1.24	536364	60787	—
SUP1	DC + Narrow + Sin	40.58	6.59	5.12	2.88	1.21	3183067	518079	13143500
SUP2	DC + Narrow + Sin	40.53	6.89	5.10	4.08	1.20	2770456	759349	11439750
SUP3	DC + Narrow + Sin	40.50	7.71	5.12	6.33	1.22	1360253	199676	5616750
SUP4	DC + Narrow + Sin	40.54	8.44	5.06	8.06	1.20	1029801	340018	4252250
SUP5	DC + Narrow + Sin	40.61	10.56	5.33	11.68	1.24	314710	68779	1299500
SUP6	DC + Narrow + Sin	40.60	11.06	5.33	12.56	1.23	294549	34450	1216250
SUP7	DC + Narrow + Sin	40.53	12.21	5.32	14.54	1.13	229221	37780	946500

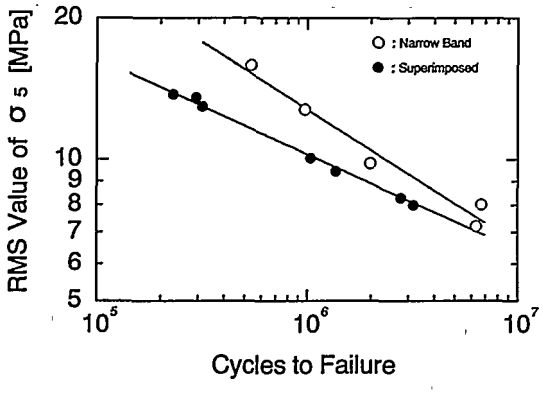


Fig. 11　Relation between RMS value of reference stress, σ_5, and cycles to failure

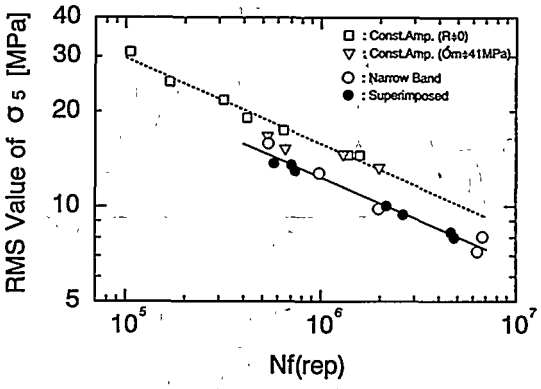


Fig. 12　Relation between RMS value of reference stress, σ_5, and cycles of representative frequency to failure, $N_{f(rep)}$

RMS 値と N_f (2.42 Hz) のような一種の時間寿命による統一的な取扱いは難しくなる。著者ら[2] は以前に，狭帯域データと広帯域データとを歪 RMS 値によって結びつけようとする場合には，個々の波形に対して代表周波数を適切に定め，そのサイクル数によって疲労寿命を表すことが必要であることを示した。そこで，ここでも次のようにして波形毎の代表周波数 f_{rep} を定めることにした。

① NAR シリーズ（狭帯域波形）

f_{rep}=2.42 Hz(第 2 成分波の周波数)

② SUP シリーズ（広帯域波形）

$f_{rep}=f_{gc}$

但し，f_{gc} は，直流成分を除いた応力振幅スペクトルの重心位置周波数を表す（具体的には，2.42 Hz と 10.0 Hz の間を，σ_a(2.42 Hz)×3 と σ_a(10.0 Hz)の逆比で内分して求める)。

これらから，破断寿命 $N_{f(rep)}$ が次式によって求められる。

$$N_{f(rep)}=f_{rep}(\mathrm{Hz}) \times [\text{破断までの時間寿命(sec)}] \qquad (2)$$

なお，定振幅データの場合には，$N_{f(rep)}$ は通常の N_f と一致する。

さて，NAR シリーズおよび SUP シリーズの疲労試験結果を，σ_5 の RMS 値（平均値まわり）と $N_{f(rep)}$ によって整理した結果を，Fig. 12 に示す。Fig. 11 では完全に分離していたプロット点が，ほぼ 1 本の直線上に並んでいる（黒丸と白丸)。実線は，両シリーズをあわせて，最小自乗法により直線をあてはめたものである。これより，波形に応じて代表周波数 f_{rep} を適切に定めれば，狭帯域データと広帯域データを応力 RMS 値によって統一的に整理できることがわかる。

Fig. 12 には，定振幅データも同時にプロットしてあるが(□と▽)，この場合の縦軸値は，正弦波応力の振幅を $\sqrt{2}$ で除して得られたものである。また，点線は R≒0 の定振幅データに最小自乗法で直線をあてはめた結果である。点線と実線とは傾きがほぼ等しいが，前者の方が寿命比にして 2 倍以上，長寿命側に位置している。

3.3　疲労寿命推定

本研究では，応力波形のサイクル・カウント法として，Range 法，Mean crossing peak to peak 法（以下，Peak to peak 法と略)，1 次元（1-D）Rainflow 法，2 次元（2-D）Rainflow 法の 4 通りの方法を用いた。各カウント法のアルゴリズムおよび特徴を，Fig. 13 の図解に沿って示すと，以下のようになる。

(a)　Range 法：隣り合うピーク値の差の絶対値（矢印で示された範囲）を，応力レンジ 0.5 サイクルとしてカウントする。狭帯域波形には有効だが，図のような重畳波形の場合，1 次波のうねりに伴う大振幅をカウントできない。

(b)　Peak to peak 法：応力波形の平均値を横切る毎に，平均値より下方の最小ピーク値と平均値より上方の最大ピーク値との差の絶対値(矢印で示された範囲)を応力レンジ 0.5 サイクルとしてカウントする。狭帯域波形には有効だが，図のような重畳波形の場合，重畳している高周波成分を殆どカウントできない。

(c)　Rainflow 法[3]：実線矢印で示された範囲(小ループ)を，応力レンジ 1 サイクルとしてカウントし，破線矢印で示された範囲（残留部分）を，応力レンジ 0.5 サイクルとしてカウントする。1 次波のうねりに伴う大振幅も，重畳している高周波成分も，共にきちんとカウントされている。黒丸で示された平均応力値も同時に記憶しておけば，2 次元 Rainflow 法となる。

2 次元 Rainflow 法でカウントされた各応力レンジは，その平均応力値に応じて，3.1 節でふれた修正 Goodman 線図により，応力比 R=0 まで補正した。修正 Goodman 線図の横軸切片としては，引張強さ σ_u と真破断強さ σ_T の両方

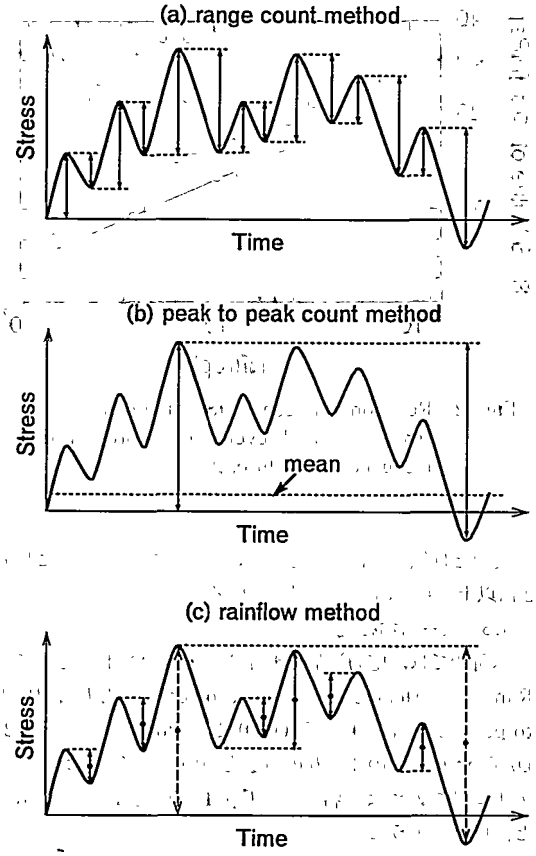


Fig. 13 Illustrations of (a) range count method, (b) peak to peak count method, and (c) rainflow method

を用い，推定結果を比較した。なお，σ_T の値は，次式によって求めた。

$$\sigma_T=100/(100-\psi)\cdot\sigma_u\fallingdotseq 1.56\sigma_u \quad (3)$$

ψ は絞り百分率で，文献4)記載の36%を用いた。同文献で用いているA 5083 P-O材の機械的性質は，引張強さ300 MPa，0.2%耐力152 MPa，伸び率25%で，比較的本研究の供試材の性質に近い。

なお，寿命推定のベースはすべて参照応力 σ_5 とし，修正Miner則の定振幅データとしては，Fig. 10における $R\fallingdotseq 0$ のデータに最小自乗法で直線をあてはめて得られた次式を用いた。

$$\Delta\sigma_5=1.96\times10^3\cdot N_f^{-0.273} \quad (4)$$

Fig. 14は，試験片SUP 1について計測された σ_5 を，1次元Rainflow法およびPeak to peak法によってカウントし，得られた $\Delta\sigma_5$ の頻度分布をWeibullプロットしたものである。縦軸の F は累積確率分布を表す。SUP 1の応力波形は，直流成分＋狭帯域過程に，比較的小振幅(2.88 MPa)の高周波を重畳させたものである(Table 4参照)。Peak to peak法では，平均値を横切らない小振幅の重畳波はカウントされないので，そのWeibullプロットは直線的で，傾きはRayleigh分布の2に近い(□印)。すなわち，Peak to peak法でカウントすると，もとの波形が広帯域でも，カウント結果は狭帯域波形に対するものに近くなっている。これに対し，1次元Rainflow法(○印)では小振幅の重畳波もカウントされるので，小応力レンジの相対頻度がPeak to peak法に比べると大きくなり，プロット形状は高周波による分布の上限付近(約6 MPa)で段がついたようになって，Weibull分布からは大きくはずれている(直線性に乏しい)ことが分かる。

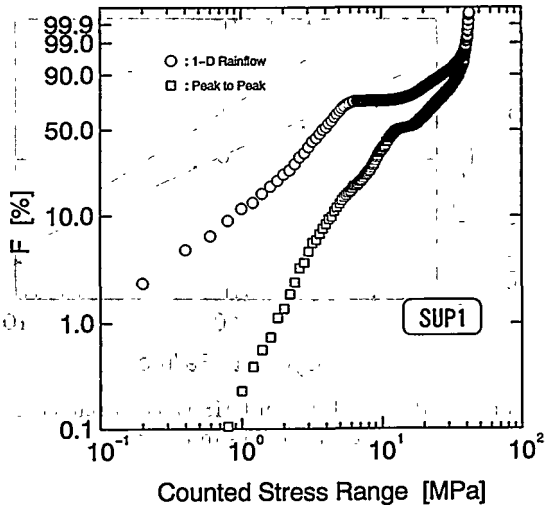


Fig. 14 Weibull plottings of reference stress ranges, $\Delta\sigma_5$, counted by peak to peak count method and 1-D rainflow method for SUP1

次にFig. 15は，特徴的な3種類の試験条件について，1次元Rainflow法によるカウント結果のWeibullプロットを比較したものである。NAR 1は直流成分＋狭帯域過程の場合，SUP 1はこれに小振幅(2.88 MPa)の高周波を，SUP 7は大振幅(14.54 MPa)の高周波を，それぞれ重畳させたものである。NAR 1のWeibullプロット(△印)は，$\Delta\sigma_5\geqq 4$ MPaの領域で直線的であり，その傾きは約2.2である(Rayleigh分布の2に近い)。SUP 1については上述した通りである。SUP 7(□印)はやや極端な場合だが，高周波成分が卓越するため，もはや20 MPaより小さい応力レンジはカウントされなくなり，プロットは30 MPaの付近で急激に折れ曲がっている。

以下，各寿命推定法による寿命推定結果について述べる。

3.3.1 Range法と修正Miner則による寿命推定結果

同方法による寿命推定結果を，Fig. 16に示す。ここで，Fig. 16から20まで共通に，縦軸は推定破断寿命を，横軸は実破断寿命を表す。従って，中央の45°線を境に，左上側が危険側推定，右下側が安全側推定ということになる。なお，寿命はすべて，周波数2.42 Hzの成分波(狭帯域過程の第

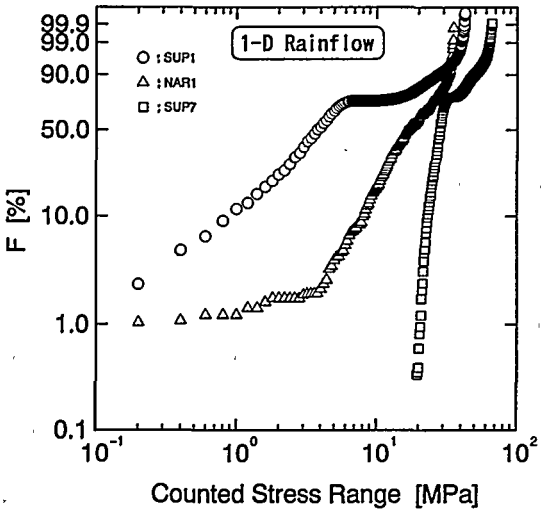


Fig. 15　Weibull plottings of reference stress ranges, $\Delta\sigma_5$, counted by 1-D rainflow method for NAR1, SUP1, and SUP7

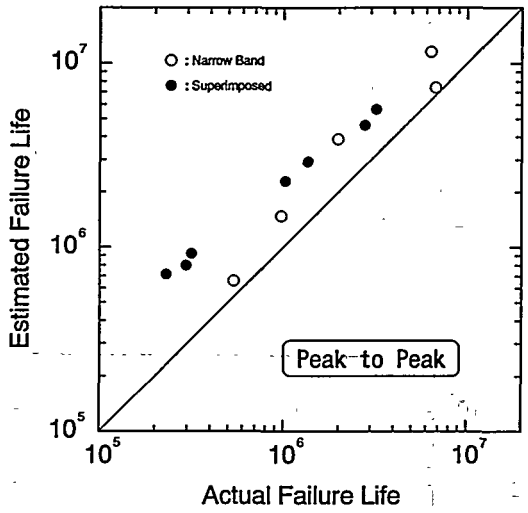


Fig. 17　Results of life estimation by peak to peak count method and the modified Miner rule

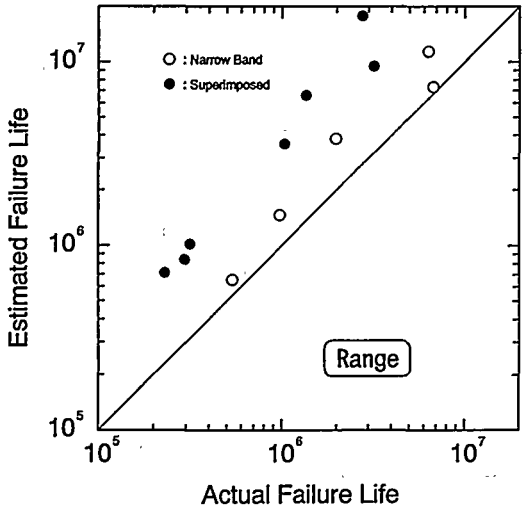


Fig. 16　Results of life estimation by range count method and the modified Miner rule

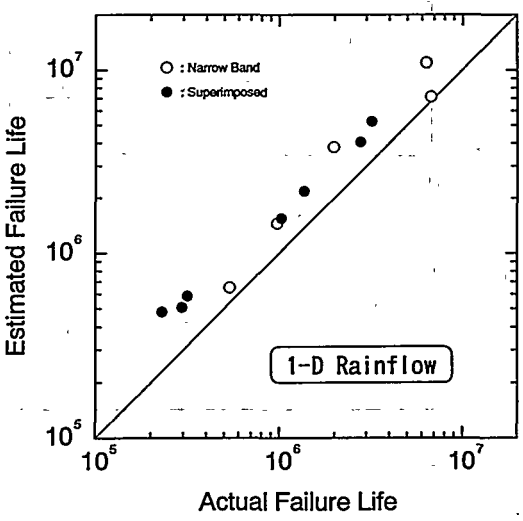


Fig. 18　Results of life estimation by 1-D rainflow method and the modified Miner rule

2成分波）のサイクル数で表してある。

Fig. 16において，白丸は狭帯域過程の場合，すなわちNARシリーズの結果である。狭帯域なので，Range法，Peak to peak法，1次元Rainflow法によるカウント結果は同等となり，修正Miner則による推定寿命も同等となる(Fig. 17, 18参照)。引張平均応力の影響を無視しているので，危険側推定となっており，狭帯域過程については，寿命比にして2程度の安全率が必要である。Fig. 16の黒丸は高周波成分が重畳した場合だが，著しく危険側の推定となっており，重畳ランダム波形に対するRange法の適用性の乏しさを示している。これは，Fig. 13からも分かるように，同法では1次波形（この場合は狭帯域過程）の変動による大きな応力レンジをカウントできないことと，平均応力効果を考慮していないことに起因するものである。

3.3.2　Peak to peak法と修正Miner則による寿命推定結果

同方法による寿命推定結果を，Fig. 17に示す。Range法よりは重畳波形に対する推定精度が向上しているが，全般に危険側推定となっている。Range法とは逆に，平均値を横切らない，重畳高周波による小レンジをカウントできないので，高周波成分が大きくなるにつれ（低寿命側の黒丸

データ)，狭帯域のNARシリーズよりも推定誤差が大きくなる。

3.3.3 1次元Rainflow法と修正Miner則による寿命推定結果

同方法による寿命推定結果を，Fig. 18に示す。Peak to peak法(Fig. 17)に比べ，重畳波形に対する適用性に富んでいることが分かる。しかし，平均応力効果を無視しているために推定はすべて危険側となっており，寿命比で2程度の安全率が必要である。

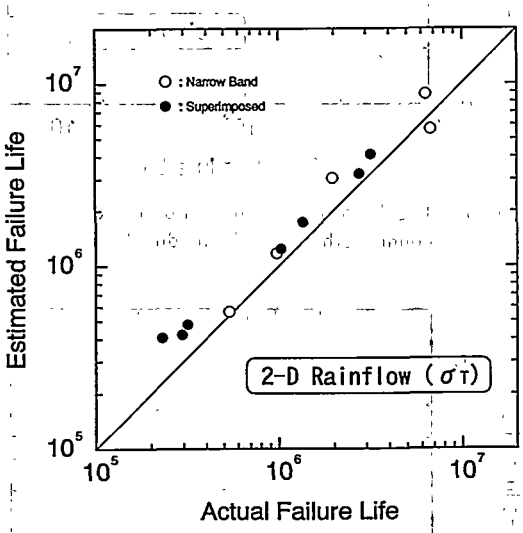


Fig. 19 Results of life estimation by 2-D rainflow method, the modified Goodman's diagram (using σ_T), and the modified Miner rule

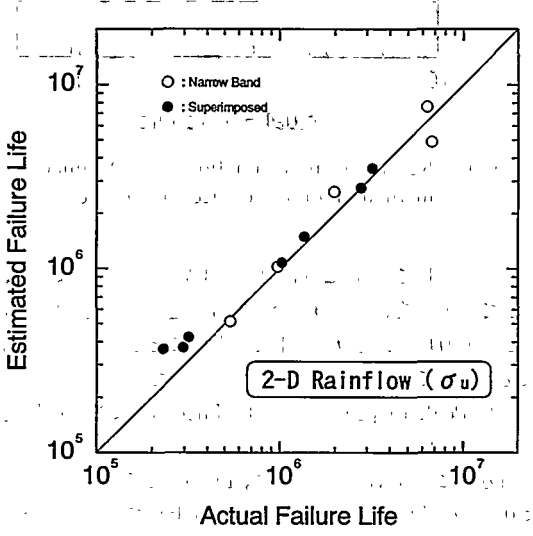


Fig. 20 Results of life estimation by 2-D rainflow method, the modified Goodman's diagram (using σ_u), and the modified Miner rule

3.3.4 2次元Rainflow法と修正Goodman補正および修正Miner則による寿命推定結果

(a) 修正Goodman補正にσ_Tを用いた場合

同方法による寿命推定結果を，Fig. 19に示す。1次元Rainflow法の場合(Fig. 18)と比べると，NARシリーズ(白丸)，SUPシリーズ(黒丸)ともに，推定精度が改善されており，平均応力補正の効果が見られる。

(b) 修正Goodman補正にσ_uを用いた場合

同方法による寿命推定結果を，Fig. 20に示す。Fig. 19よりも更に良好な推定を与えており，最もはずれたデータ(SUP 7)でも累積損傷係数$D=0.63$である。止端研削T継手を対象とした前報[1]では，1次波が直流成分の場合(本論文ではNARシリーズにあたる)には，修正Goodman補正にσ_Tを用いた方が良いという結果であったが，本研究では，σ_Tによる補正では若干不足で，σ_uを用いた方が良いという結果が得られた。これは，前報ではき裂発生箇所である止端部(研削ずみ)に直接歪ゲージを貼付し，これによる計測歪から疲労解析用の参照応力を求めたのに対し，本論文では，き裂発生箇所である止端部から5 mmの位置における参照応力σ_5を求め，その平均値をσ_mとして平均応力補正を施しているので，結果として，σ_m/σ_Tあるいはσ_m/σ_uの値がき裂発生箇所の値よりも小さくなり，補正の効き方が若干弱まったことによると考えられる。

3.4 破断寿命とき裂発生寿命の関係

溶接継手の定振幅疲労試験においては，き裂発生寿命の求め方として，止端部近傍に貼付した歪ゲージによって測定される歪範囲が初期状態より5%低下した時点をもってき裂発生寿命とする，いわゆる5% drop法がよく用いられるが，本研究でもこれを用いた。一方，ランダム疲労試験の場合には，この方法をそのまま適用することはできないので，次のような方法によってき裂発生寿命を求めた。

①材料の加工硬化が終わり，公称応力と計測歪の応答が線形関係になった後，1回に取得する25.6秒分の応力ー歪データに対して最小自乗法により直線を当てはめ，その傾きbを求める。

②傾きbの逆数$1/b$の値が初期状態から5%減少した時点，すなわち，一定の応力変動に対応する歪変動の大きさが5%低下した時点をもって，き裂発生寿命とする。

Fig. 21は，上述の方法によって求められた，定振幅疲労試験・ランダム疲労試験双方におけるき裂発生寿命と破断寿命の関係を示している。ランダム疲労試験の寿命は，すべて周波数2.42 Hzの成分波(狭帯域過程の第2成分波)のサイクル数で表してある。これを見ると，試験条件の違いによる有意差は認められず，プロット点は，寿命比(=き裂発生寿命/破断寿命)にして1/3から1/10の範囲でばらついている。Fig. 10やFig. 11などの結果からもわかる通り，破断寿命で整理したデータのまとまりは良好であり，き裂発生寿命そのものがこれほど大きくばらついたとは考

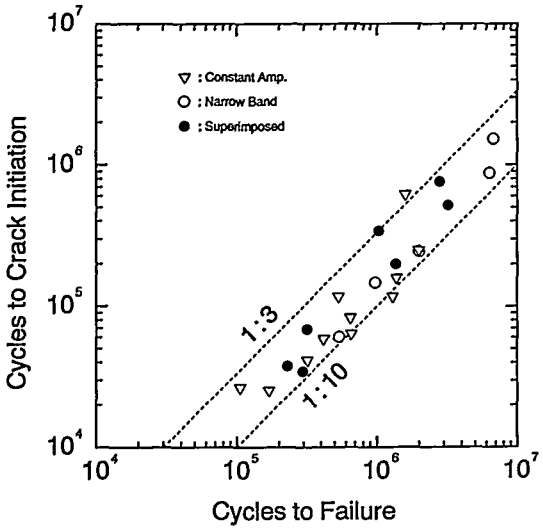


Fig. 21　Crack initiation life vs. failure life

えにくい。一方，ばらつきの原因として，き裂発生位置と歪ゲージ貼付位置との相対的位置関係が試験片毎に異なるということが考えられ，特に角回し溶接継手の場合には，十字継手等の横継手に比べてこの影響は大きいと思われる。従って，5% drop 法で定めたき裂発生寿命には，計測法そのものが内包する誤差が相当程含まれていると考えるべきで，S-N 線図の縦軸値等にはあまり適さない。

Fig. 21 から得られる一つの結論としては，ばらつきは大きいものの，全破断寿命中，ごく初期の段階（例えば寿命比 1/5 以下）でき裂が発生する場合が多いということができる。

4. おわりに

前報[1] で報告した寿命推定法の有効性を検証するため，残留応力・応力集中の観点からみて，より厳しい条件となる溶接ままの角回し溶接継手を対象に，重畳高周波成分の影響を含め，種々の検討を行った。

まず，疲労解析を行うにあたり，σ_5 のように構造的応力集中の影響をある程度考慮できるような参照応力を用いることは，疲労試験結果のばらつきを抑え，寿命推定精度を向上させるという意味において有効であると思われる。従って，実機計測においても，き裂発生箇所から遠く離れた箇所における応力（公称応力的なもの）だけを測定するのでは不十分であり，実験室における基礎データ取得試験と同種の参照応力（構造的応力集中を考慮できるようなもの）を計測し，疲労解析を行う必要がある。

高周波成分の影響については，RMS 値と時間寿命による安易な整理が危険であること，RMS 値を用いる場合には，応力波形毎に適切な代表周波数を定めて疲労寿命を表す必要があること，またカウント法として Range 法や Peak to peak 法は用いない方が良いということが分かった。本研究の SUP シリーズは，バンド幅にすると 2 オクターヴ程度であったが，実船では波浪外力に主機振動が重畳したものなど，6～7 オクターヴという場合も十分考えられる。これについては，今後の課題としたい。

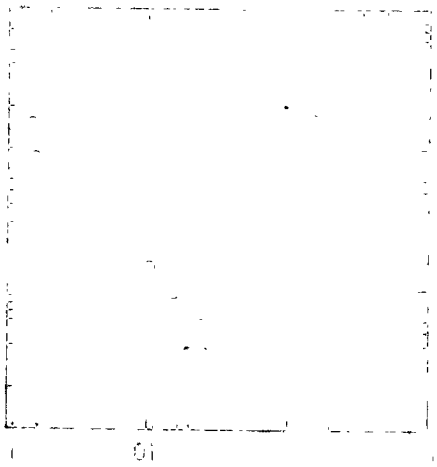
さて，前報[1] で提案した「カウント法として 2 次元 Rainflow 法を用い，個々の応力レンジに対して修正 Goodman 補正をほどこした後，修正 Miner 則を適用する」という寿命推定プロセスは，本研究の場合にもやはり有効であった。$R=0$ の定振幅データをもとに修正 Miner 則を適用する場合には，必ず何らかの平均応力補正を考慮するべきであろう。補正法として修正 Goodman 補正を用いる場合には，参照する応力が前報[1] のようにき裂発生箇所におけるもの（いいかえると，母材試験の条件に近いもの）か，あるいは本研究の σ_5 のようにある程度離れた箇所におけるものかにより，補正の効き具合が若干異なるので注意が必要である。応力波形が直流成分（DC）＋狭帯域過程の場合，これまでの結果をみると，き裂発生箇所の応力に対しては σ_T を，σ_5 に対しては σ_u を用いると良好な補正となっている。σ_5 の場合，さらに高周波成分が重畳しても，σ_u を用いた補正は有効であった。設計上は，σ_u で補正しておけば概ね差し支えないと思われる。

謝　辞

本研究の実施にあたり，石川島播磨重工業技術研究所の上村　武氏と土屋和之氏には，試験片の製作に関して貴重な御助言および御協力を賜りました。ここに深甚なる謝意を表します。

参考文献

1) 高橋，前中，宮本：重畳ランダム荷重下におけるアルミニウム合金溶接継手の疲労寿命推定—2 次元レインフロウ法の適用—，日本造船学会論文集，第 174 号（1993），pp. 579～587.
2) 飯田，高橋：歪パワースペクトル密度が疲労寿命に及ぼす影響，日本造船学会論文集，第 160 号（1986），pp. 493～501.
3) 遠藤ほか：Rainflow 法の考え方とその応用—疲労の累積被害評価法—，日本造船学会誌，第 706 号（1988），pp. 204～213.
4) 林ほか：耐食性アルミニウム合金（A 5083 P-O）の低サイクル疲労強度に関する研究，東海大学紀要，Vol. 30, No. 1（1990），pp. 103-112.



G96-01-3867
3-15

溶接構造の統一的な疲労強度評価法に関する研究

——板厚と溶接脚長の組合せに対するホットスポット応力算出法について——

正員 仁 瓶 寛 太* 正員 稲 村 文 秀*
公 江 茂 樹*

Study on Unified Fatigue Strength Assessment Method for Welded Structure

——Hot Spot Stress Evaluating Method for Various Combinations of Plate Thickness and Weld Leg Length——

by Kanta Nihei, *Member* Fumihide Inamura
Shigeki Koe

Summary

There has been proposed several methods to evaluate hot spot stress (HSS), which is an effective parameter to assess fatigue strength of various fillet welded structures. One is 2-points extrapolating method in which HSS is evaluated by linear extrapolation of stress at two specified points distant from weld toe and the other is 1-point representative method in which HSS is defined as stress at a specified point distant from weld toe.

In these methods, specified point(s) to estimate HSS is defined as a function of plate thickness t. But, generally, the specified point(s) should be defined as a function of not only plate thickness t but also weld leg length l.

First, in order to investigate a universal method to evaluate HSS for various combinations of t and l in fillet welded joints, stress analysis in the vicinity of weld toe has been carried out for 2-dimensional fillet welded joint models, by means of boundary element method (BEM). As a result, the authors propose the following new equation to estimate HSS σ_{hs} for various fillet welded joints.

$$\sigma_{hs}=\sigma(x_{hss})$$

This means that HSS is defined as stress at x_{hss}, the specified point distant from weld toe. And x_{hss}/t is the function of l/t and is expressed as follows.

$$\frac{x_{hss}}{t}=f(l/t)=\frac{c\cdot a\cdot(l/t)+b\cdot(l/t)^2}{a+(l/t)^2}$$

where a, b, c are constants.

Second, in order to verify the validity of the proposed HSS evaluating method, the fatigue tests of fillet welded joints in thick plate structures have been carried out and other fatigue test data has been refered. As a result, each S-N data based on HSS range evaluated from the new proposed method has gathered within a narrow band respectively, independent of structural stress concentration factors. And, it has been confirmed that the new proposed method to evaluate HSS is applicable for unified fatigue strength assessment of fillet welded structures.

記　号

σ	：応力 (MPa)
σ_{max}	：最大応力 (MPa)
σ_{min}	：最小応力 (MPa)
σ_n	：公称応力 (MPa)
σ_{hs}	：ホットスポット応力 (MPa)

* 川崎重工業(株)明石技術研究所

原稿受理　平成8年1月10日
春季講演会において講演　平成8年5月15,16日

$\Delta\sigma$　：応力範囲（$\sigma_{max}-\sigma_{min}$：MPa）
$\Delta\sigma_n$　：公称応力範囲（MPa）
$\Delta\sigma_{hs}$　：ホットスポット応力範囲（MPa）
t　：主板の板厚（mm）
l　：すみ肉溶接の脚長（mm）
l/t　：脚長比
x　：溶接止端からの距離（荷重線方向：mm）
x_{hss}　：溶接ビードによる応力集中の影響が及ばなくなる止端からの最近距離（mm）
（ホットスポット応力として応力を参照する点の溶接止端からの距離）
R　：応力比（$\sigma_{min}/\sigma_{max}$）
N_c　：き裂発生寿命（cycle）
（ひずみ範囲が初期から5％低下する時点での繰返し数）
K_s　：構造的応力集中率（σ_{hs}/σ_n）
d　：き裂深さ（mm）
D　：動ひずみ範囲の初期値からの低下率(%)

1. 緒　　言

船舶や海洋構造物などのすみ肉溶接構造に対する疲労強度評価法として，従来の継手形式別に公称応力を用いて評価する手法に代わり，複雑な構造にも適用できる手法として継手形式に拠らないホットスポット応力を用いた統一的な評価手法の適用が試みられてきている[1)~11)]。ホットスポット応力を用いた手法では，Fig. 1に示すように，すみ肉溶接の止端からの疲労破壊を前提とすれば，構造形式によらず共通のS-N線図が使える特長がある。近年，FEM等による応力解析技術の発達により，複雑な構造に対しても局部の応力評価が可能になってきており，本手法が今後主流になると考えられる。

評価パラメータとして適用されるこれらの“ホットスポット応力”とは構造的応力集中のみを含む（溶接ビードによる局部的応力集中は含まない）溶接止端部の応力と定義され[1)2)3)6)11)]，これまでに種々のホットスポット応力算出法が提案されている。板すみ肉溶接構造に対しては，Fig. 2に示すように大きく分けて次の2つの手法がある。

①止端部近傍の2点の応力値を止端位置に直線外挿[1)2)]
②止端部近傍の1点の応力値で代表[4)11)12)]

これらの手法では，ほとんどがホットスポット応力の算出に用いる代表点はいずれも評価対象となる溶接止端側の板厚のみと関連づけられており[1)2)4)11)]，溶接寸法（脚長）の影響は考慮されていない。適用される溶接構造（継手）の種類や寸法が限られているために，溶接脚長の影響は板厚の影響の中に埋もれている可能性があるが，一般には施工される溶接構造の種々の板厚および溶接脚長の組合せに対

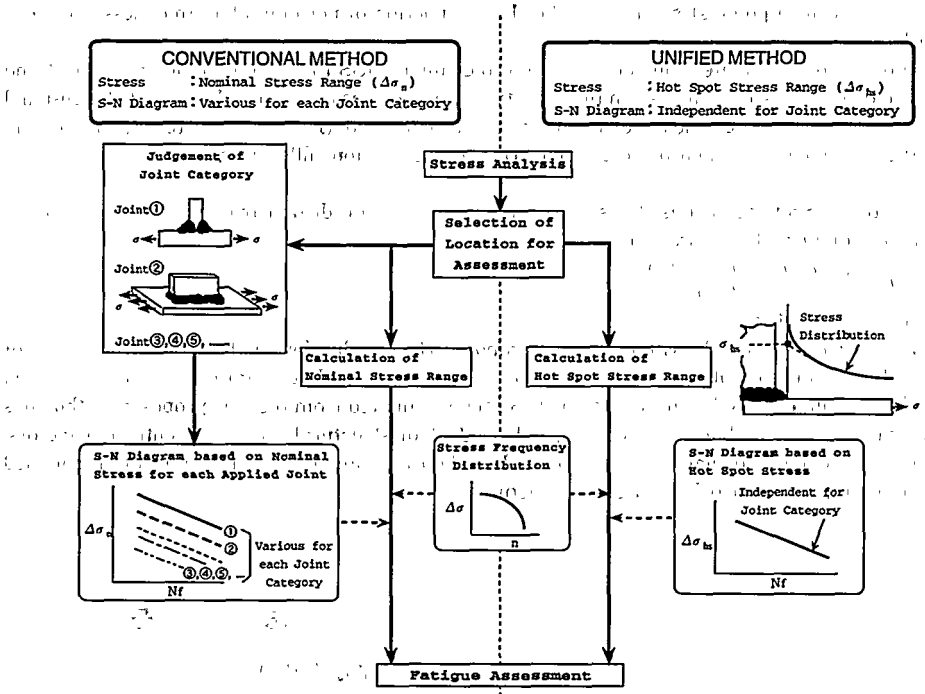


Fig. 1 Comparison of fatigue strength assessment approaches for welded structure

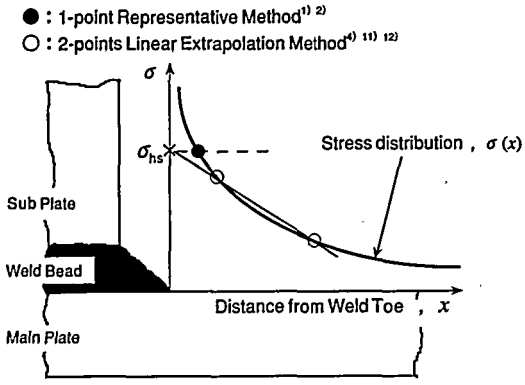


Fig. 2 Comparison of hot spot stress definitions

して汎用的に適用できるホットスポット応力算出法を明確にする必要がある。

本報では，まず，一般の板すみ肉溶接構造に採用される板厚および溶接脚長の組合せに対して，すみ肉溶接部2次元モデルの境界要素法（Boundary Element Method，以後BEMと記す）による応力解析を行った。そこで，溶接止端部近傍の詳細な応力分布からビードによる局部的な応力集中の影響が及ばない限界位置を求めることにより，“の”1点代表法”における汎用的なホットスポット応力算出式を提案した。次に，その適用例として，代表的なすみ肉溶接継手形式に対する疲労実験により，提案した算出式で求めたホットスポット応力基準で整理したS-Nデータが構造的応力集中の有無によらず疲労強度を統一的に評価できることを示した。

2. 溶接部疲労強度に対する統一的評価パラメータ

2.1 統一的評価パラメータとしてのホットスポット応力

溶接構造の疲労強度を継手形式によらず評価する手法としては，まず材料素材の疲労線図をもとに，き裂発生点の“ピークひずみ”振幅を用いる手法[13)~18)]およびき裂発生点近傍の局部的なひずみ分布から定めた“有効ひずみ”振幅を用いる手法[19)]がある。これらはいずれもき裂発生点の実ひずみに注目したオーソドックスな手法である。しかしながら，前者の“ピークひずみ”振幅は評価パラメータとして必ずしも有効とは言えず，後者の“有効ひずみ”振幅はその定義について根拠が薄いことおよび評価位置となる溶接止端部近傍の局部的ひずみ分布の算定に労力を要する実用上の問題もある。

一方，構造的応力集中のみを考慮した“ホットスポット応力”を用いる手法では溶接ビード形状による局部的な応力集中の影響はすべてS-N線図に含めており，疲労評価は継手形式に拠らず共通の単純すみ肉溶接のS-N線図で行う。したがって，“ホットスポット応力”を用いる手法は“ピークひずみ”等を用いる手法に比べて，設計者にとって実用的かつ効率的な手法と考えられる。

“ホットスポット応力”を統一的な評価パラメータとして用いる場合，考慮すべき問題として“板厚効果”がある。“板厚効果”とは，表面のホットスポット応力値が同じでも，板厚が大きいほうが疲労強度が低い[20)]ことを言う。これについては，評価した“ホットスポット応力”に修正を施して新しい統一的評価応力を定義するか，もしくは疲労S-N線図を適切に修正する[1)6)9)]ことが必要である。その他考慮すべき問題として，応力条件（軸力と曲げ）の相違および溶接ビード形状による局部的な応力集中の相違，溶接残留応力の相違等があるが，これらについては疲労S-N線図のばらつきに含めるのが実用的と考えられる。

本論文では，新しい汎用的な算出式で求めた“ホットスポット応力”を，すみ肉溶接止端部のき裂発生に対する統一的な疲労評価パラメータとして位置づける。

2.2 ホットスポット応力算出法

本論文では，ホットスポット応力とは構造的応力集中を含むが溶接ビードによる局部的応力集中を含まない溶接止端位置の応力と定義する[1)2)3)6)11)]。

3章で詳細を述べるが，ホットスポット応力の算出法としては“2点外挿法”（溶接止端部近傍の2点の応力を外挿して溶接止端部の応力を求める手法）[1)2)]が多いが，ここでは“2点外挿法”の適用が困難となる複雑な構造に対しても適用可能となる“1点代表法”を検討することとした。具体的には，ホットスポット応力を溶接ビードによる局部的な応力集中が及ばない止端からの最近位置の応力値で近似した。なお，溶接ビードによる局部的応力集中を含むが構造的応力集中は含まない単純すみ肉溶接継手のS-N線図に対し，このホットスポット応力を適用すると統一的な疲労強度評価が可能になる。

2.3 疲労破壊の定義付け

“ホットスポット応力”を止端位置表面の応力値と定義しているので，疲労破壊としてはき裂発生寿命N_cを採用する。N_cに対応するき裂寸法は，構造的応力集中の有無によらず同じとして疲労試験データを整理した。具体的には，角回しすみ肉溶接部のような応力勾配が大きい部位に対する深さ約1mmのき裂発生を基準とした。なお，き裂検出を効率よく行うため，止端近傍のひずみ範囲の変化率（5%ドロップ基準[1)]等）の計測を実施し，実き裂寸法を推定した。詳細は4章で述べる。

3. すみ肉溶接部のBEM応力解析

板すみ肉溶接構造のホットスポット応力を1点のみの応力で代表させる“1点代表法”による算出方法は，これまでにいくつか提案されている[4)11)12)]が，板厚tとすみ肉溶接脚長lとの組合せに対する関係およびその適用範囲について，まだ明確になっていない。

そこでまず，一般的な板すみ肉溶接構造として代表的なT字溶接継手（板の片面のみ溶接ビードが存在する場合）と十字溶接継手（板の表裏面ともビードが存在する場合）の2次元モデルについて，引張および曲げ荷重下における溶接止端部近傍の応力分布形状をBEMを用いて解析した。ここでは，脚長比 l/t をパラメータとした応力解析を実施しており，得られた応力分布と脚長比との関係を調べ，ホットスポット応力算出のための定式化について検討した。

3.1 解析方法

ホットスポット応力とは，溶接ビード形状による局部的応力集中は含まず構造による応力集中のみを包含した溶接止端部の応力である。したがって，この算出に際しては溶接ビードのみに起因する応力集中の影響がおよぶ止端からの距離を明確にする必要がある。そこで2次元BEM解析モデルを次のように定めた。

T字溶接継手ならびに十字溶接継手について，付加物が応力分布におよぼす影響を完全に排除するために，主板と溶接ビードのみで解析モデルを構成した。BEM解析モデルの形状をFig. 3に示す。解析に用いた要素は中間接点を有する3節点の線要素で，ビード止端近傍について十分に細かく要素分割した。外力条件としては，モデル右端に単位引張応力あるいは単位純曲げ応力を負荷した。なお，BEM解析には汎用解析プログラムSURFES[21)22)]を用い，

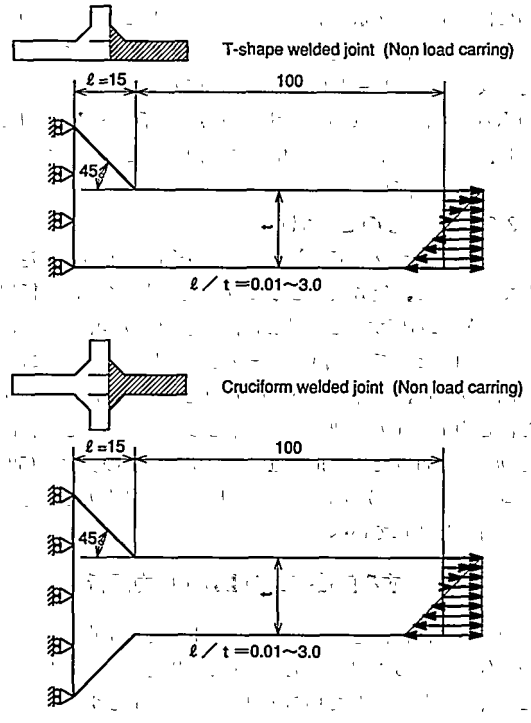


Fig. 3 2-dimensional fillet welded joint models for BEM analysis

平面ひずみ条件下で脚長比 l/t をパラメータとした溶接止端部近傍の応力解析を行った。解析にあたっては，脚長比 l/t として船舶・海洋構造物をはじめとする一般の溶接構造で採用されている組合せを十分に含ませた範囲（$0.01 \leq l/t \leq 3.0$）を選択した。

3.2 解析結果

ここでは，一例としてT字溶接継手に単位引張応力を負荷した場合について，2次元BEM解析により求めた溶接止端近傍の板表面応力分布をFig. 4に示す。Fig. 4の横軸は，溶接止端からの距離 x を主板の板厚 t で無次元化している。これによると，溶接止端から離れるにしたがい応力は減少しているが，その程度は脚長比 l/t によって異なり，l/t が小さい，つまり脚長 l に対して板厚 t が大きいほど急減していることがわかる。この傾向は，曲げ応力下および十字溶接継手についても同様であった。

ここで，溶接ビードによる応力集中がおよばないとみなせる応力値として公称応力の1.02倍（計算誤差の最大を2%と想定）とし，この応力値になる地点の溶接止端からの距離 x_{hss} を求めた。得られた x_{hss} と l/t の関係をFig. 5に示す。なお，Fig. 5の縦軸は t で無次元化している。これより，x_{hss}/t は脚長比 l/t が0.2より小さくなると急減している。一方，l/t が大きくなると，x_{hss}/t は一定値に収束する傾向がみられる。このように，溶接ビードによる応力集中の影響がおよばなくなる点のビード止端からの距離は，脚長比によって変化している。また，その関係はT字継手と十字継手，引張応力と純曲げ応力によっても異なっている。そこで，それぞれの条件について，x_{hss}/t と脚長比 l/t の関係を次の関数で近似した。

$$\frac{x_{hss}}{t}=f(l/t)$$

$$=\frac{c\cdot a\cdot(l/t)+b\cdot(l/t)^2}{a+(l/t)^2} \qquad (1)$$

ここで a, b, c はそれぞれ定数であり，各条件における定

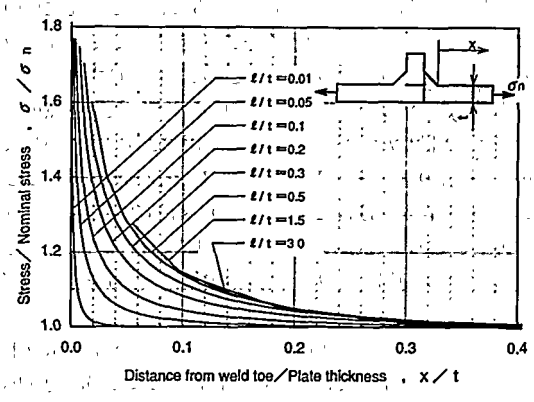


Fig. 4 Surface stress distribution in the vicinity of weld toe
(T-joint under membrane stress condition)

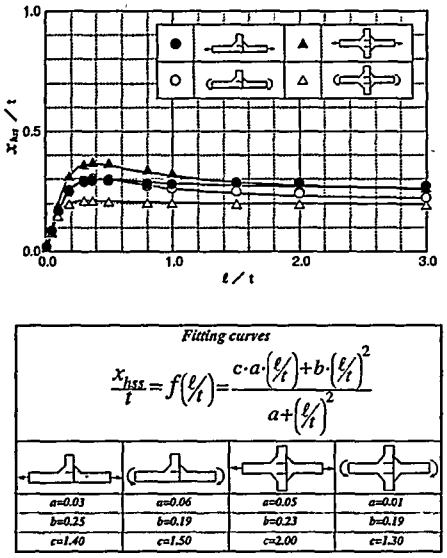


Fig. 5 Relationship between (l/t) and (x_{hss}/t)

数の値を Fig. 5 中に示す。この関数を用いることにより，各条件下の任意の脚長比を有するすみ肉溶接継手について，溶接ビードによる応力集中の影響がおよばなくなる溶接止端からの距離 x_{hss} を求めることができる。

3.3 汎用的なホットスポット応力算出式

以上のことより，“1 点代表法” によるホットスポット応力 σ_{hs} の算出方法として，次式を提案する。

$$\sigma_{hs}=\sigma(x_{hss}) \qquad (2)$$

ここで $\sigma(x_{hss})$ とは溶接止端部近傍の応力分布 $\sigma(x)$ について $x=x_{hss}$ での応力であり，$x_{hss}=t\times f(l/t)$ となる。(2) 式は，ホットスポット応力を，溶接ビードの形状による応力集中の影響がおよばない止端部からの最近位置の応力で近似することを意味している。

なお，Fig. 5 より，著者らが以前に提案した

$$\sigma_{hs}=\sigma(0.3t) \qquad (3)$$

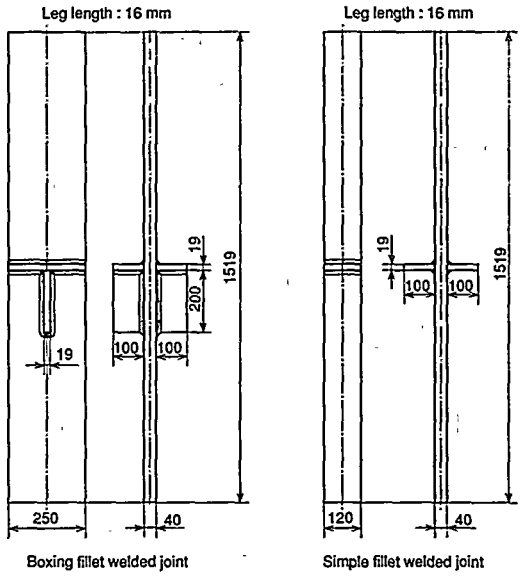
とする “$0.3t$ 法” [11] は，板の片面のみ溶接ビードが存在する場合で $l/t\geq0.2$ のときほぼ有効となっている。

4. すみ肉溶接継手の疲労試験

3 章では，様々な脚長比に対するすみ肉溶接継手の止端部近傍の応力分布を BEM により解析し，その結果から，汎用的なホットスポット応力の算出方法を提案した。ここでは，この手法の有効性を検証するために代表的なすみ肉溶接継手試験体を用いて疲労試験を実施したので，その結果を以下に述べる。

4.1 試験方法

試験体は，主板厚を 40 mm，Fig. 6 に示すような形状・寸法であり，構造的応力集中の有無によって角回し溶接継手と十字溶接継手の 2 種類を製作した。なお，供試材は



Chemical compositions (wt%)

Thickness (mm)	C	Si	Mn	P	S
40	0.16	0.18	0.48	0.025	0.014
19	0.12	0.14	0.58	0.022	0.016

Mechanical properties

Thickness (mm)	Yielding stress (MPa)	Ultimate strength (MPa)	Elongation (%)
40	243	437	36
19	295	455	43

Welding process and condition

Welding process	semi-automatic CO_2 fillet welding
Leg length	16mm
Wire of welding	JIS Z3312 YGW11 (ϕ1.2)
Position of welding	Flat position (Boxing part : Horizontal position)
Welding current	320A
Welding voltage	38V
Speed of welding	100~150mm/min
Number of pass	3

Fig. 6 Fatigue specimens

SS 400 で化学成分および機械的性質を Fig. 6 中に示す。また，溶接は半自動 CO_2 溶接で，脚長は 16 mm(脚長比 $l/t=0.4$) を目標とした。その他溶接条件等を Fig. 6 中に示す。

荷重条件は，荷重制御による引張繰返し荷重を応力比 $R=0$，繰返し周波数は 5.5 Hz～8.3 Hz の正弦波形で負荷した。なお，疲労試験には，荷重容量 3000 kN のローゼンハウゼン型疲労試験機を用いた。

試験体には，溶接ビード止端部近傍にひずみゲージを貼付し，発生するひずみ（応力）分布を取得した。

疲労き裂の検出は，適宜目視にて行うとともに，溶接止端部から長手方向に 10 mm 離れた位置に（角回し溶接継手では板幅中央のみ，十字溶接継手では幅方向 20 mm 間隔）貼付したひずみゲージの出力を疲労試験中に連続的に

モニタし，ひずみ範囲の初期状態からの低下率を確認した。さらに，一部の試験体で疲労試験中に破面にビーチマークを導入してき裂深さのデータを取得し，ひずみ範囲低下率との対応関係を把握した。なお，ここでは，き裂発生寿命 N_c は，SR 202[1] で採用されていた手法と同様に，ひずみ範囲低下率が5%となった時点での荷重繰返し数（5%ドロップ法）とした。

4.2 試験結果

4.2.1 ホットスポット応力

疲労試験体の板幅中心線上において測定した応力（ひずみ）分布を Fig. 7 に示す。この図は Fig. 4 と同様に，横軸を主板厚（t=40 mm）で無次元化したものである。構造的応力集中がほとんど無いと考えられる十字溶接継手については，x/t=0.35 程度となると応力集中の影響がなくなっていることがわかる。一方，角回し溶接継手については，溶接止端からかなり離れても応力集中の影響がおよんでいるが，これは構造的な応力集中によるものである。本試験体は表裏面両側に溶接ビードが存在する引張タイプの試験体である。また脚長比 l/t=0.4 であることから，Fig. 5 中の式にしたがってビードによる応力集中がおよばない点の止端からの距離を求めると，x_{hss}/t=0.37 となり上記測定結果とほぼ一致している。角回し溶接継手の疲労試験体について，前述の(2)式を用いてホットスポット応力を求めた結果，構造的応力集中率 K_s=1.13 となった。

4.2.2 疲労き裂の発生・進展状況

疲労試験終了後，破面上のビーチマークを観察したところ，次の結果が得られた。角回し溶接継手については，まず角回し溶接止端から表面き裂が発生し，次に深さ方向に進展して板厚を貫通し(表面方向はあまり進展せず)，最後に試験体幅方向に進展し破断に至った。一方，十字溶接継手については，溶接止端から発生した表面き裂は進展の初期段階で板幅全長に進展し，後に板の深さ方向に進展して破断した。これらの破面の様相を Fig. 8 中に示す。

ここで，き裂深さ d と，溶接止端から 10 mm 離れた位置で計測したひずみ範囲の低下率 D との関係を整理して Fig. 8 に示す。Fig. 8 より，角回し溶接継手と十字溶接継手では同様の傾向となっており，D=5%のとき，き裂深さは 1 mm 程度となっている。つまり，今回の疲労試験体では5%ドロップ法で定義されるき裂発生寿命 N_c に対応するき裂深さは約 1 mm であった。

4.2.3 S-N データ

公称応力範囲 $\Delta\sigma_n$ に対する N_c の関係を Fig. 9 に示す。

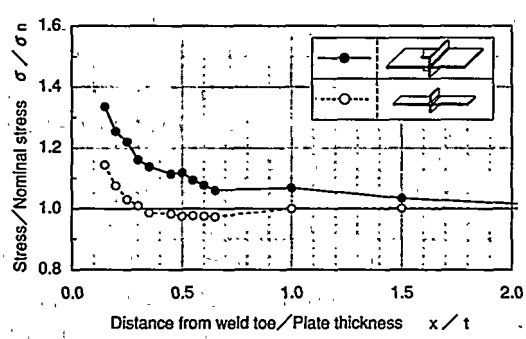


Fig. 7 Measured stress distribution at plate surface

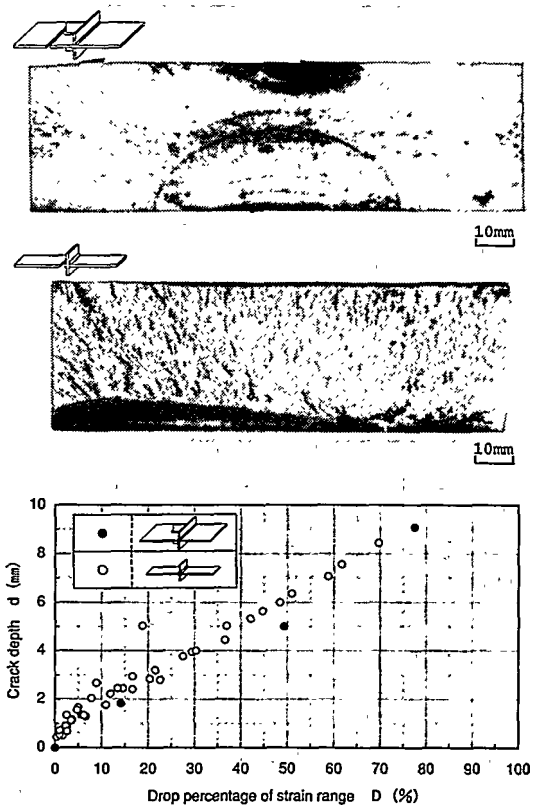


Fig. 8 Fracture surface and crack depth plotted against drop percentage of strain range

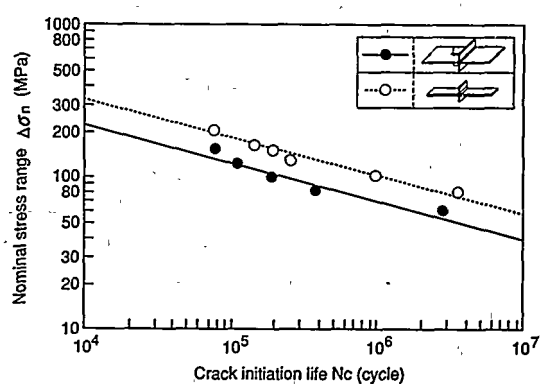


Fig. 9 S-N diagram based on nominal stress (t=40 mm, Tension)

これより角回し溶接継手（構造的応力集中が有る継手）と十字溶接継手（構造的応力集中が無い継手）とでは，S-N データに明らかな差が見られる。なお，図中に示した直線は，各継手の S-N 線図の傾きが 4 である[1] と仮定して実験データを最小自乗近似したものである。一方，Fig. 10 には N_c を 4.1 節の手法により算出したホットスポット応力範囲 $\Delta\sigma_{hs}$ で再整理したものであるが，Fig. 9 と比較して両溶接継手間の S-N データの差異が小さくなっており，双方のデータとも同じ一つの狭いバンド内に収まる傾向を示している。

次に，これまでに著者らが得た溶接継手の疲労試験データ[11] について以上と同様の疲労強度評価を試みた。ここで述べるデータは，板厚 9 mm（脚長比 $l/t=1.0$）の引張タイプの試験体と，板厚 16 mm（脚長比 $l/t=0.5$）の 4 点曲げタイプの試験体の疲労試験で得たものである。なお，両タイプとも構造的応力集中の有無でそれぞれ 2 種類の試験体で試験している。Fig. 11 および Fig. 12 は N_c を $\Delta\sigma_n$ で整理したものである。両タイプとも構造的応力集中の有無で S-N データに差異が認められるが，(2)式で求めた $\Delta\sigma_{hs}$ で整理すると Fig. 13 と Fig. 14 に示すように両者はいずれも良好な一致がみられる。

なお，Fig. 10, 13, 14 をまとめて比較すると 3 者はあまり良い一致を見ないようであるが，各試験体の溶接部を調査したところ，同じすみ肉溶接でもそれぞれ溶接ビード形

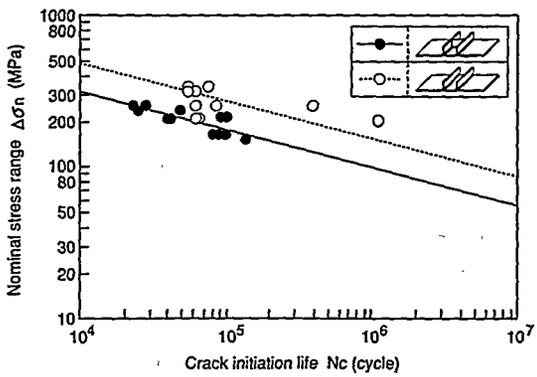


Fig. 12　S-N diagram based on nominal stress (t=16 mm, Bending)

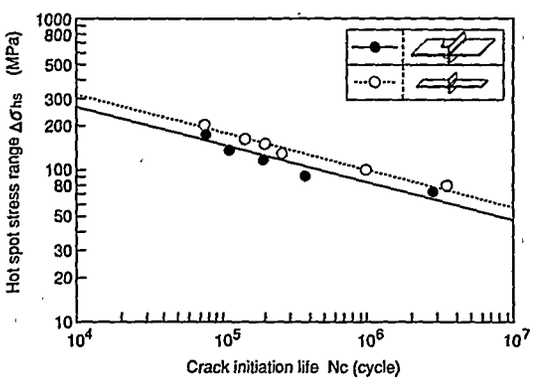


Fig. 10　S-N diagram based on hot spot stress (t=40 mm, Tension)

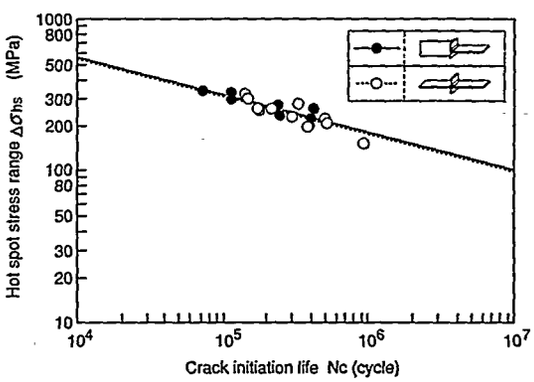


Fig. 13　S-N diagram based on hot spot stress (t=9 mm, Tension)

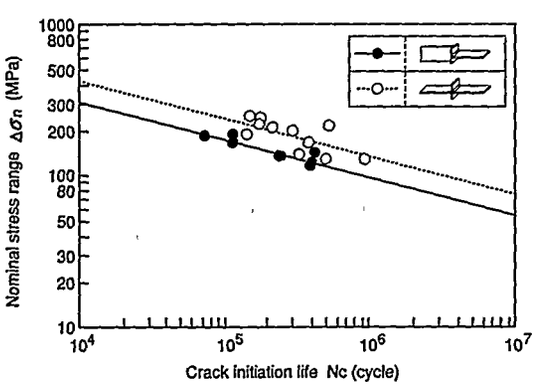


Fig. 11　S-N diagram based on nominal stress (t=9 mm, Tension)

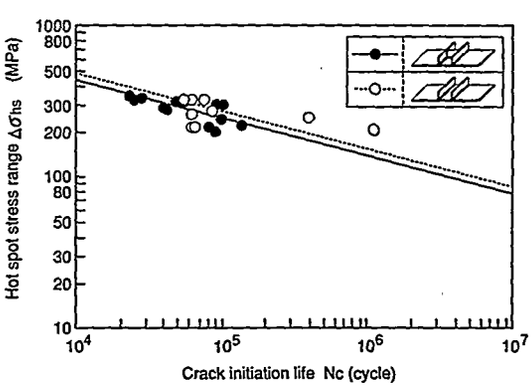


Fig. 14　S-N diagram based on hot spot stress (t=16 mm, Bending)

状がばらついており，局部的応力集中が異なったためと考えられる。このばらつきは，一般のすみ肉溶接施工時に発生するもので，設計時には評価するS-N線図に含める必要のあることは従来と変わらない。

以上のことから，本論文で提案した汎用的な算出式によるホットスポット応力範囲を用いることが，様々な脚長比を有する板すみ肉溶接構造に対して疲労強度評価を統一的に行う手段として有効と考えられる。

5. 結　　言

様々な脚長比 l/t のT字および十字溶接継手に対して，引張および曲げ応力下の溶接止端近傍の応力分布をBEM応力解析により詳細に求め，溶接ビードによる応力集中の影響がおよばなくなる溶接止端からの距離 x_{hss} を求め，脚長比 l/t の関数として x_{hss}/t を表現した。これを用いて，様々な脚長比 l/t に対するすみ肉溶接構造の1点代表ホットスポット応力算出法として次式を提案した。

$$\sigma_{hs}=\sigma(x_{hss})$$

ここで $\sigma(x_{hss})$ とは溶接止端部近傍の応力分布 $\sigma(x)$ において $x=x_{hss}$ での応力であり，$x_{hss}=t\times f(l/t)$ となる。$f(l/t)$ は次式で表される。

$$f(l/t)=\frac{c\cdot a\cdot(l/t)+b(l/t)^2}{a+(l/t)^2}$$

ここで a, b, c はそれぞれ定数

次に，3種の溶接継手の疲労試験S-Nデータについて，提案した上式で得られるホットスポット応力を採用することが統一的な疲労強度評価を行う上でそれぞれ有効であることを確認した。

今後は，提案したホットスポット応力算出法の有効性を更に広く検証するため種々の l/t を有する溶接継手の疲労試験を実施するとともに，世の中ですでに提案されている各種のホットスポット応力算出法についてそれぞれ有効と考えられる適用範囲を調査し明らかにしていく予定である。

また，統一的な評価パラメータという観点から，厚板に対する板厚効果を考慮に入れた新しい評価応力等についても研究を進める予定である。

参 考 文 献

1) 日本造船研究協会第202研究部会：「海洋構造物の疲労設計法及び溶接部の品質に関する研究一報告書，データ集(I)(II)」，平成3年3月
2) 八木他：ホットスポット応力基準による平板構造の疲労強度評価（第1報），日本造船学会論文集 Vol. 169, (1991)
3) Erkki Niemi: "Stress Determination for Fatigue Analysis of Welded Components (IIS/IIW-1221-93)", The International Institute of Welding, 1995
4) M. Matoba et. al: Evaluation of Fatigue Strength of Welded Steel Structures, IIW-XIII-1082-83, 1983
5) 日本溶接協会塑性設計研究委員会海洋パイプ構造小委員会：海洋パイプ構造物の構造強度研究における最近の進歩，日本溶接協会塑性設計資料集（その11），JWES-PD-8501, 1985
6) 日本鋼構造協会：鋼構造物の疲労設計指針・同解説，技報堂出版，1993
7) AWS: Structural Welding Code, Sec. 10, D1. 1-81.
8) API: RP 2 A, Recommended Practice for Planning Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms., 1982
9) UK DEn: Offshore Installations Guidance on Design and Construction., 1981
10) D. N. V.: Rules for Classifications of Model Offshore Units., 1981
11) 仁瓶，稲村，公江：板すみ肉溶接構造の統一的な疲労強度評価に関する研究一（第1報）簡易的なホットスポット応力の算出法について一，関西造船協会誌 No. 220, (1993)
12) 川野他：疲労強度精査における reference 応力に関する一考察，西部造船会会報，83, 207/213, (1992)
13) ASME: Boiler and Pressure Vessel Code, Sec. III-Div. 2, 1963
14) 飯田：ピーク応力（ホットスポット応力）基準による疲労設計一原子力発電プラント構造物および海洋構造物一，日本機会学会誌 Vol. 87, No. 790, (1984)
15) 日本海事協会：鋼船規則等の検査要領集，付録p1, 1988
16) 飯田他：海洋構造物鋼管継手疲労試験法の一試案，日本造船学会論文集 Vol. 148, (1980)
17) K. IIDA: Application of Hot Spot Strain Concept to Fatigue Life Prediction, IIW, Doc. XIII-1103-83, 1983
18) 町田他：ホットスポット応力基準による疲労強度評価（第2報）一ピーク歪による評価一，日本造船学会論文集 Vol. 170, (1991)
19) 吉田他：T型パイプ継手の歪詳細解析と疲労亀裂発生寿命予測，日本造船学会論文集 Vol. 144, (1978)
20) 例えば，ECCS, Technical Committee-6, "Recommendation for Fatigue Design of Steel Structure", 1985
21) T. Tsuta, S. Yamaji, et al: The Boundary Element Analysis System-SURFES, Proceedings of the 12th International Conference on Boundary Elements in Engineering, 1990
22) T. Tsuta, S. Yamaji, et al: The Boundary Element Analysis System-SURFES, Industrial Applications of the Boundary Element Method, Computational Mechanics Publications, 1993