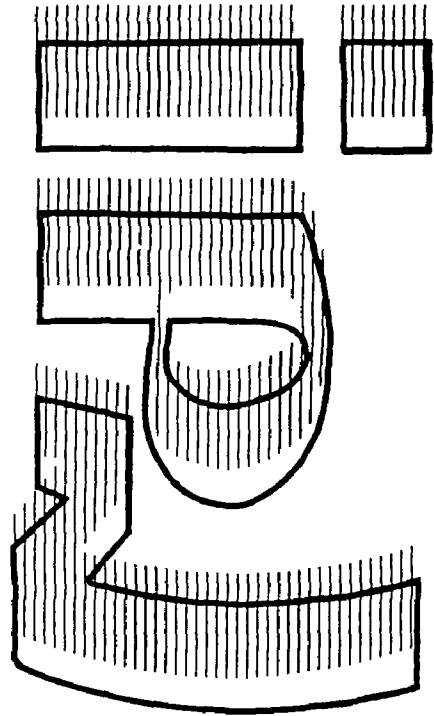
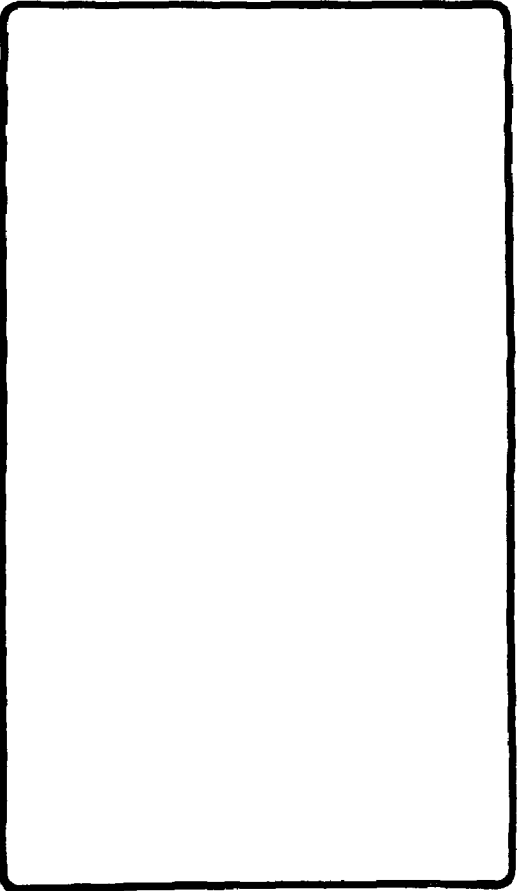


VOL. 27 No 17

institut de physique nucléaire

CNRS - IN2P3 UNIVERSITÉ PARIS - SUD

I.P.N. - 91406 ORSAY CEDEX



FR 91403723
9601079

IPNO DRE 93-26

PROJET DE MESURE DES MASSES PAR DETERMINATION DES Q_β POUR DES NOYAUX TRES RICHES EN NEUTRONS

Pautrat M., Lagrange J.M., Petizon L., Institut de Physique Nucléaire, 91406 Orsay, France

Vanhorenbeeck J., Duhamel P., Institut d'Astronomie et d'Astrophysique, CP 226, U.L.B. Boulevard du Triomphe, 1050 Bruxelles, Belgique

Binon F., Institut de Physique Théorique, CP 229, U.L.B., Boulevard du Triomphe, 1050 Bruxelles, Belgique

PROJET DE MESURE DES MASSES PAR DETERMINATION DES Q_β POUR DES NOYAUX TRES RICHES EN NEUTRONS

Pautrat M., Lagrange J.M., Petizon L.
Institut de Physique Nucléaire, 91406 Orsay, France

Vanhorenbeeck J., Duhamel P.
Institut d'Astronomie et d'Astrophysique, CP226, U.L.B., Boulevard du Triomphe, 1050 Bruzelles, Belgique

Binon F.
Institut de Physique Theorique, CP229, U.L.B., Boulevard du Triomphe, 1050 Bruzelles, Belgique

Abstract

The aim of the project described hereafter is to collect new data on the exotic neutron rich nuclei of the Fe to Zn region, and in particular to determine their masses, for both nuclear physics and astrophysics purposes. These isotopes will be produced through projectile fragmentation at the GANIL facility and selected by the LISE3 spectrometer. Their half-lives will be measured as well as the energy of their main γ rays; $\gamma - \gamma$ coincidences will then allow to build a preliminary level scheme. The analysis of β spectra and $\beta - \gamma$ coincidences will finally provide the maximum β decay energies of the studied nuclei leading to their masses. The difficulties arising from the previsted low production rates, the β detection, the data handling are discussed together with the solutions proposed to overcome them.

Au cours des derniers mois, un important travail de préparation a été consacré au projet de mesure des périodes et des masses pour les isotopes très riches en neutrons d'éléments allant du fer au zinc. De nombreux problèmes se sont posés, dans des domaines très variés et nous voudrions ici faire le point des solutions adoptées ou pressenties en examinant :

- les justifications de ces expériences et de la méthode choisie pour les réaliser.
- l'ensemble expérimental adopté (GANIL + LISE + détecteurs).
- le déroulement prévu des mesures.
- le traitement des données.

Les résultats escomptés seront mentionnés en conclusion.

I - Intérêts des mesures de période et de masse ; méthode adoptée.

L'importance de ces deux grandeurs, fondamentales pour caractériser un noyau, s'est trouvée, récemment, encore amplifiée par les demandes de l'astrophysique nucléaire.

De nombreux calculs ont tenté, depuis longtemps, de reproduire les masses (et les périodes qui y sont associées) : d'abord à partir de formules semi-empiriques contenant un nombre plus ou moins grand de paramètres ajustables [1] ; ensuite en utilisant des calculs microscopiques avec des forces nucléaires effectives de plus en plus sophistiquées [2]. Ces évaluations tendent à rendre compte du plus grand nombre possible de masses mesurées, essentiellement celles des noyaux stables ou voisins de la stabilité ; elles devraient aussi prévoir correctement les masses des noyaux instables inconnues actuellement. Pour les noyaux exotiques, cependant, d'importantes divergences apparaissent entre les prédictions des différents modèles, et même entre celles d'un même modèle pour de faibles variations des valeurs des paramètres [3]. La figure 1 [4] illustre les différences entre deux calculs "globaux", en fonction de l'écart du nombre de neutrons par rapport à la stabilité (NFS) [5] ; un calcul global, basé sur un modèle nucléaire, a pour objectif de reproduire les masses de l'ensemble des isotopes. Des données expérimentales sur des noyaux de plus en plus éloignés de la stabilité sont donc indispensables pour apporter de nouvelles contraintes conduisant à une meilleure convergence de ces diverses théories.

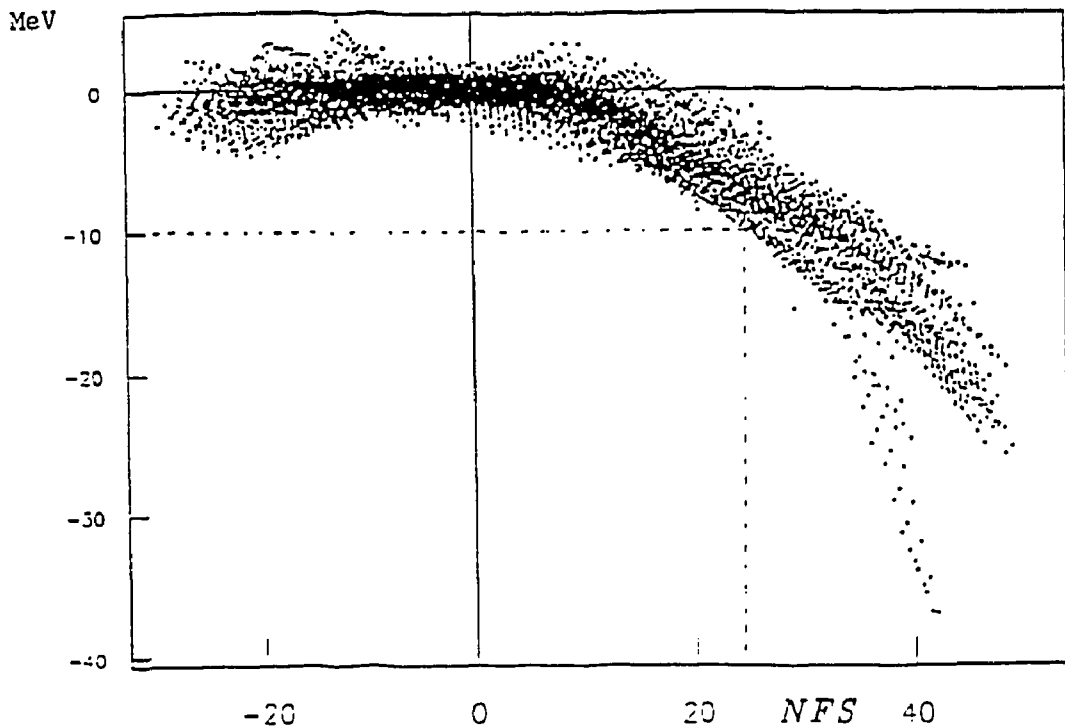


Fig. 1. Différence entre les prédictions de Tachibana et al et de Pearson et al pour 6194 noyaux. Les écarts deviennent supérieurs à 10 MeV pour NFS = 25 du côté riche en neutrons.

En astrophysique nucléaire, les noyaux riches en neutrons au-delà du fer sont formés par capture de neutrons suivie de décroissance β selon les processus s, au voisinage de la stabilité, ou r pour ceux qui en sont éloignés. Les calculs de processus r menés jusqu'à présent sont entachés de grandes incertitudes d'origine tant astrophysique que nucléaire. Les noyaux du fer au zinc, très riches en neutrons, que nous voulons étudier sont les premiers dûs essentiellement au processus r (Fig. 2) [6]. L'évolution de ce processus dépend de la section efficace de capture (n, γ), de la période de désintégration β^- et de la probabilité d'émission de neutrons. Le premier de ces facteurs est conditionné, entre autres, par l'énergie de liaison B_n du dernier neutron ; celle-ci influence aussi la vie moyenne β^- . Pour déterminer les énergies de liaison B_n il faut connaître les masses des noyaux ce qui n'est pas le cas actuellement dans la région citée. L'obtention de données expérimentales sur les périodes et les masses de ces noyaux permettrait de placer l'étude du processus r sur des bases plus quantitatives pour l'ensemble des éléments.

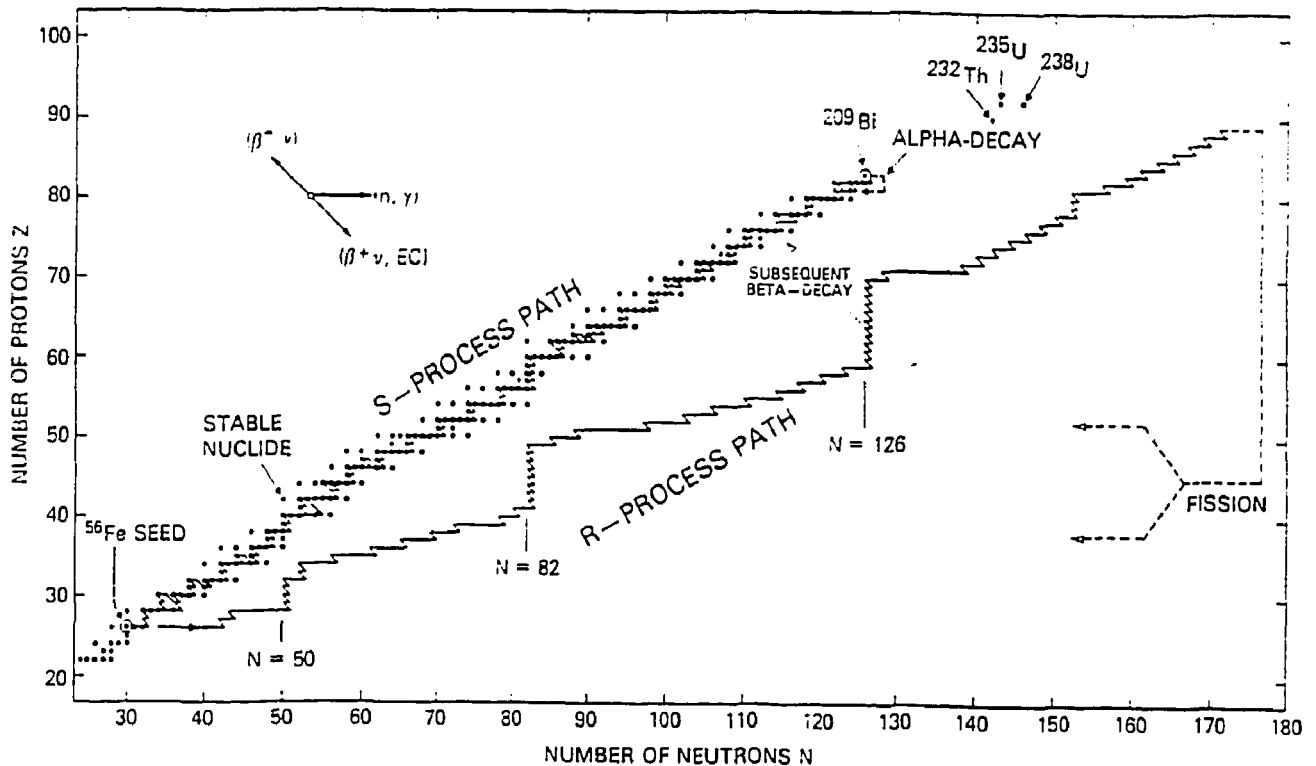


Fig. 2. Trajet suivi par la capture de neutrons dans les processus s et r. Leur origine commune est le pic des noyaux de fer (surtout ^{56}Fe).

La région d'intérêt ne semble pas très favorable aux méthodes dites "directes" de mesure de masse. La précision attendue d'un spectromètre tel que le SPEG, au GANIL, est d'environ 500 à 800 keV pour les masses autour de $A=80$. La technique de résonance, dans une trappe de Penning par exemple, requiert des périodes de l'ordre de la seconde. Enfin, le rendement d'un séparateur d'isotopes en ligne (du type ISOLDE) est très faible pour les ions métalliques recherchés. Une méthode "indirecte", associant études spectroscopiques et mesures de Q_β (énergie maximale de désintégration β), est proposée ici. La connaissance du Q_β fournit la différence de masse entre isobares et permet de déduire les masses inconnues en s'éloignant rapidement de la vallée de stabilité.

II - Ensemble expérimental

L'énergie et l'intensité des faisceaux disponibles auprès de l'accélérateur GANIL sont adaptées à la production, par fragmentation du projectile surtout, par transfert parfois, d'un taux important d'isotopes exotiques, riches en protons ou en neutrons suivant le couple projectile cible choisi.

Les noyaux les plus riches en neutrons que nous pensons étudier peuvent être formés par fragmentation d'un faisceau de krypton sur une cible de tantale ou de beryllium. Par contre, pour les noyaux inconnus mais moins exotiques (de $A = 68$ à $A = 72$ pour le nickel par exemple), un faisceau de ^{74}Ge ou ^{76}Ge est préférable. En effet, l'intensité des ions recherchés est au moins trois fois plus importante et les contaminants possibles moins nombreux et moins abondants. Ces faisceaux ne sont malheureusement pas disponibles au GANIL pour le moment mais une demande a été déposée auprès des responsables de l'accélérateur. Nous devrions disposer d'un faisceau de krypton à partir de mars 1994 pour vérifier, sur faisceau parasite, les calculs de production. En ce qui concerne la cible, d'après les simulations que nous avons effectuées, le beryllium est toujours beaucoup plus favorable.

Les noyaux sont ensuite triés à l'aide du spectromètre achromatique LISE3 (Fig. 3) qui a déjà été décrit dans sa première version [7] et dans sa configuration actuelle, après adjonction du filtre de Wien [8]. Les ions sortent de la cible, avec une énergie par nucléon très voisine de celle du projectile, et sont soumis à trois modes de sélection successifs (magnétique, fonction de la perte d'énergie, fonction de la vitesse) qui permettent de ne conserver que quelques masses après les fentes F3 (voir figure 3).

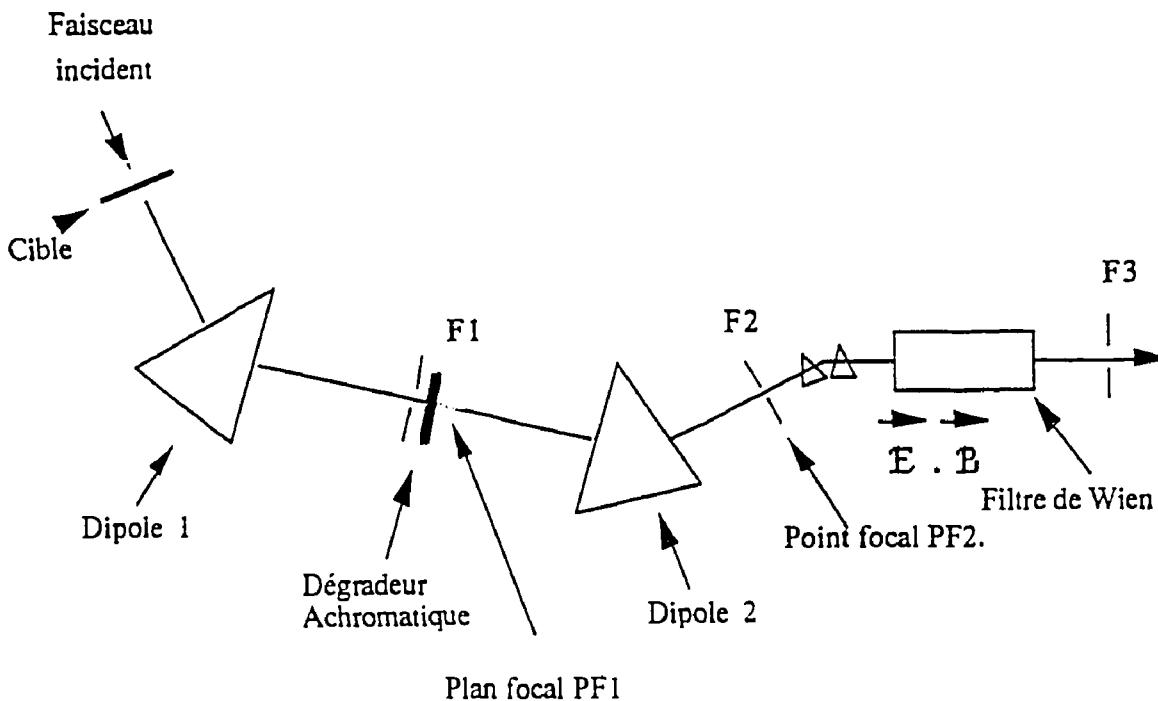


Fig. 3. Représentation schématique du spectromètre LISE.

Il est alors possible d'identifier les noyaux formés et de procéder à leur étude proprement dite. Nous verrons par la suite que cette étude comportera des mesures de périodes, de spectres γ et de coïncidences $\gamma - \gamma$, de spectres β et de coïncidences $\beta - \gamma$.

Le nombre de masse et le numéro atomique des fragments produits sont déterminés à partir du temps de vol, total ou partiel, de ces fragments à travers le spectromètre (le parcours maximum est de 44m) et de leur perte d'énergie ΔE dans un détecteur au silicium de $300 \mu\text{m}$ d'épaisseur. Cette identification peut être faite en ligne grâce au spectre bi-dimensionnel ΔE - temps de vol constitué par le programme LISE [8] [9]. Une chambre (chambre LISE), située à la sortie du spectromètre, contient d'une part des détecteurs au silicium, rétractables, pouvant mesurer la perte d'énergie ΔE , d'autre part deux séries d'absorbants d'aluminium, de faibles épaisseurs variables, que l'on interpose sur le trajet des ions exotiques pour les ralentir si besoin est.

Dans notre projet, une autre chambre, destinée aux mesures de spectroscopie, est fixée derrière la première (voir annexe 1). Les rayonnements γ étant détectés par deux gros germaniums situés, dans

un plan horizontal, contre les parois de la chambre, celle-ci doit avoir la plus faible largeur possible (40 mm d'après les autres contraintes). Les fragments sont recueillis sur des feuilles d'aluminium minces placées sur une bande de transport à 5 positions ; le changement périodique de collecteur diminue la contribution des descendants. Parallèlement à cette bande et très proche d'elle (3 à 4 mm) se trouve le détecteur β qui sera discuté plus loin (fig. 4). Pour assurer une bonne séparation, le faisceau d'ions exotiques est focalisé au niveau des fentes F3 ; ses dimensions au point de mesure (environ 1 m en aval) ne sont actuellement pas négligeables. C'est pourquoi il semble préférable de ne pas risquer un éclatement dans la chambre LISE. Pendant les mesures de spectroscopie, les détecteurs au silicium de cette chambre seront donc retirés pour laisser passer le faisceau jusqu'à une jonction identique (surface utile 450 mm², épaisseur 300 μ m) située dans la deuxième chambre, près du collecteur. L'expérience débutera cependant par une identification dans les conditions habituelles de LISE, qui se poursuivra ensuite à l'aide de cette autre jonction.

L'installation d'un aimant derrière LISE 3 est en cours de réalisation. Cet aimant est destiné à purifier encore le faisceau secondaire et aussi à le refocaliser. Les améliorations ainsi obtenues seront précieuses pour nos mesures et le collecteur pourra alors être placé dans le plan focal.

III - Déroulement des expériences

Des mesures préliminaires sont nécessaires avant de parvenir à l'énergie maximum de désintégration β des isotopes étudiés. L'ensemble peut être divisé en trois étapes : détermination de la période et des principaux niveaux alimentés par décroissance, coïncidences $\gamma - \gamma$, spectres β et coïncidences $\beta - \gamma$.

1) Période et raies γ intenses

Ce cas diffère des deux suivants par son faible taux de comptage (un à quelques noyaux/s). En effet, dès qu'un ion exotique est identifié et collecté, le faisceau est arrêté pendant un temps qui dépend des périodes prévues. L'ion se désintègre et le détecteur β utilisé ici signale la présence d'un électron, d'énergie supérieure au bruit de fond, et son instant d'arrivée, ce qui permet d'évaluer la période ; on prendra pour cela un scintillateur plastique mince, de 3 à 4mm d'épaisseur (cf. fig. 5). Les raies γ , vues par les détecteurs au germanium, ne seront enregistrées que si la coïncidence $\beta - \gamma$ existe de façon à réduire le bruit de fond γ , assez important par rapport au taux de comptage (on attend, en effet, de l'ordre de 10 à 20 coups dans un pic γ). On pourra, par cette méthode, associer à la période mesurée au moins deux ou trois rayonnements γ correspondants à un noyau (A,Z).

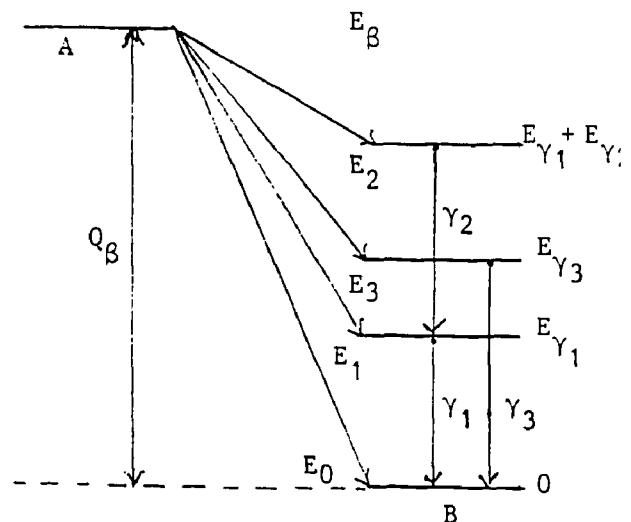
2) Coïncidences $\gamma - \gamma$

L'identification peut maintenant se faire à l'aide des raies γ et il n'est plus nécessaire d'arrêter le faisceau après l'arrivée de chaque noyau. Le taux de production devrait alors atteindre 100 à 200 noyaux/s, ce qui permet des coïncidences $\gamma - \gamma$ conduisant à un début de schéma de niveaux des isobares alimentés par décroissance. Pour évaluer ensuite le Q_β il est en effet indispensable de connaître l'énergie des états peuplés par désintégration β , comme le montre l'exemple suivant.

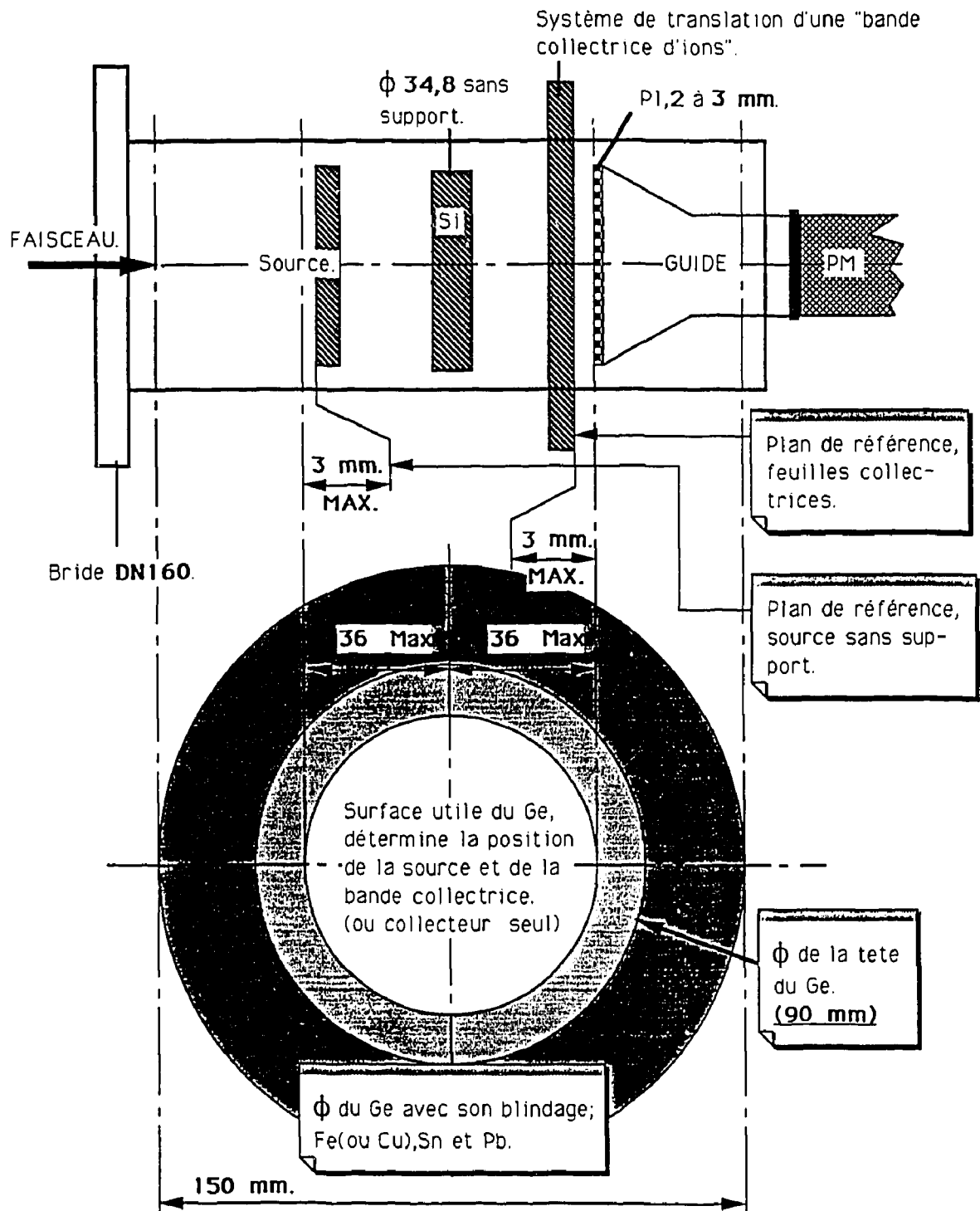
Le noyau A décroît vers B par émission β , l'énergie maximale du spectre β mesurée est E_β . La valeur du Q_β peut s'exprimer comme :

- a) $Q_\beta = E_0$
- b) $Q_\beta = E_1 + E_{\gamma_1}$
- c) $Q_\beta = E_2 + E_{\gamma_2} + E_{\gamma_1}$
- d) $Q_\beta = E_3 + E_{\gamma_3}$

Les coïncidences $\beta - \gamma$, dont il sera question au paragraphe suivant, permettent d'éliminer les autres combinaisons et de savoir si E_β correspond à E_0 , E_1 , E_2 ou E_3 . Si, par contre, la position relative des raies γ de B n'était pas connue, une attribution erronée serait d'autant plus aisée que l'exploitation du spectre β continu est difficile.



DISPOSITION DES DIFFERENTES PARTIES DE LA CHAMBRE.



NB: Les deux Ge sont positionnés dans un plan horizontal, collés contre le corps de la chambre. La source, le Si et la bande collectrice sont compris dans un espace correspondant au diamètre utile du Ge, soit 71 mm.

Fig. 4. Schéma de la chambre utilisée pour les premières mesures (périodes et spectroscopie γ).

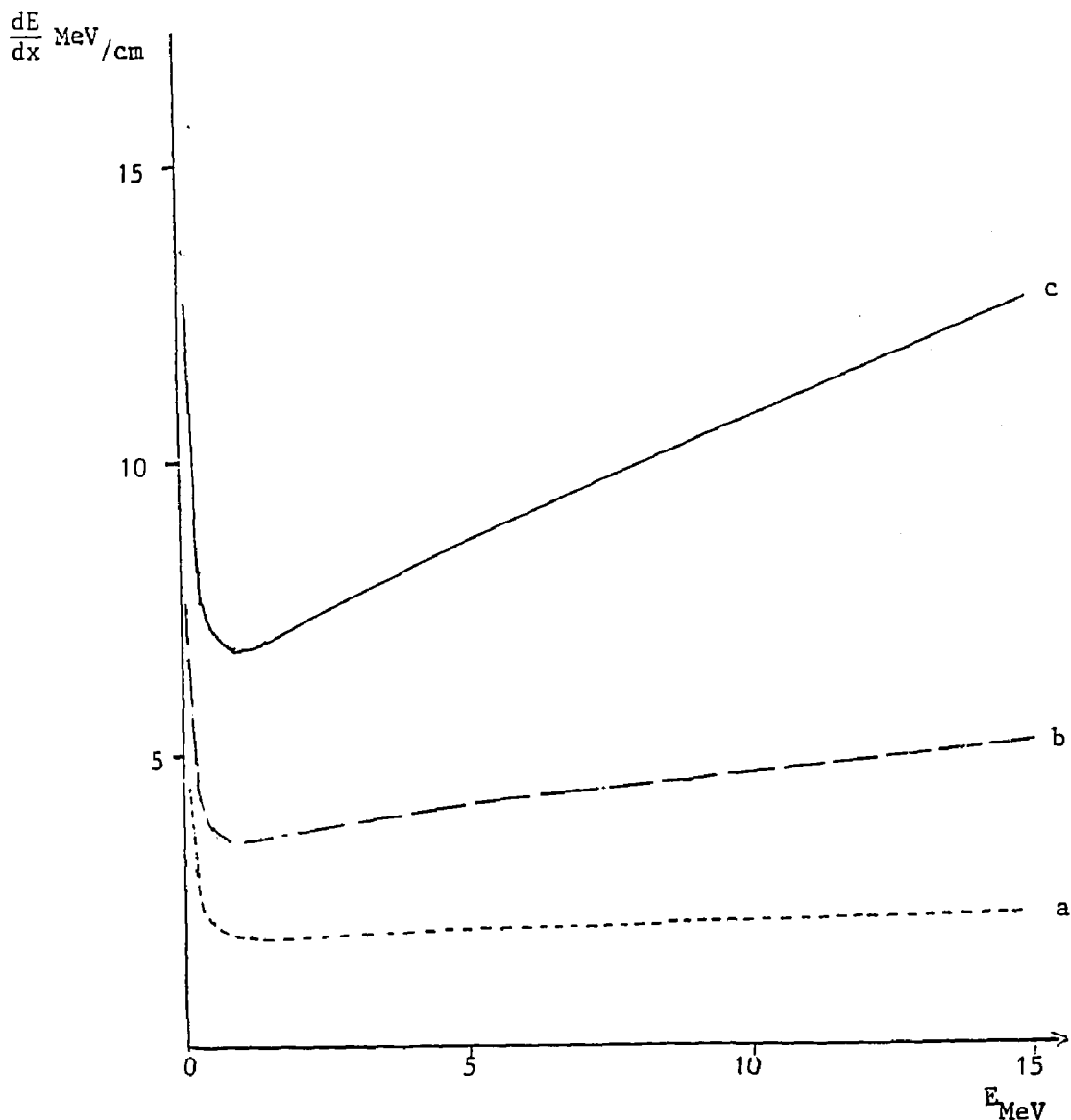


Fig. 5. Perte totale d'énergie des électrons en fonction de l'énergie :
 a) dans un scintillateur plastique
 b) dans le silicium
 c) dans le germanium

3) Spectres β et coïncidences $\beta - \gamma$

Il ne suffit plus ici de repérer le passage d'un électron, on veut aussi mesurer son énergie. Le Q_β des noyaux les plus exotiques de la région est prédit entre 12 et 15 MeV [10]. Le compteur β , qui sera détaillé maintenant, joue donc un rôle essentiel.

a) Détecteur β

Ce sera toujours un ensemble d'au moins deux éléments, un (ou plusieurs) détecteur épais étant précédé par une jonction dE/dx au silicium, mince, dont la fonction est double : identifier, grâce à la perte d'énergie, qu'il s'agit d'un électron (et non d'un γ), définir l'angle solide de telle sorte que les électrons qui la traversent soient arrêtés dans le détecteur épais. L'énergie mesurée dans ce dernier sera ensuite sommée avec celle déposée dans le dE/dx .

Deux matériaux, le germanium et le silicium, ont été envisagés pour réaliser le détecteur épais, cha-

cun présentant des avantages et des inconvénients. La retrodiffusion et le bremsstrahlung dans le germanium deviennent très gênants pour des électrons au-dessus de 10 MeV (voir annexe 2). L'épaisseur des détecteurs au silicium, même non standards, actuellement disponibles conduit à en empiler au moins deux et plutôt trois pour mesurer l'énergie totale des électrons (cf. fig. 5). Etant donné que les premières valeurs de Q_β étudiées concerneront des noyaux modérément exotiques et ne devraient pas dépasser 10 MeV, un détecteur au germanium à implantation ionique, de 20 mm d'épaisseur, refroidi à l'azote liquide, sera utilisé. Par la suite, si l'augmentation des valeurs de Q_β prédite par les calculs, en s'éloignant de la stabilité, est confirmée par l'expérience, une jonction au silicium refroidie, d'environ 10 mm d'épaisseur, viendra s'intercaler entre le dE/dx et le détecteur au germanium. L'énergie des électrons pénétrant dans celui-ci devrait ainsi rester inférieure à 10 MeV.

Même dans la première version, l'étalonnage du système de détection β posera certains problèmes. L'addition correcte des énergies recueillies dans les détecteurs en est un, mais le plus difficile à résoudre est la calibration du (des) détecteur épais, les deux se trouvant évidemment liés. L'énergie des électrons issus de sources radioactives de période assez longue, électrons de conversion ou de désintégration β , ne dépasse pas 3.5 MeV environ. Les valeurs prévues sont très différentes et une simple extrapolation de la réponse du détecteur et de l'électronique est impossible. Lors de la mise en fonctionnement des détecteurs β et, ensuite, pour des contrôles périodiques, d'autres étalons seront nécessaires. On cherchera des corps instables, dont la décroissance β , assez simple, est connue et comporte des embranchements intenses d'énergie élevée, que l'on pourra détecter. Ces conditions sont rarement réunies et il faudra, tout comme pour l'expérience proprement dite, utiliser le faisceau du GANIL, le spectromètre et l'ensemble de détection β et γ pour accéder à ces étalons. C'est un processus assez lourd, mais qui fournira aussi la forme du spectre β pour différentes énergies maximales, intervenant ensuite dans le traitement des données.

b) Impact des ions exotiques sur le collecteur

Une autre difficulté liée aux mesures d'électrons est la tache formée par les ions étudiés en face du détecteur β , les trois dimensions de celle-ci devant être aussi faibles que possible. Dans la configuration actuelle de LISE, la surface de la tache prévue au point de mesure est inférieure mais de l'ordre de 2cm^2 (environ 1cm en horizontal, 2cm en vertical). Dans ces conditions, la limitation d'angle solide à l'aide du détecteur dE/dx (voir plus haut), réduirait de façon excessive le taux de comptage β . Il semble, par contre, que ce problème pourra être traité de façon satisfaisante après la mise en place de l'aimant qui refocalise les ions. L'autre point essentiel est la dispersion existant sur la profondeur d'implantation des ions dans le collecteur. A la sortie du filtre de Wien, les vitesses des ions sont très voisines ; si le taux de production est suffisant pour que l'on puisse concentrer encore le spectre de vitesses en fermant les fentes F3, la dispersion ne devrait pas excéder 30 mg/cm^2 , comme le montre la figure 6, obtenue avec le programme LISE. L'erreur introduite, par la traversée d'épaisseurs différentes de collecteur, sur l'énergie cherchée des électrons, est alors très faible (voir annexe 3).

c) Spectres obtenus

Les mesures de spectres β et de coïncidences $\beta - \gamma$ sont tout à fait complémentaires et soumises à la même contrainte : le traitement d'un spectre β simple, obtenu par l'une ou l'autre méthode, exige qu'il contienne, au minimum, un total de 10^4 coups.

Dans le cas d'une transition unique, ou prépondérante, de fondamental à fondamental, le spectre direct est indispensable pour déterminer l'énergie maximale de désintégration β . L'identification du noyau par l'intermédiaire de ses raies γ n'étant pas possible ici il faut recourir à un autre procédé : arrêt du faisceau comme en III 1), pulsation, ou encore fermeture sévère des différentes fentes, pour être sûr de ne recueillir qu'un seul isotope (A,Z). Si l'on suppose que, dans ces conditions, 10 noyaux sont collectés par seconde, que l'angle solide du détecteur β est de $10\% 4\pi$ stéradian et son efficacité intrinsèque très voisine de l'unité, un spectre de 10^4 coups est obtenu en trois heures de comptage.

Kr86 60.0 MeU/u + Be 100.0 ng/cm²
Settings on Ni70.

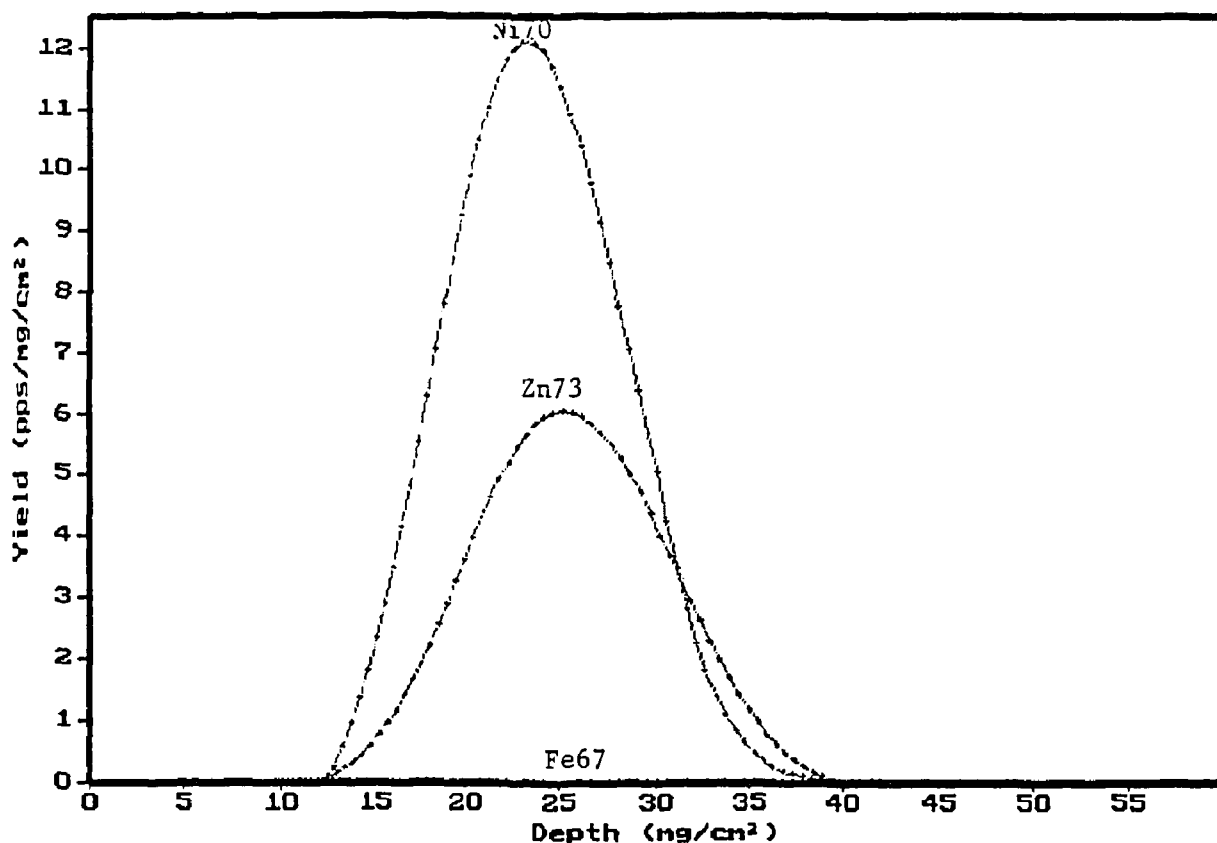


Fig. 6. Exemple de parcours des ions exotiques dans le collecteur (fentes $F_1 \pm 20\text{mm}$, $F_2 \pm 2\text{mm}$, $F_3 \pm 3\text{mm}$)

Les embranchements β se dirigeant vers des états excités du noyau fils sont mis en évidence par les coïncidences $\beta - \gamma$. Les spectres β correspondants apparaissent en coïncidence avec des fenêtres placées dans la matrice bidimensionnelle $\beta - \gamma$, sur les raies γ les plus intenses, en accord avec les éléments de schéma de niveaux établis au préalable. L'introduction de la voie γ entraîne une forte diminution du taux de comptage même si l'on produit 200 noyaux par seconde. En effet, le produit de l'efficacité photoélectrique par l'angle solide pour les détecteurs au germanium, mesuré avec des sources calibrées situées à l'emplacement prévu pour le collecteur est de 2% environ à 600 keV. En tenant compte de la sommation des spectres en coïncidence avec les deux détecteurs γ d'une part, du fait que l'intensité β de l'embranchement étudié est rarement 100% d'autre part, on peut évaluer le temps de comptage nécessaire à dix heures environ, pour un embranchement de 70%.

IV - Traitement des données

Les données, écrites sur cassette magnétique, sont groupées en événements dont la structure correspond au type de mesure en cours ; suivant l'expérience, l'événement peut donc se présenter sous plusieurs formes différentes (voir annexe 4). Une fenêtre, mise sur le spectre bidimensionnel ΔE -temps de vol, sélectionne les noyaux recherchés dans le cas des mesures du paragraphe III 1) ; pour les coïncidences, ces mêmes paramètres sont échantillonnés et la fenêtre sert alors à vérifier la stabilité du spectromètre. Les propriétés des isotopes choisis peuvent ensuite être analysées par les méthodes spectroscopiques classiques. Celles-ci ne s'appliquent cependant pas toujours et nous allons en donner

deux exemples.

1) Détermination des périodes

Lorsque le taux de comptage est suffisant, dans un spectre de décroissance, la technique habituelle des moindres carrés pondérés permet de déduire simplement la période. Elle n'est, toutefois, plus adaptée au cas de petits nombres de coups, peu supérieurs au bruit de fond et présentant d'importantes fluctuations statistiques. Nous avons vu que l'association d'une période à un ion exotique exige un faisceau de faible intensité, utilisé de façon discontinue. La courbe de décroissance des noyaux très exotiques, peu produits, risque de ne comporter que quelques dizaines de coups et devra alors être traitée par une autre méthode : celle du maximum de vraisemblance [11] reste valable pour les très faibles statistiques et semble tout indiquée. L'évaluation du bruit de fond est particulièrement importante et complexe lorsque les "bons" événements sont rares (voir annexe 5).

2) Analyse des spectres β

La simulation de la figure 7 montre l'évolution du spectre théorique de désintégration β émis par un isotope de nickel en fonction du nombre total de coups. Bien que les fluctuations liées à la détection n'interviennent pas ici, la valeur brute de l'énergie maximale, supposée égale à 10 MeV, que l'on pourrait déduire de ces courbes est tout à fait imprécise si le spectre contient moins de 10^7 coups (fig. 7), ce qui sera toujours notre cas, en particulier pour les coïncidences.

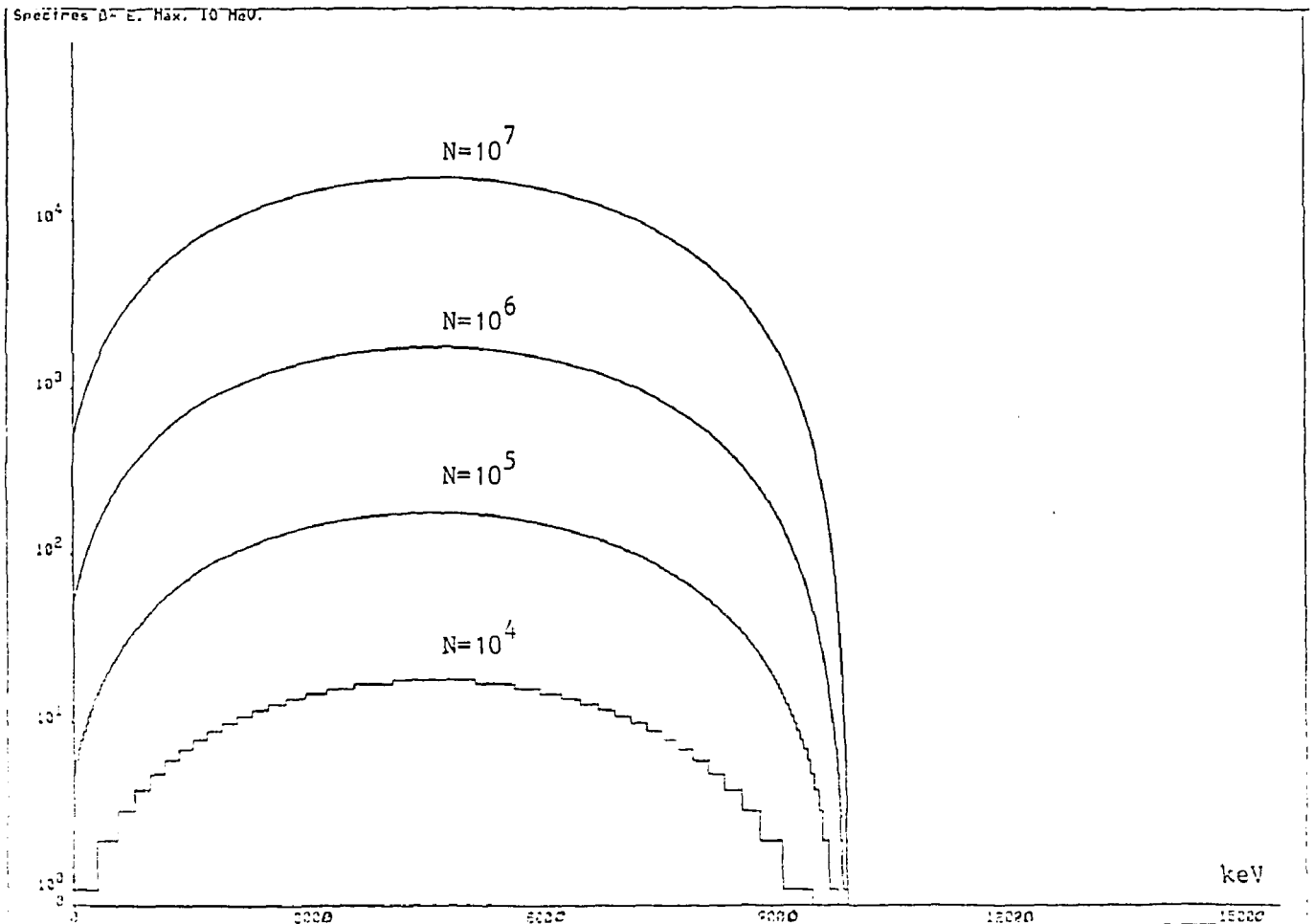


Fig. 7. Forme théorique d'un spectre β en fonction de l'énergie pour différents nombres de coups totaux N .

La forme mathématique inconnue de la fonction réponse, pour les détecteurs semi-conducteurs, et

la statistique généralement faible attendue rendent difficile la représentation du spectre expérimental sous forme de droite de Kurie.

Nous chercherons d'abord à ajuster le spectre β en utilisant l'une des deux (ou les deux) techniques suivantes :

- la méthode "d'étirement" [12,13], basée sur le fait que la forme d'un spectre β peut être déduite de celle d'un autre spectre β connu, de même type et d'énergie maximale assez voisine. Si l'on transforme le spectre connu en lui appliquant le produit d'une affinité de rapport α suivant l'axe des abscisses par une normalisation des surfaces des deux spectres, la valeur de α assurant le meilleur recouvrement des spectres permet de calculer $E_{\max}^{\text{inconnu}} = \alpha E_{\max}^{\text{référence}}$.

- la convolution du spectre théorique, pour l'énergie maximum apparente, avec une fonction réponse du détecteur établie expérimentalement à partir de spectres connus. Deux paramètres, E_{\max} et un facteur de normalisation, sont déterminés en optimisant l'accord entre le spectre ainsi construit et celui étudié [14].

Les deux procédures ont été essayées de façon satisfaisante sur des spectres β simulés théoriquement.

V - Conclusion

Grâce aux expériences décrites plus haut, nous pensons atteindre les périodes et les premières raies γ de noyaux très exotiques, voisins de l'isotope doublement magique ^{78}Ni .

La détermination des Q_β dépend de façon beaucoup plus aigüe du nombre de noyaux produits. Lorsqu'on peut disposer d'environ 200 noyaux/s, l'erreur sur une valeur de Q_β ne dépassant pas 10 MeV, mesurée pendant 24 heures environ, devrait être de 100 à 150 keV au maximum. Au-dessus de 10 MeV, l'introduction d'un détecteur supplémentaire augmente cette erreur mais le facteur le plus sensible est le taux de production. En effet, les valeurs de Q_β élevées correspondent, en général, à des noyaux très exotiques qui sont faiblement produits. Pour des isotopes de nickel de masse supérieure à 72, par exemple, les calculs prédisent un nombre de noyaux formés qui ne permet pas une évaluation précise du Q_β . Ces prévisions doivent cependant être confirmées par l'expérience.

La mise en oeuvre de ce projet est maintenant avancée et utilise divers concours, intérieurs ou extérieurs à l'IPN.

Le cahier des charges pour la mécanique de la première chambre a été établi par L.Petizon; le bureau d'études en conçoit les plans et la réalisation sera confiée au service de mécanique de l'IPN, sous la responsabilité de M. Denoit.

Un système de remplissage automatique en azote liquide, pour les détecteurs γ au germanium dans un premier temps mais avec extension possible, a été demandé à S.Buhler pour la cryogénie et à N.Karkour du CSNSM pour l'électronique.

La seconde chambre, contenant le détecteur β refroidi, sera définie en accord avec M.Denoit, S.Buhler et le service des détecteurs de L.Stab.

P.Volkov et A.Richard ont mis au point une embase de photomultiplicateur permettant, si besoin est, de mesurer l'énergie laissée dans le scintillateur plastique aussi bien par un ion exotique (de 100 à 800 MeV) que par un électron (de 60 à 1200 keV). A.Richard sera, de plus, sollicité pour nous aider à résoudre les problèmes d'électronique rencontrés au GANIL.

Les collaborateurs belges de ce projet, et en particulier P.Duhamel, assureront la prise de données; ils apporteront leur système d'acquisition, et la compatibilité sera assurée pour qu'un échange rapide avec celui du GANIL soit possible.

Les membres de l'équipe LISE, à l'IPN et au GANIL+, seront bien sûr indispensables, d'abord pour nous aider à optimiser la production des noyaux étudiés et ensuite pour la réalisation des expériences.*

L'interprétation des résultats sera facilitée par la participation de G.Audi, du CSNSM, spécialiste des masses nucléaires et par celle de M. Arnould pour les implications astrophysiques.

* (D. Guillemaud-Mueller, A. Mueller, F. Pougheon, O. Sorlin, V. Borrel)

+ (R. Anne, M.G. Saint-Laurent, M. Lewitowicz)

Références

- [1] P.E. Haustein, 1986-1987 Atomic Mass Predictions, *ADNDT* **39** (1988) 185
- [2] Y. Aboussir, J.M. Pearson, A.K. Dutta and F. Tondeur, *Nuclear Physics A* **549** (1992) 155
- [3] S. Goriely and M. Arnould, *Astronomy and Astrophysics* **262** (1992) 73
- [4] C. Borcea and G. Audi, to appear in *Revue Roumaine de Physique*
- [5] P.E. Haustein, Proceedings of the AMCO-7 Conference, Darmstadt 1984, p. 413
- [6] C.E. Rolfs and W.S. Rodney, *Cauldrons in the Cosmos* (1988), The University of Chicago Press, Chicago
- [7] R. Anne et al, *Nuclear Instruments and Methods A* **257** (1987) 215
- [8] O. Sorlin, Thèse d'Université, IPNO-T 91-04 (1991)
- [9] D. Bazin, Thèse d'Université, GANIL.T.87-01 (1987)
- [10] G. Audi, communication privée
- [11] B.T. Cleveland, *Nuclear Instruments and Methods* **214** (1983) 451
- [12] S. Della-Negra et al, *Revue de Physique Appliquée* **16** (1981) 633
- [13] D. Jacquet, Thèse de 3ème cycle (1981), Université Paris-Sud
- [14] R. Decker et al, *Nuclear Instruments and Methods* **192** (1982) 261
- [15] R. Peierls, *Proc. Roy. Soc. (London)* **149A** (1935) 467
- [16] M.S. Bartlett, *Phil. Mag.* **44** (1953) 249
- [17] A.H. Jaffey, *Nuclear Instruments and Methods* **81** (1970) 153
- [18] B.T. Cleveland, *Nuclear Instruments and Methods* **214** (1983) 451

Mécanique de la chambre destinée aux mesures de spectroscopie γ

a) Mesures de périodes et spectroscopie γ

Les détecteurs que l'on veut utiliser, à l'extérieur comme à l'intérieur de la chambre, conditionnent ses dimensions (voir fig. 4 et 8) et entraînent sa dissymétrie. En effet, les détecteurs γ , entourés d'un blindage, fixent la longueur minimale à 150mm. Ils doivent être aussi proches que possible de l'axe de la chambre, pour augmenter l'angle solide de détection γ ; la taille du détecteur d'identification au silicium impose malgré tout une épaisseur d'au moins 39mm.

On peut introduire dans la chambre (fig. 4) :

- une source radioactive pour l'étalonnage des détecteurs
- un détecteur ΔE d'identification des ions exotiques, télécommandé et orientable par rapport au faisceau
- un collecteur d'ions exotiques ; la possibilité de le remplacer, hors faisceau, par une autre source radioactive est aménagée en face (voir fig. 9).

Les sources et le collecteur sont introduits par des sas. Les positions de la source amont et du collecteur sont déterminées par le diamètre utile des détecteurs au germanium (71mm). L'arrière de la chambre comporte un scintillateur plastique suivi d'un guide de lumière et d'un photomultiplicateur XP2262B, l'étanchéité au vide étant assurée au niveau du guide.

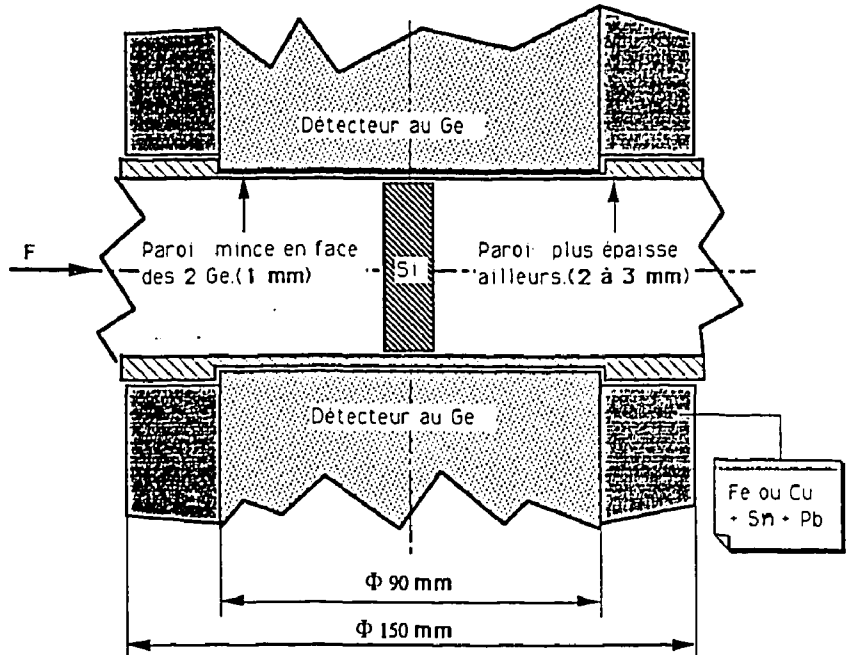


Fig. 8. Partie centrale de la chambre

On envisage ultérieurement de remplacer le collecteur par une "bande collectrice" destinée à éloigner périodiquement les descendants du point de mesure. Elle est conçue comme un cadre sur lequel cinq feuilles d'aluminium mince (25mm x 40mm) sont fixées à intervalles réguliers de 100mm. La séquence de défilement 1-3-5-2-4 entraîne la feuille qui vient d'être utilisée à au moins 200mm de l'axe du faisceau ; c'est à cette distance que sont placés des blocs de tungstène protégeant les détecteurs contre les rayonnements émis par cette feuille pendant la mesure suivante (fig. 9). La séquence est préprogrammée et la fréquence des déplacements est adaptée aux périodes prévues dans chaque expérience.

L'épaisseur des feuilles collectrices (collecteur unique ou bande) est un paramètre très sensible ; ces feuilles doivent, en effet, arrêter les ions exotiques en n'entraînant qu'une perte d'énergie minimale des électrons. Le parcours calculé des ions donne une valeur de l'épaisseur qu'il faudra vérifier expérimentalement. C'est pourquoi le photomultiplicateur est équipé de deux préamplificateurs : l'un traite le signal d'anode pour le comptage des électrons, l'autre

le signal d'une des premières dynodes (non saturé) correspondant aux ions lourds. Ainsi, en utilisant des feuilles d'aluminium d'épaisseurs différentes, on pourra déterminer la valeur minimale telle qu'aucun ion ne traverse le collecteur pour pénétrer dans le scintillateur.

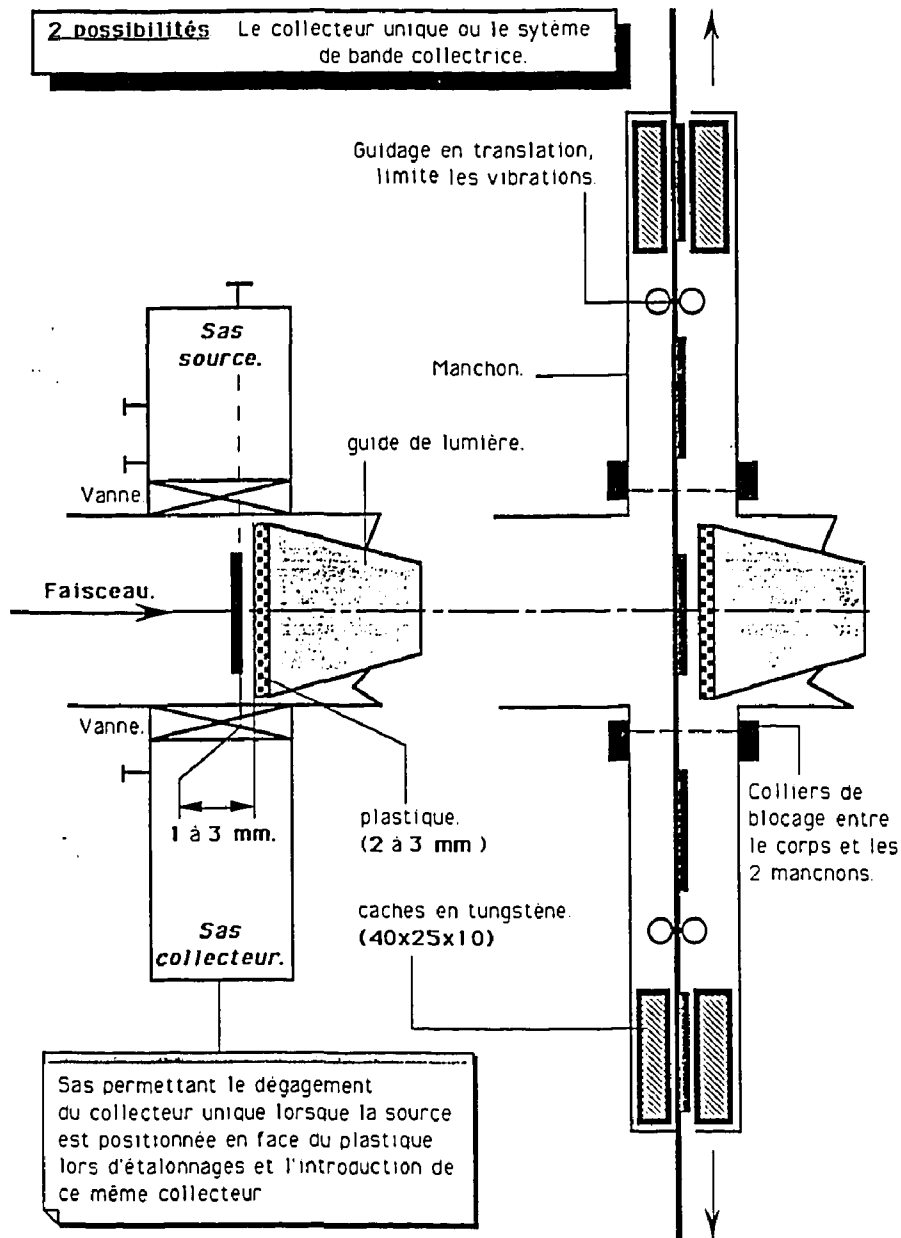


Fig. 9. Systèmes de collection des ions

b) Mesures de Q_β

Pour la mesure des Q_β la chambre décrite précédemment nécessitera soit une modification profonde de l'arrière, pour pouvoir accueillir le détecteur β refroidi, soit une refonte totale. En effet, l'aimant ajouté à la sortie de Lise 3 réduisant les dimensions du faisceau exotique, si le détecteur ΔE peut être choisi sensiblement plus petit l'épaisseur de la chambre diminuera entraînant une augmentation de l'efficacité des détecteurs γ , plus proches du collecteur.

Simulations de la réponse d'un détecteur β

Une simulation de la réponse du détecteur β a été effectuée à l'aide du programme GEANT (Version 3.15). GEANT est un programme développé au CERN depuis 1974. Des dizaines de physiciens du monde entier ont contribué à son développement.

Ce programme fournit une aide incomparable pour :

- la conception et l'optimisation des détecteurs ;
- le développement et les tests des programmes de reconstruction et d'analyse des événements ;
- l'interprétation des résultats.

Le programme GEANT décrit le passage des particules élémentaires à travers la matière. Bien qu'il ait été développé à l'origine pour les expériences de physique des hautes énergies, il a trouvé de nombreuses applications en dehors de ce domaine, notamment en physique nucléaire. Qu'il soit applicable dans le domaine des basses énergies n'est paradoxal qu'en apparence. En effet, beaucoup de détecteurs utilisés par la physique des hautes énergies sont des "calorimètres". Or, que ce soit dans la détection des gerbes électromagnétiques ou des gerbes hadroniques, une grande partie de l'énergie perdue l'est finalement par un grand nombre de particules secondaires de basse énergie créées au cours du développement des gerbes. Il est donc essentiel, pour décrire correctement le comportement des détecteurs à haute énergie, de disposer d'une bonne description des processus d'interaction à basse énergie. Un grand effort a été accompli par les concepteurs du programme afin d'y inclure, pour tous les processus d'interaction connus, les meilleures mesures ou estimations des sections efficaces ainsi que les meilleures approximations des expressions théoriques les décrivant. Celles-ci sont par ailleurs constamment revues et corrigées en fonction des progrès accomplis dans leur étude.

GEANT permet non seulement de simuler le passage des particules à travers la matière mais aussi de représenter graphiquement le dispositif expérimental et les trajectoires des particules. Le programme GEANT comprend notamment les possibilités suivantes :

- description du dispositif expérimental détaillée et simple. Ceci est obtenu par combinaison de volumes géométriques simples. A chaque volume est associé un milieu défini par une série de paramètres caractérisant le matériau remplissant le volume ;
- simulation des événements par des générateurs Monte Carlo standards ;
- simulation du transport des particules à travers les diverses régions du dispositif, tenant compte des frontières des volumes géométriques et de tous les effets physiques liés à la nature des particules, à leurs interactions avec la matière et à la présence éventuelle d'un champ magnétique extérieur ;
- enregistrement des éléments de trajectoire des particules et de la réponse des détecteurs sensibles ;
- visualisation des détecteurs et des trajectoires des particules.

Le programme contient des sous-routines "muettes" et "par défaut" qui sont appelées chaque fois qu'une action dépendant de l'application en cours doit être accomplie. Ces sous-routines doivent être fournies par l'utilisateur qui est en outre responsable de l'assemblage des différents

segments de programme en un programme exécutable et de l'incorporation des données caractérisant l'environnement expérimental.

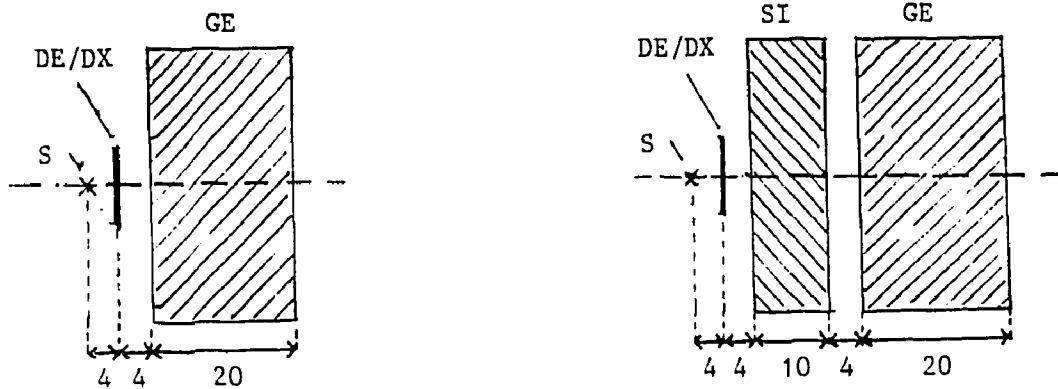
La réponse du détecteur β a été simulée en tenant compte des pertes d'énergie par collision et par émission de bremsstrahlung et de la diffusion multiple dans le compteur. Dans la gamme d'énergie qui nous intéresse, soit $E_\beta \leq 15$ MeV, il est essentiel de tenir compte du bremsstrahlung qui est responsable pour près de 30% des pertes à 15 MeV.

La technologie actuelle permet de produire des détecteurs au germanium d'une épaisseur de 2cm pour une surface de 10cm² ; dans le cas du silicium, l'épaisseur est limitée à 11 mm pour une configuration dE/dx (sans zone morte à l'arrière). Une simple intégration du pouvoir d'arrêt montre qu'une épaisseur de 2cm de germanium est suffisante pour arrêter complètement des β de 10 MeV. Ceci constitue cependant une limite inférieure car la diffusion multiple est très importante dans le cas des β .

Des simulations ont été effectuées pour différentes configurations de détecteurs, notamment pour les deux suivantes :

A)

B)



S : source β ,

DE/DX : détecteur au silicium, épaisseur 0.5mm, diamètre 10mm,

GE : détecteur au germanium, épaisseur 20mm, diamètre 36mm,

SI : détecteur au silicium, épaisseur 10mm, diamètre 36mm.

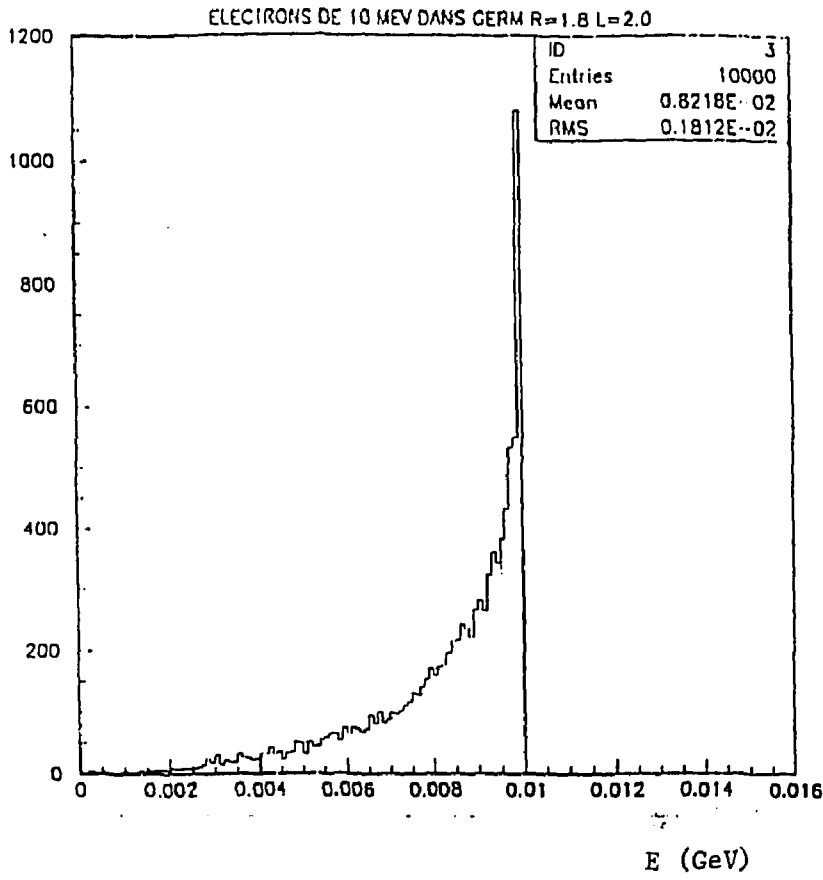
Le diamètre du faisceau devrait être de l'ordre de 5mm à la position du compteur DE/DX. À défaut d'une information précise à ce sujet, les simulations ont été effectuées en supposant la source S ponctuelle et placée sur l'axe de symétrie des systèmes A et B. En outre, la source est supposée rayonner de manière isotrope dans tout l'angle solide sous-tendu depuis la source par le compteur DE/DX (demi-ouverture du cône : 51° - angle solide $\Omega \simeq 0.19 \times 4\pi$).

Les résultats des simulations, pour des β de 10, 15 et 20 MeV, sont résumés ci-dessous :

- 1) pour les trois énergies considérées, la perte d'énergie dans le compteur DE/DX est au minimum de 0.10 MeV et sa valeur moyenne est 0.25 MeV ;
- 2) le spectre d'énergie des β (Fig. 10) n'a pas une structure semblable à celui d'un spectre γ , c'est-à-dire un pic photoélectrique, correspondant à l'énergie nominale du photon, superposé à un continu plus ou moins uniforme.

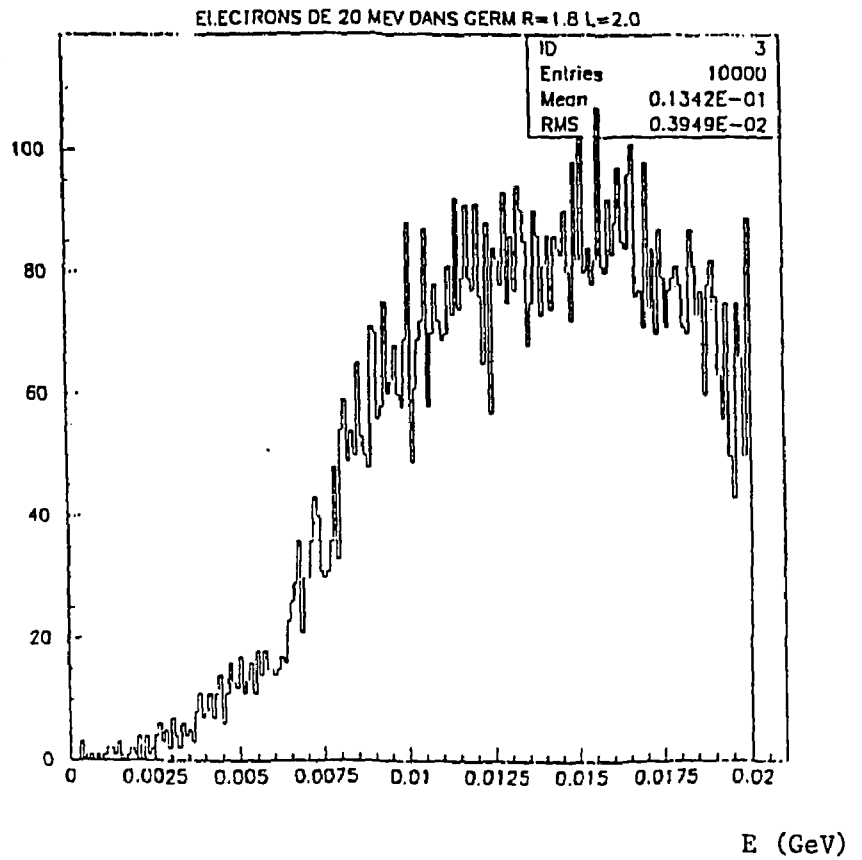
Nous définissons donc comme "pic d'absorption totale" l'ensemble des événements qui ont donné lieu dans le détecteur à une perte d'énergie "presque" totale des β . En pratique,

N/100 keV



a)

N/100 keV



b)

Fig. 10. Spectre d'énergie (système A) d'électrons a) de 10 MeV
b) de 20 MeV

nous avons classé les événements en trois catégories correspondant respectivement à des pertes d'énergie ΔE de 90%, 95% et 97% de l'énergie totale des β . Le tableau suivant donne la fraction en pourcent des événements qui tombent dans ces trois catégories :

Géom.	E_β (MeV)	"Pic d'absorption totale"			β "out"
		$\geq .90 E_\beta$	$\geq .95 E_\beta$	$\geq .97 E_\beta$	
A	10	45.5 (38.8)	29.8 (20.2)	21.6 (9.3)	3.2
	15	26.8 (22.9)	14.7 (10.5)	9.4 (5.2)	9.1
	20	14.0 (12.2)	6.4 (4.8)	3.7 (2.6)	17.5
B	10	40	30	24	38
	15	21	13	9.5	51

Les chiffres donnés dans ce tableau ont été obtenus à partir du spectre d'énergie global, c'est-à-dire le spectre correspondant à la somme des pertes d'énergie dans tous les compteurs du système, y compris le détecteur DE/DX. Pour la géométrie A sont également données, entre parenthèses, les fractions correspondantes obtenues à partir de la perte d'énergie dans le compteur au germanium seul. Leur comparaison montre que plus le critère de sélection est sévère, plus il est important d'effectuer la sélection des événements à partir du spectre d'énergie global. Les nombres repris dans la colonne " β out" représentent la fraction des électrons qui sortent du système sans y avoir déposé toute leur énergie.

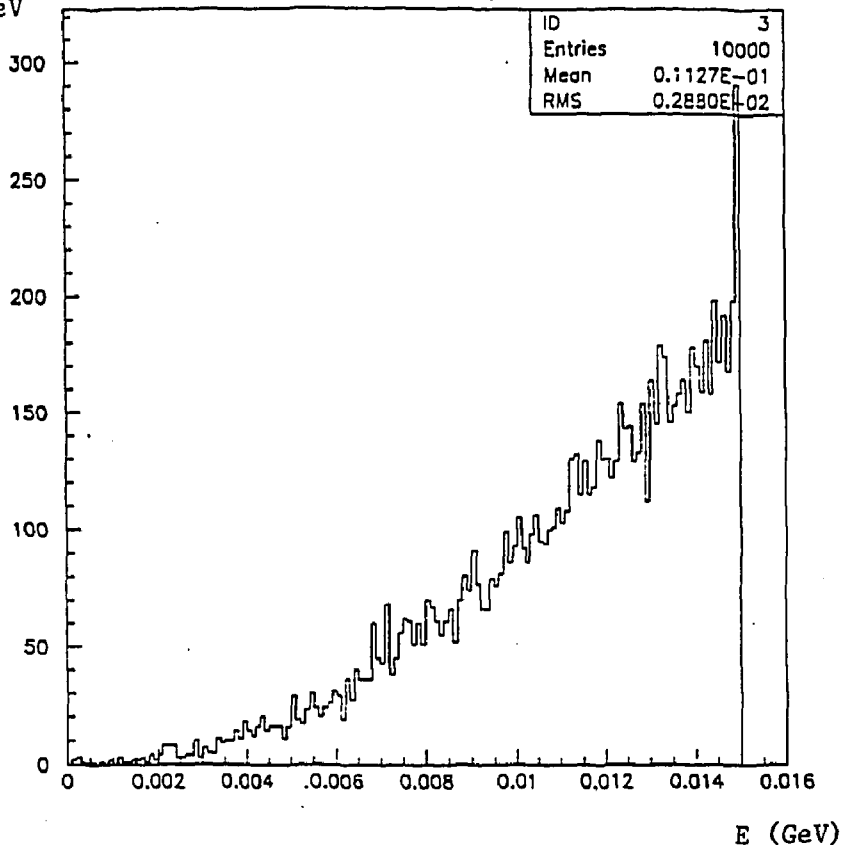
D'après ces résultats on peut penser que, pour des β d'énergie nominale ≤ 15 MeV, le système B, bien que plus compliqué et plus coûteux, n'est pas plus performant que le système A. Ceci est toutefois très lié aux conditions géométriques, choisies ici pour optimiser l'angle solide à l'entrée du système ; le pourcentage des électrons qui sortent du système B et les courbes de la figure 11 illustrent cette dépendance. Le rapport entre le "pic d'absorption totale" et le reste du spectre de la fig. 11b est bien meilleur que celui de la fig. 11a jusqu'à 8 MeV environ. A plus basse énergie, un pic assez large apparaît autour de 5 MeV correspondant aux électrons qui sortent du système B peu après la traversée du détecteur au silicium qui joue le rôle de diffuseur. On aura donc intérêt à chercher, dans les limites des possibilités expérimentales, une géométrie qui minimise ce défaut du système B et le rende plus compétitif par rapport au système A entre 10 et 15 MeV (réduction des distances entre détecteurs et de l'angle solide).

3) Pour des β entrant dans le système sous incidence normale et pour lesquels la diffusion multiple est "désactivée" pendant la simulation, on observe :

a) pour la géométrie A, les β d'une énergie nominale de 10 MeV sont tous arrêtés et le

N/100 keV

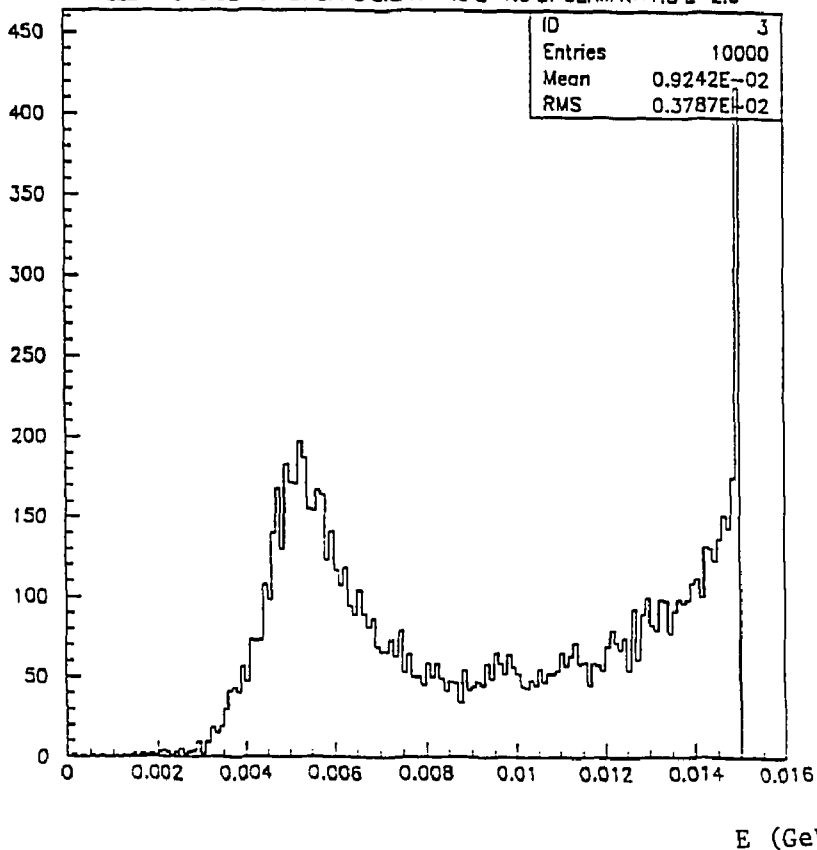
ELECTRONS DE 15 MEV DANS GERM R=1.8 L=2.0



a)

N/100 keV

ELECTRONS DE 15 MEV DANS SILI R=1.8 L=1.0 ET GERM R=1.8 L=2.0



b)

Fig. 11. Spectre d'énergie d'électrons de 15 MeV a) dans le système A
b) dans le système B

spectre d'énergie montre un pic très prononcé à 10 MeV tandis que, pour une énergie nominale de 20 MeV, $\simeq 37\%$ d'entre eux sortent du système et on observe un pic très net vers 15 MeV dans le spectre d'énergie. Ceci montre que le système A peut être utilisé pour la détection des β d'énergie allant jusqu'à $\simeq 15$ MeV ;

b) pour la géométrie B, tous les β d'énergie ≤ 15 MeV sont arrêtés, la plupart dans le détecteur au germanium.

Evaluation des erreurs sur les mesures de Q_β jusqu'à 10 MeV

Nous allons examiner les causes d'erreur connues et inévitables sur les valeurs de Q_β mesurées et tenter d'estimer leur importance. Les calculs sont faits pour l'énergie la plus élevée des électrons (10 MeV), car c'est le cas le plus défavorable, et dans la géométrie décrite à l'Annexe 2, qui pourra évoluer légèrement en fonction des résultats observés.

Il n'est cependant pas possible ici de considérer la tache des ions exotiques sur le collecteur comme ponctuelle. L'installation de l'aimant supplémentaire en sortie de Lise 3 est prévue avant le début des mesures de Q_β et le faisceau exotique au niveau du collecteur devrait alors avoir environ 5mm de diamètre. D'autre part, les meilleurs résultats de simulations nous ont donné un parcours maximum de 30 à 40 mg/cm² des ions exotiques dans le collecteur ; une épaisseur de 60 mg/cm² pour celui-ci semble donc raisonnable. Ces deux valeurs, diamètre de la tache et étalement autour de la profondeur moyenne d'implantation, dépendent du degré de fermeture des fentes du spectromètre Lise ; celles-ci peuvent être d'autant plus étroites que le taux de production des noyaux recherchés est élevé.

Dans les conditions ci-dessus, les différentes sources d'erreurs sont :

1) les zones mortes des détecteurs

La face d'entrée des détecteurs est d'épaisseur négligeable et l'énergie qu'elle absorbe inférieure au keV. Il en est de même pour la face de sortie du détecteur dE/dx.

2) la résolution des détecteurs

Les détecteurs étant refroidis, leur résolution prévue est de 2.5 keV pour le dE/dx et 5 keV pour le germanium.

3) la perte d'énergie des électrons dans le collecteur

Deux contributions sont à prendre en compte ici, l'une liée à l'angle d'émission de l'électron, l'autre à la position de l'ion exotique dans le collecteur au moment de cette émission.

- Si l'on suppose que tous les ions s'arrêtent au milieu de l'épaisseur du collecteur, la perte d'énergie d'un électron de 10 MeV est de 57.6 keV ou de 90 keV suivant qu'il est émis à 0° ou à l'angle maximum (environ 50° dans la configuration choisie). Cette incertitude peut cependant être considérablement réduite en se plaçant dans le cas le plus fréquent (>80%) où il n'y a de bremsstrahlung ni dans le collecteur ni dans le détecteur dE/dx. L'angle de la trajectoire de l'électron dans les deux matériaux est alors le même ; la perte d'énergie dans le détecteur dE/dx est mesurée et le rapport des épaisseurs équivalentes permet d'en déduire l'énergie laissée dans le collecteur avec une précision de l'ordre de 3 à 4 keV.

- On attribue maintenant au nombre d'ions collectés une distribution gaussienne, toujours supposée centrée en épaisseur, avec sa largeur "réelle" de 40 mg/cm² à la base (soit 15 mg/cm² à mi-hauteur). L'épaisseur traversée par les électrons varie, à 0°, de 10 à 50 mg/cm² ce qui entraîne une perte d'énergie comprise entre 19 et 96 keV. Si l'on apporte une correction fixe, correspondant au centre de la gaussienne, la valeur résultante sera affectée d'une erreur de ± 38.5 keV, ou de ± 14.4 keV en considérant la mi-hauteur de la distribution. Pour un angle d'émission de 50°, par contre, les valeurs des mêmes erreurs deviennent ± 60 keV et ± 22.4 keV.

On voit donc que l'épaisseur du collecteur et la position du centroïde de la distribution des ions exotiques qui s'y implantent jouent un rôle important dans l'évaluation et la minimisation des erreurs. On peut utiliser les nombres d'ions N_1 , vus par le détecteur d'identification et N_2 , vus par le scintillateur, pour chercher les conditions optimales. Un premier comptage, en l'absence de ralentisseur dans la chambre LISE et de collecteur, doit vérifier que $N_2=N_1$. On introduit ensuite un ralentisseur dont on augmente progressivement l'épaisseur jusqu'à une valeur e_1 , telle que $N_2 = \frac{95}{100}N_1$, ce qui définit l'énergie la plus basse acceptable pour les ions. Puis, en ajoutant d'autres écrans d'épaisseur e_2 , on peut construire la courbe $N_2 = f(e_2)$; la valeur e_2 telle que $N_2 = f(e_2) = \frac{N_1}{100}$ correspond à l'épaisseur minimale cherchée pour le collecteur puisqu'il est, comme les ralentisseurs, en aluminium. On essaie alors la configuration des expériences avec un ralentisseur et un collecteur d'épaisseurs respectives e_1 et e_2 ou très voisine de e_2 pour ajuster cette dernière valeur. L'identification des ions, combinant perte d'énergie et temps de vol, donne également accès à leur vitesse ce qui permet de calculer la position du centroïde de la distribution d'implantation dans le collecteur.

4) l'émission d'électrons δ par le collecteur

La réorganisation des cortèges atomiques suivant le ralentissement et l'arrêt des ions exotiques dans le collecteur donne lieu à l'émission d'électrons δ de faible énergie, certes, mais très nombreux. Pour éliminer ces électrons parasites on ne tiendra pas compte des événements où les signaux des détecteurs d'identification et dE/dx sont en coïncidence et où, de plus, l'énergie laissée dans le germanium est faible. N'accepter que les énergies supérieures à 100 keV dans ce dernier détecteur entraîne un seuil inférieur de 500 keV maximum sur les spectres β totaux ce qui est raisonnable.

5) l'étalonnage des détecteurs

Les pertes d'énergie dans les détecteurs dE/dx et germanium seront sommées lors de l'analyse et aussi, en ligne pour contrôler l'expérience. Il faut donc connaître précisément les étalonnages de ces détecteurs et nous pensons adopter le schéma suivant :

a) Le cas du détecteur dE/dx est le plus simple car des sources radioactives, émettant des électrons de conversion de basse énergie, permettent toujours de l'étalonner.

Des raies d'électrons connues, ou des raies γ jusqu'à 3.5 MeV environ, peuvent être aussi utilisées pour le détecteur au germanium. La réponse de celui-ci et de l'électronique associée est supposée linéaire mais il est indispensable de le vérifier.

b) Ceci sera fait auprès d'un accélérateur qui délivre un faisceau monocinétique d'électrons en enregistrant les spectres fournis par les deux détecteurs pour des électrons d'énergie incidente variant de 2 à 12 MeV par pas de 2 MeV. Un générateur d'impulsions de haute précision sera également étalonné avec soin lors de ces mesures et servira, par la suite, à corriger les variations éventuelles dues à un environnement expérimental différent.

Les rayonnements γ connus servent de points de repère pour assurer la correspondance détecteur au germanium-générateur jusqu'à 3.5 MeV.

c) Avant de déterminer l'énergie maximum E_β d'un spectre inconnu on vérifiera l'étalonnage à l'aide du spectre β d'énergie connue, supérieure ou de l'ordre de $E_\beta/2$, émis par un noyau formé dans les conditions de l'expérience.

Moyennant ces précautions, l'incertitude due aux étalonnages sur la somme des énergies

détectées par le dE/dx et le germanium ne devrait pas excéder 20 keV.

6) l'extraction de l'énergie maximale d'un spectre β

Elle se fait suivant les procédures décrites au paragraphe IV 2. Si l'énergie maximum d'un spectre β connu est voisine de celle estimée pour le spectre inconnu, la méthode d'étirement peut apporter une bonne estimation. On fera ensuite appel à la deuxième forme d'analyse proposée. En effet, la fonction réponse du détecteur au germanium sera établie à partir des spectres d'électrons monocinétiques, qu'on aura enregistrés à plusieurs angles entre 0° et 60° par rapport au faisceau, de façon à tenir compte de l'angle solide relativement grand sous lequel les électrons voient les détecteurs. L'incertitude due au traitement du spectre β , bien que supérieure à celles déjà mentionnées, ne devrait pas excéder ± 100 keV ; elle dépend de la valeur de l'énergie maximale cherchée et du nombre de coups dans le spectre.

Les sources d'erreur énumérées ci-dessus sont indépendantes ; en sommant quadratiquement les diverses composantes on peut prévoir une précision de ± 120 keV sur l'énergie maximale d'un spectre β . Si la valeur du $Q\beta$ est obtenue par plusieurs voies différentes cette erreur se trouvera, bien sûr, réduite.

Les divers types de mesures, le codage et la structure des événements

L'ensemble des mesures envisagées comprend :

- le réglage de l'ensemble LISE 3 pour sélectionner préférentiellement un ion exotique, et la mesure de l'épaisseur du collecteur
- la mesure des périodes et l'identification des raies γ
- les coïncidences $\beta - \gamma - \gamma$
- la mesure des Q_β

Nous présentons ici les paramètres linéaires et logiques retenus et la structure de l'événement mis sur bande dans ces différents cas, après avoir rappelé les conventions adoptées.

I - Principe de codage

Par la suite, on respectera les conventions suivantes :

1) Dans le cas de l'acquisition du GANIL, l'événement est précédé d'un mot de 16 bits (codé FFFF). Si l'on utilise l'acquisition de l'ULB (Bruxelles), le bit de plus fort poids dans le 1er mot (code rapide) est à 1, et à zéro dans les autres mots.

2) Les notations utilisées pour désigner les voies rapides et lentes sont les suivantes :

AR : prise de temps du détecteur ΔE_{IL} ;

BR : prise de temps du détecteur plastique ΔE_{β^-} (anode) qui signale la présence d'un β^- dans le détecteur ;

ou :

prise de temps du détecteur mince au silicium ΔE_{β^-} qui signale le passage d'un β^- à travers le silicium (dans le cas des mesures de Q_β) ;

CR : fin de la fenêtre d'analyse dans le cas des mesures de période ;

DR : prise de temps du détecteur plastique ΔE_{β^-} (dynode) qui signale qu'un ion exotique a traversé le collecteur et s'est implanté dans le détecteur plastique ;

ou :

prise de temps du détecteur mince au silicium (sortie faible gain ou FG) ΔE_{β^-} (FG), qui signale qu'un ion exotique a traversé le collecteur et s'est implanté dans le détecteur ;

ER : prise de temps du détecteur β^- au germanium ;

FR : début de fenêtre d'analyse dans le cas des mesures de période ;

GR : prise de temps du premier détecteur γ , (Ge I) ;

HR : prise de temps du deuxième détecteur γ , (Ge II) ;

AL : sortie logique (\neg) du CTA temps de vol ;

BL : inutilisée ;

CL : inutilisée ;

DL : sortie logique (\sqcap) du CTA : ΔE_{β^-} (dynode) ou ΔE_{β^-} (FG), ΔE_{IL} ;

EL : sortie logique (\sqcap) du CTA : ΔE_{β^-} , Ge_{β^-} ;

FL : inutilisée ;

GL : sortie logique (\sqcap) du CTA : ΔE_{β^-} (anode) ou ΔE_{β^-} , $Ge I$;

HL : sortie logique (\sqcap) du CTA : ΔE_{β^-} (anode) ou ΔE_{β^-} , $Ge II$;

Une voie rapide est dite "maître moniteur" si elle déclenche le corrélateur rapide, contrairement à une voie "maître simple".

La prise de décision du corrélateur rapide (O.P.A. ou rejet) se fait par la vérification d'une condition logique entre les voies rapides "maîtres moniteurs" et "maîtres simples". Les voies rapides notées "marquages" ou "esclaves" n'interviennent pas dans la prise de décision du corrélateur rapide. Si nécessaire, on peut toujours limiter le nombre de voies "maître moniteur" + "maître simple" à quatre.

Dans tous les cas la fenêtre d'analyse du corrélateur rapide est de longueur fixe et les paramètres rapides qui se présentent sont prélevés. Les contraintes logiques et les décisions à prendre sont analysées après la fermeture de la fenêtre rapide.

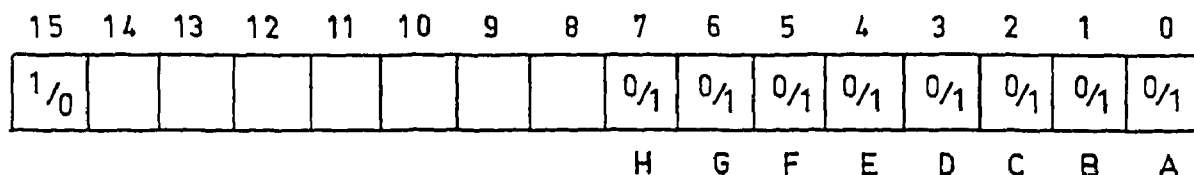
Le mode "coïncidence" pour les voies lentes suppose la présence de la voie rapide correspondante et entraîne l'acceptation de l'événement si la voie lente est présente et son rejet dans le cas contraire.

Les voies lentes notées "marquage" n'interviennent pas dans la prise de décision du corrélateur lent.

3) Les événements sont toujours de longueur fixe et les paramètres sont rangés dans l'ordre suivant :

1	1	Code rapide	2	0	Code lent
3	0	Temps de vol	4	0	Energie ΔE_{IL}
5	0	Temps ΔE_{β^-} (dynode) ou ΔE_{β^-} (FG), ΔE_{IL}	6	0	Energie ΔE_{β^-} (dynode) ou ΔE_{β^-} (FG)
7	0	Horloge	8	0	Energie ΔE_{β^-} (anode) ou ΔE_{β^-}
9	0	Temps ΔE_{β^-} (anode) ou ΔE_{β^-} , $Ge I$	10	0	Energie γ_1 ($Ge I$)
11	0	Temps ΔE_{β^-} (anode) ou ΔE_{β^-} , $Ge II$	12	0	Energie γ_2 ($Ge II$)
13	0	Temps ΔE_{β^-} , Ge_{β^-}	14	0	Energie β^- (Ge_{β^-})

4) La structure des mots (code rapide et code lent) est la suivante :



II - Réglage de l'ensemble LISE 3 et mesure de l'épaisseur du collecteur

1) Principe

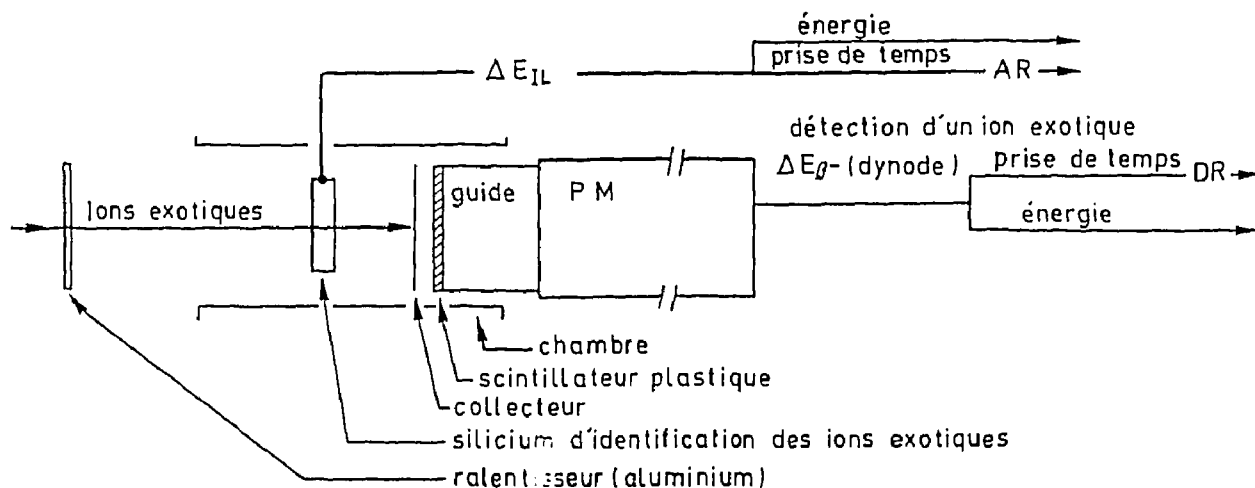


Fig. 12

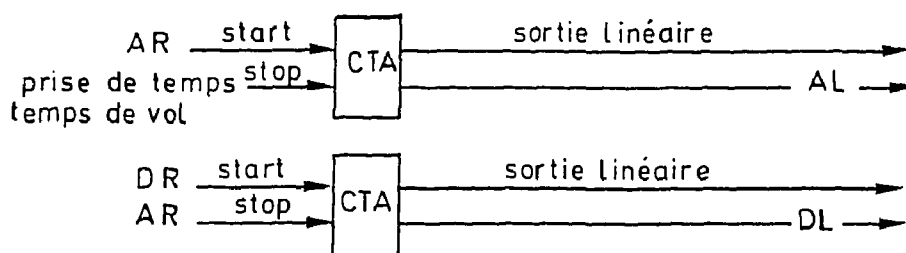


Fig. 13

La mesure des valeurs ΔE_{IL} , temps de vol associées à chaque ion exotique permet de les identifier en A et en Z.

Cette mesure permet de réaliser le réglage de l'ensemble LISE 3 pour sélectionner préférentiellement un ion exotique choisi.

Des ralentisseurs en aluminium d'épaisseur variable sont montés sur une roue télécommandée en amont. Ils permettent de ralentir plus ou moins le faisceau d'ions. Ceux-ci doivent s'implanter dans le collecteur le plus près possible de la face de sortie. Dans le cas où l'épaisseur des ralentisseurs est insuffisante, les ions s'implantent dans le scintillateur plastique, et un signal proportionnel à l'énergie est délivré par le PM sur la sortie dynode (cf : annexes 1, a et 3,3).

2) Les paramètres linéaires

ΔE_{IL} : énergie laissée dans le silicium par l'ion exotique (mot 4)

T. de V. : temps de vol de l'ion exotique (cf. figure 13) (mot 3)

ΔE_{β^-} (sortie dynode) : énergie laissée dans le scintillateur plastique par un ion exotique qui sort du collecteur (mot 6)

Temps ΔE_{β^-} (dynode), ΔE_{IL} (mot 5).

3) Les paramètres logiques

a) voies rapides

Nom	origine	fonction
AR	prise de temps ΔE_{IL}	Maître moniteur
DR	prise de temps ΔE_{β^-} (dynode)	Maître simple

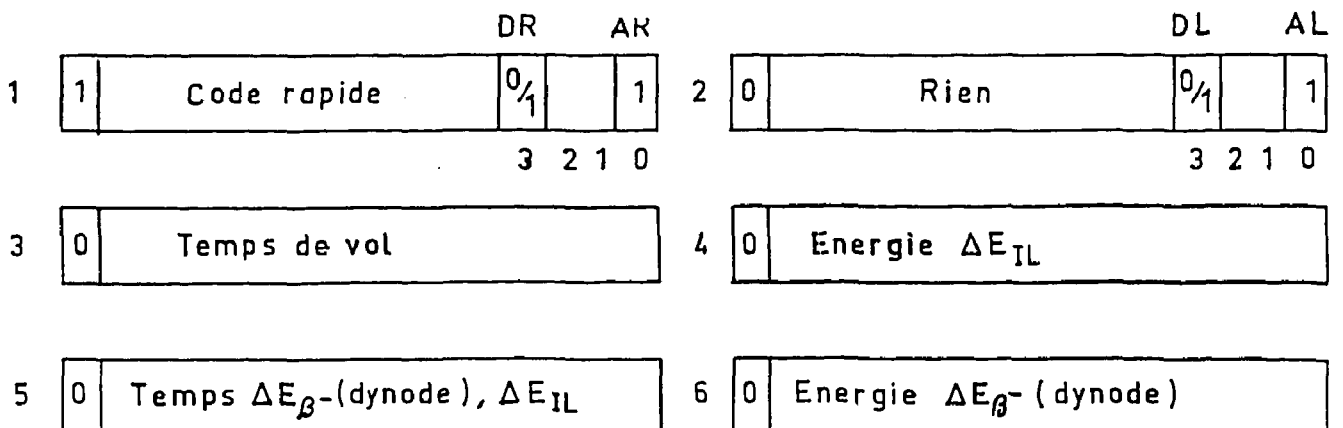
La fenêtre du corrélateur rapide est ouverte dès que AR est présent. A la fin de la fenêtre un ordre OPA est lancé que DR soit présent ou non durant le temps d'ouverture.

b) voies lentes

Nom	origine	fonction
AL	sortie logique du CTA temps de vol	coïncidence
DL	sortie logique du CTA ΔE_{β^-} (dynode), ΔE_{IL}	coïncidence si DR est présent

Si les conditions lentes sont satisfaites, un ordre d'analyse (OA) est généré, et un RAZ dans le cas contraire.

4) Structure de l'événement



III - Mesure des périodes, étude des γ

1) Principe

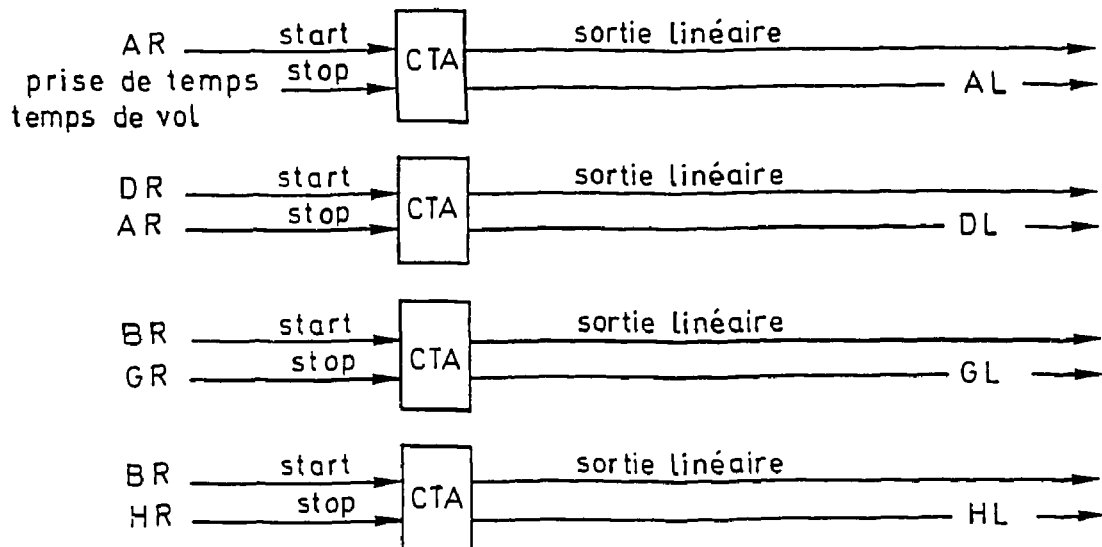
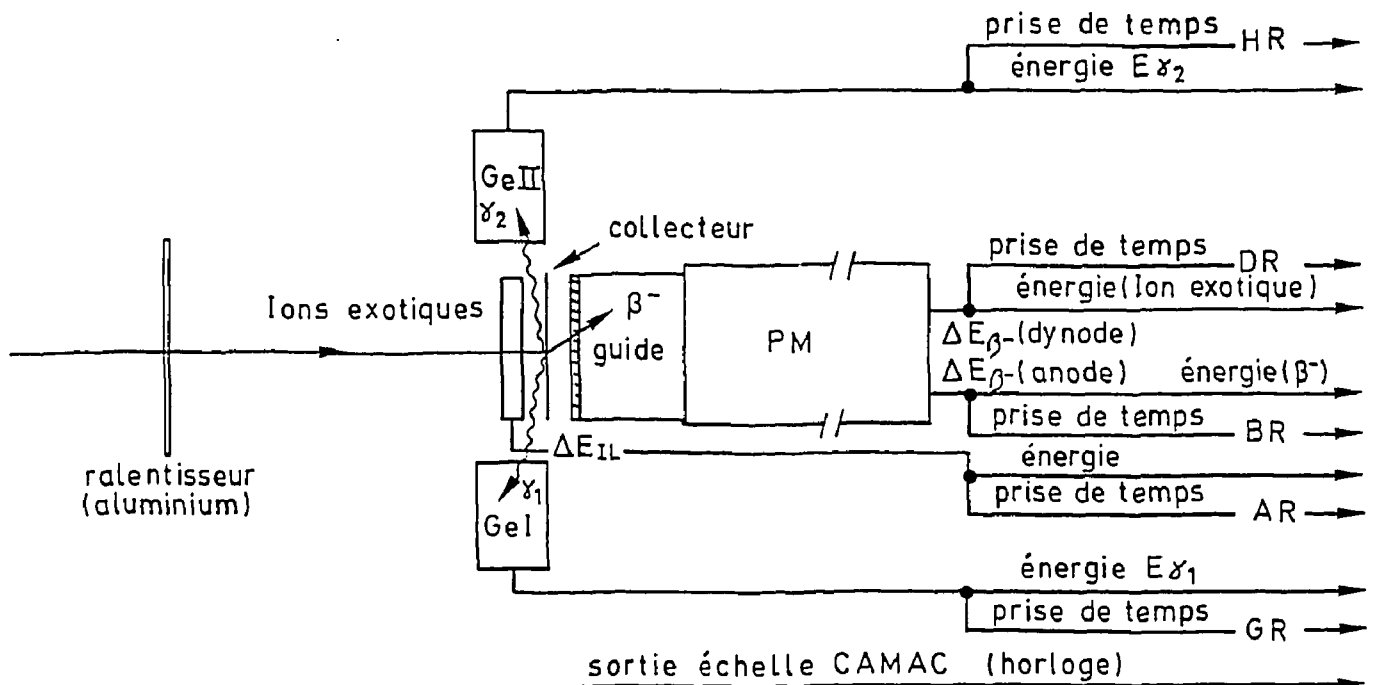


Fig. 14

La prise de temps ΔE_{IL} , en coïncidence avec la prise de temps temps de vol, déclenche le timer (figure 15) qui ouvre une fenêtre T de largeur fixe ΔT (avec : $100 \text{ ms} < \Delta T < 1,5 \text{ s}$), et remet l'échelle des temps à zéro. Si un β^- est détecté par le scintillateur plastique durant le temps d'ouverture de la fenêtre T, le nombre d'impulsions délivrées par l'horloge et comptées par l'échelle entre l'instant d'arrivée de l'ion exotique et l'instant d'arrivée du β^- permet de connaître le temps écoulé entre ces deux événements. Les contraintes imposées sur l'ouverture de la fenêtre T sont indiqués sur le schéma logique de la figure 16. En outre, la prise de temps ΔE_{IL} ainsi que la coïncidence ΔE_{IL} , temps de vol, sont inhibées pendant une période de $200 \mu\text{s}$ après la fin du temps d'ouverture de la fenêtre T, afin d'éviter que l'impulsion fin d'ouverture (CR) ne tombe dans le temps mort des corrélateurs rapide et lent, ou de l'acquisition.

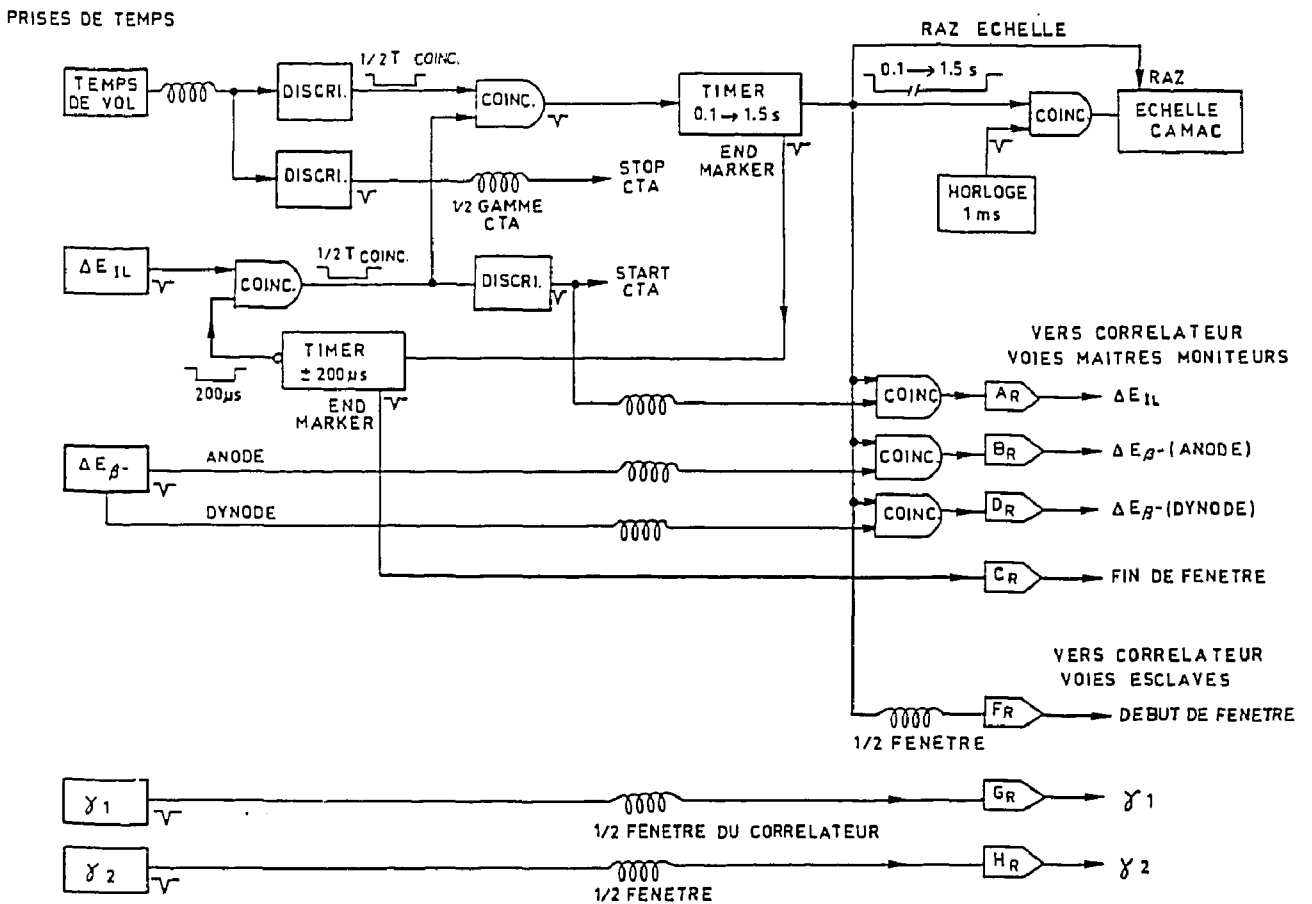


Fig. 15 : Electronique logique associée à la mesure des périodes et à l'identification des raies γ

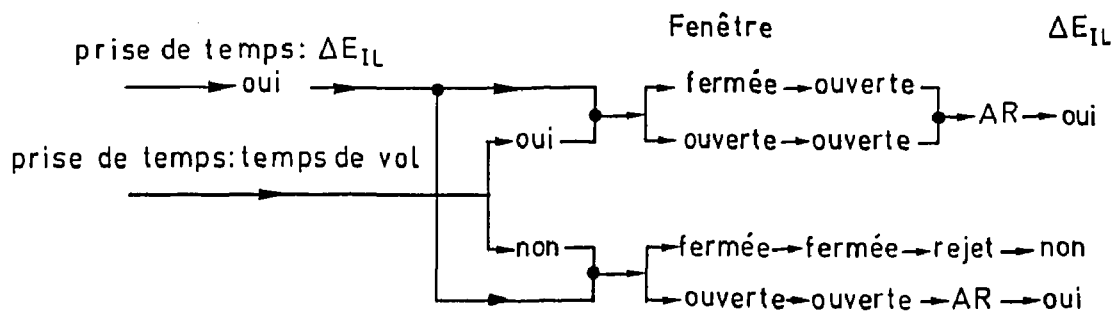


Fig. 16 : Conditions d'ouverture de la fenêtre T.

2) Les paramètres linéaires

Il y a 10 paramètres linéaires numérotés de 3 à 12 au paragraphe (I, 3)

3) Les paramètres logiques

a) voies rapides

Nom	Fonction
AR	maître moniteur (n'est présenté au corrélateur rapide que si la fenêtre T est ouverte)
BR	maître moniteur (n'est présenté au corrélateur rapide que si la fenêtre T est ouverte)
CR	maître moniteur
DR	maître moniteur (n'est présenté au corrélateur rapide que si la fenêtre T est ouverte)
FR	marquage (esclave)
GR	marquage (esclave)
HR	marquage (esclave)

La contrainte sur ces paramètres logiques est la suivante :

$$(AR + BR + CR) \bullet \overline{DR} + AR \bullet DR = 1 \quad (1)$$

en d'autres termes :

si DR est absent on retient les 7 possibilités $(AR + BR + CR)$, et si DR est présent, on exige la présence de AR quel que soit l'état de BR et CR (4 possibilités)

b) voies lentes

Nom	Fonction
AL	coïncidence si AR présent
DL	marquage
GL	marquage
HL	marquage

4) Structure de l'événement

Les événements sont de longueur fixe, douze fois 16 bits plus éventuellement un mot de tête (FFFF), (cf paragraphe I,3). Ils se regroupent par cycle associé à un temps d'ouverture de la fenêtre T. Ce regroupement peut se faire en utilisant dans le mot code rapide les bits suivants :

le bit 5 : FR début d'ouverture de la fenêtre T,

le bit 2 : CR fin d'ouverture de la fenêtre T.

Un cycle est constitué par :

	bit 2	bit 5
α) Un premier événement (début de cycle) avec, dans le code rapide :	0	1
β) Un ensemble d'événements (suite) avec, dans le code rapide :	0	0
γ) un dernier événement (fin de cycle) avec, dans le code rapide :	1	0

Le dernier événement est généré par la seule présence de CR, maître moniteur qui déclenche les corrélateurs rapide et lent ; dans cet événement, les mots 3 à 6 et 8 à 12 sont à zéro, sauf si un β^- s'est présenté à l'instant de la fermeture de la fenêtre T.

Le faisceau de l'accélérateur étant interrompu dès l'ouverture de la fenêtre T, on ne doit pas, en principe, trouver d'événement dans lequel $AR = 1$ dans le code rapide et avec $FR = 0$ et $CR = 0$. Si de tels événements se présentent, le programme d'acquisition doit les contrôler et les signaler pour que l'on puisse diminuer l'intensité du faisceau.

On notera que dans le 1er événement (début de cycle), et dans le dernier événement (fin de cycle), l'échelle mesurant le temps est prélevée (mot horloge). Il est donc de ce fait possible de vérifier le bon déroulement du cycle.

IV - Coïncidences $\beta - \gamma - \gamma$

1) Principe

Les coïncidences $\gamma - \gamma$ permettent de réaliser un début de schéma de niveaux du noyau fils de l'ion exotique étudié. Une coïncidence $\gamma - \gamma$ n'est retenue que si elle est validée par la présence d'un β^- associé, en principe, à la désintégration β^- de l'ion exotique.

Il est à noter que l'on va retenir comme événement une fraction des ions exotiques qui traversent le détecteur ΔE_{IL} , dans le but de vérifier la bonne stabilité de l'ensemble LISE 3.

Le schéma de principe de l'expérience est identique au précédent (paragraphe (III, 1), figure 14), excepté l'horloge qui est supprimée dans ce cas.

2) les paramètres linéaires

Il y a 9 paramètres linéaires numérotés de 3 à 6 et de 8 à 12 au paragraphe (I, 3)

3) les paramètres logiques

a) voies rapides

Nom	Fonction
AR	maître moniteur
BR	maître moniteur
DR	maître simple ou marquage (esclave)
GR	maître simple
HR	maître simple

Les contraintes sur les paramètres peuvent être de deux types :

α) DR est maître simple

On doit vérifier au niveau du corrélateur rapide la condition logique suivante :

$$AR + BR \bullet HR \bullet GR \bullet \overline{DR} + AR \bullet DR = 1 \quad (2)$$

En d'autres termes, il y a un ordre de préanalyse (OPA) si :

- AR est présent quels que soient BR, DR, HR, GR (ces paramètres sont prélevés s'ils se présentent dans la fenêtre rapide du corrélateur)
- Il y a une coïncidence triple $\beta - \gamma_1 - \gamma_2$, mais alors DR doit être absent
- Si DR est présent, AR doit l'être également quels que soient BR, HR et GR

β) DR est en marquage

On vérifie au niveau du corrélateur rapide la condition logique suivante :

$$AR + BR \bullet HR \bullet GR = 1 \quad (3)$$

La condition (2) est vérifiée au niveau du programme d'acquisition, qui doit également vérifier qu'il n'y a pas trop d'événements dans lesquels DR est présent (ion exotique sortant du collecteur et pénétrant dans le scintillateur plastique).

b) voies lentes

Nom	Fonction
AL	marquage
DL	marquage
GL	coïncidence si GR est présent
HL	coïncidence si HR est présent

4) Structure de l'événement

Pour contrôler a posteriori le bon déroulement de l'expérience, on met sur bande une fraction seulement des événements du type AR quels que soient BR, DR, HR, GR.

Les événements sont de longueur fixe, douze fois 16 bits plus éventuellement un mot de tête (FFFF), (cf paragraphe I, 3).

Le septième mot (horloge) ne contient rien.

V - Mesure des Q_β

1) Principe

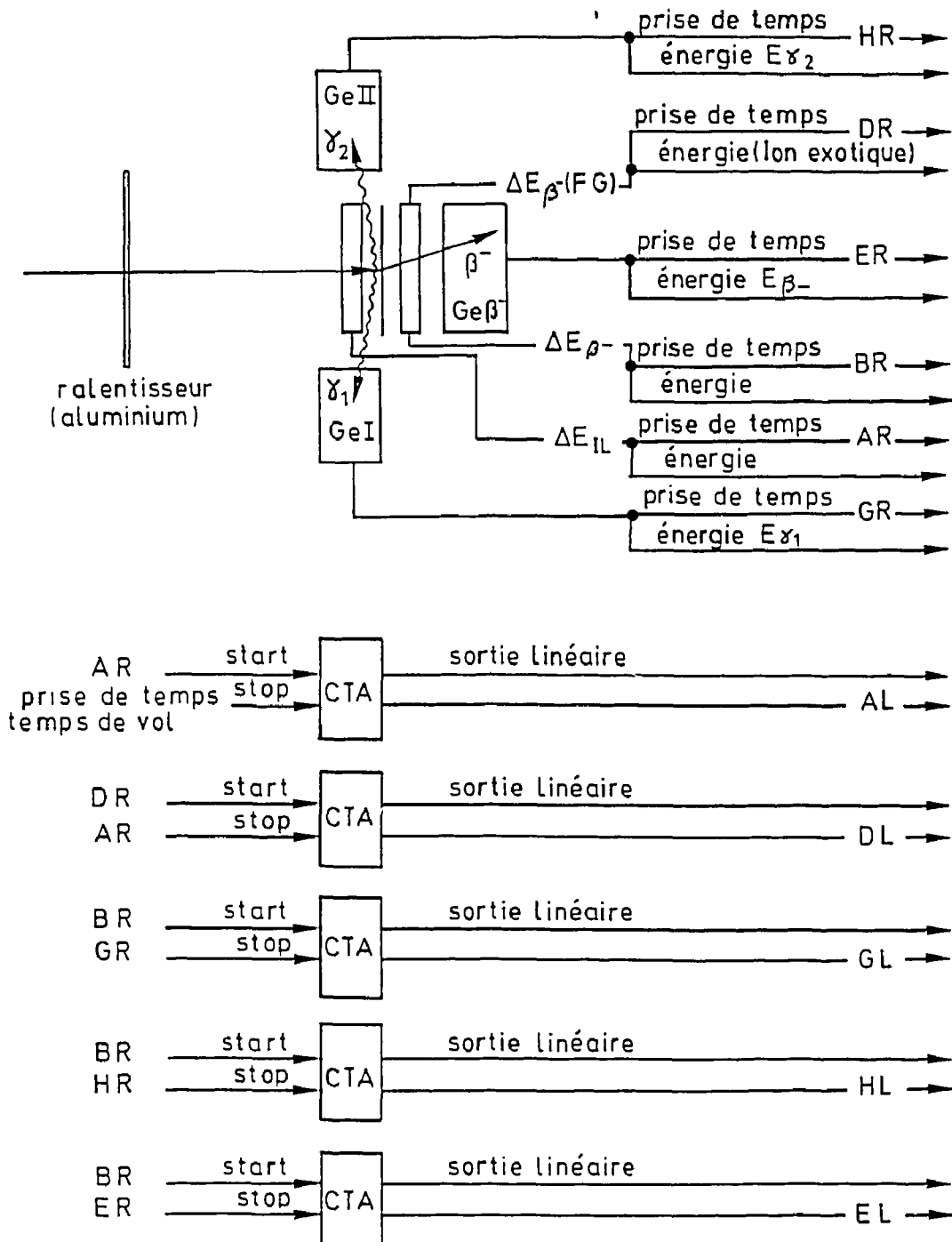


Fig. 17

Le principe de cette expérience est toujours le même ; on a simplement ajouté 2 paramètres logiques : ER et EL et deux paramètres linéaires : $E_{\beta-}$ et $t_{\Delta E_{\beta-}, G_{e_{\beta-}}}$.

2) les paramètres linéaires

Il y a onze paramètres linéaires numérotés de 3 à 6 et de 8 à 14 au paragraphe (I,3)

3) les paramètres logiques

a) voies rapides

Nom	Fonction
AR	maître moniteur
BR	maître moniteur
DR	maître simple ou marquage (esclave)
ER	maître simple ou marquage (esclave)
GR	maître simple
HR	maître simple

Les contraintes sur ces paramètres peuvent être de deux types :

α) DR, ER sont en maître simple

On doit vérifier au niveau du corrélateur rapide la condition logique suivante :

$$AR + BR \bullet ER \bullet (HR + GR) \bullet \overline{DR} + AR \bullet DR = 1 \quad (4)$$

En d'autres termes, il y a un ordre de préanalyse (OPA) si :

- AR est présent quels que soient BR, DR, ER, GR, HR ;
- Il y a une coïncidence double $\beta - \gamma_1$ ou $\beta - \gamma_2$ ou triple $\beta - \gamma_1 - \gamma_2$, mais alors DR doit être absent ;
- Si DR est présent, AR doit l'être également quels que soient BR, ER, HR, GR.

β) ER et DR sont en marquage

On vérifie au niveau du corrélateur rapide la condition logique suivante :

$$AR + BR \bullet (HR + GR) = 1 \quad (5)$$

La condition (4) est vérifiée au niveau du programme d'acquisition, qui doit vérifier également qu'il n'y a pas trop d'événements dans lesquels DR est présent.

b) voies lentes

Nom	Fonction
AL	marquage
DL	marquage
EL	marquage
GL	marquage
HL	marquage

Au niveau du programme d'acquisition, on vérifie que :

EL est présent si ER est présent
GL est présent si GR est présent et HR absent
HL est présent si HR est présent et GR absent

et la condition $(GL + HL) = 1$ si GR et HR sont présents

4) Structure de l'événement

Pour contrôler a posteriori le bon déroulement de l'expérience, on met sur bande seulement une fraction des événements du type AR quels que soient BR, DR, ER, HR, GR.

Les événements sont de longueur fixe, quatorze fois 16 bits plus éventuellement un mot de tête (FFFF), (cf paragraphe I, 3).

Le septième mot (horloge) ne contient rien.

Mesures de périodes radioactives

I - Généralités

Dans les mesures de périodes radioactives interviennent les grandeurs suivantes :

N_{oi} :	nombre initial de noyaux radioactifs d'espèce i ,
λ_i :	constante radioactive de l'espèce i ,
$\mathcal{N}_o = \sum_i \lambda_i N_{oi}$:	activité initiale totale,
$\mathcal{N} = \sum_\alpha \lambda_\alpha N_\alpha$:	activité liée au bruit de fond où N_α et λ_α sont les divers constituants du bruit de fond,
ϵ :	efficacité du système de détection.

Le processus de décroissance est régi par une distribution exponentielle. La statistique attachée à ces mesures suit la distribution de Poisson pour autant que les valeurs N_{oi} soient grandes, $\lambda_i \Delta t = p_i$ petits et constants.

Les techniques de mesure et les expressions mathématiques utilisées vont dépendre de la valeur des paramètres donnés plus haut. Si les valeurs de N_{oi} sont grandes, les λ_i très différents et \mathcal{N} faible devant \mathcal{N}_o , la mesure et l'extraction des divers paramètres ainsi que de leurs erreurs sont simples. Les techniques d'extraction des paramètres les plus couramment utilisées sont alors :

soit la représentation graphique en coordonnées semi-logarithmiques de $(\mathcal{N}_o + \mathcal{N})$ en fonction de t pour des intervalles de comptage Δt tels que $\Delta t \ll 1/\lambda_i$,

soit une analyse des données par la méthode des moindres carrés.

Dans le cas graphique, les erreurs ne peuvent qu'être estimées tandis que pour la méthode en χ^2 , la précision des résultats dépendra surtout de la connaissance exacte du nombre de constituants i et des conditions initiales sur les N_{oi} et λ_i .

Dans tous les cas, les choses se compliquent fortement lorsqu'on est en présence d'une ou plusieurs chaînes radioactives avec des filiations plus ou moins longues.

Si la distribution de Poisson s'applique parfaitement à la représentation du bruit de fond ($\sum_\alpha N_\alpha$ est toujours très grand), il n'en est pas toujours de même pour les N_{oi} des espèces étudiées. Dans ce cas, la distribution pourra aussi être de type binomiale ou multinomiale et les expressions mathématiques deviennent vite compliquées. Même dans le cas de distribution de Poisson, les erreurs sur les divers paramètres ne s'expriment simplement que si N_{oi} est très grand, sans que les limites de cette contrainte soient jamais précisées.

De nombreux auteurs (Peierls [15], Bartlett [16], Jaffey [17], Cleveland [18]...) ont analysé divers cas pratiques au moyen du formalisme appelé Maximum de Vraisemblance (Maximum Likelihood ou M.L.). Cette approche est la seule possible lorsqu'on se trouve en présence d'un nombre très réduit d'informations.

II - Définition de la fonction de vraisemblance

1) Fonction de vraisemblance en l'absence de bruit de fond.

On suppose une fonction de densité de probabilité (f.d.p.) de type exponentiel.

$$p(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

Le calcul de la probabilité d'observer r décroissances d'un nombre N de noyaux de constante radioactive λ durant l'intervalle de temps $[0, T]$ et détectées aux temps t_1, t_2, \dots, t_r conduit à l'expression :

$$L(\lambda|t; T) = \frac{N!}{(N-r)!} \lambda^r e^{-\lambda r \bar{t}} e^{-(N-r)\lambda T}$$

où t représente l'ensemble des t_1, t_2, \dots, t_r , $\bar{t} = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r t_i$ et $r \leq N$.

On désignera par $\{t\}_r^T$ un ensemble de r données t détectées sur un intervalle $[0, T]$.

Dans la majorité des cas, les N noyaux présents au temps $t = 0$ résultent d'une production à partir d'une cible de N_c noyaux/cm² bombardée par un faisceau de N_p particules par unité de temps. Comme, en général, la probabilité p de la réaction ($p = \sigma N_c$ où σ est la section efficace) est très petite et N_p très grand, la probabilité de former N noyaux radioactifs suit la distribution de Poisson et s'écrit :

$$p_N(N_p) = \frac{a^N e^{-a}}{N!} \quad \text{où } a = p N_p$$

Il s'en suit que la probabilité cherchée est le produit de la probabilité L , sommée sur toutes les valeurs possibles de N , et de la probabilité p_N . La fonction de vraisemblance s'écrit :

$$\mathcal{L}(a, \lambda|t; T) = \sum_{N=r}^{\infty} L \otimes p_N = \sum_{N=r}^{\infty} \frac{a^N}{N!} e^{-a} \lambda^r e^{-r\lambda \bar{t}} e^{-(N-r)\lambda T} = e^{-m} \prod_{i=1}^r a \lambda e^{-\lambda t_i}$$

où $m = \int_0^T a \lambda e^{-\lambda t} dt$

On désignera par $\rho(t) = a \lambda e^{-\lambda t}$ la f.d.p.

2) Fonction de vraisemblance pour un ensemble de noyaux radioactifs d'espèces différentes (sources de périodes différentes) et indépendantes.

Ce cas exclut les noyaux issus de filières radioactives.

Soit une source ayant un taux moyen de $a \lambda_\alpha$ désintégrations par unité de temps. Le nombre de désintégrations r_α détectées dans des intervalles de temps fixes Δt suit une loi de Poisson de moyenne $\lambda_\alpha \Delta t$. Il en est de même pour toute autre source k . L'ensemble des désintégrations observées suivra également une distribution de Poisson avec une valeur moyenne (V.M.) égale à la somme des V.M. individuelles de chaque source. La f.d.p. la plus générale s'écrit :

$$\rho(t) = \sum_{\alpha=1}^n \rho_\alpha(t)$$

avec $\rho_\alpha = a_\alpha \lambda_\alpha e^{-\lambda_\alpha t}$ et n = nombre d'espèces différentes.

Le bruit de fond n'est qu'un cas particulier où λ_α est très petit.

$$\rho_b = a_b \lambda_b \equiv b$$

et pour le cas habituel d'une source radioactive en présence d'un bruit de fond il vient :

$$\rho(t) = b + a \lambda e^{-\lambda t}$$

avec b , taux de bruit de fond et a , nombre de noyaux présents à $t = 0$.

On peut définir l'ensemble θ_j de paramètres $(b, a, \lambda) \equiv \bar{\theta}$ tel que la fonction de vraisemblance s'écrit :

$$\mathcal{L}(\bar{\theta}|t;T) = e^{-m} \prod_{i=1}^r \rho(ti)$$

et $m = \int_0^T (b + a\lambda e^{-\lambda t}) dt$ est la valeur moyenne de $\rho(t)$ sur l'intervalle $[0, T]$.

Les paramètres inconnus $\bar{\theta}$ pourront être déterminés à partir d'un grand nombre d'observations $\{t\}_r^T$. Rappelons que la fonction \mathcal{L} est normalisée c'est-à-dire :

$$\int_{\omega} \mathcal{L}(\bar{\theta} | t; T) dt = 1 \quad \omega \text{ est l'espace total pour les variables } t.$$

Selon le principe de maximum de vraisemblance, il est possible de trouver un jeu de paramètres $\hat{\theta}$ (ou estimateurs) parmi tous les $\bar{\theta}$ permis qui rendent la fonction \mathcal{L} maximale à savoir

$$\mathcal{L}(\hat{\theta} | t; T) \geq \mathcal{L}(\bar{\theta} | t; T)$$

Si la fonction \mathcal{L} est deux fois différentiable en fonction des $\bar{\theta}$, cette condition s'écrit :

$$\left. \frac{\partial \mathcal{L}(\bar{\theta}|t)}{\partial \bar{\theta}} \right|_{\bar{\theta}=\hat{\theta}} = \left. \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}} e^{-m} \prod_{i=1}^r \rho(ti) \right|_{\bar{\theta}=\hat{\theta}} = 0 \quad (1)$$

et

$$U(\hat{\theta}) = \left. \frac{\partial^2 \ell n \mathcal{L}}{\partial \bar{\theta}_i \partial \bar{\theta}_j} \right|_{\bar{\theta}=\hat{\theta}} < 0 \quad (2)$$

la condition sur la fonction $\ell n \mathcal{L}$ étant équivalente, dans la forme quadratique définie par la matrice $U(\bar{\theta})$, à celle sur la fonction \mathcal{L} elle-même.

Les variances sur les paramètres $\bar{\theta}$ se déduisent à partir de la matrice covariante :

$$V_{ij}^{-1}(\bar{\theta}) = - \left. \frac{\partial^2 \ell n \mathcal{L}}{\partial \bar{\theta}_i \partial \bar{\theta}_j} \right|_{\bar{\theta}=\hat{\theta}} \quad (3)$$

où les valeurs diagonales doivent être positives. Cette dernière relation n'est valable que pour des échantillons $\{t\}_r^T$ avec r assez grand. Dans le cas contraire, les paramètres $\bar{\theta}$ et leurs variances peuvent être estimés à partir de simulations ; on effectue des tirages aléatoires sur les distributions $\{t\}_r^T$ suivant la f.d.p. $\rho(t)$ (r est aussi une variable aléatoire), puis l'on résout le système (1) et vérifie la condition (2). Si l'on représente graphiquement les expressions $\frac{\bar{\theta}_i - \hat{\theta}_i}{\sigma_{\theta_i}}$, on doit obtenir une distribution proche d'une distribution normale réduite $N(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$, d'autant plus que le nombre de désintégrations est grand.

Remarques

- la solution du système (1) n'existe pas toujours (pas d'extremum) ; il existe en outre des solutions négatives qui doivent être rejetées (on peut démontrer mathématiquement que, pour $b = 0$, il existe une solution où a et λ sont négatifs pour autant que $\bar{t} > \frac{T}{2}$). Un contrôle de la validité des solutions trouvées consiste à vérifier la relation :

$$m = r$$

- le paramètre λ est un paramètre biaisé ; le calcul de la valeur moyenne de $T_{1/2}$ sur un grand nombre de tirages doit se faire à l'aide du paramètre $\tau = \frac{1}{\lambda}$ qui est non biaisé (rappelons qu'un estimateur est non biaisé si les valeurs estimées à partir d'un ensemble d'observations fini sont distribuées de manière symétrique autour de sa vraie valeur). Ceci n'est valable que pour $b = 0$.

- les techniques de résolution du système (1), par itérations numériques, peuvent être remplacées par des algorithmes de recherche d'extrema avec ou sans contraintes (méthode du gradient par exemple)

- les fonctions \mathcal{L} peuvent dépendre d'autres paramètres tel que ϵ (efficacité du détecteur)
- si N est connu, la fonction \mathcal{L} possède une distribution binomiale

3) Résultat des simulations

De nombreux calculs et simulations ont été effectués pour les f.d.p. :

$$\begin{aligned} \rho_d(t) &= b + a\lambda e^{-\lambda t} && \text{décroissance} \\ \rho_c(t) &= b + \mathcal{A}(1 - e^{-\lambda t}) && \text{croissance } (\mathcal{A} \text{ est une activité}) \\ \rho_i(t) &= \rho_c(t) \otimes \rho_d(t) && \text{avec } a = f(\mathcal{A}) \end{aligned}$$

d'où il est possible de tirer les conclusions suivantes :

- dans la majorité des cas, un ensemble $\{t\}_r^T$ où $r \geq 50$ constitue un échantillonnage suffisant pour obtenir une solution du système (1) et pour pouvoir utiliser l'expression mathématique (3) pour le calcul de la variance

- les cas avec $b \simeq 0$ convergent difficilement ; il vaut mieux bloquer b et résoudre le système (1) avec a et λ comme seuls paramètres

- pour le calcul de $\rho_d(t)$ il y a intérêt à choisir l'intervalle $[0, T]$ suffisamment grand ($T \geq 6 \times T_{1/2}$) ; pour la f.d.p. $\rho_c(t)$ tous les t_i de la distribution $\{t\}_r^T$ arrivant après un temps $t \geq 4 \times T_{1/2}$ n'apportent plus guère d'informations concernant λ : ils sont distribués comme les $\{t\}_r^T$ issus du bruit de fond (activité à saturation) et renforcent ce dernier

- pour les cas où r est faible, les variances sont dissymétriques

- pour les analyses au "coup par coup" (une seule expérience avec un seul jeu $\{t\}_r^T$), il est indifférent d'utiliser τ ou λ

- lorsque l'on étudie une filiation radioactive, le système (1) se complique et il est très difficile d'obtenir une solution acceptable, sauf pour des λ très différents et un nombre de désintégrations r assez élevé

- les méthodes basées sur la résolution du système (1) et les méthodes utilisant la technique du gradient donnent les mêmes solutions, quand elles existent, avec un avantage en temps de calcul pour la seconde.

III - Expériences proposées

Dans le cas des expériences prévues auprès du spectromètre LISE, les noyaux produits sont individuellement identifiés en Z et A . Le temps d'implantation t_0 de chaque ion dans le

collecteur donne le temps origine de la mesure et l'on relève les temps d'arrivée des électrons émis soit par le noyau collecté soit par le bruit de fond. Le taux de bruit de fond b peut être connu ou inconnu. Il en est de même de l'efficacité ϵ du dispositif de détection (en général $\epsilon < 1$). La durée de comptage T est fixe et choisie de l'ordre de 6 fois la période attendue.

Deux techniques peuvent être envisagées :

1) les noyaux radioactifs arrivent au hasard dans le collecteur ; leur distribution suit la loi de Poisson. La fonction M.L. est celle décrite précédemment.

2) à chaque implantation le système de production est bloqué durant un temps T ; dans ce cas on suit l'évolution d'un noyau qui peut :

- se désintégrer dans l'intervalle $[0, T]$ et être détecté ou non ($\epsilon < 1$)
- ne pas se désintégrer dans l'intervalle $[0, T]$ mais après.

Si le nombre de noyaux formés est petit durant le temps T , la probabilité que la désintégration puisse être attribuée à un noyau collecté après T est faible.

Un calcul simple montre que :

$$\mathcal{L}(b, \lambda | t; T) = \prod_{i=1}^N \left[b^{r_i} e^{-bT} (1 - \epsilon(1 - e^{-\lambda T})) + \epsilon \lambda b^{r_i-1} e^{-bT} \sum_{k=i}^{r_i} e^{-\lambda t_k} \right]$$

où r est le nombre total de désintégrations observées à chaque implantation

N est le nombre total d'implantations ou de noyaux identifiés.

On résoud le système

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\bar{\theta} | t)}{\partial \theta} = 0$$

où $\bar{\theta}$ concerne l'ensemble des trois paramètres b, λ et ϵ .

Si ϵ et (ou) b sont connus, le système se réduit à 1 (2) équation(s).

Contrairement à la fonction M.L. donnée précédemment, $a(\equiv N)$ est connu.

N.B. Par suite de l'accumulation des produits de filiation, dont la plupart sont radioactifs, b n'est pas constant. Une procédure consiste alors à sélectionner un émetteur β de période connue, décroissant vers un noyau stable ; on peut alors supposer b constant et connu et déterminer ainsi ϵ . Ensuite, on analysera un ensemble d'implantations N' ($N' < N$) pour lesquelles on suppose b constant. Il existe cependant certaines contraintes sur b : le taux de bruit de fond ne peut être trop élevé durant l'intervalle de comptage $[0, T]$ puisqu'il ne peut y avoir au maximum qu'un seul β utile détecté durant ce même temps.