

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
SISTEMAS DE PROCESSOS QUÍMICOS E INFORMÁTICA

**Análise Termofluidodinâmica de Reatores Nucleares de
Pesquisa Refrigerados a Água em Regime de Convecção Natural**

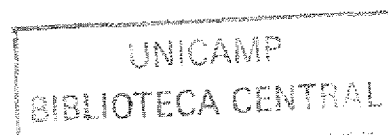
Autor: Maria Auxiliadora Fortini Veloso
Orientador: Prof. Dr. Elias Basile Tambourgi

Tese submetida à comissão de Pós-Graduação da Faculdade de
Engenharia Química da Universidade Estadual de Campinas
como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do Título de
Doutor

CAMPINAS

Agosto/2004

I



UNIDADE	AC
Nº CHAMADA	UNICAMP
V	V546a
EX	
TOMBO BCI	62616
PROC.	16-86-05
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	1,00
DATA	1.º/3/05
Nº CPD	

Bibid 343341

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

V546a Veloso, Maria Auxiliadora Fortini
Análise termofluidodinâmica de reatores nucleares de pesquisa refrigerados a água em regime de convecção natural / Maria Auxiliadora Fortini Veloso.--Campinas, SP: [s.n.], 2004.

Orientador: Elias Basile Tambourgi.
Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Química.

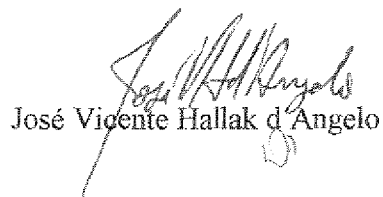
1. Reatores nucleares. 2. Calor - Transferência. 3. Refrigeração. 4. Calor-Convecção natural. I. Tambourgi, Elias Basile. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Química. III. Título.

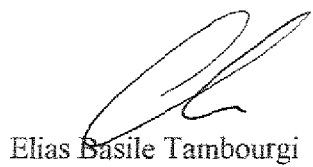
Tese de doutorado defendida , em 31 de agosto de 2004 , por Maria
Auxiliadora Fortini Veloso e aprovada pela banca constituída pelos seguintes doutores:


Cláudia Pereira Bezerra Lima


Maria Angélica Garcia de Carvalho


Luiz Carlos Bertevello


José Vicente Hallak d'Angelo


Elias Basile Tambourgi

Esta versão corresponde à final da tese de doutorado defendida por Maria Auxiliadora Fortini Veloso , em 31 de agosto de 2004.



Prof Dr Elias Basile Tambourgi – orientador

Para meus pais, Walter e Lia,
que sempre estimularam
em seus filhos e filhas
a vontade de saber.

Para meus filhos, Bruno e Livia

AGRADECIMENTOS

Ao Dr. Paulo de Carvalho Tofani pela confiança em mim depositada, sugestão do tema, orientação e fornecimento de ampla documentação técnica a respeito dos reatores de pesquisa.

Ao Prof. Dr. Elias Basile Tambourgi da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Estadual de Campinas, pela orientação, apoio e incentivo que me possibilitaram chegar até à defesa deste trabalho.

À Universidade Federal de Minas Gerais e ao Departamento de Engenharia Nuclear por facultarem o desenvolvimento deste estudo no programa de trabalho desta instituição.

Aos professores, funcionários e alunos, colegas e amigos, do Departamento de Engenharia Nuclear da Universidade Federal de Minas Gerais pelo incentivo.

À direção do Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear (CDTN) por permitir a utilização de dados técnicos referentes ao reator e aos engenheiros Amir Zacarias Mesquita e Hugo César Resende pela valiosa ajuda e colaboração na obtenção dos resultados experimentais.

À minha irmã Ângela, companheira e amiga solidária, pela insubstituível presença no dia-a-dia da escola.

Aos meus filhos, Bruno e Tati, pelo carinho e compreensão nos momentos de angústia.

Muito especialmente, agradeço ao Marcelo, amigo, companheiro e crítico severo, pelos comentários e sugestões sem os quais este trabalho teria sido bem mais difícil.

RESUMO

O programa computacional STHIRP-1 (Simulação Termo-Hidráulica de Reatores de Pesquisa), cujos fundamentos são descritos neste trabalho, utiliza os princípios da técnica de subcanais e tem a capacidade de simular, em condições estacionárias e transitórias, os fenômenos térmicos e hidráulicos que ocorrem no núcleo de um reator de pesquisa refrigerado a água sob regime de convecção natural. Os modelos e correlações empíricos necessários para descrição das grandezas do escoamento que não podem ser descritos por relações teóricas foram selecionados de acordo com as características de operação do reator. Apesar de o objetivo primeiro ser o cálculo de reatores de pesquisa, a formulação utilizada para descrever o escoamento do fluido e a condução térmica nos elementos aquecedores é suficientemente geral para estender o uso do programa a aplicações em reatores de potência e a outros sistemas térmicos que tenham as características representadas pelas equações do programa. Para demonstrar a capacidade analítica de STHIRP-1, foram feitas comparações entre resultados calculados e medidos no reator de pesquisa TRIGA IPR-R1 do CDTN/CNEN. Os resultados indicam que o programa reproduz com boa precisão valores de temperaturas medidos à saída dos subcanais. No entanto, resultados experimentais mais consistentes deverão ser usados no futuro para corroborar a validação do programa.

Palavras-chave: análise por subcanais, código de subcanais, convecção natural, reatores de pesquisa, reatores de pesquisa tipo Triga.

ABSTRACT

The STHIRP-1 computer program, which fundamentals are described in this work, uses the principles of the subchannels analysis and has the capacity to simulate, under steady state and transient conditions, the thermal and hydraulic phenomena which occur inside the core of a water-refrigerated research reactor under a natural convection regime. The models and empirical correlations necessary to describe the flow phenomena which can not be described by theoretical relations were selected according to the characteristics of the reactor operation. Although the primary objective is the calculation of research reactors, the formulation used to describe the fluid flow and the thermal conduction in the heater elements is sufficiently generalized to extend the use of the program for applications in power reactors and other thermal systems with the same features represented by the program formulations. To demonstrate the analytical capacity of STHIRP-1, there were made comparisons between the results calculated and measured in the research reactor TRIGA IPR-R1 of CDTN/CNEN. The comparisons indicate that the program reproduces the experimental data with good precision. Nevertheless, in the future there must be used more consistent experimental data to corroborate the validation of the program.

Key words: subchannel analysis, subchannel codes, research reactors, Triga research reactor.

SUMÁRIO

NOMENCLATURA	xiii
1 INTRODUÇÃO	1
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
3 A TÉCNICA DE SUBCANAIS	13
3.1 APROXIMAÇÃO POR SUBCANAIS	15
3.1.1 Indexação dos Elementos de um Feixe de Vareta	19
3.2 EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO	23
3.2.1 Equação de Conservação da Massa	23
3.2.2 Equação de Conservação da Energia	26
3.2.3 Equação de Conservação da Quantidade de Movimento Axial	30
3.2.4 Equação de Conservação da Quantidade de Movimento Lateral	33
3.3 EQUAÇÕES DE DIFERENÇAS FINITAS	36
3.3.1 Equação da Continuidade	38
3.3.2 Equação da Energia	39
3.3.3 Equação do Momento Axial	44
3.3.4 Equação do Momento Transversal	46
3.4 SOLUÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO	48
3.4.1 Sumário das Fórmulas de Diferenças Finitas	49
3.4.2 Distribuição de Vazões de Massa Axiais	51
3.4.3 Distribuição de Entalpia	52
3.4.4 Distribuição de Pressões	57
3.4.5 Distribuições de Vazões de Massa Transversais	61

3.5	CONDIÇÕES DE CONTORNO	62
3.5.1	Pressão do Sistema	63
3.5.2	Entalpia ou Temperatura de Entrada	64
3.5.3	Potência Térmica	65
3.5.4	Vazão de Massa de Entrada	66
<hr/>		
3.6	PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL	73
3.6.1	Sumário das Equações.	73
3.6.2	Fluxograma Computacional	74
3.7	MODELOS CONSTITUTIVOS PARA O ESCOAMENTO	77
3.7.1	Propriedades Termofísicas do Fluido	77
3.7.2	Ebulição Sub-resfriada	85
3.7.3	Título de Vapor	87
3.7.4	Coefficientes de Atrito	90
3.7.5	Multiplicador de Atrito Bifásico	93
3.7.6	Fração de Vazio	95
3.7.7	Queda de Pressão em Obstáculo	101
3.7.8	Mistura Turbulenta	101
4	MODELO DE CONDUÇÃO TÉRMICA	106
4.1	EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DE CONDUÇÃO TÉRMICA	107
4.2	NODALIZAÇÃO DO CONDUTOR	108
4.3	EQUAÇÕES DE CONDUÇÃO NA FORMA DE DIFERENÇAS FINITAS	113
4.4	CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO	121
4.5	SUMÁRIO DAS FÓRMULAS DE DIFERENÇAS FINITAS	124
4.6	MÉTODO DE SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE CONDUÇÃO	124

4.7	CONEXÃO COM O MODELO DE ESCOAMENTO	129
4.8	RELAÇÕES CONSTITUTIVAS DO MODELO TÉRMICO	133
4.8.1	Coeficientes de Transferência de Calor	134
4.8.2	Fluxo de Calor Crítico	138
4.8.3	Condutância Interfacial	148
4.8.4	Modelo de Deformação	159
4.8.5	Pressão de Contato	163
4.8.6	Pressão Interna	164
4.8.7	Propriedades Físicas dos Materiais	165
5	UTILIZAÇÃO DE STHIRP-1	167
5.1	DESCRIÇÃO DO SISTEMA	167
5.1.1	Tanque do Reator	168
5.1.2	Núcleo do Reator	169
5.1.3	Elementos do Núcleo	171
5.1.4	Sistema de Refrigeração do Reator	174
5.2	MATERIAIS DOS ELEMENTOS COMBUSTÍVEIS	175
5.2.1	Características do Hidreto de Zircônio e Urânio	176
5.2.2	Propriedades do Hidreto de Zircônio e Urânio	183
5.2.3	Propriedades do Alumínio 1100-F	188
5.2.4	Propriedades do Aço Inoxidável AISI 304	192
5.3	LIMITES OPERACIONAIS	195
5.4	DADOS DE ENTRADA DE STHIRP-1	196
5.4.1	Dados Geométricos dos Subcanais	199
5.4.2	Distribuição Radial de Potência	200
5.4.3	Distribuição Axial de Potência	201
5.4.4	Resistência Hidráulica à entrada e Saída dos Subcanais	204
5.4.5	Propriedades dos Materiais do Combustível e do Revestimento	204
5.4.6	Modelos e Correlações Utilizados	205

5.4.7	Parâmetros de Cálculo	206
5.4.8	Condições Operacionais	206
5.4.9	Propriedades Termofísicas da Água	208
5.5	TESTES DO PROGRAMA STHIRP-1	179
5.5.1	Descrição dos Experimentos	208
5.5.2	Comparação entre Resultados Calculados e Medidos	210
5.5.3	Testes do Modelo de Condução Térmica	215
6	CONCLUSÕES	218
	REFERÊNCIAS	220
	APÊNDICE	
	Cálculo dos Dados Geométricos dos Subcanais	228

NOMENCLATURA

Símbolo	Descrição	Unidades
A	Área	m^2
a	área de interface de fases	m^2
C_k	coeficiente de condução térmica lateral	W/mK
C'_k	coeficiente definido pela Equação (4.2.5-16)	s^{-1}
c	calor específico	J/kgK
c_p	calor específico isobárico	J/kgK
c_{pf}	calor específico isobárico do líquido saturado	J/kgK
D	diâmetro	m
D_h	diâmetro hidráulico aquecido	m
D_w	diâmetro hidráulico molhado	m
[E]	operador de diferença	—
$[E]^T$	operador de soma	—
E	módulo de elasticidade do revestimento	Pa
e	energia total específica	J/kg
e_{ki}	elemento do operador [E]	—
\bar{e}_r	vetor unitário associado à coordenada radial	—
F_c	fator de forma de fluxo	—
F_h	função polar da altura manometria	—
Fr	número de Froude	—
F_s	fator de espaçador	—
f	coeficiente de atrito	—
f_a	fator axial de potência	—
f_q	fração de potência gerada no fluido	—
$f_{q''}$	fator da densidade volumétrica de potência	—
f_r	fator radial de potência	—
f_t	fator de momento turbulento	—

NOMENCLATURA

Símbolo	Descrição	Unidades
f_p	fator de densidade	–
f_{2000}	coeficiente de atrito a $Re = 2000$	–
f_{4000}	coeficiente de atrito a $Re = 4000$	–
G	fluxo de massa	kg/m^2s
Gr	número de Grashof	–
g	aceleração da gravidade	m/s^2
g	distância de salto de temperatura	m
H	altura manométrica	M
h	coeficiente de transferência de calor	W/m^2K
H	razão de altura manométrica	–
h	entalpia específica	J/kg
h_f	entalpia específica de saturação do líquido	J/kg
h_{fg}	calor latente de vaporização	J/kg
h_g	entalpia específica de saturação do vapor	J/kg
h_{gap}	condutância na interface combustível-revestimento	W/m^2K
h_s	coeficiente de transferência de calor superficial	W/m^2K
j	nível axial	–
K	coeficiente de resistência hidráulica transversal	–
k	condutância térmica	W/m^2K
k_C	condutividade térmica do revestimento	W/mK
k_{mist}	condutividade térmica da mistura de gases	W/mK
k_0	condutividade térmica de referência	W/mK
L	comprimento	m
ℓ	distância entre centróides	m
ℓ'	distância efetiva de mistura turbulenta	m
m	massa	kg
M_k	número de Stanton da mistura turbulenta	–

NOMENCLATURA

Símbolo	Descrição	Unidades
\dot{m}	vazão de massa	kg/s
NC	número de subcanais	—
NDZ	número de segmentos axiais	—
NK	número de conexões	—
NR	número de varetas	—
P_h	perímetro aquecido	m
P	potência	W
p	pressão	Pa
p_{ct}	pressão de contato	Pa
$p_{gás}$	pressão do gás contido na interface combustível-revestimento	Pa
p_r	pressão reduzida	—
p_o	pressão atmosférica	Pa
p^*	pressão de referência	Pa
Pe	número de Peclet	—
Pr	número de Prandtl	—
P_w	perímetro molhado	m
q	potência térmica	W
q'	densidade linear de potência	W/m
q''	fluxo de calor	W/m ²
q_s''	fluxo de calor superficial	W/m ²
$q_{s,crit}''$	fluxo de calor crítico	W/m ²
q'''	potência por unidade de volume	W/m ³
R	raio do combustível	m
R_{C1}	raio interno do revestimento	m
R_{C2}	raio externo do revestimento	m
Re	número de Reynolds	—

NOMENCLATURA

Símbolo	Descrição	Unidades
R_F	raio da pastilha combustível	m
r	coordenada axial	m
S	razão de deslizamento	–
s	largura de conexão	m
S	razão de deslizamento	
T	temperatura	K
T_f	temperatura da fase líquida	K
T_g	temperatura da fase gasosa	K
T_s	temperatura superficial	K
T_{sa}	temperatura de saturação	K
T_0	temperatura de referência	K
ΔT_{sat}	grau de superaquecimento	K
ΔT_{sub}	grau de sub-resfriamento	K
t	tempo	s
Δt	incremento de tempo	s
u	velocidade axial	m/s
u	energia interna específica	J/kg
\bar{u}_{gi}	velocidade média de deriva	m/s
u'	velocidade de transporte de momento axial	m/s
u''	velocidade da mistura transversal forçada	m/s
\bar{u}'^*	velocidade de transporte de momento axial em uma conexão	m/s
V	volume	m^3
v	volume específico	m^3/kg
v_ℓ	volume específico do líquido	m^3/kg
v'	volume específico efetivo de transporte de momento	m^3/kg
v'^*	volume específico de transporte de momento da célula doadora	m^3/kg

NOMENCLATURA

Símbolo	Descrição	Unidades
We	número de Weber	–
w	vazão de massa transversal por unidade de comprimento	kg/sm
w'	vazão de massa turbulenta por unidade de comprimento	kg/sm
Y	fator de Miropolsky	–
z	coordenada axial	m
Δz	elemento de comprimento axial	m

Símbolos Gregos

α	coeficiente de expansão térmica linear	K ⁻¹
α	fração de vazio, razão de velocidade	–
α_m	fator de relaxação da vazão de massa axial	–
α_w	fator de relaxação da vazão de massa transversal	–
β	coeficiente de mistura turbulenta	–
β_p	coeficiente de interpolação da pressão	–
β_u	coeficiente de interpolação da velocidade de transporte	–
ε	rugosidade superficial	m
ε_h	difusividade térmica	m ² /s
ε_k	difusividade por vórtices	m ² /s
ζ	coeficiente de resistência hidráulica	–
ζ'	resistência hidráulica por unidade de comprimento	m ⁻¹
φ	ângulo com a vertical	rad
λ_c	comprimento de condução lateral	m
λ_t	comprimento efetivo de mistura turbulenta	m
μ	viscosidade dinâmica	kg/ms
μ_b	viscosidade média local (<i>bulk</i>)	kg/ms
μ_f	viscosidade do líquido saturado	kg/ms

NOMENCLATURA

Símbolo	Descrição	Unidades
μ_g	viscosidade do vapor saturado	kg/ms
μ_s	viscosidade superficial	kg/ms
ρ	densidade de massa	kg/m ³
τ_s	tensão de cisalhamento na parede	Pa
τ_μ	torque de atrito	Nm
ϕ_{ni}	fração do perímetro da vareta n que faceia o subcanais i	—
ϕ^2	multiplicador de atrito bifásico	—
χ	título de massa de vapor	—
χ_d	título de destacamento de bolhas	—
χ_{eq}	título de massa de equilíbrio	—
χ_{tt}	parâmetro de Martinelli, Lockhart e Nelson	—
ψ	função de Tong	—
ω	parâmetro de relaxação do método SOR	—
Subscritos		
a	axial	
C	revestimento	
crit	crítico	
DB	Dittus-Boelter	
d	ponto de destacamento de bolhas	
EU	equivalentemente uniforme	
eq	equilíbrio	
f	líquido saturado	
g	vapor saturado	
gap	interface combustível-revestimento	
i	índice de subcanal	
ien	início da ebulição nucleada	
i _k	índice de subcanal adjacente à conexão k	

NOMENCLATURA

Símbolo	Descrição
h	aquecido, hidráulico
j	índice de subcanal
j_k	índice de subcanal adjacente à conexão k
k	índice de conexão entre subcanais adjacentes
ℓ	líquido
mist	mistura
NU	não-uniforme
n	índice de vareta
r	radial
s	saída
sat	saturação
sub	sub-resfriado
t	turbulento
w	parede sólida, molhado
μ	atrito, viscosidade
0	valor de referência
Sobrescritos	
H	transporte turbulento de entalpia
M	transporte turbulento de massa
T	matriz transposta
U	transporte turbulento de momento

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

A descoberta da fissão nuclear em 1939 foi um evento significativo, porque possibilitou o uso da energia interna do núcleo atômico. No processo da fissão, além da liberação de energia (cerca de 200 Mev por fissão) ocorre a emissão de cerca de um a três nêutrons. Estes nêutrons podem sob condições apropriadas, ser utilizados para produzir fissão em outros núcleos e assim iniciar uma reação em cadeia que resulta na liberação de uma grande quantidade de energia.

Um sistema no qual materiais fissionáveis e não fissionáveis são arranjados de tal forma que a reação em cadeia possa ocorrer de uma maneira controlada é chamado reator nuclear. O núcleo do reator é a região que contém o material combustível. A taxa com que as fissões ocorrem determina o número de nêutrons produzidos por unidade de tempo e também a taxa com que o calor é produzido, ou seja, o nível de potência. Para que um reator opere a um nível de potência constante, a energia liberada na fissão deve ser removida do conjunto.

A energia da fissão, originalmente na forma de energia cinética dos fragmentos de fissão, dos nêutrons, dos raios β e γ resultantes do processo, é convertida em calor quando estas partículas são barradas nos materiais do reator. A escolha do meio arrefecedor (água, gás ou metal líquido) depende do projeto e é limitada por considerações nucleares e de engenharia. O nível de potência do reator pode ser estabelecido pelo controle do número de nêutrons existentes no núcleo do reator através da introdução (ou remoção) de material absorvedor de nêutrons, usualmente uma vareta contendo boro ou cádmio.

Os reatores nucleares podem ser classificados segundo diversos critérios, tais como, por exemplo, o espectro de energia predominante dos nêutrons que provocam as fissões (reatores térmicos ou reatores rápidos); de acordo com o meio utilizado como refrigerante (reatores refrigerados a água leve, água pesada, a gás ou metais líquidos); ou de acordo com o propósito ou função do reator.

Neste último caso, duas classificações podem ser adotadas: (1) reatores de potência, nos quais o objetivo principal é o aproveitamento do calor gerado pelo combustível e (2) reatores de pesquisa, onde o objetivo principal é o aproveitamento das partículas e radiações geradas pelas reações nucleares.

Podem ser classificados como reatores de pesquisa aqueles cujas finalidades são ensino e treinamento, geração de feixes de nêutrons, análise e testes de materiais e produção de radioisótopos. A potência de reatores de pesquisa situa-se na faixa de 0 a 20 MW térmicos enquanto é da ordem de 3000 MW nos reatores de potência típicos.

A classe de reatores de pesquisa do tipo TRIGA (*Training, Research, Isotopes, General Atomic*), projetada e construída pela *Gulf General Atomic* tem sido uma das mais difundidas no mundo. Todos os reatores da classe TRIGA são do tipo piscina aberta, refrigerados e moderados a água leve e usam uma mistura homogênea de hidreto de zircônio e urânio como material combustível-moderador. A configuração denominada Mark I tem o núcleo colocado no fundo de um tanque cujo topo fica ao nível do solo. O modelo Mark II repete o mesmo conceito básico do reator, porém o tanque é colocado acima do nível do solo, permitindo acesso horizontal ao núcleo. A versão Mark III incorpora uma sala para exposição direta às radiações oriundas do núcleo, além de uma grande piscina que permite o movimento do núcleo do reator.

O fato de os reatores Triga serem intrinsecamente seguros decorre da utilização do hidreto de urânio e zircônio como combustível nuclear, no qual o hidreto de zircônio atua como moderador de nêutrons, produzindo um coeficiente de reatividade-temperatura pronto-negativo. Assim, o aumento de temperatura do moderador segue simultaneamente o aumento de temperatura do combustível e age no sentido de reduzir a taxa de multiplicação de nêutrons, regulando automaticamente a potência e desligando o reator quando o excesso de reatividade é subitamente inserido.

As características de segurança do combustível permitem também grande flexibilidade na escolha do local de instalação do reator, com riscos e efeitos mínimos ao público e ao meio ambiente; em princípio, não existem restrições à instalação de reatores Triga em centros urbanos.

O IPR-R1 é um reator Triga Mark I, fabricado e instalado pela *General Atomic* (1958, 1959, 1960), no Instituto de Pesquisas Radioativas da Universidade Federal de Minas Gerais, hoje denominado Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear-CDTN da Comissão Nacional de Energia Nuclear-CNEN e opera de maneira quase ininterrupta desde a data de sua criticalidade inicial em 11 de novembro de 1960.

De acordo com as Normas de Licenciamento da Comissão Nacional de Energia Nuclear - CNEN, sempre que houver mudanças importantes na configuração do núcleo ou na rotina operacional do reator, é necessário a análise termo-hidráulica do reator e a verificação da não superação dos limites de segurança estabelecidos pelo fabricante. Embora os reatores de pesquisa sejam projetados de forma a serem intrinsecamente seguros, existem alguns cenários de acidentes potenciais que precisam ser constantemente investigados.

Em vista disto, considerou-se oportuno o desenvolvimento de um código computacional para o cálculo termo-hidráulico de reatores de pesquisa nos quais a refrigeração ocorre por convecção natural. Justifica-se tal desenvolvimento como um trabalho de interesse acadêmico na modelagem dos fenômenos de transporte que ocorrem no núcleo do reator visando a obtenção de uma ferramenta de cálculo qualificada para acompanhar seu comportamento. Para tanto foi utilizada a técnica de subcanais, que já é amplamente aceita para avaliação termo-hidráulica de reatores de potência em regime de convecção forçada, adaptando-a ao regime de convecção natural.

Neste trabalho foi desenvolvido o programa computacional STHIRP-1 (Simulação Termo-Hidráulica de Reatores de Pesquisa), codificado em linguagem FORTRAN 77, com a capacidade de simular, em condições estacionárias e transitórias, os fenômenos térmicos e hidráulicos que ocorrem no núcleo de um reator refrigerado a água sob regime de convecção natural.

A característica de convecção natural do reator requer uma reformulação das condições de contorno usuais para as vazões de entrada dos subcanais, uma vez que essas vazões, diferentemente do que ocorre em núcleos de reatores sob refrigeração forçada, para os quais a distribuição de vazões à entrada do núcleo é normalmente conhecida, são determinadas pelas condições do fluido ao longo do subcanal. Nos cálculos das vazões de refrigeração as maiores incertezas estão na estimativa dos coeficientes de perda de carga na

entrada e saída dos subcanais.

Os reatores de pesquisa operam sob condições de baixa pressão e baixa vazão e a seleção de modelos e correlações empíricas apropriadas para a faixa de operação desses reatores é essencial para a precisão dos resultados.

No programa STHIRP-1 as propriedades termodinâmicas da água são calculadas com a formulação para uso industrial proposta pela *International Association for the Properties of Water and Steam – IAPWS*, denominada IAPWS-IF97 (IAPWS, 1997), que cobre uma ampla faixa de valores de temperatura e pressão, o que confere ao programa capacidade inclusive de análise de escoamentos a pressões supercríticas.

O modelo analítico de condução térmica implementado no programa possibilita a consideração de barras aquecedoras nas formas de placas ou de varetas cilíndricas constituídas de múltiplos sólidos sendo as propriedades térmicas do material que constitui cada sólido representadas por funções polinomiais da temperatura. Axialmente, o condutor pode compreender várias regiões caracterizadas por diferentes números de paredes sólidas e tipos distintos de materiais.

Apesar do programa STHIRP-1 ter sido desenvolvido visando a simulação de reatores de pesquisa, a formulação empregada para descrever o escoamento do fluido e a condução térmica nas barras combustíveis é suficientemente geral para permitir aplicação a reatores de potência e a sistemas térmicos que tenham as características para as quais o programa foi desenvolvido.

A apresentação do restante deste trabalho está organizado da seguinte forma:

O Capítulo 2 faz um breve relato dos códigos desenvolvidos para cálculo termo-hidráulico de reatores de pesquisa e também da evolução dos códigos de subcanais.

O Capítulo 3 apresenta os fundamentos teóricos da formulação de subcanais e os detalhes da derivação das equações de balanço. O capítulo apresenta ainda, os modelos e correlações empíricas utilizados para descrever os parâmetros do escoamento e necessários para a solução do conjunto de equações de conservação.

O Capítulo 4 trata do modelo de transmissão térmica utilizado na determinação da distribuição de temperaturas da vareta combustível.

O Capítulo 5 descreve os principais componentes do sistema físico a ser simulado incluindo suas características estruturais, mecânicas e geométricas. É feita também menção às características mais importantes dos materiais do combustível e do revestimento. São apresentados os resultados da aplicação do programa STHIRP-1 ao reator IPR-R1 e a comparação das temperaturas calculadas com valores medidos em algumas posições do núcleo.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões e propõe algumas extensões para o trabalho.

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é feito um breve relato da evolução de alguns códigos computacionais que exemplificam o uso dos princípios da técnica de subcanais. Quanto aos códigos computacionais especialmente desenvolvidos para a avaliação de reatores de pesquisa, eles são raramente mencionados na literatura. Estes cálculos são normalmente efetuados com base em modelos simplificados e apresentam caráter particular para os reatores tratados. Encontram-se, ainda, registros de códigos que foram desenvolvidos para cálculo de reatores de potência e que foram adaptados às características de operação de reatores de pesquisa.

Programas de cálculo específicos para avaliação neutrônica e termo-hidráulica de reatores de pesquisa do tipo TRIGA foram desenvolvidos, principalmente, no Instituto *Josef Stefan*, na Eslovênia.

TRIGLAV (Persic, 1995) é um programa para cálculo neutrônico de núcleos de reatores de pesquisa do tipo Triga. Pode ser aplicado para cálculos de queima do elemento combustível, da distribuição de fluxo e potência e para predições de reatividade. O programa é baseado em quatro equações de difusão independentes do tempo para geometria cilíndrica bidimensional.

TRIGAC (Mele e Ravik, 2000) é um programa para cálculo em geometria cilíndrica das distribuições de fluxo e de potência e de queima de elementos combustíveis, levando em conta as correções de temperatura e do envenenamento por xenônio. A correção de temperatura pode ser linear, que é aplicável a refrigeração forçada, ou de segunda ordem, utilizada no caso de convecção natural.

TRISTAN (Mele e Zefran, 1992) é um programa para cálculo da distribuição de temperatura axial do refrigerante, velocidade de escoamento e razão de afastamento da ebulição nucleada (DNB) em função da altura no canal de refrigeração. O programa foi desenvolvido para análise termo-hidráulica simplificada de reatores Triga a baixa potência

onde a pressão não exceda 2 bar. Este programa considera escoamento monofásico com nenhuma mistura (*crossflow*) entre canais adjacentes.

Dentre às adaptações desenvolvidas a partir de códigos usados para avaliação de reatores de potência podem ser destacadas as seguintes:

Em 1969, foi desenvolvido no *Idaho National Engineering Laboratory* o programa PARET (Obenchain, 1969) para análise dos experimentos de medidas de temperatura e pressão em reatores de potência. Posteriormente, várias modificações foram realizadas no programa, sendo introduzidas correlações para cálculo de instabilidade de fluxo, fluxo de calor crítico, transferência de calor em escoamento monofásico e bifásico e tabelas de propriedades físicas na faixa de baixas pressões e temperaturas.

O modelo usado em PARET consiste de um núcleo refrigerado a água, representado por no máximo quatro elementos combustíveis e canais de refrigeração associados. Assim, o núcleo pode ser dividido em no máximo quatro regiões, cada uma com características próprias de geração de potência, vazão de refrigerante e parâmetros hidráulicos.

Em 1980 foi desenvolvido pelo *Argonne National Laboratory*, o programa COBRA-3C/RERTR, que é uma versão modificada do Programa COBRA-3C/MIT para combustível tipo vareta de reatores de potência tipo PWR (*Pressurized Water Reactor*). Modificações foram realizadas neste programa de forma a adequá-lo para reatores de pesquisa com combustível tipo placa ou vareta operando a baixas pressões e baixas temperaturas.

No IPEN-CNEN/SP dois programas computacionais estão implementados para as análises termo-hidráulicas do núcleo do reator IEA-R1, os programas COBRA 3C/REFTR e PARET. Esses programas foram utilizados nas análises para o licenciamento do IEA-R1 e atualmente são utilizados nas análises para mudança de configuração e acompanhamento da operação. O reator IEA-R1 é um reator de pesquisa tipo piscina cujo elemento combustível é composto por conjuntos de placas contendo dispersões de compostos de materiais fisséis e férteis em matriz metálica.

O modelo MTRCR-IEAR1 foi desenvolvido no IPEN para análise termo-hidráulica de canais com diferentes condições de resfriamento e/ou diferentes geometrias e inclui as

correlações para cálculo da instabilidade de fluxo, fluxo de calor crítico e temperatura de início de ebulição nucleada. O modelo é basicamente um conjunto de equações de balanço de fluxo de calor, uma para cada nó, que juntamente com as correlações para cálculo do coeficiente de película, número de Reynolds, número de Prandtl e condições de contorno estabelecidas são resolvidas simultaneamente.

O programa RELAP5 foi desenvolvido pelo Idaho National Laboratory para analisar transientes em reatores refrigerados a água leve. A versão MOD3 deste programa foi utilizada por Jensen e Newell (1998) para a análise termo-hidráulica exigida para o relatório de segurança do aumento de potência do reator de pesquisa do *McClellan Nuclear Radiation Center* da Universidade de Chicago, de 1 MW para 2 MW. O código RELAP é altamente genérico e pode ser usado para analisar uma grande variedade de transientes térmicos e hidráulicos envolvendo qualquer sistema nuclear ou não nuclear.

Huda et al., (2000) calcularam parâmetros termo-hidráulicos para o reator TRIGA Mark II operando em condições estacionárias. A análise neutrônica foi desenvolvida usando o código de difusão CITATION e o código Monte Carlo MCA4B2. As saídas destes programas foram usadas como dados de entrada para o código termo-hidráulico PARET. A análise termo-hidráulica foi feita usando as distribuições de potência obtidas de MCNB4B2 para determinar a vazão do refrigerante durante a operação estacionária.

O método de análise por subcanais surgiu na década de 60 e, desde então, têm sido desenvolvidos muitos programas computacionais fundamentados nos princípios básicos dessa aproximação.

A técnica de subcanais é um método que permite analisar e prever o comportamento do escoamento e a distribuição de temperaturas dentro de um feixe de varetas e de núcleos de reatores. Nesta técnica o feixe de varetas, resfriado pelo fluido que o percorre axialmente, é supostamente constituído de um certo número de canais paralelos que podem interagir entre si. As equações de conservação de massa, energia e quantidade de movimento são tratadas a uma dimensão para um subcanal-base levando em conta o escoamento cruzado (*crossflow*) entre os subcanais adjacentes. Essa descrição unidimensional do escoamento, incluindo os termos de mistura lateral ou cruzada, é uma característica única da análise de subcanais para sistemas em escoamento bifásico.

Desde a publicação do artigo pioneiro de Weisman e Bowring (1975), no qual os autores avaliaram os modelos matemáticos e técnicas numéricas usados nos códigos de subcanais até então disponíveis e concluíram que o acordo entre a predição dos modelos e os dados experimentais eram suficientemente consistentes para validar a aproximação geral do método de análise, muitos novos conjuntos de dados experimentais foram publicados. Conseqüentemente, os códigos computacionais puderam incorporar modelos mais realistas para o escoamento bifásico e transferência de calor, bem como métodos numéricos mais precisos. Atualmente, os códigos de subcanais tornaram-se reconhecidamente aceitos como ferramentas úteis para análise termo-hidráulica de feixes de varetas para núcleos de reatores de potência.

Dentre as muitas versões de programas computacionais disponíveis que utilizam a técnica por subcanais, destaca-se a família de códigos COBRA (Coolant Boiling in Rod Arrays) desenvolvida por pesquisadores da Battelle NW para a *US Nuclear Regulatory Commission*. Esses códigos usam a análise por subcanais para calcular padrões de escoamento e distribuições de temperatura nos núcleos de reatores nucleares e outras geometrias similares.

Uma breve cronologia do trabalho de desenvolvimento dessa série de programas começa com COBRA-I (Rowe, 1967) um dos primeiros códigos de subcanais. Em seguida, ocorreu a publicação do COBRA II (Rowe, 1969) com a implantação de um dos primeiros modelos para determinação do momento lateral. Em 1971, a versão COBRA-III (Rowe, 1971) foi publicada, sendo a primeira versão apresentada para a análise completa do núcleo que é usada até hoje. A versão COBRA-IIIC (Rowe, 1973) é representativa dos códigos de subcanais tradicionais. Nesta versão, as três equações de conservação são formuladas em uma dimensão e o acoplamento dos subcanais na direção transversal é tratado de acordo com o conceito de escoamento cruzado ou *diversion cross-flow*. Isso introduz uma equação adicional, a chamada equação do momento transversal. A estratégia de solução do conjunto de equações se concentra na determinação dos fluxos cruzados como resultado das diferenças de pressão existentes nas direções transversais de cada plano axial calculado. Em 1977, foi apresentado o COBRA IV (Stewart et al., 1977) com técnicas numéricas mais eficientes para análise de acidentes e condições transientes.

Dentre vários outros códigos de subcanais disponíveis, podem ainda ser destacados

os seguintes:

VIPRE-01 (Stewart et al., 1985) é um código de subcanais para análise termohidráulica do núcleo do reator refrigerado a água leve sob condições de operação normal, transientes operacionais e eventos de severidade moderada. Atualmente, o código VIPRE recebeu o licenciamento do *US Nuclear Regulatory Commission* para cálculos de segurança e foi adquirido pela *Westinghouse Electric Corporation* para análise de projetos de combustíveis avançados.

VIPRE-02 (Kelly et al., 1992) é um código de subcanais com a mesma capacidade de VIPRE 01, mas utiliza uma representação de escoamento bifásico que resolve equações para conservação da massa, energia e momento para ambas as fases líquida e vapor. Sendo assim, o modelo é composto por seis equações de conservação.

CANAL (Moreno, 1979) é um código diferente não só quanto ao modelo físico, mas também quanto à estratégia de solução das equações. Difere dos códigos COBRA em uma série de aspectos. Em primeiro lugar, considera um conjunto de quatro equações de conservação ao invés de três porque supõe a separação das equações de continuidade para as fases de líquido e de vapor. Em segundo, leva em conta as velocidades relativas entre as fases por meio de um modelo *drift-flux*, adicionando algum realismo bem definido experimentalmente no modelo físico. E, finalmente, considera também a preferência experimentalmente observada do vapor se difundir dos canais mais estreitos para os canais mais largos (*void drift*).

THERMIT (Kelly et al., 1981) inclui seis equações de conservação e dois modelos de fluido em conjunção com a técnica de solução numérica semi-implícita o que permite prever e analisar escoamentos complicados em condições de não-equilíbrio. Devido a seu sofisticado modelo em duas dimensões o código fornece mais informações acerca do escoamento bifásico em feixes de varetas. Entre outras coisas, o código fornece todas as seis componentes de velocidade, calcula o deslizamento entre as fases além das temperaturas das duas fases. O aumento no tempo de processamento é justificado pelo ganho em qualidade das informações.

Resumindo, a primeira geração de códigos baseada no conceito da análise por subcanais considera a equação de escoamento bifásico com possibilidade de deslizamento

entre as fases: A grande incerteza nos modelos está associada à interação entre os subcanais causada pela diferença de pressão nas interfaces e pela mistura turbulenta nos espaçamentos entre as varetas. Os métodos de avaliação do escoamento bifásico evoluíram ao longo dos anos 70 e 80, principalmente devido aos avanços da análise de segurança. Modelos bifásicos foram desenvolvidos e considerável esforço foi gasto na modelagem do cisalhamento interfacial e transferência de calor para os vários regimes de escoamento. O programa THERMIT foi, talvez, o primeiro código a incorporar um modelo bifásico completo para a análise de subcanais.

A tendência atual é prosseguir a modelagem multi-campo com conseqüente refinamento dos modelos bifásicos. Considerar campos múltiplos significa separar as representações dos campos contínuo e disperso. No regime de escoamento anular, por exemplo, os campos da película líquida, vapor e gotas são representados separadamente por um conjunto de equações de conservação.

Artigos detalhados a respeito do estado da arte de códigos de subcanais, modelos físicos, esquemas numéricos e comparações com dados experimentais têm sido publicados periodicamente no *Proceedings of the International Seminar on Subchannel Analysis (ISSCA)*.

Apesar dos grandes avanços no uso da técnica por subcanais desde sua introdução pioneira por Rowe e Angle (1967), inúmeras dificuldades permanecem até hoje como, por exemplo, a formulação mais consistente da equação do momento transversal. Introduzindo a dependência bidimensional da respectiva velocidade do escoamento, isso implicará no fim da restrição de velocidade transversal muito menor que a velocidade axial, que é normalmente a aproximação adotada na quase totalidade dos programas de análise por subcanais.

Os modelos existentes para prever a mistura turbulenta estão muito aquém do necessário para reproduzir corretamente o fenômeno do transporte turbulento de massa, energia e de quantidade de movimento. Os modelos atualmente em uso são incapazes de reproduzir com razoável precisão dados experimentais, especialmente na região de escoamento bifásico onde a mistura turbulenta apresenta um relacionamento funcional extremamente complicado com o título de vapor e as características complexas da geometria

do feixe. Por isso, estudos analíticos são ainda necessários para melhor compreender e descrever matematicamente o fenômeno de mistura turbulenta.

Com os avanços dos métodos numéricos e disponibilidade de sistemas computacionais com área de memória praticamente ilimitada, de baixo custo de capital e de utilização, novos métodos numéricos computacionais como aqueles fundamentados em volumes finitos, deveriam ser usados em lugar da técnica de diferenças finitas. Este último método requer aproximações que não representam corretamente a realidade e deixam muito a desejar nos aspectos referentes à convergência das soluções nos casos de escoamentos em feixes de varetas com uma complexidade maior que a normalmente encontrada nos feixes convencionais como, por exemplo, em situações de bloqueios do escoamento e quando as distribuições radiais de potência das varetas são completamente não uniformes.

Capítulo 3

A TÉCNICA DE SUBCANAIS

A análise termo-fluidodinâmica de um sistema envolve a solução das equações de transporte de massa, quantidade de movimento e de energia expressas em formas adequadas às condições apresentadas pelo sistema. Essas equações são obtidas através da simplificação das equações gerais, dependendo do nível necessário de resolução das distribuições espaciais, da natureza dos fluidos envolvidos e da precisão numérica desejada ou exigida pela análise.

A suposição básica é que o meio possa ser considerado contínuo, ou seja, o menor volume de interesse deve conter um número de moléculas suficiente para permitir que cada ponto possa ser descrito por propriedades médias de todas as moléculas. Assim, valores únicos para grandezas como temperatura ou entalpia, velocidade, densidade e pressão, que coletivamente são chamadas variáveis de campo, podem ser supostos existir para cada ponto no meio em consideração. As equações do contínuo não se aplicam quando o livre caminho médio das moléculas é comparável à dimensão do volume de interesse.

São duas as aproximações usadas para desenvolver as equações de transporte:

- Aproximação integral;
- Aproximação diferencial.

A aproximação integral engloba duas versões: (1) aproximação integral de parâmetros agrupados, na qual a região a ser analisada é dividida em partes que são homogeneizadas e caracterizadas por um valor médio atribuído a cada propriedade e, neste caso, os gradientes espaciais dessas propriedades dentro de cada volume de controle ou região homogeneizada podem ser desprezadas; (2) aproximação integral de parâmetros distribuídos, onde a dependência espacial das variáveis do meio é definida para todas as posições. A aproximação diferencial é naturalmente uma aproximação de parâmetros distribuídos, mas com equações de balanço definidas para cada ponto e não para uma região inteira. A integração das equações diferenciais sobre um volume gera as equações integrais de parâmetros distribuídos para o volume considerado.

As equações integrais podem ser desenvolvidas para dois tipos de sistema: massa de controle ou volume de controle. Na aproximação por massa de controle, o limite do sistema é o contorno da massa e não pode haver nenhum fluxo de massa através desse contorno. Esse sistema pode mudar a forma, posição e condições termodinâmicas, porém a massa permanece constante. Já na aproximação por volume de controle considera-se uma região fixa no espaço inercial em cujo interior podem variar a massa e as condições termodinâmicas, mantendo-se, porém, a posição constante. Em geral, a superfície de contorno que circunda a massa de controle ou o volume de controle pode ser deformável, embora na prática contornos rígidos sejam encontrados na maioria das aplicações de engenharia.

O sistema de equações diferenciais usado para descrever a massa de controle é chamado Lagrangeano (Bird et al.,1960). Nesse sistema as coordenadas se movem à velocidade do escoamento e por isso são dependentes do tempo. As equações Eulerianas (Welty et al.,1984) são usadas para descrever as equações de transporte aplicadas a um volume de controle e podem ser derivadas para um sistema de coordenadas que se move a qualquer velocidade. Em síntese, os transportes de massa, quantidade de movimento e de energia podem ser formulados mediante a aplicação de balanços a volumes de controle adequadamente definidos ou através da integração das equações ponto a ponto sobre a região desejada.

Se o processo de análise escolhido é a aproximação por volume de controle, duas possibilidades podem ser consideradas: (1) se as equações de conservação fundamentais são aplicadas a um meio contínuo de forma agrupada ou distribuída; (2) se a região selecionada para análise é considerada isolada ou interage com as regiões vizinhas. Cada ponto identifica dois caminhos para análise. Então, em conjunto, são identificados quatro métodos de análise, a saber:

- 1 - Parâmetros agrupados com regiões isoladas,
- 2 - Parâmetros agrupados com regiões interagindo,
- 3 - Parâmetros distribuídos com regiões isoladas, e
- 4 - Parâmetros distribuídos com regiões interagindo.

3.1 APROXIMAÇÃO POR SUBCANAIS

Nos últimos anos têm sido desenvolvidas técnicas analíticas que permitem avaliar e prever o comportamento térmico e hidráulico do refrigerante em feixes de varetas aquecidas. Dentre essas, a *análise por subcanais* é a mais utilizada (Todreas e Kazimi, 1990; Kitayama, 1992; Ninokata, 1992; Shiralkar e Chu, 1992; Iwamura et al., 1992).

Na maioria dos projetos de reatores nucleares, o núcleo é formado por conjuntos de varetas combustíveis onde ocorrem as fissões. O calor gerado por essas fissões tem de ser removido por um fluido refrigerante que escoa ao longo do comprimento das varetas. As principais características dos feixes de varetas combustíveis são o arranjo geométrico (retangular, triangular, hexagonal) e o espaçamento entre as varetas. A estrutura de suporte de um conjunto de varetas consiste de grades espaçadoras soldadas aos tubos-guia das barras de controle, além de bocais inferior e superior, garantindo assim a integridade mecânica do conjunto e o dimensionamento preciso das seções transversais dos canais de refrigeração.

A aproximação por subcanais é um caso especial do método geral de parâmetros agrupados. Nessa técnica, o feixe, percorrido axialmente pelo fluido refrigerante, é dividido em um número finito de canais paralelos e lateralmente abertos, denominados subcanais. Os transportes de massa, de quantidade de movimento e de energia podem ocorrer axialmente e entre subcanais adjacentes através das interfaces laterais ou *conexões*. O método de subcanais é muito utilizado na indústria nuclear porque permite a simulação de geometrias tridimensionais complexas de forma mais simples e precisa. No núcleo de um reator o escoamento do fluido é limitado pelas superfícies das varetas combustíveis orientadas paralelamente à direção do escoamento axial. As varetas combustíveis dividem a área de escoamento em vários subcanais que se comunicam lateralmente.

Na aproximação por subcanais, cada subcanal é dividido em um certo número de segmentos axiais e as equações de conservação da massa, da energia e da quantidade de movimento são derivadas para os volumes de controle definidos por cada segmento axial. Essas equações de conservação são resolvidas simultaneamente através de métodos numéricos computacionais para se obter as distribuições dos parâmetros típicos do fluido em todos os subcanais do feixe.

Os programas de cálculo que utilizam tal aproximação são usualmente referidos como códigos de subcanais. Os programas computacionais HAMBO (Bowring, 1967), THINC-IV (Chelemer et al., 1973), COBRA-IIIC (Rowe, 1973), THERMIT-2 (Kelly et al., 1981) e PANTERA (Veloso, 1985 e 2003) são exemplos de códigos de subcanais. Apesar de esses programas terem sido desenvolvidos independentemente, suas formulações teóricas são bastante semelhantes.

A título de ilustração, a Figura 3.1-1 mostra a seção transversal de um feixe de 9 varetas, em arranjo 3×3 , discretizado radialmente em subcanais. Os subcanais e as varetas são numerados de forma arbitrária, mas na ordem crescente e a partir da unidade. As conexões entre subcanais adjacentes são numeradas seqüencialmente fixando-se o índice de cada subcanal i , a partir do subcanal 1, e variando-se os índices dos subcanais adjacentes j , para $j > i$. A maneira de indexação das conexões será melhor explicada mais tarde, ainda neste capítulo.

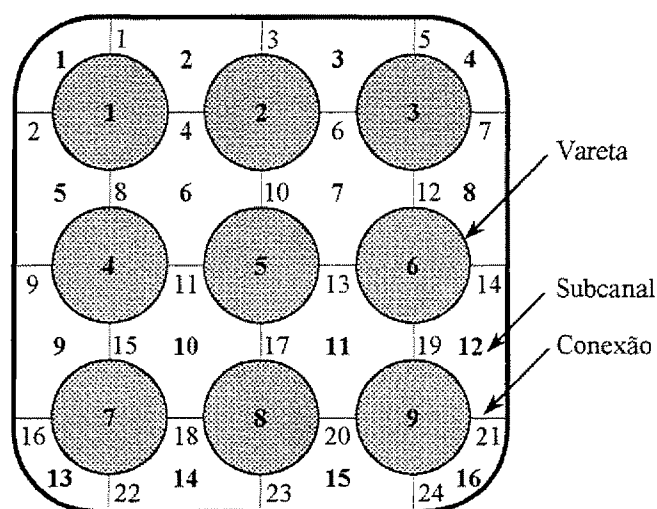


Figura 3.1-1 Configuração de subcanais em um feixe 3×3 .

Nesta configuração, em particular, o feixe de varetas consiste de três tipos de subcanais: (1) subcanal interno ou subcanal matricial formado por quatro varetas aquecidas, (2) subcanal lateral delimitado por duas varetas aquecidas e por uma parede e (3) subcanal de canto. Nos feixes em que existem tubos-guia de barras de controle pode ocorrer um quarto tipo de subcanal com paredes frias devido à presença de varetas não aquecidas em subcanais dos tipos acima mencionados.

Princípios Básicos

No desenvolvimento das equações que descrevem o escoamento do fluido em geometria de subcanais são feitas as seguintes hipóteses simplificadoras:

- O escoamento é unidimensional e unidirecional, ou seja, as variáveis do fluido só dependem da coordenada longitudinal do feixe e não se considera a hipótese de reversão do sentido do escoamento durante um transitório.
- Os subcanais são acoplados por dois tipos de mistura: (1) mistura transversal turbulenta de natureza aleatória que não causa nenhuma redistribuição líquida de massa no escoamento monofásico; (2) mistura transversal causada por vórtices que resultam de uma redistribuição de fluido, o que pode ocorrer devido a gradientes radiais de pressão ou a obstáculos nos subcanais.
- A velocidade da mistura transversal de fluido entre subcanais adjacentes é pequena em comparação com a velocidade do escoamento axial.
- As fases líquida e gasosa estão em equilíbrio termodinâmico e podem deslizar uma sobre a outra durante o escoamento bifásico.
- Os fenômenos que se propagam com velocidade sônica são ignorados. Isto significa que é válida a aproximação $\partial p / \partial t = 0$, desde que os transitórios sejam relativamente lentos, tal que a pressão p possa ser considerada independente do tempo.
- O fluido é incompressível mas pode expandir-se termicamente. Isto significa que, para estar de acordo com a hipótese de supressão dos efeitos sônicos, é necessário considerar a equação de estado do fluido como $\rho = \rho(h, p^*)$, onde h exprime a entalpia específica do fluido e p^* é a pressão de referência do sistema, cujo valor deve permanecer constante durante a solução do problema. Esta relação impõe ainda a restrição de que o fluido deve ser incompressível, ou seja, $\partial \rho / \partial p = 0$, mas termicamente expansível, pois a densidade é função da entalpia.
- As dissipações por viscosidade são desprezadas.
- A força gravitacional é a única força externa significativa que age sobre o sistema. O trabalho realizado pelas forças externas e mútuas é pequeno e pode ser desconsiderado.

Volumes de Controle em Subcanais

A divisão de um feixe de varetas em um número finito de segmentos axiais define no interior do feixe volumes de controle fixos com as formas geométricas dependentes da disposição das varetas no feixe, ou seja, da configuração do reticulado, que pode variar de acordo com o projeto do reator. Por exemplo, nos reatores refrigerados a água leve o reticulado tem normalmente a forma retangular e o volume de controle correspondente a esse reticulado encontra-se representado na Figura 3.1-2.

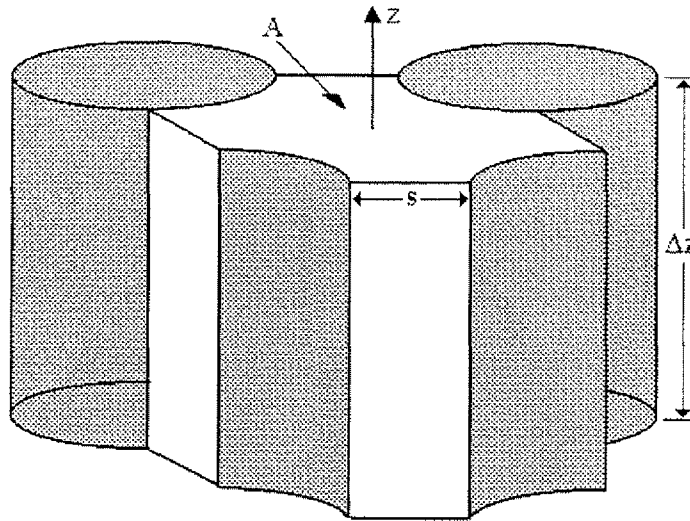


Figura 3.1-2 Volume de controle em um subcanal retangular.

Supondo que o feixe seja vertical, o volume de controle é definido pelas superfícies das varetas, pelos planos verticais que passam pelos centros das varetas e pelas superfícies horizontais que são separadas por uma distância Δz . Os volumes de controle gerados nos subcanais laterais e de canto têm formas distintas daquela apresentadas na Figura 3.1-2.

O volume de controle em um subcanal é caracterizado pelas seguintes grandezas: comprimento L , área de escoamento A , perímetro molhado P_w , perímetro aquecido P_h e pelas aberturas laterais de altura Δz e largura s . O perímetro molhado representa a soma dos perímetros dos contornos sólidos aquecidos e não-aquecidos que delimitam o subcanal; e o perímetro aquecido significa a soma dos perímetros dos contornos sólidos aquecidos que formam o subcanal. Dois outros parâmetros geométricos importantes são o diâmetro hidráulico molhado ($D_w = 4A/P_w$) e o diâmetro hidráulico aquecido ($D_h = 4A/P_h$).

3.1.1 Sistema de Indexação dos Elementos de um Feixe de Varetas

A Figura 3.1-3 ilustra um feixe de varetas no qual os subcanais e as varetas encontram-se numerados arbitrariamente. Sendo NC o número total de subcanais e NR o número total de varetas do feixe, a indexação desses elementos obedecerá a seqüência $i = 1, 2, \dots, NC$ e $n = 1, 2, \dots, NR$.

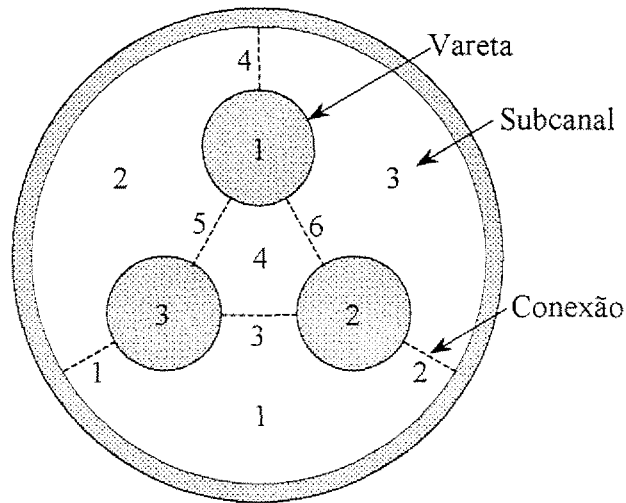


Figura 3.1-3 Sistema de indexação dos elementos de um feixe.

As conexões laterais entre os pares de subcanais adjacentes são numeradas automaticamente pelo programa na ordem crescente, fixando-se o subcanal i e variando-se o subcanal adjacente j , para $j > i$. A cada conexão k corresponde, portanto, um par de subcanais adjacentes (i_k, j_k) . A Tabela 3.1-1 mostra a numeração das conexões para a configuração da Figura 3.1-3.

Tabela 3.1-1 Indexação das conexões na Figura 3.1-3.

Número da Conexão k	Pares de Subcanais	
	i_k	j_k
1	1	2
2	1	3
3	1	4
4	2	3
5	2	4
6	3	4

Usando-se esta notação, as vazões transversais entre subcanais adjacentes podem ser representadas por $w_{ij} = w_k$, sendo $w_k > 0$ quando a mistura flui do subcanal i_k para o subcanal j_k e $w_k < 0$ quando a mistura flui do subcanal j_k para o subcanal i_k .

Seja NK o número total de conexões e

$$[E] = (e_{ki}) \quad (k = 1, 2, \dots, NK; i = 1, 2, \dots, NC) \quad (3.1-1)$$

uma matriz retangular, de dimensão $NK \times NC$, cujos elementos são o sistema duplo

$$e_{ki} = \begin{cases} +1, & \text{se } i = i_k; \\ -1, & \text{se } i = j_k; \\ 0, & \text{se } i \neq i_k \text{ e } i \neq j_k \end{cases} \quad (3.1-2)$$

Orientando-se pela Tabela 3.1-1, é fácil construir a matriz $[E]$ correspondente ao esquema representado na Figura 3.1-3:

$$[E] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.1-3)$$

A matriz transposta de $[E]$ escreve-se como

$$[E]^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.1-4)$$

As três propriedades da matriz $[E]$ apresentadas a seguir são de grande importância no desenvolvimento e solução das equações de conservação para subcanais.

Propriedade 1

A matriz $[E]$ define um operador matricial que se aplicado a um vetor-coluna $\{p_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, NC$) o transforma em outro vetor-coluna $\{\Delta p_k\}$ ($k = 1, 2, \dots, NK$), tal que

$$\Delta p_k = p_{i_k} - p_{j_k} \quad (k = 1, 2, \dots, NK) \quad (3.1-5)$$

Na notação matricial, esta propriedade pode ser escrita como

$$\{\Delta p\} = [E]\{p\} . \quad (3.1-6)$$

De fato, usando a regra do produto de matrizes, esta equação pode ser expandida como

$$\Delta p_k = \sum_{i=1}^{NC} e_{ki} p_i .$$

Os elementos e_{ki} são todos iguais a zero, exceto se $i = i_k$, quando $e_{ki} = +1$, ou se $i = j_k$, quando $e_{ki} = -1$. Então,

$$\Delta p_k = p_{i_k} - p_{j_k} .$$

Portanto, a matriz $[E]$ pode ser interpretada como um operador que efetua as operações de diferença entre os valores de uma mesma grandeza associados aos pares de subcanais adjacentes ligados por uma dada conexão.

Propriedade 2

É fácil mostrar que a matriz transposta $[E]^T$ efetua as operações de soma para todas as conexões ao redor de um dado subcanal. Mais formalmente, $[E]^T$ define um operador matricial que transforma o vetor-coluna $\{w_k\}$ ($k = 1, 2, \dots, NK$) em outro vetor-coluna $\{W_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, NC$), cujos elementos são

$$W_i = \sum_{k \in i} e_{ki} w_k \quad (i = 1, 2, \dots, NC), \quad (3.1-7)$$

em que a soma é efetuada sobre a i -ésima linha da matriz $[E]$, isto é, para todas as conexões ao redor do subcanal i . Na forma matricial, esta propriedade pode ser expressa como

$$\{W\} = [E]^T \{w\} . \quad (3.1-8)$$

Efetuando o produto matricial, tem-se

$$W_i = \sum_{k=1}^{NK} e_{ik}^T w_k = \sum_{k=1}^{NK} e_{ki} w_k = \sum_{k \in i} e_{ki} w_k ,$$

uma vez que os elementos e_{ki} serão todos nulos, a menos que k seja o índice de uma conexão associada ao subcanal i , quando, dependendo do valor do índice k , $e_{ki} = +1$ ou $e_{ki} = -1$.

Usando os operadores $[E]$ e $[E]^T$, as expressões do tipo

$$q'_i = \sum_{k=1}^{NK} e_{ki} w_k (h_{i_k} - h_{j_k}) = \sum_{k \in i} e_{ki} w_k (h_{i_k} - h_{j_k}) \quad (3.1-9)$$

podem se escritas sob a forma matricial

$$\{q'\} = [E]^T [w] \{h\}, \quad (3.1-10)$$

onde $[w]$ é uma matriz diagonal, de dimensão $NK \times NK$, cujos elementos da diagonal principal são w_k ($k = 1, 2, \dots, NK$).

Particularmente, para um dado subcanal i , a equação anterior torna-se

$$q'_i = [E]_i^T [w] [E] \{h\}, \quad (3.1-11)$$

onde $[E]_i^T$ é o vetor formado com os elementos da i -ésima linha da matriz $[E]^T$.

No exemplo considerado neste tópico, a Equação (3.1-11) expressa a energia adicionada ao subcanal i como resultado da transferência lateral de entalpia através das conexões em torno do subcanal.

Propriedade 3

Como se verá mais tarde, as equações de balanço da energia e da quantidade de movimento podem ser estruturadas de modo a produzir sistemas de equações lineares para a distribuição de entalpias e para o campo de pressões dos subcanais. Geralmente, as matrizes dos coeficientes de tais sistemas são matrizes esparsas, isto é, apresentam em cada linha um grande número de elementos nulos. A propriedade aqui introduzida será de grande valia na identificação dos elementos não-nulos das matrizes, facilitando sobremaneira a determinação dos elementos matriciais e a solução dos sistemas.

Seja i o índice de um dado subcanal e seja k o índice de uma conexão qualquer ao redor de i . Por convenção, a conexão k interliga o par (i_k, j_k) de subcanais adjacentes. Como k é uma conexão associada a i , então $i = i_k$ ou $i = j_k$. Se $i = i_k$, o outro subcanal interligado por k será $m = i_k + j_k - i$. Por outro lado, se $i = j_k$, o outro subcanal será $m = i_k + j_k - i$. Logo, sendo dados i e k , o par (i, m) de subcanais adjacentes, com

$$m = i_k + j_k - i, \quad (3.1-12)$$

compõem a conexão k .

Em vista desta propriedade, lembrando-se que $e_{ki_k} = +1$ e $e_{kj_k} = -1$,

$$h_{i_k} - h_{j_k} = h_i - h_m = (+1) \cdot (h_i - h_m) = e_{ki} (h_i - h_m),$$

se $i = i_k$, e

$$h_{i_k} - h_{j_k} = h_m - h_i = (-1) \cdot (h_i - h_m) = e_{ki} (h_i - h_m),$$

se $i = j_k$. Então,

$$h_{i_k} - h_{j_k} = h_i - h_m \quad (3.1-13)$$

para $i = i_k$ ou $i = j_k$.

Conseqüentemente, a Equação (3.1-9) pode ser rescrita como

$$q'_i = \sum_{k \in i} e_{ki} w_k (h_{i_k} - h_{j_k}) = \sum_{k \in i} e_{ki} e_{ki} w_k (h_i - h_m) = \sum_{k \in i} w_k (h_i - h_m), \quad (3.1-14)$$

pois $e_{ki}e_{ki} = 1$. Enfim, conhecendo-se a díades (i, k) , os termos da soma ficam perfeitamente definidos.

3.2 EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO

As equações do modelo matemático do escoamento podem ser derivadas mediante a aplicação das equações gerais de conservação de massa, energia e de quantidade de movimento a um volume de controle de um subcanal arbitrário i em conexão com outro subcanal arbitrário j . As equações de conservação usadas no programa STHIRP-1, que são idênticas àquelas desenvolvidas por Rowe (1973), são apresentadas nas seções que se seguem.

3.2.1 Equação de Conservação da Massa

O balanço de massa para o volume de controle apresentado na Figura 3.2-1 tem a forma

$$A_i \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial m_i}{\partial z} + \sum_{k \in i} e_{ki} w_k = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, NC), \quad (3.2-1)$$

onde

m = vazão de massa, $m = \rho uA$

u = velocidade de escoamento

ρ = densidade de massa

w = vazão de massa lateral por unidade de comprimento

A = área de escoamento

z = coordenada axial

t = tempo

O primeiro termo da equação exprime a taxa de variação temporal de massa no subcanal i por unidade de comprimento axial e o segundo termo representa a variação espacial da vazão de massa axial no subcanal por unidade de comprimento axial. A soma das vazões transversais por unidade de comprimento axial nas conexões em torno do subcanal considerado é levada em conta no último termo. A derivada temporal da densidade representa as variações no escoamento causadas pela expansão ou compressão do fluido.

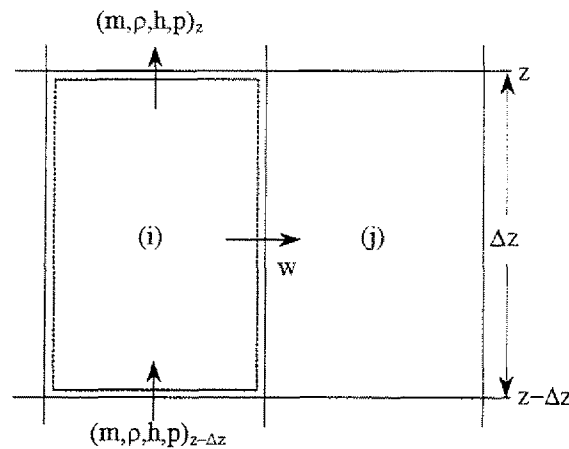


Figura 3.2-1 Volume de controle em um subcanal.

Supondo a distribuição de fases uniforme, a densidade do fluido pode ser representada pela equação da densidade bifásica,

$$\rho = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_\ell \quad (3.2-2)$$

onde ρ_ℓ e ρ_g são, respectivamente, a densidade do líquido e a densidade do vapor no estado de saturação. O subscrito f será também empregado para designar o líquido saturado. Aqui,

o subscrito ℓ está sendo usado em lugar de f para que a equação represente corretamente o valor da densidade do líquido monofásico quando $\alpha = 0$. A grandeza α denota a fração volumétrica de vapor ou fração de vazio, definida no elemento de volume pelas relações

$$\alpha = \frac{A_g}{A} \quad (3.2-3a)$$

e

$$(1 - \alpha) = \frac{A_\ell}{A}, \quad (3.2-3b)$$

onde A é a área transversal do canal e A_ℓ e A_g são as áreas ocupadas instantaneamente pelo líquido e pelo vapor.

Para considerar a transferência turbulenta de massa através das conexões, o intercâmbio flutuante de massa deve ser expresso em termos de uma vazão de massa fictícia por unidade de comprimento axial definida como

$$w'_k{}^M = w'_{i_k \leftrightarrow j_k}{}^M = w'_{i_k \rightarrow j_k}{}^M - w'_{j_k \rightarrow i_k}{}^M, \quad (3.2-4)$$

onde o subscrito $i_k \leftrightarrow j_k$ representa o intercâmbio líquido entre os subcanais i_k e j_k que se combinam através da conexão k . Da mesma forma, serão definidas as vazões de massa fictícia por unidade de comprimento associadas aos transportes turbulentos de quantidade de movimento e de entalpia. Essas vazões de massa por unidade de comprimento são estimadas com modelos empíricos. Pode-se demonstrar que no escoamento monofásico não há intercâmbio líquido de massa entre os subcanais, ou seja

$$w'_{i_k \rightarrow j_k}{}^M = w'_{j_k \rightarrow i_k}{}^M \quad (3.2-5)$$

Logo,

$$w'_k{}^M = w'_{i_k \leftrightarrow j_k}{}^M = w'_{i_k \rightarrow j_k}{}^M - w'_{j_k \rightarrow i_k}{}^M = 0. \quad (3.2-6)$$

Introduzindo o termo correspondente ao transporte turbulento de massa $w'_k{}^M$ na equação da continuidade, tem-se

$$A_i \frac{\partial p_i}{\partial t} + \frac{\partial m_i}{\partial z} + \sum_{k \in i} e_{ki} (w_k + w'_k{}^M) = 0. \quad (3.2-7)$$

3.2.2 Equação de Conservação da Energia

A equação básica que descreve o transporte da energia térmica em subcanais, na forma proposta originalmente por Rowe (1971), pode ser escrita como

$$A_i \frac{\partial}{\partial t} \langle \rho u \rangle_i + \frac{\partial}{\partial z} (m_i h_i) = q'_i - \sum_{k \in i} e_{ki} c_k (T_{i_k} - T_{j_k}) - \sum_{k \in i} e_{ki} w_k'^H (h_{i_k} - h_{j_k}) - \sum_{k \in i} e_{ki} w_k h_k^* \quad (3.2-8)$$

onde u e h são, respectivamente, a energia interna específica e a entalpia específica no subcanal. A potência térmica por unidade de comprimento adicionada ao fluido por fontes de natureza nuclear, química ou elétrica é representada por q' . O coeficiente de condução térmica entre subcanais adjacentes, c_k , depende da geometria da interface de conexão e da condutividade térmica do fluido. O penúltimo termo da equação descreve o transporte lateral turbulento de entalpia, algo que pode ocorrer a uma vazão de massa efetiva $w_k'^H$, flutuante com o tempo. O último termo expressa a energia transportada lateralmente pela mistura transversal forçada. A entalpia transportada por este tipo de mistura é tomada como a entalpia do subcanal doador, ou seja

$$h^* = \begin{cases} h_{i_k}, & \text{se } w_k \geq 0 \\ h_{j_k}, & \text{se } w_k < 0. \end{cases} \quad (3.2-9)$$

No termo de acúmulo de energia, $\langle \rho u \rangle_i$ expressa a média volumétrica do produto (ρu) no volume de controle do subcanal. Pela definição de energia interna,

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho u \rangle = \frac{\partial}{\partial t} \langle \rho h \rangle - \frac{\partial p}{\partial t} \approx \frac{\partial}{\partial t} \langle \rho h \rangle, \quad (3.2-10)$$

desde que os efeitos que se propagam com velocidade sônica possam ser desprezados.

Considerando-se a equação da continuidade, Equação (3.2-7), a derivada espacial pode ser expressa como

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} (m_i h_i) &= m_i \frac{\partial h_i}{\partial z} + h_i \frac{\partial m_i}{\partial z} \\ &= m_i \frac{\partial h_i}{\partial z} - A_i h_i \frac{\partial \rho_i}{\partial t} - \sum e_{ki} (w_k + w_k^M) h_i. \end{aligned} \quad (3.2-11)$$

A substituição das duas últimas expressões na Equação (3.2-8) resulta

$$A_i \frac{\partial}{\partial t} \langle \rho h \rangle_i - A_i h_i \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + m_i \frac{\partial h_i}{\partial z} = q'_i - \sum_{k \in i} e_{ki} c_k (T_{i_k} - T_{j_k}) - \sum_{k \in i} e_{ki} w_k'^H (h_{i_k} - h_{j_k}) - \sum_{k \in i} e_{ki} w_k h_k^* + \sum_{k \in i} e_{ki} (w_k + w_k'^M) h_i. \quad (3.2-12)$$

Se as fases se encontram uniformemente distribuídas no volume de controle, o acúmulo de energia pode ser expresso em termo da entalpia específica estática, definida por

$$h_{\text{est}} = \frac{\langle \rho h \rangle}{\rho} = \frac{\alpha \rho_g h_g + (1 - \alpha) \rho_\ell h_\ell}{\alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_\ell}. \quad (3.2-13)$$

A entalpia específica associada ao movimento do fluido denomina-se entalpia específica dinâmica. O título dinâmico de vapor χ nas direções axial e transversal é definido como a razão entre a vazão de massa de vapor e a vazão de massa total em cada uma das direções. Em termos do título dinâmico, a entalpia específica dinâmica é dada por

$$h_{\text{din}} = h = \chi h_g + (1 - \chi) h_\ell, \quad (3.2-14)$$

donde se extrai a relação

$$\chi = \frac{h - h_\ell}{h_g - h_\ell}. \quad (3.2-15)$$

Se as fases estão em equilíbrio termodinâmico, a equação torna-se

$$\chi = \frac{h - h_f}{h_g - h_f} = \frac{h - h_f}{h_{fg}}, \quad (3.2-16)$$

onde h_{fg} é o calor latente de vaporização.

A diferença entre a entalpia dinâmica e a entalpia estática é

$$h - h_{\text{est}} = \chi h_g + (1 - \chi) h_\ell - \frac{\alpha \rho_g h_g + (1 - \alpha) \rho_\ell h_\ell}{\alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_\ell}, \quad (3.2-17)$$

que pode ser simplificada para dar

$$h - h_{\text{est}} = \frac{\psi}{\rho} (h_g - h_\ell) \quad (3.2-18)$$

onde

$$\psi = (1 - \alpha)\chi\rho_\ell - \alpha(1 - \chi)\rho_g \quad (3.2-19)$$

e ρ é calculado com a Equação (3.2-2) para a densidade da mistura bifásica,

$$\rho = \alpha\rho_g + (1 - \alpha)\rho_\ell.$$

Para o estado termodinâmico em que $\rho_\ell = \rho_f$ e $h_\ell = h_f$, a expressão para ψ reduz-se à função introduzida por Tong (1965, p. 208), qual seja,

$$\psi = \frac{\rho}{h_{fg}}(h - h_{est}) = (1 - \alpha)\chi\rho_f - \alpha(1 - \chi)\rho_g. \quad (3.2-20)$$

A função ψ pode ser interpretada como uma correção para o deslizamento entre as fases líquida e gasosa na equação da energia. Quando não existe deslizamento entre as fases, $\psi = 0$, e neste caso a razão de deslizamento S , que é definida como a razão entre as velocidades das fases gasosa e líquida, será igual a 1. O escoamento diz-se então bifásico homogêneo, situação em que as entalpias dinâmica e estática são equivalentes. A igualdade destas entalpias ocorre também no escoamento monofásico.

Considerando-se a relação abaixo que se obtém pela combinação das Equações (3.2-13) e (3.2-18),

$$\langle \rho h \rangle = \rho h_{est} = \rho h - \psi h_{fg}, \quad (3.2-21)$$

a derivada em relação ao tempo no primeiro termo da Equação (3.2-12) pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \langle \rho h \rangle &= \rho \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial \rho}{\partial t} - h_{fg} \frac{\partial \psi}{\partial t} - \psi \frac{\partial h_{fg}}{\partial t} \\ &= \rho \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial \rho}{\partial t} - h_{fg} \frac{\partial \psi}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial t} \\ &= \left(\rho - h_{fg} \frac{\partial \psi}{\partial h} \right) \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial \rho}{\partial t}. \end{aligned} \quad (3.2-22)$$

O calor latente de vaporização, h_{fg} , pode ser tomado como constante na derivação porque depende apenas da pressão, a qual é por suposição aproximadamente invariável com o tempo.

Substituindo a expressão anterior na Equação (3.2-12), obtém-se a forma final da equação diferencial para o transporte de energia térmica no volume de controle de um subcanal arbitrário i :

$$A_i \left(\rho - h_{fg} \frac{\partial \psi}{\partial h} \right)_i \frac{\partial h_i}{\partial t} + m_i \frac{\partial h_i}{\partial z} = q'_i - \sum_{k \in i} e_{ki} c_k (T_{ik} - T_{jk}) - \sum_{k \in i} e_{ki} w_k'^H (h_{ik} - h_{jk}) - \sum_{k \in i} e_{ki} w_k h_k^* + \sum_{k \in i} e_{ki} (w_k + w_k'^M) h_i \quad (3.2-23)$$

Observe-se que equação tem dimensão de potência por unidade de comprimento. Explicando melhor o significado dos vários termos da equação, o primeiro deles representa a contribuição transiente para a variação espacial da entalpia. Este é um termo convectivo com uma velocidade de transporte

$$u'' = \frac{m}{A\rho} \left(1 - \frac{h_{fg}}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial h} \right)^{-1} \quad (3.2-24)$$

O segundo termo expressa os fluxos convectivos de energia através das interfaces axiais do volume de controle.

No segundo membro, o primeiro termo exprime a taxa de variação da entalpia, se não ocorre nenhum tipo de mistura lateral. Este é o termo fonte associado à transmissão de energia térmica ao fluido pelas superfícies dos elementos aquecedores que compõem o subcanal. Esses elementos podem ser varetas cilíndricas ou placas com geração interna de calor por fissão nuclear, reações químicas ou efeito Joule. O segundo termo expressa a condução térmica entre os subcanais adjacentes, que é suposta ser proporcional à diferença lateral de temperaturas. O terceiro termo leva em conta o transporte turbulento de entalpia entre os subcanais. A vazão de massa turbulenta w'^M é calculada com correlações empíricas. O penúltimo termo descreve a energia transportada pela mistura transversal forçada. Este é um componente convectivo que requer, *a priori*, a escolha da entalpia h^* transportada lateralmente. O último termo, proveniente da equação da continuidade, completa o balanço de energia transmitida na direção transversal.

Deve-se observar que a equação da energia não contém a componente de condução térmica axial. Isto porque nas situações práticas normalmente encontradas, a condução axial tem pouco ou nenhum efeito sobre a distribuição de entalpias dos subcanais.

3.2.3 Equação de Conservação da Quantidade de Movimento Axial

A equação de conservação da quantidade de movimento (ou momento linear, como preferem muitos autores) será separada em duas componentes, uma na direção axial e outra na direção transversal.

Inicialmente, a aplicação do balanço de momento linear na direção axial do volume de controle mostrado na Figura (3.2-1) permite escrever

$$\frac{\partial m_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (mu')_i + \sum_{k \in i} e_{ki} (wu')_k = -A_i \frac{\partial p_i}{\partial z} - \frac{1}{2} \left(\frac{f \phi^2 v_\ell}{D_w} + \zeta' v' \right) \frac{m_i}{A_i} |m_i| - A_i g \rho_i \cos \varphi - \sum_{k \in i} e_{ki} w_k'^U (u_{i_k} - u_{j_k}), \quad (3.2-25)$$

onde

- u = velocidade axial do fluido
- u' = velocidade de transporte de momento axial
- p = pressão
- f = coeficiente de atrito monofásico
- ϕ^2 = multiplicador de atrito bifásico
- v_ℓ = volume específico da fase líquida
- D_w = diâmetro hidráulico molhado
- ζ' = coeficiente de arrasto por unidade de comprimento
- φ = ângulo do canal com a vertical
- w'^M = vazão de massa para transporte de momento turbulento

A força gravitacional é a única força externa que age sobre o sistema. O termo que expressa a força de pressão total líquida no volume de controle inclui implicitamente o efeito da eventual variação axial de área do subcanal que resulta em uma força de pressão extra exercida pelo fluido sobre as paredes laterais. As forças de viscosidade no quinto termo representam as perdas irreversíveis por resistência hidráulica que as superfícies sólidas exercem sobre o fluido. Tais forças causam uma perda de pressão total por atrito e uma perda de pressão por resistência local. Esta última força, também denominada força de arrasto, leva em conta as resistências hidráulicas localizadas produzidas por obstáculos ao escoamento, tais como grades espaçadoras, placas de orifícios e outros tipos de obstruções.

A força de atrito é avaliada com a equação

$$dF_{\text{atrito}} = - \left(\frac{dp}{dz} \right)_{fg} Adz, \quad (3.2-26)$$

em que o gradiente de pressão bifásico $-(dp/dz)_{fg}$ é relacionado ao gradiente de pressão monofásico $-(dp/dz)_{f0}$ para o fluido no canal considerado como líquido somente. O relacionamento é da forma

$$- \left(\frac{dp}{dz} \right)_{fg} = - \left(\frac{dp}{dz} \right)_{f0} \phi^2 \quad (3.2-27)$$

onde ϕ^2 é o multiplicador de atrito bifásico. O gradiente de pressão monofásico é calculado com a fórmula de Darcy e Weisbach,

$$- \left(\frac{dp}{dz} \right)_{f0} = \frac{1}{2} \frac{f v_\ell}{D_w} \left(\frac{m}{A} \right)^2, \quad (3.2-28)$$

onde f é o coeficiente de atrito baseado no escoamento apenas de líquido, v_ℓ é o volume específico do líquido e D_w é o diâmetro hidráulico molhado. Combinando as duas últimas equações, obtém-se

$$dF_{\text{atrito}} = \frac{1}{2} \frac{f \phi^2 v_\ell}{D_w} \left(\frac{m}{A} \right)^2 Adz. \quad (3.2-29)$$

A força de arrasto é dada pela equação

$$dF_{\text{arrasto}} = - \left(\frac{dp}{dz} \right)_{\text{arrasto}} Adz, \quad (3.2-30)$$

onde o gradiente de pressão devido à grades espaçadoras ou a outros tipos de obstáculos pode ser calculado com as fórmulas que descrevem as quedas de pressão por expansão e contração,

$$- \left(\frac{dp}{dz} \right)_{\text{arrasto}} = \frac{1}{2} \frac{\zeta v'}{dz} \left(\frac{m}{A} \right)^2, \quad (3.2-31)$$

onde ζ é um coeficiente de resistência hidráulica que depende das características locais do distúrbio no escoamento; v' é um volume específico efetivo para o transporte de momento.

A substituição da Equação (3.2-31) na Equação (3.2-30) resulta em

$$dF_{\text{arrasto}} = \frac{1}{2} \zeta \frac{v'}{dz} \left(\frac{m}{A} \right)^2 Adz = \frac{1}{2} \zeta' v' \left(\frac{m}{A} \right)^2 Adz, \quad (3.2-32)$$

onde $\zeta' = \zeta/\Delta z$.

Pelo princípio da superposição de perdas, a força de resistência experimentada pelo fluido no subcanal i pode ser escrita como

$$dF_i = \frac{1}{2} \left(\frac{f\phi^2 v_\ell}{D_w} + \zeta' v' \right)_i \frac{m_i^2}{A_i} dz. \quad (3.2-33)$$

Como a força de resistência sempre opõe ao movimento do fluido, a equação torna-se

$$dF_i = \frac{1}{2} \left(\frac{f\phi^2 v_\ell}{D_w} + \zeta' v' \right)_i \frac{m_i}{A_i} |m_i| dz. \quad (3.2-34)$$

A velocidade de transporte de momento axial pode ser definida a partir da equação de conservação,

$$mu' = m_g u_g + m_\ell u_\ell. \quad (3.2-35)$$

Usando as relações

$$m = GA, \quad m_g = GA\chi, \quad m_\ell = GA(1-\chi),$$

$$u_g = \frac{G\chi}{\rho_g \alpha}, \quad u_\ell = \frac{G(1-\chi)}{\rho_\ell (1-\alpha)},$$

obtém-se:

$$u' = G \left[\frac{\chi^2}{\rho_g \alpha} + \frac{(1-\chi)^2}{\rho_\ell (1-\alpha)} \right] = Gv', \quad (3.2-36)$$

onde G é o fluxo de massa e

$$v' = \frac{1}{\rho'} = \frac{\chi^2}{\rho_g \alpha} + \frac{(1-\chi)^2}{\rho_\ell (1-\alpha)} \quad (3.2-37)$$

é o volume específico para o transporte de momento.

A mistura de momento turbulento entre subcanais é incluída como uma força no balanço de momento. A força axial total no volume de controle atribuída à mistura turbulenta é calculada com

$$dF_t = -dz \sum_{k \in i} e_{ki} w_k'^U (u_{ik} - u_{jk}) \quad (3.2-38)$$

onde $w_k'^U$ representa uma vazão de massa por unidade de comprimento axial associada ao transporte lateral de momento linear através da conexão.

3.2.4 Equação de Conservação da Quantidade de Movimento Lateral

A diversão transversal de fluido é causada por gradientes radiais de pressão dentro do feixe. Esses gradientes podem decorrer naturalmente de uma diferença de aquecimento entre os subcanais ou, de uma maneira forçada, causados por obstáculos ou bloqueios existentes nos canais de escoamento.

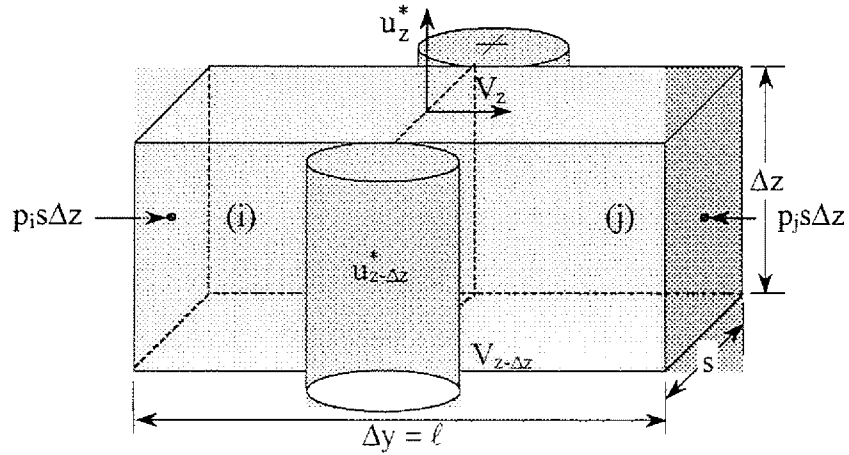


Figura 3.2-2 Volume de controle para o balanço de momento transversal.

De acordo com o modelo proposto por Rowe (1973), o balanço de momento transversal aplicado ao volume de controle representado na Figura 3.2-2 é escrito como

$$(p_i - p_j) s \Delta z - F_{ij} \ell \Delta z + (\rho^* s \ell u^* V)_{z-\Delta z} - (\rho^* s \ell u^* V)_z = \frac{\partial}{\partial t} (\rho^* V) s \ell \Delta z, \quad (3.2-39)$$

onde se admite que a velocidade transversal V é pequena comparada à velocidade axial u . O comprimento s corresponde ao espaçamento entre as varetas e ℓ representa a distância

efetiva de mistura, sendo da mesma ordem de grandeza da distância entre os centróides dos subcanais. O termo F_{ij} inclui as resistências hidráulicas por atrito, expansão e contração; ρ^* e u^* significam, respectivamente, a densidade da mistura transversal e a velocidade axial efetiva do fluido na região da conexão.

Tomando o limite quando Δz tende a zero, a equação precedente torna-se

$$\frac{\partial}{\partial t} w_{ij} + \frac{\partial}{\partial z} (u^* w_{ij}) + F_{ij} = (s/\ell)(p_i - p_j),$$

que, em conformidade com a convenção previamente adotada, pode ser rescrita como

$$\frac{\partial}{\partial t} w_k + \frac{\partial}{\partial z} (u_k^* w_k) + F_k = (s/\ell)(p_{i_k} - p_{j_k}), \quad (3.2-40)$$

onde $w_k = (\rho^* V s)_k$ denota a vazão de massa transversal por unidade de comprimento axial que acopla os subcanais adjacentes i_k e j_k . O fluxo de massa $\rho^* V$ que atravessa a conexão é considerado positivo quando o escoamento lateral ocorre do subcanal de índice menor para o subcanal de índice maior. A direção do escoamento é determinada pela orientação da conexão e o fluido perde o sentido de direção ao atravessar a conexão. Sendo assim, o escoamento é unidimensional em cada volume de controle e ocorre somente em uma direção perpendicular à interface da conexão.

O termo F_k pode ser expresso como

$$F_k = (s/\ell) \Delta p_k, \quad (3.2-41)$$

com a queda de pressão associada à resistência ao escoamento transversal dada por

$$\Delta p_k = \frac{1}{2} (\zeta \rho^* V^2)_k, \quad (3.2-42)$$

onde ζ_k exprime o coeficiente de resistência hidráulica na conexão. Combinando as duas equações, obtém-se

$$F_k = (s/\ell) C_k w_k, \quad (3.2-43)$$

em que

$$C_k = \frac{1}{2} \left(\frac{\zeta}{\rho^* s^2} \right)_k |w_k|. \quad (3.2-44)$$

A densidade ρ^* , que é suposta ser a do subcanal doador, é definida por

$$\rho_k^* = \begin{cases} \rho_{i_k}, & \text{se } w_k \geq 0 \\ \rho_{j_k}, & \text{se } w_k < 0 \end{cases} \quad (3.2-45)$$

A velocidade efetiva de transporte de momento u^* e o parâmetro (s/ℓ) são determinados experimentalmente.

Brown et al. (1975), usando a equação desenvolvida para um volume de controle de comprimento uniforme Δy não conseguiram verificar dados experimentais de bloqueios, nos quais escoamentos transversais rápidos e redistribuições significativas de pressões são encontradas. A verificação somente foi possível mediante a utilização de uma equação derivada a partir de um balanço de momento transversal aplicado a um volume de controle de comprimento variável. No modelo proposto, o parâmetro Δy foi estimado com

$$\Delta y = \beta \ell_c, \quad (3.2-46)$$

onde β é um parâmetro empírico e ℓ_c representa a distância entre os centróides dos subcanais adjacente. De acordo com Brown et al., as forças de atrito e de contração podem ser desprezadas e as perdas por expansão podem ser calculadas com

$$C_k = \frac{1}{.2} \left(\frac{\zeta_e}{2\rho^* s^2} \right)_k |w_k|, \quad (3.2-47)$$

onde

$$\zeta_e = (1/\alpha - 1)^2$$

é o coeficiente de perda de pressão por expansão. O parâmetro α é a razão entre as áreas menor e maior de escoamento, ou seja,

$$\alpha = \frac{s\Delta z}{\lambda b\Delta z},$$

onde b é a largura do subcanal e λ é uma constante empírica.

Por fim, a substituição da Equação (3.2-43) na Equação (3.2-40) resulta em

$$\frac{\partial}{\partial t} w_k + \frac{\partial}{\partial z} (u_k^* w_k) + C_k (s/\ell) w_k = (s/\ell) (p_{i_k} - p_{j_k}). \quad (3.2-48)$$

3.3 EQUAÇÕES DE DIFERENÇAS FINITAS

As quatro equações básicas do modelo matemático do fluido, em conjunção com uma equação de estado da forma $\rho = \rho(p, h)$, podem ser aproximadas por diferenças finitas e resolvidas simultaneamente para as variáveis ρ , m , h , p e w . Isso exige que cada canal seja dividido axialmente em um número discreto de células computacionais e que as derivadas parciais que ocorrem nas equações diferenciais sejam substituídas por diferenças algébricas.

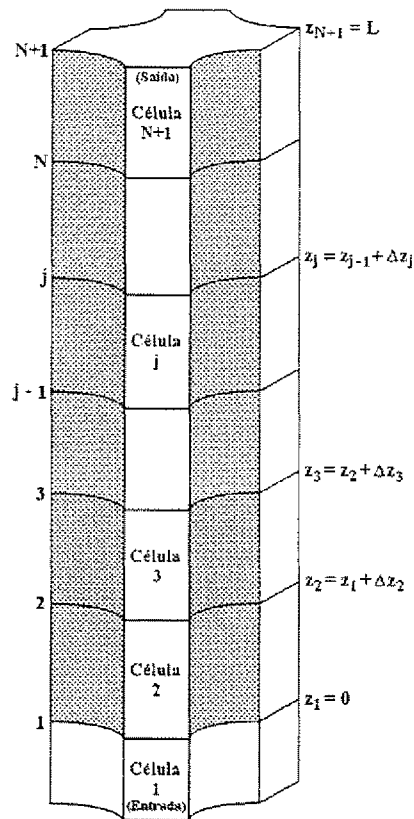


Figura 3.3-1 Discretização axial de um subcanal.

Como ilustra a Figura 3.3-1, a divisão de um feixe de varetas de comprimento L em N segmentos axiais produz nos subcanais N células computacionais, que são indexadas sequencialmente de 2 a $N + 1$ a partir da entrada do subcanal. A célula 1 é inativa e apenas representa a região de entrada. As interfaces dos volumes de controle assim formados são numeradas de 1 a $N + 1$. A posição $z = 0$, para $j = 1$, refere-se à entrada do subcanal e $z = L$, para $j = N + 1$, corresponde à saída. As posições dos níveis axiais intermediários dependem do tamanho prescrito arbitrariamente para os segmentos axiais.

As células computacionais podem comunicar-se lateralmente com as células vizinhas nos canais adjacentes através de conexões de largura s e área de escoamento lateral $s\Delta z$, sendo Δz o comprimento do segmento axial das células consideradas.

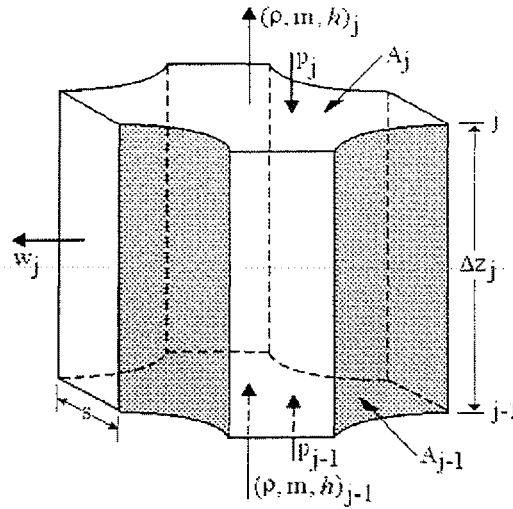


Figura 3.3-2 Posição de variáveis na célula computacional.

A disposição das variáveis do fluido no volume de controle é mostrada na Figura 3.3-2. A densidade ρ , a vazão de massa axial m e a pressão p são avaliadas no centróide da superfície de área A definida em cada nível axial do subcanal. Estas grandezas são, portanto, indexadas pelos índices dos níveis axiais. Além do índice j , as variáveis ρ , m , h e A requerem ainda o índice i para indicar o subcanal a que se referem. A vazão de massa transversal por unidade de comprimento, w , é determinada no ponto médio da interface lateral de largura média s e altura Δz . As grandezas w e s são indexadas pelo índice da célula computacional e pelo número k atribuído à conexão.

As subseções que se seguem ocupam da transformação das equações diferenciais para os balanços de massa, energia e de momentos axial e transversal em suas respectivas formas de diferenças finitas. A aproximação por diferenças finitas descendentes será empregada tanto para as derivadas temporais quanto para as derivadas espaciais. Em outras palavras, as derivadas parciais em relação ao tempo serão substituídas pelo valor da grandeza no tempo atual subtraída do valor no tempo anterior e dividida pelo tamanho do intervalo de tempo. De maneira semelhante, as derivadas espaciais serão aproximadas pelo quociente da diferença entre os valores da variável em questão nos níveis axiais j e $j - 1$ e a distância entre esses níveis.

3.3.1 Equação da Continuidade

Para escrever a equação da continuidade,

$$A_i \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial m_i}{\partial z} + \sum_{k \in i} e_{ki} w_k = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, NC), \quad (3.3-1)$$

na forma diferenças finitas, a derivada da densidade em relação ao tempo é aproximada por

$$\left(\frac{\partial \rho_i}{\partial t} \right)_j = \frac{\rho_{i,j}(t) - \rho_{i,j}(t - \Delta t)}{\Delta t} = \frac{\rho_{i,j} - \hat{\rho}_{i,j}}{\Delta t} \quad (3.3-2)$$

onde $\hat{\rho}$ denota o valor da densidade no instante $t - \Delta t$. Deste ponto em diante, todas as variáveis encimada por circunflexo referir-se-ão tempo anterior $t - \Delta t$.

A derivada da vazão de massa em relação à coordenada axial escreve-se como

$$\left(\frac{\partial m_i}{\partial z} \right)_j = \frac{m_i(z_j) - m_i(z_j - \Delta z_j)}{\Delta z_j} = \frac{m_{i,j} - m_{i,j-1}}{\Delta z_j}. \quad (3.3-3)$$

Conhecendo-se a vazão de massa, a velocidade axial do escoamento pode ser estimada com

$$u_{i,j} = \frac{1}{\rho_{i,j}} \left(\frac{m}{A} \right)_{i,j} = v_{i,j} \left(\frac{m}{A} \right)_{i,j}, \quad (3.3-4)$$

em que

$$\rho = \frac{1}{v} = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_\ell$$

é a densidade da mistura bifásica.

Considerando as Equações (3.3-2) e (3.3-3), obtém-se a forma de diferenças finitas para o balanço de massa,

$$\bar{A}_{i,j} \frac{\rho_{i,j} - \hat{\rho}_{i,j}}{\Delta t} + \frac{m_{i,j} - m_{i,j-1}}{\Delta z_j} + \sum_{k \in i} e_{ki} (w_{k,j} + w'_{k,j}) = 0, \quad (3.3-5)$$

onde

$$\bar{A}_{i,j} = \frac{A_{i,j} - A_{i,j-1}}{2}. \quad (3.3-6)$$

Explicitando $m_{i,j}$ na (3.3-5), chega-se a

$$m_{i,j} = m_{i,j-1} - \bar{A}_{i,j} \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (\rho_{i,j} - \hat{\rho}_{i,j}) - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} (w_{k,j} + w'_{k,j}{}^M). \quad (3.3-7)$$

3.3.2 Equação da Energia

Na transformação da equação diferencial da energia,

$$\begin{aligned} A_i \left(\rho - h_{fg} \frac{\partial \psi}{\partial h} \right)_i \frac{\partial h_i}{\partial t} + m_i \frac{\partial h_i}{\partial z} = q'_i - \sum_{k \in i} e_{ki} c_k (T_{i_k} - T_{j_k}) \\ - \sum_{k \in i} e_{ki} w'_k{}^H (h_{i_k} - h_{j_k}) - \sum_{k \in i} e_{ki} w_k h_k^* + \sum_{k \in i} e_{ki} (w_k + w'_k{}^M) h_i, \end{aligned} \quad (3.3-8)$$

em sua forma de diferenças finitas, as derivadas temporal e espacial serão aproximadas seguindo o mesmo esquema usada na subseção precedente. Portanto,

$$\left(\frac{\partial h_i}{\partial t} \right)_j = \frac{h_{i,j} - \hat{h}_{i,j}}{\Delta t}, \quad (3.3-9)$$

$$\left(\frac{\partial h_i}{\partial z} \right)_j = \frac{h_{i,j} - h_{i,j-1}}{\Delta z_j}. \quad (3.3-10)$$

O transporte transversal forçado de entalpia através das conexões entre os subcanais adjacentes é expresso como

$$\sum_{k \in i} e_{ki} (wh)_{k,j} = \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j} h_{k,j}^* \quad (3.3-11)$$

onde $h_{k,j}^*$ é a entalpia da célula doadora no nível axial j , ou seja

$$h_{k,j}^* = \begin{cases} h_{i_k,j}, & \text{se } w_{k,j} \geq 0 \\ h_{j_k,j}, & \text{se } w_{k,j} < 0. \end{cases} \quad (3.3-12)$$

O termo de condução térmica lateral se transforma em

$$\left[\sum_{k \in i} e_{ki} c_k (T_{i_k} - T_{j_k}) \right]_j = \sum_{k \in i} e_{ki} c_{k,j} (T_{i_k,j} - T_{j_k,j}). \quad (3.3-13)$$

Os demais termos no segundo membro da Equação (3.3-8) são escritos de maneira semelhante, exceto o termo fonte de calor q' , que será discutido mais tarde.

Substituindo estas aproximações na Equação (3.3-8), chega-se à seguinte fórmula de diferenças finitas para a equação da energia:

$$\begin{aligned}
 & \bar{A}_{i,j} \frac{\Delta z_j}{\Delta t} \left(\rho - h_{fg} \frac{\partial \psi}{\partial h} \right)_{i,j} (h_{i,j} - \hat{h}_{i,j}) + m_{i,j} (h_{i,j} - h_{i,j-1}) \\
 & = q'_{i,j-1/2} \Delta z_j - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} c_{k,j} (T_{i_k,j} - T_{j_k,j}) - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w'_{k,j}{}^H (h_{i_k,j} - h_{j_k,j}) \\
 & - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j} h_{k,j}^* + \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} (w_{k,j} + w'_{k,j}{}^M) h_{i,j}.
 \end{aligned} \tag{3.3-14}$$

Supondo-se que a potência térmica linear adicionada ao volume de controle seja proveniente da transmissão de calor das vareta aquecedoras que compõem o subcanal para o fluido, a potência térmica linear total que entra na célula j do subcanal i será

$$q'_{i,j-1/2} = \sum_{n \in i} P_n \phi_{ni} q''_{n,j-1/2}, \tag{3.3-15}$$

onde ϕ_{ni} representa a fração do perímetro P_n da vareta n que faceia o subcanal i, q''_n denota o valor local do fluxo de calor de cada vareta aquecedora. O subscrito $j - 1/2$ significa que a densidade linear de potência e o fluxo de calor são estimados na altura média da célula.

Deve-se enfatizar que as denominações *potência térmica linear* e *densidade linear de potência* estão sendo empregadas aqui para designar uma mesma grandeza, qual seja, a potência térmica por unidade de comprimento, cuja unidade SI é W/m por metro.

Em se utilizando o modelo opcional de condução térmica do combustível (veja Capítulo 4), o fluxo de calor local na superfície de cada vareta será calculado com a lei de Newton do resfriamento,

$$q''_{n,j} = \bar{q}''_{n,j} = (\bar{h}_s)_{n,j} [(T_s)_{n,j} - (\bar{T})_{n,j}], \tag{3.3-16}$$

onde T_s denota a temperatura superficial da vareta. O coeficiente de transferência de calor \bar{h}_s e a temperatura do fluido \bar{T} no entorno de cada vareta são considerados como as médias ponderadas de seus respectivos valores nos subcanais que a envolvem. Assim, o coeficiente médio de transferência de calor é calculado com

$$\bar{h}_{s,n} = \frac{\sum_{i \in n} \phi_{ni} h_{ni}}{\sum_{i \in n} \phi_{ni}}, \tag{3.3-17}$$

e a temperatura média do fluido é dada por

$$\bar{T}_n = \frac{\sum_{i \in n} \varphi_{ni} T_i}{\sum_{i \in n} \varphi_{ni}}. \quad (3.3-18)$$

Os somatórios nestas duas equações são efetuados para todos os canais que envolvem a vareta n .

Se o modelo térmico não for utilizado, o fluxo de calor local será calculado com

$$q''_{n,j} = (1 - \bar{f}_q) \frac{q'_{n,j}}{P_n}, \quad (3.3-19)$$

onde q'_n representa a densidade linear de potência produzida na vareta pelos processos de fissão nuclear, reações químicas ou efeito Joule; \bar{f}_q significa a fração da potência total que não é gerada no combustível, mas depositada diretamente no fluido.

Usando ou não o modelo de condução térmica, a potência adicionada ao fluido, em virtude da interação do meio com as radiações oriundas de reações nucleares, pode ser considerada como uma densidade linear de potência complementar $\bar{f}_q q'_n$.

Admitindo-se que a densidade linear de potência gerada no fluido decresça proporcionalmente com o aumento da fração média de vazio no entorno da vareta, de modo que

$$\bar{f}_q = \begin{cases} f_q, & \text{se } \bar{\alpha}_n = 0 \\ 0, & \text{se } \bar{\alpha}_n = 1 \end{cases}$$

tem-se

$$\bar{f}_q = (1 - \bar{\alpha}_n) f_q, \quad (3.3-20)$$

onde f_q é o valor especificado para a fração da potência total produzida no fluido. A fração média de vazio em torno da vareta é dada por

$$\bar{\alpha}_n = \frac{\sum_{i \in n} \varphi_{ni} \alpha_i}{\sum_{i \in n} \varphi_{ni}}, \quad (3.3-21)$$

onde α_i é a fração de vazio local no subcanal i . Como antes, o somatório é efetuado para todos os subcanais em torno da vareta.

A densidade linear de potência térmica gerada em uma determinada posição axial de uma vareta por qualquer mecanismo de geração de energia é dada por

$$q'_{n,j} = (f_{axial})_{n,j} (f_{radial})_n q'_{média} \quad (3.3-22)$$

onde f_{axial} e f_{radial} são, respectivamente, os fatores axial e radial de potência. A densidade linear média de potência das varetas do feixe é dada por

$$q'_{média} = \frac{q_{total}}{L_{total}}, \quad (3.3-23)$$

onde q_{total} é potência total do feixe e L_{total} é a soma dos comprimentos ativos das varetas.

O fator axial de potência em uma dada posição axial de uma vareta é definido como a razão entre a potência linear local e a potência linear média da vareta, ou seja,

$$f_{axial,n}(z) = \frac{q'_n(z)}{\bar{q}_n}. \quad (3.3-24)$$

A potência linear média da vareta é dada por

$$\bar{q}'_n = \frac{1}{z_2 - z_1} \int_{z_1}^{z_2} q'_n(z) dz, \quad (3.3-25)$$

onde z_1 e z_2 são as posições axiais de início e fim do comprimento ativo.

Os fatores axiais em cada posição axial são determinados no programa STHIRP-1 por interpolação linear em tabelas normalizadas para as potências lineares relativas, $f_{axial}(z/L)$, em função das distâncias relativas z/L , sendo L o comprimento total do subcanal.

As tabelas das distribuições axiais de potência podem ser especificadas via dados de entrada ou, então, calculadas internamente pelo programa. Em se utilizando a segunda opção, é necessário especificar a forma da distribuição, a posição de início da região ativa em relação à extremidade inferior da vareta combustível, assim como a razão pico-média da distribuição. A razão pico-média é definida por

$$F_{z,n} = \frac{q'_{max,n}}{\bar{q}'_n}. \quad (3.3-26)$$

Dois tipos de distribuição podem ser considerados: a distribuição senoidal, da forma $\sin(u)$, ou a distribuição senoidal deformada no sentido do topo, da forma $u \cdot \sin(u)$, onde $u = \pi z/L$, sendo z a coordenada axial e L o comprimento do feixe.

O fator radial de potência de uma vareta é definido como a razão entre potência linear média da vareta e a potência linear média de todas as varetas do feixe,

$$f_{\text{radial},n} = \frac{\bar{q}'_n}{q'_{\text{média}}} \quad (3.3-27)$$

Os fatores radiais de potência normalizados das varetas do feixe precisam ser especificados na entrada do programa.

Em vista das considerações acima, a densidade linear de potência adicionada à célula pelas varetas pode ser escrita como

$$q'_{i,j} = \sum_{n \in i} \phi_{ni} [P_n q''_{n,j} + (1 - \bar{\alpha}_{n,j}) f_q q'_{n,j}] \quad (3.3-28)$$

O fluxo de calor q''_n será dado pela Equação (3.3-16), se o modelo de condução térmica for utilizado, e pela Equação (3.3-19), em caso contrário. A densidade linear de potência q'_n será sempre calculada com a Equação (3.3-22).

É possível demonstrar que o coeficiente de condução térmica lateral pode ser aproximado por

$$C_{k,j} = c(s/\ell)_{k,j} \bar{k}_{k,j}, \quad (3.3-29)$$

onde

$$\bar{k}_{k,j} = \frac{1}{2} (k_{i_k} + k_{j_k})$$

denota a condutividade térmica local média (*bulk*) do fluido nas células adjacentes i_k e j_k , (s/ℓ) é razão entre a largura da conexão e a distância entre os centróides dos subcanais e c é uma constante empírica de entrada que depende da geometria da conexão. Não há evidências experimentais acerca do valor apropriado desta constante.

As vazões de massa turbulenta w'^H e w'^M são calculadas com os modelos empíricos descritos na Subseção (3.7.8).

3.3.3 Equação do Momento Axial

Conforme Subseção (3.2.3), a equação diferencial para o transporte axial da quantidade de movimento em subcanais é da forma

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (mu')_i + \sum_{k \in i} e_{ki} (wu')_k = -A_i \frac{\partial p_i}{\partial z} - \frac{1}{2} \left(\frac{f \phi^2 v_\ell}{D_w} + \zeta' v' \right) \frac{m_i}{A_i} |m_i| \\ - A_i g \rho_i \cos \varphi - \sum_{k \in i} e_{ki} w'_k U (u_{i_k} - u_{j_k}). \end{aligned} \quad (3.3-30)$$

Usando diferenças finitas descendentes, a derivada temporal da vazão de massa axial e a derivada espacial da pressão são aproximadas por

$$\left(\frac{\partial m_i}{\partial t} \right)_j = \frac{m_{i,j} - \hat{m}_{i,j}}{\Delta t} \quad (3.3-31)$$

e

$$\left(\frac{\partial p_i}{\partial z} \right)_j = \frac{p_{i,j} - p_{i,j-1}}{\Delta z_j}. \quad (3.3-32)$$

Supondo-se que o escoamento seja estritamente direto, isto é, $m_{i,j} \geq 0$, a derivada parcial que representa o transporte de momento linear na direção axial pode ser substituída pela expressão

$$\left[\frac{\partial (mu')_i}{\partial z} \right]_j = \frac{m_{i,j} u'_{i,j} - m_{i,j-1} u'_{i,j-1}}{\Delta z_j}. \quad (3.3-33)$$

A velocidade de transporte de momento axial é dada por

$$u'_{i,j} = \left(\frac{m}{A} \right)_{i,j} v'_{i,j}, \quad (3.3-34)$$

onde v' é o volume específico efetivo para o transporte de momento, definido anteriormente pela Equação (3.2-37) como

$$v' = \frac{\chi^2}{\rho_g \alpha} + \frac{(1-\chi)^2}{\rho_\ell (1-\alpha)}, \quad (3.3-35)$$

tendo as grandezas no segundo membro os significados descritos na Subseção (3.2.3).

O transporte de momento axial na direção transversal pode ser expresso como

$$\left[\sum_{k \in i} e_{ki} (w u')_k \right]_j = \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j} u_{k,j}^*, \quad (3.3-36)$$

onde $u_{k,j}^*$ é a velocidade de transporte de momento axial na região da interface entre os subcanais adjacentes. Esta grandeza é calculada com a equação de interpolação

$$u_{k,j}^* = \frac{1}{2} \left[(1 + \sigma \beta_u) u'_{i_k,j} + (1 - \sigma \beta_u) u'_{j_k,j} \right] \quad (3.3-37)$$

onde β_u é um coeficiente de interpolação ao qual se pode atribuir na entrada de dados do programa valores no intervalo fechado $[0, 1]$. O número inteiro σ exprime o sinal de β_u : $\sigma = +1$, se i_k e j_k forem, respectivamente, os índices dos subcanais doador e receptor; e $\sigma = -1$, no caso recíproco. De outra maneira,

$$\sigma = \begin{cases} +1, & \text{se } w_{k,j} \geq 0 \\ -1, & \text{se } w_{k,j} < 0. \end{cases} \quad (3.3-38)$$

A proposição deste método de interpolação se justifica pelo fato de não ter sido estabelecido ainda um modelo consistente para determinação da velocidade de transporte de momento na região da interface de conexão entre dois subcanais adjacentes. Presentemente, existem duas tendências a respeito da especificação dessa velocidade de transporte. A primeira consiste simplesmente em considerá-la igual à velocidade do fluido no subcanal doador. A segunda a define como a média das velocidades nos subcanais doador e receptor. A Equação (3.3-37) permite a livre interpolação entre estas duas aproximações.

Note-se que, se $\beta_u = 0$,

$$u_{k,j}^* = \frac{1}{2} (u'_{i_k,j} + u'_{j_k,j}), \quad (3.3-39)$$

ou seja, a velocidade de transporte de momento axial na conexão corresponde à média das velocidades axiais nos subcanais que formam a conexão. Por outro lado, para $\beta_u = 1$, a Equação (3.2-37) resulta

$$u_{k,j}^* = \begin{cases} u'_{i_k,j}, & \text{se } w_{k,j} \geq 0 \\ u'_{j_k,j}, & \text{se } w_{k,j} < 0. \end{cases} \quad (3.3-40)$$

A substituição das relações desenvolvidas acima na Equação (3.3-30) resulta na seguinte fórmula de diferenças finitas para o balanço da quantidade de movimento axial em subcanais:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (m_{i,j} - \hat{m}_{i,j}) + m_{i,j} u'_{i,j} - m_{i,j-1} u'_{j-1} + \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j} u'_{k,j} = \\ - \bar{A}_{i,j} (p_{i,j} - p_{i,j-1}) - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta z}{D_w} f \phi^2 v_\ell + \zeta v' \right)_{i,j} \frac{m_{i,j}^2}{A_{i,j}} \\ - \bar{A}_{i,j} \Delta z_j \rho_{i,j} g \cos \varphi - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j}^U (u_{i,k,j} - u_{j,k,j}) \end{aligned} \quad (3.3-41)$$

onde $\zeta = \zeta' \Delta z$ é o coeficiente de resistência hidráulica em obstáculos. A vazão de massa por unidade de comprimento associada ao transporte lateral turbulento de momento, w^U , é determinada através de correlações empíricas.

3.3.4 Equação do Momento Transversal

Conforme Subseção (3.2.4), a equação do momento transversal em sua forma diferencial escreve-se como

$$\frac{\partial w_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (u^* w)_k + (s/\ell)_k C_k w_k = (s/\ell)_k (p_{i_k} - p_{j_k}), \quad (3.3-42)$$

onde

$$C_k = \frac{1}{2} \left(\frac{\zeta}{\rho^* s^2} \right)_k |w_k| \quad (3.3-43)$$

é um parâmetro que exprime as perdas por viscosidade na conexão. Assim, ζ_k denota um coeficiente adimensional de resistência hidráulica que inclui as perdas por atrito e resistência local. A densidade da mistura transversal, definida pela Equação (3.2-45), é tomada como a densidade do subcanal doador.

Usando uma diferença finita descendente, a derivada parcial em relação ao tempo da vazão de massa transversal por unidade de comprimento é aproximada por

$$\left(\frac{\partial w_k}{\partial t} \right)_j = \frac{w_{k,j} - \hat{w}_{k,j}}{\Delta t} \quad (3.3-44)$$

A derivada parcial que expressa o transporte axial de momento transversal pode ser escrita como

$$\frac{\partial}{\partial z}(u^* w)_{k,j} = \frac{u_{k,j}^* w_{k,j} - u_{k,j-1}^* w_{k,j-1}}{\Delta z_j} \quad (3.3-45)$$

onde u^* é a velocidade axial de transporte de momento na vizinhança da conexão, que é calculada com a fórmula de interpolação, Equação (3.3-37), proposta na seção precedente.

Os dois últimos termos da Equação (3.3-42) são separados em somas de partes implícita e explícita no espaço, de forma que

$$C_k w_k = \theta C_{k,j} w_{k,j} + (1 - \theta) C_{k,j-1} w_{k,j-1}, \quad (3.3-46)$$

$$(p_{i_k} - p_{j_k}) = \theta (p_{i_k} - p_{j_k})_j + (1 - \theta) (p_{i_k} - p_{j_k})_{j-1}, \quad (3.3-47)$$

onde θ é um parâmetro de ponderação que assume valores arbitrários entre zero e um.

A substituição das Equações (3.3-44) a (3.3-47) na Equação (3.3-42) resulta em

$$\begin{aligned} & \frac{w_{k,j} - \hat{w}_{k,j}}{\Delta t} + \frac{u_{k,j}^* w_{k,j} - u_{k,j-1}^* w_{k,j-1}}{\Delta z_j} + (s/\ell)_{k,j} [\theta C_{k,j} w_{k,j} + (1 - \theta) C_{k,j-1} w_{k,j-1}] \\ & = (s/\ell)_{k,j} [\theta (p_{i_k} - p_{j_k})_j + (1 - \theta) (p_{i_k} - p_{j_k})_{j-1}], \end{aligned} \quad (3.3-48)$$

donde, explicitando w , vem

$$w_{k,j} = D_{k,j}^{-1} Q_{k,j} + (s/\ell)_{k,j} D_{k,j}^{-1} [\theta (p_{i_k} - p_{j_k})_j + (1 - \theta) (p_{i_k} - p_{j_k})_{j-1}], \quad (3.3-49)$$

com

$$D_{k,j} = \frac{1}{\Delta t} + \frac{u_{k,j}^*}{\Delta z_j} + (s/\ell)_{k,j} \theta C_{k,j}, \quad (3.3-50)$$

$$Q_{k,j} = \frac{\hat{w}_{k,j}}{\Delta t} + \frac{u_{k,j-1}^* w_{k,j-1}}{\Delta z_j} - (s/\ell)_{k,j} (1 - \theta) C_{k,j-1} w_{k,j-1}. \quad (3.3-51)$$

Observe-se na Equação (4.4-49) que o parâmetro θ introduz uma dependência entre a vazão de massa transversal na posição axial j (altura média da célula) e os gradientes laterais de pressão que existem nos níveis axiais $j - 1$ e j . Para $\theta = 0$, a mistura transversal

será governada pela diferença das pressões dos pares de subcanais adjacentes à conexão no nível axial $j - 1$; para $\theta = 1$, a mistura transversal decorrerá da diferença de pressões no nível axial j . Outras formas de dependência podem ser consideradas, variando-se na entrada de dados o parâmetro θ no intervalo entre zero e um.

Definindo o gradiente de pressão axial no subcanal como

$$(\Delta p / \Delta z)_{i,j} = \frac{p_{i,j} - p_{i,j-1}}{\Delta z_j}, \quad (3.3-52)$$

o termo de pressão no segundo membro da Equação (3.3-49) pode ser expresso como

$$\begin{aligned} & \theta(p_{i_k} - p_{j_k})_j + (1 - \theta)(p_{i_k} - p_{j_k})_{j-1} = \\ & (p_{i_k} - p_{j_k})_j - (1 - \theta)[(\Delta p / \Delta z)_{i_k} - (\Delta p / \Delta z)_{j_k}]_j \Delta z_j \end{aligned} \quad (3.3-53)$$

Finalmente, substituindo esta expressão na Equação (3.3-49), obtém-se a fórmula de diferenças finitas para o balanço de momento transversal,

$$\begin{aligned} w_{k,j} = & D_{k,j}^{-1} Q_{k,j} + (s / \ell)_{k,j} D_{k,j}^{-1} (p_{i_k} - p_{j_k})_j \\ & - (1 - \theta)(s / \ell)_{k,j} D_{k,j}^{-1} \Delta z_j [(\Delta p / \Delta z)_{i_k} - (\Delta p / \Delta z)_{j_k}]_j, \end{aligned} \quad (3.3-54)$$

que será utilizada no programa STHIRP-1 para calcular a vazão de massa transversal por unidade de comprimento.

3.4 SOLUÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO

Para se obter distribuições de vazões de massa axiais e transversais, densidades, entalpias específicas e de pressões nos subcanais de um feixe de varetas é necessário resolver simultaneamente as equações de conservação nas formas de diferenças finitas e a equação de estado para o fluido. Pelo menos três técnicas numéricas têm sido utilizadas na solução dessas equações. A primeira, a técnica implícita, se aplica aos casos em que as vazões axiais são positivas e maiores que as vazões transversais. A convergência da solução independe do tamanho do intervalo de tempo Δt utilizado na simulação de transitórios. A maioria dos programas computacionais que implementam as formulações propostas por Rowe (1973) para subcanais utiliza esta técnica na solução do conjunto de equações de conservação.

A aplicação da técnica explícita, embora não seja limitada pela condição de escoamento axial positivo, é restrita à análise de transitórios porque a convergência da solução somente ocorre para pequenos intervalos de tempo. Além disso, requer uma solução estacionária com a técnica implícita como condição inicial.

A técnica semi-implícita é muito semelhante à técnica implícita. A diferença é que na técnica semi-implícita a equação da energia é resolvida explicitamente.

Existe, todavia, um quarto método, usado por Stewart et al. (1985) em VIPRE-01, que combina a técnica implícita com um procedimento de Newton-Raphson para ajustar iterativamente os campos de vazão e de pressão. Esse método permite a simulação de escoamentos ascendente e descendente, incluindo transitórios com reversão do escoamento. Em qualquer instante da simulação, as vazões de massa axiais podem tornar-se localmente pequenas, inverter a direção ou ser relativamente menores que as vazões transversais. O custo computacional adicional em comparação com o método implícito puro advém sobretudo do aumento do tempo de processamento.

O método implícito, com a possibilidade de se utilizar a forma explícita da equação da energia, é empregado no programa STHIRP-1.

3.4.1 Sumário das Fórmulas de Diferenças Finitas

As equações de diferenças finitas das equações de conservação desenvolvidas na seção precedente são sumariadas a seguir:

Equação da Continuidade

$$m_{i,j} = m_{i,j-1} - \bar{A}_{i,j} \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (\rho_{i,j} - \hat{\rho}_{i,j}) - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} (w_{k,j} + w'_{k,j}^M) \quad (3.4-1)$$

Equação da Energia

$$\begin{aligned} & \bar{A}_{i,j} \frac{\Delta z_j}{\Delta t} \left(\rho - h_{fg} \frac{\partial \psi}{\partial h} \right)_{i,j} (h_{i,j} - \hat{h}_{i,j}) + m_{i,j} (h_{i,j} - h_{i,j-1}) \\ & = q'_{i,j-1/2} \Delta z_j - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} c_{k,j} (T_{i_k,j} - T_{j_k,j}) - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w'_{k,j}^H (h_{i_k,j} - h_{j_k,j}) \\ & - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j} h_{k,j}^* + \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} (w_{k,j} + w'_{k,j}^M) h_{i,j} \end{aligned} \quad (3.4-2)$$

Equação do Momento Axial

$$\begin{aligned}
& \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (m_{i,j} - \hat{m}_{i,j}) + m_{i,j} u'_{i,j} - m_{i,j-1} u'_{j-1} + \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j} u'^*_{k,j} = \\
& - \bar{A}_{i,j} (p_{i,j} - p_{i,j-1}) - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta z}{D_w} f \phi^2 v_\ell + \zeta v' \right)_{i,j} \frac{m_{i,j}^2}{A_{i,j}} \\
& - \bar{A}_{i,j} \Delta z_j \rho_{i,j} g \cos \phi - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w'_{k,j} U (u_{i,j} - u_{j,k,j})
\end{aligned} \tag{3.4-3}$$

Equação do Momento Transversal

$$\begin{aligned}
w_{k,j} &= D_{k,j}^{-1} Q_{k,j} + (s/\ell)_{k,j} D_{k,j}^{-1} (p_{i_k} - p_{j_k})_j \\
&- (1 - \theta)(s/\ell)_{k,j} D_{k,j}^{-1} \Delta z_j [(\Delta p / \Delta z)_{i_k} - (\Delta p / \Delta z)_{j_k}]_j
\end{aligned} \tag{3.4-4}$$

Estas quatro equações, juntamente com uma equação de estado termodinâmico da forma

$$\rho = \rho(h, p^*), \tag{3.4-5}$$

onde p^* é a pressão de referência do sistema, constituem um conjunto fechado de equações simultâneas que pode ser resolvido numericamente para fornecer as distribuições das cinco grandezas primárias do escoamento em subcanais:

$\{\rho_i\}$ – densidade de massa (kg/m³),

$\{m_i\}$ – vazão de massa axial (kg/s),

$\{w_k\}$ – vazão de massa transversal por unidade de comprimento (kg/ms),

$\{h_i\}$ – entalpia dinâmica específica (J/kg),

$\{p_i\}$ – pressão (Pa).

A maneira de aplicação do método implícito para resolver o conjunto de equações listado acima reflete uma variação do método MAT (*Modified Advanced Theta*), proposto por Masterson e Wolf (1977, 1978). Em linhas gerais, a estratégia computacional utilizada no programa STHIRP-1 consiste em percorrer repetidamente, nível a nível, da entrada ($j = 1$) à saída ($j = N + 1$) do feixe, todos os subcanais simultaneamente até que ocorra a

convergência da solução. Cada varredura axial do feixe constitui uma *iteração axial*. Detalhes acerca do procedimento computacional serão discutidos mais tarde.

A equação da energia e as equações dos momentos axial e transversal são trabalhadas de forma a produzir sistemas de equações algébricas lineares para os campos de entalpias e de pressões dos subcanais. Esses sistemas são resolvidos opcionalmente através de uma técnica de eliminação de Gauss ou através do método iterativo de Gauss-Seidel com sobre-relaxação. Optando-se pelo segundo método, as soluções desses sistemas requererão esquemas iterativos internos que serão executados em cada nível axial para toda a matriz de subcanais. Nesses casos, a varredura dos subcanais em cada nível axial constitui uma *iteração radial*. Como se verá no Capítulo 4, o modelo de condução térmica introduz também um esquema iterativo radial para a matriz de varetas combustíveis.

Opcionalmente, em se utilizando a forma explícita da equação da energia, as distribuições de entalpias dos subcanais serão obtidas por substituição direta e, como consequência, o sistema de equações correspondente deixará de existir.

As próximas subseções tratam da aplicação do método implícito à solução das equações de diferenças finitas listadas acima.

3.4.2 Distribuição de Vazões de Massa Axiais

Considerando-se todos os NC subcanais e todas as NK conexões entre subcanais adjacentes de um feixe de varetas, a Equação (3.4-1) pode ser escrita na forma matricial

$$\{m\}_j = \{m\}_{j-1} - \frac{\Delta z_j}{\Delta t} [\bar{A}]_j \{\rho - \hat{\rho}\}_j - \Delta z_j [E]^T \{w + w'^M\}_j, \quad (3.4-6)$$

onde $[A]$ é uma matriz diagonal, de dimensão $NC \times NC$, cujos elementos da diagonal são as áreas médias \bar{A}_i ($i = 1, 2, \dots, NC$), e $[E]^T$ é o operador matricial de soma definido na Subseção 3.1.1.

Para atenuar as possíveis oscilações numéricas e acelerar a convergência da solução de um problema, as vazões de massa axiais podem ser relaxadas com a equação

$$\{m\}_j = \alpha_m \{\hat{m}\}_j + (1 - \alpha_m) \{\tilde{m}\}_j, \quad (3.4-7)$$

onde o vetor $\{\hat{m}\}$ contém as vazões de massa previstas pela Equação (3.4-6) e $\{\tilde{m}\}$

consiste das vazões de massa da iteração axial anterior. O fator de relaxação α_m , cujo valor ótimo se encontra, via de regra, no intervalo entre 0,5 e 1,0, é um parâmetro de entrada.

Considera-se que a convergência da solução de um problema terá sido atingida quando os desvios nas distribuições de vazões axiais e transversais entre duas iterações axiais consecutivas forem menores que as tolerâncias prescritas para estas duas variáveis. O critério de convergência das vazões axiais é dado por

$$\text{máximo} \left(\left| \frac{m_{i,j} - \tilde{m}_{i,j}}{m_{i,j}} \right| \quad (i = 1, 2, \dots, NC; j = 2, 3, \dots, N+1) \right) < \varepsilon_m, \quad (3.4-8)$$

onde N é o número de células computacionais e ε_m é a tolerância de convergência da vazão de massa axial.

3.4.3 Distribuição de Entalpias

Duas formulações para a determinação da distribuição de entalpias dos subcanais serão desenvolvidas a seguir mediante a aplicação dos métodos implícito e explícito à Equação (3.4-2). Estes dois métodos, embora sejam distintos quanto à forma de abordagem numérica da equação da energia, fornecem essencialmente os mesmos resultados.

O Método Implícito

O primeiro passo na solução da equação da energia com o método implícito é rescrever a Equação (3.4-2), transpondo-se para o primeiro membro os termos que contém $h_{i,j}$ e transferindo-se os demais para o segundo membro. Então,

$$\begin{aligned} & \left[m'_{i,j} + m_{i,j} - \Delta x_j \sum_{k \in i} e_{ki} (w_{k,j} + w'_{k,j}) \right] h_{i,j} \\ &= m'_{i,j} \hat{h}_{i,j} + m_{i,j} h_{i,j-1} - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j} h_{k,j}^* - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} c_{k,j} (T_{i_k,j} - T_{i_k,j}) \\ & \quad - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j}^H (h_{i_k,j} - h_{j_k,j}) + q'_{i,j-1/2} \Delta z_j, \end{aligned} \quad (3.4-9)$$

onde

$$m'_{i,j} = \bar{A}_{i,j} \frac{\Delta z_j}{\Delta t} \left(\rho - h_{fg} \frac{\partial \psi}{\partial h} \right)_{i,j}. \quad (3.4-10)$$

O objetivo agora é transformar a Equação (3.4-9) em um sistema de equações lineares para as entalpias dos subcanais no nível axial j . Isto pode ser conseguido às custas de transformações algébricas de alguns termos do segundo membro e a transposição desses para o primeiro membro.

A diferença de temperaturas no termo de condução térmica lateral pode ser convertida em diferença de entalpias através da aproximação

$$T_{i_k} - T_{j_k} = \frac{1}{\tilde{c}_{p,k}} (h_{i_k} - h_{j_k}),$$

com o calor específico calculado em termos das diferenças de entalpias e temperaturas previstas na iteração axial anterior,

$$\tilde{c}_{p,k} = \frac{\tilde{h}_{i_k} - \tilde{h}_{j_k}}{\tilde{T}_{i_k} - \tilde{T}_{j_k}}.$$

O termo de condução térmica lateral torna-se, então,

$$\sum_{k \in i} e_{ki} c_k (T_{i_k} - T_{j_k}) = \sum_{k \in i} e_{ki} w_k'' (h_{i_k} - h_{j_k}),$$

em que o novo coeficiente de condução térmica é dado por

$$w_k'' = \frac{c_k}{\tilde{c}_{p,k}} = \frac{1}{2} \frac{c(s/\ell)_k}{\tilde{c}_{p,k}} (\tilde{k}_{i_k} + \tilde{k}_{j_k}), \quad (3.4-11)$$

em conformidade com a Equação (3.3-29). A condutividade térmica \tilde{k} é avaliada em função da temperatura local do fluido prevista na iteração precedente.

Agrupando os termos de condução térmica lateral e de transporte turbulento de entalpia, tem-se

$$\sum_{k \in i} e_{ki} c_k (T_{i_k} - T_{j_k}) + \sum_{k \in i} e_{ki} w_k'^H (h_{i_k} - h_{j_k}) = \sum_{k \in i} e_{ki} (w_k'' + w_k'^H) (h_{i_k} - h_{j_k}).$$

Usando a Propriedade 3 (veja Subseção 3.1.1), esta expressão pode ser escrita como

$$\sum_{k \in i} e_{ki} c_k (T_{i_k} - T_{j_k}) + \sum_{k \in i} e_{ki} w_k'^H (h_{i_k} - h_{j_k}) = \sum_{k \in i} (w_k'' + w_k'^H) (h_i - h_m), \quad (3.4-12)$$

em que $m = i_k + j_k - i$.

Lembrando-se que a entalpia transportada pela mistura transversal forçada é tomada como a do subcanal doador, ou seja,

$$h_k^* = \begin{cases} h_{i_k}, & \text{se } w_k \geq 0 \\ h_{j_k}, & \text{se } w_k < 0, \end{cases}$$

o termo de transporte transversal de entalpia pode ser expresso como

$$e_{ki} w_k h_k^* = \begin{cases} e_{ki} w_k h_{i_k}, & \text{se } w_k \geq 0 \\ e_{ki} w_k h_{j_k}, & \text{se } w_k < 0, \end{cases}$$

onde, para simplificar a descrição, se omite o símbolo de soma.

Se $i = i_k$ na equação acima, então, em decorrência da Propriedade 3 e da definição do sistema e_{ki} , $m = i_k$, $e_{ki} = +1$ e

$$e_{ki} w_k h_k^* = \begin{cases} e_{ki} w_k h_i, & \text{se } e_{ki} w_k > 0 \\ e_{ki} w_k h_m, & \text{se } e_{ki} w_k < 0. \end{cases}$$

Por outro lado, se $i = j_k$, então $m = j_k$, $e_{ki} = -1$ e

$$e_{ki} w_k h_k^* = \begin{cases} e_{ki} w_k h_m, & \text{se } e_{ki} w_k < 0 \\ e_{ki} w_k h_i, & \text{se } e_{ki} w_k > 0. \end{cases}$$

Note-se que, independentemente do valor atribuído a i , as duas expressões são equivalentes.

Então, é possível expressar o termo de transporte transversal de entalpia como

$$e_{ki} w_k h_k^* = \xi(e_{ki} w_k) h_i + [e_{ki} w_k - \xi(e_{ki} w_k)] h_m,$$

onde

$$\xi(e_{ki} w_k) = \begin{cases} e_{ki} w_k, & \text{se } e_{ki} w_k > 0 \\ 0, & \text{se } e_{ki} w_k < 0. \end{cases}$$

Nesta última expressão, se $e_{ki} > 0$,

$$\xi(e_{ki} w_k) - e_{ki} w_k = 0 = \xi(-e_{ki} w_k);$$

e, se $e_{ki} < 0$,

$$\xi(-e_{ki} w_k) + e_{ki} w_k = 0 = \xi(e_{ki} w_k).$$

Logo,

$$\xi(e_{ki} w_k) - e_{ki} w_k = \xi(-e_{ki} w_k) \quad (3.4-13)$$

e, então,

$$e_{ki} w_k h_k^* = \xi(e_{ki} w_k) h_i - \xi(-e_{ki} w_k) h_m. \quad (3.4-14)$$

Substituindo as Equações (3.4-12) e (3.4-14) na Equação (3.4-9), transpondo os termos em $h_{i,j}$ e $h_{i,m}$ para o primeiro membro e usando a Equação (3.4-13) para simplificar a expressão resultante, obtém-se

$$\begin{aligned} & \left\{ m'_{i,j} + m_{i,j} + \Delta z_j \sum_{k \in i} [w''_{k,j} + w'_{k,j}{}^H + \xi(-e_{ki} w_{k,j})] - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w'_{k,j}{}^M \right\} h_{i,j} \\ & - \Delta z_j \sum_{k \in i} [w''_{k,j} + w'_{k,j}{}^H + \xi(-e_{ki} w_{k,j})] h_{m,j} \\ & = m'_{i,j} \hat{h}_{i,j} + m_{i,j} h_{i,j-1} + q'_{i,j-1/2} \Delta z_j. \end{aligned} \quad (3.4-15)$$

Considerando-se todos os NC subcanais do feixe, esta equação define um sistema de NC equações lineares da forma

$$[A]_j \{h\}_j = \{B\}_j. \quad (3.4-16)$$

Os elementos sobre a diagonal principal da matriz dos coeficientes são dados por

$$(A_{ii})_j = m'_{i,j} + m_{i,j} + \Delta z_j \sum_{k \in i} [w''_{k,j} + w'_{k,j}{}^H + \xi(-e_{ki} w_{k,j})] - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w'_{k,j}{}^M,$$

e os elementos fora da diagonal por

$$(A_{im})_j = \begin{cases} -\Delta z_j [w''_{k,j} + w'_{k,j}{}^H + \xi(-e_{ki} w_{k,j})], & \text{se } m = i_k + j_k - i \\ 0, & \text{se } m \neq i_k + j_k - i \end{cases}$$

Os elementos do vetor $\{B\}$ consistem dos termos que aparecem no segundo membro da Equação (3.4-15):

$$(B_i)_j = m'_{i,j} \hat{h}_{i,j} + m_{i,j} h_{i,j-1} + q'_{i,j} \Delta z_j.$$

Cada linha i da matriz $[A]$ possui, além do elemento sobre a diagonal principal, apenas aqueles elementos que correspondem aos índices dos subcanais que têm interfaces com o subcanal i .

Além do alto índice de esparsidade, especialmente nos casos de feixes com elevado número de subcanais, uma outra característica importante da matriz $[A]$ é a forte dominância da diagonal. A escolha de técnicas de solução mais elaboradas que se ajustam a estas particularidades da matriz $[A]$ pode contribuir significativamente para o aumento da eficiência computacional, seja pela redução da área de memória requerida, seja pela redução do tempo de execução. Isto em comparação com os métodos diretos clássicos, tais como eliminação parcial de Gauss, eliminação de Gauss-Jordan ou inversão matricial.

Dois métodos alternativos podem ser utilizados no programa STHIRP-1 para resolver o sistema definido pela Equação (3.4-16): o *método de eliminação da transposta com área de memória reduzida* (Henderson e Wassying, 1978; Wassying, 1982) ou o *método das sobre-relaxação sucessivas*.

O método de eliminação da transposta é um método direto em que as soluções do sistema são obtidas pela decomposição da matriz transposta $[A]^T$. Tratando a matriz $[A]$ coluna a coluna, este método requer uma área de armazenamento que pode ser, dependendo do tamanho do sistema, até 75% menor que a requerida pelas técnicas convencionais que manuseiam a matriz linha a linha.

O método das sobre-relaxações sucessivas, também denominado método de Gauss-Seidel com sobre-relaxação ou ainda método SOR (*Successive Over-Relaxation*), é uma técnica iterativa muito empregada para resolver sistemas de equações lineares que satisfaçam certos requisitos especiais que não serão aqui discutidos. A teoria formal do método das sobre-relaxações sucessivas é exaustivamente tratada por Young (1971).

O Método Explícito

No método explícito, a Equação (3.4-2) é rescrita como

$$\begin{aligned} & \frac{m'_{i,j}}{m_{i,j}} (h_{i,j} - \hat{h}_{i,j}) + (h_{i,j} - h_{i,j-1}) \\ &= \frac{1}{m_{i,j}} \left[q'_{i,j-1/2} - \sum_{k \in i} e_{ki} c_{k,j-1} (T_{i_k} - T_{j_k})_{j-1} - \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j-1} h_{k,j-1}^* \right. \\ & \quad \left. - \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j-1}^H (h_{i_k} - h_{j_k})_{j-1} + h_{i,j-1} \sum_{k \in i} e_{ki} (w_{k,j-1} + w_{k,j-1}^M) \right] \Delta z_j. \end{aligned} \quad (3.4-17)$$

Por razões numéricas, os índices dos termos de transporte lateral de entalpia foram mudados de j para $j - 1$. Esta mudança significa que as várias grandezas serão calculadas no nível axial imediatamente a montante do nível para o qual se busca a solução.

Igualando o segundo membro da equação a $(\Delta h / \Delta z)_{i,j}$, vem

$$\frac{m'_{i,j}}{m_{i,j}}(h_{i,j} - \hat{h}_{i,j}) + (h_{i,j} - h_{i,j-1}) = (\Delta h / \Delta z)_{i,j} \Delta z_j$$

donde, explicitando $h_{i,j}$, obtém-se

$$h_{i,j} = \left(1 + \frac{m'_{i,j}}{m_{i,j}}\right)^{-1} \left[\frac{m'_{i,j}}{m_{i,j}} \hat{h}_{i,j} + h_{i,j-1} + (\Delta h / \Delta z)_{i,j} \Delta z_j \right]. \quad (3.4-18)$$

Esta é a expressão utilizada no programa STHIRP-1 para calcular a distribuição de entalpias dos subcanais com o método explícito.

Como no método implícito, a vazão de massa virtual $m'_{i,j}$ é calculada com a Equação (3.4-10). O gradiente axial de entalpia é dado por

$$\begin{aligned} (\Delta h / \Delta z)_{i,j} = \frac{1}{m_{i,j}} \left[q'_{i,j-1/2} - \sum_{k \in i} e_{ki} c_{k,j-1} (T_{i_k} - T_{j_k})_{j-1} - \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j-1} h_{k,j-1}^* \right. \\ \left. - \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j-1}^H (h_{i_k} - h_{j_k})_{j-1} + h_{i,j-1} \sum_{k \in i} e_{ki} (w_{k,j-1} + w_{k,j-1}^M) \right]. \quad (3.4-18) \end{aligned}$$

3.4.4 Distribuição de Pressões

Os termos da Equação (3.4-3) podem ser reordenados para dar a seguinte fórmula para a queda de pressão entre dois níveis axiais:

$$\begin{aligned} p_{i,j} - p_{i,j-1} = \frac{1}{A_{i,j}} \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (\hat{m}_{i,j} - m_{i,j}) - \frac{1}{A_{i,j}} (1 + \eta_{i,j}) \left(\frac{v'}{A} \right)_{i,j} m_{i,j}^2 \\ + \frac{1}{A_{i,j}} \left(\frac{v'}{A} \right)_{i,j-1} m_{i,j-1}^2 - \frac{\Delta z_j}{A_{i,j}} \sum e_{ki} w_{k,j} u_{k,j}^* - \rho_{i,j} g \Delta z_j \cos \varphi \\ - \frac{\Delta z_j}{A_{i,j}} \sum e_{ki} w_{k,j}^U (u_{i_k,j} - u_{j_k,j}) \end{aligned} \quad (3.4-19)$$

onde

$$\eta_{i,j} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta z}{D_w} \frac{f \phi^2 v_\ell}{v'} + \zeta \right)_{i,j} \quad (3.4-20)$$

é um coeficiente de resistência hidráulica modificado.

Usando a equação da continuidade, Equação (3.4-1), para eliminar $(m_{i,j} - m_{i,j-1})$ nas identidades

$$\hat{m}_{i,j} - m_{i,j} = (\hat{m}_{i,j} - m_{i,j-1}) - (m_{i,j} - m_{i,j-1})$$

e

$$m_{i,j}^2 = m_{i,j-1}^2 + (m_{i,j} + m_{i,j-1})(m_{i,j} - m_{i,j-1})$$

obtêm-se

$$\begin{aligned} \hat{m}_{i,j} - m_{i,j} &= \hat{m}_{i,j} - m_{i,j-1} + \bar{A}_{i,j} \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (\rho_{i,j} - \hat{\rho}_{i,j}) + \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} (w_{k,j} + w_{k,j}^M), \\ m_{i,j}^2 &= m_{i,j-1}^2 - (m_{i,j} + m_{i,j-1}) \left[\bar{A}_{i,j} \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (\rho_{i,j} - \hat{\rho}_{i,j}) + \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} (w_{k,j} + w_{k,j}^M) \right]. \end{aligned}$$

A substituição destas expressões na Equação (3.4-19) resulta em

$$p_{i,j} - p_{i,j-1} = F_{i,j} \Delta z_j + \Delta z_j \sum_{k \in i} (R_{ik})_j w_{k,j}, \quad (3.4-21)$$

onde

$$\begin{aligned} F_{i,j} &= \frac{1}{\bar{A}_{i,j}} \left\{ \frac{\hat{m}_{i,j} - m_{i,j-1}}{\Delta t} + \bar{A}_{i,j} v_{i,j} \frac{\rho_{i,j} - \hat{\rho}_{i,j}}{\Delta t} \frac{1}{\Delta z_j} \right. \\ &\quad + \frac{1}{\Delta z_j} \left[\left(\frac{v'}{A} \right)_{i,j-1} - (1 + \eta_{i,j}) \left(\frac{v'}{A} \right)_{i,j} \right] m_{i,j-1}^2 \\ &\quad \left. + v_{i,j} \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j}^M - \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j}^U (u_{ik} - u_{jk})_j - \bar{A}_{i,j} \rho_{i,j} g \cos \theta \right\}, \end{aligned} \quad (3.4-22)$$

$$(R_{ik})_j = e_{ki} \frac{v_{i,j} - u_{k,j}^*}{\bar{A}_{i,j}}, \quad (3.4-23)$$

com a velocidade de transporte de momento axial, u'^* , na conexão entre dois subcanais adjacentes dada pela Equação (3.3-37). A variável $v_{i,j}$, com dimensão de velocidade, é definida por

$$v_{i,j} = \frac{\Delta z_j}{\Delta t} + (1 + \eta_{i,j})(m_{i,j} + m_{i,j-1}) \left(\frac{v'}{A} \right)_{i,j}. \quad (3.4-24)$$

Substituindo

$$(\Delta p / \Delta z)_{i,j} = \frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{\Delta z_j},$$

na Equação (3.4-21), obtém-se

$$(\Delta p / \Delta z)_{i,j} = F_{i,j} + \sum_{k \in i} (R_{ik})_j w_{k,j}, \quad (3.4-25)$$

que na notação matricial pode ser escrita como

$$\{\Delta p / \Delta z\}_j = \{F\}_j + [R]_j \{w\}_j, \quad (3.4-26)$$

onde $[R]$ é uma matriz retangular, de dimensão $NC \times NK$, com os elementos dados pela Equação (3.4-23).

Usando a forma matricial da Equação (3.4-4), ou seja,

$$\begin{aligned} \{w\}_j &= [D]_j^{-1} \{Q\}_j + [(s/\ell)]_j [D]_j^{-1} [E] \{p\}_j \\ &\quad - (1 - \theta) \Delta z_j [(s/\ell)]_j [D]_j^{-1} [E] \{(\Delta p / \Delta z)\}_j, \end{aligned} \quad (3.4-27)$$

para eliminar o vetor $\{w\}$ na Equação (3.4-26), chega-se à expressão matricial

$$\begin{aligned} &[[I] + (1 - \theta) \Delta z_j [R]_j [(s/\ell)]_j [D]_j^{-1} [E]] \{(\Delta p / \Delta z)\}_j \\ &= \{F\}_j + [R]_j [D]_j^{-1} \{Q\}_j + [R]_j [(s/\ell)]_j [D]_j^{-1} [E] \{p\}_j, \end{aligned} \quad (3.4-28)$$

onde $[I]$ é a matriz identidade.

Esta equação exprime um sistema de equações lineares, da forma

$$[A]_j \{(\Delta p / \Delta z)\}_j = \{B\}_j, \quad (3.4-29)$$

para os gradientes axiais de pressão no nível axial j dos subcanais. A matriz dos coeficientes

e o vetor fonte do sistema são dados por:

$$[A]_j = [I] + (1 - \theta)[M]_j$$

$$[M]_j = \Delta z_j [R]_j [(s/\ell)]_j [D]_j^{-1} [E],$$

$$\{B\}_j = \{F\}_j + [R]_j [D]_j^{-1} \{Q\}_j + [R]_j [(s/\ell)]_j [D]_j^{-1} [E] \{p\}_j.$$

Efetuada as operações matriciais é possível demonstrar que

$$(A_{ii})_j = 1 + (1 - \theta) \Delta z_j \sum_{k \in i} (s/\ell)_{k,j} D_{k,j}^{-1} (R_{ik})_j$$

para os elementos sobre a diagonal principal da matriz $[A]$; e

$$(A_{im})_j = \begin{cases} -(1 - \theta) \Delta z_j \sum_{k \in i} (s/\ell)_{k,j} D_{k,j}^{-1} (R_{ik})_j, & \text{se } m = i_k + j_k - i \\ 0, & \text{se } m \neq i_k + j_k - i \end{cases}$$

para os elementos fora da diagonal principal.

Os elementos do vetor $\{B\}$ são dados por

$$B_{i,j} = F_{i,j} + A_{i,j}^{-1} \sum_{k \in i} e_{ki} (v_{i,j} - u_{k,j}^*) D_{k,j}^{-1} [Q_{k,j} + (s/\ell)_{k,j} (p_{i_k} - p_{j_k})_j].$$

Como no caso da solução implícita da equação da energia, o sistema definido pela Equação (3.4-29) pode ser resolvido opcionalmente com o método de eliminação da matriz transposta (Henderson e Wassyng, 1978; Wassyng, 1982) ou com o método de Gauss-Seidel com sobre-relaxação (método SOR).

O número de iterações requerido pelo método SOR para a convergência das solução do sistema decresce com o aumento do parâmetro θ , visto que os elementos da diagonal tornam-se mais dominantes para maiores valores de θ . Entretanto existe um valor limite de θ (da ordem de 0,5) acima do qual o esquema numérico torna-se instável.

Seguindo a determinação dos gradientes axiais de pressão, o campo de pressão no nível axial $j-1$ é obtido em termos do campo de pressão no nível axial j previsto na iteração axial anterior,

$$p_{i,j-1} = \tilde{p}_{i,j} - (\Delta p / \Delta z)_{i,j} \Delta z_j. \quad (3.4-30)$$

As possíveis oscilações nos valores de $p_{i,j-1}$ entre iterações axiais consecutivas podem ser atenuadas com a equação

$$p_{i,j-1} = \alpha_p [\tilde{p}_{i,j} - (\Delta p / \Delta z)_{i,j} \Delta z_j] + (1 - \alpha_p) \tilde{p}_{i,j-1}, \quad (3.4-31)$$

onde α_p é um coeficiente de relaxação a ser especificado na entrada de dados. O valor ótimo de α_p é algo em torno de 0,8.

A queda de pressão acumulada ao longo do canal a partir da entrada pode ser estimada com

$$\Delta p_{i,j} = \Delta p_{i,j-1} + (\Delta p / \Delta z)_{i,j} \Delta z_j, \quad (j = 2, 3, \dots, N+1) \quad (3.4-32)$$

onde $\Delta p_{i,1}$ assume um valor arbitrário, normalmente zero.

Quando a saída do feixe é atingida, a equação

$$\Delta p'_{i,j} = \Delta p_{i,j} - \Delta p_{i,N+1}, \quad (j = 1, 2, \dots, N+1) \quad (3.4-33)$$

é usada para corrigir as quedas de pressão, de modo que a queda de pressão à saída seja zero, para concordar com a condição de contorno de pressão de saída uniforme.

3.4.5 Distribuição de Vazões de Massa Transversais

A distribuição de vazões transversais nas conexões entre subcanais adjacentes é determinada com a Equação (3.4-4), qual seja,

$$\begin{aligned} w_{k,j} = & D_{k,j}^{-1} Q_{k,j} + (s/\ell)_{k,j} D_{k,j}^{-1} (p_{i_k} - p_{j_k})_j \\ & - (1 - \theta)(s/\ell)_{k,j} D_{k,j}^{-1} \Delta z_j [(\Delta p / \Delta z)_{i_k} - (\Delta p / \Delta z)_{j_k}]_j. \end{aligned} \quad (3.4-34)$$

As variações nas vazões de massa transversais entre iterações consecutivas são atenuadas com equação de relaxação

$$\{w\}_j = \alpha_w \{\tilde{w}\}_j + (1 - \alpha_w) \{\tilde{w}\}_{j-1}, \quad (3.4-35)$$

onde $\{\tilde{w}\}$ é o vetor das vazões de massa previstas pela Equação (3.4-34) e o vetor $\{\tilde{w}\}$ consiste das vazões de massa da iteração axial anterior. O fator de relaxação α_w , cujo valor ótimo ocorre normalmente no intervalo entre 0,8 e 1,0, é um parâmetro a ser especificado na entrada de dados.

O critério de convergência da distribuição de vazões de massa transversais é dado pela expressão

$$\text{máximo} \left(\left| \frac{w_{k,j} - \tilde{w}_{k,j}}{(w_{\max})_{k,j}} \right|, \quad k = 1, 2, \dots, NK; j = 2, 3, \dots, N+1 \right) < \varepsilon_w, \quad (3.4-36)$$

onde ε_w denota o valor prescrito para a tolerância de convergência; e

$$(w_{\max})_{k,j} = \text{máximo} \left[w_{k,j}, \quad 0,01s_{k,j}, \quad 0,05s_{k,j} \left(\frac{m_{i_k} + m_{j_k}}{A_{i_k} + A_{j_k}} \right)_j \right],$$

em que s é a largura da conexão.

Considera-se que a convergência da solução de um dado problema terá sido atingida quando forem simultaneamente satisfeitos este critério e aquele para a distribuição de vazões axiais, sendo esse último expresso pela Equação (3.4-8).

3.5 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Além da especificação dos dados geométricos das características hidráulicas e térmicas do feixe de varetas e da seleção dos modelos empíricos a serem utilizados na simulação de um dado problema, a solução do conjunto de equações desenvolvidas na última seção requer a prescrição de um certo número de condições iniciais e das condições de contorno seguintes:

- Pressão de referência do sistema,
- Entalpias de entrada dos subcanais,
- Potência térmica do feixe de varetas,
- Vazões de massa de entrada dos subcanais, e
- Vazões de massa transversais das conexões na entrada.

As vazões transversais na entrada são automaticamente inicializadas a zero pelo programa e permanecem com este valor até o fim da simulação, seja em regime permanente ou em regime transitório. A descrição das condições de contorno exigidas pelo programa é objeto desta seção.

3.5.1 Pressão do Sistema

A pressão média do fluido à saída do feixe é a pressão de referência do sistema. Essa pressão de referência, suposta ser uniformemente distribuída por toda a região de escoamento, é usada, juntamente com a entalpia, para definir o estado termodinâmico do fluido e para calcular as demais propriedades termofísicas, quais sejam, temperatura, volume específico, calor específico a pressão constante, expansividade volumétrica, viscosidade dinâmica e condutividade térmica. Sozinha, a pressão define o estado de saturação do fluido.

O fato de a pressão de referência ser considerada axialmente uniforme implica admitir que a queda de pressão local não afetará as propriedades do fluido e que as condições de saturação serão uniformes. O erro introduzido por essa suposição será pouco importante, desde que a queda de pressão seja pequena comparada à pressão do sistema.

Matematicamente, a condição de contorno da pressão pode ser expressa como

$$p_{i,N+1}(t) = \bar{p}_{\text{saída}} \times f_p(t) \quad [f_p(0) = 1, \quad i = 1, 2, \dots, NC], \quad (3.5-1)$$

onde $\bar{p}_{\text{saída}}$ é a pressão média à saída dos subcanais, NC é o número de subcanais e N+1 é o índice que identifica a saída do feixe. A função $f_p(t)$, definida por

$$f_p(t) = \frac{p(t)}{\bar{p}_{\text{saída}}}, \quad (3.5-2)$$

descreve a variação de pressão com o tempo. A função é fornecida ao programa na forma de uma tabela, cuja abcissa é o tempo t e cuja ordenada é a razão entre os valores da pressão de referência no instante t e no instante inicial $t = 0$.

A determinação de $f_p(t)$ em cada instante do transitório é efetuada por interpolação linear nos dados tabulares, por isso, a tabela precisa ser prescrita em um intervalo de tempo que inclua o instante $t = 0$ e um tempo t maior que o tempo de duração do transitório.

A duração do transitório em segundos, t_{trans} , e número de incrementos de tempo da simulação, $N_{\Delta t}$, são especificados pelo usuário. O tamanho do incremento de tempo é fixo e dado por

$$\Delta t = \frac{t_{\text{trans}}}{N_{\Delta t}}. \quad (3.5-3)$$

3.5.2 Entalpia ou Temperatura de Entrada

Normalmente, se a distribuição de entalpias específicas for uniforme à entrada do feixe, as entalpias de entrada dos subcanais serão feitas iguais ao valor prescrito para a entalpia média de entrada. Por outro lado, para o caso de uma distribuição de entalpias não-uniforme, as entalpias de entrada dos subcanais podem ser individualmente especificadas ou, então, determinadas em termos da entalpia média de entrada, utilizando-se fatores prescritos para a distribuição de entalpia de entrada dos subcanais, que são definidos como a razão entre a entalpia de entrada de cada subcanal e a entalpia média à entrada do feixe,

$$f_i^h = \frac{h_{i,1}}{\bar{h}_1} \quad (i = 1, 2, \dots, NC). \quad (3.5-4)$$

Particularmente, se a distribuição de entalpias de entrada for uniforme, $f_i^h = 1$ e

$$h_{i,1} = \bar{h} \quad (i = 1, 2, \dots, NC).$$

Se o fluido arrefecedor estiver no estado monofásico (líquido sub-resfriado ou vapor superaquecido), as temperaturas de entrada dos subcanais podem ser fornecidas em lugar das entalpias. Neste caso, as temperaturas de entrada dos subcanais poderão ser feitas iguais à temperatura média de entrada, se a distribuição for uniforme, ou fornecidas individualmente, ou ainda utilizando fatores prescritos para a distribuição de temperaturas. Os fatores da distribuição de temperaturas são definidos por

$$f_i^T = \frac{T_{i,1}}{\bar{T}_1} \quad (i = 1, 2, \dots, NC), \quad (3.5-5)$$

onde $T_{i,1}$ é a temperatura de entrada de cada subcanal e \bar{T}_1 é a temperatura média à entrada do feixe. Para uma distribuição uniforme de temperaturas de entrada, $f_i^T = 1$ e

$$T_{i,1} = \bar{T} \quad (i = 1, 2, \dots, NC).$$

A conversão das temperaturas à entrada dos subcanais em entalpias é feita por interpolação nas tabelas de propriedades termodinâmicas, utilizando-se o relacionamento

$$h_{i,1} = h(T_{i,1}, p^*) \quad (i = 1, 2, \dots, NC),$$

onde p^* é a pressão de referência do sistema.

Independentemente de a distribuição de entalpias (ou temperaturas) de entrada ser uniforme ou não, a entalpia (ou temperatura) de entrada média tem de ser especificada à entrada de dados do programa.

A condição de contorno da distribuição de entalpias de entrada escreve-se como

$$h_{i,1}(t) = h_{i,1}^0 \cdot f_h(t) \quad [f_h^0(0) = 1, \quad i = 1, 2, \dots, NC], \quad (3.5-6)$$

onde $h_{i,1}^0$ é a entalpia de entrada do subcanal i no instante inicial e $f_h(t)$ é a função tabular que descreve a variação temporal da razão entre os valores das entalpias no instante t e no instante $t = 0$.

De maneira semelhante, quando se especificam as temperaturas de entrada,

$$T_{i,1}(t) = T_{i,1}^0 \cdot f_T(t) \quad [f_T^0(0) = 1, \quad i = 1, 2, \dots, NC], \quad (3.5-7)$$

onde $T_{i,1}^0$ é a temperatura de entrada do subcanal i no instante inicial e $f_T(t)$ é a função tabular que descreve a variação temporal da razão entre os valores das temperaturas no instante t e no instante $t = 0$.

O que se discutiu na subseção anterior acerca da simulação transitória da pressão pode ser estendido aos transitórios de entalpia.

3.5.3 Potência Térmica

A potência térmica transmitida ao fluido pelas barras aquecidas é determinada a partir do valor fornecido para o fluxo de calor médio (kW/m^2) ou para a densidade linear média de potência (kW/m) do feixe. Qualquer que seja a grandeza especificada, a densidade local de potência de cada vareta é o produto da densidade média de potência pelos fatores radial e axial de potência da vareta. Em aplicações nucleares é necessário informar também a fração da potência total que é gerada diretamente no fluido refrigerante.

Se o fluxo de calor médio for a grandeza especificada, a condição de contorno assume a forma

$$q''_{\text{médio}}(t) = q''_{\text{médio}}^0 \cdot f_q(t) \quad [f_q(0) = 1], \quad (3.5-8)$$

onde $q''_{\text{médio}}{}^0$ é o fluxo de calor médio do feixe no instante inicial e $f_q(t)$ é a função tabular que expressa a variação temporal da razão entre os valores dos fluxos de calor médios no instante t e no instante $t = 0$.

De maneira semelhante, se se especifica a potência linear média das varetas,

$$q'_{\text{média}}(t) = q'_{\text{média}}{}^0 \cdot f_q(t) \quad [f_q(0) = 1], \quad (3.5-9)$$

com as grandezas tendo significados óbvios.

Sendo prescrito o fluxo de calor médio do feixe, o fluxo de calor local de uma dada vareta será dado por

$$q''_{n,j}(t) = (f_{\text{radial}})_n \cdot (f_{\text{axial}})_{n,j} \cdot f_q(t) \cdot q''_{\text{médio}}{}^0, \quad (3.5-10)$$

com $n = 1, 2, \dots, NR$ e $j = 1, 2, \dots, N+1$, onde NR é o número de varetas e $N+1$ é o número de níveis axiais; f_{radial} e f_{axial} são os fatores radial e axial de potência da vareta definidos na Subseção 3.3.2.

Por outro lado, sendo dada a potência linear média das varetas, o fluxo de calor local pode ser calculado com

$$q''_{n,j}(t) = (f_{\text{radial}})_n \cdot (f_{\text{axial}})_{n,j} \cdot f_q(t) \cdot \frac{q''_{\text{média}}{}^0}{\pi D_n}, \quad (3.5-11)$$

onde D é o diâmetro externo da vareta.

Os aspectos sobre a simulação transitória discutidos na Subseção 3.5.1 aplicam-se também aos transitórios de densidade média de potência.

3.5.4 Vazão de Massa de Entrada

A vazão de massa na entrada de cada subcanal, $m_{i,1}$, é determinada a partir do valor prescrito para o fluxo de massa médio \bar{G} , ou para a velocidade média de entrada \bar{u}_1 , ou ainda para a vazão de massa total m_{total} , conforme o desejo do usuário. Sendo dado o valor de \bar{G} , a vazão de massa total do fluido pode ser calculada com

$$m_{\text{total}} = A_{\text{total}} \bar{G}, \quad (3.5-12)$$

com a área total de escoamento do feixe dada por

$$A_{total} = \sum_{i=1}^{NC} A_{i,1},$$

em que $A_{i,1}$ é a área de escoamento do subcanal i à entrada do feixe.

Por outro lado, conhecendo-se a velocidade média de entrada do fluido, a vazão de massa total será dada por

$$m_{total} = \bar{\rho}_1 \bar{v}_1 A_{total}, \quad (3.5-13)$$

onde $\bar{\rho}_1$ é densidade média do fluido à entrada dos subcanais.

Sendo dadas a velocidade média de entrada ou a vazão de massa total, o fluxo de massa médio é calculado com

$$\bar{G} = \frac{m_{total}}{A_{total}}. \quad (3.5-14)$$

Se a distribuição do fluxo de massa de entrada não for uniforme, as vazões de massa à entrada dos subcanais poderão ser fornecidas canal por canal, ou então, calculadas a partir de valores individuais dos fluxos de massa ou das velocidades de entrada, ou ainda através de fatores prescritos.

Especificando-se os fluxos de massa $G_{i,1}$, as vazões de massa de entrada dos subcanais são obtidas de

$$m_{i,1} = A_{i,1} G_{i,1} \quad (i = 1, 2, \dots, NC). \quad (3.5-15)$$

Por outro lado, sendo dadas as velocidades de entrada $u_{i,1}$, as vazões de massa dos subcanais serão calculadas com

$$m_{i,1} = \rho_{i,1} A_{i,1} u_{i,1} \quad (i = 1, 2, \dots, NC), \quad (3.5-16)$$

onde $\rho_{i,1}$ é a densidade do fluido à entrada do subcanal i .

Se a especificação por fatores for a opção escolhida, as vazões de massa de entrada dos subcanais serão determinadas com uma das relações seguintes:

$$m_{i,1} = f_i^m \cdot m_{total}, \quad m_{i,1} = f_i^G \cdot \bar{G} \cdot A_{total} \quad \text{ou} \quad m_{i,1} = f_i^u \cdot \bar{\rho}_1 \cdot \bar{v}_1 \cdot A_{total},$$

onde f_i^m , f_i^G e f_i^u são os fatores de entrada. O grupo de fatores a ser especificado será o correspondente à grandeza de entrada.

O programa STHIRP-1 dispõe ainda das seguintes opções para distribuir a vazão de massa total entre os subcanais, na entrada do feixe:

- Distribuição que dê uma queda de pressão hidrostática especificada,
- Distribuição que resulte numa queda de pressão total uniforme especificada, e
- Distribuição que produza uma queda de pressão média uniforme à saída dos subcanais.

As duas últimas opções ocorrem como casos particulares da primeira.

As discussões, a seguir, acerca da primeira opção serão um pouco detalhadas em razão de sua relativa complexidade e, sobretudo, pela importância que ela representa neste trabalho.

Se um feixe de varetas aquecidas se encontra verticalmente submerso no fluido contido em um tanque, submetido a um processo de convecção natural, tal como ocorre na maioria dos reatores nucleares de pesquisas (nos reatores TRIGA, por exemplo), as forças de circulação provêm das diferenças de densidades entre as várias camadas do fluido ao longo dos canais de refrigeração. Contra essas forças atuam as perdas por expansão e contração das áreas de escoamento na entrada e na saída do canal, as perdas de energia cinética e potencial, e as perdas irreversíveis por atrito.

Na convecção natural, o movimento do fluido é governado pelo princípio de que a soma das quedas de pressão ao longo do canal de refrigeração tem de ser igual à queda de pressão hidrostática. Então, em regime permanente, de acordo com a equação de Bernoulli,

$$\sum \Delta p = \Delta p_{hid} = \rho_m g H, \quad (3.5-17)$$

onde ρ_m denota a densidade da massa líquida a uma temperatura média T_m , g é a aceleração gravitacional e H é a altura do canal. O último termo da equação expressa a queda de pressão hidrostática, Δp_{hid} .

A altura H pode, eventualmente, incluir uma altura de efeito chaminé, que é considerada aqui como a distância entre a saída do canal e o plano das isothermas do fluido

acima do reator. Em geral, a altura de efeito chaminé depende da potência do reator e da temperatura média do fluido. No topo da chaminé virtual, a temperatura e a densidade do fluido igualam-se aos seus respectivos valores médios e, conseqüentemente, cessa aí o movimento do fluido.

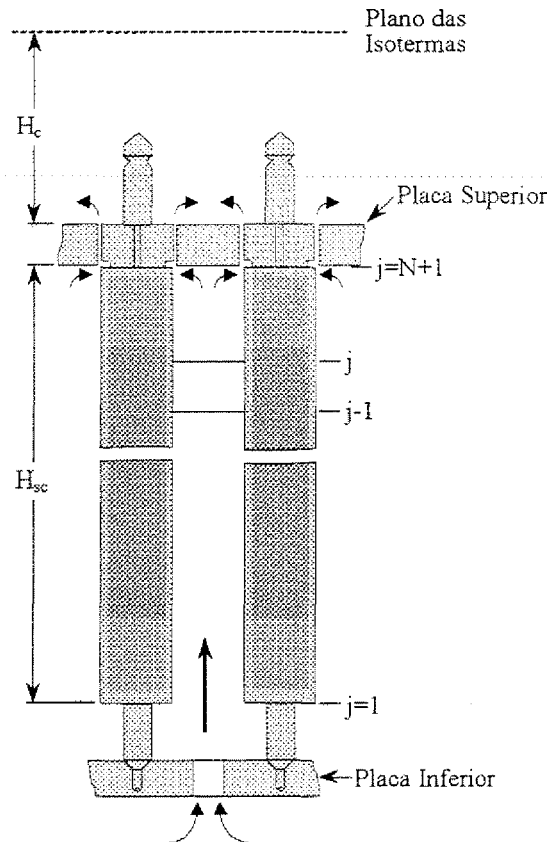


Figura 3.5-1 Subcanal de um reator de pesquisa.

O canal de refrigeração de um reator de pesquisa típico encontra-se representado esquematicamente na Figura 3.5-1. O subcanal estende-se da placa inferior à placa superior. O fluido entra no subcanal pelos orifícios da placa inferior, passa pela região inferior não-aquecida, percorre a região ativa removendo o calor gerado nas varetas combustíveis, passa pela região superior não-aquecida e sai do subcanal através dos orifícios da placa superior.

A temperatura T_1 e a densidade ρ_1 à entrada do canal são a temperatura e a densidade médias do fluido no tanque do reator. No topo do canal, o fluido encontra-se com densidade ρ_{N+1} e temperatura T_{N+1} , esta mais elevada que a temperatura média do fluido. O subscrito N denota o número de células computacionais no subcanal.

Retornando à equação de Bernoulli, sendo H_{sc} a altura do subcanal e H_c a altura da chaminé, a Equação (3.5-17) pode ser rescrita como

$$\Delta p_{sc} + \rho_c g H_c = \rho_m g (H_{sc} + H_c)$$

ou

$$\Delta p_{sc} - \rho_c g H_{sc} + \frac{\rho_c}{\rho_m} \Delta p_{hid} = \Delta p_{hid}, \quad (3.5-18)$$

onde ρ_c é a densidade média do fluido na região de efeito chaminé.

A queda de pressão hidrostática Δp_{hid} e a temperatura média T_m precisam ser especificadas à entrada de dados do programa. De posse da densidade ρ_m , determinada através do relacionamento $\rho_m = \rho(T_m, p^*)$, onde p^* é a pressão do sistema, a altura da chaminé pode ser determinada com a equação

$$H_c = \frac{\Delta p_{hid}}{\rho_m g} - H_{sc}. \quad (3.5-19)$$

Portanto, a especificação de H_c torna-se desnecessária.

Vários tipos de simulações, incluindo o caso de convecção natural, podem envolver a solução das equações para subcanais com uma condição de contorno de queda de pressão especificada.

No programa STHIRP-1, se a queda de pressão for a condição de contorno, as vazões de massa à entrada dos subcanais serão ajustadas para forçar a queda de pressão calculada na direção do valor desejado. O algoritmo utilizado para ajustar iterativamente as vazões de entrada dos subcanais baseia-se na suposição de que a queda de pressão estacionária total, Δp_t , menos a queda de pressão gravitacional, Δp_g , seja proporcional ao quadrado da vazão de entrada m_1 , ou seja,

$$\Delta p(m_1) = \Delta p_t(m_1) - \Delta p_g = c m_1^2, \quad (3.5-20)$$

onde c é uma constante de proporcionalidade.

Para uma vazão aproximada \tilde{m}_1 ,

$$\tilde{\Delta p}_t(m_1) - \tilde{\Delta p}_g = c \hat{m}_1^2.$$

Uma nova vazão m_1 à entrada do subcanal que resulte numa queda de pressão especificada, Δp_{esp} , será dada por

$$\Delta p_{\text{esp}} - \Delta p_g = cm_1^2.$$

Combinando estas duas equações para eliminar a constante c , obtém-se

$$m_1^2 = \tilde{m}_1^2 \frac{\Delta p_{\text{esp}} - \Delta p_g}{\tilde{\Delta p}_t - \tilde{\Delta p}_g}.$$

Subtraindo \tilde{m}_1^2 em ambos os lados da equação precedente, vem

$$(m_1 - \tilde{m}_1)(m_1 + \tilde{m}_1) = \tilde{m}_1^2 \left(\frac{\Delta p_{\text{esp}} - \Delta p_g - \tilde{\Delta p}_t + \tilde{\Delta p}_g}{\tilde{\Delta p}_t - \tilde{\Delta p}_g} \right),$$

donde

$$m_1 = \tilde{m}_1 + \frac{\tilde{m}_1^2}{m_1 + \tilde{m}_1} \left(\frac{\Delta p_{\text{esp}} - \Delta p_g - \tilde{\Delta p}_t + \tilde{\Delta p}_g}{\tilde{\Delta p}_t - \tilde{\Delta p}_g} \right).$$

Considerando as aproximações

$$m_1 + \tilde{m}_1 \approx 2\tilde{m}_1 \quad \text{e} \quad \Delta p_g = \tilde{\Delta p}_g,$$

obtém-se finalmente a expressão que é utilizada no programa para ajustar as vazões de entrada de modo a dar uma queda de pressão especificada:

$$m_1 = \tilde{m}_1 + \frac{1}{2} \tilde{m}_1 \left(\frac{\Delta p_{\text{esp}} - \tilde{\Delta p}_t}{\tilde{\Delta p}_t - \tilde{\Delta p}_g} \right). \quad (3.5-21)$$

Para a simulação de convecção natural, incluída do efeito chaminé,

$$\Delta p_{\text{esp}} = \Delta p_{\text{hid}} = \rho_m g (H_{\text{sc}} + H_c), \quad (3.5-22a)$$

$$\Delta p_t = (p_1 - p_{N+1}) - \rho_c g (H_{\text{sc}} + H_c), \quad (3.5-22b)$$

$$\Delta p_g = \frac{1}{2} \sum_{j=2}^{N+1} (\rho_j + \rho_{j-1}) g \Delta z_j + \rho_c g H_{\text{sc}}, \quad (3.5-22c)$$

onde $(p_1 - p_{N+1}) = \Delta p_1$ é a queda de pressão total no subcanal e o segundo termo da

terceira equação representa a soma das quedas de pressão gravitacional ao longo do subcanal.

Sem a inclusão do efeito chaminé, o algoritmo foi estruturado para permitir também o ajuste das vazões de entrada para dar uma queda de pressão uniforme especificada à saída dos subcanais ou uma queda de pressão média uniforme à saída dos subcanais.

No primeiro caso, Δp_{esp} será simplesmente o valor da queda de pressão especificada na entrada de dados.

No segundo caso, Δp_{esp} será considerada como a queda de pressão média dos subcanais, definida por

$$\Delta p_{\text{esp}} = \frac{\sum_{i=1}^{NC} A_{i,1} (p_1 - p_{N+1})_i}{\sum_{i=1}^{NC} A_{i,1}} = \frac{\sum_{i=1}^{NC} A_{i,1} \Delta p_{i,1}}{\sum_{i=1}^{NC} A_{i,1}}, \quad (3.5-23)$$

onde NC denota o número de subcanais.

Para ambos os casos,

$$\Delta p_t = p_1 - p_{N+1} = \Delta p_1, \quad (3.5-24)$$

$$\Delta p_g = \frac{1}{2} \sum_{j=2}^{N+1} (\rho_j + \rho_{j-1}) g \Delta z_j. \quad (3.5-25)$$

Em geral, a condição de contorno da distribuição de vazões de massa de entrada dos subcanais pode ser expressa como

$$m_{i,1} = m_{i,1}^0 f_m(t) \quad [f_m(0) = 1, \quad i = 1, 2, \dots, NC], \quad (3.5-26)$$

onde $m_{i,1}^0$ é a vazão de massa na entrada do subcanal i no instante zero e $f_m(t)$ é a função tabular que expressa a variação temporal da razão entre os valores das vazões de massa no instante t e no instante $t = 0$. Uma mesma função $f_m(t)$ é utilizada para descrever o histórico de variação de vazões de todos os subcanais.

Os aspectos sobre a simulação transitória discutidos na Subseção 3.5.1 aplicam-se também aos transitórios de vazão de massa de entrada.

3.6 PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL

O esquema numérico-computacional empregado no programa STHIRP-1 para resolver as equações para subcanais desenvolvidas Seção 3.4 será descrito nesta seção.

3.6.1 Sumário das Equações

As equações que governam o escoamento do fluido nos subcanais são apresentadas resumidamente a seguir, na ordem e nas formas em que se encontram codificadas no programa STHIRP-1. A fim de completar o conjunto de equações, a equação do modelo condução térmica, usada na determinação da distribuição de temperaturas das barras aquecedoras do feixe, é antecipadamente apresentada. A descrição do modelo de condução térmica é objeto do próximo capítulo.

Distribuição de Entalpias

$$[A_H]_j \{h\}_j = \{B_H\}_j \quad (3.6-1a)$$

ou

$$h_{i,j} = \left(1 + \frac{m'_{i,j}}{m_{i,j}} \right)^{-1} \left[\frac{m'_{i,j}}{m_{i,j}} \hat{h}_{i,j} + h_{i,j-1} + (\Delta h / \Delta z)_{i,j} \Delta z_j \right] \quad (3.6-1b)$$

Distribuição de Densidades

$$\rho_{i,j} = \rho(h_{i,j}, p^*) \quad (3.6-2)$$

Distribuição de Gradientes Axiais de Pressão

$$[A_P]_j \{\Delta p / \Delta z\}_j = \{B_P\}_j \quad (3.6-3)$$

Distribuição de Pressões

$$p_{i,j-1} = \alpha_p [\tilde{p}_{i,j} - (\Delta p / \Delta z)_{i,j} \Delta z_j] + (1 - \alpha_p) \tilde{p}_{i,j-1} \quad (3.6-4)$$

Distribuição de Quedas de Pressão

$$\Delta p_{i,j} = \Delta p_{i,j-1} + (\Delta p / \Delta z)_{i,j} \Delta z_j \quad (3.6-5)$$

Distribuição de Vazões de Massa Transversais

$$w_{k,j} = D_{k,j}^{-1} Q_{k,j} + (s/\ell)_{k,j} D_{k,j}^{-1} (p_{i_k} - p_{j_k})_j - (1-\theta)(s/\ell)_{k,j} D_{k,j}^{-1} \Delta z_j [(\Delta p / \Delta z)_{i_k} - (\Delta p / \Delta z)_{j_k}]_j \quad (3.6-6)$$

Distribuição de Vazões de Massa Axiais

$$m_{i,j} = m_{i,j-1} - \bar{A}_{i,j} \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (\rho_{i,j} - \hat{\rho}_{i,j}) - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} (w_{k,j} + w'_{k,j})^M \quad (3.6-7)$$

Distribuição de Temperaturas das Varetas

$$[A_T]_j \{T\}_j = \{B_T\}_j \quad (3.6-8)$$

Recapitulando, os subscritos que aparecem nas equações assumem os valores seguintes:

$$i = 1, 2, \dots, NC; \quad k = 1, 2, \dots, NK \quad \text{e} \quad j = 1, 2, \dots, N+1,$$

onde NC denota o número total de subcanais do feixe, NK é o número total de conexões entre subcanais adjacentes e N + 1 representa o número total de níveis axiais em que foram divididos os subcanais. Os significados das variáveis e parâmetros que ocorrem nas equações encontram-se descritos na Nomenclatura.

As equações listadas acima aplicam-se às condições estacionárias e transitórias. A solução estacionária, que é usada como condição inicial para os cálculos transitórios, pode ser obtida fazendo-se Δt suficientemente grande nas equações precedentes. No programa STHIRP-1 considera-se $\Delta t = 10^{20}$ segundos no instante inicial $t = 0$. Para $t > 0$, Δt é feito igual ao tempo de duração do transitório dividido pelo número prescrito de incrementos de tempo.

3.6.2 Fluxograma Computacional

O fluxograma representado na Figura 3.6-1 ilustra o algoritmo computacional do programa. A solução numérica do conjunto de equações é obtida através de cálculos iterativos que são realizados da entrada à saída do feixe até a convergência das vazões axiais e transversais.

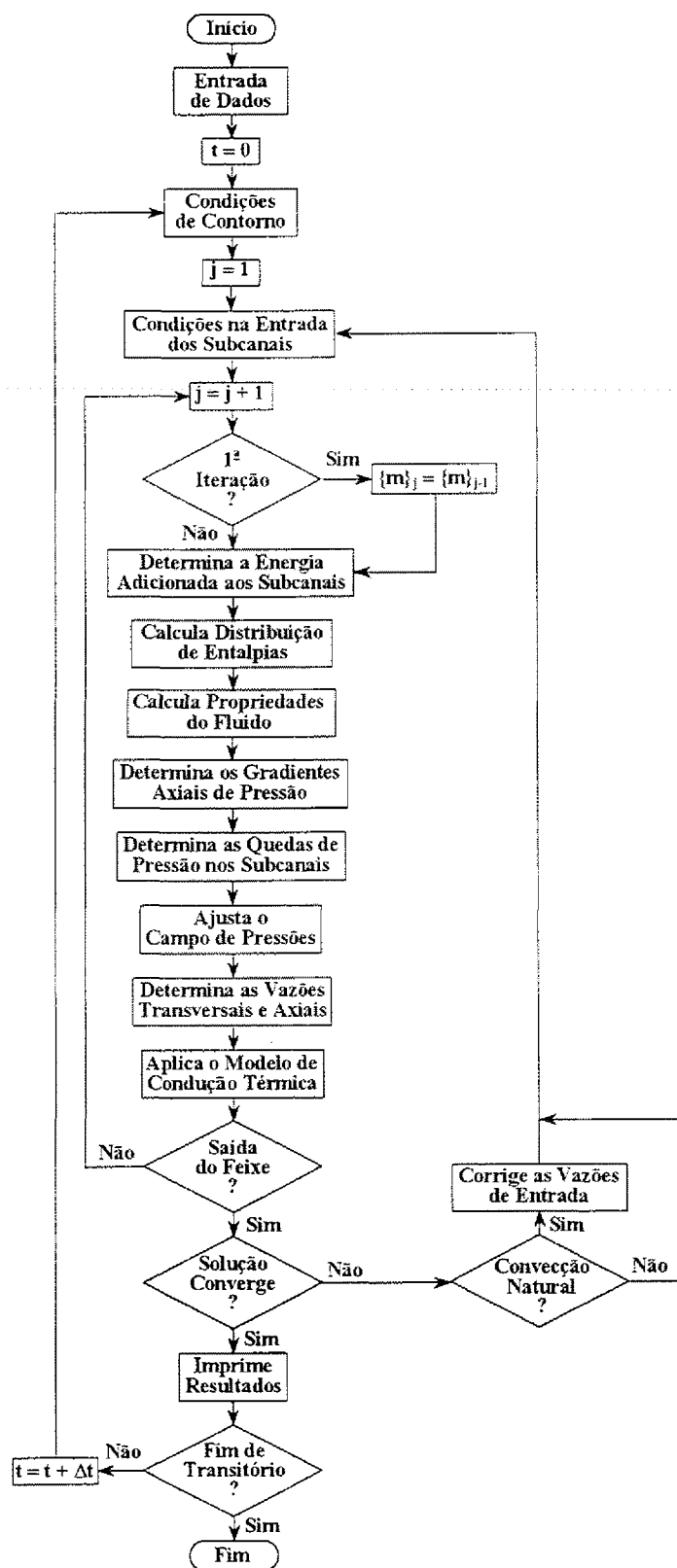


Figura 3.6-1 Fluxograma computacional do programa STHIRP-1.

Antes de se iniciar os cálculos iterativos, seguindo a leitura e impressão dos dados de entrada, as condições de operação do sistema são usadas na determinação dos valores de contorno das entalpias e das vazões axiais na entrada dos subcanais. As vazões transversais $w_{k,1}$ das conexões na entrada do feixe são feitas iguais a zero e permanecem com este valor até o final dos cálculos. A pressão de referência, uma das variáveis independentes da equação de estado, suposta constante em todos os níveis axiais, é feita igual à pressão uniforme que existe na saída do feixe.

No início de cada iteração, o modelo de transmissão de calor nas superfícies das varetas é utilizado nas determinações dos respectivos fluxos de calor e da energia que elas adicionam ao fluido nos subcanais que as envolvem.

Usando-se as condições no nível $j - 1$, as entalpias são calculadas para o nível subsequente j através da Equação (3.6-1a), se a forma explícita de equação da energia estiver sendo usada, ou com a Equação (3.6-1b), caso a forma implícita tenha sido a escolhida. Na primeira iteração, $m_{i,j} = m_{i,j-1}$, do contrário, utilizam-se os valores da iteração anterior.

Seguindo a determinação das propriedades físicas do fluido, via equação de estado termodinâmico, Equação (3.6-2), o sistema de equações lineares definido pela (3.6-3) é resolvido para os gradientes axiais de pressão $(\Delta p/\Delta z)_{i,j}$, que são então substituídos nas Equações (3.6-4) e (3.6-5) para atualizar os campos de pressão no nível axial $j - 1$ e as quedas de pressão no nível j de todos os subcanais. Em seguida, os valores de $p_{i,j}$ previstos na iteração anterior e os valores atualizados dos gradientes $(\Delta p/\Delta z)_{i,j}$ são substituídos na Equação (3.6-6) para a determinação das vazões transversais de todas as conexões no nível axial j . Após a reavaliação das vazões axiais com a Equação (3.6-7) e o cálculo (opcional) da distribuição de temperaturas das varetas com o modelo de condução térmica, Equação (3.6-8), as determinações passam para o nível axial seguinte. Quando a saída do feixe é atingida, testa-se a convergência da solução. Se os erros nas vazões axiais e transversais forem menores que as tolerâncias especificadas, os resultados serão impressos; em caso contrário, repetir-se-á o esquema iterativo para todos os níveis axiais.

O procedimento numérico para o cálculo transitório é análogo àquele para o cálculo estacionário, exceto que as condições do tempo anterior são usadas como novas

condições iniciais para o esquema iterativo de varreduras axiais.

3.7 MODELOS CONSTITUTIVOS PARA O ESCOAMENTO

A solução das equações de conservação requer a especificação de relações para as propriedades termodinâmicas e de transporte do fluido e de correlações empíricas para os vários parâmetros do escoamento como, por exemplo, fração de vazio, título de vapor, quedas de pressão, mistura turbulenta, dentre outros.

A seguir serão descritos os vários modelos e correlações que estão disponíveis no programa STHIRP-1. No caso de haver mais de um modelo para a determinação de uma mesma grandeza, deverá ser feita a escolha, via entrada de dados, daquele que melhor se ajuste às características do problema que esta sendo tratado.

3.7.1 Propriedades Termofísicas do Fluido

As propriedades termodinâmicas e de transporte do fluido, tanto em função do par (h, p^*) como em função do par (T, p^*) de variáveis independentes, são avaliadas em STHIRP-1 por interpolação linear em dados tabulares. As variáveis p^* , h e T nestes relacionamentos funcionais denotam, respectivamente, a pressão de referência do sistema, a entalpia específica e a temperatura do fluido.

O programa oferece duas opções para o cálculo das grandezas do líquido e da mistura bifásica. Na primeira, as variáveis termodinâmicas – incluindo volume específico, entalpia específica, calor específico isobárico, viscosidade dinâmica, condutividade térmica e tensão superficial na interface líquido-vapor – são avaliadas por interpolação em uma tabela fornecida pelo usuário para as propriedades saturadas do fluido.

Entretanto, no caso de o fluido refrigerante ser a água leve, existe a possibilidade de as tabelas serem geradas automaticamente pelo programa. Selecionando-se essa opção, as tabelas de propriedades da água são geradas à pressão de referência do sistema e dentro de intervalos de temperaturas especificados na entrada de dados. Os dados tabulares determinados no instante inicial de uma simulação transiente são readaptados durante os cálculos se a pressão de referência varia mais que 0,1%. As tabelas internas são calculadas com a formulação para uso industrial proposta recentemente por Wagner et al. (2000) e recomendada pela *International Association for the Properties of Water and Steam*

(IAPWS, 1997).

Essa formulação, nomeada IAPWS-IF97, consiste de um conjunto de equações, empíricas definidas para as cinco regiões mostradas esquematicamente no diagrama p - T na Figura 3.7-1. A região 1 corresponde ao estado de líquido comprimido e as regiões 2 e 5 abrangem o estado de vapor superaquecido. A região 3 é uma região monofásica com densidade intermediária entre a de líquido comprimido e a de vapor superaquecido. A curva de saturação é representada pela região 4. A região 5, incluída na formulação para suprir as necessidades industriais, destina-se àquelas aplicações a altas temperaturas, como, por exemplo, a análise do desempenho de turbinas a gás.

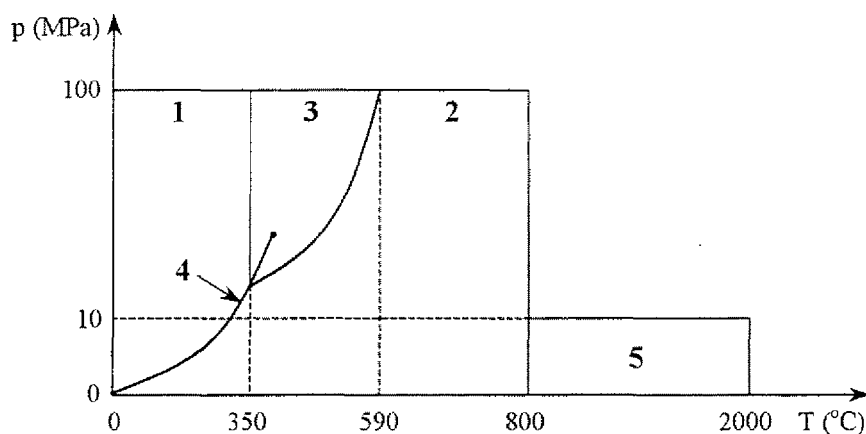


Figura 3.7-1 Regiões da formulação IAPWS-IF97.

As diferentes regiões cobrem os seguintes intervalos de temperaturas e pressões:

$$0\text{ }^{\circ}\text{C} \leq T \leq 800\text{ }^{\circ}\text{C} \quad p \leq 100\text{ MPa}$$

$$800\text{ }^{\circ}\text{C} < T \leq 2000\text{ }^{\circ}\text{C} \quad p \leq 10\text{ MPa}$$

Na formulação IAPWS-IF97, as propriedades termodinâmicas da água na região 1 e do vapor na região 2 e 5 são calculadas, em função da pressão e da temperatura, a partir de equações fundamentais para a energia livre específica de Gibbs, $g(p,T)$. Na região 3, as propriedades são obtidas de uma equação fundamental para a energia livre específica de Helmholtz, $f(\rho,T)$. A curva de saturação (região 4) é representada por uma equação do segundo grau em p e t que pode ser resolvida para dar explicitamente a pressão de vapor em

função da temperatura ou a temperatura de saturação em função da pressão. O contorno entre as regiões 2 e 3 é descrito também por uma função parabólica.

A conveniência de se trabalhar com equações fundamentais está relacionada com o fato de que todas as propriedades termodinâmicas podem ser obtidas através de suas derivadas parciais, o que torna desnecessário o uso freqüente de demorados processos iterativos.

Tabela de Propriedades Saturadas

O programa STHIRP-1 pode ser usado para cálculos envolvendo outros tipos de fluidos arrefecedores, além da água leve, como, por exemplo, água pesada, metais líquidos, refrigerantes orgânicos, e gases a pressão constante, desde que sejam fornecidas as tabelas de dados correspondentes a cada um deles.

A Tabela 3.7-1 é um exemplo de tabela de entrada para STHIRP-1. Esta tabela contém as propriedades da água leve sobre a curva de saturação. Observe-se que os valores da pressão na primeira coluna crescem de forma aproximadamente logarítmica. As demais propriedades, da esquerda para a direita, são a temperatura de saturação correspondente ao valor da pressão, os volumes específicos e as entalpias específicas de saturação do líquido e do vapor, a viscosidade dinâmica e a condutividade térmica do líquido saturado, e a tensão superficial na interface entre as duas fases.

Automaticamente, o programa insere duas colunas extras na tabela de entrada para as propriedades saturadas: uma para o calor específico do líquido a pressão constante e outra para a expansividade volumétrica do líquido.

O calor específico em cada linha i da tabela é aproximado por

$$c_{p,i} = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \approx \frac{h(T_i + \Delta T) - h(T_i)}{\Delta T}, \quad (3.7-1)$$

em que $h(T_i)$ é a entalpia do líquido correspondente à temperatura tabelada T_i . O valor de $h(T_i + \Delta T)$ é obtido por interpolação na tabela. O incremento de temperatura ΔT é feito igual a $+1^\circ\text{C}$, se $1 \leq i < n$, e igual a -1°C , se $i = n$; n denota o número de linhas da tabela.

De maneira análoga, a expansividade volumétrica é aproximada por

$$\beta_i = v \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \approx \frac{1}{v(T_i)} \frac{v(T_i + \Delta T) - v(T_i)}{\Delta T}, \quad (3.7-2)$$

em que $v(T_i)$ é o volume específico do líquido correspondente à temperatura tabelada T_i . O valor de $v(T_i + \Delta T)$ é também obtido por interpolação.

Para que não ocorram falhas no algoritmo de interpolação, os dados da tabela precisam ser fornecidos na ordem crescente das pressões. Os valores da primeira linha devem corresponder a uma temperatura pelo menos 1°C abaixo da temperatura de entrada dos subcanais. Os valores da última linha devem corresponder a uma pressão maior que ou igual à pressão de referência do sistema.

Tabela 3.7-1 Propriedades da água sobre a curva de saturação.

P (bar)	T _{sat} (°C)	v _f (cm ³ /g)	v _g (cm ³ /g)	h _f (kJ/kg)	h _g (kJ/kg)	μ _f (kg/ms)	k _f (W/mK)	σ (N/m)
1,00	99,61	1,043	1,694,023	417,44	2674,95	0,2829	0,6790	0,05899
1,20	104,78	1,047	1,428,445	439,30	2683,06	0,2682	0,6805	0,05798
1,40	109,29	1,051	1,236,648	458,37	2689,99	0,2565	0,6815	0,05710
1,70	115,15	1,056	1,031,243	483,18	2698,81	0,2426	0,6826	0,05594
2,10	121,76	1,062	846,187	511,27	2708,48	0,2284	0,6833	0,05461
2,50	127,41	1,067	718,697	535,35	2716,50	0,2176	0,6837	0,05346
3,00	133,53	1,073	605,785	561,46	2724,89	0,2068	0,6837	0,05220
3,60	139,85	1,080	510,510	588,57	2733,25	0,1968	0,6833	0,05089
4,30	146,24	1,086	431,990	616,03	2741,33	0,1875	0,6826	0,04954
5,20	153,32	1,094	361,202	646,60	2749,85	0,1782	0,6814	0,04803
6,20	160,12	1,102	305,948	676,09	2757,56	0,1701	0,6799	0,04657
7,50	167,76	1,111	255,503	709,38	2765,64	0,1618	0,6778	0,04490
9,00	175,36	1,121	214,874	742,72	2773,04	0,1544	0,6752	0,04322
10,80	183,26	1,132	180,577	777,60	2780,00	0,1473	0,6719	0,04146
12,90	191,26	1,143	152,301	813,18	2786,24	0,1408	0,6681	0,03966
15,50	199,86	1,156	127,593	851,74	2791,97	0,1344	0,6634	0,03771
18,60	208,74	1,171	106,893	892,01	2796,77	0,1284	0,6578	0,03567
22,30	217,96	1,186	89,495	934,21	2800,43	0,1227	0,6512	0,03354
26,80	227,68	1,205	74,615	979,36	2802,72	0,1172	0,6433	0,03128
32,20	237,82	1,225	62,084	1027,12	2803,22	0,1119	0,6340	0,02891
38,60	248,25	1,248	51,632	1077,21	2801,53	0,1069	0,6231	0,02645
46,40	259,31	1,274	42,671	1131,42	2797,02	0,1020	0,6101	0,02385
55,70	270,78	1,305	35,162	1189,05	2789,03	0,0972	0,5948	0,02115
66,80	282,68	1,341	28,844	1250,75	2776,63	0,0925	0,5769	0,01837
80,20	295,18	1,385	23,460	1318,04	2758,31	0,0877	0,5560	0,01547
96,30	308,24	1,440	18,888	1391,74	2732,11	0,0828	0,5321	0,01249
115,60	321,83	1,509	14,994	1473,41	2694,96	0,0777	0,5056	0,00946
138,80	335,99	1,604	11,636	1566,16	2641,19	0,0721	0,4769	0,00645
166,60	350,64	1,748	8,680	1676,18	2559,21	0,0656	0,4458	0,00354
200,00	365,75	2,039	5,859	1827,15	2411,49	0,0562	0,4177	0,00097

Os dados pressão-propriedades na tabela são utilizados para a determinação dos valores de saturação correspondentes à pressão de referência. Na determinação das propriedades do líquido sub-resfriado, as interpolações são normalmente efetuadas em função da entalpia. Interpolações em função da temperatura são necessárias quando se avaliam, por exemplo, as grandezas que entram no cálculo dos coeficientes de transferência de calor.

O uso de tabelas saturadas para calcular as propriedades de um líquido pressupõe a validade do relacionamento

$$Q_\ell = Q(h, p) \approx Q(h), \quad (3.7-3)$$

ou seja, que a propriedade Q do líquido possa ser considerada como aproximadamente independente da pressão.

Em condições bifásicas, quando a entalpia do fluido for maior que a entalpia de saturação do líquido e menor que a entalpia de saturação do vapor, o volume específico e a entalpia da mistura bifásica serão determinados através de relações da forma

$$Q = f_1(\alpha, \chi) Q_f(p^*) + f_2(\alpha, \chi) Q_g(p^*), \quad (3.7-4)$$

onde f_1 e f_2 são funções da fração de vazio, α , e do título de vapor, χ ; Q_f e Q_g são as quantidades saturadas do líquido e do vapor, respectivamente. As outras grandezas permanecem no estado de saturação.

Tabela de Propriedades Sub-resfriadas e Saturadas

A tabela de propriedades da água para as condições sub-resfriada e saturada é gerada para um número especificado de valores da temperatura compreendidos entre uma temperatura mínima de entrada ($\geq 0^\circ\text{C}$) e a temperatura de saturação correspondente à pressão de referência. As propriedades bifásicas são calculadas da mesma forma que na seção anterior, exceto que os valores de saturação do líquido e do vapor são calculados diretamente pelo programa com a formulação IAPWS-IF97, sem qualquer processo de interpolação.

A Tabela 3.7-2 é um exemplo de tabela de propriedades sub-resfriadas e saturadas da água gerada pelo programa a pressão de 100 bar (10 MPa). Os dados em cada linha da

tabela são: temperatura, volume específico, entalpia específica, calor específico a pressão constante, expansividade volumétrica, viscosidade dinâmica e condutividade térmica do líquido. A última linha contém as propriedades de saturação do líquido à pressão de referência, aqui considerada como 10 MPa.

Tabela 3.7-2 Propriedades sub-resfriadas e saturadas da água a 10 MPa.

Temperatura (°C)	Vol. Específico (cm ³ /g)	Entalpia (kJ/kg)	Calor Específico (kJ/kgK)	Expansividade (1/K)	Viscosidade (g/ms)	Condutividade (W/mK)
20,00	0,99732	93,29	4,1551	0,000221	0,99770	0,60300
30,78	1,00023	138,06	4,1541	0,000317	0,78374	0,62122
41,56	1,00411	182,84	4,1552	0,000399	0,63542	0,63731
52,33	1,00884	227,64	4,1581	0,000471	0,52804	0,65093
63,11	1,01434	272,47	4,1629	0,000537	0,44765	0,66208
73,89	1,02057	317,38	4,1697	0,000598	0,38585	0,67095
84,67	1,02748	362,36	4,1784	0,000655	0,33731	0,67777
95,44	1,03508	407,45	4,1893	0,000711	0,29849	0,68283
106,22	1,04335	452,67	4,2022	0,000766	0,26697	0,68636
117,00	1,05231	498,04	4,2175	0,000820	0,24102	0,68858
127,78	1,06197	543,59	4,2351	0,000875	0,21941	0,68961
138,56	1,07235	589,34	4,2555	0,000931	0,20121	0,68958
149,33	1,08351	635,33	4,2790	0,000989	0,18574	0,68854
160,11	1,09548	681,59	4,3060	0,001051	0,17245	0,68654
170,89	1,10834	728,16	4,3371	0,001115	0,16094	0,68357
181,67	1,12216	775,09	4,3729	0,001185	0,15088	0,67964
192,44	1,13704	822,44	4,4143	0,001261	0,14202	0,67470
203,22	1,15311	870,27	4,4623	0,001344	0,13415	0,66873
214,00	1,17051	918,66	4,5183	0,001437	0,12709	0,66165
224,78	1,18944	967,70	4,5838	0,001541	0,12071	0,65339
235,56	1,21012	1017,51	4,6611	0,001661	0,11489	0,64383
246,33	1,23287	1068,22	4,7530	0,001799	0,10952	0,63285
257,11	1,25810	1120,03	4,8636	0,001964	0,10451	0,62027
267,89	1,28634	1173,15	4,9991	0,002162	0,09977	0,60593
278,67	1,31836	1227,91	5,1690	0,002411	0,09523	0,58960
289,44	1,35532	1284,75	5,3892	0,002735	0,09080	0,57109
300,22	1,39902	1344,36	5,6889	0,003181	0,08637	0,55022
303,81	1,41557	1365,02	5,8153	0,003371	0,08487	0,54271
307,41	1,43337	1386,16	5,9599	0,003590	0,08335	0,53491
311,00	1,45262	1407,87	6,1275	0,003845	0,08179	0,52683

Tabela de Propriedades do Vapor Superaquecido

A tabela de propriedades do vapor superaquecido (opcional) é gerada pelo programa à pressão de referência do sistema, no intervalo de temperaturas definido pela temperatura de saturação e por uma temperatura de entrada de até de 2000⁰C, que o limite

superior da formulação IAPWS-IF97. A tabela de propriedades do vapor superaquecido só é utilizada pelo programa quando a entalpia específica da água exceder a entalpia de saturação do vapor.

A Tabela 3.7-3 apresenta as propriedades do vapor calculadas pelo programa à pressão de 100 bar (10 MPa). O número de linhas da tabela é o mesmo especificado para a tabela do líquido. Os valores na primeira linha correspondem ao estado de saturação do vapor. Deve-se enfatizar que esta tabela poderia ser utilizada para complementar tanto a Tabela 3.7-1 como a Tabela 3.7-2.

Tabela 3.7-3 Propriedades do vapor superaquecido a 10 MPa.

Temperatura (°C)	Vol. Específico (cm ³ /g)	Entalpia (kJ/kg)	Calor Específico (kJ/kgK)	Expansividade (1/K)	Viscosidade (g/ms)	Condutividade (W/mK)
311,00	18,03358	2725,47	7,1472	0,008431	0,02027	0,07654
317,04	18,88818	2765,13	6,0956	0,007031	0,02056	0,07385
323,07	19,65015	2799,85	5,4476	0,006125	0,02085	0,07201
329,11	20,34786	2831,26	4,9813	0,005465	0,02115	0,07065
347,22	22,18515	2912,68	4,1048	0,004214	0,02202	0,06829
365,33	23,77740	2982,19	3,6112	0,003496	0,02288	0,06743
383,44	25,21669	3044,55	3,2964	0,003023	0,02372	0,06741
401,56	26,55048	3102,18	3,0800	0,002686	0,02456	0,06794
419,67	27,80685	3156,48	2,9241	0,002431	0,02538	0,06885
437,78	29,00400	3208,34	2,8086	0,002231	0,02619	0,07005
455,89	30,15454	3258,38	2,7211	0,002070	0,02699	0,07147
474,00	31,26753	3307,03	2,6541	0,001937	0,02779	0,07307
492,11	32,34973	3354,60	2,6022	0,001824	0,02857	0,07481
510,22	33,40629	3401,35	2,5617	0,001727	0,02935	0,07667
528,33	34,44120	3447,45	2,5301	0,001644	0,03012	0,07864
546,44	35,45763	3493,04	2,5053	0,001570	0,03088	0,08069
564,56	36,45810	3538,23	2,4860	0,001504	0,03163	0,08282
582,67	37,44468	3583,11	2,4710	0,001445	0,03238	0,08500
600,78	38,41907	3627,76	2,4596	0,001392	0,03312	0,08724
618,89	39,38270	3672,22	2,4511	0,001344	0,03386	0,08951
637,00	40,33677	3716,56	2,4450	0,001300	0,03458	0,09181
655,11	41,28229	3760,80	2,4410	0,001259	0,03531	0,09414
673,22	42,22016	3804,99	2,4387	0,001222	0,03602	0,09648
691,33	43,15113	3849,14	2,4380	0,001187	0,03673	0,09884
709,44	44,07586	3893,30	2,4385	0,001155	0,03744	0,10122
727,56	44,99495	3937,48	2,4401	0,001125	0,03814	0,10360
745,67	45,90889	3981,69	2,4427	0,001096	0,03883	0,10598
763,78	46,81815	4025,96	2,4462	0,001070	0,03952	0,10838
781,89	47,72313	4070,31	2,4505	0,001045	0,04021	0,11077
800,00	48,62419	4114,73	2,4555	0,001021	0,04088	0,11317

Tabela de Propriedades da Água a Pressão Supercrítica

Embora não seja usual o escoamento em feixes de varetas a pressão supercrítica, o programa STHIRP-1 encontra-se estruturado para permitir também a análise desse tipo de escoamento. Na simulação de problemas dessa natureza, as propriedades da água são determinadas por interpolação em tabelas semelhantes à Tabela 3.7-4, gerada pelo programa à pressão de 300 bar (30 MPa), utilizando-se a formulação IAPWS-IF97.

As tabelas a pressões supercríticas apresentam a mesma estrutura da Tabela 3.7-2 para a água sub-resfriada e saturada, exceto que os valores da última linha correspondem agora a uma temperatura máxima especificada.

Tabela 3.7-4 Propriedades da água a pressão de 30 MPa.

Temperatura (°C)	Vol. Específico (cm ³ /g)	Entalpia (kJ/kg)	Calor Específico (kJ/kgK)	Expansividade (1/K)	Viscosidade (g/ms)	Condutividade (W/mK)
100,00	1,02900	441,67	4,1534	0,000705	0,28974	0,69533
124,14	1,04804	542,27	4,1829	0,000814	0,23143	0,70127
148,28	1,07025	643,68	4,2220	0,000925	0,19208	0,70181
172,41	1,09598	746,19	4,2738	0,001045	0,16421	0,69765
196,55	1,12579	850,14	4,3431	0,001181	0,14364	0,68888
220,69	1,16053	956,04	4,4362	0,001342	0,12785	0,67528
244,83	1,20153	1064,58	4,5631	0,001542	0,11524	0,65638
268,97	1,25084	1176,72	4,7387	0,001803	0,10476	0,63139
293,10	1,31186	1293,94	4,9895	0,002165	0,09561	0,59936
317,24	1,39075	1418,62	5,3706	0,002718	0,08714	0,55977
341,38	1,50074	1555,34	6,0253	0,003696	0,07866	0,51369
365,52	1,67851	1715,52	7,4923	0,005970	0,06911	0,46202
389,66	2,12036	1950,33	14,0912	0,017145	0,05501	0,38871
413,79	4,37506	2463,76	16,3088	0,022086	0,03394	0,21910
437,93	6,11373	2732,43	8,0929	0,009183	0,03105	0,15009
462,07	7,28220	2895,99	5,8096	0,005840	0,03090	0,12713
486,21	8,21792	3022,11	4,7479	0,004335	0,03135	0,11684
510,34	9,02292	3128,67	4,1309	0,003477	0,03203	0,11201
534,48	9,74350	3223,29	3,7362	0,002925	0,03282	0,11007
558,62	10,40522	3310,04	3,4679	0,002540	0,03367	0,10983
582,76	11,02352	3391,32	3,2765	0,002256	0,03454	0,11065
606,90	11,60833	3468,62	3,1348	0,002036	0,03543	0,11215
631,03	12,16653	3542,93	3,0271	0,001861	0,03632	0,11407
655,17	12,70307	3614,94	2,9436	0,001719	0,03721	0,11627
679,31	13,22170	3685,18	2,8781	0,001600	0,03810	0,11864
703,45	13,72530	3754,00	2,8264	0,001500	0,03899	0,12111
727,59	14,21616	3821,71	2,7853	0,001414	0,03987	0,12364
751,72	14,69610	3888,53	2,7528	0,001339	0,04075	0,12619
775,86	15,16658	3954,66	2,7272	0,001273	0,04161	0,12875
800,00	15,62883	4020,23	2,7072	0,001215	0,04247	0,13131

3.7.2 Ebulição Sub-resfriada

No desenvolvimento do processo de ebulição ao longo de um canal aquecido podem ser identificadas quatro regiões distintas. Na região de entrada, devido ao sub-resfriamento do líquido, o escoamento é somente monofásico e a transferência de calor ocorre por convecção no líquido. À medida que a temperatura do fluido aumenta, a temperatura da parede do canal atinge um valor para o qual ocorre a formação das primeiras bolhas em algumas posições da superfície aquecida. No entanto, como o sub-resfriamento ainda é alto, as bolhas permanecem aderidas à parede enquanto crescem e se colapsam. A fração de vazio é relativamente baixa e pode ser considerada como um efeito de parede.

Seguindo ao longo do canal, a diferença entre a temperatura de saturação e temperatura média do fluido torna-se pequena e as bolhas começam a se destacar da parede e a se condensar no fluido sub-resfriado. A partir do ponto de destacamento de bolhas, a fração de vazio aumenta rapidamente, predominando uma condição de desequilíbrio termodinâmico. O mecanismo de transferência de calor nessa região denomina-se ebulição nucleada sub-resfriada. Quando o líquido atinge a temperatura de saturação, as condições de equilíbrio termodinâmico são atingidas. O processo de transferência de calor a partir deste ponto denomina-se ebulição nucleada saturada.

Na região monofásica, a temperatura da superfície aquecida pode ser calculada com

$$T_s = T_F + \frac{q'}{P_h h} \quad (3.7-5)$$

onde T_F é a temperatura média local do fluido, q' é a potência térmica por unidade de comprimento adicionada ao fluido e P_h é o perímetro aquecido do canal.

O coeficiente de transferência de calor na região de convecção monofásica forçada é determinado com uma correlação da forma

$$h = \frac{k}{D_w} (a_1 Re^{a_2} Pr^{a_3} + a_4), \quad (3.7-6)$$

em que Re é número de Reynolds e Pr é o número de Prandtl,

$$Re = \frac{GD_w}{\mu} \quad \text{e} \quad Pr = \frac{c_p \mu}{k}.$$

Nestas equações, G denota o fluxo de massa e P_w é o perímetro hidráulico molhado do canal. O calor específico isobárico, c_p , condutividade térmica, k , e a viscosidade dinâmica, μ , são determinados à temperatura média local do fluido. Os coeficientes a_1 , a_2 , a_3 e a_4 são fornecidas como dados de entrada.

Há ainda a opção de se utilizar a correlação de Dittus e Boelter,

$$h = 0,023 \frac{k}{D_w} Re^{0,8} Pr^{0,4} . \quad (3.7-7)$$

Na região de ebulição nucleada, a temperatura da superfície aquecida é dada pela fórmula

$$T_s = T_{sat} + \Delta T_{sat} , \quad (3.7-8)$$

onde o superaquecimento de parede, ΔT_{sat} , é calculado com a correlação de Jens e Lottes (cf. Collier e Thome, 1996),

$$\Delta T_{sat} = 0,791(q_s'')^{0,25} \exp(-p/62,1), \quad (3.7-9)$$

ou com a correlação de Thom (1966),

$$\Delta T_{sat} = 0,02251(q_s'')^{0,5} \exp(-p/86,9), \quad (3.7-10)$$

onde p é a pressão em bar e $q_s'' (= q'/P_h)$ é o fluxo de calor superficial em W/m^2 ; o superaquecimento de parede é em $^{\circ}C$. A validade destas duas correlações é limitada às faixas de pressões de 7 a 172 bar, temperaturas de 115 a $340^{\circ}C$, fluxos de massa de 11 a $1,05 \times 10^4$ kg/m^2s e fluxos de calor de até $12,5$ MW/m^2 .

O início da ebulição nucleada é dado pela interseção das curvas descritas pelas Equações (3.7-5) e (3.7-8), ou seja,

$$T_{ien} + \frac{(q_s'')_{ien}}{h_{ien}} = T_{sat} + (\Delta T_{sat})_{ien} . \quad (3.7-11)$$

Daí se obtém a equação da temperatura média local para a qual ocorre o início da ebulição nucleada,

$$T_{ien} = T_{sat} + (\Delta T_{sat})_{ien} - \frac{(q_s'')_{ien}}{h_{ien}} . \quad (3.7-12)$$

3.7.3 Título de Vapor

O cálculo da fração de vazio requer o conhecimento do título real ou verdadeiro de vapor na região de ebulição sub-resfriada. O título real de vapor pode ser aproximado pelo título de equilíbrio termodinâmico,

$$\chi = \chi_e = \frac{h_j - h_f}{h_{fg}}, \quad (3.7-13)$$

ou ,então, calculado com um dos modelos descritos a seguir.

Modelo de Levy

Postulando que χ seja aproximadamente zero no ponto de destacamento de bolhas, uma vez que nesse local as bolhas são pequenas e estão ainda aderidas à superfície, Levy (1967) propôs o seguinte relacionamento entre o título real e o título de equilíbrio do vapor:

$$\begin{aligned} \chi &= 0 & \text{se } \chi_e \leq \chi_d \\ \chi &= \chi_e - \chi_d \exp\left(\frac{\chi_e}{\chi_d} - 1\right) & \text{se } \chi_e > \chi_d \end{aligned} \quad (3.7-14)$$

onde χ_d é o título de equilíbrio no ponto de destacamento das bolhas. A equação satisfaz a condição $\chi \rightarrow \chi_e$ quando $\chi_e \gg |\chi_d|$. Na região de ebulição sub-resfriada, χ_e e χ_d são negativos.

O ponto-chave deste modelo é a determinação do título de equilíbrio, χ_d , para o qual a bolha formada na parede sobrevive o tempo suficiente para se soltar da superfície. Esta grandeza é expressa por

$$\chi_d = -\frac{c_{pf} \Delta T_{\text{sub}}}{h_{fg}} \quad (3.7-15)$$

onde c_{pf} é o calor específico do líquido saturado e h_{fg} é o calor latente de vaporização.

Seja Y_B^+ um parâmetro definido por

$$Y_B^+ = \frac{0,015}{\mu_f} \left(\frac{\sigma D_h}{v_f} \right)^{1/2}, \quad (3.7-16)$$

onde μ_f é a viscosidade do líquido, σ é a tensão superficial, D_h é o diâmetro hidráulico e v_f é o volume específico do líquido.

Em termos do parâmetro Y_B^+ , o sub-resfriamento do fluido é expresso como

$$(\Delta T_{\text{sub}})_d = \frac{q'}{P_h h_{DB}} - Q \text{Pr}_f Y_B \quad 0 < Y_B \leq 5 \quad (3.7-17a)$$

$$(\Delta T_{\text{sub}})_d = \frac{q'}{P_h h_{DB}} - 5Q \left\{ \text{Pr}_f + \ln \left[1 + \text{Pr}_f \left(\frac{Y_B}{5} - 1 \right) \right] \right\} \quad 5 \leq Y_B \leq 30 \quad (3.7-17b)$$

$$(\Delta T_{\text{sub}})_d = \frac{q'}{P_h h_{DB}} - 5Q \left\{ \text{Pr}_f + \ln(1 + 5 \text{Pr}_f) + 0,5 \ln \left(\frac{Y_B}{30} \right) \right\} \quad Y_B \geq 30 \quad (3.7-17c)$$

onde q' é a potência térmica local por unidade de comprimento adicionada ao fluido, P_h é o perímetro aquecido do canal, h_{DB} é o coeficiente de transferência de calor calculado com a correlação de Dittus e Boelter e Pr_f é o número de Prandtl do líquido calculado em termos das propriedades de saturação do líquido. Q é um termo adimensional que relaciona o fluxo de calor às forças de cisalhamento na parede,

$$Q = \frac{q' / P_h}{\rho_f c_{pf} \sqrt{\tau_s / \rho_f}} \quad (3.7-18)$$

A tensão de cisalhamento na parede é calculada com

$$\tau_s = 0,125 f v_f G^2, \quad (3.7-19)$$

onde G é o fluxo de massa e f é um coeficiente de atrito dado por

$$f = 0,0055 \left[1 + \left(2 + \frac{10^6}{\text{Re}_f} \right)^{1/3} \right]. \quad (3.7-20)$$

Modelo de Saha e Zuber

No modelo de Saha e Zuber (1974), a relação entre o título real de vapor e o título de equilíbrio escreve-se como

$$\chi = \left[\chi_e - \chi_d \exp \left(\frac{\chi_e}{\chi_d} - 1 \right) \right] \left[1 - \exp \left(\frac{\chi_e}{\chi_d} - 1 \right) \right]^{-1}, \quad (3.7-21)$$

com o título de equilíbrio no ponto de destacamento de bolhas dado pela Equação (3.7-15), porém com o sub-resfriamento do fluido calculado com

$$(\Delta T_{\text{sub}})_d = 0,0022 \frac{(q'/P_h) D_w}{k_f} \quad \text{para } Pe_f \leq 70000 \quad (3.7-22a)$$

$$(\Delta T_{\text{sub}})_d = 153,8 \frac{(q'/P_h)}{Gc_{pf}} \quad \text{para } Pe_f > 70000 \quad (3.7-22b)$$

onde Pe_f representa o número de Peclet,

$$Pe_f = \frac{GD_w c_{pf}}{k_f}. \quad (3.7-23)$$

Modelo de Lellouche e Zolotar

No modelo proposto por Lellouche e Zolotar (1982) para a ebulição sub-resfriada, o título real de vapor é dado pela expressão

$$\chi = \frac{\chi_e - \chi_d [1 - \tanh(1 - \chi_e / \chi_d)]}{1 - \chi_d [1 - \tanh(1 - \chi_e / \chi_d)]}, \quad (3.7-24)$$

com o título no ponto de destacamento de bolhas calculado com uma equação semelhante àquela introduzida por Levy, ou seja,

$$\chi_e = -\frac{c_{p\ell} Z}{h_{fg}}. \quad (3.7-25)$$

O coeficiente Z é dado por

$$Z = \frac{B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}, \quad (3.7-26)$$

com

$$A = 4h_B (h_D + h_C)^2,$$

$$B = h_D^2 (h_D + 2h_C) + 8q''_{sd} h_B (h_D + h_C),$$

$$C = q''_{sd} (4h_B q''_{sd} + h_D^2),$$

onde q''_{sd} é o fluxo de calor superficial no ponto de destacamento de bolhas.

O coeficiente de transferência de calor por convecção forçada monofásica é dado pela correlação de Dittus-Boelter,

$$h_D = C_D \frac{k_\ell}{D_w} \text{Re}_\ell^{0,8} \text{Pr}_\ell^{0,4}, \quad (3.7-27)$$

onde C_D vale 0,023 no caso de tubos aquecidos. Para feixes de varetas e canais anulares, Lellouche e Zolotar recomendam

$$C_D = 0,013 + 0,033\varepsilon, \quad (3.7-28)$$

em que

$$\varepsilon = \frac{\text{Área seccional de escoamento}}{\text{Área seccional total do feixe de varetas}}.$$

Independentemente da geometria, o valor de C_D em STHIRP-1 é tomado como 0,023.

O coeficiente de transferência de calor por condensação é calculado com a correlação de Hancox e Nicoll,

$$h_C = C_C \frac{k_\ell}{D_w} \text{Re}_\ell^{0,662} \text{Pr}_\ell, \quad (3.7-29)$$

onde, para tubos, $C_C = 0,20$, e para feixes de varetas e canais anulares,

$$C_C = 0,20 \frac{D_w}{2D}, \quad (3.7-30)$$

em que D é o diâmetro da vareta aquecida. Em STHIRP-1 considera-se $C_C = 0,20$.

Por fim, o coeficiente de transferência de calor por ebulição nucleada é expresso pela fórmula de Thom (1965-66),

$$h_B = 1971,6 e^{p/43,4}, \quad (3.7-31)$$

com p em bar e h_B em $\text{W/m}^2\text{K}^2$.

3.7.4 Coeficientes de Atrito

Em STHIRP-1, o coeficiente de atrito de Darcy-Weisbach é determinado através de correlações para os regimes laminar e turbulento e por interpolação na região de transição

entre esses dois regimes. Existem no programa dois modelos para o escoamento laminar e três modelos aplicáveis ao escoamento turbulento.

No regime laminar, isto é, para $Re \leq 2000$, o coeficiente de atrito pode ser calculado ou com a equação de Hagen-Poiseuille,

$$f_L = \frac{64}{Re}, \quad (3.7-32)$$

ou com uma expressão da forma

$$f_L = a_L Re^{b_L} + c_L, \quad (3.7-33)$$

em que a_L , b_L e c_L são coeficientes constantes de entrada do programa. Normalmente, estes coeficientes dependem da geometria e da rugosidade superficial do canal de escoamento.

O coeficiente de atrito no regime turbulento, ou seja, quando $Re \geq 4000$, pode ser determinado com uma aproximação da bem-conhecida fórmula de Colebrook-White (cf. Idelchik, 1996),

$$\frac{1}{\sqrt{f_T}} = -2 \log_{10} \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{f_T}} + \frac{\varepsilon/D_w}{3,71} \right), \quad (3.7-34)$$

onde (ε/D_w) é a rugosidade relativa da superfície, ou com a equação

$$f_T = a_T Re^{b_T} + c_T \quad (3.7-35)$$

onde a_T , b_T e c_T são coeficientes constantes de entrada.

A fórmula de Colebrook-White é uma equação transcendental que requer o emprego de métodos iterativos para a determinação do coeficiente de atrito, o que torna inconveniente do ponto de vista computacional o seu uso em programas de subcanais. Para contornar esta dificuldade, propõe-se a seguir uma expressão explícita aproximada para a Equação (3.7-34).

Para tanto, considere-se que a equação para o coeficiente de atrito proposta por Altshul (cf. Idelchik, 1996; Gulyani, 2001),

$$f_T = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{\varepsilon}{D_w} \right)^{0,25}, \quad (3.7-36)$$

escrita sob a forma

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2,66 \left(\frac{\varepsilon/D_w}{3,71} + \frac{18,32}{Re} \right)^{-0,125},$$

seja uma raiz aproximada da correlação de Colebrook-White. Substituindo esta expressão na Equação (3.7-34), um valor mais exato da raiz será dado por

$$\frac{1}{\sqrt{f_T}} = -2 \log_{10} \left[\Delta + \frac{6,424}{Re(\Delta + 18,32/Re)^{0,125}} \right],$$

onde

$$\Delta = \frac{\varepsilon/D_w}{3,71}. \quad (3.7-37)$$

Uma raiz ainda mais exata é obtida pela substituição do resultado precedente na Equação (3.7-34). Então,

$$\frac{1}{\sqrt{f_T}} = -2 \log_{10} \left\{ \Delta - \frac{5,02}{Re} \log_{10} \left[\Delta + \frac{6,424}{Re(\Delta + 18,33/Re)^{0,125}} \right] \right\} \quad (3.7-38)$$

Estas duas substituições sucessivas são suficientes para fornecer uma aproximação satisfatória para a correlação de Colebrook-White. Nos intervalos $10^{-6} \leq \varepsilon/D_w \leq 10^{-1}$ e $4 \times 10^3 \leq Re \leq 10^8$, a Equação (3.7-38) reproduz a Equação (3.7-34) com desvios que não ultrapassam 0,2%.

Na região de transição, $2000 < Re < 4000$, o coeficiente de atrito é calculado por interpolação hiperbólica com

$$f_{LT} = \left(2 - \frac{4000}{Re} \right) (f_{T,4000} - f_{L,2000}) + f_{L,2000}, \quad (3.7-39)$$

onde $f_{L,2000}$ é o coeficiente de atrito laminar a número de Reynolds de 2000 e $f_{T,4000}$ é o coeficiente de atrito turbulento a número de Reynolds de 4000.

Os efeitos das variações da viscosidade do fluido nas proximidades de uma parede aquecida sobre o coeficiente de atrito isotérmico, f_{iso} , como calculado com as equações descritas acima, podem ser levados em consideração com a correlação recomendada por

Tong (1968),

$$f = f_{iso} \left\{ 1 + \frac{P_h}{P_w} \left[\left(\frac{\mu_s}{\mu_b} \right)^{0,6} - 1 \right] \right\}, \quad (3.7-40)$$

onde μ_b e μ_s são as viscosidades do fluido avaliadas, respectivamente, à temperatura média local (*bulk*) do fluido e à temperatura da superfície aquecida; p_h e p_w são os perímetros aquecido e molhado do canal.

3.7.5 Multiplicador de Atrito Bifásico

O multiplicador de atrito bifásico, ϕ^2 , define a relação entre a queda de pressão no escoamento bifásico e a queda de pressão que resultaria se o escoamento fosse de líquido apenas, à mesma vazão de massa da mistura bifásica,

$$\phi^2 = \frac{(dp/dz)_{fg}}{(dp/dz)_{f_0}} \quad (3.7-41)$$

onde o subscrito fg representa a mistura bifásica e f_0 denota o líquido sozinho.

As correlações disponíveis no programa para a determinação do multiplicador de atrito bifásico são descritas a seguir.

Modelo Homogêneo

O multiplicador de atrito bifásico para o escoamento bifásico homogêneo pode ser calculado como

$$\phi^2 = \frac{\rho_f}{\alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_f} \quad (3.7-42)$$

onde ρ_f e ρ_g são as densidades de saturação do líquido e do vapor, e α é a fração de vazio que pode ser expressa como

$$\alpha = \frac{\chi v_g}{\chi v_g + S(1 - \chi) v_f} \quad (3.7-43)$$

onde S é a razão de deslizamento entre as fases; v_g e v_f são os volumes específicos de saturação do líquido e do vapor, respectivamente.

Modelo Puramente Homogêneo

Considerando-se $S = 1$, a substituição da Equação (3.7-43) na Equação (3.7-42) leva à expressão do modelo puramente homogêneo para o multiplicador de atrito bifásico,

$$\phi^2 = 1 + \left(\frac{\rho_f}{\rho_g} - 1 \right) \chi \quad (3.7-44)$$

Modelo EPRI-COLUMBIA

O modelo desenvolvido na Universidade de Columbia (Reddy, Fighetti e Merilo, 1983), por solicitação do Electric Power Research Institute (EPRI), considera os efeitos do deslizamento das fases e do fluxo de massa sobre o multiplicador de atrito bifásico. A correlação é da forma

$$\phi = 1,0 + \left(\frac{\rho_f}{\rho_g} - 1 \right) \chi C_\phi \quad (3.7-45)$$

onde

$$C_\phi = 9,167 \chi^{-9,175} G^{-0,45} (1 + 10p_r) \quad \text{para } p_r < 0,186 \quad (3.7-46a)$$

$$C_\phi = 26,19 \chi^{-0,175} G^{-0,45} \quad \text{para } p_r \geq 0,186 \quad (3.7-46b)$$

onde p_r é a pressão reduzida e G é o fluxo de massa em $\text{kg/m}^2\text{s}$.

Modelo de Friedel

O modelo desenvolvido por Friedel (1979) para o multiplicador de atrito bifásico baseou-se em um conjunto com aproximadamente 25000 dados de quedas de pressão para vários tipos de fluidos e diversas condições experimentais. Para escoamentos horizontal e vertical ascendente, Friedel propôs a seguinte correlação

$$\phi^2 = A + 3,24B\chi^{0,78} (1 - \chi)^{0,224} Fr^{-0,0454} We^{-0,035}, \quad (3.7-47)$$

e, para escoamento vertical descendente,

$$\phi^2 = A + 48,6C\chi^{0,8} (1 - \chi)^{0,29} Fr^{0,03} We^{-0,12}, \quad (3.7-48)$$

onde

$$A = (1 - \chi)^2 + \chi^2 \left(\frac{\rho_f f_g}{\rho_g f_f} \right),$$

$$B = \left(\frac{\rho_f}{\rho_g} \right)^{0,91} \left(\frac{\mu_g}{\mu_f} \right)^{0,19} \left(1 - \frac{\mu_g}{\mu_f} \right)^{0,7},$$

$$C = \left(\frac{\rho_f}{\rho_g} \right)^{0,9} \left(\frac{\mu_g}{\mu_f} \right)^{0,73} \left(1 - \frac{\mu_g}{\mu_f} \right)^{7,4},$$

$$Fr = \frac{G^2 D_w}{g D_w \rho^2} = \frac{G^2}{g D_w} \left(\frac{\chi}{\rho_g} + \frac{1 - \chi}{\rho_f} \right)^2,$$

$$We = \frac{G^2 D_w}{\sigma \rho} = \frac{G^2 D_w}{\sigma} \left(\frac{\chi}{\rho_g} + \frac{1 - \chi}{\rho_f} \right)^2.$$

Os grupo adimensionais Fr e We são, respectivamente, o número de Froude e o número de Weber da mistura bifásica. Os valores do coeficiente de atrito f_f em função de $Re_f = GD_w/\mu_f$ e do coeficiente f_g em função de $Re_g = GD_w/\mu_g$ podem ser determinados com as correlações descritas na Subseção 3.2.4.

Função Polinomial

O multiplicador de atrito bifásico pode ser também calculado em função do título de vapor com um polinômio da forma

$$\phi^2 = a_0 + a_1 \chi + \dots + a_n \chi^n \quad (n \leq 6), \quad (3.7-49)$$

onde a_i são coeficientes a serem especificados na entrada de dados.

3.7.6 Fração de Vazio

A fração de vazio pode relacionar-se ao título de vapor pela equação

$$\alpha = \frac{\chi v_g}{\chi v_g + S(1 - \chi) v_f}, \quad (3.7-50)$$

onde S representa a razão de deslizamento entre as fases, que é definida como a razão entre a velocidade da fase gasosa e a velocidade da fase líquida; v_f e v_g são volumes específicos do líquido e do vapor saturados.

No programa STHIRP-1, S pode assumir um valor de entrada constante ou ser considerado igual a 1, no caso de utilização do modelo homogêneo. Além destas duas opções, a razão de deslizamento pode também ser calculada com a correlação proposta por Smith (1969-70):

$$S = 0,4 + 0,6 \left[\frac{0,4 + \chi(v_g / v_f - 0,4)}{0,4 + 0,6\chi} \right]^{1/2} \quad (3.7-51)$$

Esta correlação foi obtida para misturas de água-vapor e água-ar em tubos horizontais e verticais, a pressões de 0,1 a 14,5 MPa e frações de massa de vapor e ar de 0,01 a 0,5. A equação não é recomendada para títulos de vapor menor que 0,01 por causa do desequilíbrio termodinâmico.

As três outras opções disponíveis no programa para o cálculo da fração de vazio são apresentadas a seguir:

Modelo ANL-EPRI

O modelo desenvolvido no Argonne National Laboratory (ANL), em parceria com o Electric Power Research Institute (EPRI), considera o efeito do fluxo de massa sobre a fração de vazio.

A fim de expressar a fração de vazio em termo da velocidade relativa das fases, $u_g - u_f$, Chen et al. (1983) reescreveram a Equação (3.7-50) sob a forma

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\chi}{\chi + S(\rho_g / \rho_f)(1 - \chi)} \\ &= \frac{\chi}{\chi + (\rho_g / \rho_f)(1 - \chi) + (\rho_g / \rho_f)(1 - \chi)(u_g - u_f)/u_f} \end{aligned}$$

Considerando-se a relação

$$u_f = \frac{Gv_f(1 - \chi)}{1 - \alpha},$$

a expressão acima se transforma em

$$\alpha = \frac{\chi}{\chi + (\rho_g / \rho_f)(1 - \chi) + \rho_g(1 - \alpha)(u_g - u_f)/G}.$$

Resolvendo esta equação para α e considerando somente a solução que satisfaz as condições $\alpha = 0$ para $\chi = 0$ e $\alpha = 1$ para $\chi = 1$, obtém-se

$$\alpha = \frac{B - \sqrt{B^2 - 4A\chi}}{2A}, \quad (3.7-52)$$

com

$$A = \frac{\rho_g(u_g - u_f)}{G},$$

$$B = \chi + \frac{\rho_g}{\rho_f}(1 - \chi) + \frac{\rho_g(u_g - u_f)}{G}.$$

No modelo de Chen et al. (1983), a velocidade relativa das fases é determinada com a expressão

$$u_g - u_f = u_{fg} = 1,41 \left[\frac{\sigma g (\rho_f - \rho_g)}{\rho_f^2} \right]^{1/4}, \quad (3.7-53)$$

onde g é a aceleração da gravidade e σ é a tensão superficial.

Modelo do Fluxo à Deriva

A teoria do fluxo à deriva (*drift flux*) foi desenvolvida principalmente por Zuber e Findlay (1965), Wallis (1969) e respectivos colaboradores. O modelo do fluxo à deriva é essencialmente um modelo de fases separadas em que a atenção se concentra não sobre o movimento das fases individuais, mas sobre o movimento relativo das fases.

As grandezas físicas básicas da teoria do fluxo à deriva são as velocidades superficiais (ou fluxos volumétricos), definidas como a vazão volumétrica por unidade de área de escoamento e representadas pelo símbolo j . Portanto,

$$j_g = \frac{Q_g}{A} = \mu_g \alpha = \frac{G\chi}{\rho_g} = G\chi v_g \quad (3.7-54)$$

é a velocidade superficial da fase líquida,

$$j_f = \frac{Q_f}{A} = \mu_f(1 - \alpha) = \frac{G(1 - \chi)}{\rho_f} = G(1 - \chi)v_f \quad (3.7-54)$$

é a velocidade superficial da fase líquida. A velocidade superficial de ambas as fases é

$$j = j_f + j_g = \frac{Q}{A} = \frac{Q_g + Q_f}{A} = [\chi v_g + (1 - \chi)v_f]G. \quad (3.7-55)$$

Em termos das velocidades superficiais, a velocidade relativa entre as fases pode ser expressa como

$$u_{gf} = u_g - u_f = \frac{j_g}{\alpha} - \frac{j_f}{1 - \alpha}. \quad (3.7-56)$$

O fluxo à deriva, definido por

$$j_{gf} = \alpha(1 - \alpha)u_{gf} = (1 - \alpha)j_g - \alpha j_f = j_g - \alpha j \quad (3.7-57)$$

representa fisicamente o fluxo volumétrico de cada fase que atravessa uma superfície normal ao eixo do canal que se move com velocidade superficial j .

Empregando o símbolo $\langle \rangle$ para representar propriedades médias do escoamento, tem-se

$$\langle j_g \rangle = \langle \alpha j \rangle + \langle j_{gf} \rangle.$$

Dividindo por $\langle \alpha \rangle$, vem

$$\frac{\langle j_g \rangle}{\langle \alpha \rangle} = \frac{\langle \alpha j \rangle}{\langle \alpha \rangle} + \frac{\langle j_{gf} \rangle}{\langle \alpha \rangle}. \quad (3.7-58)$$

Seja C_0 um parâmetro de distribuição definido por

$$C_0 = \frac{\langle \alpha j \rangle}{\langle \alpha \rangle \langle j \rangle}, \quad (3.7-59)$$

e seja também

$$\langle u_{gj} \rangle = \frac{\langle j_{gf} \rangle}{\langle \alpha \rangle} \quad (3.7-60)$$

a velocidade média de deriva. Em vista destas duas definições, a Equação (3.7-59) torna-se

$$\langle \alpha \rangle = \frac{\langle j_g \rangle}{C_0 \langle j \rangle + \langle u_{gj} \rangle} \quad (3.7-61)$$

ou, mais simplesmente,

$$\alpha = \frac{j_g}{C_0 j + \bar{u}_{gj}}, \quad (3.7-62)$$

que é a fórmula para a fração de vazio em consonância com a teoria do fluxo à deriva.

Na prática, dados experimentais de j_g/α versus j são usados na determinação de expressões empíricas para C_0 e \bar{u}_{gj} . Por exemplo, a partir de medidas em escoamento de água e vapor a pressões de 0,1 a 4,1 MPa e em escoamento de clorodifluormetano a pressões de 0,1 a 3,2 MPa, Kroeger e Zuber (1968) obtiveram

$$C_0 = 1,13 \quad \text{e} \quad \bar{u}_{gj} = 1,41 \left[\frac{g \sigma (\rho_f - \rho_g)}{\rho_f^2} \right]^{1/4}. \quad (3.7-63)$$

Uma revisão das várias correlações para fração de vazio desenvolvidas no contexto do modelo do fluxo à deriva é apresentado por Coddington e Macian (2002).

A correlação de Chexal e Lellouche (1992) foi incluída no programa STHIRP-1 para calcular a fração de vazio à luz da teoria do fluxo à deriva. A correlação se aplica a diferentes tipos de fluido (água-vapor, ar-água, hidrocarbonetos) na faixa de pressão de 0,1 a 15 MPa e no intervalo de fluxo de massa de 1 a 2000 kg/m²s.

A fração de vazio é dada pela Equação (3.7-62), com o parâmetro de distribuição correlacionado por

$$C_0(\alpha) = \frac{L(\alpha)}{K_0 + (1 - K_0)\alpha^r} \quad (3.7-64)$$

e a velocidade média de deriva dada por

$$\bar{u}_{gj}(\alpha) = 1,41 \left[\frac{g \sigma (\rho_f - \rho_g)}{\rho_f^2} \right]^{0,25} C_2 C_3 C_4 (1 - \alpha)^{B_1}, \quad (3.7-65)$$

onde

$$L(\alpha) = \frac{1 - e^{-C_1 \alpha}}{1 - e^{-C_1}}$$

$$C_1 = \frac{4}{(p/p_{\text{crit}}) - (p/p_{\text{crit}})^2}$$

$$K_0 = B_1 + (1 - B_1) \left(\frac{\rho_g}{\rho_f} \right)^{0,25}$$

$$r = \frac{1,0 + 1,57(\rho_g/\rho_f)}{1 - B_1}$$

$$B_1 = \min \left(0,8, \frac{1}{1 + e^{-Re/6000}} \right) \quad Re = \max (Re_f, Re_g)$$

$$Re_f = \frac{\rho_f j_f D_w}{\mu_f} \quad Re_g = \frac{\rho_g j_g D_w}{\mu_g}$$

Se $(\rho_f/\rho_g) \leq 18$,

$$C_2 = 0,4757 [\ln(\rho_f/\rho_g)]^{0,7},$$

e se $(\rho_f/\rho_g) > 18$,

$$C_2 = \begin{cases} 1, & \text{se } C_5 \geq 1 \\ [1 - \exp(-C_5/(1 - C_5))]^{-1} & \text{se } C_5 < 1 \end{cases}$$

$$C_3 = \max (0,5, 2e^{-Re_f/6000})$$

$$C_4 = \begin{cases} 1, & \text{se } C_7 \geq 1 \\ [1 - \exp(-C_7/(1 - C_7))]^{-1} & \text{se } C_7 < 1 \end{cases}$$

$$C_5 = \left(150 \frac{\rho_g}{\rho_f} \right)^{0,5}$$

$$C_7 = \left(\frac{0,09144}{D_w} \right)^{0,6}$$

O método de Brent (1971) é utilizado no programa para determinar iterativamente a fração de vazio na Equação (3.7-62).

Relação Polinomial

A fração de vazio pode ser avaliada, ainda, através da função polinomial

$$\alpha = a_0 + a_1\chi + \dots + a_n\chi^n \quad (n \leq 6) \quad (3.7-66)$$

cujos coeficientes são especificados na entrada de dados do programa.

3.7.7 Queda de Pressão em Obstáculos

A queda de pressão em obstáculos é expressa em termos de um coeficiente de resistência hidráulico efetivo com a equação

$$\Delta p_{\text{grade}} = \zeta \frac{G^2 v'}{2}, \quad (3.7-67)$$

onde G é o fluxo de massa e v' é o volume específico para o transporte de momento. O coeficiente de resistência hidráulica do obstáculo é calculado em função do número de Reynolds com equações exponenciais da forma

$$\zeta = a \text{Re}^b + c, \quad (3.7-68)$$

onde a , b e c são coeficientes constantes de entrada.

3.7.8 Mistura Turbulenta

A mistura turbulenta entre subcanais resulta de uma difusão natural por vórtices. Todreas e Kazimi (1990) relacionam a vazão de massa lateral turbulenta por unidade de comprimento que flui do subcanal i para o subcanal j , através da conexão k , à difusividade por vórtices ε_k com a equação

$$w'_{i_k \rightarrow j_k} M = \rho_{i_k} \left(\frac{s_k}{\lambda_t} \right)_k \varepsilon_k,$$

onde s_k é a largura da conexão k entre subcanais adjacentes e λ_t é o comprimento efetivo de mistura turbulenta. No caso inverso, ou seja, considerando a vazão de massa turbulenta por

unidade de comprimento que flui do subcanal j_k para o subcanal i_k , tem-se,

$$w'_{j_k \rightarrow i_k} = \rho_{j_k} \left(\frac{s_k}{\lambda_t} \right)_k \varepsilon_k.$$

Assim, a variação líquida de massa transversal por unidade de comprimento entre os subcanais pode ser escrita como

$$w'_{i \leftrightarrow j} = w'_{i \rightarrow j} - w'_{j \rightarrow i} = \frac{s\varepsilon}{\lambda_t} (\rho_i - \rho_j). \quad (3.7-69)$$

No escoamento monofásico as densidades do fluido nos subcanais adjacentes são praticamente iguais e a vazão de massa turbulenta líquida é aproximadamente zero. Logo,

$$w'_{i \rightarrow j} = w'_{j \rightarrow i}. \quad (3.7-70)$$

No escoamento bifásico, as densidades nos subcanais são diferentes e a vazão de massa flutuante líquida será diferente de zero. Usando a expressão da densidade bifásica

$$\rho = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_f$$

e considerando-se que as densidades das fases são constantes nos subcanais a equação da mistura torna-se

$$w'_{i \leftrightarrow j} = w'_{i \rightarrow j} - w'_{j \rightarrow i} = \frac{s\varepsilon}{\lambda_t} (\rho_f - \rho_g) (\alpha_j - \alpha_i). \quad (3.7-71)$$

Esta equação indica que a mistura lateral turbulenta ocorrerá do subcanal i para o subcanal j se a fração de vazio no subcanal i for menor que no subcanal j . Dessa forma, a mistura turbulenta ocorre, preferencialmente, no sentido do subcanal com menor fração de vazio.

Se as entalpias e as velocidades dos subcanais adjacentes forem diferentes, poderá ocorrer uma transferência líquida de energia e momento. Os fluxos de entalpia e de momento do subcanal i para o subcanal j através da conexão k são dados por

$$\phi_k^H = \frac{w_k^H}{s_k} (h_{i_k} - h_{j_k}), \quad (3.7-72)$$

$$\phi_k^U = \frac{w_k^U}{s_k} (u_{i_k} - u_{j_k}), \quad (3.7-73)$$

onde w_k^H e w_k^U são as vazões de massa fictícias por unidade de comprimento associadas aos transportes turbulentos de entalpia e de momento linear através da conexão k .

O fluxo de entalpia é relacionado à difusividade térmica, ε_h , através da equação

$$\phi_k^H = \varepsilon_k^H \bar{\rho} \frac{h_{i_k} - h_{j_k}}{\ell'_k} \quad (3.7-74)$$

onde $\bar{\rho}$ é a densidade média dos subcanais adjacentes e ℓ'_k é a distância efetiva de mistura turbulenta. Comparando esta equação com a Equação (3.7-72), conclui-se que

$$w_k^H = \bar{\rho} \frac{s_k \varepsilon_k^H}{\ell'_k}. \quad (3.7-75)$$

Dividindo esta equação por $G_{i_k} s_k$, obtém-se a expressão básica para a mistura turbulenta

$$M_k = \frac{w_k^H}{G_{i_k} s_k} = \frac{\bar{\rho} \varepsilon_k^H}{G_{i_k} \ell'_k}. \quad (3.7-76)$$

O parâmetro adimensional M_k é chamado número de Stanton da mistura e representa a razão entre o fluxo de massa transversal e o fluxo de massa axial em um dos subcanais.

De uma maneira geral, todas as correlações para mistura turbulenta são expressões da forma (Rogers e Todreas, 1968; Bayoumy, 1976)

$$M_k = a L_k \text{Re}^{-n} \quad (3.7-77)$$

onde a e n são constantes e L_k é uma função da distância efetiva de mistura. Uma correlação difere da outra pela maneira de calcular a difusividade térmica média ε_h e de se postular a distância efetiva de mistura turbulenta ℓ'_k .

Rowe e Angle (1967) utilizaram a relação

$$\varepsilon_k \propto \frac{\mu}{\rho} \text{Re} \sqrt{f/2}$$

e um coeficiente de atrito da forma da equação de Blasius,

$$f = a \text{Re}^{-b},$$

para desenvolver a expressão

$$\beta_k = \frac{w_k^H}{G s_k} = K \frac{\bar{D}}{\ell'_k} \text{Re}^{-b/2}, \quad (3.7-78)$$

onde

$$\bar{G} = \frac{G_i A_i + G_j A_j}{A_i + A_j}, \quad \bar{D} = \frac{4(A_i + A_j)}{(P_w)_i + (P_w)_j} \quad \text{e} \quad \bar{Re} = \frac{2\bar{G}\bar{D}}{\mu_i + \mu_j}.$$

A constante K e o expoente b são determinados experimentalmente. Rowe e Angle (1967), a partir de dados experimentais de mistura monofásica entre dois subcanais adjacentes e paralelos, determinaram o valor de $K = 0,0062$ e de $b = 0,2$. Concluíram também que a distância de mistura pode ser considerada como aproximadamente igual a largura da conexão.

A mistura turbulenta é avaliada no programa STHIRP-1 através da relação proposta por Rowe e Angle (1967),

$$w'^H = \beta \bar{G}s, \quad (3.7-79)$$

com o coeficiente de mistura β calculado por uma das seguintes expressões:

$$\beta = a \bar{Re}^b, \quad (3.7-80)$$

$$\beta = a(\bar{D}/s) \bar{Re}^b, \quad (3.7-81)$$

$$\beta = a(D/\ell') \bar{Re}^b. \quad (3.7-82)$$

A forma da equação a ser usada e os valores das constantes a e b são especificados na entrada de dados do programa. No caso de se utilizar a última expressão, a distância efetiva de mistura ℓ' deve ser fornecida para cada conexão.

As equações precedentes são usadas normalmente para as condições monofásicas e bifásicas, apesar de a mistura turbulenta depender fortemente do título de vapor. O programa STHIRP-1 não contém correlações para o cálculo da mistura bifásica, pois os modelos disponíveis dependem de muitos parâmetros empíricos e têm validade duvidosa quando utilizados fora da faixa de validade para as quais foram desenvolvidos.

Contudo, o programa oferece a opção de uma tabela de entrada para β em função do título a partir da qual os valores de β podem ser obtidos por interpolação. O título em cada conexão é calculado como a média aritmética dos valores desta grandeza nos dois canais adjacentes.

Pelo fato de não existirem ainda modelos capazes de prever satisfatoriamente a transferência turbulenta de massa e de momento entre subcanais, serão consideradas aqui as aproximações

$$w_k'^M = f_t^M \cdot w_k'^H, \quad (3.7-83)$$

$$w_k'^U = f_t^U \cdot w_k'^H, \quad (3.7-84)$$

onde f_t^M e f_t^U são fatores de entrada que levam em conta as analogias entre os transportes de energia e massa e os transportes de energia e momento. Admitindo-se uma perfeita analogia entre estes transportes, então, $f_t^M = 1$ e $f_t^U = 1$. Por outro lado, ao se considerar $f_t^M = 0$ e $f_t^U = 0$, suprimi-se simultaneamente os transportes turbulentos de massa e de momento. Não há qualquer restrição em suprimir apenas um deles e em manter o outro relacionado ao transporte de energia.

Capítulo 4

MODELO DE CONDUÇÃO TÉRMICA

O modelo de transmissão térmica, objeto deste capítulo, visa a determinação da distribuição de temperaturas de elementos condutores que compõem um feixe de barras, bem como dos fluxos de calor transmitidos através das superfícies de contorno desses elementos.

Os elementos condutores serão classificados por tipos, que diferem entre si pela geometria e pelas condições de transmissão de calor nas superfícies de contorno. Condutores nas formas de placas planas ou de varetas cilíndricas, podendo essas últimas ser internamente ocas, com características de barras combustíveis nucleares, de elementos aquecedores não-nucleares e de tubos convencionais são aqui considerados. Seções de barras combustíveis nucleares de geometrias retangulares e cilíndricas são mostradas esquematicamente na Figura 4.1. Com ressalvas para as formas geométricas, condutores nucleares e não-nucleares podem ser tratados com formulações análogas.

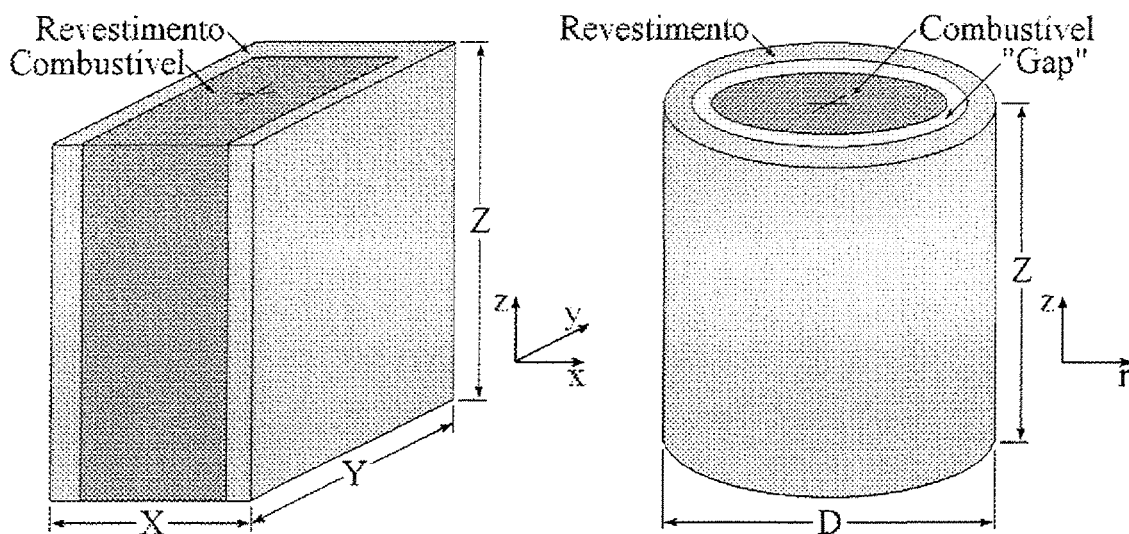


Figura 4.1 Barras combustíveis nucleares plana e cilíndrica.

Axialmente, cada tipo de condutor, não importando a sua natureza, pode compreender um número arbitrário de regiões que são caracterizadas por diferentes números

de paredes sólidas e tipos distintos de materiais, cujas propriedades térmicas são supostas função da temperatura.

4.1 EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DE CONDUÇÃO TÉRMICA

A energia térmica é removida de um sistema por, basicamente, três processos distintos de transferência de calor: *condução*, *convecção* e *radiação*. Na condução, calor é transferido de um ponto a outro do corpo como resultado da diferença de temperatura e não ocorre movimento macroscópico de qualquer porção do corpo. É através desse mecanismo que o calor produzido no interior do condutor é transmitido para a sua superfície.

O processo de convecção envolve a transferência de calor para um fluido em movimento, novamente como resultado da diferença de temperatura. Assim, o calor conduzido para a superfície do condutor é transferido a um fluido refrigerante e retirado do sistema por convecção. Por fim, o calor pode ser transferido por radiação térmica através do vácuo ou outros espaços rarefeitos, entre um corpo mais quente e outro mais frio, na forma de ondas eletromagnéticas. Na realidade, a distribuição de temperaturas em um meio é controlada pelos efeitos combinados destes três modos de transferência de calor, de forma que na prática não é possível separar inteiramente um processo do outro.

A distribuição de temperaturas de um meio sólido é obtida da equação fundamental de condução térmica,

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) + Q \quad (4.1-1)$$

onde

c = calor específico isobárico (J/kgK)

k = condutividade térmica (W/mK)

Q = potência térmica por unidade de volume produzida no material (W/m³)

T = temperatura (K)

t = tempo (s)

ρ = densidade do material (kg/m³)

Neste desenvolvimento consideram-se a temperatura T e a densidade de potência Q como funções das coordenadas espaciais e do tempo. As propriedades térmicas do material, c e k , são, em geral, dependentes da temperatura. A densidade ρ é uma função das coordenadas espaciais e independente da temperatura.

A integração da Equação (4.1-1) sobre um volume V do material resulta em

$$\int_V \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV = \int_V \bar{\nabla} \cdot (k \bar{\nabla} T) dV + \int_V Q dV. \quad (4.1-2)$$

Aplicando o teorema da divergência de Gauss à segunda integral, a equação pode ser reescrita como

$$\int_V \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV = \int_S k (\bar{\nabla} T \cdot \bar{n}) dS + \int_V Q dV, \quad (4.1-3)$$

onde \bar{n} é o vetor unitário normal exterior à superfície S de contorno do volume V .

Em geral, a solução da Equação (4.1-3) depende das condições reinantes nos contornos do meio e, se a situação for dependente do tempo, das condições do sistema em algum instante inicial. Como a equação de condução é de segunda ordem com respeito às coordenadas espaciais, duas condições de contorno para cada variável são necessárias para descrever o sistema. Por outro lado, sendo a equação de primeira ordem em relação ao tempo, somente uma condição inicial precisa ser prescrita.

4.2 NODALIZAÇÃO DO CONDUTOR

A transmissão de energia térmica nos vários sólidos que compõem um condutor será determinada por meio de uma representação de diferenças finitas da equação fundamental de condução de calor. Nessa aproximação, supõe-se que a condução térmica possa ser considerada como bidirecional. Mais exatamente, para o caso de um condutor retangular, admite-se que a distribuição de temperaturas seja independente da coordenada y associada à largura da placa e que a condução ocorra preferencialmente na direção x e, a uma menor intensidade, na direção axial z . No condutor cilíndrico ignora-se a condução azimutal, de maneira que a distribuição de temperaturas só depende das coordenadas radial e axial. Não raramente, a condução axial pode ser desprezada em muitas situações práticas. A hipótese de condução bidimensional para ambas as geometrias implica a existência de um

fluxo de calor que espacialmente só depende de x (ou r) e de z .

A configuração nodal utilizada na derivação das equações de condução na forma de diferenças finitas encontra-se representada na Figura 4.2-1, para um condutor retangular, e, na Figura 4.2-2, para um condutor cilíndrico.

No modelo analítico aqui proposto, o condutor, seja ele retangular ou cilíndrico, pode ser constituído de múltiplos sólidos, que são identificados, de dentro para fora, pelo índice s , que assume os valores 1, 2, ..., M , onde M denota o número de sólidos. As propriedades térmicas do material arbitrário que constitui cada sólido são funções polinomiais da temperatura.

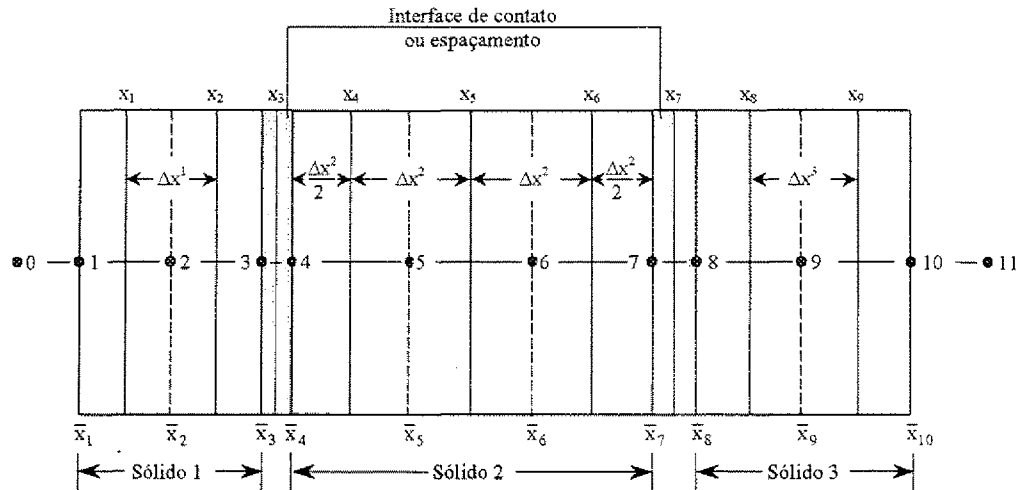


Figura 4.2-1 Nodalização de um condutor retangular.

Dois sólidos consecutivos são separados por uma interface de contato ou por um espaço preenchido por gases, onde nenhuma energia térmica é gerada e armazenada. O primeiro sólido do condutor cilíndrico não precisa ser necessariamente maciço, mas o vazio central, se porventura existir, deve ter também a forma cilíndrica.

Cada sólido que compõe o condutor é dividido em um número finito de células, de modo que as células internas possuam a mesma espessura. Excepcionalmente, as espessuras das células na periferia do sólido são a metade da espessura das células internas. Para geometria retangular, a célula é um pequeno paralelepípedo; para a geometria cilíndrica, a célula é um anel.

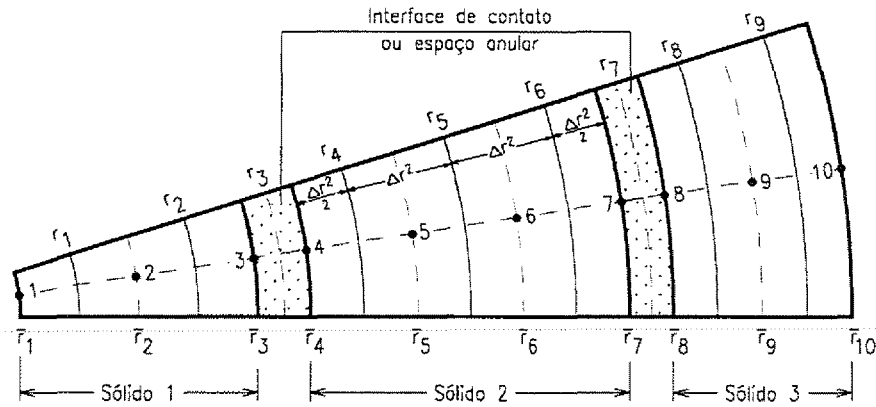


Figura 4.2-2 Nodalização de um condutor cilíndrico.

A solução da Equação (4.1-3) aplicada às geometrias representadas nas Figuras 4.2-1 e 4.2-2 consiste dos valores de T em N nodos que são indexados sequencialmente de 1 a N no sentido positivo do eixo x , se o condutor for retangular, e no sentido radial positivo, se o condutor for cilíndrico. Os pontos nodais no interior de cada sólido são colocados automaticamente sobre posições médias dentro das células. Essas posições serão definidas um pouco mais tarde, ainda nesta seção. Os dois nodos periféricos localizam-se sobre as superfícies de contorno do sólido. Deve haver no mínimo dois nodos por sólido. Os nodos externos ao condutor afetados dos índices 0 e $N + 1$ (11 nas Figura 4.2-1 e 4.2-2) designam as células definidas nos fluidos que escoam na direção axial, removendo ou adicionando calor ao condutor.

A numeração das células apresentada nas Figuras 4.2-1 e 4.2-2 reflete uma situação particular e serve apenas como ilustração. Em geral, os índices atribuídos às células em um dado sólido s seguem a convenção

$$i = i_0^s + \ell \quad (\ell = 1, 2, \dots, n^s), \quad (4.2-1)$$

em que i_0^s é o índice do primeiro nodo no sólido s , subtraído de 1, tal que

$$i_0^1 = 0, \quad i_0^2 = n^1, \quad \dots, \quad i_0^s = \sum_{\ell=1}^{s-1} n^{\ell}, \quad (4.2-2)$$

sendo n^ℓ o número de células em que foi subdividido o sólido ℓ . O número total de nodos em um condutor com M sólidos será, então,

$$N = \sum_{\ell=1}^M n^\ell. \quad (4.2-3)$$

A fim de simplificar a apresentação e unificar as formulações para ambas as geometrias de condutores, a variável r será usada a seguir para designar tanto a coordenada x associada à dimensão de interesse da base retangular de uma placa condutora plana quanto a coordenada radial de uma barra cilíndrica. Não importando o tipo de geometria, a variável z representará a coordenada axial.

A discussão que se segue abordará essencialmente a condução em uma geometria cilíndrica e, conseqüentemente, a extensão do raciocínio ao caso particular de condução plana fica por conta do leitor. Entretanto, quando houver distinção importante entre as formulações para uma e outra geometria, as particularidades da condução plana serão enfatizadas.

Sejam

$$\bar{r}_{i_0^s+1} = R_{\text{int}}^s \quad \text{e} \quad \bar{r}_{i_0^s+n^s} = R_{\text{ext}}^s$$

os raios interno e externo do sólido s .

A espessura das células no interior do sólido s é dada por

$$\Delta r^s = \frac{R_{\text{ext}}^s - R_{\text{int}}^s}{n^s - 1}, \quad (4.2-4)$$

e a espessura das células periféricas é $\Delta r^s/2$. Assim, os raios interfaciais das células são dados por

$$r_{i_0^s+\ell} = R_{\text{int}}^s + \frac{1}{2}(2\ell - 1)\Delta r^s \quad (\ell = 1, 2, \dots, n^s - 1). \quad (4.2-5)$$

O raio

$$r_{i_0^s+n^s} = \frac{1}{2}(R_{\text{ext}}^s + R_{\text{int}}^{s+1}) \quad (4.2-6)$$

divide ao meio o volume não-sólido que separa os sólidos s e $s + 1$.

Os raios nodais nas células internas são definidos pela média volumétrica

$$\bar{r}_i = \frac{1}{V_i} \int_{r_{i-1}}^{r_i} r dV, \quad (4.2-7)$$

com $i = i_0^s + \ell$ ($\ell = 2, 3, \dots, n^s - 1$). O volume e o elemento de volume de uma célula de altura Δz são dados por

$$V_i = \pi(r_i^2 - r_{i-1}^2)\Delta z \quad \text{e} \quad dV = 2\pi r dr \Delta z.$$

Substituindo estas expressões na Equação (4.2-7) e efetuando a integração, obtém-se

$$\bar{r}_i = \frac{2}{3} \frac{r_i^2 + r_i r_{i-1} + r_{i-1}^2}{r_i + r_{i-1}}. \quad (4.2-8)$$

Admitindo-se que a temperatura varie linearmente entre r_i e r_{i-1} , isto é,

$$T(r) = ar + b \quad (r_{i-1} \leq r \leq r_i),$$

onde a e b são constantes, a média volumétrica das temperaturas na célula será

$$\bar{T}_i = \frac{1}{V_i} \int_{r_{i-1}}^{r_i} T dV = \frac{1}{V_i} \int_{r_{i-1}}^{r_i} (ar + b) dV.$$

A integração desta expressão conduz a

$$\bar{T}_i = \frac{2}{3} \frac{r_i^2 + r_i r_{i-1} + r_{i-1}^2}{r_i + r_{i-1}} a + b,$$

donde

$$\bar{T}_i = a\bar{r}_i + b = T(\bar{r}_i).$$

Portanto, a temperatura sobre o raio nodal equivale à média volumétrica da distribuição de temperaturas da célula, média essa determinada com a suposição de uma variação linear de temperatura dentro da célula.

Para a geometria retangular, é fácil mostrar que a integração da Equação (4.2-7) resultará em

$$\bar{r}_i = \frac{1}{2} (r_i + r_{i-1}). \quad (4.2-9)$$

4.3 EQUAÇÕES DE CONDUÇÃO NA FORMA DE DIFERENÇAS FINITAS

As equações de condução na forma de diferenças finitas podem ser obtidas mediante a aplicação da Equação (4.1-3) às células computacionais convenientemente definidas no condutor.

Atendo-se à condução em um sólido cilíndrico, considere-se inicialmente uma célula típica na posição radial interna i e no nível axial j do condutor. Conforme ilustra a Figura 4.3-1, tal célula é um anel rígido de raio interno r_{i-1} , raio externo r_i , espessura Δr e de comprimento Δz_j .

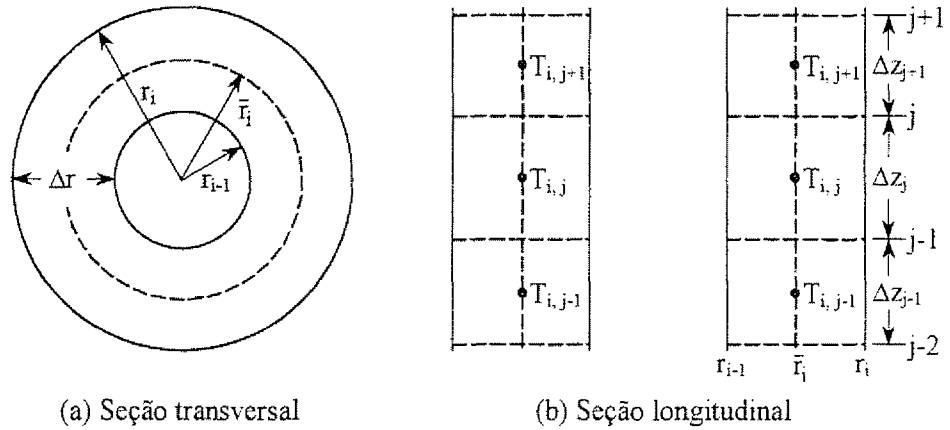


Figura 4.3-1 Célula cilíndrica interna.

Nas derivações apresentadas a seguir supõe-se que as propriedades e a temperatura do material na célula computacional sejam constantes em um intervalo de tempo Δt .

Em vista desta suposição, a primeira integral da Equação (4.1-3) é aproximada por

$$\int_{V_i} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV = (\rho c V)_i \frac{\partial T_i}{\partial t} \quad (4.3-1)$$

Aproximando a derivada temporal por uma diferença finita descendente, tem-se

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{T_i(t) - T_i(t - \Delta t)}{\Delta t} = \frac{T_i - \hat{T}_i}{\Delta t},$$

onde \hat{T}_i denota o valor da temperatura no instante $t - \Delta t$. No restante desta descrição, todas as variáveis encimadas por circunflexo referir-se-ão ao tempo $t - \Delta t$ imediatamente anterior ao tempo t no qual se busca a solução. Portanto, a Equação (4.3-1) pode escrever-se como

$$\int_{V_i} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV = G_i (T_i - \hat{T}_i), \quad (4.3-2)$$

onde

$$G_i = \frac{(\rho c V)_i}{\Delta t} = \frac{\rho_i c_i V_i}{\Delta t}. \quad (4.3-3)$$

Para a geometria cilíndrica, o volume da célula é dado por

$$V_i = \pi(r_i^2 - r_{i-1}^2) \Delta z. \quad (4.3-4)$$

Para uma geometria retangular,

$$V_i = (r_i - r_{i-1}) Y \Delta z \quad (4.3-5)$$

onde Y é a largura fixa do condutor.

Admitindo-se que a distribuição de temperatura independe da coordenada angular, a segunda integral da Equação (4.1-3) pode ser separada nos termos de condução radial e axial, ou seja,

$$\int_{S_i} k(\vec{\nabla} T \cdot \vec{n}) dS = (q_{\text{radial}})_i + (q_{\text{axial}})_i. \quad (4.3-6)$$

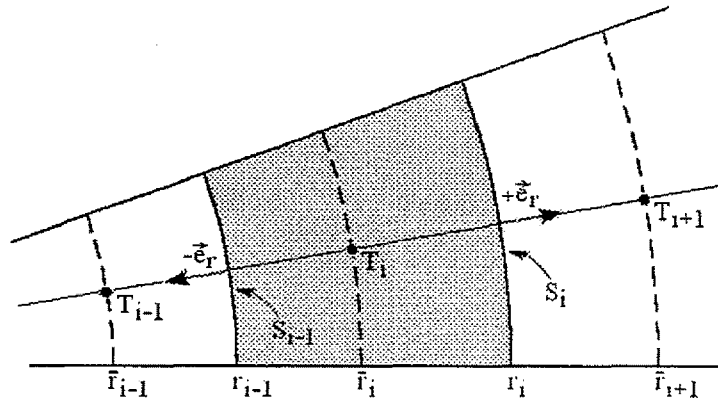


Figura 4.3-2 Diagrama de condução radial.

A potência térmica conduzida através das interfaces radiais de uma célula anular i , visualizada na Figura 4.3-2, pode ser aproximada por

$$(q_{\text{radial}})_i = k \frac{\partial T}{\partial r} \bigg|_{r=\bar{r}_{i-1}} \bar{e}_r \cdot (-\bar{e}_r) S_{i-1} + k \frac{\partial T}{\partial r} \bigg|_{r=\bar{r}_i} \bar{e}_r \cdot (+\bar{e}_r) S_i, \quad (4.3-7)$$

onde \bar{e}_r é o vetor unitário associado à coordenada radial e $S_i = 2\pi \bar{r}_i \Delta z$ é a área da superfície interfacial que separa as células i e $i + 1$. Particularmente, para uma geometria retangular, $S_i = Y \Delta z$. Aproximando-se os gradientes de temperatura por

$$\frac{\partial T}{\partial r} \bigg|_{r=\bar{r}_{i-1}} = \frac{T_i - T_{i-1}}{\bar{r}_i - \bar{r}_{i-1}} \quad \text{e} \quad \frac{\partial T}{\partial r} \bigg|_{r=\bar{r}_i} = \frac{T_{i+1} - T_i}{\bar{r}_{i+1} - \bar{r}_i},$$

a Equação (4.3-7) torna-se

$$(q_{\text{radial}})_i = k \big|_{r=\bar{r}_{i-1}} \frac{T_i - T_{i-1}}{\bar{r}_i - \bar{r}_{i-1}} S_{i-1} + k \big|_{r=\bar{r}_i} \frac{T_{i+1} - T_i}{\bar{r}_{i+1} - \bar{r}_i} S_i$$

Definindo as condutâncias térmicas

$$K_{i-1} = \frac{k \big|_{r=\bar{r}_{i-1}} S_{i-1}}{\bar{r}_i - \bar{r}_{i-1}} \quad \text{e} \quad K_i = \frac{k \big|_{r=\bar{r}_i} S_i}{\bar{r}_{i+1} - \bar{r}_i}, \quad (4.3-8)$$

a equação assume a forma mais simples:

$$(q_{\text{radial}})_i = K_{i-1} (T_{i-1} - T_i) + K_i (T_{i+1} - T_i). \quad (4.3-9)$$

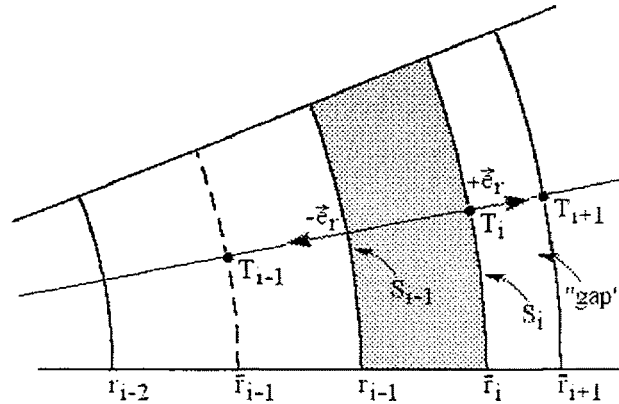


Figura 4.3-3 Transmissão de calor no espaço anular.

Esta equação pode ser usada também para descrever a transferência de calor no espaço interfacial entre dois sólidos consecutivos. Com efeito, supondo-se que nenhuma energia térmica seja gerada e armazenada na interface, a aplicação da integral de fluxo às superfícies radiais do anel i , mostrado na Figura 4.3-3, resulta na aproximação

$$(q_{\text{radial}})_i = k \frac{\partial T}{\partial r} \bigg|_{r=\bar{r}_{i-1}} \bar{e}_r \cdot (-\bar{e}_r) S_{i-1} + k \frac{\partial T}{\partial r} \bigg|_{r=\bar{r}_i} \bar{e}_r \cdot (+\bar{e}_r) \bar{S}_i, \quad (4.3-10)$$

com $\bar{S}_i = 2\pi\bar{r}_i\Delta z$; em se tratando de uma geometria retangular, $S_i = Y\Delta z$. Em conformidade com a notação indicial proposta, $i = i_0^s + n^s$. Substituindo-se as relações

$$\frac{\partial T}{\partial r} \bigg|_{r=\bar{r}_{i-1}} = \frac{T_i - T_{i-1}}{\bar{r}_i - \bar{r}_{i-1}} \quad \text{e} \quad -k \frac{\partial T}{\partial r} \bigg|_{r=\bar{r}_i} = h^s (T_i - T_{i+1}),$$

na Equação (4.3-10), obtém-se

$$(q_{\text{radial}})_i = K_{i-1} (T_{i-1} - T_i) + K_i (T_{i+1} - T_i),$$

que é justamente a Equação (4.3-9), exceto que a condutância K_i é agora dada por

$$K_i = h^s \bar{S}_i, \quad (4.3-11)$$

onde h^s representa o coeficiente de transferência de calor no espaço anular entre os sólidos s e $s + 1$. O valor desse coeficiente é normalmente calculado com relacionamentos empíricos.

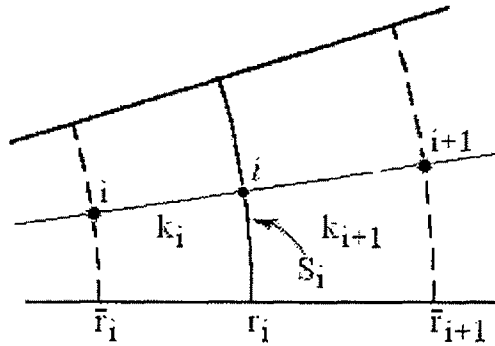


Figura 4.3-4 Interface entre células.

A condutância térmica K_i entre as células i e $i + 1$ (Figura 4.3-4) é determinada por meio de uma aproximação da equação de Fourier aplicada a ambos os lados da interface das

células. A potência térmica conduzida através da interface em r_i , em virtude da diferença de temperaturas entre os pontos i e i , é aproximada por

$$q(i \rightarrow i) = k_i S_i \frac{T_i - T_i}{r_i - \bar{r}_i}. \quad (4.3-12)$$

Analogamente,

$$q(i \rightarrow i+1) = k_{i+1} S_i \frac{T_i - T_{i+1}}{\bar{r}_{i+1} - r_i}. \quad (4.3-13)$$

Empregando o conceito de condutância a potência conduzida de i para $i+1$ pode ser expressa como

$$\begin{aligned} q(i \rightarrow i+1) &= K_i (T_i - T_{i+1}) \\ &= K_i [(T_i - T_i) + (T_i - T_{i+1})]. \end{aligned} \quad (4.3-14)$$

Explicitando as diferenças de temperaturas nas Equações (4.3-12) e (4.3-13) e substituindo as expressões resultantes na Equação (4.3-26), obtém-se

$$q(i \rightarrow i+1) = K_i \left[\frac{q(i \rightarrow i)(r_i - \bar{r}_i)}{k_i S_i} + \frac{q(i \rightarrow i+1)(\bar{r}_{i+1} - r_i)}{k_{i+1} S_i} \right].$$

Como a potência térmica conduzida através de um lado da interface deve passar para o outro lado, os q 's na equação acima são todos iguais e podem ser cancelados. Então, efetuando as simplificações, vem

$$K_i = \frac{S_i}{\frac{r_i - \bar{r}_i}{k_i} + \frac{\bar{r}_{i+1} - r_i}{k_{i+1}}}, \quad (4.3-15)$$

em que

$$i = i_0^s + \ell \quad (\ell = 1, 2, \dots, n^s - 1).$$

Para $i = i_0^s + n^s$,

$$K_{i_0^s + n^s} = h^s \bar{S}_{i_0^s + n^s}, \quad (4.3-16)$$

de acordo com a Equação (4.3-11). O sobrescrito s que identifica os M sólidos que compõem o condutor assume os valores $s = 1, 2, \dots, M$.

Enfim, a substituição da Equação (4.3-15) na Equação (4.3-8) conduz à seguinte relação para a condutividade térmica interfacial

$$\frac{1}{k|_{r=\bar{r}_i}} = \left(\frac{r_i - \bar{r}_i}{\bar{r}_{i+1} - \bar{r}_i} \right) \frac{1}{k_i} + \left(\frac{\bar{r}_{i+1} - r_i}{\bar{r}_{i+1} - \bar{r}_i} \right) \frac{1}{k_{i+1}}. \quad (4.3-17)$$

A condutividade térmica, suposta uniforme dentro de cada célula, é determinada em função apenas da temperatura nodal, ou seja,

$$k_i = k(T_i). \quad (4.3-18)$$

Como se verá depois, na seção que trata das relações constitutivas para o modelo térmico, o relacionamento funcional entre a condutividade térmica e a temperatura é expresso por meio de um polinômio de terceira ordem, cujos coeficientes precisam ser especificados via entrada de dados do programa.

Para finalizar a discussão da integral de fluxo definida pela Equação (4.3-6), resta ainda expressar o termo de condução axial na forma de diferenças finitas. Para tanto, considere-se o condutor discretizado em um certo número finito de segmentos axiais, como esquematizado na Figura 4.3-5. Os pontos nodais indicados na figura estão localizados sobre os planos médios dos segmentos axiais sobre os quais se determinam também os fluxos de calor nas superfícies do condutor, as temperaturas do fluido refrigerante e os coeficientes de transferência de calor superficiais.

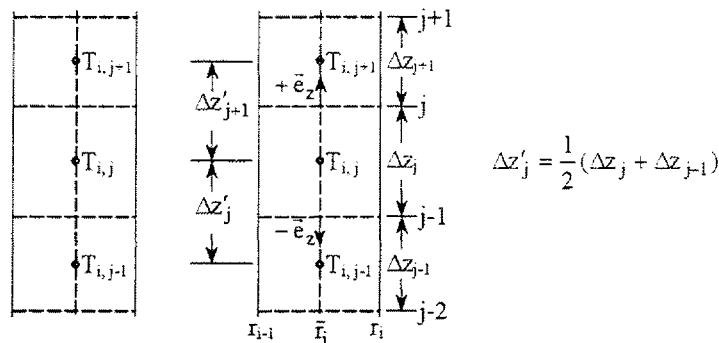


Figura 4.8 Diagrama de condução axial.

A aplicação da integral de fluxo às interfaces axiais da célula i resulta na seguinte aproximação para a potência conduzida axialmente:

$$(q_{\text{axial}})_{i,j} = \bar{k}_{i,j-1} \frac{T_{i,j} - T_{i,j-1}}{\Delta z'_j} \bar{e}_z \cdot (-\bar{e}_z) \frac{V_{i,j}}{\Delta z_j} \\ + \bar{k}_{i,j} \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta z'_{j+1}} \bar{e}_z \cdot (+\bar{e}_z) \frac{V_{i,j}}{\Delta z_j},$$

que se reduz a

$$(q_{\text{axial}})_{i,j} = \frac{1}{\Delta z_j} \left[\frac{\bar{k}_{i,j-1}}{\Delta z'_j} (T_{i,j-1} - T_{i,j}) + \frac{\bar{k}_{i,j}}{\Delta z'_{j+1}} (T_{i,j+1} - T_{i,j}) \right] V_{i,j}, \quad (4.3-19)$$

onde o quociente $V_{i,j}/\Delta z_j$ equivale à área da interface axial. Por um raciocínio semelhante ao desenvolvido na derivação da Equação (4.3-17), deduz-se a expressão

$$\frac{1}{\bar{k}_{i,j}} = \frac{1}{2\Delta z'_{j+1}} \left(\frac{\Delta z_j}{k_{i,j}} + \frac{\Delta z_{j+1}}{k_{i,j+1}} \right) \quad (4.3-20)$$

para a condutividade térmica média no nível axial j da célula i . Se os níveis axiais são igualmente espaçados, a equação precedente reduz-se à média harmônica das condutividades térmicas locais, ou seja,

$$\frac{1}{\bar{k}_{i,j}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k_{i,j}} + \frac{1}{k_{i,j+1}} \right). \quad (4.3-21)$$

A substituição da Equação (4.3-20) na Equação (4.3-19) resulta em

$$(q_{\text{axial}})_{i,j} = \frac{2}{\Delta z_j} \frac{(T_{i,j-1} - T_{i,j})}{\left(\frac{\Delta z_j}{k_{i,j}} + \frac{\Delta z_{j-1}}{k_{i,j-1}} \right)} \alpha_1 V_{i,j} + \frac{2}{\Delta z_j} \frac{(T_{i,j+1} - T_{i,j})}{\left(\frac{\Delta z_j}{k_{i,j}} + \frac{\Delta z_{j+1}}{k_{i,j+1}} \right)} \alpha_n V_{i,j}, \quad (4.3-22)$$

com

$$k_{i,j} = k(T_{i,j}), \quad (4.3-23)$$

$\alpha_1 = 0$ no nível inicial e $\alpha_n = 0$ no nível terminal da região axial subdividida em n níveis axiais. Para os níveis intermediários, $\alpha_1 = \alpha_n = 1$.

No modelo analítico aqui proposto, a condução axial é avaliada explicitamente em

função da distribuição de temperaturas do condutor prevista na iteração anterior de um cálculo estacionário ou no instante anterior de um cálculo transitório.

Em vista das Equações (4.3-9) e (4.3-22), a integral de fluxo assume a forma final

$$\begin{aligned} \int_{S_{i,j}} k(\vec{\nabla} T \cdot \vec{n}) dS &= (q_{\text{radial}})_{i,j} + (q_{\text{axial}})_{i,j} \\ &= K_{i-1,j}(T_{i-1,j} - T_{i,j}) + K_{i,j}(T_{i+1,j} - T_{i,j}) \\ &\quad + \frac{2}{\Delta z_j} \frac{(T_{i,j-1} - T_{i,j})}{\left(\frac{\Delta z_j}{k_{i,j}} + \frac{\Delta z_{j-1}}{k_{i,j-1}}\right)} \alpha_1 V_{i,j} + \frac{2}{\Delta z_j} \frac{(T_{i,j+1} - T_{i,j})}{\left(\frac{\Delta z_j}{k_{i,j}} + \frac{\Delta z_{j+1}}{k_{i,j+1}}\right)} \alpha_n V_{i,j}. \end{aligned} \quad (4.3-24)$$

Supondo-se que a geração de calor seja uniforme no interior da célula i contida no sólido s , a integral do termo-fonte na Equação (4.1-3) pode escrever-se como

$$\int_V Q dv = Q_i V_i = Q^s f_i^s V_i \quad (4.3-25)$$

onde f_i^s denota a fração da potência por unidade de volume, Q^s , gerada no sólido s . Conhecendo-se a potência local q do condutor, a potência volumétrica produzida no sólido s pode ser estimada com

$$Q^s = \frac{q f_q^s}{V^s} \quad (4.3-26)$$

onde f_q^s é a fração da potência do condutor gerada no sólido s e V^s é o volume do sólido. Portanto,

$$Q_i = \frac{q f_q^s f_i^s}{V^s}. \quad (4.3-27)$$

Por fim, a substituição das Equações (4.3-2), (4.3-6) e (4.3-27) na Equação (4.1-3) resulta em

$$G_i(T_i - \hat{T}_i) = K_{i-1,j}(T_{i-1,j} - T_{i,j}) + K_{i,j}(T_{i+1,j} - T_{i,j}) + (Q_{\text{axial}})_i V_i + Q_i V_i, \quad (4.3-28)$$

para as células $i = 2, 3, \dots, n-1$ no interior do condutor. Fica subentendido que a equação se aplica a cada nível axial j do condutor. A grandeza Q_{axial} , definida por

$$(Q_{\text{axial}})_i = \frac{2}{\Delta z_j} \frac{(T_{i,j-1} - T_{i,j})}{\left(\frac{\Delta z_j}{k_{i,j}} + \frac{\Delta z_{j-1}}{k_{i,j-1}} \right)} \alpha_1 + \frac{2}{\Delta z_j} \frac{(T_{i,j+1} - T_{i,j})}{\left(\frac{\Delta z_j}{k_{i,j}} + \frac{\Delta z_{j+1}}{k_{i,j+1}} \right)} \alpha_n \quad (4.3-29)$$

está sendo aqui introduzido apenas com o intuito de simplificar a apresentação das equações de condução nas próximas seções.

4.4 CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO

A solução da equação de condução em regime permanente é obtida da Equação (4.3-28), igualando-se a zero o termo afetado de Δt , isto é, fazendo $G_i = 0$. Essa solução é usada como condições iniciais do cálculo transitório.

Quando aplicada a todos os sólidos, a Equação (4.3-28) resulta em um conjunto de $N - 2$ equações lineares simultâneas para as células internas. As duas equações que faltam para completar um sistema fechado de N equações com N incógnitas são fornecidas por uma condição de contorno na superfície interna do sólido 1 e por outra na superfície externa do último sólido.

As condições de contorno nas superfícies interna e externa do condutor podem ser de dois tipos: condição de contorno de convecção ou condição de contorno de fluxo de calor prescrito. Ambas as condições podem ser descritas por

$$-k(T) \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} = A(T, t)T(r, t) + B(T, t). \quad (4.4-1)$$

A condição de contorno de convecção com um fluido que escoar longitudinalmente no vazio central do condutor pode ser expressa como

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_{\text{int}}^1} = h_s^1 (T_0 - T_1) = A_1 T_1 + B_1, \quad (4.4-2)$$

onde T_0 é a temperatura do fluido, T_1 é a temperatura na superfície interna do sólido interno (sólido 1) e h_s^1 é o coeficiente de transferência de calor superficial. Portanto,

$$A_1 = -h_s^1 \quad \text{e} \quad B_1 = h_s^1 T_0.$$

A condição de contorno de fluxo de calor (positivo) fornecido à superfície interna

do sólido 1 pode ser obtida com

$$A_1 = 0 \quad \text{e} \quad B_1 = (q_s'')^1.$$

E para a condição de contorno de simetria e a condição de contorno de superfície adiabática

$$A_1 = 0 \quad \text{e} \quad B_1 = 0.$$

Analogamente, a condição de contorno de convecção na superfície externa do sólido externo (célula N no sólido M) é descrita por

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_{\text{ext}}^M} = h_s^M (T_N - T_{N+1}) = A_N T_N + B_N, \quad (4.4-3)$$

onde T_{N+1} é a temperatura do fluido. Portanto,

$$A_N = h_s^M \quad \text{e} \quad B_N = -h_s^M T_{N+1}.$$

Para a condição de contorno de fluxo de calor (positivo) fornecido à superfície externa do condutor, tem-se

$$A_N = 0 \quad \text{e} \quad B_N = -(q_s'')^M.$$

Usando a Equação (4.4-1) para definir os gradientes de temperatura nas superfícies de contorno do condutor, a Equação (4.1-3) será empregada a seguir para obter as fórmulas de diferenças finitas para as células de contorno.

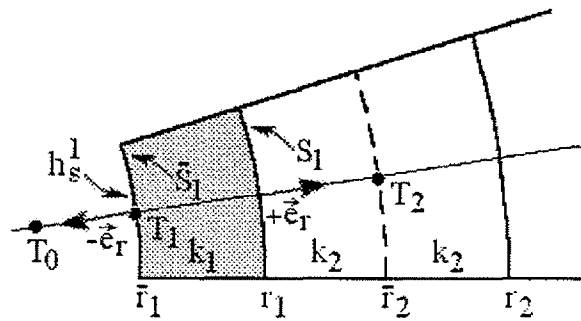


Figura 4.4-1 Célula de contorno interno.

A integral de fluxo para a célula de contorno interno (Figura 4.4-1) é aproximada por

$$\int_{S_1} k(\vec{\nabla} T \cdot \vec{n}) dS = k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=\bar{r}_1} \vec{e}_r \cdot (-\vec{e}_r) \bar{S}_1 + k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_1} \vec{e}_r \cdot (+\vec{e}_r) S_1 + (Q_{\text{axial}})_1 V_1$$

que, com as substituições de

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=\bar{r}_1} = A_1 T_1 + B_1 \quad \text{e} \quad -k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_1} S_1 = K_1 (T_1 - T_2),$$

se transforma em

$$\int_{S_1} k(\vec{\nabla} T \cdot \vec{n}) dS = (A_1 T_1 + B_1) \bar{S}_1 + K_1 (T_2 - T_1) + (Q_{\text{axial}})_1 V_1, \quad (4.4-4)$$

onde K_1 é a condutância térmica definida pela Equação (4.3-15).

A equação de condução na forma de diferenças finitas para a célula de contorno interno no sólido 1 é, portanto,

$$G_1 (T_1 - \hat{T}_1) = (A_1 T_1 + B_1) \bar{S}_1 + K_1 (T_2 - T_1) + (Q_{\text{axial}})_1 V_1 + Q_1 V_1. \quad (4.4-5)$$

Analogamente, a integral de fluxo para a célula de contorno externo, mostrada na Figura 4.4-2, pode ser aproximada por

$$\int_{S_N} k(\vec{\nabla} T \cdot \vec{n}) dS = k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_{N-1}} \vec{e}_r \cdot (-\vec{e}_r) S_{N-1} + k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=\bar{r}_N} \vec{e}_r \cdot (+\vec{e}_r) \bar{S}_N + (Q_{\text{axial}})_N V_N.$$

Fazendo as substituições das relações

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_{N-1}} S_{N-1} = K_{N-1} (T_{N-1} - T_N)$$

e

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=\bar{r}_N} = A_N T_N + B_N$$

na equação precedente, obtém-se

$$\int_{S_N} k(\vec{\nabla} T \cdot \vec{n}) dS = K_{N-1} (T_{N-1} - T_N) - (A_N T_N + B_N) \bar{S}_N + (Q_{\text{axial}})_N V_N \quad (4.4-6)$$

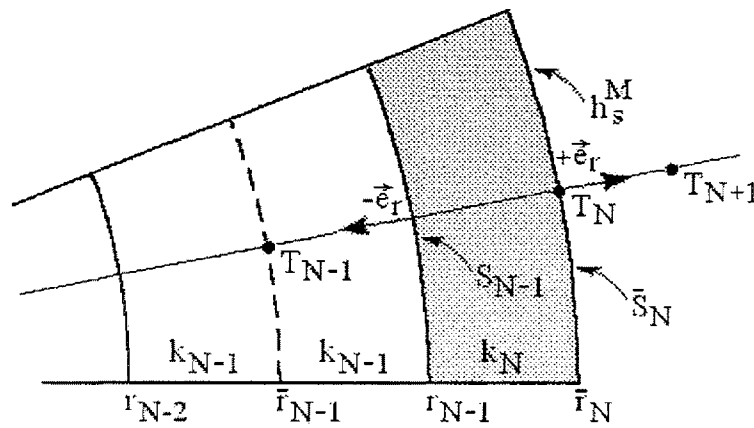


Figura 4.4-2 Célula de contorno externo.

A equação de condução na forma de diferenças finitas para a célula de contorno externo no sólido M pode então ser escrita como

$$G_N(T_N - \hat{T}_N) = K_{N-1}(T_{N-1} - T_N) - (A_N T_N + B_N) \bar{S}_N + (Q_{axial})_N V_N + Q_N V_N \quad (4.4-7)$$

4.5 SUMÁRIO DAS FÓRMULAS DE DIFERENÇAS FINITAS

As equações de diferenças finitas desenvolvidas nas duas últimas seções são sumarizadas a seguir:

$$G_1(T_1 - \hat{T}_1) = (A_1 T_1 + B_1) \bar{S}_1 + K_1(T_2 - T_1) + (Q_{axial})_1 V_1 + Q_1 V_1, \quad (4.5-1a)$$

$$G_i(T_i - \hat{T}_i) = K_{i-1}(T_{i-1} - T_i) + K_i(T_{i+1} - T_i) + (Q_{axial})_i V_i + Q_i V_i, \quad (4.5-1b)$$

$$G_N(T_N - \hat{T}_N) = K_{N-1}(T_{N-1} - T_N) - (A_N T_N + B_N) \bar{S}_N + (Q_{axial})_N V_N + Q_N V_N \quad (4.5-1c)$$

com $i = 2, 3, \dots, N - 1$.

4.6 MÉTODO DE SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE CONDUÇÃO

Introduzindo o símbolo η para representar o segundo membro da Equação (4.5-1b), tem-se

$$G_i(T_i - \hat{T}_i) = \eta_i. \quad (4.6-1)$$

Para o regime permanente, a aproximação de diferenças finitas reduz-se a

$$\eta_i = 0 \quad (4.6-2)$$

e, nesse caso, nenhuma notação especial será necessária para designar o instante a que se refere os valores das temperaturas e das propriedades do material, uma vez que essas variáveis concernem tão somente ao instante inicial $t = 0$. Entretanto, se as propriedades dependem da temperatura, um procedimento iterativo precisa ser usado para corrigi-las durante os cálculos.

Em condições transitórias,

$$\hat{G}_i(T_i - \hat{T}_i) = \hat{\eta}_i \quad (4.6-3)$$

expressa uma formulação explícita para T_i em termos de \hat{T}_i . O símbolo que encima G_i indica que a grandeza deve ser avaliada em termos da temperatura média $(T_i + \hat{T}_i)/2$ do intervalo de tempo.

A formulação implícita é expressa por

$$\hat{G}_i(T_i - \hat{T}_i) = \theta \eta_i + (1 - \theta) \hat{\eta}_i, \quad (4.6-4)$$

onde θ é um parâmetro que assume valores entre 0 e 1 e significa a posição no intervalo de tempo para a qual se avalia o lado direito da Equação (4.5-1b). Em outras palavras, θ indica se essa avaliação está sendo feita no início, em uma posição intermediária ou no fim do intervalo de tempo.

A formulação explícita é obtida com $\theta = 0$. Nesse caso, tem-se uma equação para cada célula e essa formulação dá origem a um conjunto de equações algébricas que podem ser resolvidas uma a uma. Como as equações não são acopladas entre si, não existe a necessidade de resolver um sistema. Por outro lado, para $\theta = 1$, a equação expressará a formulação totalmente implícita. Essa formulação dá origem a um sistema uma vez que as equações estão acopladas entre si. É chamada totalmente implícita porque os valores que entram nos cálculos são feitos iguais aos valores no fim do intervalo de tempo. Deve-se observar que basta que θ seja diferente de zero para que as equações fiquem acopladas e se tornem implícitas. Particularmente, $\theta = 1/2$ conduz ao método de Crank-Nicolson.

Usando a formulação implícita ($\theta > 0$), as equações de diferenças finitas para as células internas tornam-se

$$\begin{aligned}\hat{G}_i(T_i - \hat{T}_i) = & [K_{i-1}(T_{i-1} - T_i) + K_i(T_{i+1} - T_i) + (\hat{Q}_{axial})_i V_i + Q_i V_i] \theta \\ & + [\hat{K}_{i-1}(\hat{T}_{i-1} - \hat{T}_i) + \hat{K}_i(\hat{T}_{i+1} - \hat{T}_i) + (\hat{Q}_{axial})_i V_i + \hat{Q}_i V_i](1 - \theta). \quad (4.6-5)\end{aligned}$$

Ordenando os termos desta equação, chega-se a

$$a_i T_{i-1} + b_i T_i + c_i T_{i+1} = d_i, \quad (4.6-6)$$

onde

$$a_i = -\theta K_{i-1},$$

$$b_i = \hat{G}_i + \theta K_{i-1} + \theta K_i,$$

$$c_i = -\theta K_i$$

$$\begin{aligned}d_i = & [\theta Q_i + (1 - \theta) \hat{Q}_i] V_i + (\hat{Q}_{axial})_i V_i \\ & + (1 - \theta) \hat{K}_{i-1} \hat{T}_{i-1} + [\hat{G}_i - (1 - \theta) \hat{K}_{i-1} - (1 - \theta) \hat{K}_i] \hat{T}_i + (1 - \theta) \hat{K}_i \hat{T}_{i+1}\end{aligned}$$

Observe-se que a potência por unidade de volume transferida axialmente é determinada explicitamente em termos das propriedades do instante anterior $t - \Delta t$. Então, em condições transitórias, a Equação (4.3-29) tem de ser utilizada sob a forma

$$(\hat{Q}_{axial})_{i,j} = \frac{2}{\Delta z_j} \frac{(\hat{T}_{i,j-1} - \hat{T}_{i,j})}{\left(\frac{\Delta z_j}{\hat{k}_{i,j}} + \frac{\Delta z_{j-1}}{\hat{k}_{i,j-1}} \right)} \alpha_1 + \frac{2}{\Delta z_j} \frac{(\hat{T}_{i,j+1} - \hat{T}_{i,j})}{\left(\frac{\Delta z_j}{\hat{k}_{i,j}} + \frac{\Delta z_{j+1}}{\hat{k}_{i,j+1}} \right)} \alpha_n, \quad (4.6-7)$$

onde

$$\hat{k}_{i,j} = k(\hat{T}_{i,j}).$$

As equações do método implícito para as células de contorno são obtidas de maneira semelhante, exceto que as condições de contorno são avaliadas completamente no instante em que se busca a solução. Então, para a célula de contorno interno,

$$\begin{aligned}\hat{G}_1(T_1 - \hat{T}_1) = & (A_1 T_1 + B_1) \bar{S}_1 \\ & + [K_1(T_2 - T_1) + (\hat{Q}_{axial})_1 V_1 + Q_1 V_1] \theta \\ & + [\hat{K}_1(\hat{T}_2 - \hat{T}_1) + (\hat{Q}_{axial})_1 V_1 + \hat{Q}_1 V_1](1 - \theta)\end{aligned} \quad (4.6-8)$$

ou, mais simplesmente,

$$b_1 T_1 + c_1 T_2 = d_1 \quad (4.6-9)$$

onde

$$b_1 = \bar{G}_1 + \theta K_1 - A_1 \bar{S}_1,$$

$$c_1 = -\theta K_1,$$

$$d_1 = [\theta Q_1 + (1-\theta)\hat{Q}_1] V_1 + (\hat{Q}_{\text{axial}})_1 V_1 + B_1 \bar{S}_1 \\ + [\bar{G}_1 - (1-\theta)\hat{K}_1] \hat{T}_1 + (1-\theta)\hat{K}_1 \hat{T}_2.$$

Para a célula do contorno externo, obtém-se a expressão

$$\bar{G}_N (T_N - \hat{T}_N) = -(A_N T_N + B_N) \bar{S}_N \\ + [K_{N-1} (T_{N-1} - T_N) + (\hat{Q}_{\text{axial}})_N V_N + Q_N V_N] \theta \\ + [\hat{K}_{N-1} (\hat{T}_{N-1} - \hat{T}_N) + (\hat{Q}_{\text{axial}})_N V_N + \hat{Q}_N V_N] (1-\theta), \quad (4.6-10)$$

que se transforma em

$$a_N T_{N-1} + b_N T_N = d_N, \quad (4.6-11)$$

onde

$$a_N = -\theta K_{N-1},$$

$$b_N = \bar{G}_N + \theta K_{N-1} + A_N \bar{S}_N,$$

$$d_N = [\theta Q_N + (1-\theta)\hat{Q}_N] V_N + (\hat{Q}_{\text{axial}})_N V_N - B_N \bar{S}_N \\ + (1-\theta)\hat{K}_{N-1} \hat{T}_{N-1} + [\bar{G}_N - (1-\theta)\hat{K}_{N-1}] \hat{T}_N.$$

As equações de condução térmica desenvolvidas nesta seção e reunidas como se segue,

$$b_1 T_1 + c_1 T_2 = d_1 \\ a_i T_{i-1} + b_i T_i + c_i T_{i+1} = d_i \quad (i = 2, 3, \dots, N-1) \\ a_N T_{N-1} + b_N T_N = d_N, \quad (4.6-12)$$

constituem um sistema tridiagonal simétrico de N equações lineares simultâneas que pode ser escrito sob a seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_3 & b_3 & c_3 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{N-1} & b_{N-1} & c_{N-1} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_N & b_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ \dots \\ T_{N-1} \\ T_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \dots \\ d_{N-1} \\ d_N \end{Bmatrix} \quad (4.6-13)$$

Com a consideração de valores adequados para os volumes e áreas interfaciais das células computacionais, a solução do sistema representa a distribuição radial de temperaturas em condutores retangulares ou cilíndricos.

A solução de um sistema tridiagonal da forma descrita pode ser obtida através do seguinte algoritmo de eliminação de Gauss:

$$1) \quad c'_1 = \frac{c_1}{b_1} \quad \text{e} \quad d'_1 = \frac{d_1}{b_1} \quad (4.6-14a)$$

$$2) \quad c'_i = \frac{c_i}{b_i - a_i c'_{i-1}} \quad \text{e} \quad d'_i = \frac{d_i - a_i d'_{i-1}}{b_i - a_i c'_{i-1}} \quad (i = 2, 3, \dots, N-1) \quad (4.6-14b)$$

$$3) \quad T_N = \frac{d_N - a_N d'_{N-1}}{b_N - a_N c'_{N-1}} \quad (4.6-14c)$$

$$4) \quad T_i = d'_i - c'_i T_{i+1} \quad (i = N-1, N-2, \dots, 1) \quad (4.6-14d)$$

As várias operações deste algoritmo têm de ser efetuadas na ordem indicada. Como a matriz dos coeficientes é simétrica, pois $c_i = a_{i+1}$, os elementos c_i devem ser substituídos por a_{i+1} , a fim de evitar cálculos desnecessários de c_i durante a fase de geração dos coeficientes matriciais, reduzindo-se assim o esforço computacional despendido na solução do sistema.

Em regime permanente, os valores das grandezas \hat{G}_i , \hat{a}_i , \hat{c}_i e \hat{Q}_i que participam do cálculo dos elementos matriciais do sistema definido pela Equação (4.6-13) são feitos iguais a zero. Excepcionalmente, o termo de condução axial será estimado em termos da

distribuição de temperaturas determinada na iteração anterior do esquema associado às varreduras axiais sucessivas do condutor. Assim, a Equação (4.6-15) é rescrita como

$$(\tilde{Q}_{\text{axial}})_{i,j} = \frac{2}{\Delta z_j} \frac{(\tilde{T}_{i,j-1} - \tilde{T}_{i,j})}{\left(\frac{\Delta z_j}{\tilde{k}_{i,j}} + \frac{\Delta z_{j-1}}{\tilde{k}_{i,j-1}} \right)} \alpha_1 + \frac{2}{\Delta z_j} \frac{(\tilde{T}_{i,j+1} - \tilde{T}_{i,j})}{\left(\frac{\Delta z_j}{\tilde{k}_{i,j}} + \frac{\Delta z_{j+1}}{\tilde{k}_{i,j+1}} \right)} \alpha_n, \quad (4.6-16)$$

em que

$$\tilde{k}_{i,j} = k(\tilde{T}_{i,j})$$

e o sobrescrito til indica que o valor da variável se refere à iteração anterior.

Ainda com respeito ao regime estacionário, se as propriedades térmicas dos materiais forem dependentes da temperatura, a determinação do campo de temperaturas do condutor irá requerer o uso de um esquema iterativo radial, no qual as temperaturas da iteração anterior são utilizadas para reajustar os valores das propriedades. A solução do sistema determinada em termos dos valores atualizados das propriedades fornece na iteração corrente o campo de temperaturas corrigido. O procedimento iterativo se repete até que o valor máximo dos desvios nas temperaturas das células seja menor que uma tolerância prescrita. O critério de convergência é definido por

$$\text{máximo}(|T_i - \tilde{T}_i|; \quad i = 1, 2, \dots, N) < \varepsilon \quad (4.6-17)$$

onde T_i denota a temperatura atual da célula i , \tilde{T}_i é a respectiva temperatura determinada na iteração anterior e ε é a tolerância de convergência especificada.

Em condições transitórias, a avaliação das propriedades do material em termos das temperaturas do instante t , no qual se busca a solução, requer também o emprego de um algoritmo iterativo similar àquele descrito para o estado estacionário.

4.7 CONEXÃO COM O MODELO DE ESCOAMENTO

O acoplamento entre o modelo de transmissão térmica do condutor e o modelo de escoamento do fluido refrigerante é efetuado através da transferência de calor superficial, de acordo com a "lei" de Newton do resfriamento,

$$q_s'' = h_s(T_s - T_f), \quad (4.7-1)$$

onde q_s'' é o fluxo de calor na superfície do condutor, h_s é o coeficiente de transferência de calor, T_s é a temperatura superficial do condutor e T_f é a temperatura do fluido.

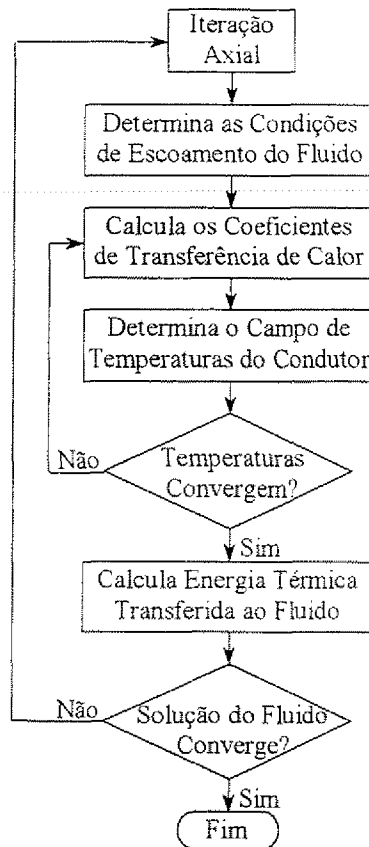


Figura 4.7-1 Fluxograma do modelo térmico.

Em geral, o coeficiente de transferência de calor depende da temperatura superficial do condutor, além das condições de escoamento do fluido. A solução da condição de contorno que rege esse inter-relacionamento é obtida com o algoritmo iterativo interno mostrado na Figura 4.7-1. Nesse algoritmo, a temperatura superficial do condutor calculada na iteração precedente é usada para determinar um novo coeficiente de transferência de calor, que, ao ser substituído no modelo de condução térmica, permite atualizar o campo de temperaturas do condutor. Quando a convergência da distribuição de temperaturas do condutor é atingida, calcula-se a energia térmica adicionada ao fluido nos canais e os cálculos retornam ao esquema iterativo externo associado ao modelo de solução das equações do escoamento.

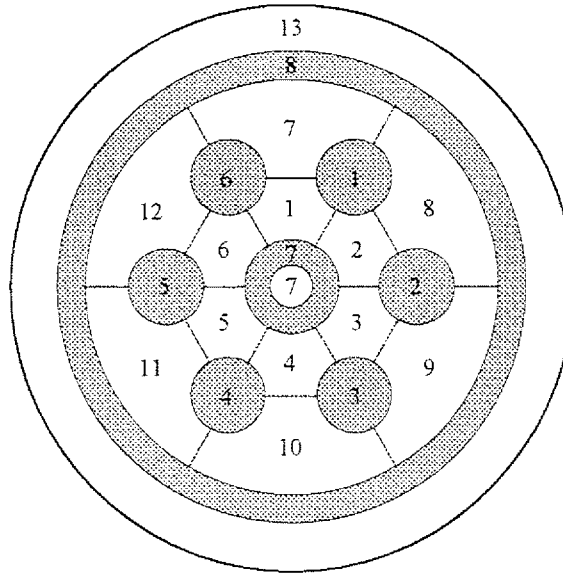


Figura 4.7-2 Conexões entre aquecedores e canais.

A Figura 4.7-2 mostra exemplos de conexões entre condutores cilíndricos e canais. Os condutores numerados de 1 a 6 são varetas cilíndricas típicas refrigeradas em suas superfícies externas. Os aquecedores 7 e 8 são paredes cilíndricas ou tubo arrefecidos interna e externamente. Em qualquer situação, a potência térmica por unidade de comprimento (q') transferida por convecção a um dado canal i é calculada com a fórmula

$$q'_i = \sum_{n \in i} \phi_{ni} P_n q''_n, \quad (4.7-2)$$

onde ϕ_{ni} denota a fração do perímetro P_n do condutor de índice n que transfere calor ao canal i ; q''_n é o fluxo de calor na superfície do condutor. O somatório é efetuado para todos os condutores que compõem o canal considerado.

O fluxo de calor superficial é dado por

$$q''_n = \bar{h}_{s,n} (T_{s,n} - \bar{T}_{f,n}), \quad (4.7-3)$$

em que \bar{h}_s exprime o coeficiente médio de transferência de calor na superfície do condutor, T_s é a temperatura superficial do condutor prevista com o modelo térmico, e \bar{T}_f denota a temperatura média do fluido.

O coeficiente médio de transferência de calor e a temperatura média do fluido ao redor do aquecedor são tomados como médias ponderadas dos valores destas grandezas nos

canais que envolvem o aquecedor:

$$\bar{h}_{s,n} = \frac{\sum_{i \in n} \phi_{ni} h_{ni}}{\sum_{i \in n} \phi_{ni}}, \quad (4.7-4)$$

$$\bar{T}_{f,n} = \frac{\sum_{i \in n} \phi_{ni} T_i}{\sum_{i \in n} \phi_{ni}}, \quad (4.7-5)$$

onde h_{ni} é o coeficiente de transferência de calor previsto na porção da superfície do condutor n que faceia o canal i e T_i é a temperatura do fluido no canal i .

O mesmo raciocínio se aplica também ao caso de condutores retangulares na forma de placas de espessura desprezível. No que concerne à transferência de calor superficial, a diferença básica entre condutores cilíndricos e retangulares reside no fato de os condutores retangulares serem normalmente refrigerados por canais de um lado e do outro do condutor.

Para efeito do cálculo do fluxo de calor em condições estacionárias, a forma real da superfície de transferência de calor não é importante, desde que a área da superfície seja corretamente especificada. Assim, um condutor retangular de largura Y equivale a um condutor cilíndrico maciço de diâmetro D se

$$\text{Área} = YL = \pi DL, \quad (4.7-6)$$

onde L é o comprimento aquecido do canal. Na entrada de dados do programa, um condutor retangular é considerado como equivalente a um condutor cilíndrico de diâmetro

$$D = \frac{Y}{\pi}. \quad (4.7-7)$$

Dentro do programa, as informações acerca das conexões entre condutores e canais são armazenadas na matriz de elemento inteiros $LR(N, L)$, onde N é o índice que identifica o condutor e L denota o número da conexão. Mais exatamente, a matriz LR contém os índices dos canais adjacentes a cada condutor. As frações dos perímetros são armazenadas na matriz $PHI(N, L)$. As duas matrizes são construídas a partir dos dados de entrada. A identificação de canais externos e internos é feita com base no sinal de LR : para conexões de condutores com canais externos, os valores de LR são positivos; para conexões com canais no interior de um tubo ou do outro lado de uma placa, os valores de LR são negativos. Por exemplo,

para as conexões do condutor nº 1 na Figura 4.7-2,

$$\begin{aligned} \text{LR}(1, 1) &= +1 & \text{PHI}(1, 1) &= 0,1667 \\ \text{LR}(1, 2) &= +2 & \text{PHI}(1, 2) &= 0,1667 \\ \text{LR}(1, 3) &= +7 & \text{PHI}(1, 3) &= 0,3333 \\ \text{LR}(1, 4) &= +8 & \text{PHI}(1, 4) &= 0,3333. \end{aligned}$$

E para o condutor nº 7,

$$\begin{aligned} \text{LR}(7, 1) &= +1 & \text{PHI}(7, 1) &= 0,1667 \\ \text{LR}(7, 2) &= +2 & \text{PHI}(7, 2) &= 0,1667 \\ \text{LR}(7, 3) &= +3 & \text{PHI}(7, 3) &= 0,1667 \\ \text{LR}(7, 4) &= +4 & \text{PHI}(7, 4) &= 0,1667 \\ \text{LR}(7, 5) &= +5 & \text{PHI}(7, 5) &= 0,1667 \\ \text{LR}(7, 6) &= +6 & \text{PHI}(7, 6) &= 0,1667 \\ \text{LR}(7, 7) &= -7 & \text{PHI}(7, 7) &= 1,0000. \end{aligned}$$

Um tubo ou uma placa pode ter conexões com canais em ambas as superfícies ou em uma única superfície, porém com uma condição de contorno adiabática atribuída à outra superfície.

4.8 RELAÇÕES CONSTITUTIVAS DO MODELO TÉRMICO

A determinação da distribuição de temperaturas e dos fluxos de calor superficiais de um condutor com o modelo de condução proposto neste trabalho requer a especificação de vários relacionamentos complementares. O acoplamento entre o modelo de condução e o modelo de escoamento do fluido que arrefece o condutor é conseguido por meio de correlações empíricas que descrevem os coeficientes de transferência de calor superficial. Modelos empíricos são também necessários para estimar a condutância térmica no espaço ou interfaces que separam dois sólidos. As propriedades físicas dos materiais dos sólidos condutores são descritas por relações polinomiais de terceira ordem. Apesar de não constituírem propriamente relações constitutivas do modelo térmico, correlações para o fluxo de calor crítico são também discutidas nesta seção, tendo em vista o cálculo opcional de razão-limite de ebulição nucleada (RLEN).

4.8.1 Coeficientes de Transferência de Calor

A transferência de calor por convecção entre uma superfície aquecida e um fluido é regida pela "lei" de Newton do resfriamento, isto é,

$$q_s'' = h_s (T_s - T_f), \quad (4.8-1)$$

onde q_s'' denota o fluxo de calor superficial, T_s é a temperatura da superfície aquecida, T_f é a temperatura média local do fluido e a constante de proporcionalidade h_s representa o coeficiente de transferência de calor superficial. O coeficiente de transferência de calor é normalmente calculado através de fórmulas empíricas desenvolvidas com base em dados experimentais.

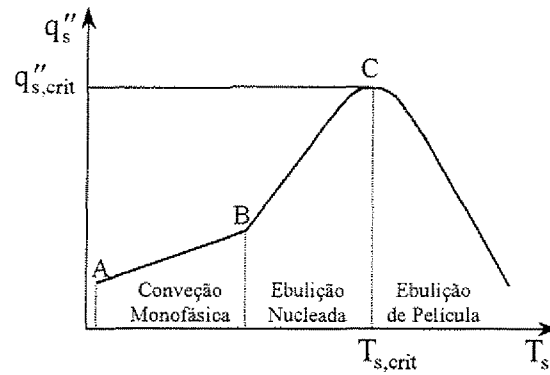


Figura 4.8-1 Regimes de transferência de calor.

O modelo de transferência de calor superficial incluído no programa STHIRP-1 cobre a região de convecção monofásica e a região de ebulição nucleada, como ilustra a Figura 4.8-1. Os regimes além da ebulição nucleada, que sucedem o fluxo de calor crítico (ponto C na figura), não são presentemente considerados.

Convecção Monofásica

No regime de convecção monofásica (região AB), o coeficiente de transferência de calor, h_s , pode ser calculado com uma equação da forma

$$Nu = \frac{h_s D}{k} = a_1 Re^{a_2} Pr^{a_3} + a_4, \quad (4.8-2)$$

onde a_1 , a_2 , a_3 e a_4 são coeficientes de entrada, ou ainda com a correlação proposta por

Gnielinski (1976),

$$Nu = \frac{(f/8)(Re - 1000)Pr}{1 + 12,7\sqrt{f/8} (Pr^{2/3} - 1)}, \quad (4.8-3)$$

em que o coeficiente de atrito f é dado por

$$f = (0,790 \ln Re - 1,64)^{-2}.$$

Os grupos adimensionais

$$Nu = \frac{h_s D}{k}, \quad Re = \frac{GD}{\mu} \quad \text{e} \quad Pr = \frac{c_p \mu}{k},$$

onde D é o diâmetro hidráulico baseado no perímetro molhado e G é o fluxo de massa, representam, respectivamente, os números de Nusselt, de Reynolds e de Prandtl. O calor específico c_p , a condutividade térmica k e a viscosidade dinâmica μ devem ser calculados à temperatura média local do fluido, T_f .

A correlação de Gnielinski foi desenvolvida à luz de uma vasta base de dados experimentais de transferência de calor em escoamentos turbulentos de líquidos e gases através tubos e canais, cobrindo os intervalos $2300 < Re < 10^6$ e $0,6 < Pr < 10^5$.

Opcionalmente, a bem-conhecida correlação de Dittus e Boelter,

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,4}, \quad (4.8-4)$$

aplicável às condições $Re > 10^4$ e $0,7 < Pr < 160$, pode ser selecionada à entrada de dados do programa.

As Equações (4.8-2) a (4.8-3) são válidas para o escoamento turbulento. O coeficiente de transferência de calor no escoamento laminar é calculado com a fórmula empírica proposta por Mikheyev (1956, p. 96) e indicada por Collier e Thome (1996, p. 185),

$$Nu = 0,17 Re^{0,33} Pr^{0,43} Gr^{0,10} (Pr/Pr_s)^{0,25}, \quad (4.8-5)$$

com o número de Grashof definido por

$$Gr = \frac{g\beta\rho^2 D^3 (T_s - T_f)}{\mu^2},$$

onde g é a aceleração gravitacional, β e ρ são o coeficiente de expansão volumétrica e a densidade do líquido, respectivamente. As propriedades físicas do fluido são calculadas à temperatura média local T_f , exceto Pr_s que deve ser avaliado à temperatura superficial T_s .

Em STHIRP-1, a Equação (4.8-5) será usada quando o número de Reynolds for menor que 2500. Para número de Reynolds maior que ou igual a 2500, o coeficiente de transferência de calor será calculado com as Equações (4.8-2), (4.8-3) ou (4.8-4).

A temperatura de superfície na região monofásica pode ser estimada com

$$T_s = T_f + \frac{q_s''}{h_s}, \quad (4.8-6)$$

em que h_s é o coeficiente de transferência de calor previsto com a correlação selecionada para a região.

Convecção em Ebulição Nucleada

Os mecanismos de nucleação de bolhas e de ebulição nucleada parcial não são considerados na presente versão do programa STHIRP-1. A fim de contornar esta limitação, as correlações selecionadas para prever o coeficiente de transferência de calor na região monofásica são utilizadas até que a temperatura de superfície calculada seja maior que ou igual à prevista com uma equação aplicável ao regime de ebulição nucleada completamente desenvolvida.

O coeficiente de transferência de calor no regime de ebulição nucleada (região BC na Figura 4.8-1) é também definido pela equação de Newton,

$$h_s = \frac{q_s''}{T_s - T_f}, \quad (4.8-7)$$

com a temperatura superficial do condutor geralmente expressa por

$$T_s = T_{sat} + \Delta T_{sat}, \quad (4.8-8)$$

em que T_{sat} é a temperatura de saturação do fluido à pressão de referência e a diferença ΔT_{sat}

denota o superaquecimento de parede.

Em vista das Equações (4.8-6) e (4.8-8), o critério de transição da região monofásica para a região de ebulição nucleada pode então ser expresso como

$$T_f + \frac{q_s''}{h_s} \geq T_{\text{sat}} + \Delta T_{\text{sat}}, \quad (4.8-9)$$

o que implica

$$\Delta T_{\text{sub}} \leq \frac{q_s''}{h_s} - \Delta T_{\text{sat}}, \quad (4.8-10)$$

em que

$$\Delta T_{\text{sub}} = T_{\text{sat}} - T_f \quad (4.8-11)$$

é o sub-resfriamento local do fluido.

Na maioria dos modelos para a ebulição nucleada, o superaquecimento de parede é determinado com um relacionamento da forma (Collier e Thome, 1996, p. 153)

$$\Delta T_{\text{sat}} = \psi (q_s'')^n \quad (4.8-12)$$

onde ψ e n são coeficientes que dependem das propriedades físicas do líquido e do vapor e das características de nucleação de bolhas na superfícies aquecida. Normalmente, o expoente n assume valores entre 0,25 e 0,50.

Três fórmulas alternativas são incluídas no programa STHIRP-1 para calcular o superaquecimento de parede: a correlação de Jens e Lottes (1951), a correlação de Thom et al. (1965) e a correlação de Rohsenow (1952). As duas primeiras são aplicáveis somente à água e, mesmo assim, dentro de certas faixas de condições de escoamento. A correlação de Rohsenow, bem mais geral, reproduz satisfatoriamente dados experimentais no regime de ebulição nucleada completamente desenvolvida para vários tipos de fluidos sob convecção natural ou forçada em tubos horizontais e verticais (Collier e Thome, 1996, p. 200).

A correlação de Jens e Lottes (1951) pode escrever-se como

$$\Delta T_{\text{sat}} = 0,791 (q_s'')^{1/4} e^{-p/62,1}, \quad (4.8-13)$$

com o fluxo de calor q_s'' em W/m^2 , a pressão p em bar (10^5 Pa) e o superaquecimento de

parede ΔT_{sat} em °C. A correlação foi desenvolvida para o escoamento ascendente de água em tubos ($0,35 < D_{\text{int}} < 0,6$ cm) sob as seguintes condições: pressão de 7 a 172 bar, fluxo de massa de 11 a 10500 kg/m²s e fluxo de calor de até 12,5 MW/m².

A correlação de Thom et al. (1965),

$$\Delta T_{\text{sat}} = 0,0225 (q_s'')^{1/2} e^{-p/86,9}, \quad (4.8-14)$$

em que as grandezas têm as mesmas unidades descritas na Equação (4.8-13), foi proposta com base em dados de transferência de calor medidos em escoamentos ascendentes de água em tubos ($D_{\text{int}} = 1,3$ cm, $L = 150$ cm) e canais anulares ($D_{\text{int}} = 1,8$ cm, $D_{\text{ext}} = 2,3$ cm, $L = 30,5$ cm), nas seguintes faixas de condições: pressão de 52 a 138 bar, fluxo de massa de 1000 a 3800 kg/m²s e fluxo de calor de até 1,6 MW/m².

Conforme os escritos de Collier e Thome (1996, p. 200), a transferência de calor por convecção natural ou forçada na ebulição nucleada completamente desenvolvida pode ser correlacionada pela fórmula empírica proposta por Rohsenow (1952), qual seja

$$\Delta T_{\text{sat}} = C_{\text{sf}} \frac{h_{\text{fg}}}{c_{\text{pf}}} \left[\frac{q_s''}{\mu_f h_{\text{fg}}} \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_f - \rho_g)}} \right]^{0,33} \left(\frac{c_{\text{pf}} \mu_f}{k_f} \right)^n, \quad (4.8-15)$$

sendo c_{pf} o calor específico do líquido saturado, g a aceleração gravitacional, h_{fg} o calor latente de vaporização, k_f a condutividade térmica do líquido saturado, μ_f a viscosidade dinâmica do líquido saturado, ρ_f a densidade do líquido saturado, ρ_g a densidade do vapor saturado, e σ a tensão superficial. Todas as grandezas são expressas em unidades do Sistema Internacional. O expoente n vale 1,0 para a água e 1,7 para outros líquidos. O coeficiente C_{fs} depende da combinação líquido-superfície. A correlação é usada em STHIRP-1 com $n = 1,0$ e $C_{\text{sf}} = 0,0132$. Este valor de C_{sf} corresponde a uma combinação de água com aço inoxidável mecanicamente polido. Valores de C_{sf} para outras combinações são reportados por Rohsenow (1973, p. 13-28) e Özisik (1985, p. 495).

4.8-2 Fluxo de Calor Crítico

Quando uma superfície aquecida é resfriada por um líquido em ebulição nucleada, a maior parte da energia térmica transmitida ao líquido é absorvida como calor latente de vaporização na vizinhança da superfície aquecida. Assim, uma grande quantidade de calor

pode ser transferida com uma pequena diferença de temperatura entre a superfície e o fluido. No entanto, esta excelente característica de transferência de calor é limitada pelo fluxo de calor crítico que causa uma transição da ebulição nucleada para a ebulição de película (Figura 4.8-1).

O fluxo de calor crítico em um canal com líquido em ebulição é um fenômeno no qual um ligeiro aumento no fluxo de calor e/ou na temperatura de entrada ou um pequeno decréscimo no fluxo de massa podem causar uma deterioração súbita no processo de transferência de calor. Em sistemas com fluxo de calor controlado, tais como reatores nucleares ou aquecedores elétricos, onde o fluxo de calor é uma variável independente, o fluxo de calor crítico é acompanhado por um aumento súbito na temperatura da superfície aquecida, o que pode causar graves danos à superfície.

De acordo com a definição geralmente aceita, o fluxo de calor crítico é um fenômeno de ruptura do contato entre o líquido e a superfície aquecida, com a formação de uma camada isolante de vapor sobre a superfície. O mecanismo de deterioração do contato é bastante complexo e é em geral governado por vários processos térmicos e hidrodinâmicos simultâneos. Por isso, uma enorme variedade de correlações, desenvolvidas com base em investigações teóricas e experimentais, têm sido propostas para prever os fluxos de calor crítico nas mais diversas geometrias e condições termo-hidrodinâmicas. Infelizmente, as correlações existentes apresentam faixas de aplicação limitadas pelas condições para as quais foram desenvolvidas.

O critério de segurança contra a ocorrência da ebulição de película tem sido normalmente estabelecido em termos da razão-limite de ebulição nucleada (RLEN), mais freqüentemente denominada DNBR (acrônimo de *departure from nucleate boiling ratio*) ou ainda razão-DNB, que é definida como a razão entre o fluxo de calor crítico e fluxo de calor local, ou seja,

$$\text{DNBR}(z) = \frac{q''_{s,\text{crit}}(z)}{q''_{s,\text{local}}(z)}, \quad (4.8-16)$$

onde z denota a coordenada espacial associada à direção do escoamento. Esta equação indica que quanto mais o valor de projeto da razão-DNB exceder a unidade tanto maior será a garantia de que o fluxo de calor crítico não ocorrerá na operação de uma dada unidade

térmica. Em reatores nucleares para geração de potência, o valor mínimo da RLEN tem sido fixado em 1,30 ou menos, dependendo do fabricante e da exigência do órgão licenciador.

As quatro correlações apresentadas a seguir para o fluxo de calor crítico não são utilizadas no modelo condução térmica, sendo necessárias apenas quando se seleciona a formulação opcional que possibilita determinar em cada instante de um transitório quão distante se encontra do fluxo crítico o fluxo de calor na porção da superfície dos condutores que faceiam cada canal. Quando solicitados, os cálculos do fluxo de calor crítico são efetuados para todos os níveis axiais de todos os condutores aquecidos após a convergência da solução das equações de balanço para o escoamento.

Correlação W-3

A correlação W-3, desenvolvida na Westinghouse por Tong (1972), é dada por

$$\begin{aligned} q''_{\text{crit,EU}} = & \{ (2,022 - 0,0004302p) + (0,1722 - 0,0000984p) \\ & \times \exp[(18,177 - 0,004129p)\chi] \\ & \times [(0,1484 - 0,596\chi + 0,1729\chi | \chi | G' + 1,037] \\ & \times (1,157 - 0,869\chi)[0,2664 + 0,8357 \exp(-3,151D_w) \\ & \times [0,8258 + 0,000794(h_f - h_e)], \end{aligned} \quad (4.8-17)$$

onde $q''_{\text{crit,EU}}$ representa o fluxo de calor crítico em 10^6Btu/h-ft^2 , p é pressão em psia, G' é o fluxo de massa em $10^6 \text{lb/ft}^2\text{-h}$, D_w é o diâmetro hidráulico molhado em polegadas (inches), h_f é a entalpia de saturação do líquido em Btu/lb, h_e é a entalpia do fluido na entrada do canal em Btu/lb e χ exprime o título de massa de vapor. O subscrito EU refere-se à distribuição axial de fluxo de calor uniforme ou equivalentemente uniforme.

A não-uniformidade da distribuição axial do fluxo de calor é levada em conta por meio do fator de forma de fluxo, F_c , que é definido por

$$F_c = \frac{q''_{\text{crit,EU}}}{q''_{\text{crit,NU}}}, \quad (4.8-18)$$

onde o subscrito NU denota o fluxo de calor não-uniforme.

O fator F_c na posição axial z_j no nível axial j de uma vareta combustível é dado pela expressão (Tong, 1967a)

$$F_c(z_j) = \frac{C}{q_s''(z_j)(1 - e^{-Cz_j})} \int_{z_{j0}}^{z_j} q_s''(z) e^{-C(z_j - z)} dz, \quad (4.8-19)$$

onde j_0 representa o nível axial correspondente ao local de início da ebulição nucleada e o coeficiente C é expresso por

$$C = \frac{0,15(1 - \chi)^{4,31}}{(G')^{0,478}} \quad (\text{inch}^{-1}). \quad (4.8-20)$$

Supondo-se que $q_s''(z)$ seja constante no intervalo entre $z - \Delta z$ e z , o fator de forma de fluxo pode ser aproximado por

$$F_c(z_j) = \frac{e^{-Cz_j}}{q_s''(z_j)[1 - e^{-C(z_j - z_{j0})}]} \sum_{v=j_0+1}^j q_s''(z_v)(e^{Cz_v} - e^{Cz_{v-1}}). \quad (4.8-21)$$

O fluxo de calor crítico em um canal com uma parede não aquecida é geralmente menor que aquele em um canal totalmente aquecido, desde que as condições do fluido sejam mantidas constantes. O efeito de parede fria é determinado com (Tong, 1972)

$$\frac{q_{\text{crit, parede fria}}''}{q_{\text{crit, } D_h}''} = 1,0 - Ru[13,76 - 1,372e^{1,78\chi} - 4,732(G')^{-0,0535} - 0,0619(p/1000)^{0,14} - 8,509D_h^{0,1077}], \quad (4.8-22)$$

onde D_h é o diâmetro hidráulico aquecido e

$$Ru = 1 - \frac{D_w}{D_h}.$$

O fluxo de calor $q_{\text{crit, } D_h}''$ é dado pela Equação (4.89), considerando-se D_h em lugar de D_w .

O efeito de grades espaçadoras sobre o fluxo de calor crítico é considerado através do fator de espaçador, F_S , definido por

$$F_S = \frac{q_{\text{crit, com grade}}''}{q_{\text{crit, sem grade}}''}. \quad (4.8-23)$$

O fator F_S pode ser avaliado com a correlação proposta por Tong (1969),

$$F_s = 1,0 + 0,03G' \left(\frac{TDC}{0,019} \right)^{0,35}, \quad (4.8-24)$$

em que o coeficiente de difusão térmica, TDC, é análogo ao coeficiente de mistura turbulenta, β , definido pela Equação (3.7-79). O valor de TDC tem de ser especificado à entrada de dados do programa.

A correlação W-3 foi desenvolvida a partir de dados experimentais de fluxo de calor crítico em feixes de varetas, nas seguintes faixas de condições:

$$\begin{aligned} p &: 1000 \text{ a } 2300 \text{ psia (6,9 a } 15,9 \text{ MPa)} \\ G' &: 1,0 \text{ a } 5,0 \text{ } 10^6 \text{ lb/ft}^2\text{-h (1356 a } 6781 \text{ kg/m}^2\text{s)} \\ \chi &: -0,15 \text{ a } +0,15 \\ D_w &: 0,20 \text{ a } 0,70 \text{ in. (0,51 a } 1,78 \text{ cm)} \end{aligned}$$

Correlação AECL-IPPE

Em geral, as correlações de fluxo de calor crítico são aplicáveis a determinadas geometrias e cobrem faixas específicas de parâmetros do escoamento e, por isso, não podem ser extrapoladas a condições além das faixas para as quais foram desenvolvidas. Como uma tentativa para superar essa dificuldade, Doroschuk et al. (1975, 1976) usaram dados experimentais para desenvolver uma matriz dos fluxos de calor críticos em função da pressão, do fluxo de massa e do título de vapor (ou do sub-resfriamento) da água escoando em tubos circulares de 8 mm. Os fluxos de calor crítico para tubos com outros diâmetros foram correlacionados por

$$q''_{\text{crit}, D_w} = q''_{\text{crit}, 8\text{mm}} \left(\frac{D_w}{8} \right)^{-0,5} \quad (4 < D_w < 16 \text{ mm}), \quad (4.8-25)$$

onde $q''_{\text{crit}, 8\text{mm}}$ é obtido em função de p , G e χ por interpolação na matriz padronizada de fluxos de calor críticos em tubos de 8 mm.

O modelo de Doroschuk e colaboradores baseia-se na *hipótese de crise local*. Essa hipótese sugere que o fluxo de calor crítico é função apenas dos parâmetros do escoamento no ponto onde ocorre a transição no regime de ebulição; conseqüentemente, isto significa

que a história do escoamento não tem nenhum efeito sobre o fluxo de calor crítico.

Desde a publicação da tabela de Doroshchuk e colaboradores, os trabalhos de desenvolvimento de matrizes padronizadas para a determinação do fluxo de calor crítico tiveram prosseguimento no Canadá e na Rússia. Em 1986, Groeneveld, Cheng e Doan, no âmbito de uma cooperação entre a Atomic Energy of Canada Ltd. (AECL, Chalk River) e a Universidade de Ottawa, publicaram a tabela 1986 AECL-UO. Essa tabela, baseada em cerca de 15.000 pontos de fluxo de calor crítico em tubos, cobre amplas faixas de condições de escoamento. Kirillov et al. (1992) melhoraram a matriz de Doroshchuk et al. (1975, 1976), usando uma base de dados com 7.620 pontos.

Mais recentemente, em 1995, pesquisadores da AECL e do Instituto de Física e de Engenharia de Potência (IPPE, Obninsk, Russia) desenvolveram em conjunto uma outra matriz padronizada, denominada originalmente *1995 CHF Table* (Groeneveld et al., 1996). Essa matriz foi derivada de aproximadamente 23.000 pontos de fluxo de calor crítico em tubos circulares uniformemente aquecidos, abrangendo as seguintes faixas de condições do escoamento da água e de dimensões geométricas:

Pressão, p	0,1 a 20 MPa
Fluxo de massa, G	0 a 8000 kg/m ² s
Titulo de vapor, χ	-0,5 a 1,0
Diâmetro hidráulico, D_w	3 a 40 mm
Razão comprimento-diâmetro, L/D_w	80 a 2485

A título de exemplo, a matriz de dados padronizados para tubos de 8 mm de diâmetro na forma proposta pelos pesquisadores de AECL e IPPE encontra-se reproduzida parcialmente na Tabela 4.8-1, para a pressão da água de 15 MPa. Por ser muito extensa, o restante da matriz para outros 20 valores de pressão no intervalo de 0,1 a 20,0 MPa não é apresentado aqui. Para maiores informações acerca da matriz completa, recomenda-se o exame da publicação de Groeneveld et al. (1996).

Tal como na matriz proposta por Doroshchuk et al. (1975, 1976), na tabela AECL-IPPE os valores de fluxo de calor crítico, normalizados para um diâmetro de tubo de 8 mm, são apresentados para faixas discretas de pressão, fluxo de massa e título de massa de vapor.

Tabela 4.1 Matriz AECL-IPPE de fluxos de calor críticos para a água em tubos de 8 mm a pressão de 15 MPa.

X	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.0
G (kg/m ²)	Fluxos de Calor Críticos (MW/m ²)														
0	3.087	2.976	2.868	2.772	2.595	1.750	1.221	0.923	0.745	0.693	0.645	0.501	0.297	0.172	0.0
50	3.437	3.319	3.207	3.098	2.910	2.114	1.695	1.341	1.152	0.968	0.900	0.712	0.520	0.332	0.0
100	3.730	3.611	3.497	3.373	3.163	2.430	2.087	1.686	1.472	1.123	0.871	0.648	0.494	0.327	0.0
300	3.878	3.747	3.630	3.442	3.274	2.884	2.393	1.807	1.251	0.866	0.644	0.482	0.351	0.227	0.0
500	3.933	3.790	3.638	3.315	3.115	2.739	1.923	1.425	1.038	0.597	0.368	0.299	0.213	0.134	0.0
1000	4.287	4.068	3.724	3.068	2.468	1.897	1.286	1.147	0.608	0.312	0.200	0.174	0.108	0.060	0.0
1500	4.961	4.532	3.891	3.155	2.312	1.649	1.179	0.850	0.368	0.233	0.176	0.135	0.092	0.043	0.0
2000	5.387	4.879	4.196	3.351	2.464	1.843	1.178	0.664	0.281	0.190	0.163	0.107	0.076	0.039	0.0
2500	5.806	5.478	4.946	3.686	2.705	1.912	1.171	0.618	0.272	0.149	0.139	0.103	0.080	0.041	0.0
3000	6.348	6.122	5.598	4.010	2.854	1.974	1.225	0.675	0.344	0.180	0.154	0.107	0.081	0.042	0.0
3500	6.597	6.342	5.765	4.226	2.904	2.055	1.339	0.769	0.454	0.266	0.185	0.116	0.082	0.042	0.0
4000	6.675	6.445	5.899	4.502	2.916	2.270	1.483	0.939	0.673	0.377	0.231	0.132	0.083	0.042	0.0
4500	6.767	6.565	6.179	4.808	3.057	2.472	1.607	1.103	0.841	0.455	0.291	0.164	0.088	0.043	0.0
5000	6.956	6.681	6.504	5.383	3.255	2.657	1.774	1.250	0.944	0.524	0.352	0.204	0.095	0.045	0.0
5500	7.264	6.913	6.707	5.673	3.297	2.744	1.947	1.419	1.065	0.605	0.406	0.244	0.113	0.052	0.0
6000	8.684	7.860	7.163	5.863	3.339	2.785	2.063	1.539	1.180	0.739	0.484	0.283	0.135	0.063	0.0
6500	9.447	8.361	7.475	5.984	3.419	2.823	2.165	1.656	1.300	0.855	0.558	0.328	0.162	0.077	0.0
7000	9.718	8.592	7.676	6.098	3.443	2.828	2.179	1.754	1.400	0.938	0.623	0.375	0.191	0.091	0.0
7500	9.941	8.797	7.866	6.222	3.522	2.831	2.194	1.845	1.458	1.013	0.689	0.424	0.221	0.105	0.0
8000	10.337	9.087	8.074	6.455	3.670	2.836	2.218	1.988	1.576	1.111	0.753	0.471	0.253	0.121	0.0

Os fluxos de calor críticos para condições entre os valores tabelados são obtidos por interpolação linear e a correção

$$q''_{\text{crit}, D_w} = q''_{\text{crit}, 8\text{mm}} \left(\frac{D_w}{8} \right)^{-0,5} \quad (4.8-26)$$

é utilizada para tubos com diâmetros diferentes de 8 mm.

Se a hipótese de crise local sugerida por Doroshchuk et al. (1975) estiver correta, a extensão das tabelas padronizadas a geometrias mais complexas, como aquelas encontradas em feixes de varetas, requererá tão-somente a determinação das condições térmicas e hidráulicas do escoamento no local onde ocorre a crise da ebulição e a reformulação do fator de correção do diâmetro,

$$f_D = \frac{q''_{\text{crit}, D_w}}{q''_{\text{crit}, 8\text{mm}}} = \left(\frac{D_w}{8} \right)^k \quad (4.8-27)$$

Evidentemente, isto tem de ser feito à luz de investigações experimentais.

Da análise por subcanais, empregando o programa PANTERA-1P (Veloso, 1985), de 2.118 testes de fluxo de calor crítico em feixes de 25 varetas em arranjo 5×5 , extraídos da base de dados compilada por Figuetti e Reddy (1982) na Universidade de Columbia, Fortini e Veloso (2002) determinaram um fator de correção da forma

$$f_D(\chi) = a_0 \left(\frac{D_h}{0,008} \right)^{a_1 \chi + a_2} \left(\frac{D_h}{D_w} \right)^{a_3} \left(\frac{\rho_f \sigma}{G^2 D_w} \right)^{a_4} \quad (4.8-28)$$

para ser usado em conjunção com a matriz AECL-IPPE. Nesta expressão, D_h e D_w são os diâmetros hidráulicos aquecido e molhado, G é o fluxo de massa, ρ_f denota a densidade do líquido saturado e σ exprime a tensão superficial. Os coeficientes a_0 a a_4 são constantes que dependem do regime de ebulição. As grandezas são expressas em unidades SI.

A base de dados usados nesse estudo cobria as seguintes faixas de condições: pressão de 1,3 a 17 MPa, temperatura de entrada da seção de teste de 95 a 340°C, fluxo de massa médio de 220 a 6050 kg/m²s, e fluxo de calor médio de 220 a 3930 kW/m².

Comparações entre fluxos de calor críticos calculados e medidos indicaram que a tabela AECL-IPPE com o fator de correção do diâmetro dado pela equação acima reproduz

os dados experimentais no intervalo de título de vapor de saída de $-0,4$ a $+0,8$ com um desvio médio de 14% e um desvio quadrático médio de 17%. Cerca de 65% dos dados foram previstos dentro de uma faixa de erro de $\pm 15\%$.

Várias relações para prever o fluxo de calor crítico a baixa pressão e a baixa vazão são reportadas por Tong (1967b, p. 155), Collier e Thome (1996, p. 325) e em publicação da AIEA (IAEA, 1980, p. 193). Duas correlações em particular têm sido empregadas pela General Atomic na determinação do fluxo de calor crítico em canais de refrigeração de reatores TRIGA (Gulf General Atomic, 1970a e 1970b; IAEA, 1980, p. 280): a correlação de Bernath (1960) e a correlação de Lund (1975). Estas duas correlações, descritas a seguir, estão também incluídas no programa STHIRP-1.

Correlação de Bernath

A correlação de Bernath (1960) para o fluxo de calor crítico (em W/m^2) pode ser expressa como

$$q_{s,\text{crit}}'' = h_{s,\text{crit}} (T_{s,\text{crit}} - T_f), \quad (4.8-29)$$

onde

$$h_{s,\text{crit}} = 61836 \frac{D_w}{D_w + D_i} + 438,4 \frac{u}{D_w^{0,6}}$$

exprime o coeficiente crítico de transferência de calor em $\text{W/m}^2\text{°C}$,

$$T_{s,\text{crit}} = 57 \ln(14,5p) - 54 \frac{14,5p}{14,5p + 15} - 0,82u$$

é a temperatura superficial crítica em $^{\circ}\text{C}$, e T_f é a temperatura local do fluido em $^{\circ}\text{C}$. Na duas últimas equações, p é a pressão em bar, u a velocidade de escoamento do fluido em m/s , D_w o diâmetro hidráulico molhado em m, e D_i o diâmetro da vareta (ou o perímetro aquecido do canal dividido por π) em m.

A correlação foi desenvolvida com base em dados experimentais para a água sub-resfriada em canais circulares, retangulares e anulares, abrangendo os seguintes intervalos de parâmetros: pressão de 1,6 a 207 bar, velocidade de 1,2 a 16,5 m/s , e diâmetro hidráulico de 0,36 a 1,7 cm.

Correlação de Lund

A correlação de Lund (1975) é dada por

$$q''_{s,crit} = 5f_{crit} \rho_\ell c_{p\ell} u_G (T_{s,crit} - T_o), \quad (4.8-30)$$

com

$$T_{s,crit} = T_{sat} (1 + 6\sqrt{\theta_{crit}}), \quad (4.8-31)$$

$$f_{crit} = 0,55 Re_G^{-0,37},$$

$$\theta_{crit} = \frac{q''_{s,crit} \sigma}{p \mu_f h_{fg}},$$

$$Re_G = \frac{2\rho_\ell u_G D_R (S-1)}{\mu_f},$$

$$u_G = u[1 - 0,98e^{-2,2(S-1)}],$$

tendo as diversas grandezas os significados seguintes:

$q''_{s,crit}$ = fluxo de calor crítico, W/m²

$T_{s,crit}$ = temperatura superficial crítica, °C

T_o = temperatura do fluido à saída do canal, °C

T_{sat} = temperatura de saturação do fluido, °C

f_{crit} = coeficiente de atrito no canal entre varetas

ρ_ℓ = densidade do líquido, kg/m³

$c_{p\ell}$ = calor específico do líquido, J/kgK

u_G = velocidade do fluido no canal entre varetas, m/s

u = velocidade do fluido, m/s

σ = tensão superficial, N/m

p = pressão absoluta, Pa

μ_f = viscosidade dinâmica do líquido saturado, kg/ms

h_{fg} = calor latente de vaporização, J/kg

Re_G = número de Reynolds do fluido no canal entre varetas

D_R = diâmetro da vareta, m

S = razão entre o passo do reticulado e o diâmetro da vareta

A interdependência entre $q''_{s,crit}$ e $T_{s,crit}$ pode ser removida pela solução simultânea das Equações (4.8-30) e (4.8-31), obtendo-se

$$T_{s,crit} = T_{sat} + a + \sqrt{2a(T_{sat} - T_o) + a^2}, \quad (4.8-32)$$

onde

$$a = 90 \frac{f_{crit} \rho_\ell c_{p\ell} u_G \sigma T_{sat}^2}{p \mu_f h_{fg}}.$$

A correlação de Lund foi desenvolvida a partir de dados de experimentos em feixe de 25 varetas, nas seguintes faixas de condições: pressão de 0,94 a 13,7 bar, velocidade de 2,4 a 6,4 m/s, sub-resfriamento de 40 a 80°C, e fluxo de calor de 1355 a 3351 kW/m².

4.8-3 Condutância Interfacial

A transferência de calor através de interfaces formadas pelo contato físico de dois sólidos apresenta muitas aplicações práticas importantes como, por exemplo, no resfriamento de processadores eletrônicos, em trocadores de calor, e em combustíveis nucleares.

A ampliação da superfície de um sólido revela a existência de um grande número de picos e vales microscópicos, de modo que quando duas superfícies planas são pressionadas uma contra a outra, o contato entre elas ocorre somente em alguns pontos discretos. A área real de contato é somente uma fração da área nominal, tipicamente menos que um por cento. Evidentemente, quanto maior for a área de contato tanto maior será a energia térmica transmitida através das interfaces.

A transferência de calor através de interfaces de contato ocorre quase sempre na presença de algum fluido intersticial, normalmente um gás. Nessas condições, os fluxos de calor nas interfaces dependem de uma variedade de parâmetros, tais como: propriedades térmicas dos sólidos e do fluido, rugosidades das superfícies, dureza dos materiais, pressão aplicada e características geométricas.

Particularmente, no caso de combustíveis nucleares, o problema torna-se ainda mais complexo porque os métodos de fabricação e o histórico de queima do combustível introduzem outras variáveis importantes. Além disso, é preciso considerar que a

transferência de calor pode ocorrer em regime permanente ou em condições transitórias.

Em geral, a taxa de transmissão de calor através das interfaces de dois sólidos é expressa em termos da condutância, que é definida como o inverso da resistência térmica. A condutância é introduzida da mesma maneira que se define o coeficiente de transferência de calor convectivo pela "lei" de Newton do resfriamento, ou seja,

$$h = \frac{q/A}{\Delta T}, \quad (4.8-33)$$

onde q denota a potência térmica transferida, A é a área aparente da interface e ΔT exprime a diferença de temperatura interfacial.

Em consequência da diversidade de variáveis e da complexidade dos fenômenos envolvidos, as numerosas tentativas para descrever os mecanismos de transferência de calor interfacial não têm produzido modelos completamente satisfatórios. Enquanto os modelos analíticos tendem a subestimar os efeitos de certos parâmetros, as correlações empíricas só se aplicam às faixas de condições experimentais para as quais foram desenvolvidas. Não raramente, a discordância entre valores calculados e medidos da condutância térmica são da mesma ordem dos valores experimentais. Revisões do estado corrente de desenvolvimento da condutância térmica de contato são reportadas por Ainscough (1982); Song, Yovanovich e Goodman (1993); e Ayers, Fletcher e Madhusudana (1997).

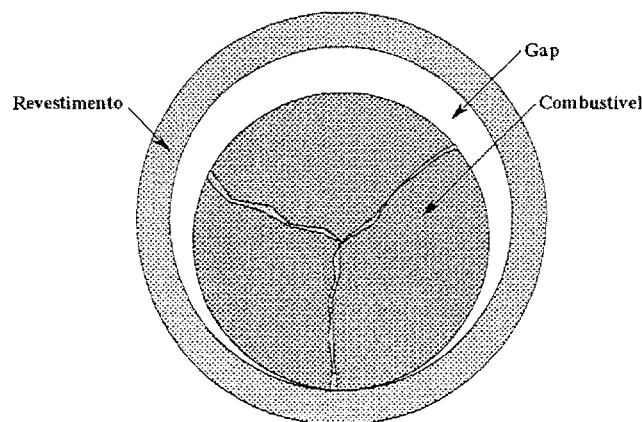


Figura 4.8-3 Seção transversal de uma vareta combustível.

A geometria de uma vareta combustível nuclear é mostrada na Figura 4.8-3. Dois modelos são incluídos no programa STHIRP-01 para calcular a condutância térmica no

espaço anular (ou *gap*, conforme a terminologia usual) que separa a pastilha combustível e seu revestimento: o modelo desenvolvido por Lanning e Hann (1975) e o modelo proposto por MacDonald e Weisman (1976). Ambos aplicam-se a varetas combustíveis constituídas de pastilhas à base de dióxido de urânio (UO_2), com revestimento de Zircaloy ou aço inoxidável.

Além desses dois modelos, há ainda duas alternativas para especificar a condutância nas interfaces entre dois sólidos. Na primeira, utiliza-se um valor constante de entrada e, na segunda, a condutância é calculada em função da densidade linear de potência linear do condutor por interpolação em dados tabulares de entrada.

Modelo de Lanning e Hann

A condutância térmica através das interfaces entre o combustível e o revestimento é normalmente considerada como a soma de três componentes: a condutância decorrente da condução térmica no gás intersticial, $h_{\text{gás}}$; a condutância através das áreas de contato das superfícies, $h_{\text{sól}}$; e a condutância por radiação, h_{rad} . Portanto, a fórmula para a condutância total pode escrever-se como

$$h_{\text{gap}} = h_{\text{gás}} + h_{\text{sól}} + h_{\text{rad}}. \quad (4.8-34)$$

A transferência de calor por convecção é geralmente ignorada.

Via de regra, para simplificar o problema, o combustível e o revestimento são considerados concêntricos, de modo que a espessura do espaço que separa os dois sólidos possa ser tomada como circunferencialmente uniforme. Além disso, admite-se normalmente que a composição do gás seja constante dentro da vareta e que as grandezas envolvidas nos mecanismos de transferência de calor não dependam da coordenada azimutal.

Inúmeras correlações empíricas e semi-empíricas têm sido propostas para descrever cada uma das componentes de condutância que ocorre na equação acima. O estudo de Lanning e Hann (1975) consistiu em comparar as previsões de várias correlações com os dados experimentais disponíveis à época, a fim de formular um modelo unificado que fornecesse resultados satisfatórios para a distribuição de temperaturas medida em varetas combustíveis. O modelo de Lanning e Hann foi originalmente desenvolvido para ser usado no código computacional GAPCON-THERMAL-2 (Beyer et al., 1975). Apesar de ter sido

elaborado em meados da década de 70, o modelo sugerido por Lanning e Hann, com ligeiras alterações, tem sido utilizado em programas computacionais mais recentes, como VIPRE-01 (Stewart et al. 1985) e RELAP5/MOD3 (U. S. Nuclear Regulatory Commission, 1999). As formulações que integram o modelo de Lanning e Hann são apresentadas a seguir.

A espessura do espaço anular, d , entre o combustível e o revestimento é muito pequena, cerca de 1 a 2% do raio do combustível. Durante a operação, como resultado das deformações causadas pela expansão térmica e tensões mecânicas, a espessura pode torna-se ainda menor. Por causa da rugosidade das superfícies e de descontinuidades na temperatura nas interfaces entre o gás e as superfícies sólidas, a aproximação

$$h_{\text{gás}} = \frac{k_{\text{gás}}}{d}, \quad (4.8-35)$$

onde $k_{\text{gás}}$ é a condutividade térmica do gás, mostra-se inadequada, principalmente para gases leves, como o hélio. Para que a equação forneça resultados condizentes com a realidade, investigações experimentais indicam que d tem de ser substituído por uma espessura efetiva que leve em conta as rugosidades dos materiais e os fenômenos interfaciais.

Excepcionalmente, se d for maior que 10^{-5} m, a Equação (4.8-35) pode ser utilizada para estimar a condutância térmica no espaço anular, uma vez que as correções que se introduzem em d são em geral da mesma ordem de grandeza da rugosidade superficial do material combustível, que em situações típicas de reatores de potência varia entre 5×10^{-7} e 2×10^{-6} m.

Na ausência de contato entre o combustível e o revestimento, Lanning e Hann recomendam a correlação

$$h_{\text{gás}} = \frac{k_{\text{gás}}}{d + 1,8(g_1 + g_2)}, \quad (4.8-36)$$

onde d é a espessura do espaço anular em condições operacionais, isto é, considerando-se as deformações do combustível e do revestimento causadas, primariamente, pela expansão térmica e, secundariamente, pelos deslocamentos radiais de natureza não-térmica, incluindo-se inchamento e densificação do combustível e deformação elástica do revestimento; g_1 e g_2 representam as "distâncias de salto da temperatura" nas superfícies do combustível e do revestimento, respectivamente.

As distâncias de salto da temperatura, representadas na Figura 4.8-4, levam em conta as descontinuidades das temperaturas nas proximidades das superfícies. Essas descontinuidades provêm do intercâmbio imperfeito de energia entre o gás e a superfície e também porque as probabilidades de colisão entre duas moléculas do gás e entre uma molécula do gás e a superfície são completamente diferentes. As fórmulas para o cálculo das distâncias de salto da temperatura serão apresentadas depois.

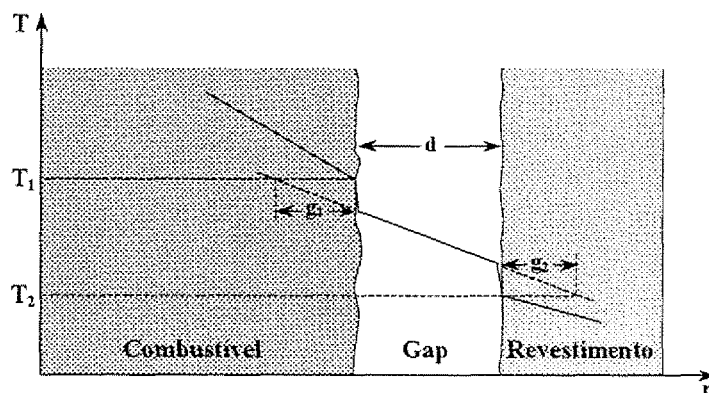


Figura 4.8-4 Distâncias de salto da temperatura.

Mediante a aplicação de regressão linear a valores medidos por Ross e Stoute (1962) para a condutância térmica em espaços anulares entre UO_2 e Zircaloy, Lanning e Hann (1975) obtiveram a seguinte relação para a condutância através do gás, após o contato entre as superfícies:

$$h_{\text{gás}} = \frac{k_{\text{gás}}}{1,8[C(R_1 + R_2) + (g_1 + g_2)] - 1,4 \times 10^{-6}} \quad (4.8-37)$$

onde R_1 e R_2 são as rugosidades do combustível e do revestimento, respectivamente. Todas as grandezas na equação são expressas em unidades do Sistema Internacional. O coeficiente adimensional C é correlacionado por

$$C = 2,05 \exp(-1,27 \times 10^{-8} p_c) \quad (4.8-38),$$

onde p_c é a pressão de contato interfacial em Pascal.

O contato entre o combustível e o revestimento é suposto ocorrer quando $d \leq \delta$,

$$\delta = 1,8C(R_1 + R_2) = 3,69(R_1 + R_2). \quad (4.8-39)$$

Note-se que, por causa da constante $-1,4 \times 10^{-6}$ que aparece no denominador da Equação (4.8-37), os valores de $h_{\text{gás}}$ previstos pelas Equações (4.8-36) e (4.8-37) imediatamente antes do contato e após são ligeiramente diferentes. Contudo, essa descontinuidade é insignificante e tem pouco ou nenhum efeito sobre a convergência da solução das equações de condução.

O gás intersticial é considerado como uma mistura de até cinco componentes, que pode incluir o hélio, argônio, criptônio, xenônio e ar seco. A condutividade térmica (em W/mK) de cada espécie gasosa é expressa em função da temperatura absoluta pela relação

$$k = aT^s. \quad (4.8-40)$$

Os valores das constantes a e s para os vários gases são apresentados na Tabela 4.2. A título de complementação, a tabela inclui também os pesos moleculares (M) dos gases.

Tabela 4.2 Coeficientes a e s (cf. MacDonald et al., 1976).

Gás	M	$a \times 10^4$	s
Hélio	4,003	33,66	0,668
Argônio	39,944	3,421	0,701
Criptônio	83,80	0,4726	0,923
Xenônio	131,30	0,4029	0,872
Ar	28,96	2,091	0,846

A condutividade térmica da mistura de gases é calculada com a fórmula reportada por MacDonald et al. (1976), qual seja,

$$k_{\text{gás}} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{k_i x_i}{x_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \Psi_{ij} x_j}}, \quad (4.8-41)$$

com

$$\Psi_{ij} = \frac{C_M}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{M_i}{M_j} \right)^{-1/2} \left[1 + \left(\frac{k_i}{k_j} \right)^{1/2} \left(\frac{M_i}{M_j} \right)^{1/4} \right]^2, \quad (4.8-42)$$

$$C_M = 1 + 2,41 \frac{(M_i - M_j)(M_i - 0,142M_j)}{(M_i + M_j)^2} \quad (4.8-43)$$

Nas Equações (4.8-41) a (4.8-43) n denota o número de componentes da mistura; k , x e M são, respectivamente, a condutividade térmica, a fração molar e o peso molecular de cada componente.

A soma ($g_1 + g_2$) das distâncias de salto da temperatura é calculada com a equação sugerida por Lanning e Hann (1975),

$$(g_1 + g_2) = 0,01374 \frac{k_{\text{gás}} \sqrt{T_{\text{gás}}}}{p_{\text{gás}}} \left(\sum_{i=1}^n a_i x_i / \sqrt{M_i} \right)^{-1}, \quad (4.8-44)$$

onde

g = distâncias de salto da temperatura (m),

$k_{\text{gás}}$ = condutividade térmica do gás (W/mK),

$T_{\text{gás}}$ = temperatura absoluta do gás (K)

$p_{\text{gás}}$ = pressão do gás (Pa),

a_i = coeficiente de acomodação térmica do i -ésimo componente do gás,

x_i = fração molar do i -ésimo componente do gás,

M_i = peso molecular do i -ésimo componente do gás.

Os coeficientes de acomodação do hélio e do xenônio em função da temperatura absoluta do gás são dados por

$$a_{\text{He}} = 0,425 - 2,3 \times 10^{-4} T_{\text{gás}}, \quad (4.8-45)$$

$$a_{\text{Xe}} = 0,749 - 2,5 \times 10^{-4} T_{\text{gás}}. \quad (4.8-46)$$

Os coeficientes de acomodação dos gases com outros pesos moleculares são determinados por interpolação linear entre os valores para o hélio e xenônio. A equação de interpolação pode escrever-se como

$$a_i = (a_{\text{Xe}} - a_{\text{He}}) \left(\frac{M_i - M_{\text{He}}}{M_{\text{Xe}} - M_{\text{He}}} \right) + a_{\text{He}} \quad (4.8-47)$$

Quando a espessura do espaço anular for pequena suficiente para indicar a

ocorrência do contato entre o combustível e o revestimento, a condutância de contato será calculada com a formulação proposta originalmente por Cooper, Mikic e Yovanovith (1969) e modificada depois por Jacobs e Todreas (1973) e Lanning e Hann (1975). Nessa formulação, às vezes referida como modelo de Mikic e Todreas, a condutância de contato é dada por

$$h_{sól} = \frac{5}{12} \frac{\bar{k}}{(R_1^2 + R_2^2)^{1/2}} \left(\frac{p_c}{H_M} \right)^n \left(\frac{R_1}{\lambda_1} \right), \quad (4.8-48)$$

onde \bar{k} é a média harmônica das condutividades térmicas do combustível e do revestimento,

$$\frac{1}{\bar{k}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right), \quad (4.8-49)$$

H_M é a dureza de Meyer do material do revestimento e λ_1 denota a distância média entre picos na ondulação superficial do combustível. A razão (R_1/λ_1) é estimada com

$$\frac{R_1}{\lambda_1} = \exp[0,5285 \ln(R_1) + 3,505], \quad (4.8-50)$$

em que R_1 é rugosidade superficial do combustível em metros. O expoente n é definido por

$$n = \begin{cases} 0,5, & \text{se } (p_c / H_M) \leq 0,0001, \\ 1,0, & \text{se } (p_c / H_M) \geq 0,01. \end{cases} \quad (4.8-51a)$$

No intervalo intermediário, a razão é feita igual a 0,01 e mantida constante, ou melhor,

$$\left(\frac{p_c}{H_m} \right)^n = 0,01, \quad \text{se } 0,0001 < (p_c / H_M) < 0,01. \quad (4.8-51b)$$

Por fim, a componente h_{rad} proveniente da transmissão de calor por radiação entre a superfície externa do combustível, a temperatura absoluta T_1 , e a superfície interna do revestimento, a temperatura absoluta T_2 , é definida por

$$h_{rad} = \frac{q_{rad}''}{T_1 - T_2}. \quad (4.8-52)$$

O fluxo de calor por radiação que deixa a superfície combustível é determinado com a equação de Stefan e Boltzmann,

$$q_{\text{rad}} = \sigma_{\text{SB}} \left[\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{S_1}{S_2} \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right) \right]^{-1} (T_1^4 - T_2^4), \quad (4.8-53)$$

onde σ_{SB} é a constante de Stefan-Boltzmann ($5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$), ϵ é a emissividade da superfície e S é área superficial; os subscritos 1 e 2 denotam o combustível e o revestimento, respectivamente. A combinação destas duas equações leva a

$$h_{\text{rad}} = \sigma_{\text{SB}} \left[\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{S_1}{S_2} \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right) \right]^{-1} (T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2). \quad (4.8-54)$$

As fórmulas para a determinação da espessura operacional do espaço anular, da pressão de contato e da pressão do gás intersticial serão apresentadas mais tarde.

Modelo de MacDonald e Weisman

A formulação proposta por MacDonald e Weisman (1976) para a condutância nas interfaces entre o combustível e o revestimento leva em conta os efeitos das rachaduras das pastilhas como resultado das tensões térmicas induzidas pelas variações de potência e do acúmulo de gases de fissão a queimas elevadas. Conseqüentemente, a distância entre o combustível e o revestimento não será necessariamente uniforme, podendo variar entre zero e a espessura do espaço anular de uma vareta intacta.

Como as pastilhas de dióxido de urânio (UO_2) tendem a se trincar na direção radial, pode-se admitir que as rachaduras não implicarão variações significativas na condutividade térmica do combustível. Entretanto, como se observa experimentalmente (Calza-Bini e al., 1974), as trincas podem causar um aumento significativo da condutância térmica, algo que não é previsto pelos modelos clássicos. Este comportamento tem sido atribuído à formação de trincas e ao contato parcial dos fragmentos da pastilha com o revestimento.

No modelo das pastilhas trincadas, se os cálculos das dimensões radiais do combustível e do revestimento indicarem a ausência de contato entre as superfícies, a condutância interfacial será dada pela média ponderada da condutância através do gás interfacial e de uma componente de contato com pressão de contato zero. A expressão matemática pode escrever-se como

$$h_{\text{gap}} = (1 - f_c)h_{\text{gás}} + f_c h_c \quad (4.8-55)$$

onde $h_{\text{gás}}$ é a condutância através do gás, h_c é a condutância de contato a pressão de contato zero, e f_c representa a fração do perímetro da pastilha em contato com o revestimento. Note-se que a condutância por radiação não é explicitamente considerada.

As componentes da condutância efetiva são determinadas com

$$h_{\text{gás}} = \frac{k_{\text{gás}}}{d + \delta} \quad \text{e} \quad h_c = \frac{k_{\text{gás}}}{\delta}, \quad (4.8-56)$$

em que $k_{\text{gás}}$ é a condutividade térmica da mistura de gases; d é a espessura do espaço anular em condições operacionais. A distância δ é definida como a raiz quadrada da média dos quadrados das rugosidades R_1 e R_2 do combustível e do revestimento, respectivamente:

$$\delta = \sqrt{\frac{R_1^2 + R_2^2}{2}}. \quad (4.8-57)$$

O valor típico de δ é cerca de $4,4 \times 10^{-4}$ metros.

A condutividade térmica da mistura de gases é também calculada com a Equação (4.8-41), mas a condutividade térmica de cada espécie gasosa é expressa em função da temperatura absoluta através de relações da forma

$$k = \frac{aT^s}{f}, \quad (4.8-58)$$

em que f é o fator de acomodação térmica do gás. Os valores das constantes a e s para os vários gases são aqueles dados na Tabela 4.2.

Para ser usada em conjunção com o modelo das pastilhas trincadas, MacDonald et al. (1976) propuseram a seguinte relação para o fator de acomodação:

$$f = 1 + 1,3847 \frac{k\sqrt{T}}{p\zeta}, \quad (4.8-59)$$

onde p é a pressão do gás; ζ é a espessura do espaço anular ou $\zeta = \delta$ durante o contato entre o combustível e o revestimento. Todas as grandezas são expressas em unidade do Sistema Internacional.

O fator de acomodação térmica do hélio pode ser aproximado por

$$f_{\text{He}} = 1 + 4,661 \times 10^{-3} \frac{T^{1,168}}{p\zeta}. \quad (4.8-60)$$

Para gases mais pesados que o hélio, $f \cong 1$.

A fração de contato é determinada em STHIRP-1 com a expressão sugerida por Kjaerheim e Rolstad (1977),

$$f_c = C_1 + (1 - C_1) \exp\left(-\frac{C_2 d}{R_c}\right), \quad (4.8-61)$$

onde r_c é o raio da pastilha; C_1 e C_2 são constante obtidas de dados experimentais. Kjaerheim e Rolstad obtiveram os valores $C_1 = 0,1$ e $C_2 = 230$. De medidas das distribuições de temperaturas efetuadas durante testes de irradiação de varetas combustíveis de UO_2 , com cerca de 9% de PuO_2 e revestimento de Zircaloy-4, MacDonald e Weisman (1976) encontraram $C_1 = 0,3$ e $C_2 = 40$. Ficara et al. (1977), a partir da análise de experimentos de irradiação de varetas combustíveis de UO_2 e Zircaloy-2 conduzidos na Itália, obtiveram os valores $C_1 = 0,002$ e $C_2 = 280$. Em razão desta diversidade de valores, a especificação de C_1 e C_2 tem de ser feita à entrada de dados do programa.

Se o combustível e o revestimento estão em contato, o que ocorre quando

$$d < \sqrt{\frac{R_1^2 + R_2^2}{2}}, \quad (4.8-62)$$

a condutância é dada pela correlação seguinte, reportada por MacDonald et al. (1976):

$$h_{\text{gap}} = \begin{cases} fC_3 p_c + \frac{k_{\text{gás}}}{\delta} & p_c \leq 1000 \\ fC_3 (1000 + \sqrt{p_c - 1000}) + \frac{k_{\text{gás}}}{\delta} & 1000 < p_c \leq p_{\text{máx}} \\ 5000fC_3 + \frac{k_{\text{gás}}}{\delta} & p_c > p_{\text{máx}} \end{cases} \quad (4.8-63)$$

onde p_c denota a pressão de contato,

$$p_{\text{máx}} = (5000C_3)^2 \quad (4.8-64)$$

é a pressão de contato máxima e $f = 5,678$ é o fator de conversão de $\text{Btu/h-ft}^2\text{-}^\circ\text{F}$ para

W/m^2K . As pressões p_c e $p_{máx}$ são expressas em psi ($1 \text{ psi} = 1 \text{ lb}_f/\text{in}^2 = 6894,8 \text{ Pa}$). A constante C_3 é um parâmetro de entrada que depende dos materiais do combustível e do revestimento. Os valores típicos de C_3 são 0,475 para interfaces entre UO_2 e aço inoxidável e 0,6 para interfaces entre UO_2 e Zircaloy.

4.8-4 Modelo de Deformação

O modelo de deformação é usado em STHIRP-1 para determinar principalmente as variações na espessura do espaço anular entre o combustível e o revestimento causadas por tensões térmicas e mecânicas. A expansão térmica é a única fonte de deformação transitória do combustível. As variações na geometria do combustível induzidas a longo prazo pela queima não são incluídas no modelo e devem ser especificadas via entrada de dados do programa. O revestimento, por outro lado, está sujeito a deformações térmicas e elásticas.

Em cada nível axial da vareta combustível, a espessura média do espaço anular entre a pastilha combustível e o revestimento em condições operacionais é calculada com

$$d = d_0 - \Delta r_C + \Delta r_R, \quad (4.8-65)$$

onde d_0 denota a espessura nominal a frio do espaço anular, Δr_C é o deslocamento radial da superfície externa da pastilha e Δr_R é o deslocamento radial da superfície interna do revestimento. Tais deslocamentos radiais são causados primariamente pela expansão térmica.

Com a inclusão dos efeitos da irradiação, o deslocamento radial da superfície da pastilha pode ser expresso como

$$\Delta r_C = (\Delta r_T)_C + (\Delta r_R)_C + (\Delta r_S)_C, \quad (4.8-66)$$

onde Δr_T , Δr_R e Δr_S representam os deslocamentos radiais causados pela expansão térmica, pela relocação uniforme e pelo inchamento e densificação do combustível. Entretanto, como as deformações induzidas pela irradiação não ocorrem instantaneamente, a variação no raio da pastilha durante um transitório operacional de curta duração pode ser aproximada por

$$\Delta r_C = (\Delta r_T)_C, \quad (4.8-67)$$

desde que as expansões representadas pelos dois últimos termos da Equação (4.8-67) sejam avaliadas externamente e adicionadas ao raio nominal da pastilha.

A expansão térmica radial do combustível pode ser calculada com a equação

$$(\Delta r_T)_C = \sum_{i=1}^N \varepsilon_{r,C}(T_i) \Delta r_i, \quad (4.8-68)$$

onde $\varepsilon_{r,C}$ denota a função de deformação térmica radial do combustível, Δr_i representa a espessura da i -ésima célula radial, e N é o número de células radiais.

De maneira análoga, o deslocamento térmico axial da coluna combustível é descrito pela equação

$$\Delta z_C = (\Delta z_T)_C = \sum_{j=1}^N \varepsilon_{z,C}(\bar{T}_j) \Delta z_j, \quad (4.8-69)$$

onde $\varepsilon_{z,C}$ é a função de deformação térmica axial do combustível, Δz_j é o comprimento da célula axial no nível axial j , e N denota aqui o número do células axiais. A temperatura \bar{T}_j é a média volumétrica das temperaturas radiais. A deformação térmica axial está sendo incluída com o intuito de determinar o volume ocupado pelo gás no interior da vareta combustível. Esse volume é necessário ao cálculo da pressão interna do gás.

Em termos do coeficiente de expansão térmica linear, $\alpha(T)$, define-se a função de deformação térmica como

$$\varepsilon(T) = \frac{\Delta \ell}{\ell_0} = \alpha(T)(T - T_0), \quad (4.8-70)$$

em que $\Delta \ell$ expressa o deslocamento térmico a uma temperatura T , ℓ_0 é a dimensão inicial do corpo a alguma temperatura de referência T_0 , via de regra, a temperatura ambiente.

Em geral, $\varepsilon_r(T) \neq \varepsilon_z(T)$. Entretanto, como uma aproximação, supondo-se que a expansão térmica do combustível seja isotrópica, uma mesma função de deformação será usada para avaliar tanto a expansão radial quanto a expansão axial.

Ignorando-se a fluência mecânica (*creepdown*), o deslocamento radial da superfície interna do revestimento é calculada com

$$\Delta r_R = (\Delta r_T)_R + (\Delta r_E)_R, \quad (4.8-71)$$

onde Δr_T e Δr_E denotam, respectivamente, os deslocamentos radiais causados pela expansão térmica e pela deformação elástica.

A expansão térmica radial do revestimento é descrita por

$$(\Delta r_T)_R = \varepsilon_{r,R} (\bar{T}_R) \bar{R}_R, \quad (4.8-72)$$

onde $\varepsilon_{r,R}$ representa a função de deformação térmica do revestimento; \bar{T}_R e \bar{R}_R denotam a temperatura média e o raio médio do revestimento, respectivamente.

A expansão axial do revestimento é aproximada por

$$\Delta z_R = (\Delta z_T)_R = \sum_{j=1}^N \varepsilon_{z,R} (\bar{T}_j) \Delta z_j, \quad (4.8-73)$$

onde $\varepsilon_{z,R}$ é a função de deformação térmica axial do revestimento, Δz_j é o comprimento da célula axial no nível axial j , N denota o número do células axiais, e \bar{T}_j é temperatura média do revestimento no nível axial j .

A teoria de deformação elástica de tubos cilíndricos, como descrita por Landau e Lifchitz (1967, p. 34), será empregada a seguir para modelar a deformação mecânica do revestimento.

Considere-se a deformação mecânica de um tubo cilíndrico, de raio interno R_1 e raio externo R_2 , submetido a uma pressão interna p_1 e pressão externa p_2 , ambas axialmente uniformes. Seja um sistema de coordenadas cilíndricas em que o eixo z coincide com o eixo do tubo. Sendo as pressões uniforme ao longo do tubo, a deformação será um deslocamento puramente radial, tal que $u_r = u(r)$ será a única componente não-nula do vetor deslocamento \bar{u} . Como $\bar{\nabla} \times \bar{u} = 0$, a equação de equilíbrio de corpos isotrópicos,

$$2(1-\sigma)\bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \bar{u}) - (1-2\sigma)\bar{\nabla} \times \bar{\nabla} \times \bar{u} = 0, \quad (4.8-74)$$

reduz-se a

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{u} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr}(ru) = \text{constante} = 2a, \quad (4.8-75)$$

cuja solução é

$$u(r) = ar + \frac{b}{r}. \quad (4.8-76)$$

A constante σ na Equação (4.8-74) denomina-se razão ou coeficiente de Poisson.

Duas outras grandezas importantes da teoria da elasticidade são o módulo de cisalhamento ou módulo de rigidez, μ , e o módulo de elasticidade ou módulo de Young, E . São, em geral, dependentes da temperatura do material. A razão de Poisson pode ser expressa em termos do módulo de Young e do módulo de cisalhamento como

$$\sigma = \frac{E}{2\mu} - 1. \quad (4.8-77)$$

As componentes não nulas do tensor de deformação são

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r} = a - \frac{b}{r^2}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} = a + \frac{b}{r^2} \quad \text{e} \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0. \quad (4.8-78)$$

De acordo com a lei de Hooke, a componente normal da tensão na direção radial relaciona-se às componentes do tensor de deformação pela equação

$$\tau_{rr} = \frac{E}{(1+\sigma)(1-2\sigma)} [(1-\sigma)\varepsilon_{rr} + \sigma(\varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz})], \quad (4.8-79)$$

que, em vista da Equação (4.8-78), se transforma em

$$\tau_{rr} = \frac{E}{(1+\sigma)(1-2\sigma)} \left[a + \frac{(2\sigma-1)}{r^2} b \right].$$

A imposição das condições

$$\tau_{rr}|_{r=R_1} = -p_1 \quad \text{e} \quad \tau_{rr}|_{r=R_2} = -p_2$$

na equação precedente resulta em

$$a = \frac{(1+\sigma)(1-2\sigma)}{E} \left(\frac{R_1^2 p_1 - R_2^2 p_2}{R_2^2 - R_1^2} \right) \quad (4.8-80)$$

e

$$b = \frac{(1+\sigma)}{E} \left[\frac{(p_1 - p_2) R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \right]. \quad (4.8-81)$$

Enfim, substituindo estes dois resultados na Equação (4.8-76), obtém-se a expressão para o deslocamento radial,

$$u(r) = \frac{(1+\sigma)r}{E(R_2^2 - R_1^2)} \left[(1-2\sigma)(R_1^2 p_1 - R_2^2 p_2) + \frac{(p_1 - p_2)R_1^2 R_2^2}{r^2} \right]. \quad (4.8-82)$$

A variação no raio interno do revestimento, ΔR_1 , causada pelas pressões interna e externa será, então,

$$(\Delta r_E)_R = \Delta R_1 = \frac{(1+\sigma)R_1}{E(R_2^2 - R_1^2)} \left[(1-2\sigma)(R_1^2 p_1 - R_2^2 p_2) + (p_1 - p_2)R_2^2 \right]. \quad (4.8-83)$$

Em síntese, a espessura, d , do espaço anular entre o combustível e o revestimento é dada por

$$d = d_0 - \Delta r_C + \Delta r_R, \quad (4.8-84)$$

com

$$\Delta r_C = \sum_{i=1}^N \varepsilon_{T,C}(T_i) \Delta r_i, \quad (4.8-85)$$

$$\Delta r_R = \varepsilon_{T,R}(\bar{T}_R) \bar{R}_R + \frac{(1+\sigma)R_1}{E(R_2^2 - R_1^2)} \left[(1-2\sigma)(R_1^2 p_1 - R_2^2 p_2) + (p_1 - p_2)R_2^2 \right], \quad (4.8-86)$$

em que Δr_C expressa a dilatação térmica do raio do combustível e Δr_R é a variação no raio interno do revestimento causada pela expansão térmica e pela deformação mecânica. Os subscritos C e R denotam o combustível e o revestimento, respectivamente.

4.8-5 Pressão de Contato

Se a expansão térmica radial do combustível causar uma deformação plástica $\Delta R'_1$ no raio interno R_1 do revestimento, a pressão interfacial será dada pela fórmula

$$p_c = \frac{E(R_2^2 - R_1^2)\Delta R'_1 + 2(1-\sigma)(1+\sigma)R_1 R_2^2 p_2}{(1+\sigma)[(1-2\sigma)R_1^2 + R_2^2]R_1}, \quad (4.8-87)$$

que se obtém pela substituição de ΔR_1 por $\Delta R'_1$ e de p_1 por p_c na Equação (4.8-83). Com considerações das rugosidades superficiais, a elongação $\Delta R'_1$ pode ser expressa como

$$\Delta R'_1 = -[d_0 - (\Delta r_T)_C + (\Delta r_T)_R] + \delta = -d' + \delta, \quad (4.8-88)$$

com

$$d' = d_0 - (\Delta r_T)_C + (\Delta r_T)_R, \quad (4.8-89)$$

onde d_0 é a espessura nominal a frio do espaço anular, incluída dos efeitos da queima; $(\Delta r_T)_C$ e $(\Delta r_T)_R$ são as expansões térmicas radiais do combustível e do revestimento descritas pelas Equações (4.8-85) e (4.8-86); e δ denota a espessura mínima do espaço anular que define a condição de contato entre as superfícies. Essa espessura mínima é fornecida pela Equação (4.8-39) ou Equação (4.8-57), dependendo do modelo escolhido para calcular a condutância interfacial.

A pressão de contato só é calculada se $\Delta R'_1 > 0$ (ou $d' < \delta$). Os raios interno e externo do revestimento (R_1 e R_2) incluem a expansão térmica e a deformação elástica. A expansão térmica é estimada com a Equação (4.8-74). Ao determinar a deformação plástica com a Equação (4.8-83), a pressão interfacial p_c , expressa pela Equação (4.8-87), substitui a pressão interna p_1 .

4.8-6 Pressão Interna

A pressão do gás no interior da vareta combustível é determinada com a expressão seguinte, que se obtém mediante a aplicação da lei de gás ideal a todos os volumes livres da vareta:

$$p = \frac{nR}{\frac{V_P}{T_P} + \sum_{j=1}^N \pi \left[\frac{R_{R,int}^2 - R_{C,ext}^2}{T_{gap}} + \frac{R_V^2}{T_V} \right] \Delta z_j}, \quad (4.8-90)$$

onde n denota o número total de moles do gás no volume livre da vareta combustível; R a constante universal dos gases (8,3144 J/mol.K); V_P o volume do gás na câmara superior ou *plenum*, levando-se em conta a variação de volume causada pela expansão térmica axial da coluna combustível e do revestimento; T_P a temperatura absoluta do gás na câmara superior, tomada como a temperatura de saída do fluido acrescida de 5 K; $R_{R,int}$ o raio interno do revestimento incluído das deformações térmica e elástica; $R_{C,ext}$ o raio externo da pastilha combustível acrescido da respectiva expansão térmica radial; T_{gap} a temperatura absoluta do gás no espaço anular, considerada como a média das temperaturas na superfície externa do combustível e na superfície interna do revestimento; R_V o raio do vazio central; T_V a temperatura absoluta do gás no vazio central; e Δz_j o comprimento da célula computacional

no nível axial j . O somatório é efetuado para os N níveis axial da vareta combustível.

O número total de moles, suposto constante durante o transitório, é calculado com

$$n = \frac{p_0 V_0}{RT_0} \quad (4.8-91)$$

onde p_0 é a pressão do gás à temperatura ambiente T_0 (298 K) e V_0 é o volume ocupado pelo gás a temperatura T_0 , sendo calculado em termos das dimensões nominais. A pressão p_0 é um dado de entrada do programa.

4.8-7 Propriedades Físicas dos Materiais

As propriedade físicas dos materiais que dependem da temperatura, a saber:

- condutividade térmica, k
- calor específico, c_p
- coeficiente linear de expansão térmica, α
- módulo de elasticidade, E
- razão de Poisson, σ
- dureza de Meyer, H_M
- emissividade térmica, ε

são avaliadas no programa STHIRP-1 com polinômios da forma

$$P(T) = P_0[1 + a_1(T - T_0) + a_2(T - T_0)^2 + a_3(T - T_0)^3], \quad (4.8-92)$$

onde P_0 é o valor da propriedade P a uma temperatura de referência T_0 . Em geral, os valores de referência P_0 e T_0 bem como os coeficientes a_1 , a_2 e a_3 precisam ser especificados para cada propriedade à entrada de dados do programa. Entretanto, se todas as propriedades puderem ser consideradas independentes da temperatura, a especificação dos coeficientes polinomiais será opcional. Nesse caso particular, o relacionamento simples

$$P(T) = P_0, \quad (4.8-93)$$

será utilizado pelo programa.

As relações para α , E , σ , H_M e ε só são necessárias quando se seleciona ou o modelo de Lanning e Hann (1975) ou o modelo de MacDonald e Weisman (1976) para o

cálculo da condutância térmica no espaço anular entre o combustível e o revestimento.

Para converter o polinômio

$$P(T) = c_0 + c_1 T + c_2 T^2 + c_3 T^3$$

à forma da Equação (164), com a condição

$$P(T_0) = P_0 = c_0 + c_1 T_0 + c_2 T_0^2 + c_3 T_0^3 \neq 0,$$

basta efetuar as mudanças seguintes:

$$a_1 = \frac{c_1 + 2c_2 T_0 + 3c_3 T_0^2}{P_0},$$

$$a_2 = \frac{c_2 + 3c_3 T_0}{P_0},$$

$$a_3 = \frac{c_3}{P_0}.$$

A título de exemplo, o polinômio que descreve a condutividade térmica do Zircaloy (cf. MacDonald et al., 1976, p. 170),

$$k = 12,29 + 1,4675 \times 10^{-2} T - 8,2165 \times 10^{-6} T^2 + 7,668 \times 10^{-9} T^3,$$

com k em W/mK e T em °C, equivale a

$$k = k_0 [1 + 7,3115 \times 10^{-4} (T - T_0) - 8,1392 \times 10^{-8} (T - T_0)^2 + 4,7450 \times 10^{-10} (T - T_0)^3],$$

em que $k_0 = 16,16$ W/mK e $T_0 = 300$ °C são os valores de referência considerados para a condutividade térmica e temperatura.

Capítulo 5

UTILIZAÇÃO DE STHIRP-1

Este capítulo trata da utilização do programa STHIRP-1 para a simulação termo-hidráulica do reator de pesquisa TRIGA IPR-R1, instalado no Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear (CDTN), em Belo Horizonte, Minas Gerais.

Em síntese, o texto que segue inclui uma descrição do sistema a ser estudado, o levantamento das propriedades termofísicas dos materiais presentes nos principais componentes do núcleo do reator, a relação dos dados geométricos, hidráulicos e térmicos que foram utilizados na simulação do sistema, a descrição de experimentos realizados e a comparação de resultados calculados e medidos, e, por fim, a apresentação e discussão de resultados de cálculos adicionais efetuados para o reator IPR-R1 a 250 kW.

5.1 DESCRIÇÃO DO SISTEMA

O IPR-R1 é um reator TRIGA, modelo Mark-I, fabricado pela General Atomic Company. Trata-se de um reator de baixa potência, inerentemente seguro, para aplicações em pesquisa, treinamento e produção de radioisótopos. Originalmente, projetado para uma potência nominal de 100 kW, o reator foi submetido a reformas tendo em vista o aumento da potência para 250 kW.

O reator está instalado em um prédio próprio de estrutura de concreto armado especialmente construído para abrigá-lo, localizado no Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear, (CDTN), instituto de pesquisa vinculado à Comissão Nacional de Energia Nuclear, (CNEN).

Os principais componentes do reator IPR-R1, especialmente os que apresentam importância para a determinação das características termo-hidráulicas do sistema, são apresentados nas subseções que se seguem.

A descrição dos componentes, incluindo suas características estruturais, mecânicas e geométricas, fundamenta-se nas referências General Atomic (1958, 1959, 1960) e Albuquerque (1975).

5.1.1 Tanque do Reator

O núcleo do reator IPR-R1 está situado no fundo de um tanque cilíndrico com diâmetro interno de 1,92 m e uma profundidade de 6,625 m em relação ao nível do solo. O tanque é preenchido com uma coluna de aproximadamente 6,1 m de água desmineralizada, que atua principalmente como fluido refrigerante, meio moderador e refletor de nêutrons e ainda como blindagem biológica às radiações provenientes do núcleo. A excelente visibilidade do interior do poço proporcionada pela água permite a inspeção visual do núcleo e o manuseio fácil e rápido dos elementos combustíveis e elementos moderadores de grafita com ferramenta apropriada.

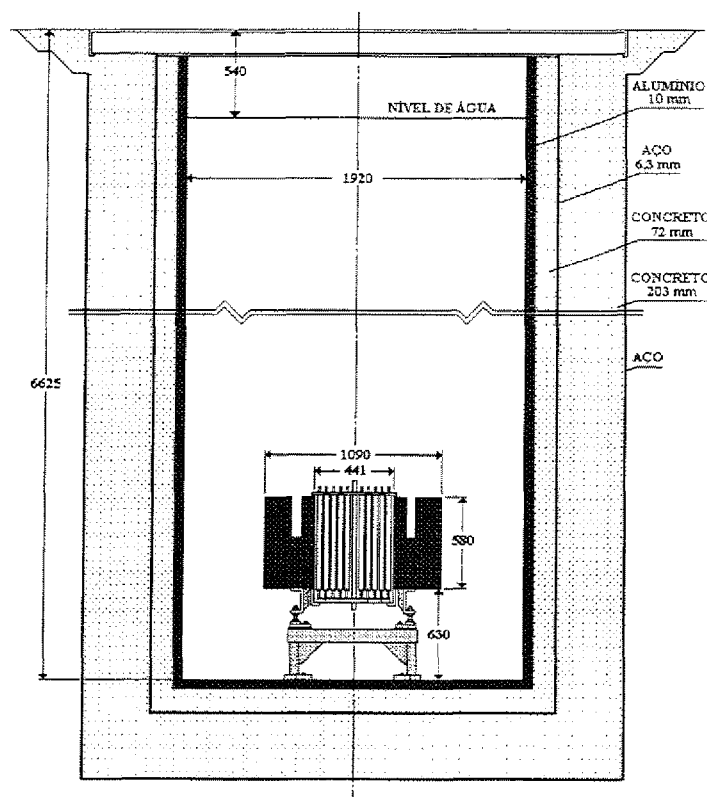


Figura 5.1-1 Tanque do reator.

A estrutura do tanque, mostrada na Figura 5.1-1, é formada por cinco paredes cilíndricas, sendo a mais interna feita de uma liga especial de alumínio (liga AA-5052-H34) com espessura de 10 mm. Duas camadas de concreto com espessuras de 7,2 cm e 20,3 cm, separadas por uma estrutura de aço com espessura de 6,3 mm, envolvem a parede de alumínio. Uma parede de aço reveste o conjunto.

5.1.2 Núcleo do Reator

O núcleo do reator, representado na Figura 5.1-2, é envolvido por um refletor anular de grafita com diâmetro interno de 44,1 cm, diâmetro externo de 109 cm e altura de 58 cm. A base do refletor está afixada sobre um pedestal de alumínio, o qual é aparafusado ao fundo do tanque. A distância entre o fundo do tanque e a base do refletor é de 63 cm. Para evitar o contato entre a grafita e a água, o cilindro é revestido com chapas anodizadas de alumínio soldadas entre si. Uma cavidade anular na face superior do refletor aloja a mesa giratória que constitui o dispositivo destinado a receber as cápsulas com amostras para irradiação. O refletor, apoiado sobre o pedestal de alumínio, suporta toda a carga do núcleo.

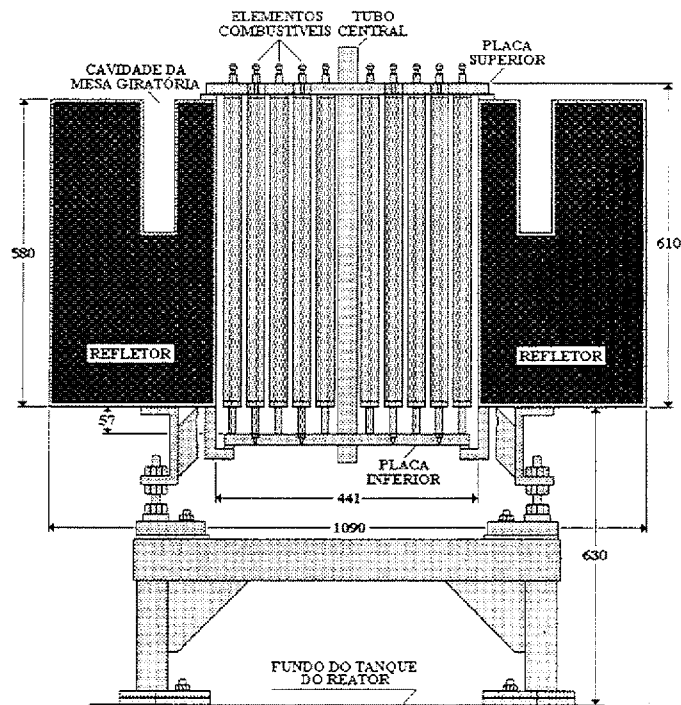


Figura 5.1-2 Conjunto núcleo-refletor.

O núcleo consiste de um conjunto de elementos combustíveis, elementos falsos de grafita, elementos de controle, elemento fonte de nêutrons e tubo central distribuídos em anéis concêntricos, formando um reticulado com 91 posições. Estes componentes, posicionados verticalmente, são sustentados em ambas as extremidades por encaixes em duas placas circulares, exceto as barras de controle que são suportadas por uma viga situada diametralmente no topo do poço, denominada viga central.

A placa inferior (Figura 5.1-3), dimensionada para suportar o peso de todos os elementos, tem 40,7 cm de diâmetro e 1,9 cm de espessura. É sustentada por seis suportes de alumínio anodizado em forma de L soldados à base inferior do revestimento do refletor. O espaçamento de 5,7 cm entre a superfície superior da placa e a base do refletor, como ilustra a Figura 5.1-2, propicia uma abertura lateral para a entrada da água de refrigeração no núcleo.

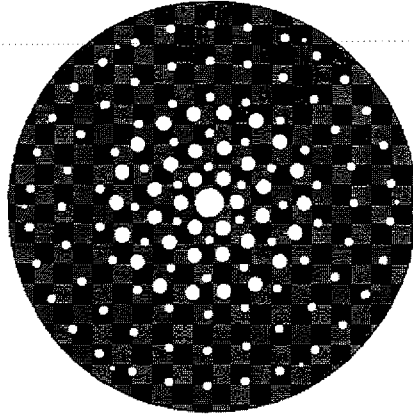


Figura 5.1-3 Placa inferior do núcleo.

Esta placa possui 90 orifícios com 7,15 mm de diâmetro para recepção dos pinos das bases dos vários elementos, um orifício central com diâmetro de 39,7 mm para alojamento do tubo central e 36 orifícios com 15,9 mm de diâmetro que orientam o fluxo da água de refrigeração para os canais próximos ao centro do núcleo.

Os centros dos orifícios destinados à sustentação dos elementos são distribuídos sobre cinco anéis concêntricos com o centro do orifício central. Os diâmetros desses anéis, rotulados do centro para a periferia como círculos B, C, D, E e F, medem 8,1 cm, 16,0 cm, 23,9 cm, 31,8 cm e 39,8 cm, respectivamente. Os orifícios para a entrada da água de refrigeração são também dispostos em círculos concêntricos cujos diâmetros são 6,0 cm, 12,0 cm e 19,9 cm.

A placa superior, mostrada na Figura 5.1-4, encontra-se aparafusada a seis suportes de alumínio soldados à face superior do revestimento do refletor. A placa, com 49,5 cm de diâmetro e 1,9 cm de espessura, possui 90 orifícios de 38,23 mm de diâmetro que, alinhados com os orifícios correspondentes da placa inferior, fornecem orientação e suporte para os

elementos do núcleo. O orifício onde se posiciona o tubo central tem diâmetro de 38,4 mm. O escoamento da água de refrigeração à saída do núcleo ocorre em cada orifício através do espaço não ocupado pela base do terminal superior do elemento, que tem a forma aproximadamente triangular.

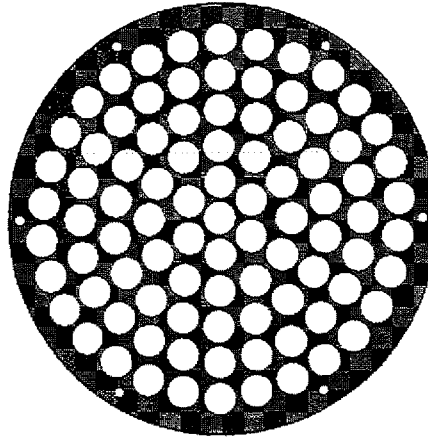


Figura 5.1-4 Placa superior do núcleo.

5.1.3 Elementos do Núcleo

Os seguintes elementos podem estar presentes no núcleo do reator: elementos combustíveis, elementos falsos de grafita, elementos de controle, elemento fonte de nêutrons, e tubo central. A distribuição destes elementos, estabelecida através de cálculos neutrônicos, não é fixa, podendo ser variada tanto para a compensação dos diferentes graus de queima de combustível durante a vida do reator como para atender a condições experimentais específicas.

Elementos Combustíveis

O núcleo do reator IPR-R1 está atualmente carregado com dois tipos de elementos combustíveis: (1) elemento com revestimento de alumínio e (2) elemento com revestimento de aço inoxidável.

A Figura 5.1-5 mostra um esquema do elemento combustível, que é composto basicamente por um revestimento metálico cilíndrico, preenchido na região axial central pelo combustível, constituindo sua parte ativa. Nas extremidades da parte ativa, existem dois

tarugos de grafite que funcionam como refletores verticais. No elemento do tipo 1, encontram-se discos de veneno queimável (samário) entre a grafita e o combustível.

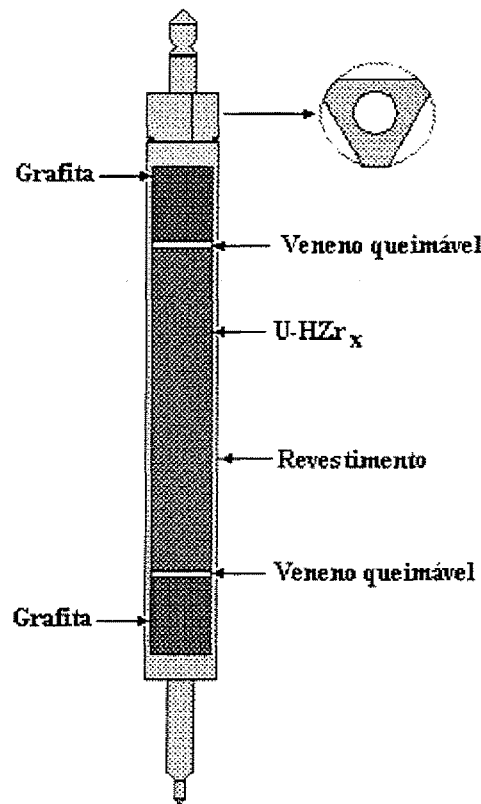


Figura 5.1-5 Elemento combustível.

O material do combustível é uma liga homogênea de hidreto de zircônio e urânio enriquecido em 20% do isótopo U-235. A composição da mistura combustível e as características dimensionais são ligeiramente diferentes nos dois tipos de elementos, conforme pode ser visto na Tabela 5.1-1 que apresenta as principais características dos elementos combustíveis.

Elementos Falsos de Grafita

Os elementos falsos de grafita têm as mesmas características dos elementos combustíveis com revestimento de alumínio, exceto que os componentes internos são substituídos por uma única coluna cilíndrica de grafita. Destinam-se a preencher as posições do núcleo não ocupadas por elementos combustíveis, barras de controle, fonte de nêutrons e dispositivos de irradiação.

Tabela 5.1-1 Características dos elementos combustíveis.

Característica	Tipo 1	Tipo 2
Comprimento total, cm	72,24	72,06
Diâmetro externo do revestimento, cm	3,73	3,76
Espessura do revestimento, cm	0,076	0,051
Material do revestimento	Al-1100-F	SS-304
Diâmetro do combustível, cm	3,56	3,63
Comprimento do combustível, cm	35,56	38,10
Composição do combustível	U-ZrH _{1,0}	U-ZrH _{1,6}
Concentração de Urânio, % em peso	8,0	8,5
Concentração de Zircônio, % em peso	91,0	89,9
Concentração de hidrogênio, % em peso	1,0	1,6
Razão atômica U:Zr:H	0,03:1,0:1,0	0,04:1,0:1,6
Enriquecimento em U ²³⁵ , %	20	20
Massa de U ²³⁵ , g	~37	~38
Comprimento do refletor de grafita, cm	10,16	8,81
Diâmetro do refletor de grafita, cm	3,56	3,63
Diâmetro dos discos com samário, cm	0,13	
Folga diametral, cm	0,018	0,028
Área do espaçador, cm ²	6,84	4,65

Elementos de Controle

O controle operacional do reator é efetuado por meio de três barras de controle: barra de segurança, barra reguladora e barra de controle grosso. As barras de controle são tubos de alumínio, com diâmetro externo de 2,22 cm e comprimento de 51 cm, contendo internamente carboneto de boro que atua como absorvedor de nêutrons e que penetram no núcleo até a altura de aproximadamente 38 cm. A extremidade inferior da barra tem a forma cônica a fim de reduzir a resistência hidráulica com a água durante a queda da barra na fase de desligamento. A extremidade superior é aparafusada à haste de extensão do mecanismo de acionamento das barras de controle, que se localiza no topo do tanque do reator, sustentado pela viga central. O sistema de acionamento consiste de um servomotor, engrenagens e eletroímãs de acoplamento.

A barra de segurança está localizada em uma posição do anel D e, quando totalmente inserida, garante a subcriticalidade do sistema. Projetada para atuar nos casos de emergência, possibilita o desligamento rápido do reator.

As barras reguladora e de controle grosso (*shim*) são utilizadas no ajuste do nível de potência do reator. A barra reguladora compensa pequenas variações de reatividade como, por exemplo, aquelas decorrentes de pequenas variações de temperatura ou pequenos

envenenamentos causados por amostras introduzidas. A barra de controle grosso tem a finalidade de compensar grandes variações de reatividade como as resultantes de envenenamento por produtos de fissão ou queima de combustível a longo prazo.

Os tubos-guia das barras de controle são confeccionados em alumínio anodizado, têm diâmetros externos de 3,8 cm e se estendem desde a placa inferior até 26 cm acima da placa superior. Na base de cada tubo-guia existe um pino concêntrico com o eixo do tubo que se ajusta aos orifícios da placa inferior, assegurando o seu posicionamento lateral.

Elemento Fonte

A presença de uma fonte de nêutron no sistema é necessária para possibilitar a partida do reator. No reator TRIGA IPR-R1, o elemento portador da fonte de nêutrons é uma vareta cilíndrica de alumínio anodizado com um diâmetro de 3,7 cm e um comprimento de 65 cm. Uma cavidade cilíndrica com 2,5 cm de diâmetro e 7,6 cm de profundidade, situada aproximadamente na posição axial média, contém a fonte de nêutrons que consiste de uma mistura de Actínio-227 e Berílio-9. O elemento fonte se ajusta a qualquer posição radial do núcleo, mas normalmente ocupa um dos orifícios da periferia.

Tubo Central

O tubo central atravessa longitudinalmente o centro do núcleo do reator, possibilitando a irradiação de pequenas amostras na região do núcleo onde o fluxo de nêutrons é máximo. O tubo de alumínio anodizado tem aproximadamente 6,2 m de comprimento, diâmetros interno e externo de 3,38 cm e de 3,81 cm, respectivamente, e estende-se desde a posição de 28,3 cm abaixo da base do refletor até o topo da viga central.

5.1.4 Sistema de Refrigeração do Reator

A refrigeração do núcleo do reator Triga IPR-R1 ocorre predominantemente por convecção natural, com as forças de circulação governadas pela diferença de densidades da água no fundo e no topo do núcleo. A remoção do calor gerado no núcleo por fissões nucleares é efetuada mediante o bombeamento da água desmineralizada do tanque do reator através de um trocador de calor, onde o calor é transferido à água comum de um circuito secundário, o qual é resfriado pelo ar atmosférico na torre externa de refrigeração.

O circuito primário, mostrado na Figura 5.1-6, compreende as tubulações, uma bomba centrífuga e um trocador de calor. A água é succionada no fundo do tanque do reator, passa pelo trocador de calor, e retorna ao tanque a uma altura de aproximadamente 4,2 m acima do ponto de sucção.

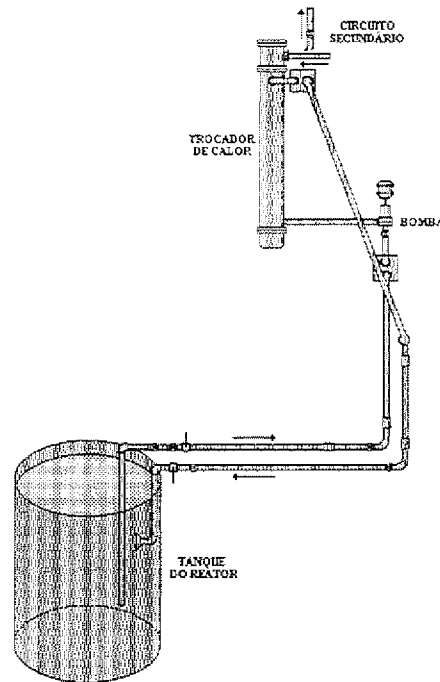


Figura 5.1-6 Circuito primário do reator IPR-R1.

Todos os componentes do circuito primário do reator em contato com a água desmineralizada são confeccionados em aço inoxidável AISI 304.

5.2 MATERIAIS DOS ELEMENTOS COMBUSTÍVEIS

O material do combustível do reator Triga IPR-R1 consiste de uma mistura homogênea de urânio e hidreto de zircônio. Dois tipos de elementos combustíveis estão presentes no núcleo do reator: elementos com revestimento de alumínio 1100-F e elementos com revestimento de aço inoxidável AISI 304.

A mistura combustível no elemento com revestimento de alumínio contém 8,0% em massa de urânio, 91% de zircônio e 1,0% de hidrogênio, equivalentes a uma razão atômica de U:Zr:H de 0,03:1:1; no elemento com revestimento de aço, estas proporções são 8,5%,

89,9% e 1,6%, o que corresponde a uma razão atômica de 0,04:1:1,6. Estes dois compostos são denotados pelas fórmulas $\text{U-ZrH}_{1,0}$ e $\text{U-ZrH}_{1,6}$, respectivamente. O enriquecimento em U^{235} é de 20% em peso em ambas as misturas combustíveis.

5.2.1 Características do Hidreto de Zircônio e Urânio

O combustível-moderador à base de hidreto de zircônio e urânio foi desenvolvido para atender ao requisito de um núcleo intrinsecamente seguro. A característica ímpar deste material é o coeficiente de temperatura pronto negativo que fornece ao reator sua segurança intrínseca, limitando automaticamente a potência do reator para um nível seguro no evento de uma excursão de potência.

A presença do moderador, hidrogênio, em mistura homogênea com o combustível, urânio, não permite que haja defasagem entre a temperatura do combustível e do moderador. Dessa forma, a energia média dos nêutrons térmicos segue prontamente a temperatura dos elementos combustíveis. O aumento da temperatura do combustível provoca imediata redução na seção de choque de fissão do U^{235} devido ao aumento da energia dos nêutrons.

Por outro lado, a presença de U^{238} no núcleo contribui para um pronto decréscimo na população de nêutrons, como resultado de uma grande absorção parasítica de nêutrons causada pelo alargamento Doppler das seções de choque de ressonância do U^{238} . De fato, se todas as barras de controle fossem subitamente retiradas do núcleo do reator Triga, o aumento de temperatura do combustível causaria imediata redução na população de nêutrons levando ao término da incursão de potência, evitando assim a ocorrência de danos ao núcleo.

Publicações recentes acerca das propriedades do hidreto de zircônio e urânio são escassas na literatura. Os poucos trabalhos obtidos são da década de 80 ou anteriores e, além disso, todos eles são provenientes da *General Atomic Company*. As referências Merten et al (1959), Wallace & Simnad (1961), Simnad et al. (1976) e Simnad (1981) tratam essencialmente das propriedades das ligas U-ZrH_x . O último trabalho, publicado por Simnad em 1981, aborda mais detalhadamente as propriedades metalúrgicas, mecânicas, térmicas e de corrosão dos combustíveis à base de hidreto de zircônio e urânio.

Diagrama de Fase

A Figura 5.2-1, construída a partir das curvas apresentadas por Simnad (1981), mostra o diagrama de fases do sistema zircônio-hidrogênio. O zircônio ocorre em duas formas cristalinas: alfa (estável abaixo de 860°C) e beta (estável acima de 860°C). A fase alfa apresenta empacotamento hexagonal fechado e não absorve muito hidrogênio; a pequena quantidade de hidrogênio que é absorvida forma uma solução sólida com o zircônio.

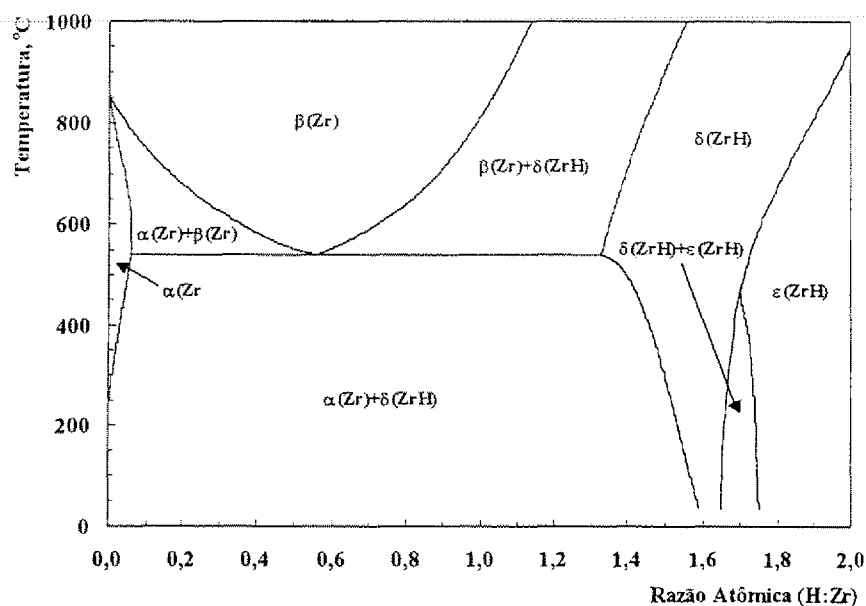


Figura 5.2-1 Diagrama de fases do hidreto de zircônio.

O sistema ZrH, além das fases do zircônio, contém no mínimo quatro fases separadas do hidreto, descritas a seguir conforme Simnad et al (1976) e Simnad (1981):

- 1) Fase α : solução sólida, a baixa temperatura, de hidrogênio em zircônio alfa com empacotamento hexagonal fechado.
- 2) Fase β : solução sólida, a alta temperatura, de hidrogênio em fase de zircônio com estrutura cúbica de corpo centrado.
- 3) Fase δ : fase de hidreto com estrutura cúbica de face centrada.
- 4) Fase ϵ : fase de hidreto com estrutura tetragonal de face centrada, que se estende da fase δ ao ZrH_2 .

A temperatura ambiente, ocorre uma região bifásica de $\delta+\epsilon$ no intervalo de razão atômica que se estende de 1,64 a 1,74, a qual diminui em largura com o aumento da temperatura e se extingue por volta de 455°C. A temperaturas acima de aproximadamente 455°C, as fases δ e ϵ são separadas por um único contorno que intercepta a linha ZrH_2 a cerca de 903 °C.

Como descrito por Wallace e Simnad (1961), o processo de fabricação do hidreto de zircônio e urânio inicia-se com a obtenção de uma mistura homogênea U-Zr que, em seguida, sofre um processo de hidretação pela exposição a uma atmosfera de hidrogênio puro. O urânio presente é aparentemente expulso da solução durante o processo de hidretação. O urânio rejeitado permanece como uma dispersão fina e uniforme na solução.

O efeito da adição de urânio ao sistema Zr-H é a mudança dos contornos das fases no diagrama da Figura 5.2-1 para temperaturas ligeiramente mais baixas. Assim, por exemplo, a temperatura eutética baixa de 547 °C para 541 °C. O diagrama de fases do hidreto de zircônio e urânio, com 1% e 25% em peso de urânio, é mostrado na Figura 5.2-2.

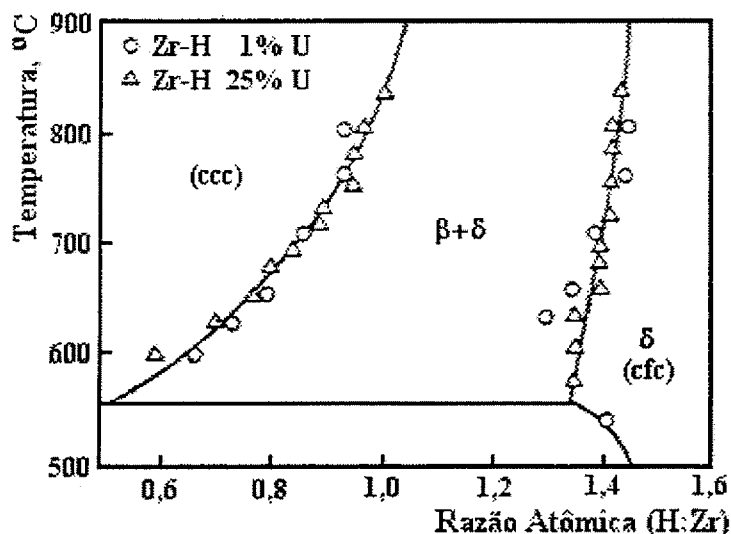


Figura 5.2-2 Diagrama de fases do hidreto zircônio e urânio.

Para elevadas concentrações de urânio (25 a 50% em peso), os contornos das fases no diagrama do ZrH mantêm-se relativamente inalterados na região com alto teor de hidrogênio, mas as fases α e β são bastante afetadas. O principal efeito da adição de urânio na região com baixa concentração de hidrogênio é o alargamento da faixa da fase α .

Resistência à corrosão

Simnad e colaboradores (1976 ,1981) relatam os resultados de vários experimentos conduzidos na General Atomic que demonstram que os hidretos de zircônio e urânio têm uma elevada resistência à corrosão e baixa reatividade em água, vapor e ar, o que se pode atribuir à formação de uma fina película superficial de óxido que inibe os processos de transferência de massa.

Pressão de Dissociação

As pressões de equilíbrio do hidrogênio nos hidretos de zircônio e urânio são comparáveis em ligas contendo até 75% em peso de urânio. Na região δ , a pressão de dissociação do sistema zircônio-hidrogênio pode ser expressa em função da concentração de hidrogênio e da temperatura pela relação apresentada por Simnad (1981):

$$p = \exp \left(K_1 + \frac{10^3 K_2}{T_K} \right) \quad (5.2-1)$$

com

$$K_1 = -4,2270 + 88,9795x - 78,8955x^2 + 21,3728x^3,$$

$$K_2 = -72,0668 + 54,2814x - 13,8800x^2,$$

onde p é a pressão em kPa, T_K é a temperatura em Kelvin, e x é razão atômica H:Zr.

As pressões de equilíbrio do hidrogênio em função da temperatura para os hidretos $ZrH_{1,0}$ e $ZrH_{1,6}$ são mostradas na Figura 5.2-3. A curva para o $ZrH_{1,0}$ foi traçada a partir de dados representados em gráfico pela Gulf General Atomic (1970), os quais podem ser aproximados por:

$$p = \exp(aT - b), \quad (5.2-2)$$

onde, para $T < 820^\circ\text{C}$,

$$a = 0,0261309 \quad e \quad b = 17,99203$$

e para $T \geq 820^\circ\text{C}$,

$$a = 0,0132974 \quad e \quad b = 7,47317.$$

A curva para o $\text{ZrH}_{1,6}$ é descrita pela equação

$$p = \exp\left(23,7107 - \frac{20,7494 \times 10^3}{T_K}\right), \quad (5.2-3)$$

obtida pela substituição de $x = 1,6$ na Equação (5.2-1).

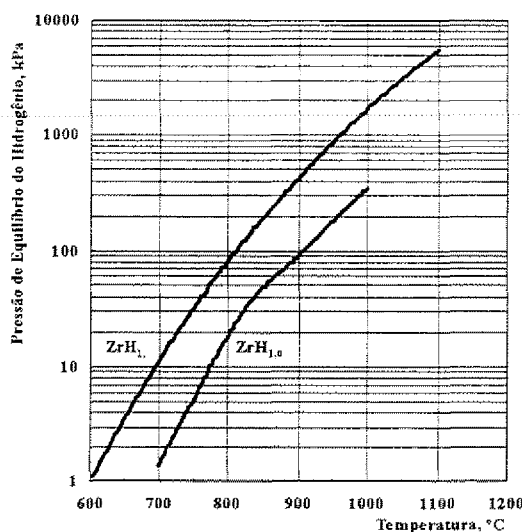


Figura 5.2-3 Pressão de equilíbrio do hidrogênio em $\text{ZrH}_{1,0}$ e $\text{ZrH}_{1,6}$.

Os hidretos com razão $\text{H}:\text{Zr} > 1,5$ são monofásicos (delta ou épsilon) e não estão sujeitos a separação de fase por efeito da temperatura. À razão atômica de 1,6, a pressão de dissociação do hidrogênio é aproximadamente 100 kPa (1 atm) à temperatura de 800°C. Isto permite uma considerável variação na temperatura do combustível sem causar aumentos importantes na pressão interna do elemento.

A ausência de uma segunda fase nos hidretos com $\text{H}:\text{Zr} > 1,5$ elimina também o problema de grandes variações de volume associadas à transformação de fase que ocorre por volta de 540°C nos hidretos com $\text{H}:\text{Zr} < 1,5$. Além disso, a ausência de difusão térmica significativa de hidrogênio nos hidretos com elevada razão $\text{H}:\text{Zr}$ suprime ao mesmo tempo as variações de volume e trincamento do combustível. Os revestimentos de aço inoxidável ou de ligas de níquel fornecem uma barreira satisfatória ao hidrogênio durante vários anos, desde que as temperaturas do revestimento sejam mantidas abaixo de 300°C em ambientes de água ou vapor.

Migração do Hidrogênio

Sob a ação de gradientes térmicos no combustível, o hidrogênio migra de regiões de temperaturas mais altas para as regiões de temperaturas mais baixas, ou seja, do centro para a periferia do combustível. A pressão de dissociação de equilíbrio do hidrogênio quando a redistribuição se completa é menor que aquela que existia antes da redistribuição.

A variação dimensional dos elementos combustíveis como resultado da migração de hidrogênio é de pouca importância nos hidretos com razões H:Zr maiores que 1,5. Nos hidretos com baixo teor de hidrogênio ($H:Zr < 1,5$), uma migração mais intensa de hidrogênio é observada a temperaturas acima de 250°C.

Efeitos da irradiação

Simnad e colaboradores relatam que foram observadas queimas de até 75% em massa de U^{235} sem causar danos a elementos combustíveis de reatores TRIGA. O efeito mais importante da irradiação nos hidretos de zircônio e urânio é o aumento de volume ou inchamento. A expansão do $U-ZrH_x$ sob irradiação a longo prazo é causada por três mecanismos:

- 1) Fenômeno saturável de nucleação de cavidade que resulta da nucleação e expansão de interstícios, criando vazios em certas faixas de temperatura onde esses são estáveis. A saturação da expansão governada por este mecanismo é denominada inchamento de referência (*offset swelling*, na terminologia inglesa). Normalmente, a saturação é alcançada em aproximadamente 1500 horas de operação.
- 2) Acomodação dos produtos sólidos de fissão do U^{235} , que pode resultar numa expansão volumétrica de 1,2% a 2,3% por percentagem de queima de átomos do metal (urânio mais zircônio). Este mecanismo é relativamente independente da temperatura.
- 3) Aglomeração dos gases de fissão para formar bolhas, o que ocorre pela difusão de criptônio e xenônio a elevadas temperaturas (acima de 700°C).

Com base em resultados experimentais, Simnad et al. (1976) propuseram a seguinte correlação para o cálculo da expansão volumétrica do combustível em função da queima e

da temperatura de referência:

$$\frac{\Delta V}{V} = 3B + 0,055 \exp \left\{ -2,3B_0 \exp \left[\frac{21,5}{2} \left(\frac{1033,3}{T_K} - 1 \right) \right] - 21,5 \left(\frac{1033,3}{T_K} - 1 \right) \right\} \quad (5.2-4)$$

onde B é a queima em percentagem de átomos do metal; B_0 é taxa de queima de referência, isto é, a queima por 10.000 horas de operação; T_K é a temperatura média absoluta do combustível no instante em que se completa a expansão de referência.

Admitindo-se que as fissões ocorram predominantemente no U^{235} , a queima expressa em fração do número total de átomos do metal pode ser relacionada à queima em fração de massa do U^{235} pela equação

$$\frac{\Delta n}{n} = \epsilon f_U \left(\frac{M_{U-Zr}}{M_{U^{235}}} \right) \left(\frac{\Delta m_{U^{235}}}{m_{U^{235}}} \right) \quad (5.2-5)$$

onde: Δn , número de átomos do metal que foram fissionados; n , número inicial de átomos do metal; ϵ , fração de enriquecimento em U^{235} ; f_U , fração em massa de urânio no metal; M_{U-Zr} , massa atômica de metal na mistura; $M_{U^{235}}$, massa atômica do U^{235} ; $\Delta m_{U^{235}}$, massa fissionada de U^{235} .

A fração em massa de urânio no metal pode ser calculada com

$$f_u = \frac{w_u}{w_u + w_{Zr}},$$

em que w_U e w_{Zr} são os teores de urânio e zircônio no hidreto.

A massa atômica do metal é dada por

$$M_{U-Zr} = f_U [\epsilon M_{U^{235}} + (1 - \epsilon) M_{U^{238}}] + (1 - f_U) M_{Zr}, \quad (5.2-6)$$

com

$$M_{U^{235}} = 235,0439, \quad M_{U^{238}} = 238,07 \quad \text{e} \quad M_{Zr} = 91,22.$$

Por exemplo, para o hidreto de zircônio e urânio com

$$w_U = 0,08, \quad w_{Zr} = 0,91 \quad \epsilon = 0,20 \quad \text{e} \quad (\Delta m / m)_{U^{235}} = 75\%,$$

a Equação (5.2-5) resulta em uma queima $\Delta n/n$ de 0,53% dos átomos do metal.

5.2.2 Propriedades do Hidreto de Zircônio e Urânio

Esta subseção ocupa das propriedades físicas dos materiais combustíveis $\text{U-ZrH}_{1,0}$ e $\text{U-ZrH}_{1,6}$, que são necessárias à simulação termo-hidráulica do reator Triga IPR-R1 com o programa STHIRP-1. É dada ênfase à formulação de relações que expressam as propriedades em função da razão atômica H:Zr e da temperatura.

Densidade

A densidade do hidreto de urânio e zircônio (U-ZrH_x) pode ser determinada com

$$\rho_{\text{U-ZrH}_x} = \frac{1}{w_{\text{U}}/\rho_{\text{U}} + w_{\text{ZrH}}/\rho_{\text{ZrH}}}, \quad (5.2-7)$$

onde w_{U} e w_{ZrH} são, respectivamente, as frações em peso de urânio e de hidreto de zircônio na mistura combustível; ρ_{U} é a densidade do urânio ($19,07 \text{ g/cm}^3$); e ρ_{ZrH} é a densidade do hidreto de zircônio.

A densidade do hidreto de zircônio (ZrH_x) em função da razão hidrogênio-zircônio é dada pelas expressões propostas por Simnad (1981)

$$\rho_{\text{ZrH}} = \frac{1}{0,1541 + 0,0145x}, \quad \text{se } x \leq 1,6 \quad (5.2-8)$$

$$\rho_{\text{ZrH}} = \frac{1}{0,1706 + 0,0042x}, \quad \text{se } x \geq 1,6. \quad (5.2-9)$$

Para uma mistura combustível $\text{U-ZrH}_{1,0}$, a substituição de $w_{\text{U}} = 0,08$, $w_{\text{ZrH}} = 0,92$ e $x = 1,0$ nas equações precedentes resulta em

$$\rho_{\text{U-ZrH}_{1,0}} = 6,28 \text{ g/cm}^3.$$

Este resultado está em concordância com o valor fornecido pela relação

$$\rho_{\text{U-ZrH}_x} = 6,83 - 0,55x, \quad x \leq 1,3 \quad (5.2-10)$$

para a densidade de uma liga ternária com 8% em peso de urânio (General Electric, 1970).

A densidade da mistura $\text{U-ZrH}_{1,6}$ com $w_{\text{U}} = 0,085$, $w_{\text{ZrH}} = 0,915$ e $x = 1,6$, é

$$\rho_{\text{U-ZrH}_{1,6}} = 6,00 \text{ g/cm}^3.$$

Condutividade Térmica

A aplicação de regressão linear a dados apresentados por Wallace e Simnad (1969) para a condutividade térmica do $\text{U-ZrH}_{1,0}$ com 8 % em massa de urânio em função da temperatura conduz à aproximação

$$k_{\text{U-ZrH}_{1,0}}(T) = 22,87 - 4,313 \times 10^{-2} T + 1,124 \times 10^{-4} T^2 - 1,004 \times 10^{-7} T^3, \quad (5.2-11)$$

com a temperatura em °C e a condutividade em W/mK. A expressão é válida no intervalo de temperaturas $72^\circ\text{C} \leq T \leq 410^\circ\text{C}$.

A expressão

$$k_{\text{U-ZrH}_{1,6}}(T) = 17,58 + 0,0075T \quad (5.2-12)$$

é apresentada por Simnad et al. (1976) para o cálculo da condutividade térmica do $\text{U-ZrH}_{1,6}$ com 8,5% em massa de urânio. Não há indicação da faixa de validade desta relação. Em publicação mais recente, Simnad (1981) relata que a condutividade térmica do $\text{U-ZrH}_{1,6}$, estimada com base em medidas efetuadas na General Atomic para a difusividade térmica e em valores da densidade e do calor específico, mostra-se independente do teor de urânio e da temperatura; o valor $17,6 \pm 0,8$ W/mK é indicado para cálculos de projeto.

As condutividades térmicas de ambos os tipos de combustíveis, calculadas através das equações (5.2-11) e (5.2-12), são comparadas na Figura 5.2-4 com as condutividades térmicas do urânio e do zircônio registradas por Bowen et al. (1958).

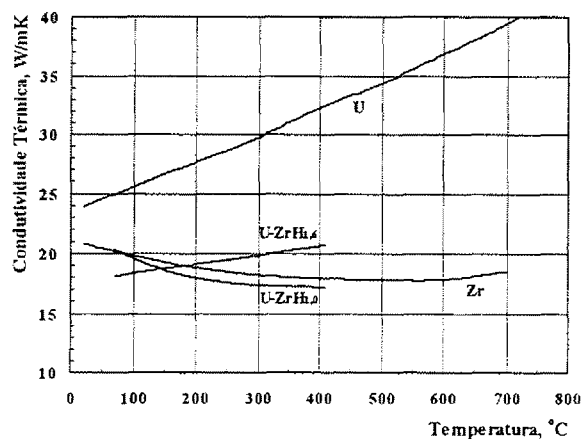


Figura 5.2-4 Condutividades térmicas do urânio e de ligas de zircônio.

Calor Específico

O calor específico do hidreto de zircônio e urânio pode ser estimado a partir da relação

$$c_{p,U-ZrH_x} = w_U c_{p,U} + (1 - w_U) c_{p,ZrH_x}, \quad (5.2-13)$$

onde w_U denota a fração de massa do urânio no hidreto.

As expressões para o calor específico do urânio e para o calor específico do hidreto $ZrH_{1,0}$ em função da temperatura foram obtidas através de ajuste polinomial a dados compilados por Touloukian e Buyco (1970).

No intervalo de temperaturas de 0°C a 668°C, o calor específico do urânio (fase α) é aproximado por

$$c_{p,U}(T) = 0,1145 + 8,456 \times 10^{-5} T - 3,435 \times 10^{-8} T^2 + 1,692 \times 10^{-10} T^3, \quad (5.2.14)$$

com $c_{p,U}$ em kJ/kgK e T em °C. Esta equação correlaciona também dados de calor específico apresentados por Bowen (1958), na faixa de 27 a 627°C, com desvios inferiores a 0,5%.

O calor específico do $ZrH_{1,0}$ é dado pela aproximação seguinte, que é válida no intervalo de 50 a 525°C:

$$c_{p,ZrH_{1,0}}(T) = 0,310 + 6,66 \times 10^{-4} T. \quad (5.2.15)$$

A substituição das duas últimas equações e de $w_U = 0,08$ na Equação (5.2-13) resulta na expressão para o calor específico do combustível U- $ZrH_{1,0}$ com 8% em peso de urânio

$$c_{p,U-ZrH_{1,0}}(T) = 0,294 + 6,196 \times 10^{-4} T - 2,748 \times 10^{-9} T^2 + 1,354 \times 10^{-11} T^3. \quad (5.2-16)$$

Simnad et al. (1976) expressam a entalpia (em J/mol) da fase delta de ZrH_x como

$$(h - h_{25^\circ C})_{ZrH_x} = a(x) + b(x)T + 0,03488T^2, \quad (5.2-17)$$

com a temperatura T em °C e

$$a(x) = -882,95 + 370,18(1,65 - x),$$

$$b(x) = 34,446 - 14,8071(1,65 - x).$$

Usando a definição de calor específico, $c_p = (\partial h / \partial T)_p$, obtém-se

$$c_{p, ZrH_x}(T) = b(x) + 0,06976T.$$

Fazendo $x = 1,6$ (correspondente à razão atômica $H:Zr=1,6$) e tomando a massa molecular do $ZrH_{1,6}$ como 92,8328, esta equação resulta em

$$c_{p, ZrH_{1,6}}(T) = 0,3631 + 7,5146 \times 10^{-4} T, \quad (5.2-18)$$

com c_p está em kJ/kgK. Por fim, substituindo $w_U = 0,085$ e as Equações (5.2-14) e (5.2-18) na Equação (5.2-13), obtém-se fórmula aproximada para o calor específico do $U-ZrH_{1,6}$ com 8,5% em peso de urânio:

$$c_{p, U-ZrH_{1,6}}(T) = 0,3420 + 6,948 \times 10^{-4} T - 2,920 \times 10^{-9} T^2 + 1,438 \times 10^{-11} T^3. \quad (5.2-19)$$

A Figura 5.2-5 mostra os calores específicos das misturas 8,0% $U-ZrH_{1,0}$ e 8,5% $U-ZrH_{1,6}$ em função da temperatura.

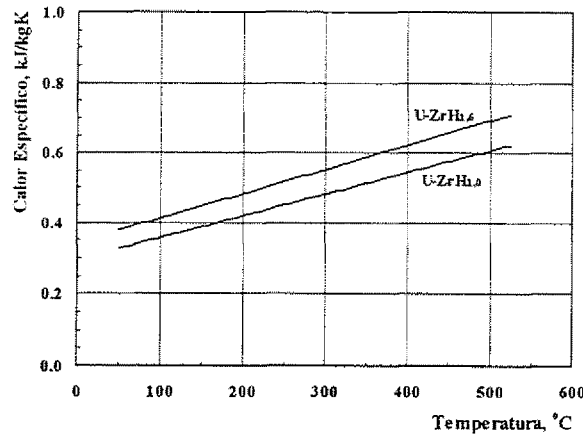


Figura 5.2-5 Calores específicos dos combustíveis $U-ZrH_{1,0}$ e $U-ZrH_{1,6}$.

Coeficiente Médio de Expansão Térmica Linear

A expansão térmica radial do combustível é calculada no programa STHIRP-1 com a relação

$$\Delta R = R - R_0 = R_0 \bar{\alpha}(T - T_0) \quad (5.2-20)$$

onde R é o raio do combustível à temperatura T , R_0 é o raio do combustível à temperatura

de referência T_0 ($T_0 = 25^\circ\text{C}$) e $\bar{\alpha}$ é o coeficiente médio de expansão térmica linear em $^\circ\text{C}^{-1}$. Este coeficiente médio é definido por

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{T - T_0} \int_{T_0}^T \alpha(T) dT, \quad (5.2-21)$$

em que $\alpha(T)$ é o coeficiente instantâneo de expansão térmica linear.

Simnad (1981) relata que, em trabalho realizado na General Atomic, medidas do coeficiente de expansão do combustível U-ZrH_{1.6} com 45% em massa de urânio foram comparadas com valores do coeficiente de expansão do U-ZrH_{1.6} com 8 a 12% em massa de urânio. Para a densidade máxima de potência do elemento combustível, essas comparações indicaram uma expansão radial máxima de 0,6% para o combustível U-ZrH_{1.6} com 45% de urânio e de 0,5% para o combustível U-ZrH_{1.6} com 8 a 12% de urânio.

Simnad (1981) descreve também que, para expansões entre a temperatura ambiente e a temperatura T , o coeficiente médio de expansão térmica linear da liga U-ZrH_{1.6} com 45% de urânio pode ser descrito por

$$\bar{\alpha}(T) = 10^{-6} (7,38 + 15,1 \times 10^{-3} T), \quad (5.2-22)$$

em que $20^\circ\text{C} \leq T \leq 800^\circ\text{C}$. A uma temperatura média do combustível de 450°C , esta equação resulta em $\Delta R/R_0 = 0,006$, que é justamente o valor encontrado nas medidas realizadas pela General Atomic.

Admitindo-se que a razão entre os coeficientes de expansão do U-ZrH_{1.6} com 8 a 12% de urânio e do U-ZrH_{1.6} com 45% de urânio permaneça constante, a equação precedente multiplicada pela razão 0,05/0,06 resulta na seguinte expressão aproximada para o coeficiente de expansão do combustível com 8 a 12% de urânio

$$\bar{\alpha}(T) = 10^{-6} (6,15 + 12,6 \times 10^{-3} T). \quad (5.2-23)$$

Conhecendo-se a expressão para o coeficiente médio de expansão térmica linear entre a temperatura de referência T_0 e a temperatura T , da forma

$$\bar{\alpha}(T) = b_0 + b_1 T + b_2 T^2 + b_3 T^3, \quad (5.2-24)$$

pode-se mostrar que o coeficiente médio no intervalo entre uma outra temperatura de

referência T'_0 e a temperatura T será dado por

$$\bar{\alpha}'(T) = c_0 + c_1 T + c_2 T^2 + c_3 T^3, \quad (5.2-25)$$

em que

$$c_0 = b_0 + (b_1 + b_2 T'_0 + b_3 T'^2_0)(T'_0 - T_0),$$

$$c_1 = b_1 + (b_2 + b_3 T'_0)(T'_0 - T_0),$$

$$c_2 = b_2 + b_3(T'_0 - T_0),$$

$$c_3 = b_3.$$

Estas transformações, se aplicadas à Equação (5.2-23), resultam na seguinte expressão para coeficiente médio de expansão do U-ZrH_{1,6} com 8% de urânio no intervalo entre 25°C e a temperatura T :

$$\bar{\alpha}(T) = 10^{-6}(6,21 + 12,6 \times 10^{-3} T). \quad (5.2-26)$$

A curva para o coeficiente de expansão do U-ZrH_{1,0} com 8% de urânio será provavelmente semelhante àquela dada pela equação precedente, exceto que os resultados deverão ser um pouco menores.

5.2.3 Propriedades do Alumínio 1100-F

O Al 1100-F é uma liga com 99,00% de alumínio, produzida sem qualquer tratamento suplementar, caracterizada por excelente ductibilidade e resistência à corrosão, elevadas condutividades térmica e elétrica, baixas absorção neutrônica e radioatividade induzida. A composição química da liga 1100 pode ser resumida como se segue:

Al	≥ 99,00%
Si + Fe	≤ 1,0%
Cu	0,05% – 0,20%
Zn	≤ 0,10%
Mn	≤ 0,05%

As propriedades do alumínio 1100, incluindo a densidade, a condutividade térmica, o calor específico e o coeficiente médio de expansão térmica linear, são discutidas a seguir.

Densidade

O alumínio de alta pureza (99,9998%) tem uma densidade de $2,69808 \pm 0,00009$ g/cm³ a 25°C (Brandt, 1967). A densidade do alumínio 1100 é ligeiramente maior, sendo registrada por McCall et al. (1979) como 2,705 g/cm³ a 20°C.

Condutividade Térmica

A condutividade térmica do alumínio de alta pureza (Al 99,996) pode ser relacionada à condutividade elétrica pela correlação empírica apresentada por Brandt (1967) e por Dean (1967)

$$k = 2,102 \times 10^{-8} \lambda T_K + 12,56, \quad (5.2-27)$$

onde k é a condutividade térmica em W/mK, λ é a condutividade elétrica em $(\Omega m)^{-1}$, e T_K é a temperatura Kelvin.

A resistividade elétrica de uma liga de alumínio, que é o inverso de sua condutividade, pode ser avaliada com

$$\rho = \frac{1}{\lambda} = \rho_{Al \text{ puro}} + \Delta\rho, \quad (5.2-28)$$

onde $\rho_{Al \text{ puro}}$ é a resistividade do alumínio de alta pureza e $\Delta\rho$ é a variação da resistividade causada pelos elementos de liga. A aplicação de regressão a dados tabulares compilados por Brandt (1967) no intervalo de temperatura entre 0°C e 600°C resulta em

$$\rho_{Al \text{ puro}} = \rho_{20^\circ C} [1 + a_1(T - 20) + a_2(T - 20)^2 + a_3(T - 20)^3], \quad (5.2-29)$$

onde $\rho_{20^\circ C}$ é a resistividade do Al 99,999% a 20°C, dada por Barrand e Gadeau (1969) como 26,30 nΩm; os valores dos coeficientes são:

$$a_1 = 4,0722 \times 10^{-3}, \quad a_2 = 6,7007 \times 10^{-7} \quad \text{e} \quad a_3 = 6,4941 \times 10^{-10}.$$

Dean (1969) descreve que a variação da resistividade do alumínio 99,996% com a temperatura é aproximadamente constante e igual a 0,115 nΩm/°C no intervalo de temperatura entre -160°C e 300°C. Como as relações resistividade-temperatura de alumínio com grau de pureza mais baixo formam uma família de retas paralelas àquela do alumínio puro, a variação da resistividade com a temperatura é essencialmente independente da composição. Conseqüentemente, a relação $\Delta\rho/\Delta T = 0,115$ nΩm/°C pode ser utilizada na

avaliação da resistividade de uma liga a qualquer temperatura, desde que se conheça sua resistividade a outra temperatura e que não ocorram variações metalúrgicas.

A resistividade do alumínio 1100 à temperatura de 20°C é dada por McCall et al. (1979) como 29,2 nΩm. Portanto, usando a relação $\Delta\rho/\Delta T = 0,115 \text{ n}\Omega\text{m}/^\circ\text{C}$, obtém-se

$$\rho_{\text{Al1100}} = 29,2 \times 10^{-9} + 0,115 \times 10^{-9} (T - 20) \quad -160^\circ\text{C} \leq T \leq 300^\circ\text{C} \quad (5.2-30)$$

Os valores da condutividade térmica do alumínio 1100 obtidos com a Equação (5.2-27), considerando-se alternativamente as Equações (5.2-28) e (5.2-30) na determinação da resistividade elétrica, são comparados na Figura 5.2-6 com a condutividade térmica do alumínio 99,996%. A condutividade térmica do alumínio puro foi calculada a partir da Equação (5.2-27), com a condutividade elétrica dada pelo recíproco da Equação (5.2-29). Observa-se que a presença das impurezas reduz sensivelmente a condutividade térmica do alumínio e que os resultados previstos via Equação (5.2-28) e via Equação (5.2-30) não apresentam diferenças apreciáveis. Os desvios entre esses resultados e os valores da ASME (1992) não ultrapassam 3,3%.

Os valores da condutividade térmica do Al 1100 dados pelas Equações (5.2-27) e (5.2-28) podem ser aproximados pelo polinômio

$$k_{\text{Al1100}}(T) = 223,7 - 4,7560 \times 10^{-2} T + 1,0215 \times 10^{-5} T^2 - 1,8887 \times 10^{-8} T^3, \quad (5.2-31)$$

com k em W/mK e T em °C.

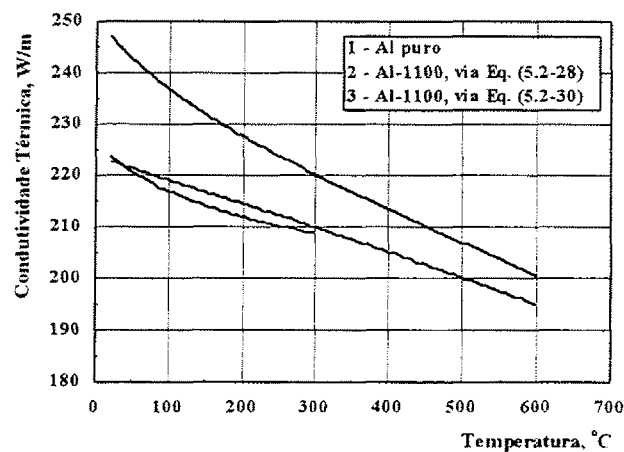


Figura 5.2-6 Condutividade térmica do alumínio puro e do alumínio 1100.

Calor Específico

O alumínio tem um calor específico relativamente elevado em comparação com outros metais e, conseqüentemente, pequenas ou moderadas concentrações de outros elementos numa liga de alumínio não afetam significativamente o seu calor específico. Assim, o calor específico do Al 1100 pouco difere do calor específico do alumínio puro, podendo ser descrito pela expressão

$$c_{p,Al1100}(T) = 0,892 + 4,436 \times 10^{-4} T + 3,633 \times 10^{-8} T^2 \quad 20^\circ\text{C} < T < 630^\circ\text{C} \quad (5.2-32)$$

em unidades de kJ/kg°C. A equação, obtida mediante ajuste a valores do calor específico apresentados por Brandt (1967), reproduz dados da ASME (1992) na faixa de 20 a 200°C com precisão de 1% , bem como dados compilados por Touloukian e Buyco (1970) na faixa de 100 a 600°C com precisão de 2%.

Coefficiente Médio de Expansão Térmica Linear

A expansão térmica linear de uma liga de alumínio no intervalo de temperatura entre zero e 500°C pode ser calculada com a equação seguinte, apresentada por Brandt (1967):

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0} = 10^{-6} C (22,34T + 0,00997T^2), \quad (5.2-33)$$

onde L é o comprimento à temperatura T em °C, L₀ é o comprimento a 0 °C e C é um coeficiente que depende das concentrações dos elementos de liga; para o alumínio puro, o valor da constante C é igual a 1.

Empregando a formulação descrita por Dean (1967), que relaciona as variações de C às concentrações dos elementos de liga, pode-se demonstrar que o coeficiente C para o Al 1100 tem também um valor muito próximo de 1,00. Assim, a Equação (5.2-33) resulta na seguinte relação para o coeficiente médio de expansão térmica linear no intervalo entre a temperatura de referência T₀ e a temperatura T:

$$\bar{\alpha}(T) = 10^{-6} [(23,34 + 0,00997T_0) + 0,00997T] \quad (5.2-34)$$

com T em °C e $\bar{\alpha}$ em °C⁻¹.

A uma temperatura de referência de 20°C, a equação precedente reproduz perfeitamente os valores do coeficiente médio do alumínio puro registrados por Brandt (1967), Barrand e Gadeau (1969) e Mondolfo (1976), bem como aqueles para o Al 1100 compilados por McCall et al. (1979), ASME (1992) e Hoyt (1954). Os dados analisados cobriram a faixa de 20 a 600°C.

5.2.4 Propriedades do Aço Inoxidável AISI 304

As ligas ferro-cromo-níquel (Fe-Cr-Ni) da série 300, no sistema de designação do AISI (*American Iron and Steel Institute*), pertencem à família dos aços inoxidáveis austeníticos. Os aços desta família, contendo tipicamente 18% de cromo e 8% de níquel e baixo teor de carbono ($< 8\%$), são não-magnéticos e apresentam baixo limite de escoamento, elevadas ductibilidade e taxas de encruamento por trabalho a frio, excelente tenacidade, e não requerem técnicas especiais para serem produzidos.

Sob o aspecto de aplicação a reatores nucleares, os aços da série 300 exibem várias qualidades de um revestimento ideal, quais sejam: alta resistência à corrosão; elevada condutividade térmica; boa resistência aos efeitos da radiação, apesar de as propriedades serem por ela ligeiramente afetadas. Uma desvantagem é a seção de choque de absorção de nêutrons relativamente alta. Todos os aços desta série têm aproximadamente as mesmas propriedades termofísicas.

O aço inoxidável AISI 304 apresenta a seguinte composição química nominal:

C	$\leq 0,08\%$	P	: $\leq 0,045\%$
Cr	18,0 – 20,0%	S	: $\leq 0,030\%$
Mn	$\leq 2,00\%$	Si	: $\leq 1,00\%$
Ni	8,00 – 11,00%		

O restante desta seção é dedicado à descrição das propriedades termofísicas do aço inoxidável AISI 304.

Densidade

A ASME (1992) indica o valor de 7,90 g/cm³ para a densidade do aço inoxidável AISI 304 à temperatura de 20°C.

Condutividade Térmica

O ajuste polinomial a valores compilados pela ASME (1992) para a condutividade térmica do aço AISI 304, no intervalo $20^{\circ}\text{C} \leq T \leq 815^{\circ}\text{C}$, resulta na expressão

$$k_{\text{AISI 304}}(T) = 14,46 + 1,814 \times 10^{-2} T - 6,672 \times 10^{-6} T^2 + 3,173 \times 10^{-9} T^3, \quad (5.2-35)$$

para k em W/mK e T em $^{\circ}\text{C}$.

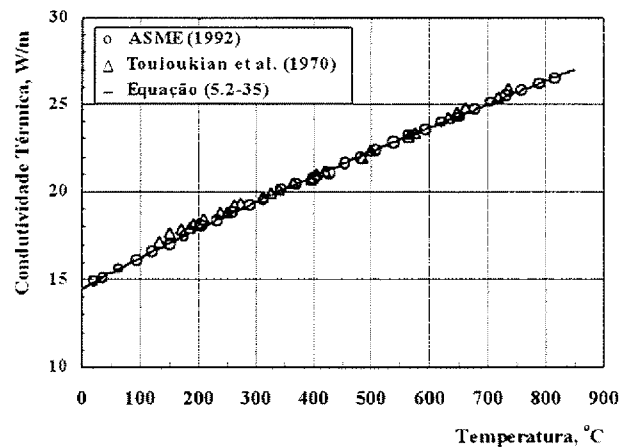


Figura 5.2-7 Condutividade térmica do aço inoxidável AISI 304.

Esta equação correlaciona também os resultados apresentados por Touloukian et al. (1970), na faixa de 130 a 735 $^{\circ}\text{C}$, com tolerância de 3,2%, que é da mesma ordem dos desvios dos dados. A Figura 5.2-7 mostra a condutividade térmica do aço em função da temperatura.

Calor Específico

Os valores do calor específico do aço inoxidável AISI 304, calculados a partir de resultados para a condutividade térmica e difusividade térmica registrados pela ASME (1992), são descritos com uma tolerância de 0,6% por

$$c_{p, \text{AISI 304}}(T) = 0,475 + 3,7099 \times 10^{-4} T - 4,8289 \times 10^{-7} T^2 + 2,6979 \times 10^{-10} T^3, \quad (5.2-36)$$

para c_p em kJ/kg $^{\circ}\text{C}$ e $20^{\circ}\text{C} \leq T \leq 815^{\circ}\text{C}$.

O calor específico do aço AISI 304 em função da temperatura é mostrado na Figura 5.2-8.

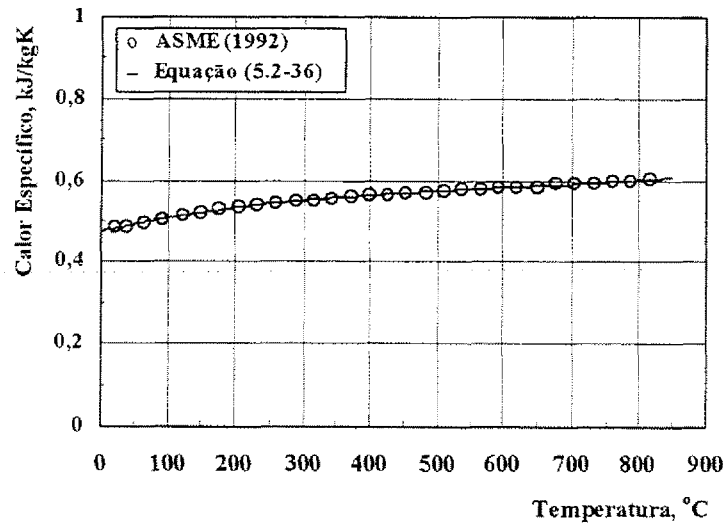


Figura 5.2-8 Calor específico do aço inoxidável AISI 304.

Coefficiente Médio de Expansão Térmica Linear

Valores do coeficiente médio de expansão térmica do aço AISI 304 compilados por Hoyt (1954) e pela ASM (1976), no intervalo de 100°C a 980°C e a uma temperatura de referência de 0°C, podem ser descritos pela equação

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_{\text{AISI 304}}(T) = 10^{-6} (17,00 + 3,013 \times 10^{-3} T - 2,123 \times 10^{-6} T^2 \\ + 2,374 \times 10^{-9} T^3), \end{aligned} \quad (5.2-37)$$

com T em °C e $\bar{\alpha}$ em °C⁻¹.

Efetuada a transformação desta equação para a temperatura de referência de 25°C, com a ajuda da Equação (5.2-25), chega-se à forma final da expressão aproximada para o coeficiente linear de expansão térmica linear do aço inoxidável AISI 304:

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_{\text{AISI 304}}(T) = 10^{-6} (17,07 + 2,962 \times 10^{-3} T - 2,063 \times 10^{-6} T^2 \\ + 2,374 \times 10^{-9} T^3), \end{aligned} \quad (5.2-38)$$

que é válida no intervalo de temperatura $25^\circ \text{C} \leq T \leq 800^\circ \text{C}$.

5.3 LIMITES OPERACIONAIS

O limite básico de operação do reator Triga é estabelecido em termos da temperatura do combustível. Este limite depende do tipo de combustível em consideração:

- Combustível de baixa hidretação, com razão atômica H:Zr menor que 1,5,
- Combustível de alta hidretação, com razão H:Zr de 1,5 ou mais.

Duas temperaturas são importantes quando se considera o limite operacional dos combustíveis com baixa hidretação. A primeira é a temperatura para a qual ocorre a transformação de fase na liga U-ZrH_{1,0}, o que pode resultar numa variação significativa no volume do combustível. Esta temperatura é de 550°C. A operação deste tipo de combustível a temperaturas acima de 550°C levará a uma deformação progressiva do elemento combustível e danos ao revestimento se a operação for prolongada.

A outra temperatura de interesse é aquela que causa a de-hidrogenação do combustível e uma subsequente sobrepressão interna e ruptura do revestimento. Esta temperatura varia com a razão H:Zr e com a resistência do material do revestimento.

A temperatura limite para os combustíveis de alta hidretação é determinada apenas pela sobrepressão que pode decorrer da de-hidrogenação, pois este tipo de combustível é monofásico e não está sujeito a variações de volume associadas à transformação de fase.

A tensão imposta ao revestimento pelo hidrogênio liberado do combustível pode ser estimada com a equação

$$S = \frac{R_C}{t_C} p_H,$$

onde p_H é a pressão interna do hidrogênio e R_C e t_C são, respectivamente, o raio interno e a espessura do revestimento.

À temperatura de 370°C, o limite de resistência do alumínio 1100 é 10,3 MPa (Bush, 1960) e do aço inoxidável AISI 304 é 438 MPa (Smith, 1960). Para as dimensões do revestimento de alumínio do combustível U-ZrH_{1,0}, $R_C = 1,789$ cm e $t_C = 0,076$ cm, a pressão interna máxima permitida será

$$p_H = \frac{0,076}{1,789} \times 10,3 \times 10^3 \text{ kPa} \approx 440 \text{ kPa}.$$

Analogamente, para o revestimento de aço inoxidável do combustível U-ZrH_{1,6}, com $R_C = 1,829$ cm e $t_C = 0,051$ cm, obtém-se

$$p_H = \frac{0,051}{1,829} \times 438 \times 10^3 \text{ kPa} \approx 12200 \text{ kPa}.$$

Portanto, a integridade dos revestimentos será preservada se as tensões exercidas pelo hidrogênio forem inferiores a estes valores.

Reportando-se à Figura 5.2-3 ou às Equações (5.2-2) e (5.2-3), as temperaturas do combustível que produzem as pressões acima, na condição de equilíbrio, são, aproximadamente, 1020°C no U-ZrH_{1,0} e 1180°C no U-ZrH_{1,6}. A condição de equilíbrio nunca ocorre, pois o combustível não se encontra como um todo a uma temperatura uniforme; conseqüentemente, as pressões do hidrogênio serão muito menores que os valores de equilíbrio calculados à temperatura máxima.

Como limite básico de projeto contra tensões excessivas nos revestimentos dos elementos combustíveis dos tipos usados no reator Triga IPR-R1, a General Atomic (1970) fixou a temperatura máxima do combustível em 900°C para U-ZrH_{1,0} com revestimento de alumínio e em 1150°C para U-ZrH_{1,6} com revestimento de aço inoxidável.

Entretanto, o limite operacional no caso de um núcleo carregado com ambos os tipos de elementos combustíveis não é a temperatura que produz uma tensão maior que o limite de resistência do alumínio, mas a temperatura que causa a transformação de fase do U-ZrH_{1,0}. Esta temperatura, sendo de aproximadamente 550°C, embora não seja um limite de segurança com respeito à manutenção da integridade do revestimento, estabelece uma margem operacional que preserva o combustível de grandes variações de volume.

5.4 DADOS DE ENTRADA DE STHIRP-1

Os dados de entrada necessários à simulação de um dado problema com o programa STHIRP-1 são fornecidos através de 16 grupos independentes de dados. Os dados do problema são ordenados por assuntos, de forma que os dados dentro de cada grupo são do mesmo tipo e apresentam características comuns. Por exemplo, dimensões geométricas dos subcanais, características das varetas combustíveis, informações sobre as condições operacionais do sistema são lidas em grupos distintos.

Em geral, cada grupo consiste de um registro (linha de dados) para identificação do grupo, de um segundo registro contendo números inteiros que identificam as opções selecionadas dentro do grupo e de registros subseqüentes que contêm os demais dados lidos no grupo. Comentários precedidos de asteriscos podem ser inseridos em qualquer ponto do conjunto de dados.

Os vários grupos de dados de entrada são listados a seguir na ordem em que são lidos pelo programa:

- Grupo INIT – Dados iniciais do problema, incluindo os números de subcanais, varetas e conexões, bem como a discretização axial do feixe de varetas.
- Grupo CHAN – Dimensões geométricas dos subcanais e informações sobre os subcanais adjacentes.
- Grupo RODS – Características geométricas e térmicas das varetas, incluindo diâmetros, fatores radiais de potência e índices dos subcanais ao redor de cada vareta e frações de potência a eles transferidas.
- Grupo CIRC – Dados para feixes com configuração circular, como no caso do núcleo do reator TRIGA IPR-R1. Suprime os grupos CHAN e RODS e permite a determinação automática das características dos subcanais e das varetas.
- Grupo FUEL – Dados para o combustível nuclear.
- Grupo GRID – Coeficientes de resistência hidráulica de grades espaçadoras, placa de orifícios e de outros tipos de obstruções.
- Grupo VARI – Tabelas de variações axiais de área de escoamento dos subcanais e da largura das conexões.
- Grupo DIST – Distribuições axiais de potência das varetas.
- Grupo CORR – Seleção de modelos e correlações para o escoamento.
- Grupo LOSS – Especificação de correlações para os coeficientes de atrito.

- Grupo MIXI – Modelos para a mistura transversal turbulenta.
- Grupo CALC – Parâmetros de cálculo, como duração e incremento de tempo de transitório, números de iterações, fatores de relaxação, tolerâncias de convergência, coeficientes de interpolação.
- Grupo PROP – Tabelas de propriedades do fluido.
- Grupo OPER – Condições operacionais do sistema e funções para transitórios.
- Grupo LIST – Seleção de opções para impressão de resultados calculados.
- Grupo LAST – Grupo indicador de término de entrada de dados.

Na leitura dos dados de entrada, cada grupo é identificado por sua respectiva palavra-chave de quatro caracteres na sentença alfanumérica presente no primeiro registro de cada grupo. Por exemplo, um registro com a sentença

CONDICOES OPERACIONAIS

indica ao programa que os dados que se seguem referem-se ao grupo OPER para as condições de operação.

Erros mais freqüentes de dados de entrada, como repetição ou esquecimento de grupos, ausência ou inconsistência de dados, seleção de opções impróprias, ultrapassagem de dimensões matriciais, são identificados pelo programa, que interrompe a leitura após a emissão de uma mensagem de diagnóstico de erro. O programa é capaz de identificar 451 tipos de erros de entrada e o grupo onde a falha ocorreu.

Os grupos FUEL, GRID E VARI são opcionais. Com exceção dos grupos INIT e LAST, que precisam ser o primeiro e o último grupo, todos os demais grupos podem ser fornecidos em qualquer ordem. Quando vários casos são executados consecutivamente, apenas os grupos modificados em relação ao caso precedente precisam ser fornecidos.

O restante desta seção trata da determinação dos parâmetros geométricos e físicos do núcleo do reator TRIGA IPR-R1, que serão usados na constituição dos grupos de dados de entrada para o programa STHIRP-1. Por conveniência, os dados serão reportados numa ordem que não correspondem à sequência dos grupos listados acima.

5.4.1 Dados Geométricos dos Subcanais

A Figura 5.4-1 mostra a seção do núcleo do reator TRIGA IPR-R1 discretizada em subcanais e varetas. Os elementos do núcleo encontram-se distribuídos radialmente de modo que seus centros coincidam com os vértices de polígonos regulares inscritos em cinco círculos concêntricos, identificados pelas letras B, C, D, E e F. A vareta rotulada como A-1 representa o tubo central, que é utilizado para a inserção de amostras a serem irradiadas no eixo central do núcleo. O círculo externo, com diâmetro $D_{\text{ref}} = 44,1$ cm, corresponde ao contorno interno do refletor de grafita. As medidas dos diâmetros dos cinco círculos concêntricos são:

$$D_B = 8,1 \text{ cm}, \quad D_C = 16,0 \text{ cm}, \quad D_D = 23,9 \text{ cm}, \quad D_E = 31,8 \text{ cm} \quad \text{e} \quad D_F = 39,8 \text{ cm}.$$

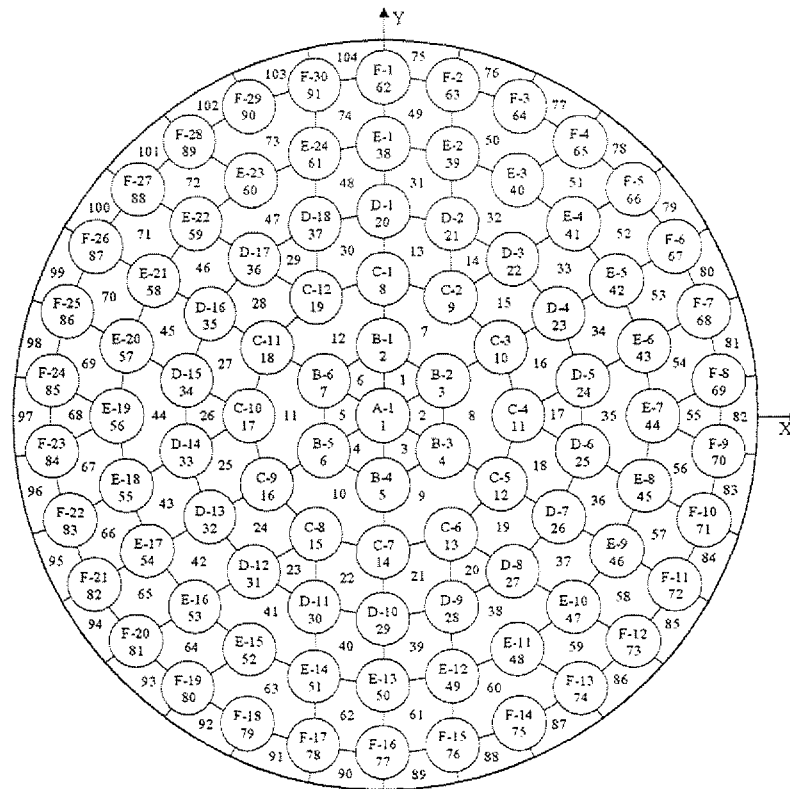


Figura 5.4-1 Configuração de subcanais no núcleo do reator IPR-R1.

As características geométricas dos subcanais necessárias à simulação termo-hidráulica do núcleo do reator compreendem as áreas de escoamento, os perímetros molhados e aquecidos, as larguras das conexões entre subcanais adjacentes, e as frações dos perímetros das varetas que faceiam cada subcanal.

Em vista das irregularidades dos reticulados, o cálculo manual das dimensões geométricas dos subcanais do núcleo do reator IPR-R1 mostra-se bastante complicado e demorado, especialmente se as determinações precisam ser efetuadas para várias configurações de carregamento dos elementos no núcleo. Por esta razão, coordenadas polares e fundamentos da geometria analítica foram utilizados no desenvolvimento de formulações simples e gerais para o cálculo dos dados geométricos dos subcanais. Essas fórmulas encontram-se implementadas no programa e são utilizadas quando se opta pelo grupo CIRC de dados de entrada.

O modelo desenvolvido para o cálculo das dimensões dos subcanais (Apêndice A) requer poucas informações acerca da geometria do núcleo. Tendo sido escolhido um eixo de referência com origem no centro do feixe circular (Figura 5.4-1), basta especificar o número de anéis concêntricos e respectivos diâmetros, os números e diâmetros das varetas uniformemente distribuídas sobre os anéis, e o ângulo horário entre o eixo de referência e o raio vetor que passa pelo centro da vareta mais próxima do eixo. Os índices das varetas que compõem cada subcanal, o diâmetro do anel que corresponde à superfície externa do feixe e a distribuição radial de potência das varetas precisam ser também especificados.

5.4.2 Distribuição Radial de Potência

Conforme Equação (3.3-22), a potência linear local (potência local por unidade de comprimento) de uma vareta combustível pode ser expressa como o produto da potência linear média do núcleo pelos fatores radial e axial de potência da vareta, ou seja,

$$q'_{\text{vareta}} = f_{\text{radial}} \cdot f_{\text{axial}} \cdot \bar{q}'_{\text{núcleo}} \quad (5.4-1)$$

O fator radial de potência pode ser definido como a razão entre a potência linear média da vareta e a potência linear média do núcleo, ou seja,

$$f_{\text{radial}} = \frac{\bar{q}'_{\text{vareta}}}{\bar{q}'_{\text{núcleo}}} \quad (5.4-2)$$

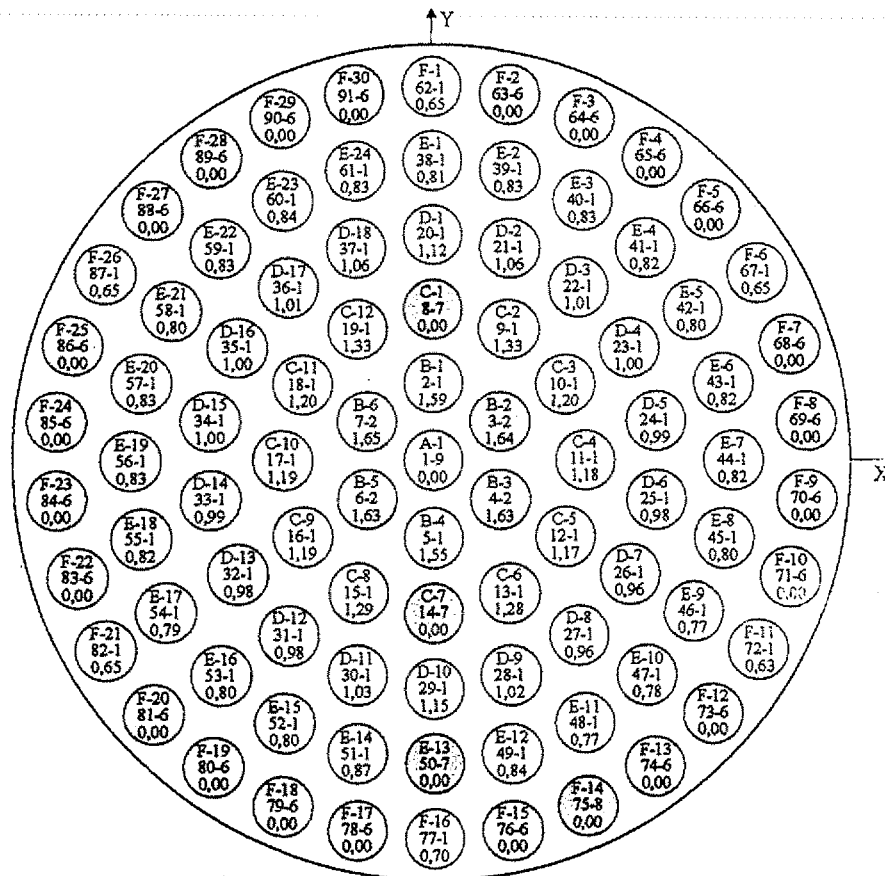
Os fatores radiais de potência dos elementos combustíveis no núcleo do reator TRIGA IPR-R1 utilizados neste trabalho foram determinados por Dalle (2003) através de cálculos neutrônicos com os códigos WIMSD4C e CITATION. A distribuição radial de potência do núcleo é apresentada na Figura 5.4-2.

5.4.3 Distribuição Axial de Potência

O fator axial de potência de uma vareta é definido por

$$f_{\text{axial}}(z) = \frac{q'_{\text{vareta}}(z)}{\bar{q}'_{\text{vareta}}} \quad (5.4-3)$$

onde z é a coordenada axial.



- a – identificação do anel
 i – número do elemento no anel
 m – número do elemento no núcleo
 n – tipo de elemento
 f – fator radial de potência

Tipo de Elemento	DESCRIÇÃO
○ 1	Elemento combustível com alumínio
○ 2	Elemento combustível com aço inox
○ 6	Elemento de grafita
○ 7	Elemento de controle
○ 8	Elemento com fonte de nêutrons
⊗ 9	Tubo central

Figura 5.4-2 Distribuição radial de potência.

Supondo-se que a distribuição axial do fluxo de nêutrons ao longo do comprimento da vareta combustível possa ser descrita por uma função senoidal e considerando-se que a densidade de potência seja proporcional ao fluxo de nêutrons, então

$$q'(z') = q'_{\max} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi z'}{L'}\right), \quad (5.4-4)$$

em que q'_{\max} é a densidade linear máxima em $z' = L'/2$, e L' é comprimento do semi-ciclo do seno. A função $q'(z')$ encontra-se representada na Figura 5.4-3. Os símbolos que não foram definidos acima têm os significados seguintes: L_0 , comprimento ativo da vareta; ℓ , distância de extrapolação do fluxo de nêutrons; a , comprimento não-ativo inferior; b , comprimento não-ativo superior; L , comprimento total da vareta; z , coordenada axial cuja origem coincide com a entrada dos subcanais.

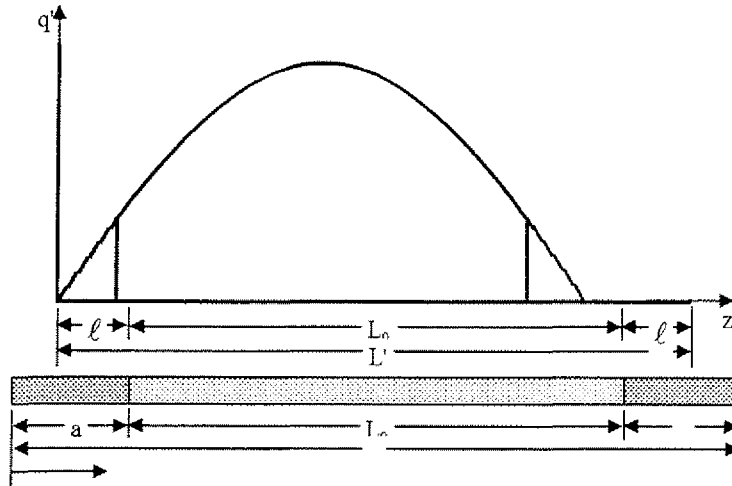


Figura 5.4-3 Distribuição axial de potência.

O valor médio da função $q'(z')$ no comprimento ativo é dado por

$$\bar{q}' = \frac{1}{L_0} \int_{-\ell}^{\ell+L_0} q'_{\max} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi z'}{L'}\right) dz' = q'_{\max} \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\alpha}, \quad (5.4-5)$$

onde

$$\alpha = \frac{\pi L_0}{2L'}. \quad (5.4-6)$$

Portando, a razão pico-média da distribuição é

$$F_z = \frac{q'_{\max}}{\bar{q}'} = \frac{\alpha}{\sin \alpha} \quad (5.4-7)$$

Conhecendo-se F_z , o valor de α pode ser facilmente obtido com o método iterativo de Newton-Raphson.

A relação entre a distância de extrapolação e o parâmetro α é

$$\ell = \frac{L_0}{2} \left(\frac{\pi}{2\alpha} - 1 \right), \quad (5.4-8)$$

pois $L' = L_0 + 2\ell$.

Considerado-se a definição de F_z , a combinação das Equações (5.4-4) e (5.4-5) conduz a

$$f_{\text{axial}} = \begin{cases} F_z \sin\left(\frac{\pi z'}{L'}\right) & \ell \leq z' \leq L_0 + \ell \\ 0 & z' < \ell \text{ ou } z' > L_0 + \ell \end{cases}$$

Enfim, fazendo a mudança de coordenadas $z' = z - a + \ell$, obtém-se a expressão

$$f_{\text{axial}}(z) = \begin{cases} F_z \cos\left[\frac{2\alpha}{L_0}(z - a) - \alpha\right] & a \leq z \leq L_0 + a \\ 0 & 0 \leq z < a \text{ ou } L_0 + a < z \leq L \end{cases} \quad (5.4-9)$$

que é usada no programa para determinar o fator axial de potência da vareta combustível em função da coordenada axial do subcanal.

Para o elemento combustível com revestimento de alumínio,

$$a = 11,43 \text{ cm}, \quad b = 11,43 \text{ cm}, \quad L_0 = 35,56 \text{ cm} \quad \text{e} \quad L = 58,42 \text{ cm}$$

e, para o elemento com revestimento de aço inoxidável,

$$a = 10,16 \text{ cm}, \quad b = 10,16 \text{ cm}, \quad L_0 = 38,10 \text{ cm} \quad \text{e} \quad L = 58,42 \text{ cm}.$$

O valor da razão pico-média, $F_z = 1,25$, utilizado pela *Gulf General Atomic* (1970) na análise do reator TRIGA Mark I da Universidade de Nova Iorque, foi considerado nas avaliações das distribuições axiais de potência do reator IPR-R1.

5.4.4 Resistências Hidráulicas à Entrada e à Saída dos Subcanais

Os coeficientes de resistência hidráulica nas vizinhanças da placa inferior e da placa superior, apresentados nas Tabelas 5.4-1 e 5.4-2, foram determinados com as relações empíricas propostas por Idelchik (1996). As fórmulas usadas destinam-se especificamente ao cálculo das variações de pressão em orifícios e em contração e expansão súbitas de áreas de escoamento.

5.4.5 Propriedades dos Materiais do Combustível e do Revestimento

Os valores de densidades e as relações para as condutividades térmicas, calores específicos e coeficientes lineares de expansão térmica reportados nas Subseções 5.2.2 a 5.2-4, para os hidretos zircônio e urânio, alumínio 1100 e aço inoxidável AISI 304, foram utilizados no modelo de condução térmica.

Tabela 5.4-1 Coeficientes de resistência hidráulica à entrada dos subcanais.

Subcanal	ζ	Subcanal	ζ	Subcanal	ζ	Subcanal	ζ
1	4,64	2	4,62	3	4,64	4	4,64
5	4,62	6	4,64	7	5,73	8	5,89
9	5,73	10	5,73	11	5,89	12	5,73
13	5,52	14	5,79	15	5,89	16	5,89
17	5,79	18	5,89	19	5,89	20	5,79
21	5,52	22	5,52	23	5,79	24	5,89
25	5,89	26	5,79	27	5,89	28	5,89
29	5,79	30	5,52	31	5,89	32	5,88
33	5,89	34	5,89	35	5,88	36	5,89
37	5,89	38	5,88	39	5,61	40	5,61
41	5,88	42	5,89	43	5,89	44	5,88
45	5,89	46	5,89	47	5,88	48	5,89
49	5,89	50	5,88	51	5,89	52	5,89
53	5,89	54	5,89	55	5,86	56	5,89
57	5,89	58	5,89	59	5,89	60	5,50
61	5,55	62	5,55	63	5,88	64	5,89
65	5,89	66	5,89	67	5,89	68	5,86
69	5,89	70	5,89	71	5,89	72	5,89
73	5,88	74	5,89	75	5,08	76	5,08
77	5,08	78	5,08	79	5,08	80	5,08
81	5,08	82	5,08	83	5,08	84	5,08
85	5,08	86	5,08	87	4,48	88	4,48
89	5,08	90	5,08	91	5,08	92	5,08
93	5,08	94	5,08	95	5,08	96	5,08
97	5,08	98	5,08	99	5,08	100	5,08
101	5,08	102	5,08	103	5,08	104	5,08

Tabela 5.4-2 Coeficientes de resistência hidráulica à saída dos subcanais.

Subcanal	ζ	Subcanal	ζ	Subcanal	ζ	Subcanal	ζ
1	0,66	2	0,56	3	0,66	4	0,66
5	0,56	6	0,66	7	1,23	8	0,83
9	1,23	10	1,23	11	0,83	12	1,23
13	2,63	14	0,93	15	1,33	16	1,33
17	0,93	18	1,33	19	1,33	20	0,93
21	2,63	22	2,63	23	0,93	24	1,33
25	1,33	26	0,93	27	1,33	28	1,33
29	0,93	30	2,63	31	1,29	32	1,17
33	1,29	34	1,29	35	1,17	36	1,29
37	1,29	38	1,17	39	2,13	40	2,13
41	1,17	42	1,29	43	1,29	44	1,17
45	1,29	46	1,29	47	1,17	48	1,29
49	1,27	50	1,19	51	1,26	52	1,27
53	1,27	54	1,26	55	1,05	56	1,27
57	1,27	58	1,27	59	1,26	60	1,83
61	2,35	62	2,35	63	1,19	64	1,26
65	1,27	66	1,27	67	1,26	68	1,05
69	1,26	70	1,27	71	1,27	72	1,26
73	1,19	74	1,27	75	2,22	76	2,22
77	2,22	78	2,22	79	2,22	80	2,22
81	2,22	82	2,22	83	2,22	84	2,22
85	2,22	86	2,22	87	11,91	88	11,91
89	2,22	90	2,22	91	2,22	92	2,22
93	2,22	94	2,22	95	2,22	96	2,22
97	2,22	98	2,22	99	2,22	100	2,22
101	2,22	102	2,22	103	2,22	104	2,22

5.4.6 Modelos e Correlações Utilizados

Os seguintes modelos e correlações foram usados nas simulações do reator IPR-R1 com o programa STHIRP-1:

Tabela 5.4-3 Modelos e correlações.

Grandeza	Modelo ou Correlação
Coeficiente de atrito laminar	Fórmula de Hagen-Poiseuille
Coeficiente de atrito turbulento	Aproximação da fórmula de Colebrook-White
Título real de vapor	Modelo de Levy (1967)
Fração de vazio	Modelo de Chexal e Lellouche (1992)
Multiplicador de atrito bifásico	Correlação de Friedel (1979)
Mistura turbulenta	Fórmula de Rowe e Angle (1967), $\beta = 0,0062(D/s)Re^{-0,1}$

Desde que o escoamento seja seguramente monofásico, a escolha dos modelos para prever o título real de vapor, a fração de vazio e o multiplicador de atrito bifásico não terão qualquer efeito sobre os resultados calculados. Caso ocorra a ebulição nucleada localizada no núcleo do reator IPR-R1, os modelos apresentados na Tabela 5.4-3 são adequados para prever as grandezas bifásicas citadas acima.

Deve-se acrescentar que foram utilizados a forma explícita da equação da entalpia e o método de Wassing (1982) para resolver o sistema de equações lineares para o campo de pressões dos subcanais.

5.4.7 Parâmetros de Cálculo

Os parâmetros utilizados nos cálculos termo-hidráulicos do reator IPR-R1 com o programa STHIRP-1 são listados na Tabela 5.4-4.

Tabela 5.4-4 Parâmetros de cálculo.

Parâmetro	Valores
Comprimento total do núcleo, cm	58,42
Número de nodos axiais	41
Coefficiente de resistência transversal,	0,5
Parâmetro do momento transversal, (s/ℓ)	0,5
Fator de momento turbulento, f_t^U	1,0
Fator de massa turbulenta, f_t^M	0,0
Coefficiente de interpolação da pressão, θ	0,4
Coefficiente de interpolação da velocidade, β_u	0,0
Tolerância de convergência das vazões axiais	0,001
Tolerância de convergência das vazões transversais	0,01

5.4.8 Condições Operacionais

Normalmente, na simulação da convecção natural em um sistema como o representado pelo núcleo do reator IPRR-R1, as condições de operação exigidas pelo programa STHIRP-1 incluem a pressão de referência do sistema, a temperatura de entrada do fluido, uma estimativa do fluxo de massa médio à entrada do núcleo, o fluxo de calor médio das varetas e o valor da queda de pressão hidrostática total.

A pressão média da água no núcleo do reator IPR-R1 é aproximadamente a pressão atmosférica mais a pressão correspondente à coluna de água acima da posição média do núcleo. Para uma coluna de água de 5,2 m, com uma densidade média de 995 kg/m³, a equação

$$p = p_{\text{atm}} + \bar{\rho}gH \quad (5.4-10)$$

resulta em

$$p = 1,01 + 995 \times 9,81 \times 5,2 \times 10^{-5} \approx 1,5 \text{ bar (0,15 MPa)}.$$

A temperatura da água à entrada do núcleo é usualmente considerada como a temperatura média da água da piscina, a qual depende primariamente do nível de potência do reator e, em uma escala menor, das condições climáticas no período da operação. Por isso, a temperatura de entrada será fixada depois com base em resultados de experimentos conduzidos no reator.

O fluxo de massa médio à entrada do núcleo não precisa ser especificado com precisão, uma vez que é utilizado apenas como uma estimativa inicial no algoritmo de ajuste iterativo das vazões de massa de entrada dos subcanais. Seu valor foi fixado arbitrariamente em 150 kg/m²s. Qualquer outro valor, desde que não seja exageradamente diferente da solução final, de forma a causar divergência da solução, leva aos mesmos resultados para a distribuição de vazões de entrada.

O fluxo de calor médio dos elementos combustíveis do núcleo pode ser calculado com a equação

$$\bar{q}'' = \frac{q}{\pi \sum_i (nDL)_i}, \quad (5.4-11)$$

onde q é potência do reator; n , D e L são, respectivamente, o número, o diâmetro e o comprimento ativo dos elementos do tipo i . Por exemplo, para um núcleo com 59 elementos combustíveis com revestimento de alumínio ($D = 3,73$ cm e $L = 35,6$ cm) e 4 elementos com revestimento de aço inoxidável ($D = 3,76$ cm e $L = 38,1$ cm), operando a uma potência de 250 kW, a equação acima resulta um fluxo de calor médio

$$\bar{q}'' = 94,75 \text{ kW/m}^2.$$

As vazões de massa à entrada dos subcanais são ajustadas pelo programa de modo a produzir uma queda de pressão hidrostática dada pela Equação (3.5-22), que pode ser rescrita como

$$\Delta p_{\text{hid}} = \rho(\bar{T})g(H_{\text{núcleo}} + H_{\text{chaminé}}), \quad (5.4-12)$$

onde $\rho(\bar{T})$ é a densidade da água da piscina a uma temperatura média \bar{T} , $H_{\text{núcleo}}$ é altura do núcleo e $H_{\text{chaminé}}$ é altura da chaminé virtual acima do núcleo. Esta última altura depende da potência do reator e necessita ser determinada experimentalmente.

5.4.9 Propriedades Termofísicas da Água

As propriedades termodinâmicas e de transporte da água à pressão de referência de 1,5 bar foram calculadas por interpolação linear em tabela gerada internamente pelo programa com a formulação IAPWS-IF97 (IAPWS, 1997).

5.5 TESTES DO PROGRAMA STHIRP-1

À luz das informações contidas nas quatro últimas seções deste capítulo, os resultados de cálculos realizados com o programa STHIRP-1 serão comparados, a seguir, com dados experimentais de mapeamento de temperaturas no núcleo do reator IPR-R1 (Mesquita e Maretti, 2002) e, por fim, com resultados reportados pela *Gulf General Atomic* (1970) para o reator TRIGA Mark I da Universidade de Nova Iorque.

5.5.1 Descrição dos Experimentos

Entre as atividades previstas para este trabalho, incluiu-se a realização de uma série de medidas que permitisse obter o mapeamento do campo de temperaturas no núcleo do reator IPR-R1 com a potência de operação nos níveis de 50 kW, 70 kW e 100 kW. Durante os testes, a vazão de escoamento da água do circuito de refrigeração foi mantida em 32 m³/h, o que corresponde ao valor usual durante a operação de rotina do reator.

Para a medida das temperaturas no núcleo, foram utilizados dois termopares do tipo K (chromel-alumel), com isolamento mineral e blindagem de aço inoxidável. Os

termopares, ambos com 3 mm de diâmetro e 6 m de cabo de extensão, foram calibrados para dar um desvio máximo de 1°C.

Para processamento e armazenagem dos dados, foi usado um sistema composto por uma placa condicionadora Advantech, modelo PCLD-789, que fazia a compensação da temperatura ambiente e encaminhava os sinais para uma placa conversora analógico/digital, instalada em um computador, que efetuava o tratamento e o registro dos dados. Cada valor de temperatura obtido corresponde à média de 50 leituras, sendo registrado também o desvio padrão das medidas. Os dados foram armazenados a cada 5,7 s e a evolução das temperaturas era exibida no monitor.

Em cada experimento, as posições dos dois termopares foram definidas de forma a medir as temperaturas na entrada ou na saída de dois subcanais, localizados simetricamente em relação ao tubo central. Dessa forma foram selecionados os seguintes pares de subcanais: (8, 11), (18, 28), (36,46) e (52,65). Esses subcanais podem ser visualizados na Figura 5.4-1.

Os termopares foram fixados em duas sondas de alumínio que desciam através de furos existentes na placa superior de sustentação dos elementos do núcleo. O comprimento da primeira sonda foi definido de maneira a posicionar o termopar logo abaixo do início do comprimento aquecido do subcanal. A extensão do cabo da segunda sonda era o suficiente para posicionar o termopar no ponto imediatamente acima do comprimento aquecido. Para cada par de subcanais foram feitas duas medições, alternando-se as posições dos termopares para outras diagonalmente opostas. Desta maneira, oito locais de medição foram definidos.

Os resultados dos experimentos para as potências do reator de 50, 70 e 100 kW encontram-se sumariados na Tabela 5.5-1.

Tabela 5.5-1 Temperaturas medidas à entrada e à saída dos subcanais.

Nº do Subcanal	50 kW		70 kW		100 kW	
	T _{entrada}	T _{saída}	T _{entrada}	T _{saída}	T _{entrada}	T _{saída}
8	21	27	21	28	21	31
11	25	23	25	24	26	25
18	23	27	23	29	23	32
28	23	26	23	27	24	29
36	21	28	21	29	21	31
46	25	25	25	27	25	30
52	23	25	23	26	23	28
65	23	24	23	25	23	26

5.5.2 Comparações entre Resultados Calculados e Medidos

As temperaturas de saída dos subcanais 8, 11, 18, 28, 36, 46, 52 e 65 calculadas pelo programa STHIRP-1 para as potências de 50, 70 e 100 kW, considerando-se oito valores da altura de efeito chaminé (L_c), são apresentadas na Tabela 5.5-2. O primeiro valor registrado à direita do número do subcanal é a temperatura medida à saída desse subcanal. As quedas de pressão hidrostática (Δp_{hid}), também incluídas na tabela, foram calculadas em termos da altura de efeito chaminé, utilizando-se a Equação 5.4-12.

Tabela 5.5-2 Temperaturas medidas e calculadas.

L_c (m)		0,60	0,70	0,75	0,80	0,90	1,00	1,25	1,50
Δp_{hid} (bar)		0,116	0,126	0,132	0,135	0,145	0,155	0,179	0,204
Subcanal	T_{medida} (°C)	Temperaturas calculadas à saída dos subcanais a 50 kW							
8	27	28,1	27,5	27,3	27,2	26,8	26,6	26,1	26,1
11	23	28,2	27,5	27,3	27,2	26,9	26,6	26,2	26,1
18	27	26,9	26,4	26,2	26,1	25,9	25,7	25,3	25,3
28	26	27,1	26,6	26,4	26,3	26,0	25,8	25,5	25,4
36	28	26,2	25,8	25,6	25,5	25,3	25,2	24,9	24,9
46	25	26,3	25,9	25,7	25,7	25,4	25,3	25,0	25,0
52	25	25,1	24,8	24,7	24,7	24,5	24,4	24,2	24,2
65	24	25,1	24,8	24,6	24,6	24,5	24,3	24,2	24,2
Subcanal	T_{medida} (°C)	Temperaturas calculadas à saída dos subcanais a 70 kW							
8	28	29,8	29,1	28,8	28,7	28,2	27,9	27,3	27,3
11	24	29,9	29,2	28,9	28,7	28,3	28,0	27,4	27,3
18	29	28,3	27,7	27,4	27,3	27,0	26,7	26,2	26,2
28	27	28,5	27,9	27,7	27,5	27,2	26,9	26,4	26,4
36	29	27,3	26,8	26,6	26,5	26,2	26,0	25,6	25,6
46	27	27,5	27,0	26,8	26,6	26,4	26,2	25,7	25,7
52	26	25,9	25,5	25,4	25,3	25,1	24,9	24,7	24,7
65	25	25,8	25,4	25,3	25,2	25,0	24,9	24,6	24,6
Subcanal	T_{medida} (°C)	Temperaturas calculadas à saída dos subcanais a 100 kW							
8	31	32,2	31,4	31,0	30,8	30,2	29,8	29,0	29,0
11	25	32,3	31,5	31,1	30,9	30,3	29,9	29,1	29,1
18	32	30,2	29,5	29,2	29,0	28,5	28,2	27,6	27,6
28	29	30,5	29,8	29,5	29,3	28,8	28,4	27,8	27,8
36	31	28,9	28,2	28,0	27,8	27,5	27,2	26,7	26,7
46	30	29,1	28,5	28,2	28,1	27,7	27,4	26,9	26,9
52	28	27,0	26,5	26,3	26,2	25,9	25,7	25,4	25,4
65	26	26,9	26,4	26,2	26,1	25,8	25,6	25,3	25,3

Nas avaliações com STHIRP-1, a temperatura da água à entrada do núcleo para os três níveis de potência foi considerada uniforme e igual 23°C, o que corresponde à média aritméticas das temperaturas medidas à entrada dos 8 subcanais.

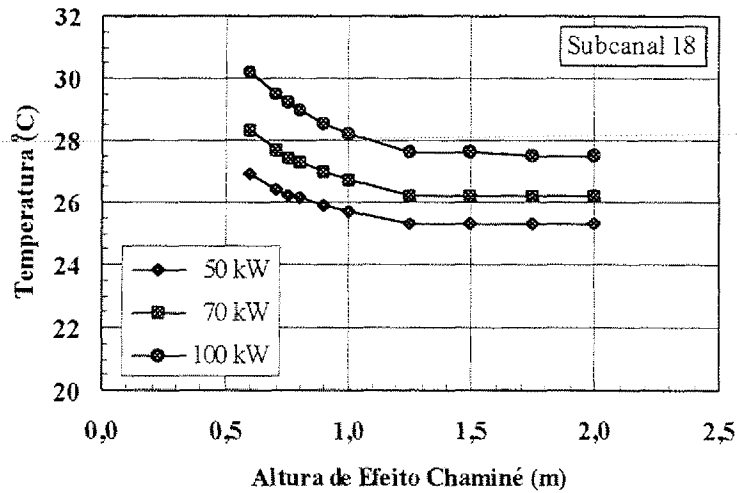


Figura 5.5-1 Temperaturas à saída do subcanal 18 em função da altura de chaminé.

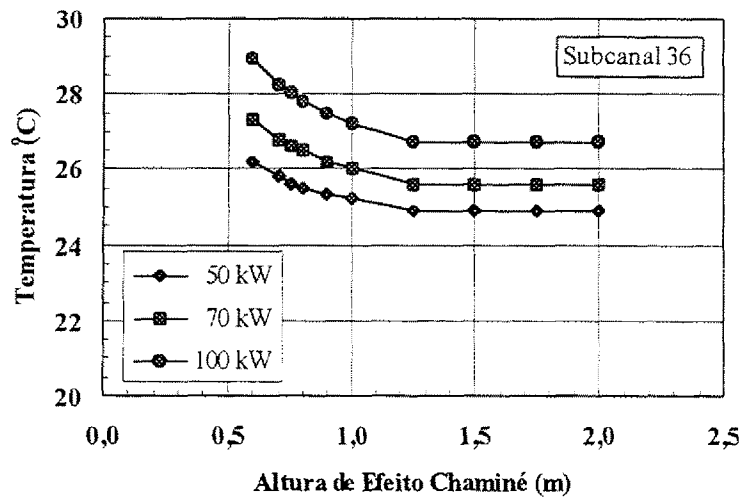


Figura 5.5-2 Temperaturas à saída do subcanal 36 em função da altura de chaminé.

As temperaturas calculadas às saídas dos subcanais 18 e 36 em função da altura de efeito chaminé encontram-se representadas nas Figuras 5.5-1 e 5.5-2. O exame desta figuras revela primeiramente que a altura da chaminé virtual tem um efeito limitado sobre a

convecção natural. Para os três níveis de potência, nota-se que as temperaturas de saída dos subcanais tornam-se constantes para alturas de chaminé maiores que 1,25 m. Por outro lado, existe aparentemente um valor mínimo da altura de chaminé, da ordem de 0,6 m, abaixo do qual ocorre a supressão da convecção natural. Fisicamente, isto significa que as forças de circulação do fluido resultantes da variação da densidade não são elevadas o suficiente para vencer as forças de atrito e de arrasto ao longo do subcanal. O decréscimo das temperaturas com o aumento da altura de chaminé entre 0,6 e 1,25 m pode ser explicado pelo aumento da velocidade do fluido, o que implica uma maior remoção de calor do núcleo.

As curvas teóricas mostradas nas Figuras 5.5-1 e 5.5-2 fornecem uma indicação de que a altura de efeito chaminé no reator IPR-R1 é um valor próximo de 1 metro. Embora tenham sido baseadas em resultados de dois subcanais particulares, as conclusões acima podem ser estendidas aos outros subcanais.

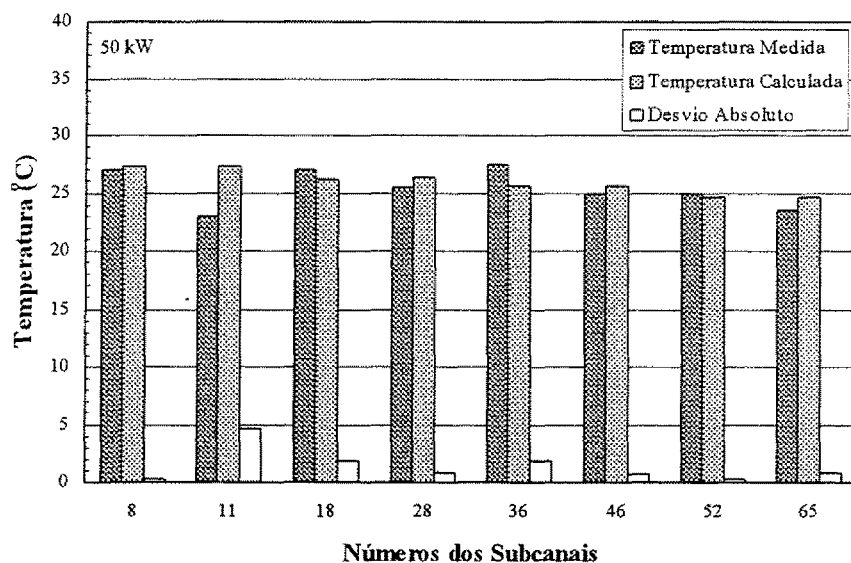


Figura 5.5-3 Comparações entre temperaturas de saída medidas e calculadas a 50 kW.

As temperaturas previstas pelo programa STHIRP-1 às saídas dos subcanais 8, 11, 18, 28, 36, 46, 52 e 65 são comparadas nas Figuras 5.5-3 a 5.5-5 com as temperaturas medidas para as potências do reator de 50, 70 e 100 kW. Os desvios entre as temperaturas calculadas e medidas para os subcanais 8, 28, 52 e 65 são da mesma ordem de grandeza dos erros experimentais, ou seja 1°C . As maiores discrepâncias entre resultados experimentais e teóricos ocorrem sistematicamente para o subcanal 11. Pelo fato de os subcanais 8 e 11

serem simétricos, como mostra a Figura 5.4-1, era de se esperar que ambos apresentassem temperaturas de saída comparáveis.

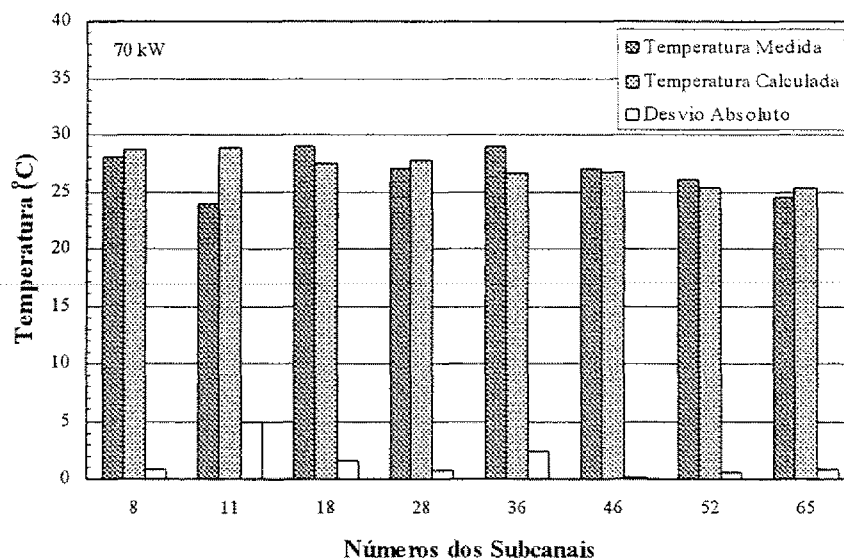


Figura 5.5-4 Comparações entre temperaturas de saída medidas e calculadas a 70 kW.

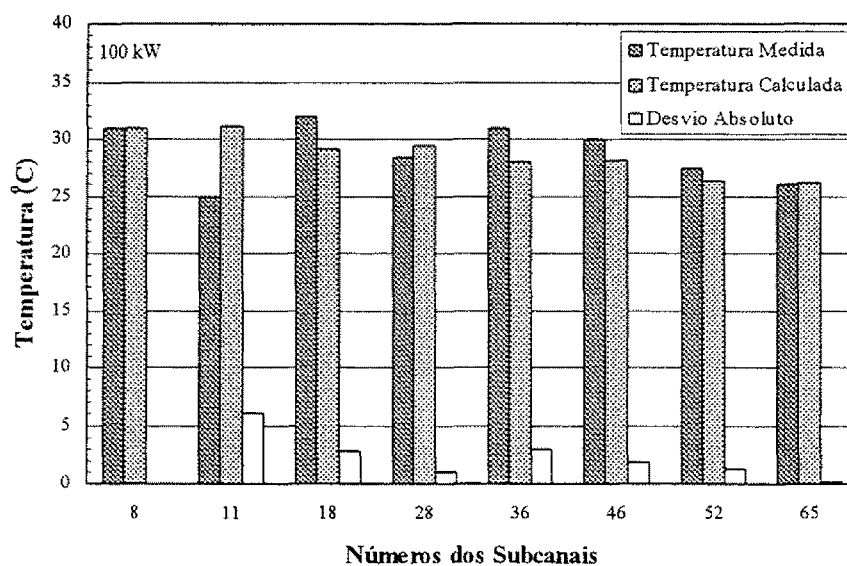


Figura 5.5-5 Comparações entre temperaturas de saída medidas e calculadas a 100 kW.

A título de ilustração, as distribuições de fluxos de massa previstas pelo programa à entrada e à saída do núcleo são mostradas nas Figuras 5.5-6 e 5.5.7. Como era de se esperar, a Figura 5.5-6 indica que os fluxos de massa se distribuem de maneira

aproximadamente uniforme entre aqueles subcanais equidistantes do centro do núcleo, ou seja, entre aqueles localizados sobre um mesmo anel. Nota-se também que os subcanais numerados de 7 a 104 apresentam valores de fluxos de massa da mesma ordem de grandeza. Os fluxos de massa são mais altos para os subcanais 1 a 6 porque estes apresentam áreas de escoamento menores que as dos demais subcanais, em razão da presença do tubo central.

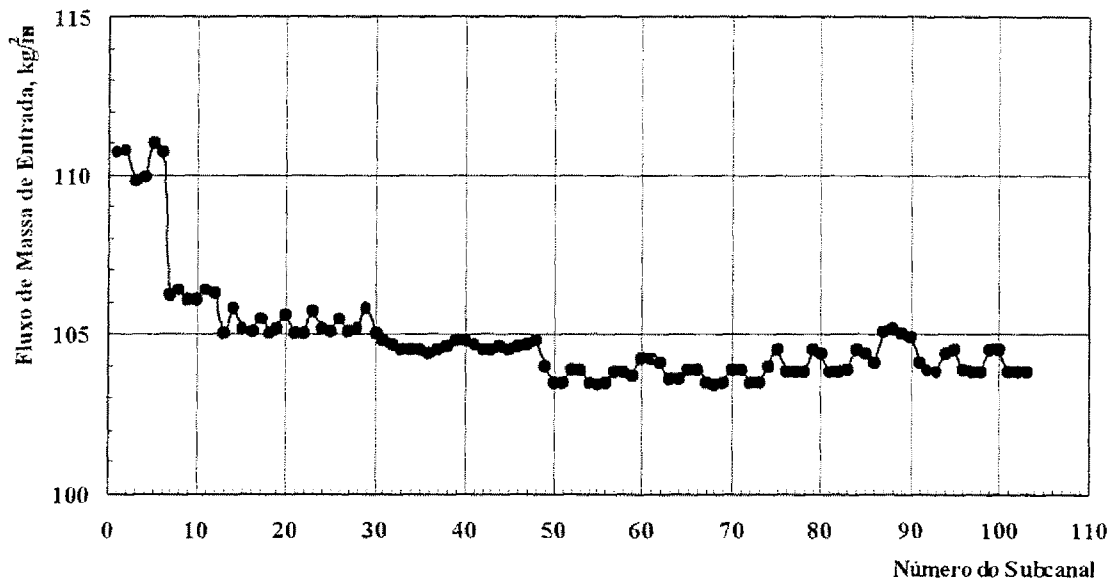


Figura 5.5-6 Distribuição de fluxos de massa à entrada do núcleo.

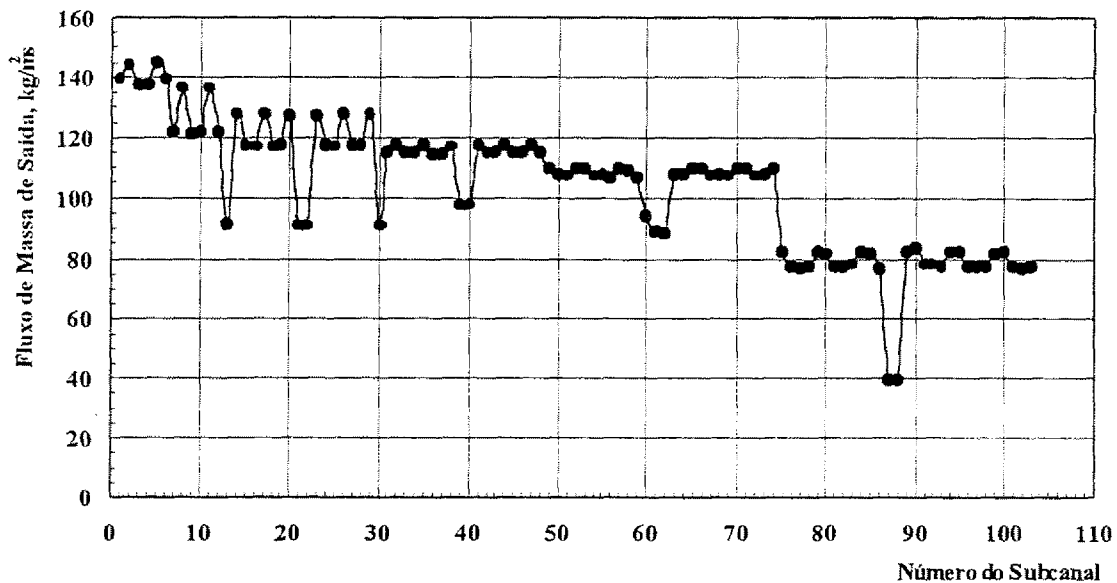


Figura 5.5-7 Distribuição de fluxos de massa à saída do núcleo.

A Figura 5.5-7 revela uma distribuição de fluxos de massa à saída do núcleo consistente com aquela prevista para a região de entrada, com os subcanais sobre um mesmo anel apresentando aproximadamente os mesmos fluxos de massa. As depressões acentuadas nos fluxos de massa ocorrem naqueles subcanais com resistências hidráulicas mais elevadas. Isto pode ser constatado, examinando-se Tabela 5.4-2, onde se apresentam os valores dos coeficientes de resistência hidráulica às saídas dos subcanais. Observa-se também na Figura 5.5-7 que os fluxos de massa decrescem do centro para a periferia, em proporção com o nível de aquecimento dos subcanais.

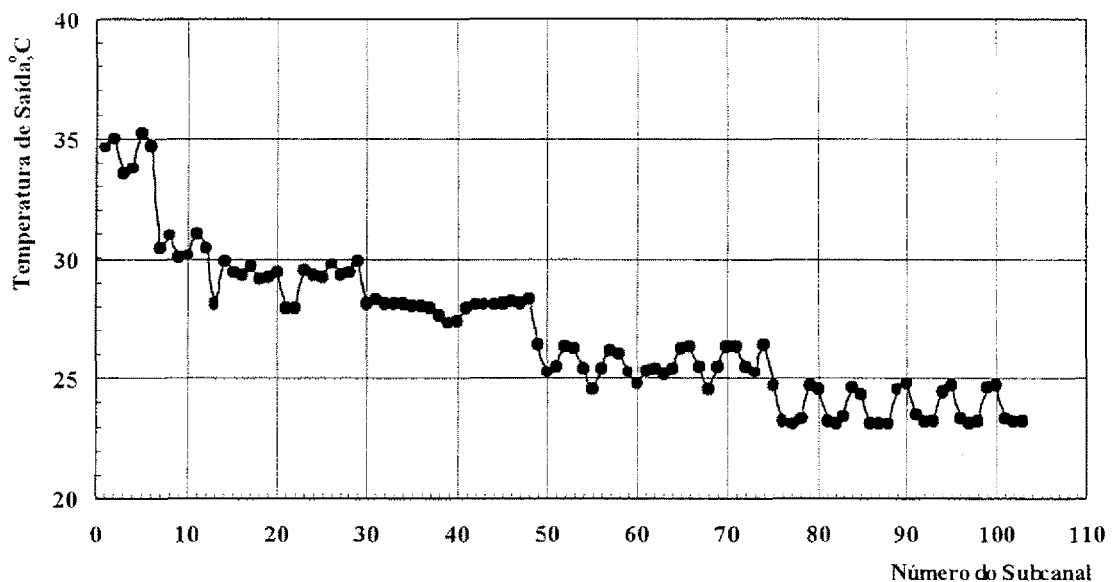


Figura 5.5-8 Distribuição de temperaturas massa à saída do núcleo.

O campo de temperaturas à saída dos subcanais, representado na Figura 5.5-8, varia conforme a distribuição dos fluxos de massa, ocorrendo temperaturas mais elevadas nos subcanais com maiores fluxos de massa.

5.5.3 Testes do Modelo de Condução Térmica

Com o objetivo específico de verificar o modelo de condução térmica de varetas combustíveis implementado em SHIRP-1, cálculos adicionais foram realizados para o reator IPR-R1 a 250 kW e os resultados comparados com aqueles reportados pela Gulf General Atomic (1970) para o reator TRIGA Mark I da Universidade de Nova Iorque.

Para ilustrar, as temperaturas centrais e superficiais do elemento combustível nº 2 (U-ZrH_{1,0} com revestimento de alumínio) previstas pelo programa STHIRP-1 encontram-se representadas na Figura 5.5-9, em função da altura relativa do elemento. A curva para a temperatura média da água de refrigeração nos subcanais que envolvem o elemento é também mostrada na figura.

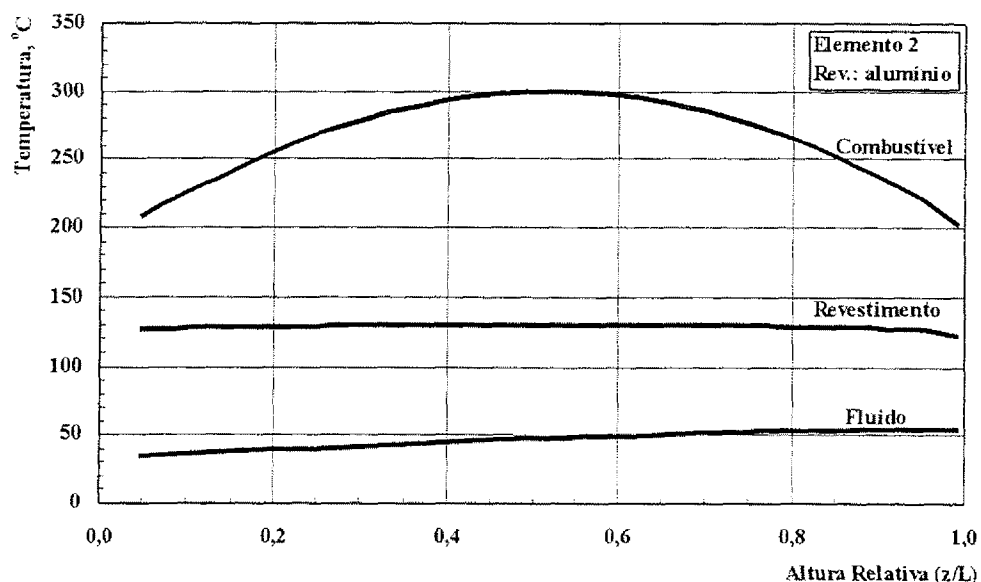


Figura 5.5-9 Evolução axial das temperaturas central e superficial do combustível e da temperatura da água de refrigeração para o elemento nº 2.

A temperatura máxima do combustível central evolui axialmente em conformidade com a distribuição axial de potência senoidal do elemento. As temperaturas na superfície do revestimento são aproximadamente constantes ao longo do comprimento ativo. Nota-se também que a temperatura da água de refrigeração em torno do elemento cresce linearmente à medida que o fluido progride ao longo da região ativa do subcanal.

A distribuição radial de temperaturas do elemento nº 2, na posição axial média da zona ativa, onde o fluxo de calor é máximo, é mostrada na Figura 5.5-10, para dois valores da condutância térmica na interface entre o combustível e o revestimento: 1,42 (250) e 2,84 kW/m²K (500 Btu/hr-ft²-°F). A figura dá uma indicação preliminar de que a temperatura máxima do combustível se mantém bem abaixo do limite de projeto de 550°C que causa uma mudança de fase no U-ZrH_{1,0} (veja Seção 5.3).

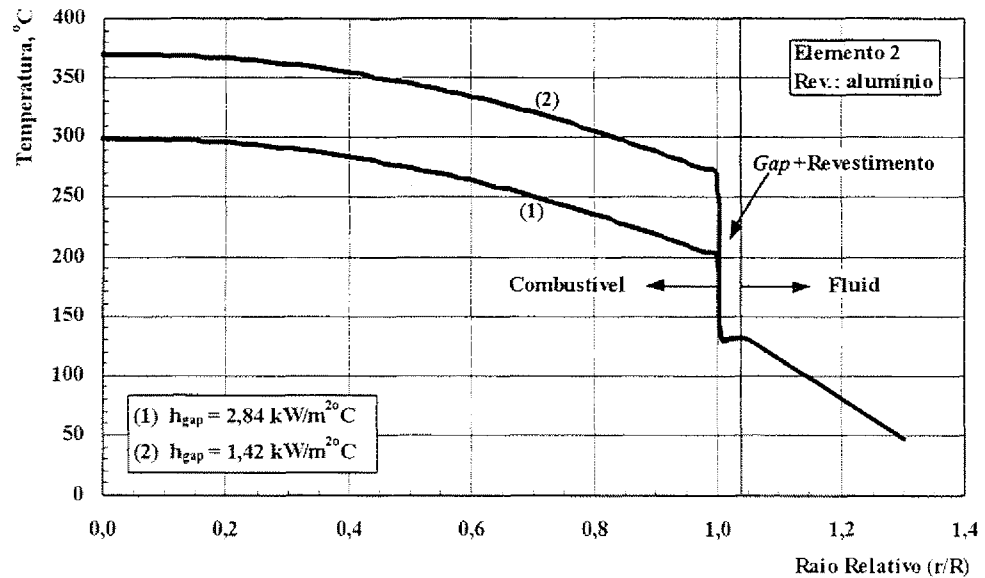


Figura 5.5-10 Distribuições radiais de temperaturas máximas do elemento nº 2.

Os principais parâmetros térmicos e hidráulicos do reator IPR-R1 e do reator TRIGA da Universidade de Nova Iorque, ambos da classe Mark I, são apresentados na Tabela 5.5-3.

Tabela 5.5-3 Parâmetros termo-hidráulicos do reator IPR-R1
e do reator da Universidade de Nova Iorque.

Parâmetro	IPR-R1	Univ. de N.Y.
Número de elementos combustíveis	63	62
Potência, kW	250	250
Temperatura de entrada da água, °C	33,1	32,2
Temperatura de saída da água, °C	44,5*	45,5
Temperatura máxima do revestimento, °C	130*	130
Temperatura máxima do combustível	302*	297
Fluxo de calor médio, kW/m²	95	90
Fluxo de calor máximo, kW/m²	195	180
Velocidade média da água, m/s	0,10*	0,090

Observa-se que os resultados calculados com STHIRP-1, identificados por asterisco na tabela, pouco diferem daqueles previstos pela Gulf General Atomic (1970) para o reator da Universidade de Nova Iorque. Os ligeiros desvios advêm das diferenças entre os métodos analíticos empregados e das particularidades de cada reator, especialmente aquelas relativas ao número de elementos combustíveis e à distribuição de fluxo de calor.

Capítulo 6

CONCLUSÕES

Este trabalho consistiu no desenvolvimento de um programa computacional, denominado STHIRP (Simulação Termo-Hidráulica de Reatores de Pesquisa), baseado na análise de subcanais com capacidade para simular as condições de um reator de pesquisa cuja refrigeração ocorre por convecção natural.

No entanto, a formulação implementada no programa é suficientemente geral para permitir que a sua aplicação seja estendida a outros tipos de sistemas térmicos, inclusive a reatores de potência refrigerados a água ou por qualquer outro fluido desde que as condições de contorno sejam especificadas de maneira adequada na entrada de dados.

Uma característica interessante do programa esta relacionada à entrada de dados que é bastante amigável ao usuário. Na leitura dos dados de entrada, cada grupo é identificado por sua respectiva palavra-chave de quatro caracteres na sentença alfanumérica presente no primeiro registro de cada grupo. Com exceção dos grupos correspondentes aos dados iniciais do problema e aquele indicador de término de entrada de dados, todos os demais grupos podem ser fornecidos em qualquer ordem. Quando vários casos são executados consecutivamente, apenas os grupos modificados em relação ao caso precedente precisam ser fornecidos. Erros mais frequentes, como repetição ou esquecimento de grupos, ausência ou inconsistência de dados, seleção de opções impróprias, ultrapassagem de dimensões matriciais, são identificados pelo programa, que interrompe a leitura após a emissão de uma mensagem de diagnóstico de erro. O programa é capaz de identificar 451 tipos de erros de entrada e o grupo onde a falha ocorreu.

A capacidade analítica do programa STHIRP-1 foi testada através da simulação do sistema representado pelo reator de pesquisa TRIGA IPR-R1 instalado no CDTN/CNEN em Belo Horizonte. Os resultados calculados foram comparados com os valores obtidos no mapeamento de temperaturas no núcleo do reator resultante de uma série de medidas realizadas com a potência de operação nos níveis de 50, 70 e 100 kW.

Os resultados de cálculos efetuados para o reator IPR-R1 a 250 kW foram comparados com os valores previstos pela Gulf General Atomic para o reator Triga Mark I da Universidade de Nova Iorque operando à mesma potência. O bom acordo obtido nessas comparações permite concluir que é encorajador continuar investindo no aprimoramento do programa.

As maiores dificuldades encontradas no desenvolvimento do programa foram, principalmente, na determinação dos coeficientes de resistência hidráulica e no processo de implementação do algoritmo de cálculo da distribuição de vazão à entrada dos subcanais. Este processo é relativamente mais complicado que aqueles aplicados a feixes usuais de reatores de potência com distribuições de temperaturas bem mais elevadas. O fato de trabalhar com valores baixos de temperaturas e pressões leva a instabilidades numéricas que exigem um número maior de iterações para a convergência da solução. Ajustes são ainda necessários no esquema iterativo visando a supressão das instabilidades numéricas e a aceleração do processo de convergência da solução

Outro ponto que merece investigação é o conceito de “chaminé virtual” que foi introduzido para definir a altura acima do núcleo para a qual ocorre a circulação do fluido devido à diferença de densidade da água provocada pela variação de temperatura. O valor de aproximadamente 1 m, para a altura de efeito chaminé definido neste trabalho, necessita ser melhor avaliado por um modelo teórico com base em dados experimentais.

A qualificação de STHIRP-1 contra dados experimentais planejados mais cuidadosamente em relação às posições de medidas e escolha da instrumentação mais adequada poderá ser objeto de trabalhos futuros. Comparações com resultados calculados por outros códigos e testes com experimentos *benchmark* disponíveis seriam extremamente importantes para corroborar a validação do programa.

Finalmente, tendo em vista o aprimoramento de STHIRP-1, no que diz respeito à sua capacidade de simulação termo-hidráulica de reatores de pesquisa em condições estacionária e transitória, é recomendável que se proceda uma revisão e ampliação do método analítico utilizado. Neste sentido, pode ser indicado a reformulação da equação do momento transversal a fim de remover a restrição de que a velocidade axial deva ser muito maior que a velocidade transversal.

REFERÊNCIAS

- AINSCOUGH, J. B. (1982). *Gap Conductance in Zircaloy-Clad LWR Fuel Rods*. Paris: Committee on the Safety of Nuclear Installations, OECD Nuclear Energy Agency
- ALBUQUERQUE, E.F. *Dados geométricos do reator TRIGA do IPR*. NUCLEBRÁS/IPR Belo Horizonte, 1975 (NT PAR/GARA 046/75)
- AYERS, G. H.; FLETCHER, L. S.; MADHUSUDANA, C. V. (1997). Thermal contact conductance of composite cylinders. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, v. 11, n. 1, p. 72-81.
- BAYOUMI, M.A.A. (1976). *Études Répartitions de Débit d'Entalpie dans les Sous-Canaux d'une Géométrie en Grappe, de Réacteurs Nucleaires en Écoulements Monophasique et Diphasique*. Thèse présentée à L'université Scientifique et Médicale et L'institut National Polytechnique de Grenoble pour obtenir le titre de Docteur Ingenieur. Grenoble.
- BERNATH, L. (1960). A theory of local-boiling burnout and its application to existing data. *Chemical Engineering Progress Symposium Series*, v. 56, n. 30, p. 95-116.
- BEYER, C. E. et al. (1975). *GAPCON-THERMAL-2: A Computer Program for Calculating the Thermal Behavior of an Oxide Fuel Rod*. BNWL-1898. Richland, WA: Battelle, Pacific Northwest Laboratories.
- BROWN, W.D. et al. (1975). Prediction of cross flow due to coolant channel blockage. *Science and Engineering*, v. 57, p. 164-174
- CALZA-BINI, A. et al. (1975). In-pile measurement of fuel-cladding conductance for pelleted and Vipac Zircaloy-2 sheathed fuel pins. *Nuclear Technology*, v. 25, p. 103-112.
- COLLIER, J. G.; THOME, J. R. (1996). *Convective Boiling and Condensation*. 3rd ed., New York, NY: Oxford University Press. 596 p.
- COOPER, M. G.; MIKIC, B. B.; YOVANOVICH, M. M. (1969). Thermal contact conductance. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 12, p. 279-300.

- CODDINGTON, P.; MACIAN, R. (2002). A study of the performance of void fraction correlations used in the context of drift-flux two-phase flow models. *Nuclear Engineering and Design*, v.215, p.199-216.
- CHEN, B. C-J et al. (1983). A Local Void and Slip Model Used in BODYFIT-2PE. Argonne, II: Argonne National Laboratory; Palo Alto, CA: Electric Power Research Institute. Microfilme CONF-830439-2.
- CHEXAL, B. et al. A void fraction correlation for generalized applications. *Progress in Nuclear Energy*, vol. 27 (4), p. 255-295, 1992.
- DALLE, H. M. et al. Avaliação neutrônica do reator TRIGA IPR-R1. Configuração com 63 Elementos Combustíveis e Barra de Regulação em F16 CDTN/CNEN, Belo Horizonte, 1998 (NI-EC3-01/03).
- DOROSHCHUK, V. E.; LEVITAN, L. L.; LANTSMAN, F. P.(1975). *Investigation into burnout in uniformly heated tubes*. Paper ASME 75-WA/HT-22. New York, NY: The American Society of Mechanical Engineers.
- DOROSHCHUK, V. E. et al. (1976). Tabular data for calculating burnout when boiling water in uniformly heated round tubes. *Thermal Engineering*, v. 23, n. 9, p. 77-79.
- FICARA, P. L. et al. (1977). Thermal conductance of the pellet-clad gap of fuel rods. *Energia Nucleare*, v. 24, n. 11, p. 561-572.
- FIGUETTI, C. F.; REDDY, D. G. (1982). *Parametric Study of CHF Data*. EPRI-NP-2609, v. 3, parts 1 and 2. Palo Alto, CA: Electric Power Research Institute.
- FORTINI, M. A.; VELOSO, M. A. (2002). CHF prediction in nuclear fuel elements by using round tube data. *Annals of Nuclear Energy*, v. 29, p. 2071-2085.
- FRIEDEL, L. (1979). Improved friction pressure drop correlations for horizontal and vertical two phase pipe flow. Paper E2 , European Two-Phase Flow Group Meeting, Ispra, Italia, Junho 1979.
- GNIELINSK, V. (1976). New equations for heat and mass transfer in turbulent pipe and channel flow. *International Chemical Engineering*, v. 15, n. 2, p. 359-367.
- GROENEVELD, D. C.; CHENG, S. C.; DOAN, T. (1986). 1986 AECL-UO critical heat flux lookup table. *Heat Thermal Engineering*, v. 7, n. 1-2, p. 46-62.

- GROENEVELD, D. C. et al. (1996). The 1995 look-up table for critical heat flux in tubes. *Nuclear Engineering and Design*, v. 163, p. 1-23.
- GENERAL ATOMIC. *Technical foundations of TRIGA*. General Atomic Company, San Diego, CA, 1958 (GA-471).
- GENERAL ATOMIC. *TRIGA Mark I reactor description*. General Atomic Company, San Diego, CA, 1959 (GA-952).
- GENERAL ATOMIC. *TRIGA Mark I reactor mechanical maintenance and operating manual*. Gulf Energy & Environmental Systems, San Diego, CA, 1960 (GA-1544).
- GULF GENERAL ATOMIC (1970a). *Safety Analysis Report for the Torrey Pines TRIGA Mark III Reactor*. GA-9064. San Diego, CA: Gulf General Atomic.
- GULF GENERAL ATOMIC (1970b). *Safeguards Summary Report for the New York University TRIGA Mark I Reactor*. GA-9864. San Diego, CA: Gulf General Atomic.
- HUDA, M. Q. et al. (2000). Thermal-Hydraulic Analysis of the 3 MW Triga Mark II Research Reactor Under Steady-State and Transient Conditions. *Nuclear Technology* v.135 n1.
- IAEA (1980). *Research Reactor Core Conversion from the Use of Highly Enriched Uranium to the Use of Low Enriched Uranium Fuels*. Vienna: International Atomic Energy Agency.
- IAPWS (1997). *Revised Release on the IAPS Formulation 1985 for the Thermal Conductivity of Ordinary Water Substance*. IAPWS Secretariat (The release is available from the Executive Secretary of IAPWS, Dr. R. B. Dooley, EPRI, 3412 Hillview Avenue, Palo Alto, California 94304).
- IAPWS (1997). *Revised Release on the IAPS Formulation 1985 for the Viscosity of Ordinary Water Substance*. IAPWS Secretariat (The release is available from the Executive Secretary of IAPWS, Dr. R. B. Dooley, EPRI, 3412 Hillview Avenue, Palo Alto, California 94304).
- JACOBS, G.; TODREAS, N. (1973). Thermal contact conductance in reactor fuel elements. *Nuclear Science and Engineering*, v. 50, p. 283-306.

REFERÊNCIAS

- JENS, W. H.; LOTTES, P. A. (1951). *Analysis of Heat Transfer Burnout, Pressure Drop and Density Data for High Pressure Water*. ANL-4627.
- JENSEN, R.T.; NEWEL D.L. (1998). Thermal Hydraulic calculations to Support Increase in Operating Power in McClellan Nuclear Radiation Center Triga Reactor. *1998 RELAP5 International User's Seminar*, College Station, Texas.
- LELLOUCHE, G.S.; ZOLOTAR, B. A. (1982). *Mechanistic Model for Predicting Two-Phase Void Fraction for Water in Vertical Tubes, Channels, Rod Bundles*. EPRI-NP-2246-SR. Palo Alto, CA:Electric Power Research Institute.
- LEVY, S. (1967). Forced convection subcooled boiling – prediction of vapor volumetric fraction. *Int. J. Heat Transfer*, v10, p.951-965.
- LILES, D.R.; REED, W.H. A semi-implicit method for two-phase fluid dynamics. *Journal of Comp. Physics*, 26, (1978) p-390-407.
- KELLY, J. M. et al. (1981) *THERMIT-2: a Two-Fluid Model for Light Water Reactor Subchannel/Transient Analysis*, MIT-EL-81-014.
- KELLY, J. M. et al. (1992) *VIPRE02: a Two-Fluid Thermal-Hydraulics Code for Reactor Core and Vessel Analysis; Mathematical Modeling and Solutions Methods*. Nuclear Technology, Vol/Issue:100:02.
- KIRILLOV, P. L. et al. (1992). New CHF Table for water in round tubes. Proceedings of the Fifth International Topical Meeting on Reactor Thermal Hydraulics, NURET-5, (Salt Lake City, Sept. 21-24, 1992), La Grange Park, IL: American Nuclear Society, pp. 511-518.
- KJAERHEIM, G.; ROLSTAD, E. (1977). *In-Pile Determination of UO₂ Thermal Conductivity Density Effects and Gap Conductance*. HPR-80. OECD Halden Reactor Project.
- LANDAU, L.; LIFCHITZ, E. (1967). *Théorie de l'Élasticité*. Moscou: Éditions Mir.
- LANNING, D. D.; HANN, C. R. (1975). *Review of Methods Applicable to the Calculation of Gap Conductance in Zircaloy-Clad UO₂ Fuel Rods*. BNWL-1894. Richland, WA: Battelle, Pacific Northwest Laboratories.

- LELLOUCHE, G. S. & ZOLOTAR, B. A. (1982). Mechanistic Model for Two-Phase Void Fraction for Water in Vertical Tubes, Channels e Rod Bundles. EPRI NP-2246-SR. Palo Alto, CA: Electric Power Research Institute.
- LUND, K. O. (1975). *Critical Heat Flux in a Subcooled, Low-Pressure Rod Bundle with Various Rod Spacings*. ASME paper 75-HT49.
- McADAMS, W. H. (1954). *Heat Transmission*. 3rd ed. New York: McGraw-Hill Book Company Inc. 532 p.
- MacDONALD, P. E. et al. (1976). *MATPRO-VERSION 09, a Handbook of Materials Properties for Use in the Analysis of Light Water Reactor Fuel Rod Behaviour*. TREE-NUREG-1005, Washington, DC: U. S. Nuclear Regulatory Commission.
- MacDONALD, P. E.; WEISMAN, J. (1976). Effect of pellet cracking on light water reactor fuel temperatures. *Nuclear Technology*, v. 31, p. 357-366.
- MELE, I.; RAVNIK, M. (2000). TRIGAC- A New Version of TRIGAP Code, IJS-DP-6242. University of Ljubljana, Slovenia.
- MELE, I.; SEFRAN, B., (1992) TRISTAN: A Computer Program for Calculating Natural Convection Flow Parameters in TRIGA Core, University of Ljubljana, Slovenia.
- MERTEN, U.; STONE, R. S.; WALLACE, W. P. *Uranium-zirconium-hydride fuel elements*. General Atomic, San Diego, CA, 1959 (GA-655). Paper presented at the First International Symposium on Nuclear Fuel Elements, held on January 28-29, 1959, at Columbia University, New York.
- MYKHEYEV, M. (1956). *Fundamentals of Heat Transfer*. Translated from the Russian by S. Semyonov. Moscow: Peace Publishers. 376 p.
- OBENCHAIN, C. F. (1969). *PARET-A Program for the Analysis of Reactor Transients* IDO 17282
- ÖZISIC, M. N. (1985). *Heat Transfer, a Basic Approach*. New York, NY: McGraw-Hill Book Company. 780 p.
- PERSIC, A.; SLAVIC, S. (1995). *TRIGLAV Computer Program for Research Reactor Core Management Calculations*. Proc. 2nd Reg. Meeting Nuclear Energy in Central Europe. Portoroz. p 48-55.

REFERÊNCIAS

- REDDY, D.G.; FIGHETTI, C.F.; MERILO, M. (1983). Evaluation of two-phase pressure drop correlations for high pressure steam-water systems. *ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference Proceedings* (Honolulu, Hawaii, 1983). New York, NY. The American Society of Mechanical Engineers, v.1, p.251-259.
- ROGERS, J.; TODREAS, N. E. (1968). Coolant interchannel mixing in reactor fuel rod bundles single-phase coolants. Proceedings of the Winter Annual Meeting of the ASME (New York, NY, 1968). In *Heat transfer in Rod Bundles*. New York, NY: The American Society of Mechanical Engineers, p. 1-56.
- ROHSENOW, W. M. (1952). A method of correlating heat transfer data for surface boiling Liquids. *Transactions of the ASME*, v. 74, p. 969-975.
- ROHSENOW, W. M. (1973). Boiling. In: J. P. Hartnett e W. M. Rohsenow (ed.), *Handbook of Heat Transfer*, section 13. New York, NY: McGraw-Hill, Inc.
- ROSS, A. M.; STOUTE, R. L. (1962). *Heat Transfer Coefficient Between UO₂ e Zircaloy-2*. AECL-1552. Chalk River: Atomic Energy of Canada Ltd.
- ROWE, D.S. (1967). *Crossflow Mixing Between Parallel Flow Channels During Boiling: Part i, COBRA-Computer Program for Coolant Boiling in Rod Arrays*. BNWL-371. Richland, WA: Pacific Northwest Laboratories.
- ROWE, D.S. (1969). *COBRA II: A digital Computer Program for Steady State and Transient Thermal-Hidraulic Analysis of Rod Bundle Nuclear Elements*. BNWL-1229. Richland, WA: Pacific Northwest Laboratories.
- ROWE, D.S. (1971). *COBRA III: A digital Computer Program for Steady State and Transient Thermal-Hidraulic Analysis of Rod Bundle Nuclear Elements*. BNWL-B-82.. Richland, WA: Pacific Northwest Laboratories.
- ROWE, D.S. (1973). *COBRA III-C: A digital Computer Program for Steady State and Transient Thermal-Hidraulic Analysis of Rod Bundle Nuclear Elements*. BNWL-1695. Richland, WA: Pacific Northwest Laboratories.
- ROWE, D.S.; ANGLE, C.W. (1967). *Crossflow Mixing Between Parallel Flow Cahnnel During Boiling; Part II – Measurements of the Flow and Entalpy in Two Parallel Channels*. BNWL-371 Pt. 2. Richland, WA: Pacific Northwest Laboratories.

- SENGERS, J. V., KAMGAR-PARSI, B. (1984). Representative Equations for the Viscosity of Water Substance. *J. Phys. Chem. Ref. Data*, v. 13, n. 1, p. 185-205.
- SIMNAD, M. T.; FOUSHEE, F. C.; WEST, G. B. Fuel elements for pulsed TRIGA research reactors, *Nuclear Technology*, 28:31-56, 1sted 1976.
- SIMNAD, M. T. The U-ZrH_x alloys: its properties and use in TRIGA fuel. *Nuclear Engineering and Design*, 64:403-422, 1981.
- SONG, S.; YOVANOVICH, M. M.; GOODMAN, F. O. (1993). Thermal gap conductance of conforming surfaces in contact. *Journal of Heat Transfer*, v. 115, p. 533-540.
- STEWART, C. W. et al. (1977). *COBRA IV: The Model and the Method*. Richland, WA: Battelle, Pacific Northwest Laboratories BNWL-2214.
- STEWART, C. W. et al. (1985). *VIPRE-01: A Thermal-Hydraulic Code for Reactor Cores; Volume 1: Mathematical Modeling (Revision 2)*. EPRI-NP-2511-CCM. Richland, WA: Battelle, Pacific Northwest Laboratories.
- THOM, J. R. S. et al. (1965). Boiling in Sub-cooled Water During Flow up Heated Tubes or Annuli. *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, v. 180, pt. 3C, p. 226-246.
- TODREAS, N.E., KAZIMI, M.S. (1990). *Nuclear System II - Thermal Hydraulic Fundamentals*. New York, NY: Hemisphere Publishing Corporation.
- TONG, L. S. (1967a). Prediction of departure from nucleate boiling for an axially non-uniform heat flux distribution. *Journal of Nuclear Energy*, v. 21, p. 241-248.
- TONG, L. S. (1967b). *Boiling Heat Transfer and Two-Phase Flow*. New York, NY: John Wiley & Sons, Inc. 242 p.
- TONG, L. S. (1969). Critical Heat Flux in Rod Bundles. Proceedings of the Winter Annual Meeting of the ASME (New York, NY, 1969). In: *Two-Phase Flow and Heat Transfer in Rod Bundles*. New York, NY: The American Society of Mechanical Engineers, p. 31-46.
- TONG, L. S. (1972). *Boiling Crisis and Critical Heat Flux*. AEC Critical Review Series. U. S. Atomic Energy Commission.

REFERÊNCIAS

- U. S. NUCLEAR REGULATORY COMMISSION (1999). *RELAP5/MOD3 Code Manual, Volume I: Code Structure, System Models, and Solution Methods*. NUREG/CR-5535, Vol. I. Washington, DC: USNRC.
- VELOSO, M. A. (1985). *PANTERA-IP: Programa para Análise Termo-hidráulica do Núcleo de Reatores a Água*. Nota Técnica DETR-PD-201/85. Belo Horizonte, MG: NUCLEBRÁS/CDTN, Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear.
- WALLACE, W. P. & SIMNAD, M. T. *Metallurgy of TRIGA fuel elements*. General Atomic, San Diego, CA, 1961 (GA-1949).
- WAGNER, W., KRUSE, A. (1998). *Properties of Water and Steam*. Berlin: Springer-Verlag. 354 p.
- WAGNER, W. et al. (2000). The IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam. *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*, v.122, p.150-182

Apêndice A

Cálculo dos Dados Geométricos dos Subcanais

O programa STHIRP-1 requer a especificação das seguintes características geométricas dos subcanais: áreas de escoamento, perímetros molhados e aquecidos, larguras das conexões entre subcanais adjacentes, e frações dos perímetros das varetas que faceiam cada subcanal. Em razão das irregularidades apresentadas pelo reticulado, o cálculo manual destas grandezas para os subcanais do núcleo do reator TRIGA é bastante complicado e demorado, especialmente se as determinações precisam ser efetuadas para várias configurações de carregamento dos elementos no núcleo. Sendo assim, para simplificar a determinação dos dados geométricos dos subcanais foram implementadas no programa fórmulas gerais baseadas na geometria analítica.

Em relação ao sistema de coordenadas com origem no centro da seção transversal do núcleo a posição do centro de um elemento qualquer localizado sobre um círculo de raio R (Figura A.1) pode ser definida por

$$X_i = R \sin \theta_i \quad \text{e} \quad Y_i = R \cos \theta_i, \quad (\text{A.1})$$

com

$$\theta_i = \theta_1 + (i - 1)\Delta\theta = \theta_1 + (i - 1) \frac{2\pi}{n},$$

onde θ_1 é o ângulo entre o eixo Y e o raio vetor que une a origem do sistema ao centro do primeiro elemento, i denota o número do elemento contado a partir do eixo Y e n é o número de elementos sobre o círculo considerado.

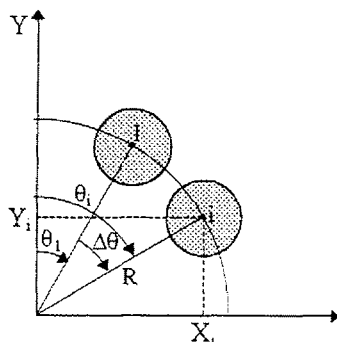


Figura A.1 Coordenadas de um elemento.

A Figura A.2 mostra os diagramas de três tipos de subcanais que ocorrem na discretização do núcleo do reator. As varetas que compõem o subcanal são numeradas

seqüencialmente, e a rotação dos índices das varetas pode ocorrer tanto no sentido horário como no sentido anti-horário.

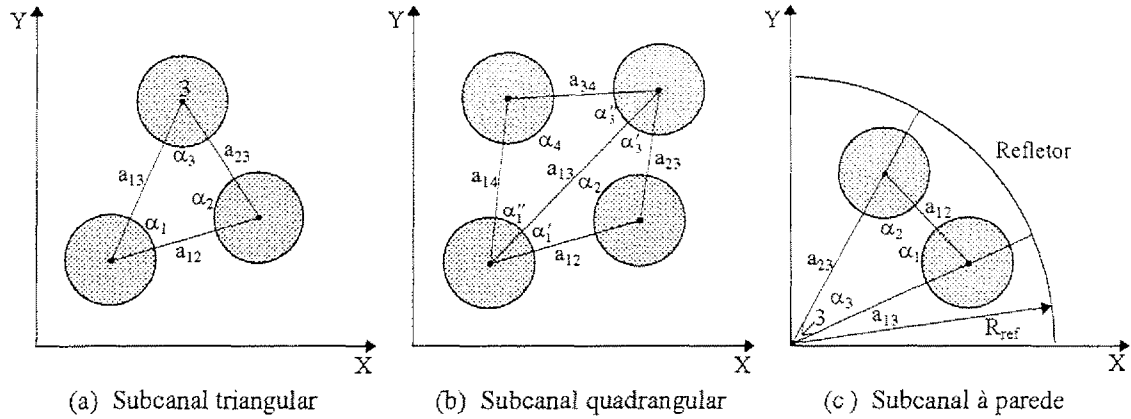


Figura A.2 Tipos de subcanais.

A área de um triângulo qualquer de vértices i, j e k , cujas coordenadas são (X_i, Y_i) , (X_j, Y_j) e (X_k, Y_k) pode ser determinada com

$$A = \frac{1}{2} \det \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ X_i & X_j & X_k \\ Y_i & Y_j & Y_k \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |(X_j Y_k - X_k Y_j) + (X_k Y_i - X_i Y_k) + (X_i Y_j - X_j Y_i)| \quad (A.2)$$

As medidas dos ângulos α_i, α_j e α_k , adjacentes aos vértices i, j e k , podem ser obtidas das seguintes relações:

$$\alpha_i = \sin^{-1} \frac{2A}{a_{ij}a_{ik}}, \quad \alpha_j = \sin^{-1} \frac{2A}{a_{ij}a_{jk}} \quad \text{e} \quad \alpha_k = \sin^{-1} \frac{2A}{a_{ik}a_{jk}}; \quad (A.3)$$

sendo a_{ij}, a_{ik} e a_{jk} os comprimentos dos lados do triângulo, dados por

$$a_{\mu\nu} = \sqrt{(X_\nu - X_\mu)^2 + (Y_\nu - Y_\mu)^2}; \quad \mu, \nu = i, j, k \quad (A.4)$$

A área do triângulo 123 nos três tipos de subcanais pode ser expressa como

$$A_{123} = \frac{1}{2} |(X_2 Y_3 - X_3 Y_2) + (X_3 Y_1 - X_1 Y_3) + (X_1 Y_2 - X_2 Y_1)|. \quad (A.5)$$

Analogamente, a área do triângulo 134 no subcanal quadrangular é dada por

$$A_{134} = \frac{1}{2} |(X_3 Y_4 - X_4 Y_3) + (X_4 Y_1 - X_1 Y_4) + (X_1 Y_3 - X_3 Y_1)|. \quad (A.6)$$

As relações para os ângulos permitem obter:

$$\alpha_1 = \text{sen}^{-1} \frac{2A_{123}}{a_{12}a_{13}}, \quad \alpha_2 = \text{sen}^{-1} \frac{2A_{123}}{a_{12}a_{23}},$$

$$\alpha_3 = \text{sen}^{-1} \frac{2A_{123}}{a_{13}a_{23}}, \quad \alpha_4 = \text{sen}^{-1} \frac{2A_{134}}{a_{14}a_{34}}. \quad (\text{A.7})$$

Para o subcanal quadrangular, os ângulos α_1 e α_3 são calculados como

$$\alpha_1 = \alpha'_1 + \alpha''_1 = \text{sen}^{-1} \frac{2A_{123}}{a_{12}a_{13}} + \text{sen}^{-1} \frac{2A_{134}}{a_{13}a_{14}}$$

$$\alpha_3 = \alpha'_3 + \alpha''_3 = \text{sen}^{-1} \frac{2A_{123}}{a_{13}a_{23}} + \text{sen}^{-1} \frac{2A_{134}}{a_{13}a_{34}}. \quad (\text{A.8})$$

As expressões apresentadas a seguir permitem obter as áreas de escoamento para cada um dos tipos de subcanais:

Subcanal triangular:

$$A = A_{123} - \frac{1}{8} \sum_{i=1}^3 \alpha_i D_i^2; \quad (\text{A.9})$$

Subcanal quadrangular:

$$A = A_{123} + A_{134} - \frac{1}{8} \sum_{i=1}^4 \alpha_i D_i^2; \quad (\text{A.10})$$

Subcanal à parede:

$$A = \frac{1}{2} \alpha_1 R_{\text{ref}}^2 - A_{123} - \frac{1}{8} \sum_{i=1}^2 (\pi - \alpha_i) D_i^2; \quad (\text{A.11})$$

onde D_i é o diâmetro da i -ésima vareta e R_{ref} é o raio interno do refletor.

Para os subcanais triangular e quadrangular os perímetros molhado e aquecido são calculados como

$$P_w = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \alpha_i D_i \quad (\text{A.12})$$

e

$$P_h = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \delta_i \alpha_i D_i, \quad (\text{A.13})$$

com $\delta_i = 1$, se a i -ésima vareta for um elemento combustível; e $\delta_i = 0$, se a vareta for um outro tipo de elemento (tubo central, elemento de controle, elemento fonte, elemento de

grafita); m denota o número de varetas que compõem o subcanal. Para o subcanal à parede,

$$P_w = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (\pi - \alpha_i) D_i + \alpha_3 R_{ref} \quad (A.14)$$

e,

$$P_h = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \delta_i (\pi - \alpha_i) D_i. \quad (A.15)$$

A largura da conexão entre dois subcanais adjacentes, formada por duas varetas de índices i e j , é justamente o espaçamento das varetas, ou seja,

$$s = a_{ij} - \frac{1}{2} (D_i + D_j). \quad (A.16)$$

Caso a conexão seja formada por uma vareta de índice i e a parede do refletor, sua largura será dada por

$$s = R_{ref} - \sqrt{X_i^2 + Y_i^2} - \frac{1}{2} D_i. \quad (A.17)$$

A fração do perímetro da vareta que fazia o subcanal pode ser escrita como

$$\phi_i = \frac{\alpha_i}{2\pi}. \quad (A.18)$$

As relações precedentes, embora tenham sido derivadas para três situações particulares, podem ser estendidas a subcanais formados por quaisquer números de varetas. Além disto, as relações podem também ser empregadas no cálculo das áreas de escoamento e dos diâmetros hidráulicos dos canais imediatamente acima das placas inferior e nas vizinhanças da placa superior, os quais são necessários às determinações dos coeficientes de resistência hidráulica nas regiões de entrada e de saída dos subcanais.