EXTENSION DEL CAMPO DE VALIDEZ DE LA TEORIA DE DIFUSION PARA NEUTRONES TERMICOS EN LAS PROXIMIDADES DE BORDES

J. L. Alvarez Rivas

Trabajo presentado para aspirar al grado de Doctor en Ciencias Físicas por la Universidad de Madrid el 30 de Enero de 1963.

Toda correspondencia en relación con este trabajo debe dirigirse al Servicio de Documentación Biblioteca y Publicaciones, Junta de Energía Nuclear, Serrano 121, Madrid, ESPAÑA.

Las solicitudes de ejemplares deben dirigirse a este mismo Servicio.

Indice

	pág
Introducción	1
Parte I.	5
Capitulo I.	5
A. La ecuación de difusión para neutrones	5
B. Discusión de los límites de validez	. 6
Capitulo II. Método Experimental	9
A. Descripción general	9
B. Método de medida	9
C. Corrección en la posición de las sondas	14
D. Distribución inicial de flujo térmico	19
E. Térmico fuente	21
F. Resultados experimentales previos	23
Capitulo III.	30
Interpretación de los resultados	30
Parte II	41
Capítulo I. Revisión de trabajos previos	42
II. Bustraan y van Duuren (13)	42
II. Taraba y Paine (14)	42
III. G.A. Price y otros (15)	44
IV. McGill (16)	45
V. J.S. Martinez (7)	45
Capitulo II	46
El coeficiente de difusión	46
Conclusiones	59
Apéndice	60
Deferencia	63

·:

Lista de tablas

		pág.
I	Factores de calibrado de las sondas de cobre de ll mm Ø	15
II	Id. de 5 mm∅	16
III	Distribución inicial de flujo térmico	20
IV	Ajuste de la distribución inicial	21
V	Resultados experimentales sin corregir por distribución inicial de la barra de $10~\mathrm{mm}$ ø de Cu	24
VI	Id. para 16 mm Ø de Cu	25
VII	Id. para 21 mm Ø de Cu	26
VIII	Id. para 26,6 mm Ø de Cu	27
IX	Id. para 26,1 mm Ø de Cu-Cd.	28
X	Id. para 23,5 mm Ø de uranio natural	29
XI	Interpretación de los resultados obtenidos para la barra de 10 mm Ø de Cu	32
XII	Id. para 16 mm Ø de Cu	33
XIII	Id. para 21 mm Ø de Cu	34
XIV	Id. para 26,6 mm Ø de Cu	35
ΧV	Valor de Σ_a	39
XVI	Ajuste de los resultados de ANL-5872	43
XVII	Comparación de los resultados experimentales de k con los obtenidos a partir de la nueva expresión de D	48
XVIII	Ajuste de los resultados de UCRL-6526	56



Lista de figuras

		pág
1	Dispositivo experimental	10
2	Posición de irradiación	11
3	Barras absorbentes empleadas	12
4	Disco para intercalibración de sondas	13
5	Aspas portasondas	17
6	Equipo para medida de actividades	18
7	Distribución axial de flujo térmico	22
8	Distribución del flujo de neutrones térmicos en el exterior e interior de la barra de cobre de $10~\mathrm{mm}$	30
9	Id. para 16 mm Ø	30
10	Distribución del flujo de neutrones térmicos en el exterior e interior de la barra de cobre de 21 mm 👂	31
11	Id. para 26,6 mm Ø	31
12	Id. para la barra de Cu-Cd de 26,1 mm Ø (exterior)	.58
13	Id. para la barra de uranio natural de 23,5 mm $\not 0$	61
14	Distribución de neutrones térmicos en el agua procedentes de fisión en la barra de uranio natural de 23,5 mm Ø	62



EXTENSION DEL CAMPO DE VALIDEZ DE LA TEORIA DE DIFUSION
PARA NEUTRONES TERMICOS EN LAS PROXIMIDADES DE BORDES

Por

ALVAREZ RIVAS, J. L.*

Introducción

El estudio del problema general de la distribución de neutrones en un medio cualquiera es una cuestión que además de su interés meramente teórico tiene una importancia capital en el diseño de reactores nucleares. Como consecuencia la producción de trabajos en este campo es muy grande.

Sin embargo, la concordancia entre teoría y experiencia no alcanza nor malmente la calidad a que nos tiene acostumbrados la física clásica. Debido a ello se ha producido una profunda divergencia en los métodos de tratamiento de estos problemas. La teoría, considerando demasiado restringidas las hipótesis empleadas, se ha orientado hacia métodos más rigurosos. Los físicos experimentales, obligados a obtener resultados de aplicación inmediata ante las necesidades técnicas, han prescindido de los resultados de la teoría y se han dedicado a obtener valores numéricos, procedimientos de cálculo y relaciones más ó menos empíricas que sirvan para el diseño de reactores.

La forma rigurosa de abordar el problema es utilizar la teoría de transporte, ya conocida y aplicada a otras ramas de la física (1,2). Sin embargo al plantear la ecuación de transporte intervienen funciones y parámetros poco conocidos, lo cual unido a la difícil solución matemática de dicha ecuación es causa de la divergencia entre los métodos teórico y experimental. A pesar de esto, se han desarrollado distintos métodos para obtener soluciones más o menos aproximadas de la ecuación de transporte, todos ellos muy laboriosos. Un buen compendio puede verse en (2).

En el caso de neutrones monoenergéticos que se mueven en un medio infinito y homogéneo, se puede obtener la solución exacta, pues la teoría de transporte conduce a una ecuación cuya solución es fácil de calcular. Esta ecuación, llamada ecuación de difusión, es aplicable cuando la distribución

^{*} División de Física

angular no es demasiado anisótropa.

Por eso cuando el medio consiste en dos o más materiales con distintas propiedades nucleares, separados por superficies bien definidas, la teoría elemental de difusión no es válida, al menos con los mismos parámetros que para medio infinito y homogéneo, cerca de estas superficies ya que su presencia altera excesivamente la distribución angular.

Enfocada la teoría de difusión desde este punto de vista: una aproximación de la teoría de transporte, pesan sobre ella dos hipótesis: neutrones monoenergéticos y distribución angular de los mismos no demasiado anisótropa. Aunque la primera hipótesis puede considerarse que se cumple suficientemente en muchos casos, la segunda no se verifica en las proximidades de un cambio de medio ó borde. Ante esto, la marcha general de la teoría se ha dirigido a obtener aproximaciones superiores de la teoría de transporte.

Por otra parte, en los estudios clásicos de teoría de difusión -difusión de una fase a través de otra- la ecuación de difusión se obtiene en la forma siguiente: se establece la ecuación de continuidad sobre la densidad de fase (ó de neutrones en este caso) pero no se tiene en cuenta la distribución angular y se postula la ley de Fick (3) que establece la proporcionalidad entre la corriente de la fase y el gradiente de la densidad o concentración de la misma. A la constante de proporcionalidad se la denomina coeficiente de difusión. Combinando ambas ecuaciones -continuidad y Fick- se obtiene la ecuación de difusión.

En el caso de medio infinito y homogéneo el cálculo clásico del coeficiente de difusión conduce al mismo resultado que el que se obtiene al tratar la teoría de difusión como una aproximación de la teoría de transporte. La dificultad sur ge al tratar medios heterogéneos. Mientras que al enfocar la situación desde el punto de vista de la teoría de transporte, se señala que la discrepancia entre la experiencia y la teoría elemental de difusión se debe a que esta es una aproximación demasiado simple en casos heterogéneos, en los estudios clásicos de difusión el criterio que se sigue es distinto: tratar de mantener la ecuación de difusión y más concretamente la ley de Fick, introduciendo coeficientes de difusión adecuados. Naturalmente esto se hace estudiando la distribución experimental de densidad de la fase, y se llega a diversas leyes empíricas cuya justificación casi exclusiva es la concordancia con los resultados experimentales (4,5).

La contradicción entre ambas orientaciones es solo aparente, se debe a que las condiciones sobre la anisotropía de la distribución angular comunmente empleadas para deducir la teoría de difusión como aproximación de la teoría de transporte, son condiciones suficientes pero no necesarias para que se verifique la teoría de difusión.

Parecía entonces indicado transplantar la orientación clásica al estudio de la difusión neutrónica. Para ello era condición indispensable disponer de un conjunto de medidas de distribución de flujo de neutrones térmicos realizadas con el máximo cuidado en las cercanías del borde de separación de dos medios de propiedades nucleares muy distintas.

Con este fin se emprendió un programa de trabajo para el que se escogió la medida de distribución de flujo de neutrones térmicos dentro y en las proximidades de barras de cobre rodeadas de agua ligera. Se eligió el cobre porque tiene propiedades nucleares de absorción y dispersión parecidas a las del uranio natural. El agua ligera venía impuesta por el empleo del reactor JEN-l como fuente de neutrones, y simetría cilíndrica por razones de sencillez y utilidad.

El trabajo presente se ha dividido en dos partes. En la primera, Capítulo I, se exponen brevemente las hipótesis en que se basa la teoría de difusión
para neutrones, y se hace resaltar la posibilidad de que la teoría de difusión
pueda dar resultados cuantitativos correctos aún en las proximidades de un
cambio de medio. Posibilidad que al parecer no ha sido suficientemente desarrollada hasta ahora.

En el Capítulo II se expone el trabajo experimental realizado por el autor junto con las correcciones empleadas. La interpretación de los resultados experimentales se realiza en el Capítulo III, los resultados indican que la teoría de difusión para neutrones sigue siendo válida aún en las proximidades de un borde, a condición de cambiar adecuadamente el coeficiente de difusión de la barra. Coeficiente que pasa ahora a depender no solo del material sino también de la geometría. Esta es la primera conclusión a que se ha llegado.

En la segunda parte se plantea el problema de conocer o calcular de alguna forma este nuevo coeficiente de difusión. Para resolverlo se emplean las medidas realizadas por el autor junto con las medidas realizadas por otros autores en trabajos con orientación y fin distinto del presente. Esto se expone en el Capítulo I.

En el capítulo II se introduce una expresión para el coeficiente de difusión de las barras, empleando un modelo muy simple pero con el que se obtienen unos resultados excelentes. En este modelo se supone que los neutrones se mueven solo radialmente y se toma su camino libre medio dentro de la barra. La expresión obtenida es

$$D = \frac{1}{3} \left(\lambda_{tr} - \frac{d}{d/\lambda_{tr-1}} \right)$$

donde \underline{d} es el diámetro de la barra y λ_{tr} el camino libre medio de transporte del material de la misma. Esta expresión se ha comprobado con todos los casos conocidos de los que da cuenta con gran exactitud. La característica común de todos los experimentos comprobados es que se estudian barras absorbente rodeadas por un medio moderador. Es también necesario para la

validez de la expresión anterior que <u>d</u> no sea mucho mayor que el camino libre medio de absorción del material de la barra, ya que de otro modo se violaría la hipótesis de monoenergeticidad de los neutrones al producirse una variación del espectro de los mismos. También se ha comprobado esta expresión en el caso de láminas en el único experimento conocido, con resultado satisfactorio, siendo ahora <u>d</u> el espesor de la lámina.

Ambas conclusiones, validez de la teoría de difusión en las proximidades de un cambio de medio y nueva expresión del coeficiente de difusión en medio finito, se apoyan mutuamente y sirven para explicar todos los trabajos realizados hasta aquí, desde un punto de vista único.

Parte I

Capitulo I

A. La ecuación de difusión para neutrones.

Análogamente al procedimiento empleado en los estudios clásicos de difusión, se puede desarrollar el mismo para el caso de neutrones (l). Para ello se suponen los neutrones monoenergéticos y se postula la ley de Fick (3). Esta ley establece la proporcionalidad entre la corriente \overline{J} de una componente y el gradiente de la concentración n(r) de la misma

$$\overline{J}(\overline{r}) = -D_0 \operatorname{grad} n(\overline{r})$$
 $\cdot [1]$

donde D_0 es el coeficiente de difusión. En el caso de neutrones monoenergéticos 1 puede escribirse en la forma

$$\overline{J}(\overline{r}) = -D \operatorname{grad} \dot{\Phi}(\overline{r})$$

donde D = D_0/v (v velocidad de los neutrones) y $\Phi(\overline{r})$ el flujo de neutrones.

Una vez admitido [2] para neutrones, es necesario conocer el valor del coeficiente de difusión. En el caso de medio infinito, la forma empleada consiste en calcular \overline{J} y estudiar su relación con el gradiente del flujo, según puede verse en (1) para neutrones y en forma análoga para gases (4,5).

El valor obtenido en ambos casos es

$$D = 1/3 \quad \lambda_{tr}$$

 λ_{tr} se denomina camino libre medio de transporte para distinguirlo del camino libre medio de dispersión $-\lambda_{\!_S}$.

Es elemental mostrar que este coeficiente de difusión en medio infinito depende únicamente de las propiedades del medio. Sin embargo no conviene olvidar que este significado físico de D solo es válido en ese caso. Si el medio no es infinito D no representa más que el coeficiente de proporcionalidad en [2] y como esta ley relaciona el paso de neutrones de un punto a otro, si las propiedades del medio varián bruscamente D puede verse influido por esta variación. Esto podría expresarse diciendo que D es una propiedad de zona.

Para obtener la ecuación de difusión, basta plantear la siguiente ecuación de continuidad en el caso de problema estacionario (1)

$$\operatorname{div} \overline{J}(\overline{r}) + \Sigma_{a} \quad \overline{\Phi}(\overline{r}) = S(\overline{r})$$

donde S(r) es el número de neutrones producidos por unidad de volumen y unidad de tiempo, y Σ_a ϕ (r) los absorbidos por unidad de volumen y unidad de tiempo ya que $\Sigma_a = N \, \sigma_a$, siendo N el n^{o} de átomos por unidad de volumen. El establecer [4] es inmediato.

La ecuación de difusión se obtiene combinando [4] y [2]

$$-D^{2}\nabla^{2}\Phi(\overline{r}) + \Sigma_{a}\Phi(\overline{r}) = S(\overline{r})$$
 [5]

En el caso de no existir fuente de neutrones en la zona que se estudia, la ecuación de difusión adopta la forma

$$\nabla^2 \dot{\Phi} - k^2 \dot{\Phi} = 0$$
 [6]

siendo $k^2 = \frac{\Sigma_{a/D}}{}$

Para resolver univocamente la ecuación de difusión se necesitan conocer las condiciones de contorno. Estas son evidentemente continuidad para el flujo y para la corriente de neutrones.

B. Discusión de los límites de validez.

El planteo anterior de la ecuación de difusión no tiene en cuenta la distribución angular y supone que los neutrones son monoenergéticos. Conviene pués discutir la influencia de ambos puntos.

En cuanto a la distribución angular, la forma más adecuada es obtener la ecuación de difusión como caso particular de la teoría de transporte en la cual se trabaja con dicha magnitud.

Un procedimiento muy empleado para resolver la ecuación de transporte es el desarrollo en armónicos esféricos de la misma; este procedimiento puede verse en forma general para distintas geometrías en (2) y, para caso de geometría plana o esférica, en forma muy sencilla en (1).

Este desarrollo, colocado en la ecuación de transporte, va dando una serie de ecuaciones diferenciales, que se reunen en una ecuación diferencial en el flujo, que depende del número de términos que se hayan tomado en el desarrollo de la distribución angular,

Independientemente de este número de términos aparece como paso intermedio una relación entre la corriente y el gradiente del flujo como puede verse en (1, pg. 393)

$$J(x) = -\lambda_{d} \frac{d}{dx} \left[\overline{x}^{2} \dot{\Phi}(x) \right]$$
 [7]

donde $\overline{\mu}^2$ es el coseno cuadrático medio de la distribución angular y puede calcularse rigurosamente en la forma

$$\overline{\mu}^2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} - \frac{F_2(x)}{\Phi(x)}$$
 [8]

donde F_2 (x) es proporcional a la tercera componente del desarrollo de la distribución angular en serie de polinomios de Legendre. Es fácil comprobar que [7] coincide con la ley de Fick en todos aquellos casos en que $\overline{\mu}^2$ sea independiente de x. Esto puede verificarse de distintas formas. La más sencilla es suponer F_2 (x) = 0.

Del estudio experimental de la difusión de neutrones en medio infinito se deduce que su comportamiento se explica con suficiente aproximación tomando solo los dos primeros términos del desarrollo. Esto equivale a suponer $F_2(x) = F_3(x) = - - = 0$, o lo que es igual, que la distribución angular es casi isótropa.

Sin embargo para conservar la ley de Fick no es necesaria una condición tan restrictiva, pués si por ejemplo $F_2(x)$ fuera proporcional a $\Phi(x)$, μ^2 seguiría siendo independiente de \underline{x} con lo que [7] también coincidiría con la ley de Fick aunque ahora el coeficiente de proporcionalidad sería distinto. Esto autoriza a, en aquellos casos en que se prevea una alteración de la distribución angular que pudiera dar origen a fuerte anisotropía, ensayar coeficientes de proporcionalidad que introducidos en la ecuación de difusión den cuenta de la distribución de flujo. En otras palabras: el intento de mantener la validez de la ecuación de difusión para medios finitos modificando los valores del coeficiente de difusión no está en contradicción con la teoría de transporte.

Por lo que refiere a la condición de que los neutrones sean monoenergéticos es evidente que la realidad física dista mucho de cumplirla. Esto se reflejará en que las secciones eficaces no son constantes como se había supuesto aquí.

Por esto resulta necesario conocer el espectro de velocidades de los neutrones cuya difusión se desea estudiar. Trabajando en un medio infinito y en zonas suficientemente alejadas de la fuente de neutrones, el espectro neutrónico estará en equilibrio con el de los átomos que forman el medio, es decir será un espectro maxwelliano de velocidades. Estos neutrones se denominan térmicos.

En lo que sigue se supondrá que los neutrones han sido previamente moderados y que solamente existe el grupo de los térmicos. Esta hipótesis está de acuerdo con las comprobaciones experimentales efectuadas, que demuestran que el grupo rápido no influía en el proceso estudiado. No obstante al determinar el valor de la sección eficaz que tiene que caracterizar a todo el grupo térmico se utiliza el espectro maxwelliano completo, por lo que al realizar experiencias con este grupo hay que asegurarse de que su característica no haya variado de una región a otra.

Es de notar que en algunas experiencias no se ha tenido en cuenta dicha variación de espectro y se pretendía trabajar teóricamente con el grupo térmico nada más, lo cual ha conducido a hipótesis incorrectas o insuficientes (6,7).

Es evidente que si las medidas emprendidas en este trabajo tenían que servir para decidir acerca de la validez de la teoría de difusión, había que procurar en lo posible que no se produjesen variaciones en el espectro.

Capitulo II

Metodo Experimental

En este Capítulo, tras una descripción general del dispositivo empleado, se pasa revista detallada del método de medida y de las correcciones necesarias para obtener las medidas que se deseaban junto con las precauciones tomadas para evitar alteraciones en las mismas ajenas al problema planteado.

A. Descripción general.

La experiencia consistió en medir la distribución del flujo de neutrones térmicos en las proximidades de la superficie de separación de dos medios de propiedades nucleares muy distintas.

Fué realizada en el reactor JEN-1, tipo piscina, 3 Mw (9). El dispositivo experimental puede verse en la figura 1. Este dispositivo consiste en un soporte de tubo de aluminio con lastre de plomo en su interior. En la parte superior del soporte iban soldadas dos vigas de aluminio que servián para la sujección del experimento propiamente dicho.

La barra absorbente iba colocada en un bastidor de aluminio que se sujetaba a las vigas que salían del soporte mediante cuatro tornillos de acero inoxidable. La barra se acoplaba al bastidor mediante dos pivotes, uno se introducía en un cojinete de celotex y el otro se acoplaba a un pequeño motor eléctrico. Todo el conjunto motriz quedaba protegido del agua. La barra gira ba a unas 28 rpm. Mediante un sistema de cables se bajaba el dispositivo al fondo del reactor. La posición de irradiación se reproducía con suficiente seguridad colocando el extremo de las vigas de aluminio en contacto con la superficie lateral del núcleo y el extremo de un vástago, que llevaba el sopor te sujeto lateralmente, en contacto con la pared de la piscina del reactor en su parte más estrecha. El punto principal en la colocación era que el eje de la barra quedase perpendicular a la pared del núcleo. Esta posición puede verse en la fig. 2.

Las irradiaciones se hacían a 20 Kw de potencia y 10 minutos de duración o una energía equivalente. El número de irradiaciones empleadas fué de 168.

B. Método de medida.

La medida del flujo se realizó por el procedimiento de activación de sondas. Para evitar variaciones en el espectro neutrónico se utilizaron barras de pequeño diámetro, fig. 3.

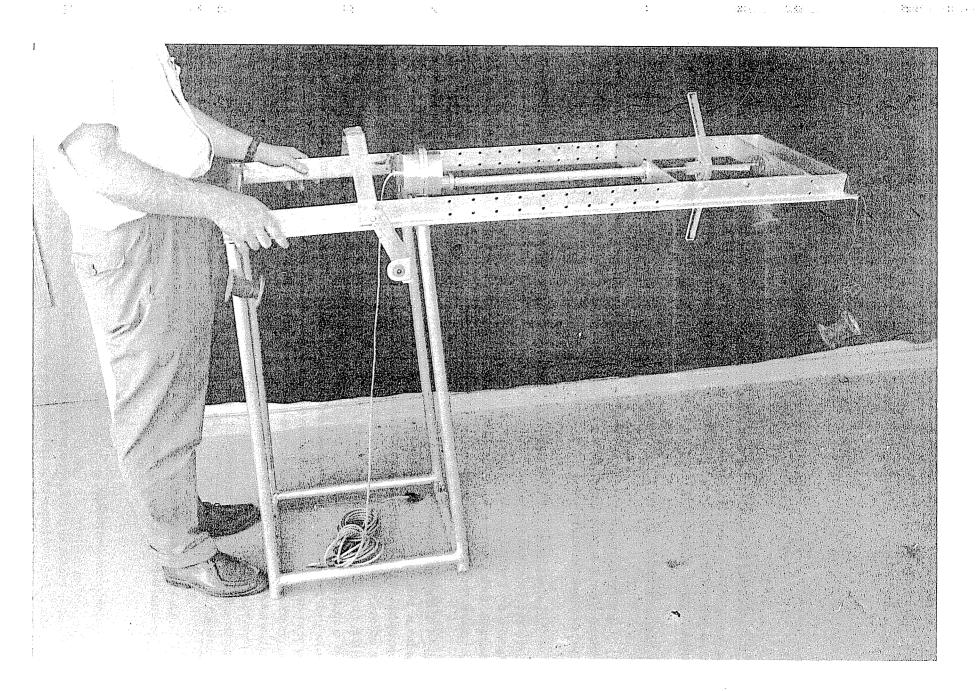
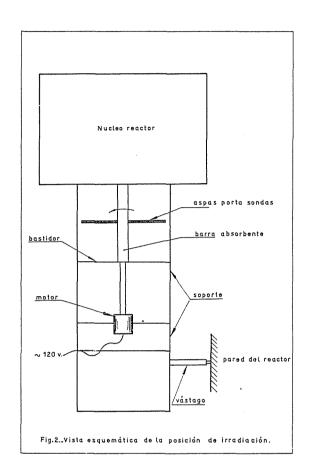


Fig. 1. - Dispositivo experimental



Las sondas empleadas fueron pequeños discos de cobre, que para el exterior de la barra medían $ll\ mm\ \not 0\ y\ 0\ ,l\ mm\ de espesor\ ,\ y\ para\ el interior 5 mm\ \not 0\ y\ l\ mm\ de espesor\ . Se tomaba como punto patrón de flujo el más alejado posible de la barra.$

Las sondas, al ser introducidas en una distribución de neutrones, alteran localmente dicha distribución, puesto que absorben neutrones que antes de su presencia no eran absorbidos allí. Debido a esto hay que corregir los valores experimentales del flujo. Esta corrección, en este caso tenía poca importancia por el tipo de sondas empleado. Esto obligaba a separar los puntos de medida en cada irradiación a fin de evitar las perturbaciones mutuas entre sondas.

La intercalibración de sondas se efectúa sometiéndolas a la acción de un mismo flujo de neutrones. En la fig. 4 se muestra el aparato empleado. Consiste simplemente en un disco de plástico que gira alrededor de su eje por medio del motor eléctrico que lleva acoplado. El procedimiento fué el siguien te: sobre el disco de plástico y tangentes a su borde se colocaban las sondas que se deseaba intercalibrar. El giro del disco servía para que todas las sondas pasasen por los mismos puntos y por tanto estuviesen sometidas al mismo flujo. El disco giraba a unas 600 rpm.

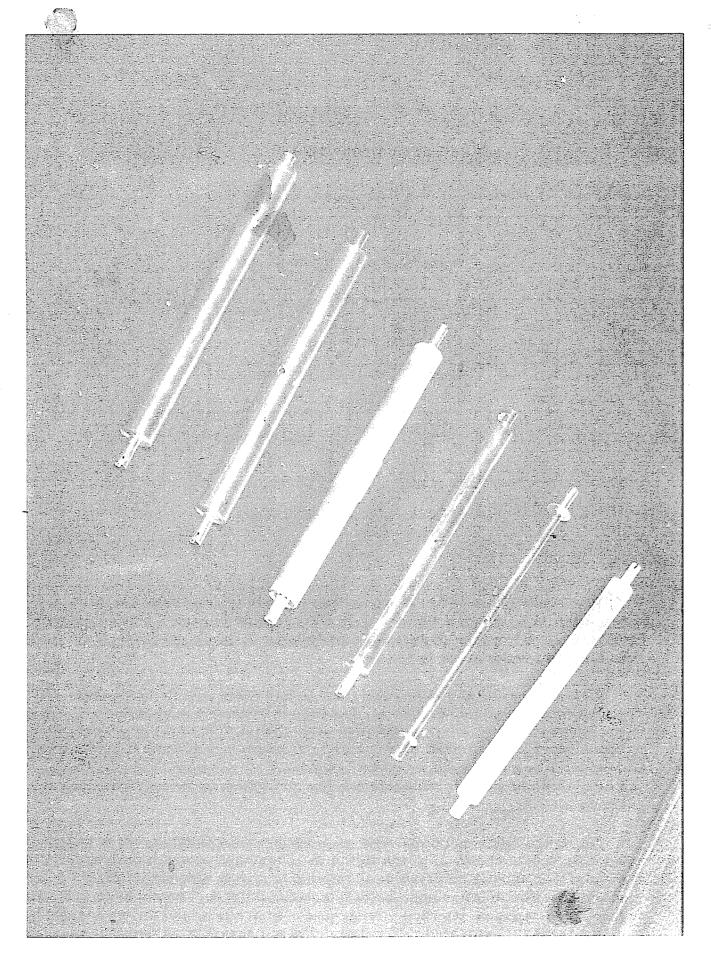


Fig. 3. - Barras absorbentes empleadas

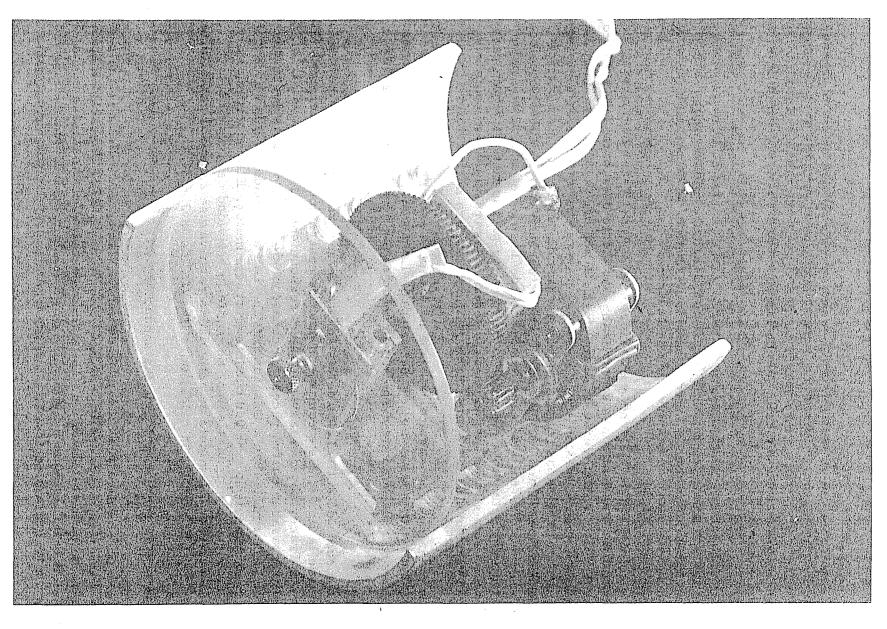


Fig. 4. - Disco para intercalibración de sondas

La operación se repetía varias veces hasta obtener una buena reproducción en los factores de calibrado de cada sonda. Los resultados para las son das de 11 mm Ø y 0,1 mm de espesor pueden verse en la tabla I. En la tabla II aparecen los factores de calibrado de las sondas de 5 mm Ø y 1 mm de espe sor para cada barra empleada.

En un taladro normal al eje de la barra y en el centro de la misma se colocaban las sondas de 5 mm. Ø de forma que llenaban completamente el taladro. Las sondas que iban colocadas en la superficie de la barra tenían una cara plana y la otra con la curvatura de la barra.

La colocación de las sondas exteriores en las posiciones en que se desea ba medir el flujo de neutrones se realizaba por medio de soportes de plástico, algunos de ellos pueden verse en la fig. 5. Este soporte consistía en un manguito que ajustaba a presión sobre la superficie de la barra. Solidarias a este manguito iban tres aspas, que formaban ángulos de 120° entre si. En estas aspas se realizaron unas ranuras de l mm de anchura en las cuales se colocaban las sondas, las ranuras eran cuadrados de ll mm de lado, lo que permitiá centrar perfectamente las sondas. Se tomaron precauciones también para que las tres aspas fueran coplanarias. Mediante las tres aspas se podía explorar la distribución de milímetro en milímetro si era necesario.

La posición del manguito se fijaba de forma que los centros de las ranuras quedasen alineados con el eje del taladro. La posición radial de la sonda quedaba asegurada con este dispositivo con un error no superior a algunas centésimas de milimetro.

La medida de actividades de las sondas se realizaba con el equipo semiau tomático de la fig. 6. Este equipo constaba de cuatro contadores Geiger-Muller de la casa Tracerlab, con las escalas correspondientes J. E. N. Mod. E-14. Las sondas pasaban cuatro veces por cada contador. Las medidas del mismo contador se normalizaban a la sonda patrón. Las actividades medias no superaban generalmente las 10.000 cuentas en tres minutos. El fondo era del orden de 60 cuentas en igual tiempo. Se media la actividad del cobre de 12,8 horas de período. El cálculo de actividades relativas se efectuaba con el programa C. A. 01 (10) para la calculadora UNIVAC de la J. E. N.

C. Corrección en la posición de las sondas.

El experimento a realizar había de cumplir algunas condiciones que permitiesen un tratamiento analítico lo más simple posible. Se deseaba simetría cilíndrica unicamente. Para esto, la primera cuestión era tener una barra de longitud practicamente infinita. Se estimó que barras de 25 cm de longitud cumplirían suficientemente esta condición. Se comprobó experimentalmente que los extremos de barra no influían en la zona de medida.

La coordenada angular se eliminaba mediante el giro de la barra y de las aspas portasondas solidarias a esta.

II aldaT

Factores de calibrado de las sondas de cebre de Bum P

Factores de calibrado de las sondas de cobre de 11mm Ø

e de 26,6 ma p	reë	है हार	01 eb B	Tarī
ತಾತ್ರವ [®] Grupo	A EM	% 03	oa® Grupo	e ei
000 (Pa ʻqn ʻa)	Factor S	`Mo }	* 8 Fact	tor i
1 2 1,026	6,4%	21 E, 3	1,000 (I	?atrón) 💲
R 2 8 € 1,015	0 ± 6,1 %	22	1,011,0,7	4,3 %
3 6 ± 1,032	5,9 1	2 3 , 5,8	1,039,0,0	4,3 %
4.5 + 1.01	÷ 6,7 ½	24 ,	1,018 +	4,2 %
ŧ	3,7 %	25 (Patron)	1,0160 +	2,6 %
6 0,999	4	28	1,005	
7 5,85 0,989	7 5,4 %	27 À 191	1,0175 to	77 4 ,7 %0
(29 -8 -9) 0, 199 5	5 ± 4,2%	28 %	i same i	3 <i>1</i> 9
9 8 1,000	4,5%	29√₹ 6	Q. 8888 Ç	4,9 %
10 8 ± 1,000	(Patrón)	30 ∞₹ ∂	o, 9988 j	4 %
Grupo	i ^o B	\$ 700	† Har	D T
11 5 1,000	(Patrón)	(Patr ips)	1,0000,1	Patrón)
12 0,918	16 ± 1,4 %	32 4	0,9887.2	5,1 %
13 0,974	8 ± 6,2 %	33 _{e man}	0 29957 7	77.4.5 %·
14 0,968	89 ⁺ 4,3 %	•	0,9772	
15 0,988	7 + 4,2 %	35	0,9884	
16 1,001	± 2,7 %		1,001 +	
17 0,955	5 1,8,%	37 •€, 6, 9	0,9838 +	
18 0,962	3 2 %			
i	7 + 4,3 %	\#03781)	0,9758 +	
	8 2 2,3 %	40	0,9832 ‡	

	Barra de 10 mm Ø	And the Annual Scientific State of Scientific Scientifi	Barra de 26,6 mm Ø
Иδ	Factor	Иъ	Factor
1	1,068 + 7 %	2	1,000 (Patrón)
2	1,012 + 5,3 %	5	0,8323 * 4 %
3	1,000 + 5 %	8	0,8393 ± 3 %
4	0,9794 + 6,2 %	11	0,8492
ð	0,9995 + 8 %	14	0,8447 + 6,5 %
6	1,000 (Patrón)	15	0,8163 + 7 %
	Barra de 16 mm Ø		Barra de 23,5 mm Ø
2	0,8032 ื 6 %	3	1,000 (Patrón)
3	0,8296 ± 3 %	6	1,003 🕆 3 %
5	0.8205 + 6 %	9	1,001 ± 3 %
7	0,9874 + 5 %	12	0,9910 1 4 %
9	1,000 (Patrón)	13	0,9219
10	0,7970 ± 4 %		
	Barra de 21 mm #		
1	0,9528 + 1 %		
4	0,9814 + 4,1 %		
6	9,9892 ⁺ 5,1 %		:
8	0,9911 + 6,8 %		
10	1,000 (Patrón)		

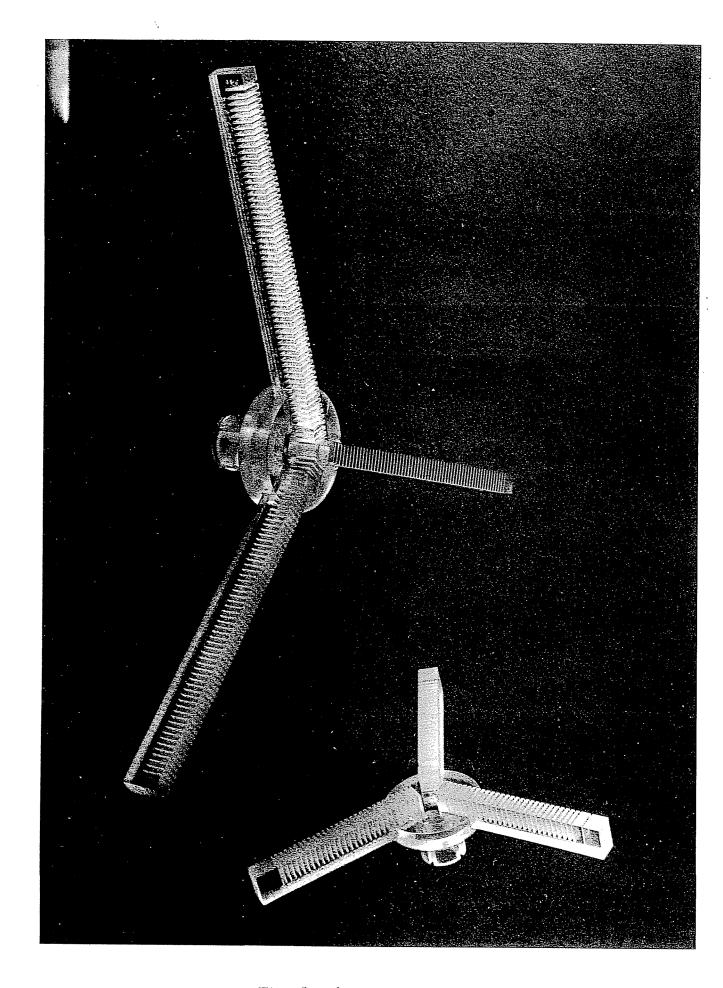


Fig. 5. - Aspas portasondas

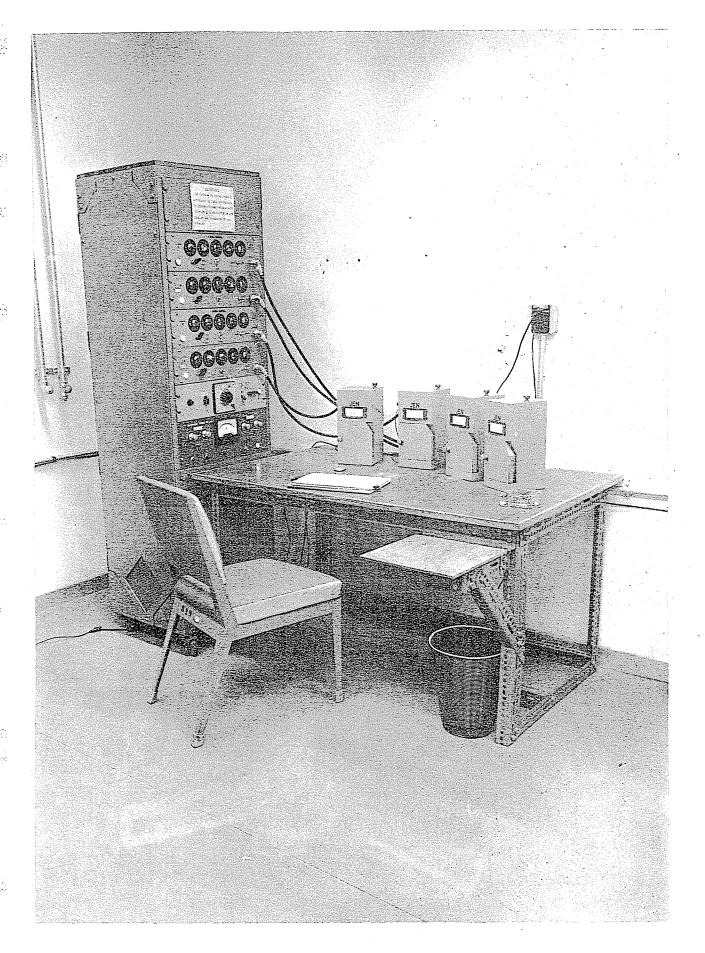


Fig. 6. - Equipo para medida de actividades

En la sección anterior se indicó como estaba determinada la posición radial de las sondas; sin embargo era necesario hacer una corrección debido a la extensión superficial de las mismas. Estas eran planas y por tanto no todos sus puntos estaban a la misma distancia del eje, por lo que la actividad de la sonda reflejaba un flujo intermedio entre los existentes a las distancias a que se encontraba cada punto de la sonda. Esta corrección se realizó calculando la posición equivalente que daría la actividad total de la sonda. Se desarrolló el flujo en serie de Taylor hasta el segundo término y resulta

$$\Delta_{r} = \frac{R^2}{8 r}$$
 [9]

donde R es el radio y r la posición radial del centro de la sonda. Esta es la corrección de posición en una primera aproximación.

Debe observarse que dada la forma de la distribución de flujo en este problema, la corrección es siempre aditiva a la \underline{r} . Por otra parte la singularidad para $\underline{r}=0$ carece de sentido y proviene del hecho de que la distribución del flujo tiene un mínimo en $\underline{r}=0$ por lo que $\underline{[9]}$ no es correcta en este caso. En realidad, cuando \underline{r} es muy pequeño es innecesario realizar esta corrección ya que en la zona del mínimo todas las posiciones son prácticamente equivalentes.

D. Distribución inicial de flujo térmico.

Con esta denominación se entiende la distribución del flujo de neutrones existente en el agua en la zona en que se había de introducir la barra absorbente.

La medida de la distribución inicial se realizó empleando una barra de plástico, por tener éste unas propiedades muy análogas a las del agua respecto a los neutrones. Esta barra tenía 21 mm Ø y las aspas portasondas empleadas fueron las mismas que en la barra de cobre de igual diámetro. Los resultados experimentales se muestran en la tabla III.

Finalmente, con esta misma barra de plástico, se hicieron pruebas variando la posición de las aspas portasondas a lo largo del eje. La distribución relativa de flujo térmico resultó ser independiente de dicha posición. Esto sirvió para asegurarse de que posibles incorrecciones en la posición del aparato, según estuviera más o menos alejado del núcleo no influían en la medida. La perpendicularidad a la cara del núcleo del eje de la barra estuvo siem pre cuidada al máximo y era fácil de obtener dada la longitud de dicho eje.

T A B L A III

Distribución inicial del flujo térmico

Posición r(mm)	фr	ΔΦ _r / φ̄r
40,60	1,356	1%
70,56	1,312	7%0
110,54	1,251	8%0
130,53	1,186	1%
160,52	1,098	5%0
190,52	1,000	-

Se buscó una expresión analítica que ajustase la distribución de flujo inicial dada en la tabla III por el método de mínimos cuadrados. La distribución de flujo, en la zona en que se media, debia tener una forma aproximadamente coseno con un semiperiodo igual a la anchura de la cara del núcleo frente a la que se realizaba el experimento. Pero como se pensaba utilizar solamente la zona central se ensayó una función de ajuste.

$$y = a + bx^2$$

siendo \underline{x} la posición radial e \underline{y} el valor del flujo relativo. Aplicando el método de mínimos cuadrados a esta expresión empleando los valores de \underline{x} e \underline{y} dados en la tabla anterior, resulta

$$y = 1,3633 - 1,0168. 10^{-5} x^{2}$$
 [10]

x expresado en milimetros.

La comprobación estudiando la calidad del ajuste dado por [15] puede verse en la tabla IV. El criterio de χ^2 aplicado a este caso de $\chi^2 = 2,5$, lo que indica que es acertada la función de ajuste empleada.

T A B L A IV

Comprobación del ajuste dado por [10]

Posición r(mm)	ф ajus.	Ф exp.	ΔΦ/Φ
40,60	1,3568	1,356 ₆	1%00
70,56	1,3127	1,312 ₁	4%00
100,54	1,260 ₅	1,251 ₆	8%0
130,53	1,190 ₁	1,1863	3%0
160,52	1,091 ₂	1,0984	6%0
190,52	0,994 ₃	1	5%0

Se observa que el ajuste es mejor que el 1% y ya que la zona normal de trabajo estaba en posiciones de \underline{x} del orden o inferiores a las dos primeras; se estimó que la expresión [10] representaría la distribución inicial de flujo térmico dentro de un 3%o.

E. Término fuente

El plano de medida quedaba situado paralelamente a la cara sur del núcleo y a unos cuarenta centímetros de la misma.

Los neutrones que alcanzan el plano de medida provienen de los que procedentes del núcleo se moderan antes de alcanzar dicho plano y se difunden ya térmicos y de aquellos que se moderan totalmente en el mismo plano de medida. Estos últimos son en realidad los más importantes, ya que la mayor par te de los que se moderan antes son absorbidos rápidamente por el agua.

Era fundamental que el término fuente no quedase alterado por la presencia de la barra absorbente.

Para ver si ocurría esta alteración se realizó una medida de distribución de flujo térmico en el agua a lo largo de la dirección y en la posición que había de ocupar el eje de la barra. Se observó una caída de flujo exponencial al alejarse del núcleo. Después se colocaban sondas a lo largo de la superficie de la barra y se situaba esta en su posición de medida, se observó una caída idéntica a la anterior. Se comprobó así que no existía perturbación apreciable de la fuente. Esta distribución puede verse en la figura 7. Se observó además que la relación de cadmio para el cobre, en esta zona, daba una activación por neutrones epicádmicos menor del 1 %.

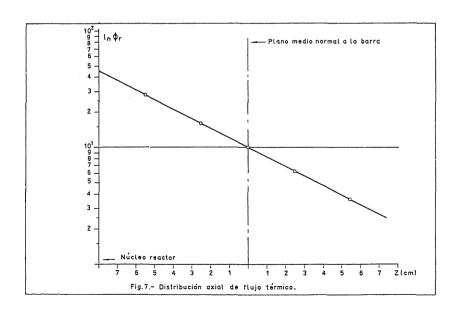
La caída de flujo axial indicada en el párrafo anterior obligaba a una nueva corrección para pasar al caso unidimensional que se deseaba estudiar. Al colocar la barra absorbente en la posición de irradiación se tiene en realidad un problema de distribución de flujo bidimensional, puesto que la perturbación únicamente radial, producida por la barra, se superpone a la variación axial de la fuente que como se ha visto no resulta alterada por la presencia de la barra, debido a su origen de moderación.

En el caso de un problema bidimensional, la ecuación de difusión da

$$\nabla^2 F(r) - m^2 F(r) = 0$$
 (radial)

$$\nabla^2 G(z) - n^2 G(z) =$$
 (axial)

siendo $m^2 + n^2 = k^2$. Aquí k^2 es conocido para el agua y n^2 esta medida experimentalmente por tanto se conoce m^2 .



Para pasar al problema unicamente radial que se desea se habrá de emplear el valor de k^2 , en la ecuación de difusión para dicho problema, igual a m^2 , lo que se traduce en un nuevo valor para el coeficiente de difusión efectivo del agua. Estos valores son $k = 0.343 \pm 8\%$ 0 cm⁻¹ y D = 0.188 cm, ya que la k del agua tabulada es k = 0.350 + 6%0 cm⁻¹ (12) y n = 0.200 + 5\%0 cm⁻¹.

F. Resultados experimentales previos

Es oportuno dar los resultados experimentales tal y como se obtuvieron de la medida directamente, antes de ser tratados. Estos resultados aparecen en las tablas V, VI, VII, VIII.

En la columna 4ª de estas tablas aparece la distribución inicial de neutro nes cuyo error es del 3%o. La corrección para pasar al problema que se desea estudiar, se obtiene simplemente dividiendo la distribución medida por la distribución inicial. Estos resultados junto con su interpretación están dados en el capítulo siguiente.

En la tabla IX aparecen los resultados experimentales para una barra de aleación de cobre y cadmio, este resultado será empleado en conexión con la Parte II de este trabajo. Igualmente en la tabla X se da el resultado de la medida realizada con una barra de uranio cuya interpretación aparece en el apéndice.

Tabla V

Resultados experimentales sin corregir por distribución inicial de la barra de 10 mm Ø de Cu.

Posición r (cm)	ø _r	Aø _r /ø _r	Distribución inicial de flujo
0,600	0,778	4 %	1,0465
0,899	0,840	4 do	1,0463
1,186	0,872	1 %	1,0458
1,479	0,907	5 %	1,0452
1,853	0,928	4 gos	1,0442
1,922	0,940	7 %·	1,0441
2,368	0,955	1 %	1,0425
2,666	0,971	4 700	1,0414
2,815	0,976	5 %	1,0408
3 ,113	0,982	4 %⊖	1,0394
3,342	0,993	1,2 %	1,0382
3,641	0,999	1 %	1,0365
4,609	1,010	5 %	1,0303
7,755	1		1
		rijimaniyaren	

Tabla VI

Resultados experimentales sin corregir por distribución i

inicial de la barra de 16 mm Ø de Cu.

Posición r(cm)	ø _r	Aø _r /ø _r	Distribución inicial de flujo
0,946	0,661	7,8 %-	1,0764
1,138	0,704	7 %	1,0761
1,332	0,768	5,5 %	1,0757
1,626	0,822	1 %	1,0750
1,823	0,870	3,4 %	1,0744
2,318	0,896	8,2%	1,0728
2,815	0,920	1,8%	1,0707
3,213	0,946	5 %	1,0688
3,811	0,981	1 %	1,0654
5,108	1,011	6 %	1,0562
6,306	1,013	1,3%	1,0452
6 _∳ 806	1,014	1 %	1,0399
7,705	1,012	7 700	1,0295
8,805	1,018	1,5 %	1,0149
9,804	0,994		Q 3Q
Tables de la constante de la c			To the second se
W (manufacture)			Ethiosethiris

Tabla VII

Resultados experimentales sin corregir por distribución inicial de la barra de 21 ma Ø de Cu.

Posición r (cm)	ø _r	Aø _r /ø _r	Distribución inicial de fluio
1,186	0,728	8,5 %	1.3619
1,381	0,770	4 %	1,3614
1,577	0,857	7 %0	1,3608
1,971	0,977	7 Se	1,3594
2,3 6 8	1,037	1,3 %	1,3576
2,566	1,065	7,5 %	1,3566
3,064	‡,123	9,5 %	1,3538
3,562	1,171	1 %	1,3504
4,060	1,199	9,7 %	1,3466
4,559	1,240	7,6%	1,3422
5,358	1,263	6 %.	1,3341
6,057	1,276	6 %	1,3260
7,156	1,267	<u>1</u> %.	1,3112
8,755	1,273	5 %	1,2854
15,052	1,131	7,5 %	1,1329
19,052	1		
			Transmission Control
		No. of the control of	er Printerson

ï

Tabla VIII

Resultados experimentales sin corregir por distribución

inicial de la barra de 26,6 mm Ø de Cu.

Posición r (cm)	ø	Ap _r /p _r	Distribución inicial de fluje
1,450	0,486	4,7%	1,0848
1,656	0,555	3 %	1,0844
1.853	0,624	2,5 %	1,0837
2,249	0,716	8,5 %	1,0825
2,845	0,802	4 %	1,0800
3,841	0,916	4 %	1,0747
4,839	0,945	6,8%	1,0676
5,837	0,993	3 %	1,0590
6,83\$	0,996	9 %	\$20487
7,835	0,999	7 %	1,0368
10,334	0,990	Party Party (Sarah)	
† Periodicione		There is Addressed to the Control of	enterodification
CLI rectardado	La constant de la con	service de la company de la co	According to the state of the s
Throughout 25 25.		TO POST CONTRACTOR OF THE POST CONTRACTOR OF	anito ani

Tabla IX

Resultados experimentales sin corregir por distribución inicial de la barra de 26,1 mm Ø de Cu-Cd

Posición r (cm)	\$	$\Delta \phi_{r}/\phi_{r}$	Distribución inicial de flujo
1,435	0,280	9,4%	1,0835
1,631	0,378	7,5 %	1,0830
2,125	0,545	8,8 %	1,0815
2,4 22	0,629	1,7 %	1,0805
2,820	0,702	1 %	1,0787
3,218	0,729	7,7%	1,0768
3,915	0,858	6,6%	1,0727
4,414	0,891	4,5%.	1,0694
6.311	0,983	9,3 %	1,0829
7,510	0,993	1,4 %	1,0395
8,310	0,996	1 %	1,0293
9,209	0,994	6,1 %	1,0245
10,309	0,986		1
			A COLUMN TO THE TOTAL THE TOTAL TO THE TOTAL THE TOTAL TO THE TOTAL TH

Tabla X

Resultados experimentales sin corregir per distribución inicial de la barra de 23,5 mm Ø de uranio natural.

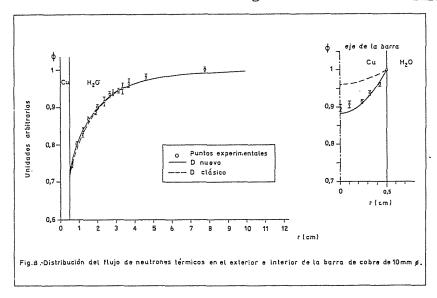
Posición r (cm)	ϕ_{r}	$\Delta \phi_{i}/\phi_{r}$	Distribución inicial de flujo
1,459	0,833	5,5 %.	1,3323
1,557	0,881	8,5 %.	1,3320
1,656	0,927	8,5 %	1,3317
1,853	1,012	2 %	1,3309
2,249	1,125	5,6%	1,3294
2,348	1,155		1,3289
2,845	1,254	1 %	1,3254
3,842	1,316	3 %	1,3233
3,841	1,357	3,4 %	1,3197
4,539	1,381	1 %	1,3139
5,338	1,399		1,306
6,336	1,396	4 × ×	1,2944
7,236	1,386	4 %	1,2823
7,735	1,371	3 %	1,2749
8,335	1,346	5,7 %	1,2653
10,334	1,274	7 %0	1,2281
13,333	1,182	1,7 %	1,1575
16,332	1,071	1,5 %	1,0650
18,332	que de la constant de	THE PROPERTY OF THE PROPERTY O	ded described

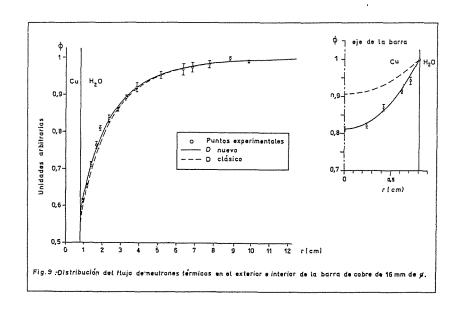
Capitulo III

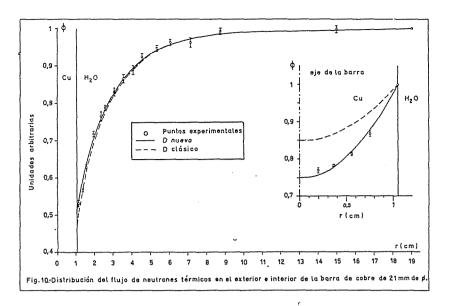
Interpretación de los resultados

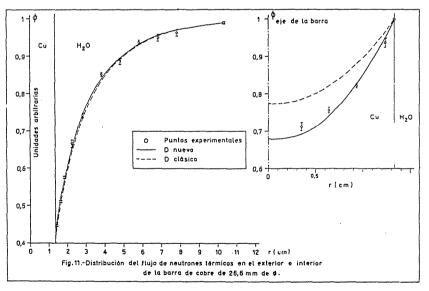
Las figuras 8, 9, 10, 11 y las tablas XI, XII, XIII, XIV presentan los resultados que se obtienen al corregir las medidas experimentales por la presencia de la fuente empleada.

Para interpretar estos resultados se resolverá la ecuación de difusión para el caso de una barra circular sumergida en un medio infinito.









Nota. Figs.: 8, 9, 10 y 11. - Distribuciones del flujo de neutrones térmicos en el interior y exterior de barras absorbentes. Los resultados están normalizados al flujo en el infinito en el medio exterior y a la superficie de la barra en el exterior. Las curvas presentan las distribuciones calculadas según la teoría de difusión: linea de trazos, coeficiente de difusión para medio infinito; linea continua, coeficiente de difusión dependiente de la geometría

Tabla XI Resultados de la distribución del fluje de neutrones térmicos en el exterior e interior de una barra de cobre de 10 ma 9

Pasición r(cm)	$\phi_{\rm exp}^{(1)}$	Δφ _{ez/} φ _{ez}	φajus- tade(2)	φ exp = - φajus = tado	φ _{difu} sion(3)	P _{exp} - P _{di-} fusión
0,600	0,744	7 % a	0,750	- 0,006	0,744	0
0,899	0,803	7 %	0,803	0	0,799	0,004
1,186	0,834	1,3%	0,840	600,0	0,837	- 0,003
1,479	0,868	8 %	0,867	0,001	0,864	0,004
1,853	0,889	7 %	0,893	- 0,004	0,891	- 0,002
1,922	0,901	7 %	0,897	0,004	0,895	0,006
2,368	0,916	1,3 %	0,919	- 0 ₇ 003	0,918	- 0,002
2,666	0,934	7 %	0,931	0,001	0,929	0,005
2,815	0,938	8 %	0,986	0,002	0,984	0,004
3,113	0,944	7 %	0,945	- 0,001	0,944	0
3,342	0,986	1,5 %	0,950	0,006	0,949	0,007
3,641	0,964	1,3%	0,957	0,007	0,956	0,008
4,609	0,981	3 %	0,972	0,009	0,972	0,009
7,755	1		0,993	0,007	0,993	0,007
0,500	SA SA		1 (4)		des.	
0,419	0,962	5 %	0,965	- 0,003	0,989	- 0,024
0,326	0,936	6 %	0,932	9,004	0,978	- 0,045
0,239	0,915	5 %	0,910	0,005	0,971	- 0,081
0,100	0,906	1 %	0,888	0,918	0,963	- D,035
0	0,896	1 %	0,884	0,012	0,962	- 0,078

⁽¹⁾ Resultados experimentales (2) Ajuste con $\phi_0 = 1 - 0.146 \, \text{K}_0 \, (\text{ker})$ (3) Solución según teoría de difusión clásica (4) Ajuste con $\phi_1 = I_0 \, (1.43 \, \text{m r}) / I_0 \, (1.43 \, \text{m s})$

Tabla XII Resultados de la distribución del flujo de neutrones térmicos en el exterior e interior de una harra de cobre de 16 mm Ø

Posición r(cm)	$\phi_{ ext{exp}}^{(1)}$	Δφ _{ex/} φ _{ex}	φ _{ajus-} tado(2)	φ exp - φ ajus- tado	φ _{difu} sion(3)	φ - φ difu- sion
0,946	0,614	1,1%	0,619	- 0,005	0,603	0,011
1,138	0,654	1 %	0,667	- 0,013	0,654	0,000
1,332	0,713	8,5 %	0,707	0,006	0,696	0,017
1,626	0,764	1,3 %	0,756	0,008	0,746	0,018
1,823	0,809	6,4 %	0,783	0,026	0,774	0,035
2,318	0,835	1,3%	0,834	0,001	0,827	0,008
2,815	0,860	4,8%	0,871	- 0 ₉ 011	0,865	-0,005
3,213	0,885	8 %	0,893	- 0,008	0,889	-0,004
3,811	0,921	1,3 %	0,920	0,001	0,916	0,005
5,108	0,957	9 %-	0,955	0,002	0,953	0,004
6,306	0,970	1,6%	0,973	- 0,003	0,972	-0,002
6,806	0,975	1,3 %	0,978	- 0,003	0,977	-0,002
7,705	0,983	1 %	0,985	- 0,002),984	-0,001
8,805	1,003	4,5%	0,990	0,013	0,990	-0,013
9,804	0,994	3 %	0,994	· 0	0,993	0,001
0,800	1,000		1,000 ⁽⁴⁾		1	
0,711	0,944	1 %	0,958	- 0,014	0,980	-0,036
0,613	0,915	7 %	0,919	- 0 ₉ 004	0,961	-0,046
0,419	0,870	4 C	0,860	0,010	0,932	-0,062
0,239	0,820	8 %	0,826	- 0,006	0,915	-0,095
0	0,811	6 %	0,811	C	0,906	-0,095

⁽¹⁾ Resultados experimentales (2) Ajuste con $\phi_0 = 1 - 0,293 \text{ K}_0(\text{k}_0\text{r})$ (3) Solución según teoría de difusión clásica (4) Ajuste con $\phi_1 = I_0/1,175 \times \text{r}) / I_0(1,75 \times \text{a})$

Tabla XIII Resultados de la distribución del fluje de neutrones térmicos en el exterior e interior de una barra de cobre de 21 mm Ø

Posición r (cu)	$\phi_{ m exp}^{(1)}$	Δφ _{ex/} ¢ex	φajus- tado(2)	φ _{exp} - - φ _{ejus_} tado	φ _{dift} sioξ3)	φ exp φ difu- sion
1,186	0,531	1,6%	0,531	0,003	0,516	0,018
1,381	0,566	7 %oo	0,585	- 0,019	0,571	- 0,005
1,577	0,628	1 %	0,633	- 0,005	0,621	0,007
1,971	0,719	1 %	0,703	0,012	0,698	0,021
2,368	0,764	1,6%	0,763	J,001	0,755	0,009
2,56(0,785	1 %	0,786	- 0,001	0,779	0,006
3,064	0,830	1,2%	0,833	- 0,008	0,828	0,002
3,562	0,867	1,3 %	0,868	- 0,001	7,864	0,003
1,060	0,890	1,3%	0,895	- 0,005	0,892	- 0,004
4,559	0,924	1 %	0,916	0,008	0,913	0,011
5,358	0,947	9 %	0,941	0,006	0,930	0,008
6,057	0,963	9 %	0,956	0,007	0 ,95 5	0,008
7,156	0,966	1,3%	0,972	- 0,006	0,971	- 0,010
8,755	0,991	8 %	0,986	0,005	0,985	0,006
15,052	0,998	1 %	J ₉ 994	0,004		
19,052	1,000		1988			
1,050	1,000		1,000(4)	efterfeld i mass-kallisten av med de er dagen flest til de skille fleste fle	1,000	THE PERSON NAMED IN THE PE
0,760	0,867	1 %	0,875	- 0,008	0,925	- 0,058
0,564	0,815	6 %	0,817	- 0,002	0,890	- 0,075
0,373	0,783	4 %	0,779	0,004	0,8 68	- 0,083
0,202	0,767	g 70	0,757	0,010	0.852	- 0,035

⁽¹⁾ Resultados experimentales
(2) Ajuste con $\phi_0 = 1 - 0.427 \, K_0(k_0 r)$ (3) Solución según teoría de difusión clásica
(4) Ajuste con $\phi_1 = I_0(1.08 \, r) + I_0(1.06 \, r)$

Tabla XIV

Resultados de la distribución del flujo de neutrones

térmicos en el exterior e interior de una barra de

cobre de 26,6 mm \$6

Posición r (cm)	$\phi_{\rm exp}^{(1)}$	ΔΦex/ φ _{ex}	φajus- tado(2)	φ _{exp} - - φ _{ajus-} tade	\$\vert \text{difu-}{\text{sion}}\$ (3)	φ exp difusion
1,459	0,448	8 %	0,457	- 0,009	0 ₇ 444	0,004
1,656	0,512	6 %	0,517	- 0,005	0,507	0,005
1,853	0,576	5,5 ‰	0,571	0,005	0,559	0,015
2,249	0,662	1,6 %	0,655	0,007	0,645	0,017
2,845	0,743	7 %	0,745	- 0,002	0,738	0,005
5,841	0,853	7 %	0,842	0,011	0,837	0,016
4,839	0,885	9,6 %	0,898	0,013	0,895	0,010
5,837	0,938	8 %	0,934	0,004	0,932	0,006
6,836	0,950	1,2%	0,957	- 0,007	0,956	0,006
7,835	0,964	1 %	0,972	≈ 0 _° 008	0,971	-0,007
10,334	0,990	3 %	0,990	0	0,990	0
1,330	1		1 (4)	0	1	O
1,236	0,937	1,2 %	0,950	- 0,013	0,967	-0,030
0,938	0,822	7 %	0,826	- 0,004	0,881	-0,059
0,642	0,756	1 %	0,743	0,013	0,822	-0,066
0,353	0,713	1,5 %	0,694	0,019	0,785	-0 ₊ 072

⁽¹⁾ Resultados experimentales

⁽²⁾ Ajuste con $\phi_e = 1 - 0,585 \text{ K}_o(k_e r)$

⁽³⁾ Solución según teoria de difusión clásica

⁽⁴⁾ Ajuste con $\phi_i = I_0(0.992 \text{ x r}) / I_0(0.992 \text{ x s})$

Supóngase un medio infinito en el cual existe una distribución uniforme de neutrones. Se introduce entonces en este medio una barra de sección transversal circular y longitud suficiente para considerarla infinita, de un material absorbente y dispersor de neutrones. Se desea conocer la perturbación producida por dicha barra sobre el flujo de neutrones que inicialmente tenía un valor constante. Dicha perturbación será radial únicamente.

Sea Φ_0 el flujo inicial. La ecuación de difusión en el medio infinito es

$$\nabla^2 \Phi_0(r) - k_e \Phi_0(r) + S(r) = 0$$
 [11]

donde $k_e^2 = -\sum_{a/D} y S(r)$ es el término fuente.

Una vez introducida la barra, en el medio exterior la ecuación será

$$\nabla^2 \, \dot{\Phi} \, (r) - k_e^2 \, \dot{\Phi} \, (r) + S(r) = 0$$
 [12]

donde se ha hecho la hipótesis de que la fuente no ha sido alterada por la presencia de la barra. Denominando $\Phi_p(r)$ a la perturbación introducida por la barra se puede escribir

$$\dot{\Phi}(r) = \dot{\Phi}_{0}(r) + \dot{\Phi}_{p}(r)$$
 [13]

Sustituyendo $\begin{bmatrix} 19 \end{bmatrix}$ en $\begin{bmatrix} 18 \end{bmatrix}$ y teniendo en cuenta $\begin{bmatrix} 17 \end{bmatrix}$, la perturbación producida por la barra viene dada por

$$\nabla^2 \quad \Phi_{p}(r) - k_e^2 \quad \Phi_{p}(r) = 0 \qquad [14]$$

De las características del problema resulta adecuado el empleo de coordenadas cilíndricas para la solución de $\begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix}$. La solución general de ésta es

$$\Phi_{p}(r) = c_{1} I_{0} (k_{e}r) + c_{2}K_{0}(k_{e}r)$$
 [15]

siendo $I_0(k_er)$ y $K_0(k_er)$ las funciones de Bessel definidas en (11). Para medio infinito resulta $c_1=0$ pues de lo contrario cuando $r \to \infty$ el flujo sería infinito. Por lo cual en el exterior

$$\hat{\Phi}_{D}(r) = c_2 K_0(k_e r)$$
 [16]

La ecuación de difusión dentro de la barra es

$$\nabla^2 \Phi (\mathbf{r}) - k_i^2 \Phi (\mathbf{r}) = 0$$

debido a que dentro de la barra no hay fuente. La solución general pues, es idéntica a la de $\Phi_p(r)$

$$\Phi$$
 (r) = C₁ I₀ (k_i r) + C₂ K₀ (k_i r) [17]

y como $K_0(k_i r) \rightarrow \infty$ cuando $r \rightarrow 0$ ha de ser $C_2 = 0$ para que $\Phi(r)$ sea fini to.

Llamando \underline{a} al radio de la barra y tomando Φ $_0$ = 1 la solución obtenida es

$$\Phi(r) = 1 + C_2 K_0(k_e r)$$
 $r > a$

$$\Phi(r) = C_1 I_0(k_i r)$$
 $r < a$

Se toma Φ_0 = 1 porque se manejan flujos relativos normalizados a la distribución inicial. Si por alguna razón interesa conocer la distribución de flujos absolutos basta conocer su valor en un punto para obtenerla. El subin dice <u>e</u> se refiere al exterior e<u>i</u> al interior de la barra.

Para obtener las constantes C_1 y C_2 de $\begin{bmatrix} 18 \end{bmatrix}$ se han de emplear las condiciones de contorno en el borde de la barra: continuidad del flujo y de la corriente de neutrones. Las condiciones de contorno son

$$\Phi_{e}(a) = \Phi_{i}(a)$$

$$De \left[\operatorname{grad} \Phi_{e}(r) \right]_{r=a} = D_{i} \left[\operatorname{grad} \Phi_{i}(r) \right]_{e=a}$$

sustituyendo [18] en [19] resulta

$$1 + C_2 K_0(k_e a) = C_1 I_0(k_e a)$$

- $D_e k_e C_2 K_1(k_e a) = D_i k_i C_1 I_1(k_i a)$

de donde

$$C_1 = -\frac{D_e k_e}{D_i k_i} - \frac{K_1(k_e a)}{I_1(k_1 a)} C_2$$
 [20]

$$C_{2} = -\frac{1}{K_{0}(k_{e}a) + \frac{D_{e}k_{e}}{D_{i} k_{e}} \frac{K_{1}(k_{e}a)}{I_{1}(k_{i}a)} I_{0}(k_{i}a)}} [21]$$

Las ecuaciones $\begin{bmatrix} 26 \end{bmatrix}$ y $\begin{bmatrix} 27 \end{bmatrix}$ sirven para determinar las constantes C_1 y C_2 cuando se conocen D_e y D_i , teniendo en cuenta que la k_i y k_e están univocamente determinadas por las D y Σ_a correspondientes.

En el caso particular que se quiere estudiar, este par de ecuaciones tiene una utilidad doble. De las medidas experimentales, como se verá, se puede determinar el valor de las constantes C_2 , k_e y k_i . A través de los valores tabulados de \sum_{ae} y \sum_{ai} se pueden obtener D_e y D_i y entonces [20] da inmediatamente el valor de C_1 . Pero en cuanto a C_2 resulta que por una parte está medido directamente y por la otra [21] da su valor de acuerdo con la teoría de difusión. Por consiguiente [21] proporciona una comprobación inmediata de la validez de la teoría para el caso estudiado.

En los resultados encontrados por el autor para las barras medidas pue de verse que eligiendo el valor adecuado de \underline{c} la distribución relativa de flujo de neutrones térmicos en el exterior se ajusta perfectamente a una función

$$\Phi = 1 - c K_0(k_e r)$$

donde \underline{k}_e es la constante de difusión del agua en este problema (véase capítulo II). Como se ve el parámetro de ajuste \underline{c} es el que hace las veces del coeficien te C_2 en la exposición teórica.

En cuanto al flujo relativo dentro de la barra se puede ajustar muy bien mediante una función $I_0(k_i\,r)$, lo que está de acuerdo formal con los trabajos de diversas procedencias que serán estudiados en la Parte II.

Hay que señalar que se prescinde del valor de la constante C_1 porque no pasa de ser un simple factor de escala. Lo importante aquí es que el valor de k_i experimental, obtenido mediante el ajuste óptimo de la distribución relativa interior con los puntos de medida, no coincide con el valor que aparece en las tablas correspondiente al material de que está hecha la barra, y además depende del radio de la misma. En consecuencia también son distintos de los tabulados los valores que mediante esta k_i se obtienen para D_i y C_2 .

Esto es precisamente lo que se esperaba al empezar el trabajo y en realidad la única causa de esta variación es que el coeficiente de difusión D_i no coincide con el correspondiente al material de la barra en medio infinito.

Queda únicamente por comprobar que lo que se obtiene de esta manera es un coeficiente de difusión y no un mero parámetro de ajuste. Para ello, se hace uso de la ecuación $\lceil 2 \ \rceil$ como se indicó anteriormente.

Por comodidad, la comprobación se hace de la forma siguiente: se introducen en [21] los valores de k_i , k_e , D_e y C_2 obtenidos experimentalmente con lo cual se calcula D_i . Si ahora se multiplica este valor por k_i^2 (experimental) se obtiene el valor de Σ_a del material.

En la tabla XV pueden verse los valores obtenidos en esta forma para Σ_a comparados con su valor para el cobre (12) corregido de forma que al promediar sobre un espectro maxwelliano resulte el mismo valor que si el cobre fuese un absorbente 1/v.

El valor que se da para el error de Σ_a resulta de calcularlo en [2l] para D_i . Como se ve la concordancia está dentro de los errores experimentales.

Con este resultado parece correcto considerar válida la teoría de difusión por lo menos en medios finitos con simetría cilíndrica, siempre que se conserve el espectro. Es claro que no hay razón alguna para atribuir la validez de la solución a la geometría particular que se ha estudiado. A este respecto puede verse la Parte II de este trabajo.

En cuanto a la conservación del espectro, es un problema distinto cuyo estudio, por otra parte, pudiera ser más sencillo a partir de este resultado.

Tabla XV Valor de $\sum_{\mathbf{a}}$

k _i (cm ⁻¹) (1)	D _i (cm) (2)	$\sum_{\mathbf{a}} (\mathbf{cm}^{-1}) \ (3)$
1,43	0,152	0,311 ± 3 %
1,175	0,223	0,308 ± 3 %
1,06	0,273	0,307 ځ 3 %
0,992	0,311	0,307 🛨 3 %
	1,43 1,175 1,06	1,43 0,152 1,175 0,223 1,06 0,273

(1)
$$k_i$$
 medido experimentalmente; $\frac{\int k_i}{k_i} \approx 1.5 \%$

(2)
$$D_i$$
 obtenido a través de [34] $\frac{\Delta C_i}{C_i} \simeq 0.7\%$

(3)
$$\sum_{\mathbf{a}} = \mathbf{k}_{\mathbf{i}}^2 \times \mathbf{D}_{\mathbf{i}}$$

Valor medio de $\Sigma_a = 0.308 \pm 3 \%$ cm⁻¹
Valor tabulado para el cobre $\Sigma_a = 0.313$ cm⁻¹

Sin embargo, lo más interesante de él es que incluso las aproximaciones más sencillas de la teoría de transporte conducen a cálculos muchisimo más complicados que los que resulta al aplicar teoría de difusión. Por eso cualquier extensión del campo de aplicación de esta última conseguiría una simplificación importante en el cálculo de un reactor nuclear. Esta es la justificación de la Parte II de este trabajo, en la que se aplican las ideas que guiaron a la realización de este estudio, al análisis de diversos trabajos publicados previamente en varios laboratorios extranjeros, todos ellos realizados con fin y orientación distinta de la que aquí se ha propuesto.

Parte II

De la Parte I de este trabajo se desprende que existe un coeficiente de difusión para las barras empleadas, que permite conocer la distribución de flujo a través de la teoría de difusión. En esta segunda parte se va a introdu cir una expresión con la que se puede calcular dicho coeficiente de difusión. Afortunadamente existen bastantes medidas de distribución de flujo en el interior de barras cuyos resultados experimentales pueden incrementar los hechos por el autor y servir para comprobar dicha expresión.

Ya que se pretende utilizar sus medidas convendrá exponer brevemente cada uno de los trabajos en que aparecen estas medidas. Para su exposición se seguirá el orden cronológico de publicación.

Capítulo I

Revisión de trabajos previos

I. Bustraan y van Duuren (13).

Se midió la distribución del flujo de neutrones térmicos en el interior de barras de composición muy variada. El diámetro de la mayoría de estas era de una pulgada. El medio exterior era el agua pesada del moderador del reactor. Se utilizó como función de ajuste de dicho parámetro una función $I_0(kr)$ donde \underline{k} es el parámetro de ajuste. Dicho parámetro no es $k^2 = \frac{\sum_{a} D_{a}}{2}$ pues se dá por supuesto que la teoría de difusión no es válida. Según sus autores, para las barras de una pulgada, \underline{k} se puede calcular mediante la ley empírica.

$$k^2 = 3.6 \quad \sum_{tr}^{0.36} \Sigma_a$$
 [22]

También se observó que la distribución de flujo en el interior de las barras no parecía depender apreciablemente del medio exterior a las mismas. Los resultados pueden verse en la tabla XVII.

II. Taraba y Paine (14).

Se estudió experimentalmente la distribución de flujo de neutrones térmicos en el interior de barras de uranio natural y de barras muy absorbentes. El medio exterior era grafito. Sus autores proponen como ley empírica para dicha distribución de flujo la función

$$\Phi (r, \omega) = \sum_{k=0}^{3} A_k(\omega) r^{2k}$$
 [23]

Siendo $\omega = \sum_{a} a (a = radio de la barra) y las funciones$

$$a_{k}(\omega) = \frac{a^{-2k} \gamma^{k}}{\sum_{j=0}^{\Sigma} \gamma^{j}}$$

donde

$$\gamma = \omega / (-0.22894 \ \omega^2 + 0.6381 \ \omega + 1.2567)$$

en el intervalo

$$0 < \omega < 2, 2. \Phi(a, \omega) = 1.$$

De acuerdo con el resultado de la parte I del presente trabajo el autor a justó los resultados de las distintas barras mediante una función $I_0(kr)$, el

Table XVI

Ajuste de los resultados de ANL-5872 mediante $\phi = I_o(kr) / I_o(ka) \qquad a = radio de la barra$

$$\frac{\Delta \phi_{\rm ex}}{p_{\rm ex}} \simeq 1 \%$$

Berra	Posición r(cm)	$\phi_{ m exp}$	$\phi_{ t ajustado}$		
Nº 1	0	0,9298	0,9298		
a = 0,317 cm	0,090	0,9349	0,935		
$\sum_{a} = 0,313 \text{ cm}^{-1}$	0,147	0,9437	0,944		
	0,204	0,9576	0,958		
5 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	0,261	0,977	0,977		
k = 1,715 cm	0,303	0,9938	0,993		
Ŭ	0,3175	1_000	1,000		
No S	0	0,9092	0,906		
a = 0,449 cm	0,138	0,9144	0,914		
$\sum_{a} = 0,313 \text{ cm}^{-1}$	0.206	0,9239	0,925		
k = 1,42 cm ⁻¹	0,274	0,9410	0,940		
n = 1,42 cm -	0,342	0,9654	0,959		
T.7	0,409	0,9908	0,983		
Ÿ	0,449	1,000	1,000		
Nº 3	U	0,8571	0,8571		
a = 0,635 cm	0,151	0,8641	0,865		
$\sum_{a} = 0,313 \text{ cm}^{-1}$	0,299	0,8847	0,887		
k = 1,260 cm ⁻¹	0,446	0,9211	0,926		
r - 1,200 CH	0,595	0,9794	0,981		
U	0,635	1,000	1,000		

Tabla XVI (Continuación)

Barra	Posición r (cm)	$\phi_{ ext{exp}}$	ψ _{ajustado}	
Nº 4	0	0,7975	0,797	
a = 0,898 cm	0,2166	0,8074	0,808	
$\sum_{a} = 0,313 \text{ cm}^{-1}$	0,4298	0,8368	0,840	
k = 1,089 cm ⁻¹	0,6445	0,8887),888	
	0,8584	0,9770	0,979	
U	0,8980	1,000	1,000	
Nº 5	0	0,718	0,724	
a = 1,27 cm	0,2475	0,729	0,733	
$\sum_{8} = 0,313 \text{ cm}^{-1}$	0,4927	0,757	0,762	
k = 0,931 cm ⁻¹	0,7385	0,813	0,812	
K - 09991 Cm	0,9844	0,890	0,884	
ט	1,2303	0,980	0,981	
	1,270	1,000	1,000	
И5 е	0	0,6428	0,643	
0.247	0,0907	0,6626	0,668	
$a = 0,317 \text{ cm}$ $\sum_{a} = 1,921 \text{ cm}^{-1}$	0,1472	0,6978	0,712	
La = 19521 Cm	0,2043	0,7580	0,780	
k = 4,416 cm ⁻¹	0,261	0,8535	0,875	
Aleación	0,303	0,9564	0,964	
Mg-Cd	0,313	1,000	1,000	

ajuste es muy bueno, tabla XVI, en las barras de uranio natural pero no en las restantes por ser excesivamente absorbentes y producirse endurecimiento del espectro neutrónico.

III. Price y otros.

Se realizaron medidas de la distribución de flujo de neutrones en el interior de barras de uranio natural de distintos diámetros. Sus autores proponen las siguientes leyes empíricas

$$\Phi = \frac{I_0(kr) + e^{-4} \sum_{10}^{10} I_0(4 \sum_{r})}{1 + e^{-4} \sum_{r}^{10} I_0(4 \sum_{r})}$$

$$\Phi = \frac{I_0(kr) + \eta r0 e^{-4\Sigma} (r0-r)}{1 + \eta r_0 e^{-4\Sigma} r0}$$
r > \(\lambda\)

donde r_0 es el radio de la barra. Σ la sección eficaz de absorción de la misma, \underline{k} la constante de difusión del material, η un parámetro de ajuste y $\lambda = 1/\Sigma$. Las funciones son distintas para tener en cuenta el endurecimiento del espectro neutrónico

IV McGill (16).

Se presenta una gran variedad de barras de distintos diámetros y se ajusta la distribución experimental de flujo de neutrones térmicos mediante una función $I_0(kr)$ donde \underline{k} es un parámetro de ajuste. La ley empírica obtenida para dicho parámetro por el método de mínimos cuadrados es

$$k = (1,83 \pm 0,13) \frac{\sum_{a} \frac{1}{2}}{a}$$
 [25]

donde a es el diámetro de la barra. Los resultados pueden verse en la tabla XVII.

Todos los trabajos presentados hasta aquí se ocupan de absorbentes cilíndricos. Sin embargo recientemente han aparecido medidas en las que se emplea geometría plana infinita, para las que se verá también que pueden interpretarse haciendo uso de la teoría de difusión.

V. J. S. Martinez (7).

El fin de este trabajo fué obtener medidas de distintos parámetros útiles para el cálculo de reactores, no se estudia el comportamiento detallado del flujo de neutrones térmicos aunque fué medido con gran precisión, se emplean fundamentalmente valores medios de dicho flujo en las distintas zonas. Los absorbentes fueron láminas de indio y el medio exterior, grafito.

En el capítulo II se mostrará como la teoría de difusión dá cuenta de la distribución de flujo de neutrones térmicos en la zona comprendida entre la fuente y el absorbente. En el interior de la lámina no es válida debido al enda recimiento del espectro y el pico que aparece detrás de las láminas es debido a un proceso de retermalización, aunque su autor indica que se debe al fenómeno recientemente observado (17) de cambios en la distribución angular de los neutrones al pasar a través de la superficie de separación de dos medios de absorción muy diferentes. Las pruebas que presenta no parecen claras.

Capítulo II

El coeficiente de difusión

El procedimiento usual de estudiar problemas de difusión es empezar postulando la ley de Fick [2]. Al hacer esto se renuncia de antemano a conocer el significado de D, que queda reducido a un mero factor de proporcionalidad, dependiente de las distintas variables que intervienen en el problema.

La ley de Fick se postula, no se trata de una ley experimental o lo que es lo mismo no existe procedimiento directo para medir D. Por eso en las aplicaciones clásicas de la teoría de difusión lo que se hace es construir la teoría a partir de esta ley y del principio de continuidad [4] y después aplicarla a la interpretación de los resultados experimentales. De esta forma se consigue calcular D indirectamente y al mismo tiempo comprobar la validez de la hipótesis de la que ha nacido (4,5).

Ahora bien, cuando se estudia la difusión en medio infinito ya no es necesario postular la ley de Fick (1, 2) porque mediante ligeras simplificaciones se puede deducir analíticamente y D resulta ser

$$D = \frac{1}{3} \quad \lambda_{tr}$$

donde ^A tr es el camino libre medio de transporte. Con las salvedades hechas en el caso general el resultado es válido también para difusión de neutrones.

Como se ha visto a lo largo de todo este trabajo, en el caso de medios finitos los resultados no permiten mantener el mismo valor de D obtenido para medios infinitos. La actitud corriente es negar la validez de la teoría de difusión, pero de todo lo dicho hasta ahora parece quedar demostrado que la teoría de difusión sigue siendo válida a condición de escoger convenientemente el valor del coeficiente D.

De la misma manera que ocurre en medio infinito es forzoso que este coficiente D tenga también un sentido físico en medios finitos y que de ser conocido permitiria calcularlo. Desgraciadamente, la intepretación de D exigiría un conocimiento detallado de las distribuciones angulares muy superior al que se tiene por el momento. Esto es así porque lógicamente la magnitud que ha de influir más sobre D es el camino libre medio dentro del medio finito y sobre él influye la geometría del medio a través de la distribución angular.

A falta de este conocimiento solo queda el camino de buscar algún modelo simplificado que permita hacer una estimación sobre el valor de D. Al buscar este modelo han de tenerse en cuenta los siguientes hechos:

- i) Los resultados experimentales muestran una dependencia muy fuerte del valor de D con el diámetro de la barra.
- ii) A la vista de los resultados experimentales, el valor de D dentro de la barra no muestra ninguna influencia del medio exterior, si bién todos los medios exteriores empleados eran moderadores y por tanto su sección eficaz de absorción era mucho menor que la de la barra.
- iii) El hecho de que la barra sea mucho más absorbente que el medio exterior, provocará una mayor preferencia de la distribución angular por la dirección radial.
- iv) Para radio infinito de la barra, debe obtenerse el valor clásico de la D.

En el modelo que se propone se conserva el aspecto formal de la definición de D en un medio homogéneo infinito, pero se sustituye el camino libre medio de transporte del material por el camino libre medio dentro de la barra. Esto es lo que sugiereni) y ii). Dicho camino libre medio viene dado por

$$\lambda = \frac{\int_0^d x e^{-x/\lambda_{tr}} dx}{\int_0^d e^{-x/\lambda_{tr}} dx}$$
 [26]

siendo \underline{d} el diámetro de la barra, si la distribución es puramente radial. En este modelo se acentúa al máximo el hecho iii).

El valor de D en este modelo resulta ser

$$D = \frac{1}{3} \left[\lambda_{tr} - \frac{d}{e^{d/\lambda_{tr}}} \right]$$

y llamando D₀ al valor de coeficiente de difus**ió**n en medio infinito, se puede escribir esta en la forma

$$D = D_0 \left[1 - \frac{d/\lambda_{tr}}{e^{d/\lambda_{tr}} - 1} \right]$$

donde se ve claramente el hecho iv).

Table XVII

Comparación de los resultados experimentales de 11 com los obtenidos a partir de la nueva expresión de D [21]

A. D.	The Control of the Control of the State of the Control of the Cont								•
a a	Nº y Rof.	Material	Diam (cm)	$\sum_{\mathbf{a}} (\mathbf{cm}^{-1})$	Σ (con 1)	k _{ex} (cm ⁻¹)	Real (cm_1)	k elásica	Medio oxterior
F	1, P/928	B/SiO2 (Polvos)	2,55	0,347	0,184	30°0 7 98°0	0,943	0,438	Deg
ଷ	c)	B/SiO2 (Polvos)	\$	0,636	0,194	1,31 + 0,07	1,28	©09 °0	c ₃
က	69	B/SiO ₂ (") ·	DO.	0,685	0,183	1,27 + 0,06	1,32	0,613	
4	*	B/S ₁ 0 ₂ (")	65	0,778	0,187	1,45 - 0,07	1941	0,661	00
29	ъ	B/S,02 (")	63	1,180	0,201	1,59 + 0,03	1,75	0,846	03
9	æ	Mm (v)		0,491	0,106	1,10 4 0,03	1911	0,395	4
2	2	Mm0 ₂ (/)	10	0,147	0,162	10.0 - 73.0	0,61	0,267	ð ð
89	8	H ₃ BO ₃ /H ₂ O (disolución)	2	0,302	2,083	1,30 ± 0,09	1,39	1,37	88

Tabla XVII (Continuación)

Νs	Nº y Ref.	Material	Diam(cm)	Za(cm-1)	Z _{tr} (cm ⁻¹)	k _{ex} (cm ⁻¹)	k _{cal} (cm ⁻¹)	k clásica	Medio exterior
9	9, P/928	Cu (Polvos)	2,54	0,079	0,227	0,51 2 0,07	0,455	0,232	D ₂ 0
10	10,	Cu (Metal)	69	0,232	0,676	0,91 ± 0,05	0,87	0,686	
11	11	(")	19	0,279	0,390	1,01 2 0,04	0,891	0,576	dQ
12	12	10	99	Transportance and State 11 to Anti-Andread Advance and Experimental State 1	ě l	1,01 + 0,04	0,891	0,576	
1.3	13	(99)	S B	то под под под под под под под под под по	B	0,97 ± 0,04	0,891	0,576	
14	14	(")	3,00	0,278	0,394	0,84 + 0,04	0,83	0,574	
15	15	MnO ₂ (Polvos)	5,07	0,136	0,149	0,44 2 0,02	0,43	0,246	D ₂ 0
16	16	B/S _i 0 ₂ (")	75	0,342	0,191	0,70 ± 0,02	0,695	0,442	11
17	17, ^{DEG} (319)	[c _o = 1]	2,692	0,318	0,473	0,899 ± 10%	0,947	0,672	С

Tabla XVII (Continueción)

Иδ	Nº y Ref.	Material	Diam (cm)	Za(cm-1)	Zer (cm-1)	k _{ex} (cm ⁻¹)	kcal (cm ⁻¹)	k clásica	Medio exterior
18	2, DEG (319)	U [Co = 3,6]	2,692	0,860	0,473	1,50 2 10%	1,55	1,10	С
19	3	U [Co = 10]	. 09	2,029	0,473	2,22 * 10 %	2,39	1,63	00
20	4	U [Co = 1]	1,27	0,318	0,472	1,35 10 %	1,35	0,672	90
21	5	U [Co = 3,6]	99	0,880	0,472	2,094 ± 10 %	2,21	1, 10	90
22	6	U [Co = 12]	18	2,623	0,472	3,42 10 %	3,87	1,93	90
23	7	U/4 at% Mo[(o = 1]	10	0,308	0,472	1,32 10 %	1,32	0,66	ep
24	8	U/16 at% Mo[Co = 1]	08	0,277	0,469	1,197 ± 10%	1,207	0,574	60
25	9	U/28 at% Mo[Co = 1]	n	0,234	0,466	1,16 ± 10 %	1,11	0,574	10
26	10	U0 ₂ [Co = 1]	2,54	0,144	0,411	0,661 2 10 %	0,641	0,421	11

× 13 .

449 45 331

Tabla XVII (continuación)

8 8	Nº y Ref.	Material	Diam (cm)	$\sum_{\mathbf{a}} (\mathbf{cm}^{-1})$	\[\sum_{tr} (cm^{-1}) \]	k (cm ⁻¹)	k cal (cm-1)	k clásica	Medio exterior
27	11,DEG(319)	UO ₂ [Co = 3,6]	2,54	3,897	0,411	1,023 ± 10%	1,054	0,692	С
28	12	UO ₂ [Co = 10]	90	1,000	4,11	1,787 ± 10%	1,694	l ₀ 11	10
29	13	U0 ₂ [Co = 3,6]	1,27	0,390	0,411	1,40 1 10%	1,42	0,694	C
30	14	DO ₂ [Co = 10]	90	1,001	0,411	2,157 - 10%	2,27	1,11	co
31	15	'Th	2,54	0,212	0,380	0,701 ± 10%	0,773	0,491	90
32	16	Th	1,27	0,212	0,379	1,008 ± 10%	1,047	0,491	40
33	17	uo ₂ /Th 3% ^{23K} u	2,54	0,460	0,263	1,039 10%	1,118	0,602	10
34	18	uo ₂ /Th 6% ²³⁵ u	2,54	0,799	0,263	1,433 ± 10%	1,454	0,784	16
35	19	U [Go = 1]	0,635	0,318	0,472	1,638 1 10%	1,806	0,672	00

en de la companya de

Tabla XVII (Continuación)

... -24

:

N ₂	Nº y Ref.	Matorial	Diam (cm)	$\left \sum_{a}(cm^{-1})\right $	() tr (cm ⁻¹)	$K_{\odot_{X}}$ (cm^{-1})	kcal (cm-1)	k clásica	Modio exterior
36	20, DEG (319)	U [Co = 3,6]	0,635	0,860	0,472	2,55 - 10 %	2,97	1,0103	၁
69	1, ANL—5872	ສ	0,635	0,313	0,318	1,7118 - 105,5	1,743	0,546	2
38	63	Ω	0,898	0,313	0,318	1042 + 19 <i>6%</i>	1,50	0,546	83
යිරි		Ω	1,27	0,318	0,318	1.260 * 1,5%	1,258	0,546	05
40	學	Ω	1,796	0,313	0,318	1,089 4 1,5%	1,007	0,546	æ
4.1	ъ	Ω	2,54	0,313	0,318	0,931 4 1,5%	0,923	0,546	Ĉ0
4. 83	1, T-20	Cu	1,900	0,313) = 0,497	1) = 0,497 1,43 + 1,5%	1,45	0,793	M 230
# 83	ଧ	Cu	1, 60	0,313	D = 0,497	19176 - 195%	1,193	00793	00
44	8	Cu	2, 10	0,313	D = 0,497 1,06	1,06 + 1,5%	1,07	0,793	05

Tabla XVII (Continuación)

Nō	Nº y Ref.	Material	Diam (cm)	\[\sum_{\text{d}} \left(\text{cm}^{-1} \right) \]	\(\sum_{\text{tr}} \) (cm^{-1})	k _{ex} (cm ⁻¹)	kcal(cm ⁻¹)	k clásica	medio exterior
45	4, T-20	Cu	2,66	0,313	D _o = 0,497	0,992 + 1,5%	0,992	0 , 793	н ₂ 0
46	5	υ	2,35	0,318	$D_0 = 0,683$	0,998 + 1,5%	0,998	0,682	etr
	·			e-contraction of the contraction					

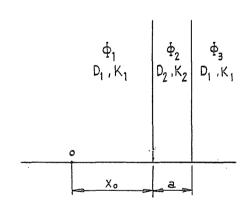
Conviene señalar que aunque en [27] no aparece $\Sigma_{\hat{a}}$ explicitamente, el λ_{tr} que se emplea es el que viene en las tablas y en cuya medida se han tenido en cuenta los efectos de la absorción. Esto no obstante, si el diámetro de la barra es del orden de varios caminos libres medios de absorción aparecerá endureci miento del espectro en el centro de la barra por lo cual la distribución de flujo diferirá de la calculada.

A pesar de la sencillez del modelo la expresión para el valor de D, dá resultados excelentes. En la tabla XVII están reunidos todos los resultados publicados hasta la fecha, junto con los valores calculados a partir de [27]

Como se ve la concordancia es excelente excepto en algunos casos ya previstos en que λ_a << d.

Esta expresión [27] puede extenderse al caso láminas absorbentes siendo ahora d el espesor de éstas.

Para ello se resolverá el problema de una lámina absorbente infinita inmersa en un medio infinito, según la teoría de difusión. Este problema es el expuesto en el apartado V del capítulo anterior.



La solución de la ecuación de difusión en este caso es

$$\Phi_1 = A_1 e^{-k_1 x} + B_1 e^{k_1 x}$$

$$\phi_2 = A_2 e^{-k_2 x} + B_2 e^{k_2 x}$$

$$\dot{\Phi}_3 = A_3 e^{-k_1 x} + B_3 e^{k_1 x}$$

Los coeficientes que aparecen en las expresiones anteriores se obtienen a través de las condiciones de contorno en ambas superficies de la lámina, normalizando $\Phi_1(0) = 1$ y teniendo en cuenta que $\Phi_3(x) = 0$.

 $x \to \infty$

Los valores dados en (7) para el grafito son

$$k = 0.03868 \pm 0.00075 \, \text{cm}^{-1}$$

$$D = 0.833 \text{ cm}.$$

y para el indio

$$= 7,37 \pm 0,22 \text{ cm}^{-1}$$

El valor de k_2 calculado a partir de es,

$$k_2 = 37.9 \text{ cm}^{-1}$$
 (a = 0,508 cm); $k_2 = 41.75 \text{ cm}^{-1}$ (a = 0,0254 cm)

En la tabla XVIII se compara la distribución de flujo experimental en la región Φ_1 pues se observó como era de esperar que dentro de la lámina no se ajustaba Φ_2 con los valores experimentales. El sentido de la desviación es el dado por endurecimiento del espectro.

Con esta tabla se comprueba que la teoría de difusión es correcta junto con la validez de la fórmula para el valor de D en medio finito.

En el Capítulo II de la Parte I se había indicado que se empleó una barra de aleación cobre-cadmio. El fin de esta medida era comprobar si el efecto de un absorbente de mayor sección eficaz de absorción que los empleados anteriormente, era capaz de provocar la no validez de la teoría de difusión.

En realidad esta cuestión ya ha sido resuelta indirectamente al ser válida la teoría de difusión en el caso de geometría plana anterior, pues la del indio es aún mayor que la empleada en la barra de aleación. Esto es debido a que (7) llegó a conocimiento del autor después de haber iniciado la experimentación con la barra de cobre y cadmio.

En la tabla IX se dió la distribución medida sin corregir por distribución inicial. La medida se realizó sólo en el exterior de la barra, ya que en su interior se presentaría variación de espectro dada la Σ_a excesiva de la aleación.

La distribución de flujo ya corregida de distribución inicial se da en la figura 12. El ajuste de esta distribución de flujo se realizó, análogamente a las otras barras, mediante una función

$$\Phi = 1 - c K_0 (k_e r)$$

el valor experimental de C resultó

$$C = 0,787 - 1,5\%$$

Por medio de $\begin{bmatrix} 27 \end{bmatrix}$ se calculó el coeficiente de difusión de la barra siendo $\underline{d} = 21 \text{ cm}$ y $D_0 = 0.497 \text{ cm}$.

Con este valor de D y con el valor de la sección eficaz macroscópica de absorción Σ = 1,389 \pm 2% cm⁻¹ para la barra se calculó [21] obteniéndose el valor \underline{C} = 0,797. Este valor se muestra de acuerdo con el valor de \underline{C} obtenido experimentalmente.

Tabla XVIII

Ajuste de los resultados de UCRL-6526 en la región 1 con D para la lámina calculado con [36] $\phi_{\rm ex}(4,866~{\rm cm}) = \phi_{\rm gal}(4,866~{\rm cm}) = 1,$

espesor lámina = 0,0508 cm x(cm

x(cm) = 0 → 15,959 pulgadas

D = 0,00513 cm

Posición x (cm)	$\phi_{ ext{exp}}$	$\Delta \phi_{\rm exp}/\phi_{\rm exp}$	$\phi_{ ext{calculade}}$
4,886	3,00 0		1,000
7,513	0,840	6,6%	0,846
12,700	0,570	1,5 %	0,573
15,24	0,441	1,1 %	0,448
17,78	0,330	1,2 %	0,325
18,519	0,296	1,5%	0,293
19,154	0,267	1,5 %	0,261
19,789	0,232	1,3%	0,233
20,106	0,215	0,7 %	0,217
20,208	0,210	0,7 %	0,212
20,320	0,207	1,1%	0,203
20,424	Superficie	de la lámina	

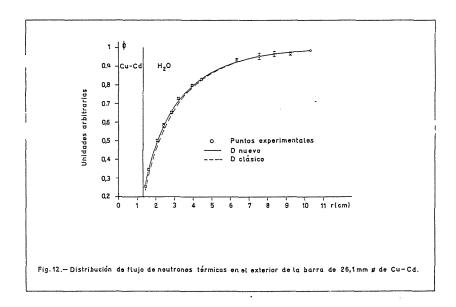
Tabla XVIII (Continuación)

Espesor de lámina 0,0254 cm;

$$\phi_{\rm ex}(0) = \phi_{\rm cal}(0) = 1, \quad x = 0 \rightarrow 18,959 \, \text{pulgadas}$$

$$D = 0,00423$$

Posición x(cm)	φ exp	$\Delta \phi_{\rm exp} / \phi_{\rm ex}$	oalculado proposition de la culado proposition
0	quid		£
5,08	0,750	0,8%	0,762
7,62	0,676	1,4%	0,653
12,70	0,443	0,9 %	0,457
15,24	0,857	0,8 %	0,365
17,780	0,277	0,7 %	0,276
19,750	0,210	1 %	0,211
20,106	0,198	1,3 %	0,198
20,218	0,194	1,2%	0,194
20,320	0,191	1 %	0,188
THEOLOGICAL STATES	Conductive seasons	The second secon	:



Estos resultados parecen indicar que la variación de espectro en el medio finito no afecta la distribución de flujo en el medio exterior, al menos dentro de los errores experimentales. En estos casos la teoría de difusión sigue explicando los resultados experimentales.

Conclusiones

Al enfrentarse con el problema de la distribución neutrónica en medios materiales se puede escoger entre dos caminos distintos. El primero conduce a la ecuación de transporte y consiste en considerar con detalle los procesos de colisión entre neutrones y núcleos. La ecuación que resulta es prácticamente inmanejable.

El segundo prescinde del estudio microscópico de los procesos de interacción y admite como un postulado la ley de Fick. Este es el método que se sigue habitualmente en teoría de difusión clásica. En teoría de neutrones se acostumbra a considerar la teoría de difusión como una aproximación de la teoría de transporte, válida solo en condiciones muy especiales. Con este criterio se limita su utilidad excesivamente. En este trabajo se ha querido aprovechar el gran poder de representación de la realidad física que ha demostrado siempre la ley de Fick.

Es natural que por este camino no se obtengan resultados interesantes acerca de distribuciones angulares o cualesquiera otras magnitudes características del aspecto microscópico del problema. En cambio lo que se pierde en profundidad se compensa porque las ideas generales aplicadas con éxito en otros campos de la teoría de difusión han servido de guía para la solución del problema. Hasta ahora cada vez que se ensayaba la teoría de difusión en medios finitos, se conservaba el coeficiente de difusión correspondiente al medio infinito de la misma composición. Se ha visto que esto no era apropiado.

Se ha demostrado que mediante el uso de un coeficiente de difusión dependiente de la geometría, la teoría de difusión es perfectamente capaz de dar cuenta de todas las distribuciones de flujo de neutrones térmicos conocidas, a condición de que no exista variación espacial del espectro de energías.

Por añadidura se introduce una fórmula cuyo mérito consiste en que con ella se calculan los coeficientes de difusión verdaderos en todos los casos en que se dispone de medidas experimentales. Basta el examen conjunto de los trabajos en que aparecen estas medidas para apreciar la coherencia que adquieren al interpretarlos bajo este punto de vista, con lo cual se obtiene una confirmación indirecta más de la validez de la teoría de difusión.

* *

Este trabajo se ha realizado en la División de Física de la Junta de Energía Nuclear. El autor desea agradecer al Dr. E.R. Mayquez su dirección; al Prof. C. Sánchez del Río, a la Dra. M.A. Vigón y a F. Verdaguer su crítica y apoyo; a C.E. Granados su ayuda en la redacción del manuscrito; al Grupo de Operación del Reactor JEN-l las numerosas irradiaciones realizadas; así como a todas las personas que en una u otra forma le han prestado su ayuda.

Apéndice

Con la validez de la ecuación de difusión y la fórmula encontrada para el coeficiente de difusión de un medio finito, es posible atacar en forma muy sencilla algunos problemas de difusión de neutrones que ofrecian gran dificultad.

Uno de estos problemas es conocer la distribución de neutrones térmicos producida por una barra combustible.

Se empleó una barra de uranio natural metálico y se siguió igual procedimiento experimental que el empleado con las barras de cobre. En la tabla X se da la distribución interior y exterior del flujo sin corregir por distribución inicial.

Una vez corregida por la distribución inicial, el problema es el de una barra de uranio de longitud prácticamente infinita que se introduce en una distribución uniforme de neutrones. La barra de uranio absorbe neutrones térmicos y produce una depresión análoga a la de las barras de cobre, pero, por otra parte la absorción de estos neutrones provoca un cierto número de fisiones en las que se producen neutrones rápidos, en su mayoría. Estos neutrones rápidos al salir al medio exterior se moderan y pasan a térmicos. Debido a esto la distribución de neutrones térmicos en el agua para el caso experimentado difiere mucho del caso de un absorbente puro. La figura 13 muestra esta distribución.

Sin embargo, de todo lo dicho en este trabajo, se desprende que es posible calcular la perturbación que produce la barra de uranio como absorbente puro. Según esto, si esta distribución se resta de la experimental se obtendrá la distribución de neutrones térmicos que proceden de los de la barra una vez moderados. La figura 20 muestra dicha diferencia.

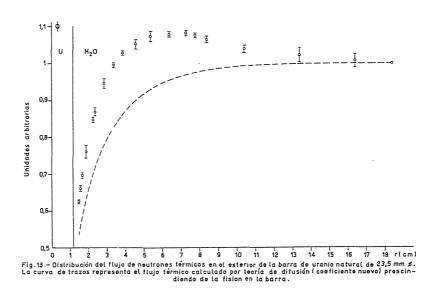
El cálculo de la absorción de la barra de uranio se hace con los valores

$$d = 2,35 \text{ cm}$$
 $\lambda_{tr} = 2,05 \text{ cm}$

que introducidos en la fórmula [27] dan D = 0,319 cm para la barra.

La distribución relativa de flujo interior a la barra se ajusta con la función I_0 $(k_i r)$ con $k_i = 0.998 \stackrel{+}{=} 1.5\%$ ya que los neutrones de fisión no se moderan en el interior de la barra. El valor de k_i calculado es $k_i = 0.998$. Para obtener la distribución de flujo exterior se calculó C por medio de [21] con estos datos.

El procedimiento más sencillo de estudiar una distribución de neutrones térmicos con una fuente de moderación se realiza mediante teoría de dos grupos. Si se desprecia la absorción de rápidos y denominando con el subíndice r al grupo rápido las ecuaciones de difusión pueden escribirse (1).



Grupo rápido D_r
$$\nabla^2 \Phi_r(r) - \Sigma_r \Phi_r(r) = 0$$

Grupo térmico D $\nabla^2 \Phi_r(r) - \Sigma_a \Phi_r(r) + \Sigma_r \Phi_r(r) = 0$

La solución del grupo térmico es

$$\mathbf{\Phi} = G K_0(kr) + S F K_0(k_r r)$$

donde G y F son constantes y

$$S = \frac{\Sigma_r}{D} \left[\frac{1}{k^2} - \frac{1}{k_r^2} \right]$$

Los valores de G y F se calculan normalizando en un punto y conociendo la intensidad de la fuente. Como no se conocía esta última se toma otro punto experimental para conocer ambas constantes.

Los valores de los parámetros fueron

$$k = 0,350 \text{ cm}^{-1}$$
 $D = 0,164 \text{ cm}$ (12)

$$k_r = 0.22 \text{ cm}^{-1} (18) \qquad D_r = 0.911 \text{ cm}$$
 (19)

Se observa en la figura 14 que el ajuste con dicha teoría y parámetros es bueno.

4:...

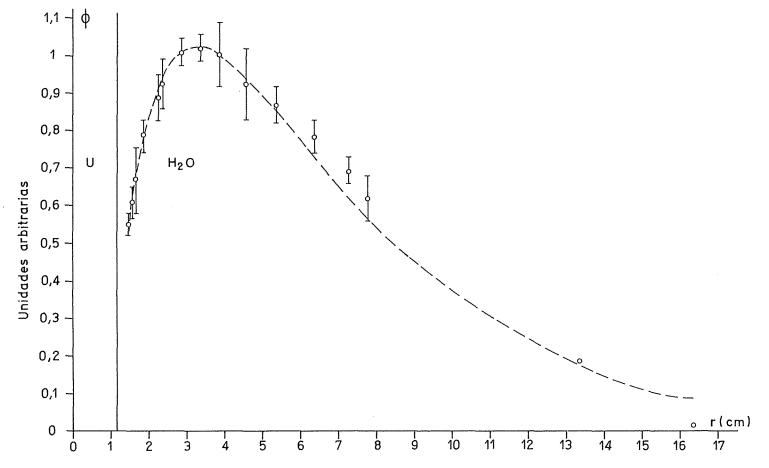


Fig 14 - Distribución de neutrones térmicos en el agua procedentes de la fisión en la barra de uranio natural de 23,5 mm ø . La curva de trazos representa el cálculo efectuado con teoria de dos grupos.

Referencias

- 1. S. Glasstone y M.C. Edlund. The elements of Nuclear Reactor Theory. Fifth Printing. D. van Nostrand Company Inc. N. Y. (1956).
- 2. B. Davisson. Neutron Transport Theory. Oxford University Press (1957).
- 3. A. Fick. Pogg. Ann. 94, 59 (1855).
- 4. W. Jost. Diffusion in Solids, Liquids, Gases. Academic Press Inc. Publishers N.Y. (1952).
- 5. J. Crank, The Mathematics of Diffusion. Oxford University Press (1956).
- 6. F.J. Sisk. Transport Parameter for Thermal Neutrons in Water. Oak Ridge National Laboratory. ORNL-933. Series B Physics (1951).
- 7. J.S. Martinez. Neutron Self-Shielding in Due-Dimensional Absorbers (Ph. D. Thesis) University of California, UCRL-6526 (1961).
- 8. H.A. Bethe. Rev. Mod. Phys. 9, 69 (1937).
- 9. M.E. de Salamanca. Descripción General del Reactor JEN-1. 97-DF/I 30 (1961).
- 10. E. Rodriguez Mayquez y L. Mañas Díaz. Programa para el cálculo de actividades medias mediante la máquina electrónica Univac-JEN. Comunicación privada.
- 11. British Ass. Math. Tables vol. VI Bessel Functions. (1950).
- 12. ANL 5800.
- 13. M. Bustraan y K. van Duuren PIGG P/928 1955.
- 14. F.R. Taraba y S.H. Paine. The Radial Distribution of Thermal Neutron Flux in Cylindrical Fuel Specimens During Neutron Irradiation. ANL-5872. (1959).
- 15. G.A. Price et al. Single Rod Fast Effects and Related Measurements. BNL-616 (1960).
- 16. I.S. Mc Gill. The Distribution of Flux and Temperature in Thermal Reactor Fuel Rods. DEG Report 319 (D) (1961).
- 17. A.C. Jones, Jr (M. S. Thesis). Angular Distribution of Neutron from a Graphite Surface. UCRL 6223 (1960).

- 18. L. Mañas Díaz y J. Montes. Determinación de la Relación de Cadmio en el Reflector de Agua del Reactor JEN-1. An. R.S.F.Q. 7 y 8, 209 (1961).
- 19. C. Cooper, J.D. Jones, C.C. Horton. Some Desing Criteria for Hidrogen-Metal Reactor Shield. PIGG. P/84 (1958).

J.E.N. 114-DF/I 33

Junta de Energía Nuclear, División de Física, Madrid
"An extension of diffusion theory for thermal
neutrons near boundaries".
ALVAREZ RIVAS, J.L. (1963) 64 pp. 14 figs. 18 tabls. 19 refs.

The distribution of thermal neutron flux has been measured inside and outside copper rods of several diameters, inmersed in water. It has been found that these distributions can be calculated by means of elemental diffusion theory if the value of the coefficient of diffusion is changed. This parameter is truly a diffusion coefficient, which now also depends on the diameter of the rod.

Through a model an expression of this coefficient is introduced which takes account of the measurements of the author and of those reported in PIGC P/928 (1955), ANL-5872 (1959), DEGR 319 (D) (1961). This model could be extended also to plane geometry.

J.E.N. 114-DF/I 33

Junta de Energía Nuclear, División de Física, Madrid
"An extension of diffusion theory for thermal
neutrons near boundaries."
ALVAREZ RIVAS, J.L. (1963) 64 pp. 14 figs. 18 tabls. 19 refs.

The distribution of thermal neutron flux has been measured inside and outside copper rods of several diameters, inmersed in water. It has been found that these distributions can be calculated by means of elemental diffusion theory if the value of the coefficient of diffusion is changed. This parameter is truly a diffusion coefficient, which now also depends on the diameter of the rod.

Through a model an expression of this coefficient is introduced which takes account of the measurements of the author and of those reported in PIGC P/928 (1955), ANL-5872 (1959), DEGR 319 (D) (1961). This model could be extended also to place geometry.

J.E.N. 114-DF/I 33

Junta de Energía Nuclear, División de Física, Madrid
"An extension of diffusion theory for thermal
neutrons near boundaries".
ALVAREZ RIVAS, J.L. (1963) 64 pp. 14 figs. 18 tabls. 19 refs.

The distribution of thermal neutron flux has been measured inside and outside copper rods of several diameters, inmersed in water. It has been found that these distributions can be calculated by means of elemental diffusion theory if the value of the coefficient of diffusion is changed. This parameter is truly a diffusion coefficient, which now also depends on the diameter of the rod.

Through a model an expression of this coefficient is introduced which takes account of the measurements of the author and of those reported in PIGC P/928 (1955), ANL-5872 (1959), DEGR 319 (D) (1961). This model could be extended also to plane geometry.

J. E. N. 114-DF/I 33

Junta de Energía Nuclear, División de Física, Madrid
"An extension of diffusion theory for thermal
neutrons near boundaries".
ALVAREZ RIVAS. J.L. (1963) 64 pp. 14 figs. 18 tabls. 19 refs.

The distribution of thermal neutron flux has been measured inside and outside copper rods of several diameters, inmersed in water. It has been found that these distributions can be calculated by means of elemental diffusion theory if the value of the coefficient of diffusion is changed. This parameter is truly a diffusion coefficient, which now also depends on the diameter of the rod.

Through a model an expression of this coefficient is introduced which takes account of the measurements of the author and of those reported in PIGC P/928 (1955), ANL-5872 (1959), DEGR 319 (D) (1961). This model could be extended also to plane geometry

			<u>-</u>