

RAPPORT SCIENTIFIQUE

présenté à

**L'UNIVERSITE DE LA MEDITERRANEE**

(AIX-MARSEILLE II)

par

**Marc GRANDOTTO BIETTOLI**

pour obtenir l'

**HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES**

**SIMULATION NUMERIQUE DES ECOULEMENTS DIPHASIQUES DANS LES  
ECHANGEURS**

Jury :

Dominique MORVAN

Patrick BONTOUX (directeur de recherche)

Jean-Marc HERARD (rapporteur)

Emmanuel de LANGRE (rapporteur)

Didier BESNARD

Jean-Paul CALTAGIRONE

Claude REY

6 avril 2006

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Présentation générale des travaux</b>	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>CURRICULUM VITAE</b>	<b>9</b>
<b>3</b>	<b>Liste des publications</b>	<b>12</b>
3.1	Revue, conférences . . . . .	12
3.2	Documents internes CEA . . . . .	15
3.3	Projet NEPTUNE CEA-EDF . . . . .	19
<b>4</b>	<b>Les écoulements diphasiques</b>	<b>21</b>
4.1	Introduction . . . . .	21
4.2	Contexte de l'étude . . . . .	22
4.3	Description technologique des échangeurs . . . . .	22
4.4	Nomenclature . . . . .	23
4.5	Equations semi locales . . . . .	25
4.5.1	Conservation de la masse . . . . .	25
4.5.2	Conservation de la quantité de mouvement . . . . .	25
4.5.3	Conservation de l'énergie . . . . .	26
4.6	Equations de conservation homogénéisées . . . . .	27
4.6.1	Conservation de la masse . . . . .	27
4.6.2	Conservation de la quantité de mouvement . . . . .	27
4.6.3	Conservation de l'enthalpie . . . . .	27
4.6.4	Conditions aux limites . . . . .	27
4.6.5	Conditions initiales . . . . .	28
4.7	Fermeture des équations . . . . .	28
4.7.1	Tables thermodynamiques . . . . .	28
4.7.2	Modèles physiques . . . . .	29
4.7.3	Température primaire . . . . .	31

4.8	Discrétisation . . . . .	31
4.8.1	Remarque préliminaire . . . . .	31
4.8.2	Formulation variationnelle . . . . .	32
4.8.3	Correction de la diffusion . . . . .	33
4.8.4	Calcul des matrices et des vecteurs élémentaires . . . . .	34
4.9	Algorithme de résolution . . . . .	36
4.9.1	Caractéristiques générales . . . . .	36
4.9.2	Correction de la vitesse et de la pression . . . . .	37
4.9.3	Algorithme résumé . . . . .	37
4.10	Prise en compte des conditions aux limites et rotation des équations de quantité de mouvement . . . . .	38
4.11	Conditions aux limites dans le cas des calculs avec boucle de recirculation . . . . .	40
4.12	Résolution des systèmes linéaires . . . . .	40
4.12.1	Méthode directe . . . . .	40
4.12.2	Méthodes itératives . . . . .	41
4.13	Extension de l'algorithme aux calculs transitoires . . . . .	41
4.14	Implication partielle du terme de déséquilibre cinématique de l'équation de l'enthalpie . . . . .	42
4.15	Modèle à deux équations de quantité de mouvement . . . . .	43
4.16	Cas de l'écoulement secondaire diphasique à l'intérieur des tubes . . . . .	45
4.17	Transport de particules solides . . . . .	47
4.17.1	Méthode numérique . . . . .	48
4.17.2	Modèles physiques . . . . .	49
4.18	Couplages thermiques . . . . .	50
4.19	Parallélisation des calculs . . . . .	51
4.20	Applications et validations industrielles . . . . .	52
4.20.1	Maquette bidimensionnelle . . . . .	52
4.20.2	Maquette tridimensionnelle . . . . .	52
4.20.3	Applications à d'autres types d'échangeurs . . . . .	53
4.21	Performance . . . . .	53
4.22	Remarques sur l'architecture logicielle . . . . .	53
4.22.1	Conception orientée objet et Architecture à composants . . . . .	53
4.22.2	Langage de commande . . . . .	54
4.22.3	Interfaces graphiques . . . . .	55

<i>TABLE DES MATIÈRES</i>	4
4.22.4 Documentation . . . . .	55
4.23 Remerciements . . . . .	55
4.24 Figures . . . . .	56
<b>5 Ecoulements turbulents</b>	<b>71</b>
<b>6 Méthodes hyperboliques</b>	<b>75</b>
<b>7 Méthodes faible Mach</b>	<b>78</b>
<b>8 Le projet NEPTUNE</b>	<b>81</b>
<b>9 Calculs parallèles</b>	<b>83</b>

# Remerciements

Je remercie Dominique Morvan (UNIMECA, Université de la Méditerranée) qui m'a accompagné et conseillé pendant ma démarche en vue de soutenir cette habilitation.

Je remercie Patrick Bontoux (CNRS, directeur du MSNM-GP) et Claude Rey (MSNM-GP, Université Paul Cézanne) qui m'ont instruit de la nature d'une habilitation à diriger des recherches, qui m'ont informé des réglementation afférentes et qui, avec Dominique Morvan, m'ont accueilli avec bienveillance dans le monde universitaire.

Je remercie Jean-Marc Hérard (EDF) et Emmanuel de Langre (Ecole Polytechnique) d'avoir bien voulu être les rapporteurs de cette habilitation.

Je remercie Didier Besnard (CEA) et Jean-Paul Caltigirone (Université de Bordeaux) d'avoir accepté d'être membre du jury de cette habilitation.

Je remercie toutes celles et tous ceux qui ont participé aux travaux présentés dans ce mémoire.

Je remercie Claudine, Jeanine, Béatrice, Viviane, Odile et Marie, nos indispensables secrétaires ainsi que Nathalie Prévost de la scolarité d'UNIMECA.

# Chapitre 1

## Présentation générale des travaux

Ce document présente mon activité de recherche depuis 1981. Ces travaux ont été entrepris au sein de la Direction de l’Energie Nucléaire du Commissariat à l’Energie Atomique.

Dans un premier temps je me suis intéressé à la simulation numérique des écoulements des fluides incompressibles et à la modélisation de la turbulence (cf. chapitre 5). Plus précisément j’ai contribué à l’introduction des méthodes d’approximation par éléments finis en mécanique des fluides. Dans un contexte d’applications industrielles, il était en effet important de pouvoir calculer des domaines de formes quelconques, ce qui n’est possible qu’en utilisant des maillages non structurés. Par ailleurs des études fondamentales en analyses numériques commençaient à produire des résultats intéressants montrant en particulier les conditions nécessaires pour obtenir des approximations éléments finis des équations de Navier-Stokes stables, précises et consistantes. J’ai dirigé le développement d’un logiciel de calcul par éléments finis d’écoulements turbulents incompressibles s’appuyant d’une part sur une méthode de pénalisation et d’autre part sur des modélisations de la turbulence de type  $k - \epsilon$ . Ce logiciel a été utilisé par la société Framatome, qui en avait partiellement financé le développement, pour des calculs d’écoulements en fond de cuve des réacteurs PWR. Il a aussi été utilisé, avec un couplage à un code de mécanique des structures pour le calcul des joints homocinétiques des pompes de la société Jeumont-Schneider. Afin de comparer les méthodes d’approximation en mécanique des fluides incompressibles et d’évaluer la qualité des modélisations de la turbulence, l’AIRH (Association de Recherche Internationale en Hydraulique) créa le Working Group for Refined Modelling of Flows. J’ai activement contribué aux travaux de ce groupe, en particulier par l’organisation d’un meeting et d’un benchmark. Ce benchmark consistait à simuler l’écoulement dans une cavité pour laquelle nous disposions de mesures réalisées au laboratoire d’ingénierie nucléaire du Massachusetts Institute of Technology. C’est dans ce contexte que j’ai encadré la thèse “Calculs d’écoulements turbulents par une méthode aux éléments finis”, soutenue par Alain AUTRET, à l’ Université Aix-Marseille II et à la suite de laquelle nous avons

publié l'un des tous premiers articles concernant la simulation des écoulements turbulents par une méthode aux éléments finis (voir chapitre 3). Ces travaux sont résumés dans le chapitre 5.

En 1986 le CEA décide de lancer un grand programme pour l'étude détaillée des écoulements dans les générateurs de vapeur. Ces composants sont les échangeurs situés entre le circuit primaire en contact avec le coeur nucléaire et le circuit secondaire qui alimente les turbines produisant l'énergie électrique. Les enjeux industriels concernant les générateurs de vapeur sont d'abord la compréhension de leur fonctionnement mais surtout la prévention de la dégradation des tubes (fissuration, rupture) présents dans ces échangeurs. Il faut savoir en effet que ces tubes constituent une des barrières de sécurité des réacteurs nucléaires puisqu'ils séparent le circuit en contact avec la partie nucléaire (le primaire) d'avec la partie en contact avec l'extérieur (le secondaire). Ce programme comportait à la fois la réalisation d'expériences de validation (Clotaire, Minnie, Maxi), et le développement d'un outil de simulation numérique : le logiciel GENEPI. J'ai dirigé une équipe de cinq personnes et contribué au développement de ce logiciel jusqu'en 2001. L'enjeu scientifique principal de ce travail est la simulation de l'écoulement diphasique dans la partie secondaire des générateurs de vapeur des réacteurs à eau pressurisée (voir chapitre 4).

Le logiciel GENEPI a maintenant atteint sa maturité puisqu'après avoir été adopté par Framatome, il a d'une part été retenu comme logiciel de référence au sein de Framatome-ANP (réunion de Framatome et de Siemens) de préférence aux outils de Siemens et il est d'autre part intégré dans la nouvelle plate-forme de thermohydraulique diphasique multi-échelle NEPTUNE développée par CEA et EDF (voir chapitre 8).

Le développement de GENEPI, qui a été entièrement réalisé par notre équipe, s'est appuyé sur des choix dont certains n'étaient pas évidents au début mais qui se sont avérés positifs par la suite. Le choix d'une approche par homogénéisation des structures internes et d'un modèle diphasique dit de mélange avec prise en compte des déséquilibres thermiques et cinématiques a été fait en fonction des caractéristiques mécaniques du problème. Le choix d'une méthode numérique de type éléments finis était par contre totalement novateur (il l'est encore dans le domaine diphasique). L'essentiel de ce document est consacré à la présentation détaillée de ces méthodes. Enfin le choix d'une architecture informatique orientée objet s'est avéré particulièrement efficace et est repris dans ses grandes lignes dans les architectures à composants (projet NEPTUNE). Un des principes qui s'est avéré particulièrement fécond est l'orthogonalisation des processus, en particulier physiques et numériques.

Le projet GENEPI nous a permis de développer un grand nombre de méthodes aussi bien sur le plan physique que sur les plans numériques et informatiques. Je cite ici quelques exemples. Comme les modèles de déséquilibre cinématique présentent des limitations dans les situations où l'écoulement est très tridimensionnel, nous avons été conduit à développer une modélisation

originale à deux équations de quantité de mouvement. Certaines applications, en particulier aux échangeurs des réacteurs à fusion du projet ITER, m'ont conduit à m'intéresser aux méthodes de couplage de calculs, à la fois au niveau numérique et au niveau de l'architecture logicielle. Cela nous a permis ensuite d'améliorer les performances de GENEPI avec le développement des méthodes de zoom, de décomposition de domaine et plus récemment multigrilles. Il est possible aujourd'hui d'entreprendre des calculs de générateurs de vapeur à plusieurs millions de mailles (chapitre 9).

Mon travail dans le domaine des écoulements diphasiques m'a conduit à m'intéresser également aux approches hyperboliques avec schémas de flux, notamment avec la responsabilité CEA d'une thèse sur les écoulements diphasiques à faible rapport de densité (Julien Cortes, 1999, voir chapitre 6) et d'une thèse sur les écoulements diphasiques à faible nombre de Mach (Angelo Murone, 2003, voir chapitre 7).

Je participe maintenant au projet de co-développement CEA-EDF NEPTUNE. Ce projet réunit les spécialistes des écoulements diphasiques des centres EDF de Chatou et Clamart et des centres CEA de Grenoble, Saclay et Cadarache. Dans ce projet j'ai la responsabilité de l'architecture générale de la plate-forme et de la réalisation des composants logiciels transverses, ce qui représente un financement de six hommes-an, et implique les équipes des cinq centres participant au projet. Les composants transverses concernent les éléments logiciels qui sont communs à toutes les échelles de modélisation (modèle de données, propriétés des fluides, lois de fermetures, pilotage des algorithmes de résolution, interpolation entre maillages, conditions aux limites). Je participe aussi, avec l'équipe qui a réalisé le logiciel Génépi, à la réalisation du module composants nucléaires de Neptune, en particulier pour la simulation des générateurs de vapeur, des échangeurs et des condenseurs. Je participe enfin à l'axe R&D numériques du projet Neptune.

J'ai été nommé en 2004 Expert-sénior du CEA, spécialité "analyse mathématique et numérique pour la simulation de problèmes physiques", domaine d'expertise "modélisation physico-numérique des écoulements diphasiques".

# Chapitre 2

## CURRICULUM VITAE

### CURRICULUM VITAE

**Nom :** GRANDOTTO-BIETTOLI

**Prénom :** Marc

**Date et lieu de naissance :** 17/10/1949 à Nice

**Fonction :** Chercheur au Commissariat à l'Energie Atomique, Département de Thermohydraulique et de Physique, Cadarache

Expert-sénior du CEA, spécialité "analyse mathématique et numérique pour la simulation de problèmes physiques", domaine d'expertise "modélisation physico-numérique des écoulements diphasiques"

Chevalier de l'Ordre des Palmes Académiques

**Formation :**

Maitrise de physique, Université de Nice

Doctorat de physique nucléaire approfondie, Université de Paris-Sud, Orsay, 1976

**Activités de recherche :**

**1976-1977 :** Développements de méthodes de calcul des sections efficaces (CEA Saclay). Contribution à la base logicielle OCDE du centre Euratom de Ispra (Italie).

**1978-1987 :** Développement de méthodes de calcul par éléments finis des écoulements des fluides incompressibles. Responsable du projet et de la collaboration avec Framatome.

Participation au Working Group on Refined Modelling of Flows de l'AIRH, étude des modélisations de la turbulence, réalisation de Benchmarks :

- Chatou, France, Février 1980
- Berkeley, UK, Mai 1981
- Grenoble, France, Décembre 1981
- Rome, Italie, Décembre 1982

- Karlsruhe, RFA, Mars 1983
- Cadarache, France, Janvier 1985, organisateur du meeting et d'un Benchmark sur un écoulement turbulent dans une cavité basé sur une expérience du Nuclear Engineering Laboratory, MIT, USA
- Bari, Italie, Juin 1985
- Iowa City, USA, Septembre 1985, session co-chairman et invited paper

**1987-2001** : Projet GENEPI : développement de méthodes de calcul par éléments finis des écoulements diphasiques dans les échangeurs, applications aux générateurs de vapeur. Responsable du projet et de la collaboration avec Framatome et IPSN. (budget 5 hommes-an par an).

**depuis 2001** : Projet NEPTUNE : plateforme de simulation multi-échelles pour les écoulements diphasiques. Projet CEA-EDF. Responsable de l'architecture générale et de la réalisation des composants transverses (propriétés thermodynamiques des fluides, lois de fermeture, conditions aux limites, modèle de données, solveurs algébriques) (budget 6 hommes-an représenté par douze personnes à mi-temps réparties sur trois centres CEA et deux centres EDF). Contribution au composant de calcul des échangeurs, des condenseurs, des générateurs de vapeur et des coeurs (échelle homogénéisée) et au groupe de R&D numérique (schémas hyperboliques).

Coordonnateur d'un benchmark physico-numériques entre les logiciels de Atomic Energy of Canada Limited et le logiciel GENEPI sur la problématique de l'encrassement des générateurs de vapeurs.

Membre de la commission du CEA Cadarache sur la réflexion de l'implication du CEA dans le cursus de la deuxième année des nouveaux masters. Participation à la définition du programme de l'option "Physique pour la production de l'énergie" du master "Physique et science de la matière" des universités Aix-Marseille 1,2 et 3.

Organisateur et relecteur des articles de la session "Thermohydraulique des générateurs de vapeur" du 11th international topical meeting on nuclear reactor thermal hydraulics (NURETH 11, 2-6 Octobre 2005, Avignon, France).

#### **Encadrement de thèses :**

Thèse de Alain AUTRET, Septembre 1985, Aix-Marseille II, Calcul d'écoulements turbulents par une méthode aux éléments finis (responsable universitaire : Yvan Dekeyser, IMST Marseille). Alain Autret a été embauché par Gaz de France, service R&D.

Thèse de Julien CORTES, Décembre 1999, Paris XI-Orsay, Etude des régimes transitoires d'écoulements diphasiques à faible rapport de densité (responsable universitaire : Arnaud DEBUSSCHE, Laboratoire d'Analyse Numérique, Orsay). Julien Cortes a été embauché par la société THALES (R&D en électromagnétisme).

Thèse de Angelo MURRONE, Décembre 2003, Aix-Marseille I, Etude des écoulements dipha-

siques à faible nombre de Mach (responsable universitaire : Hervé GUILLARD, INRIA Sophia).

Thèse de Mathieu LABOIS, en cours, début Octobre 2005, Aix-Marseille I, Etude des écoulements diphasiques à faible nombre de Mach, étude des termes sources d'échanges interfaciaux (responsable universitaire : Hervé GUILLARD, INRIA Sophia).

**Membre de jury de thèses :**

Thèse de Jean-Marc HERARD, Mars 1986, INP Toulouse, Modélisation et calcul d'écoulements turbulents isothermes de gaz à densité variable (responsable universitaire : Patrick CHASSAING). Jean-Marc Hérard est actuellement à EDF DRD.

Thèse de Gilles LANGLAIS, Février 1999, Aix-Marseille II, Modélisation de la thermique et de la thermohydraulique dans un échangeur d'un réacteur de fusion thermonucléaire à l'aide du code GENEPI (responsable universitaire : Georges LE PALEC, UNIMECA Marseille). Gilles Langlais a été embauché par la société Principia.

**Activités d'enseignement :**

DEA de physique nucléaire, option physique des réacteurs (Orsay/Saclay, 1975-,1977) : méthodes d'algèbre linéaire.

Institut pour la Promotion des Sciences de l'Ingénieur, méthodes numériques en transfert de chaleur (IPSI, Paris, 1985) : méthode des éléments finis appliquées aux équations de Navier-Stokes.

DEA de physique et modélisation des systèmes énergétiques (Aix-Marseille I, 1997-1999) : méthodes des éléments finis pour les écoulements.

Ecole Supérieure d'Ingénieurs de Marseille (ESIM) (depuis 1996) : méthodes des éléments finis pour les transferts thermiques.

Ecole d'été CEA-EDF-INRIA, Architectures des logiciels scientifiques, 2001, organisation, encadrement, travaux pratiques, assistant professeur.

**Activités de collaborations CEA/Universités :**

Laboratoire de Recherche Commun (LRC) CEA/DTP - Aix-Marseille I/IUSTI : correspondant CEA pour les méthodes numériques appliquées aux écoulements diphasiques.

**Activités de communication et diffusion technologique :**

Représentant du centre de Cadarache au comité de pilotage du Centre de Rencontre en Modélisation pour l'Ingénierie Scientifique (CREMIS), Région PACA, Technopôle de Château-Gombert.

Chercheur-communicant du centre de Cadarache. Interventions dans le cadre des Fêtes de la Science (thème chercheurs en établissements scolaires).

**Divers :**

Membre de l'Association Internationale de Recherche en Hydraulique (AIRH).

Membre de la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (SMAI).

# Chapitre 3

## Liste des publications

### 3.1 Revues, conférences

1. A. AUTRET, M. GRANDOTTO, I. DEKEYSER, *Finite Element computation of a turbulent flow over a backward facing step*, **Int. J. for Numerical Methods in Fluids**, 7, pp. 89-102, 1987
  2. M. GRANDOTTO, P. OBRY, *Calculs des écoulements diphasiques dans les échangeurs par une méthode aux éléments finis*, **Revue Européenne des Eléments Finis**, Volume 5 - n.1/1996, pp. 53-74
  3. M. BELLIARD, M. GRANDOTTO, *Computation of two-phase flow in steam generator using domain decomposition and local zoom methods*, **Nuclear Engineering and Design**, 213 (2002) 223-239
  4. M. BELLIARD, M. GRANDOTTO, *Local Zoom Computation of Two Phase Flows in Steam Generators using a Local Defect Correction Method*, **Numerical Heat Transfer, Part A**, 43 :1-25, 2003
  5. M. GRANDOTTO, J. CORTES, *A Three dimensional Transient Two-Phase Flow Analysis with a Density Perturbation Finite Volume Method*, **Int. J. of Computational Fluid Dynamics**, vol. 19, number 4, May 2005, pp 311-319
  6. M. GRANDOTTO, P. OBRY, *Steam generators two phase flows numerical simulation with liquid and gas momentum equations*, **Nuclear Science and Engineering**, vol. 151, number 3, November 2005, pp 313-318
- 
7. M. GRANDOTTO, *Un calcul automatique de l'autoprotection des résonances des isotopes lourds*, **Note CEA-N-1961**, 1977, **Thèse Université de Paris XI-Orsay**, 1976

8. H. TELLIER, M. GRANDOTTO, J. VANUXEEM, *Une étude du désaccord entre les valeurs calculée et mesurée de l'intégrale effective de capture de l'uranium 238*, **Note CEA-N-2078, 1979**
9. M. GRANDOTTO, M. BERNARD, C. BOUFFINIER, *Calcul par éléments finis d'écoulements turbulents dans les géométries complexes*, **Proceedings of the 6th Int. Symposium on Finite Element Methods in Flow Problems, Antibes, France, Juin 1986, pp. 201-206**
10. P. OBRY, J.L. CHEISSOUX, M. GRANDOTTO, J.P. GAILLARD, E. de LANGRE, M. BERNARD, *An advanced steam generator design 3D code*, **Thermal Hydraulics of Advanced Heat Exchangers, Proceedings of the 1990 ASME Winter Annual Meeting, Dallas, Texas, USA, 25-30 November 1990, pp. 15-21**
11. M. GRANDOTTO, *Implicit Drift-Flux Term in a 3D Finite Element Algorithm to calculate Two Phase Flows in Heat Exchanger*, **Proceedings of the 8th Int. Conf. on Finite Elements in Fluids, Barcelona, Espagne, September 1993, Part I, pp. 582-588, Pineridge Press**
12. M. GRANDOTTO, J.F. HAQUET, P. OBRY, *A finite elements method to study turbulent two phase flows in complex geometries*, **Proceedings of the 9th International Conference on Finite Elements in Fluids, Venezia, Italie, Octobre 1995, Part I, pp. 593-601, Università di Padova**
13. S. PASCAL, E. DEBEC-MATHET, M. GRANDOTTO, P. OBRY, *Sludge deposit simulation with the 3D code GENEPI*, **Proceedings of ICONE5, Nice, France, 26-30 May 1997, ICONE5-2141**
14. M. GRANDOTTO, P. OBRY, *Two phase flow across 30 degrees inclined tube bundle*, **Proceedings of the 10th International Conference on Finite Elements in Fluids, Tucson, AZ, USA, 5-8 January 1998, pp. 106-111**
15. M. GRANDOTTO, P. GOLDBRONN, I. TOUMI, P. FILLION, *Comparison of finite element and finite volume algorithms for thermohydraulic studies of steam generators and nuclear reactors cores*, **Proceedings of the 10th International Conference on Finite Elements in Fluids, Tucson, AZ, USA, 5-8 January 1998, pp. 94-99**
16. S. PASCAL, E. DEBEC-MATHET, D. SOUSSAN, M. GRANDOTTO, *Simulation of sludge deposit onto a 900Mw steam generator tubesheet with the 3D code GENEPI*, **Proceeding of 3d International Steam Generator and Heat Exchanger Conference, Toronto, Ontario, Canada, 21-24 June 1998, pp. 240-256**
17. D. SOUSSAN, M. GRANDOTTO, *An eddy viscosity model for flow in tube bundle*, **Proceeding of 3d International Steam Generator and Heat Exchanger Conference, Toronto, Ontario, Canada, 21-24 June 1998, pp. 731-742**

18. M. BELLIARD, M. GRANDOTTO, *Two phase fluid flow computation in steam generator using a domain decomposition method*, **Proceedings of ECCOMAS98, Athenes, Grece, 7-11 September 1998, Vol. I, Part I, pp. 186-191**
  19. M. GRANDOTTO, *Two phase flows numerical analysis with liquid and gas momentum equations*, **Proceedings of ICIAM99, 5-9/7/1999, Edinburgh, UK, p. 264, Edinburgh Press**
  20. M. BELLIARD, M. GRANDOTTO, *Computation of two-phase flow in steam generator using domain decomposition and local zoom methods*, **Proceedings of ICONE 8, 2-6/4/2000, Baltimore, MD, USA, (CD-ROM)**
  21. M. BELLIARD, M. GRANDOTTO, *Local zoom computation of two-phase flow in steam generator using a local defect correction method*, **Proceedings of FEF2000, 30/4 - 4/5 / 2000, Austin, TX, USA**
  22. C. BECHAUD, M. BOUCKER, A. DOUCE, M. GRANDOTTO, M. TAJCHMAN, *A Component Architecture for the Two-Phase Flows Simulation System NEPTUNE*, **Proceedings of Supercomputing in Nuclear Applications, Paris, 22-24/9/2003, (CD-ROM)**
  23. M. BELLIARD, M. GRANDOTTO, *Multigrid preconditioning of the steam generator two-phase mixture balance equations in the GENEPI software*, **Proceedings of Nuclear Reactor Thermohydraulic, Séoul, Corée du Sud, 6-9/10/2003, (CD-ROM)**
  24. GUELF, A., HERARD, J.-M., MIMOUNI, S., AMBROSO A., BELLIARD, M., EMO-NOT, P., FAUCHET G., GRANDOTTO, M., KOKH, S., KUMBARO, A., LEMONNIER, H., *Key issues for numerical methods of NEPTUNE project*, **Proceedings of SHF-AIRH Advances in the modeling methodologies of two-phase flows, Lyon, France, November 24-26, 2004**
  25. S. PASCAL-RIBOT, M. GRANDOTTO, N. SEILER-MARIE, *First step in simulations of hypervapotron cooling concept for fusion applications*, **Proceedings of NURETH11, Avignon, October 2005**
  26. D. BESTION, M. BOUCKER, P. BOUDIER, P. FILLION, M. GRANDOTTO, A. GUELF, J.M. HERARD, E. HERVIEU, P. PETURAUD, *A New Multi-Scale Platform for Advanced Nuclear Thermal-Hydraulics - Status and Prospects of the NEPTUNE Project*, **Proceedings of NURETH11, Avignon, October 2005**
- 
27. H. TELLIER, M. GRANDOTTO, *An attempt to explain the uranium 238 resonance integral discrepancy*, **Advance in Reactor Physics, Gatlinburg, Tennessee, USA, april 9-12, 1978**

28. M. BERNARD, M. GRANDOTTO, *Modèle de turbulence  $k-\varepsilon$ , résolution numérique par éléments finis*, **5ème Congrès de Mécanique, Marseille, France, Sept. 1981**
29. C. BOUFFINIER, M. GRANDOTTO, *Turbulent incompressible viscous fluid flow calculation in industrial geometries, finite element method, turbulent viscosity model*, **XXth AIRH conference, Moscou, sept. 1983**
30. C. BOUFFINIER, M. GRANDOTTO, *A comparison study of a turbulent cavity flow*, **2d Int. Symposium on Refined Flow Modelling, Iowa City, Iowa, USA, Sept. 1985 (invité)**
31. M. BERNARD, C. BOUFFINIER, M. GRANDOTTO, *Finite element calculation of a turbulent cavity flow*, **2d Int. Symposium on Refined Flow Modelling, Iowa City, Iowa, USA, Sept. 1985**
32. M. GRANDOTTO, *Méthodes d'éléments finis appliquées aux équations de Navier-Stokes*, **in Méthodes Numériques en Transfert de Chaleur, IPSI, Octobre 1985**
33. M. GRANDOTTO, M. BERNARD, J.P. GAILLARD, J.L. CHEISSOUX, E. de LANGRE, *A 3D finite element analysis for solving two-phase flow problems in PWR steam generators*, **7th International Conference on Finite Element Methods in Flow Problems, Huntsville, Alabama, USA, April 1989**
34. M. GRANDOTTO, J.L. CHEISSOUX, J.P. GAILLARD, E. de LANGRE, P.OBRY, M. BERNARD, *A 3D finite element code for two-phase flow analysis in PWR steam generators*, **European Two-Phase Flow Group Meeting, Joint Research Center Ispra, 21-24 May 1990, Varese, Italy**
35. S. PASCAL, E. DEBEC-MATHET, M. GRANDOTTO, P. OBRY, *Sludge deposit simulation with the 3D code GENEPI*, **1996 EPRI Sludge Management Workshop, Myrtle Beach, South Carolina, USA, 19-21 August 1996**
36. J. CORTES, M. GRANDOTTO, *Simulation 3D d'écoulements diphasiques en régime transitoire rapide*, **30 ème Congrès National d'Analyse Numérique, Arles, France, 1998**
37. J. CORTES, M. GRANDOTTO, *Etude du déséquilibre cinématique pour les écoulements diphasiques*, **XI séminaire sur les Ecoulements Compressibles et Mécanique des Fluides Numérique, Saclay, 1999**

## 3.2 Documents internes CEA

1. M. GRANDOTTO, *Calcul de l'écoulement à deux dimensions d'un fluide incompressible par une méthode aux éléments finis*, Note Technique DRE/STRE/LET 78/153

2. M. GRANDOTTO, M. BERNARD, *Problèmes mathématiques et algorithmes numériques pour la résolution des équations de Navier-Stokes*, Note Technique DRE/STRE/LMTA 79/245
3. M. GRANDOTTO, *Modèles simples pour la prise en compte de la turbulence dans les calculs d'hydraulique*, Note Technique DRE/STRE/LMTA 80/259
4. M. GRANDOTTO, M. BERNARD, *Résolution des problèmes de diffusion convection par éléments finis*, Note Technique DRE/STRE/LMA 81/363
5. M. GRANDOTTO, *Cas test de diffusion convection*, AIRH, Berkeley, UK, 14-15 mai 81, Note Technique DRE/STRE/LMA 81/405
6. M. GRANDOTTO, *Cas test Navier-Stokes : élargissement brusque*, AIRH, Grenoble, 10-11 décembre 81, Note Technique DRE/STRE/LMA 82/434
7. M. GRANDOTTO, *Cas test Navier-Stokes : frontières courbes*, AIRH, Rome, 25-26 juin 82, Note Technique DRE/STRE/LMA 82/
8. M. GRANDOTTO, C. BOUFFINIER, *Simulation de frottements internes dans un écoulement*, Note Technique DRE/STRE/LMA 83/498
9. M. GRANDOTTO, *Cas test Navier-Stokes : marche montante*, AIRH, Karlsruhe, mars 83, Note Technique DRE/STRE/LMA 83/516
10. M. GRANDOTTO, M. BERNARD, *Introduction du modèle de turbulence  $k - \epsilon$  dans un code aux éléments finis*, Note Technique DRE/STRE/LMA 83/523
11. M. GRANDOTTO, *Calcul des écoulements en convection naturelle et mixte par éléments finis*, Note Technique DRE/STRE/LMA 83/533
12. M. GRANDOTTO, M. BERNARD, C. BOUFFINIER, *Adimensionalisation*, Note Technique DRE/STRE/LMA 83/560
13. M. GRANDOTTO, M. BERNARD, *Résolution par un schéma explicite des équations de Navier-Stokes transitoires*, Note Technique DRE/STRE/LMA 84/587
14. J.L. CHEISSOUX, J.F. HAQUET, M. GRANDOTTO, M. BERNARD, E. de LANGRE, *Spécifications physiques du code GENEPI (Générateurs de vapeur des REP)*, Note Technique DRE/STRE/LGV 86/756
15. M. BERNARD, M. GRANDOTTO, J.L. CHEISSOUX, *Spécifications numériques du module GENEPI (Système TRIO)*, Note Technique DRE/STRE/LGV 86/780
16. M. GRANDOTTO, J.L. CHEISSOUX, E. de LANGRE, *Spécifications informatiques du module GENEPI (Système TRIO)*, Note Technique DRE/STRE/LGV 86/781
17. M. BERNARD, M. GRANDOTTO, *Incompressibilisation d'un champ de vecteurs*, Note Technique DTE/STRE/LGV 88/886

18. J.L. CHEISSOUX, E. de LANGRE, M. GRANDOTTO, *Spécifications des objets de GENEPI*, Note Technique DTE/STRE/LGV 88/887
19. M. BERNARD, J.P. GAILLARD, M. GRANDOTTO, *Etude algorithmique des équations d'énergie dans le code GENEPI*, Note Technique DTE/STRE/LGV 88/897
20. M. GRANDOTTO, M. BERNARD, J.P. GAILLARD, P.MIRANDA, *Méthodes numériques utilisées dans le logiciel TRIO-GENEPI (version 1)*, Note Technique DER/SCC/LTDE 91-004
21. M. GRANDOTTO, P. OBRY, J.L. CHEISSOUX, J.P. GAILLARD, *Guide d'utilisation du logiciel TRIO-GENEPI (Version 1.0)*, Note Technique DER/SCC/LTDE 91-005
22. J.L. CHEISSOUX, M. GRANDOTTO, *Développements du code TRIO-GENEPI relatifs à l'échange thermique pour l'analyse limitée au bas de GV et la situation de flux imposé*, Note Technique DER/SCC/LTDE 91-014
23. M. GRANDOTTO, *Logiciel GENEPI : Secondaire diphasique interne aux tubes*, Note Technique DER/SCC/LTDE 92-022
24. M. GRANDOTTO, *Développement de GENEPI pour le calcul des bas de GV, les pertes de charge singulières et les polynômes décrivant les propriétés des fluides*, P. OBRY, Note Technique DER/SCC/LTDE 93-005
25. S. PASCAL, M. GRANDOTTO, *Logiciel GENEPI, contribution au programme Vulcano, refroidissement de la cuve d'un REP-NG en situation d'accident grave*, Note Technique DER/SCC/LTDE 93-008
26. M. GRANDOTTO, *Logiciel GENEPI, Lois de paroi dynamiques*, M. GRANDOTTO, Note Technique DER/SCC/LTDE 93-007
27. S. PASCAL, M. GRANDOTTO, *Logiciel Genepi, refroidissement de la cuve d'un REP-NG en situation d'accident grave - Cas d'un flux variable*, Note Technique DER/SCC/LTDE 93-017
28. M. GRANDOTTO, S. PASCAL, *GENEPI - Calculs en géométries axisymétriques*, Note Technique DER/SCC/LTDE 94-009
29. M. GRANDOTTO, P. OBRY, *Guide d'utilisation de GENEPI (Version 3/94)*, Note Technique DER/SCC/LTDE 94-011
30. M. GRANDOTTO, S. PASCAL, *Transport de produits de fission*, Note Technique DER/SCC/LTDE 94-014
31. M. GRANDOTTO, *Description de l'objet MATRH1H1 et des opérateurs associés*, Note Technique DER/SCC/LTDE 94-017

32. M. GRANDOTTO, *Répartition du débit primaire en fonction de la perte de charge des tubes (logiciel GENEPI)*, Note Technique DEC/SECA/LTEA 96-005
33. M. GRANDOTTO, P. OBRY, *Guide d'utilisation de GENEPI version 1.4*, Note Technique DEC/SECA/LTEA 96-015
34. P. GOLDBRONN, M. GRANDOTTO, P. FILLION, I. TOUMI, *Couplage Flica4-Genepi (première phase)*, Note Technique DEC/SECA/LTEA 96-016
35. P. OBRY, M. GRANDOTTO, *Etude de sensibilité à la modélisation physique et au maillage dans la zone des cintres de la maquette Clotaire avec le logiciel GENEPI*, Note Technique DEC/SECA/LTEA 96-026
36. P. GOLDBRONN, M. GRANDOTTO, *Environnement informatique pour le développement et la qualification du logiciel GENEPI*, Note Technique DEC/SECA/LTEA 97-047
37. M. GRANDOTTO, *Méthode de résolution pour un modèle à deux équations phasiques de quantité de mouvement*, Note Technique DEC/SECA/LTEA 97-048
38. M. GRANDOTTO, P. GOLDBRONN, *Etude des variations de la vitesse de dérive en fonction des variables principales du logiciel FLICA4*, Note Technique DEC/SECA/LTEA 97-039
39. M. GRANDOTTO, P. GOLDBRONN, *Bilan de l'action de couplage FLICA4-GENEPI pour l'année 1997*, Note Technique DEC/SECA/LTEA 98-006
40. M. GRANDOTTO, *Architecture logicielle de la description technologique des générateurs de vapeur dans GENEPI*, Note Technique DEC/SECA/LTEA 98-007
41. M. GRANDOTTO, *Evaluation du modèle STEP DRN sur la description technologique des générateurs de vapeur de GENEPI*, Note Technique DEC/SECA/LTEA 98-018
42. M. GRANDOTTO, D. SOUSSAN, *GENEPI - Analyse des bilans des équations de diffusion-convection*, Note Technique DEC/SECA/LTEA 98-029
43. M. GRANDOTTO, *One dimensionnal analysis with GENEPI*, Note Technique DTP/SMET/LMTA 99-26
44. M. GRANDOTTO, M. VILLAND, *Le logiciel GENEPI, situation et perspectives*, Note Technique DTP/SMET/LMTA 2000-06
45. M. BELLiard, M. GRANDOTTO, *Computation of two-phase flow in steam generator using domain decomposition and local zoom methods*, Note Technique DTP/SMET/LMTA 2000-12
46. M. GRANDOTTO, *Interfaces graphiques et composants logiciels*, Note Technique DTP/SMET/LMTA 2000-18

47. M. GRANDOTTO, *GENEPI Graphic Post-processing*, Note Technique DTP/SMET/LMTA 2000-22
48. M. BELLIARD, M. GRANDOTTO, *THISRT data translation tools for the GENEPI software*, Note Technique DTP/STH/LMTA 2001-03
49. M. GRANDOTTO, *Calculs monodimensionnels de générateurs de vapeur avec une branche chaude et une brance froide*, Note Technique DTP/STH/LMTA 2001-06
50. M. GRANDOTTO, *GENEPI finite element mesh and fields for the CEA-AECL fouling benchmark*, Note Technique DTP/STH/LMTA 2001-07
51. M. GRANDOTTO, *GENEPI Graphic Post Processing, Release 2.0*, Note Technique DTP/STH/LTA 2001-18
52. M. GRANDOTTO, *Programme autonome de calcul des propriétés thermodynamiques du Fréon R-124*, Note Technique DTP/STH/LTA 2003-28
53. M. GRANDOTTO, *Cahier des charges pour l'étude de la simulation numérique des écoulements dans les hypervapotrons*, Note Technique DTN/SMTM 2004-60

### 3.3 Projet NEPTUNE CEA-EDF

1. Ph. Fillion, L. Dada, E. Royer, P. Boudier, F. Ducros, M. Grandotto, *Expression des besoins vis vis de la plate-forme PAL-SALOME*, Document Neptune phase 0
2. M. Grandotto, *Architecture de la plateforme NEPTUNE*, Document Neptune phase 0
3. F. Ducros, M. Grandotto, N. Méchitoua, *Veille technologique sur les principaux codes diphasiques commerciaux possédant des potentialités en 3D local*, Nept\_2002\_L0/11
4. M. Grandotto, *Architecture générale de la plate-forme Neptune*, Nept\_2002\_L1.1/1
5. M. Grandotto, *Architecture Générale - Phase 1 - Installation et tests*, Nept\_2002\_L1.1/3
6. M. Grandotto, *Plan de gestion de configuration Neptune*, Nept\_2002\_L1.1/5
7. M. Grandotto, *Description du serveur de documentation Neptune*, Nept\_2002\_L1.1/6
8. C. Béchaud, M. Boucker, A. Douce, M. Grandotto, M. Tajchman, *Test de l'architecture Neptune*, Nept\_2002\_L1.1/7
9. M. Grandotto, *Description de l'architecture Neptune*, Nept\_2002\_L1.1/9
10. M. Belliard, P. Fillion, M. Grandotto, A. Guelfi, E. Royer, *Définition du test coeur stationnaire et spécification des besoins en interopérabilité*, Nept\_2002\_L1.3/1\_1.0
11. M. Belliard, P. Fillion, M. Grandotto, A. Guelfi, E. Royer, *Cas test Rupture de Tuyauterie Vapeur - Définition et spécification des besoins en interopérabilité*, Nept\_2002\_L1.3/2\_0.3

12. M. Belliard, P. Fillion, M. Grandotto, A. Guelfi, E. Royer, *Cas test d'interopérabilité Composant-GV 3D-Local*, Nept\_2002\_L1.3/3\_1.0
13. M. Belliard, P. Fillion, M. Grandotto, A. Guelfi, E. Royer, *Maquettage des objets technologiques pour le préprocesseur du code composant NEPTUNE*, Nept\_2002\_L1.3/6
14. M. Belliard, P. Fillion, M. Grandotto, A. Guelfi, E. Royer, *Spécifications du pré processeur 3D poreux Neptune*, Nept\_2002\_L1.3/8
15. M. Grandotto, *Organisation de l'architecture en composants*, Nept\_2003\_L1.1/2
16. M. Grandotto, *Composant Neptune ClosureLaws*, Nept\_2003\_L1.1/5
17. M. Grandotto, *Composant Neptune Interpolation*, Nept\_2003\_L1.1/6
18. P. Fillion, M. Grandotto, *pyGibi, user's guide and reference manual*, Nept\_2003\_L1.3/7
19. M. Belliard, M. Grandotto, *Encapsulation du logiciel Génépi (pyGene)*, Nept\_2003\_L1.3/8
20. M. Belliard, P. Fillion, M. Grandotto, *Composant PreBoundary*, Nept\_2003\_L1.3/12
21. M. Grandotto, *Couplage Générateurs de vapeur - 3D local, calculs 1D*, Nept\_2003\_L1.3/14
22. M. Grandotto, M. Boucker, P. Fillion, P. Boudier *Règles de programmation du projet Neptune*, Nept\_2004\_L1.1/1
23. N. Seiler-Marie, M. Grandotto, *Propositions pour le composant ClosureLaws*, Nept\_2004\_L1.1/2
24. M. Grandotto, *Composant Interpolation*, Nept\_2004\_L1.1/3
25. M. Grandotto, *Composant EOS*, Nept\_2004\_L1.1/4
26. J. Pouvreau, A. Ambroso, M. Boucker, M. Grandotto, *Composant EOS, spécifications*, Nept\_2004\_L1.1/6
27. M. Grandotto, *Composant ClosureLaws*, Nept\_2004\_L1.1/8
28. M. Grandotto, *Composant Interpolation (2)*, Nept\_2004\_L1.1/9
29. M. Grandotto, *Composant Problem*, Nept\_2004\_L1.1/12
30. M. Grandotto, *Maillage, Champs, MedMemory (pyGene)*, Nept\_2004\_L1.3/1
31. A. Douce, M. Grandotto, D. Thai-Van, *Cahier des charges du composant PROBLEM de Neptune*, Nept\_2005\_L1.1/3
32. A. Douce, M. Boucker, M. Grandotto, *Couplage GV - Cas test d'interopérabilité Neptune CFD/GENEPI*, Nept\_2005\_L1.3/3

# Chapitre 4

## Les écoulements diphasiques

### 4.1 Introduction

La connaissance détaillée des écoulements dans les échangeurs de chaleur de l'industrie nucléaire que sont les générateurs de vapeur a pour but d'améliorer la sûreté et le fonctionnement de ces composants. On cherche en particulier à comprendre et prévenir les incidents liés aux phénomènes d'usure, notamment la fatigue des tubes primaires soumis à des vibrations dues au caractère diphasique et turbulent de l'écoulement, et aussi les problèmes d'encrassement par des particules solides transportées par l'écoulement (voir la figure 4.2).

On notera que ces problèmes sont génériques dans tous les échangeurs et qu'ils sont aggravés en présence d'écoulements diphasiques. Les dégradations engendrées par ces phénomènes ont bien entendu des conséquences économiques, mais, dans le cas des générateurs de vapeur elles ont aussi des conséquences en matière de sûreté des installations.

Ces raisons ont conduit les constructeurs et les exploitants de centrales nucléaires à développer des logiciels appropriés utilisant des méthodes de volumes finis structurés [INC80] [SIN83] [OLI84] [AUB89].

Afin d'aller plus loin dans la simulation de ces écoulements, le CEA a lancé en 1986 un nouveau programme de recherche incluant le développement d'un nouveau logiciel baptisé GENEPI [GRA89] [GRA90] [OBR90] [GRA93] [GRA95] [GRA96] [PAS96] [PAS97] [GRA98a] [GRA98b] [PAS98] [SOU98] [BEL98] [LAN99] [GRA99] [BEL00a] [BEL00b] [FUM01] [BEL01] [BEL02] et les expérimentations permettant sa validation [CAM88] [SOU01].

Le logiciel GENEPI a maintenant atteint ses principaux objectifs et est utilisé dans un contexte industriel. La présentation des caractéristiques physiques et numériques de ce logiciel sont l'objet de ce document.

## 4.2 Contexte de l'étude

L'écoulement secondaire auquel on s'intéresse a lieu dans des domaines encombrés de structures (faisceau de tubes primaires, plaques de support, dispositifs anti-vibration) et de formes complexes. Une approche par des équations homogénéisées et une discrétisation de l'espace par éléments finis ont donc été retenues dans les travaux présentés ici.

Dans un premier temps, on a choisi de résoudre les équations du mélange liquide-gaz, les phénomènes de déséquilibre cinématique et thermodynamique entre les phases étant pris en compte par des corrélations. Dans un deuxième temps une méthode utilisant la résolution des équations phasiques de quantités de mouvement a aussi été développée. Dans ce dernier cas on fait appel à des corrélations pour décrire le transfert interfacial.

C'est également grâce à des corrélations que sont pris en compte les effets mécaniques et thermiques des structures internes.

L'objectif principal étant les études de fonctionnement, on utilise un algorithme adapté aux états stationnaires en moyenne. Cependant l'extension de cet algorithme aux calculs transitoires a été étudié.

Globalement la méthode numérique utilisée se présente comme une généralisation à des écoulements à masse volumique fortement variable de la méthode proposée par P.M. Gresho et al. [GRE84] pour les écoulements incompressibles. Celle-ci s'appuie sur la méthode de projection de Chorin.

## 4.3 Description technologique des échangeurs

Une particularité importante du problème à résoudre tient à la complexité du domaine de l'écoulement. Il contient un grand nombre de structures internes dont on veut prendre en compte les effets mécaniques et thermiques sur l'écoulement. Il n'est pas possible, même avec les moyens de calculs actuels, d'envisager le calcul complet d'un générateur de vapeur avec une description détaillée de toutes ces structures.

En plus de l'homogénéisation des équations et de l'utilisation de corrélations, il faut aussi disposer d'un moyen efficace pour localiser et pour décrire ces structures afin de mettre en action les modélisations appropriées.

Pour cela une structure orientée objet de l'information a été utilisée, couplée à une représentation des formes géométriques par des éléments finis. Ceci permet notamment de faire des calculs sur ces formes (aires, volumes, orientations, etc...). On s'est appuyé pour cela sur le logiciel CASTEM2000 [VERP89] (mailleur, calculs par éléments finis). On notera au passage que GENEPI et CASTEM2000 sont interoperables.

Un processus entièrement automatique a été développé pour transformer en informations utiles aux équations à résoudre les structures internes ainsi construites. Il s'agit principalement d'algorithmes de localisation et d'intersection de formes optimisés pour travailler avec des gros maillages.

Cette démarche rend la description technologique et la réalisation des maillages de calcul totalement orthogonales entre elles ; elle permet des gains de temps très importants lors des études.

## **4.4 Nomenclature**

Sauf mention spéciale, les quantités suivantes concernent le fluide et le domaine secondaire d'un échangeur de chaleur.

$a_G$	: coefficient du transfert de quantité de mouvement dû au changement de phase
$g$	: vecteur gravité
$h_{eq}$	: coefficient d'échange équivalent
$n$	: vecteur normal à une surface
$s$	: abscisse curviligne
$t$	: temps
$x$	: titre thermodynamique
$B$	: matrice gradient/divergence
$C_P$	: chaleur spécifique du fluide primaire
$CL$	: termes conditions aux limites
$D$	: matrices de diffusion
$DC$	: termes de déséquilibre cinématique
$F$	: matrice de frottement
$I_\phi$	: intégrale des fonctions de base continues
$G$	: vitesse massique du mélange
$H$	: enthalpie du mélange
$H_G$	: enthalpie du gaz
$H_L$	: enthalpie du liquide
$H_{SAT}^L$	: enthalpie de saturation du liquide
$\mathcal{L}$	: chaleur latente à saturation
$M$	: matrice de masse
$N$	: matrice de convection
$P$	: pression du mélange
$S$	: terme source de l'équation de l'enthalpie du mélange
$T_P$	: température du fluide primaire
$T_W$	: température de paroi coté secondaire
$V$	: vitesse du mélange
$V_G$	: vitesse du gaz
$V_L$	: vitesse du liquide
$V_R$	: vitesse relative ( $V_G - V_L$ )
$\alpha$	: taux de vide
$\beta$	: porosité
$\beta_{P0}$	: porosité primaire du faisceau
$\gamma_0$	

## 4.5 Equations semi locales

Le point de départ de l'établissement des équations du mélange diphasique liquide-gaz que l'on va résoudre est l'ensemble des six équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie pour le liquide et le gaz. On transforme les équations de l'énergie totale en équations de l'enthalpie en soustrayant l'énergie mécanique et en utilisant la définition thermodynamique de l'enthalpie [DEL81].

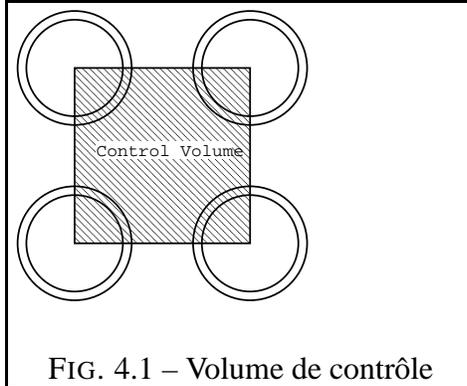


FIG. 4.1 – Volume de contrôle

Ces équations sont alors moyennées en espace sur un volume de contrôle contenant le fluide et des solides. On obtient ainsi les six équations de conservation homogénéisées qui régissent l'évolution de quantités moyennes [HUG77].

Ceci conduit à introduire la porosité dont la définition est :

$$\beta = \frac{\text{volume fluide (liquide et gaz)}}{\text{volume total}}$$

et fait apparaître les termes d'interaction entre les fluides et les solides. Les solides étant immobiles, la porosité ne dépend pas du temps.

### 4.5.1 Conservation de la masse

$$\beta \frac{\partial \alpha_k \rho_k}{\partial t} + \frac{\partial \beta \alpha_k \rho_k V_{kb}}{\partial x_b} = \beta \alpha_k \Gamma_k \quad (4.1)$$

où  $k$  est l'indice de phase ( $k = G \text{ et } L$ ).  $\beta \alpha_k \Gamma_k$  est le transfert de masse à travers l'interface liquide-gaz au cours du changement de phase.

### 4.5.2 Conservation de la quantité de mouvement

$$\begin{aligned} & \beta \frac{\partial \alpha_k \rho_k V_{ka}}{\partial t} + \frac{\partial \beta \alpha_k \rho_k V_{kb} V_{ka}}{\partial x_b} + \beta \alpha_k \frac{\partial P_k}{\partial x_a} = \\ & \beta \alpha_k \rho_k g_a + \frac{\partial \beta \alpha_k \sigma_{kab}}{\partial x_b} + \beta \alpha_k (M_{kia} + F_{kia} + F_{ksa}) \end{aligned} \quad (4.2)$$

où  $k$  et  $i$  sont les indices de phase,  $\sigma_{kab}$  est le tenseur des contraintes visqueuses,  $\beta\alpha_k M_{kia}$  est le transfert de quantité de mouvement à travers l'interface liquide-gaz au cours du changement de phase,  $\beta\alpha_k F_{kia}$  est la force de frottement interfaciale et  $\beta\alpha_k F_{ksa}$  est la force de frottement fluide-solide.

### 4.5.3 Conservation de l'énergie

On écrit d'abord la conservation de l'énergie totale.

$$\begin{aligned} \beta \frac{\partial \alpha_k \rho_k (U_k + \frac{1}{2} V_k^2)}{\partial t} + \frac{\partial \beta \alpha_k \rho_k (U_k + \frac{1}{2} V_k^2) V_{ka}}{\partial x_a} = \\ \beta \alpha_k \rho_k (g_a V_{ka}) - \frac{\partial \beta \alpha_k q_{ka}}{\partial x_a} + \frac{\partial \beta \alpha_k (-P_k I_{ab} + \sigma_{kab}) V_{kb}}{\partial x_a} \\ + \beta \alpha_k Q_{ks} + \beta \alpha_k E_{ki} \end{aligned} \quad (4.3)$$

où  $U_k$  est l'énergie interne,  $q_{ka}$  est un flux de chaleur (loi de Fourier) incluant le mélange turbulent,  $I_{ab}$  est le tenseur unité,  $\beta\alpha_k Q_{ks}$  est la puissance échangée avec les solides homogénéisés et  $\beta\alpha_k E_{ki}$  est le transfert de puissance à travers l'interface liquide-gaz au cours du changement de phase.

On obtient ensuite l'équation de l'énergie interne en utilisant l'équation de quantité de mouvement et l'équation de l'énergie totale.

$$\begin{aligned} \beta \frac{\partial \alpha_k \rho_k U_k}{\partial t} + \frac{\partial \beta \alpha_k \rho_k U_k V_{ka}}{\partial x_a} = \beta \alpha_k Q_{ks} - \frac{\partial \beta \alpha_k (q_{ka} + \sigma_{kab} V_{kb})}{\partial x_a} \\ - \beta \alpha_k P_k \frac{\partial V_{ka}}{\partial x_a} + \beta \alpha_k \sigma_{kab} \frac{\partial V_{ka}}{\partial x_b} - \beta \alpha_k (M_{kia} + F_{kia} + F_{ksa}) V_{ka} \\ + \beta \alpha_k \Gamma_k \frac{V_k^2}{2} + \beta \alpha_k E_{ki} \end{aligned} \quad (4.4)$$

On obtient enfin l'équation de l'enthalpie  $H_k = U_k + \frac{P_k}{\rho_k}$  :

$$\begin{aligned} \beta \frac{\partial \alpha_k \rho_k H_k}{\partial t} + \frac{\partial \beta \alpha_k \rho_k H_k V_{ka}}{\partial x_a} = \beta \alpha_k Q_{ks} - \frac{\partial \beta \alpha_k q_{ka}}{\partial x_a} \\ + \beta \alpha_k \frac{\partial P_k}{\partial t} + \beta \alpha_k V_{ka} \frac{\partial P_k}{\partial x_a} + \beta \alpha_k E_{ki} \end{aligned} \quad (4.5)$$

en négligeant  $\beta\alpha_k \Gamma_k \frac{V_k^2}{2}$  (variation de la puissance cinétique associée à la variation de la masse consécutive au changement de phase),  $\beta\alpha_k (M_{kia} + F_{kia} + F_{ksa}) V_{ka}$  (puissance des forces interfaciales et d'interaction fluide-solide),  $\beta\alpha_k \sigma_{kab} \frac{\partial V_{ka}}{\partial x_b}$  et  $\frac{\partial \beta \alpha_k (\sigma_{kab} V_{kb})}{\partial x_a}$  (termes de dissipation turbulente).

## 4.6 Equations de conservation homogénéisées

Les équations du mélange diphasique sont obtenues en additionnant les équations de chaque phase. Ceci fait disparaître les termes d'échange interfaciaux et fait apparaître les termes de dés-équilibre cinématique faisant intervenir la vitesse relative  $V_R$  qui est la différence entre la vitesse du gaz et la vitesse du liquide.

On fait aussi les simplifications suivantes :

- la tension superficielle, la puissance cinétique associée au changement de phase, la puissance des forces d'interaction et le dissipation visqueuse et turbulente sont négligées,
- le gaz et le liquide sont à la même pression,
- les termes en pression (détente) de l'équation de l'enthalpie sont négligés.

### 4.6.1 Conservation de la masse

$$\beta \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \beta \rho V_b}{\partial x_b} = 0 \quad (4.6)$$

### 4.6.2 Conservation de la quantité de mouvement

$$\beta \rho \frac{\partial V_a}{\partial t} + \beta \rho V_b \frac{\partial V_a}{\partial x_b} - \frac{\partial}{\partial x_b} \left( \beta \mu_T \left( \frac{\partial V_a}{\partial x_b} + \frac{\partial V_b}{\partial x_a} \right) \right) + \beta \frac{\partial P}{\partial x_a} = \beta \rho g_a - \beta \Lambda_{ab} \rho V_b - \frac{\partial \beta x(1-x) \rho V_{Ra} V_{Rb}}{\partial x_b} \quad (4.7)$$

### 4.6.3 Conservation de l'enthalpie

$$\beta \rho \frac{\partial H}{\partial t} + \beta \rho V_b \frac{\partial H}{\partial x_b} - \frac{\partial}{\partial x_b} \left( \beta \chi_T \frac{\partial H}{\partial x_b} \right) = \tau \gamma_0 h_{eq} (T_P - T_W) - \frac{\partial \beta x(1-x) \rho \mathcal{L} V_{Rb}}{\partial x_b} \quad (4.8)$$

### 4.6.4 Conditions aux limites

L'enveloppe du domaine de l'écoulement est constitué d'entrées, de sortie, de parois fixes et de plans de symétrie.

La vitesse massique et l'enthalpie sont données aux entrées (condition de Dirichlet), la pression est donnée aux sorties (condition de Neuman). Il est également possible de donner la pression en entrée à la place de la vitesse massique. Les parois sont imperméables, adiabatiques et sans

frottement. Il est cependant possible d'utiliser des lois de paroi (frottement turbulent). Il est aussi possible d'imposer des flux de chaleur en paroi. On présente dans le §4.10 une mise en oeuvre particulière des conditions aux limites.

### 4.6.5 Conditions initiales

L'utilisation d'un algorithme instationnaire requiert la donnée des valeurs initiales de la vitesse, de la pression et de l'enthalpie du mélange diphasique de l'écoulement secondaire. La pression et l'enthalpie initiales données sont utilisées pour définir les valeurs des quantités thermodynamiques qui en dépendent (voir §4.7.1). Cependant la pression initiale de l'algorithme de résolution est calculée (voir §4.9.2). Il est également nécessaire que la vitesse initiale vérifie l'équation de conservation de la masse (voir §4.9.2).

## 4.7 Fermeture des équations

### 4.7.1 Tables thermodynamiques

Ce sont des fonctions qui permettent de calculer les propriétés thermodynamiques du fluide en fonction de la pression et de l'enthalpie.

Les propriétés du mélange sont données par les relations suivantes ;

$$x = \frac{H - H_L^{SAT}}{\mathcal{L}} \text{ ou } \frac{H - H_L}{H_G - H_L} \quad (4.9)$$

$$\alpha = \frac{x\rho_L}{x\rho_L + (1-x)\rho_G} \quad (4.10)$$

$$\rho = \alpha\rho_G + (1-\alpha)\rho_L \quad (4.11)$$

Dans le logiciel GENEPI ont dispose des propriétés de plusieurs fluides dont l'eau et les fluides de simulation utilisés dans les expériences (Fréons). L'architecture du logiciel permet d'introduire facilement de nouveaux fluides (voir §4.22). Ces propriétés se présentent d'abord sous la forme de fonctions plus ou moins compliquées. Cependant afin d'optimiser les temps de calcul, car il est souvent fait appel à ces fonctions, on utilise en fait des approximations polynômiales de ces fonctions. GENEPI contient les fonctionnalités permettant le calcul automatique de ces polynômes à partir des fonctions de référence en contrôlant la précision de l'approximation polynômiale. Ces polynômes sont précis pour des domaines limités de pression et de température. On peut donc être conduit à utiliser des jeux de polynômes différents selon les calculs.

### 4.7.2 Modèles physiques

On utilise un ensemble de corrélations semi-empiriques [OBR90] pour calculer

- la viscosité et la diffusivité thermique turbulentes,
- le tenseur de frottement,
- la vitesse relative,
- le coefficient d'échange équivalent et la température de paroi.

Ces corrélations sont issues d'études expérimentales analytiques. Comme elles n'ont pas une validité universelle, on dispose d'un large choix pour modéliser chaque phénomène. L'architecture logicielle que nous avons adoptée est bien adaptée à cette situation (voir §4.22).

#### Déséquilibre cinématique

On traite la modélisation du déséquilibre cinématique par une extension vectorielle de la formulation de Zuber-Findlay [ZUB65] :

$$\begin{aligned}\vec{V}_R &= \vec{V}_G - \vec{V}_L \\ \vec{V} &= x\vec{V}_G + (1-x)\vec{V}_L \\ \vec{j} &= \alpha\vec{V}_G + (1-\alpha)\vec{V}_L \\ \vec{V}_G &= \overline{\overline{C_0}} \vec{j} + \vec{V}_{Gj}\end{aligned}$$

$\overline{\overline{C_0}}$  est le tenseur de distribution et  $\vec{V}_{Gj}$  est la vitesse limite du gaz définis par les relations suivantes :

$$\overline{\overline{C_0}} \langle \tilde{\alpha} \rangle \langle \tilde{j} \rangle = \langle \tilde{\alpha} \tilde{j} \rangle ; \vec{V}_{Gj} = \frac{\langle \tilde{\alpha} \tilde{V}_{Gj} \rangle}{\langle \tilde{\alpha} \rangle}$$

$\tilde{\cdot}$  indique une valeur locale et  $\langle \cdot \rangle$  indique une valeur moyenne sur le volume de contrôle.

On propose la généralisation tridimensionnelle suivante [OBR90], avec l'hypothèse que  $\overline{\overline{C_0}}$  est un tenseur diagonal : soit le repère (u, v, w) associé aux tubes du faisceau, où u et v sont les directions transverses et w la direction parallèle. Dans ce repère le tenseur de distribution s'écrit :

$$\overline{\overline{C_0}} = \begin{bmatrix} C_{0T} & 0 & 0 \\ 0 & C_{0T} & 0 \\ 0 & 0 & C_{0w} \end{bmatrix}$$

où  $C_{0T}$  est le coefficient transverse et  $C_{0w}$  est le coefficient parallèle. La corrélation de Lellouche-Zolotar [LEL86] est utilisée pour  $\vec{V}_{Gj}$ , la corrélation de Ishii [ISH77] est utilisée pour  $C_{0w}$  et la corrélation Minnie2 [HAQ95] est utilisée pour  $C_{0T}$ . Des corrélations issues des expériences Maxi [SOU01] permettent de prendre en compte l'angle que fait l'écoulement avec la direction des tubes du faisceau.

### Frottement pariétal

Le tenseur de frottement  $\overline{\overline{\Lambda}}$  a la forme suivante dans le repère des tubes du faisceau :

$$\overline{\overline{\Lambda}} = \begin{bmatrix} \Lambda_u & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_v & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_w \end{bmatrix}$$

Les coefficients  $\Lambda$  sont construit avec un terme de frottement de la phase liquide et un multiplicateur diphasique. Toutes ces quantités sont issues de plusieurs études expérimentales pour les écoulements parallèles, transverses et obliques [SOU01].

### Echange thermique

Le flux de chaleur entre les domaines primaires et secondaires s'écrit :

$$q = h_{eq}(T_P - T_W)$$

$T_P$  est la température primaire et  $T_W$  la température à l'extérieur du tube. Le coefficient de transfert équivalent  $h_{eq}$  est défini par :

$$h_{eq} = \frac{1}{R_p + R_c + R_{enc}}$$

avec :

$$R_p = \frac{D_e}{D_i} \frac{1}{h_p}; R_c = \frac{D_e}{2\lambda_m} \text{Log} \frac{D_e}{D_i}$$

où  $R_p$  is la résistance thermique de convection primaire,  $D_e$  est le diamètre externe des tubes,  $D_i$  est le diamètre interne des tubes,  $h_p$  est le coefficient d'échange par convection primaire,  $R_c$  est la résistance thermique de la paroi métallique des tubes,  $\lambda_m$  est la conductivité de la paroi des tubes,  $R_{enc}$  résistance d'encrassement.

La corrélation de Dittus-Boelter [DIT30] donne  $h_p$  :

$$h_p = \frac{0.023}{D_i} \lambda_p Re_p^{0.8} Pr_p^{0.4}$$

où  $Re_p$  est le nombre de Reynolds de l'écoulement primaire et  $Pr_p$  son nombre de Prandtl.

$T_W$  est calculé en écrivant le flux de chaleur  $q$  :

$$q = h(T_W - T)$$

Si l'écoulement secondaire est monophasique  $h = h_{cf}$ , le coefficient d'échange convectif. Si l'écoulement secondaire est diphasique  $h = h_{eb}$ , le coefficient d'échange en ébullition nucléée.  $T$  est la température de l'écoulement secondaire.

On dispose enfin de corrélations permettant de prendre en compte les situations d'assèchement et de calculer les flux critiques. La phase de transition en post assèchement est aussi modélisée.

### Viscosité turbulente

Le modèle de Schlichting utilisé conduit à la forme suivante de la viscosité turbulente :

$$\mu_T = a \cdot |G| \cdot L$$

où  $a$  est un coefficient,  $|G|$  est le module de la vitesse massique et  $L$  est une échelle de longueur. Ce modèle ne tient pas compte de la non isotropie due au faisceau. L'effet du mélange du faisceau n'est pas le même pour un écoulement parallèle et pour un écoulement transverse, ce dernier étant beaucoup plus important. Pour cela une extension du modèle a été développée [SOU98].

### 4.7.3 Température primaire

La température primaire est obtenue en résolvant l'équation de conservation de l'enthalpie primaire. L'écoulement primaire a lieu à l'intérieur des tubes du faisceau et on le considère incompressible.

$$\rho_P C_P \frac{\partial T_P}{\partial t} + C_P G_P \frac{\partial T_P}{\partial s} = -\frac{\gamma_0 h_{eq}}{\beta_{P0}} (T_P - T_W) \quad (4.12)$$

On utilise une méthode aux éléments finis monodimensionnelle appliquée sur un maillage curviligne représentant les tubes. Ce maillage est construit automatiquement à partir des informations de la description technologique de l'échangeur et du maillage de calcul tridimensionnel du coté secondaire. On dispose d'une connectivité primaire-secondaire qui relie les noeuds du maillage curviligne primaire avec les éléments du maillage tridimensionnel secondaire. Elle permet de passer les informations  $T_P$ ,  $T_W$  et  $h_{eq}$  d'un maillage à l'autre afin de coupler les équations 4.8 et 4.12. La résolution de cette équation est complètement implicite.

## 4.8 Discrétisation

### 4.8.1 Remarque préliminaire

On s'intéresse principalement à des solutions stationnaires. Pour cela on considère l'équation de conservation de la masse sous sa forme stationnaire.

$$\frac{\partial \beta \rho V_b}{\partial x_b} = 0$$

On se ramène alors à une situation proche des écoulements incompressibles, mais c'est la quantité  $\beta \rho V$  qui est ici à divergence nulle.

### 4.8.2 Formulation variationnelle

Soit  $\Omega$  un ouvert borné de  $\mathfrak{R}^3$ . Afin de résoudre le problème suivant :

$$\text{Trouver } u \in \mathcal{V} \text{ tel que } \mathcal{L}(u) = 0 \text{ dans } \Omega \in \mathfrak{R}^3$$

la méthode des résidus pondérés consiste à résoudre le problème équivalent suivant :

$$\text{Trouver } u \in \mathcal{V} \text{ tel que } \int_{\Omega} \mathcal{L}(u) \bar{u} d\Omega = 0 \quad \forall \bar{u} \in \overline{\mathcal{V}}$$

$\bar{u}$  sont les fonctions de pondération.

Lorsque  $\mathcal{V} \equiv \overline{\mathcal{V}}$  on dit qu'il s'agit d'une méthode de Galerkin.

L'application de la méthode des résidus pondérés et l'intégration par partie des termes diffusifs et de gradient de pression conduisent à la formulation variationnelle faible suivante :

Conservation de la masse :

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \beta \rho V_b}{\partial x_b} \psi d\Omega = 0 \quad (4.13)$$

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \beta \rho \frac{\partial V_a}{\partial t} \phi d\Omega + \int_{\Omega} \beta \rho V_b \frac{\partial V_a}{\partial x_b} \phi d\Omega + \int_{\Omega} \beta \mu_T \left( \frac{\partial V_a}{\partial x_b} + \frac{\partial V_b}{\partial x_a} \right) \frac{\partial \phi}{\partial x_b} d\Omega - \int_{\Omega} P \frac{\partial \beta \phi}{\partial x_a} d\Omega = \\ \int_{\Omega} \beta \rho g_a \phi d\Omega - \int_{\Omega} \beta \Lambda_{ab} \rho V_b \phi d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\partial \beta x(1-x) \rho V_{Ra} V_{Rb}}{\partial x_b} \phi d\Omega \\ + \int_{\Gamma} \beta \left[ \left( \frac{\partial V_a}{\partial x_b} + \frac{\partial V_b}{\partial x_a} \right) - p \delta_{ab} \right] n_b \phi d\Gamma \end{aligned} \quad (4.14)$$

Conservation de l'enthalpie :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \beta \rho \frac{\partial H}{\partial t} \phi d\Omega + \int_{\Omega} \beta \rho V_b \frac{\partial H}{\partial x_b} \phi d\Omega + \int_{\Omega} \beta \chi_T \frac{\partial H}{\partial x_b} \frac{\partial \phi}{\partial x_b} d\Omega = \int_{\Omega} \tau \gamma_0 h_{eq} (T_P - T_W) \phi d\Omega \\ - \int_{\Omega} \frac{\partial \beta x(1-x) \rho \mathcal{L} V_{Rb}}{\partial x_b} \phi d\Omega + \int_{\Gamma} \beta \chi_T \frac{\partial H}{\partial n} \phi d\Gamma \end{aligned} \quad (4.15)$$

L'analyse des contraintes de continuité conduit au choix des fonctions d'approximations suivantes :

- fonctions continues pour  $\rho, V, H, \beta, \phi, x, \mathcal{L}, V_R$
- fonctions discontinues pour  $P, \psi, \mu_T, \chi_T, \Lambda, T_P, T_W, \tau, \gamma_0, h_{eq}$

On retrouve la situation classique de l'approximation mixte vitesse-pression rencontrée avec les équations de Navier-Stokes [HUY78].

On se trouve cependant devant une difficulté liée à l'approximation continue de quantités telle que la masse volumique du mélange qui sont à la fois fonction de l'enthalpie (continue) et de la pression (discontinue). On résoud ce problème en utilisant une projection de la pression dans l'espace des fonctions continues pour calculer ces quantités. Les pressions nodales sont obtenues à partir des pressions élémentaires en faisant, pour chaque noeud, la moyenne (pondérée par les volumes des éléments adjacents) sur tous les éléments auxquels appartient ce noeud :

$$P_{nodal} = \frac{\sum_e P_{element} \Omega_{element}}{\sum_e \Omega_{element}}$$

Pour les fonctions continues on utilise les polynômes de Lagrange de degré un définis sur l'élément hexaèdre à huit noeuds. Pour les fonctions discontinues on utilise la fonction constante par élément.

### 4.8.3 Correction de la diffusion

On considère l'équation suivante :

$$\beta \frac{\partial \rho V_a}{\partial t} = - \frac{\partial \beta \rho V_a V_b}{\partial x_b}$$

et le développe de Taylor de la dérivée en temps :

$$\begin{aligned} \beta(\rho V_a)^{n+1} &= \beta(\rho V_a)^n + \delta t \beta \left[ \frac{\partial \rho V_a}{\partial t} \right]_n + \frac{\delta t^2}{2} \beta \left[ \frac{\partial^2 \rho V_a}{\partial t^2} \right]_n + \dots \\ &= \beta(\rho V_a)^n - \delta t \frac{\partial \beta \rho V_a V_b}{\partial x_b} + R + \dots \\ R &= - \frac{\delta t^2}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial \beta \rho V_a V_b}{\partial x_b} \right] \\ &= \frac{\delta t^2}{2} \frac{\partial}{\partial x_b} \left[ -\beta \rho V_a \frac{\partial V_b}{\partial t} - \beta V_b \frac{\partial \rho V_a}{\partial t} \right] \end{aligned}$$

Considérons le deuxième terme dans  $R$  :

$$\begin{aligned} R_2 &= \frac{\delta t^2}{2} \frac{\partial}{\partial x_b} \left[ V_b \frac{\partial \beta \rho V_a V_c}{\partial x_c} \right] \\ &= \frac{\delta t^2}{2} \frac{\partial}{\partial x_b} \left[ \beta \rho V_b V_c \frac{\partial v_a}{\partial x_c} \right] \text{ as we have } \frac{\partial \beta \rho V_c}{\partial x_c} = 0 \end{aligned}$$

On observe que  $R_2$  est un terme diffusif, et que l'explicitation du terme convectif induit une sous-diffusion par effet de troncature. La ré-introduction du terme ( $R_2$ ) améliore la stabilité du schéma.

#### 4.8.4 Calcul des matrices et des vecteurs élémentaires

On cherche à résoudre des problèmes tridimensionnels avec des maillages dont le nombre de mailles peut être assez grand (de l'ordre de  $10^6$  mailles, à titre indicatif, la simulation d'un générateur de vapeur complet avec des mailles de l'ordre du  $cm^3$ , c'est à dire de l'échelle du motif élémentaire d'homogénéisation, nécessite un maillage contenant environ  $4.10^6$  mailles). Afin d'optimiser les temps de calcul, quelques approximations supplémentaires ont été faites dans le calcul des termes élémentaires issus de la formulation variationnelle :

- utilisation de valeurs moyennes par élément pour éviter des développements coûteux sur les fonctions d'approximation continues pour  $\rho$  dans les termes en temps, de gravité et de frottement, pour  $\rho V$  et  $\rho x(1-x)V_R$  respectivement dans les termes convectifs et de déséquilibre cinématique [GRE84],
- utilisation de l'approximation par les fonctions continues de la vitesse massique  $G$  (à la place du produit  $\rho V$ ) dans l'équation 4.13,
- utilisation des volumes, des matrices gradient-divergence et des intégrales des fonctions d'approximation précalculés et stockés pour construire tous les termes des équations,
- utilisation de la forme diagonalisée (lumping) de la matrice de masse dans les termes en temps (ceci est sans conséquence sur les solutions stationnaires, voir aussi [GRE78]).

#### Termes précalculés

Ce sont les intégrales qui ne sont fonction que du maillage et de la porosité. Elles sont calculées avec précision par intégration numérique (méthode de Gauss).

Volumes :

$$\Omega^e = \int_{\Omega_e} d\Omega ; \tilde{\Omega}^e = \int_{\Omega_e} \beta d\Omega \quad (4.16)$$

Les aires et les normales des faces des éléments de l'enveloppe du maillage sont également précalculées pour les conditions aux limites.

Intégrales des fonctions d'approximation :

$$I_{\phi_i}^e = \int_{\Omega_e} \phi_i d\Omega ; \tilde{I}_{\phi_i}^e = \int_{\Omega_e} \beta \phi_i d\Omega \quad (4.17)$$

Matrices gradient-divergence :

$$B_{ia}^e = \int_{\Omega_e} \frac{\partial \phi_i}{\partial x_a} d\Omega ; \tilde{B}_{ia}^e = \int_{\Omega_e} \frac{\partial \beta \phi_i}{\partial x_a} d\Omega \quad (4.18)$$

Matrice de masse :

$$\tilde{M}_{ij}^e = \int_{\Omega_e} \beta \phi_i \phi_j d\Omega \quad \xrightarrow{\text{lumping}} \quad \tilde{M}_{ii}^e = \tilde{I}_{\phi_i}^e ; \tilde{M} = \sum_e \tilde{M}_{ii}^e \quad (4.19)$$

**Conservation de la masse**

$$\tilde{B}_{ia}^e G_{ia} = 0 \quad (4.20)$$

**Termes en temps**

$$\rightarrow \rho^e \tilde{M}_{ii}^e \frac{\partial V_{ia}}{\partial t} ; \rho^e \tilde{M}_{ii}^e \frac{\partial H_i}{\partial t} \quad (4.21)$$

**Terme gradient de pression**

$$\rightarrow P^e \tilde{B}_{ia}^e \quad (4.22)$$

**Terme gravité**

$$\rightarrow g_a \rho^e \tilde{I}_{\phi i}^e \quad (4.23)$$

**Terme source de l'équation de l'enthalpie**

$$S = \tau \gamma_0 h_{eq} (T_P - T_W) \rightarrow S^e \tilde{I}_{\phi i}^e \quad (4.24)$$

**Terme de frottement**

On utilise l'intégration numérique á un point tout en conservant le volume (poreux) de l'élément.  $\phi(0)$  est la valeur des fonctions d'approximation au point de l'intégration (i.e. le barycentre de l'élément).

$$\rightarrow \left[ \Lambda_{ab}^e \rho^e \left( \sum_j V_{bj} \right) \phi^2(0) \tilde{\Omega}^e \right]_i \quad (4.25)$$

**Termes convectifs**

On utilise la valeur élémentaire de la vitesse massique.

$$\rightarrow G_b^e B_{jb}^e V_{ja} \tilde{I}_{\phi i}^e \frac{1}{\Omega^e} ; G_b^e B_{jb}^e H_j \tilde{I}_{\phi i}^e \frac{1}{\Omega^e} \quad (4.26)$$

### Termes diffusifs

Quantité de mouvement :

$$\rightarrow \mu_T^e (B_{jb}^e V_{ja} + B_{ja}^e V_{jb}) B_{ib}^e \frac{\tilde{\Omega}^e}{\Omega^{e2}} \quad (4.27)$$

Enthalpie :

$$\rightarrow \chi_T^e B_{jb}^e H_j B_{ib}^e \frac{\tilde{\Omega}^e}{\Omega^{e2}} \quad (4.28)$$

BTD :

On a conservé le nom “BTD” (balancing tensor diffusivity) utilisé par P.M. Gresho et al. pour désigner le terme correctif qui sert à compenser la sous diffusion introduite par l’explicitation des termes convectifs, et qui a été présenté au §4.8.3.

$$\rightarrow f \frac{G_b^e G_c^e}{\rho_e} B_{jc}^e H_j B_{ib}^e \frac{\tilde{\Omega}^e}{\Omega^{e2}} \quad (4.29)$$

Le paramètre  $f$  est fonction du pas de temps et de la dimension de l’espace, il vaut  $\frac{3\delta t}{2}$  à trois dimensions,  $\delta t$  est le pas de temps. Le terme à la même forme dans l’équation de la quantité de mouvement.

Si la convection est implicite (voir §4.17), ou si on utilise une valeur plus grande pour  $f$ , ce terme joue aussi le rôle d’un décentrement de type “streamline upwinding” [PIR88].

### Termes de déséquilibre cinématique

Il s’agit des termes faisant intervenir la vitesse relative  $V_R$ . On considère le terme dans l’équation de l’enthalpie (le traitement est le même dans l’équation de la quantité de mouvement).

On pose  $G_R = x(1-x)\rho V_R$ .

$$\frac{\partial \beta \mathcal{L} G_{Rb}}{\partial x_b} = \beta G_{Rb} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_b} + \mathcal{L} \frac{\partial \beta G_{Rb}}{\partial x_b} \quad (4.30)$$

Le premier terme est calculé comme les termes convectifs. Le deuxième terme est calculé de la façon suivante :

$$\rightarrow \mathcal{L}^e B_{jb}^e G_{Rjb} J_{\phi i}^e \frac{1}{\Omega^e} \quad (4.31)$$

## 4.9 Algorithme de résolution

### 4.9.1 Caractéristiques générales

L’algorithme a les caractéristiques suivantes [GRE90] :

- les termes convectifs, de gravité, de source de chaleur et de déséquilibre cinématique sont explicites (on reviendra sur l'explicitation de la convection dans le §4.12.2),
- les termes diffusifs (y compris la correction BTM) et le terme de frottement pariétal sont implicites ; ces termes sont définis positifs et à diagonale dominante ; le terme de frottement pariétal est grand (par rapport aux autres termes) dans les échangeurs,
- on découple les équations 4.13 et 4.14 : la vitesse vérifiant 4.13 est obtenue par correction de la vitesse obtenue en résolvant l'équation 4.14 où la pression est explicite ; cette correction permet aussi de calculer la pression,
- la présence de termes explicites impose un critère de stabilité limitant le pas de temps utilisé par l'algorithme, cependant (voir l'analyse faite dans [GRE90]) l'implicitation de la diffusion et la correction BTM permettent de dépasser la limite de Courant imposée par la convection ; les pas de temps sont calculés automatiquement et sont corrigés d'un facteur multiplicatif  $> 1$  ; pour les écoulements étudiés dans les échangeurs, présentant notamment de fortes variations de la masse volumique (au front d'ébullition par exemple), l'expérience numérique a montré que la valeur de ce facteur varie de 2 à 5.

### 4.9.2 Correction de la vitesse et de la pression

Soit  $V^*$  la vitesse obtenue à partir de l'équation de quantité de mouvement,

$$\text{on résout : } \tilde{B}_T \tilde{M}^{-1} \tilde{B} \lambda = \tilde{B}_T \rho V^* \quad (4.32)$$

$$\text{alors } \rho V^{n+1} = \rho V^* - \tilde{M}^{-1} \tilde{B} \lambda \Rightarrow \tilde{B}_T \rho V^{n+1} = 0 \quad (4.33)$$

$$\text{et } P^{n+1} = P^n + \frac{2\lambda}{\delta t} \quad (4.34)$$

La pression initiale est obtenue en résolvant :

$$\tilde{B}_T \tilde{M}^{-1} \tilde{B} P^0 = \tilde{B}_T A^0 \quad (4.35)$$

où  $A^0$  représente les termes de l'équation de quantité de mouvement sauf le terme en temps et le gradient de pression. Il faut aussi que la vitesse initiale vérifie l'équation de conservation de la masse.

### 4.9.3 Algorithme résumé

$$\left[ \frac{1}{\delta t} \tilde{M}(\rho^n) + D(\mu_T^n) + F(\Lambda^n \rho^n) \right] V^* = \left[ \frac{1}{\delta t} \tilde{M}(\rho^n) - N(G^n) \right] V^n + \rho^n g + \tilde{B} P^n - DC^n + CL \quad (4.36)$$

$$\tilde{B}_T \tilde{M}^{-1} \tilde{B} \lambda = \tilde{B}_T \rho V^* \quad (4.37)$$

$$\rho V^{n+1} = \rho V^* - \tilde{M}^{-1} \tilde{B} \lambda \quad (4.38)$$

$$P^{n+1} = P^n + \frac{2\lambda}{\delta t} \quad (4.39)$$

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{\delta t} \tilde{M}(\rho^n) + D(\chi_T^n) \right] H^{n+1} = \\ & \left[ \frac{1}{\delta t} \tilde{M}(\rho^n) - N(G^n) \right] H^n - S^n - DC^n + CL \end{aligned} \quad (4.40)$$

$$\rho, x, \mathcal{L} = f(P, H) \quad (4.41)$$

$$\bar{\Lambda}, \mu_T, \chi_T, \vec{V}_R = \text{correlations}(P, H, \vec{V}) \quad (4.42)$$

$$S = \text{correlations}(P, H, \vec{V}, T_P) \quad (4.43)$$

Rappel :  $T_P$  est obtenue en résolvant l'équation de conservation de l'enthalpie pour le domaine primaire.

## 4.10 Prise en compte des conditions aux limites et rotation des équations de quantité de mouvement

Une condition aux limites de Dirichlet consiste à imposer la valeur d'un degré de liberté aux noeuds situés sur la frontière. C'est le cas pour les composantes de la vitesse et pour l'enthalpie. Cette condition s'applique généralement aux entrées. Elle s'applique aussi, avec une valeur nulle, à la composante normale de la vitesse sur les parois.

Les conditions aux limites de Neumann sont dites "naturelles" avec la formulation variationnelle faible utilisée. Cela signifie qu'elle apparaissent explicitement dans les équations.

– Conditions de Neuman pour la quantité de mouvement :

$$BC_V = \int_{\Gamma} \left[ \mu_T \left( \frac{\partial V_a}{\partial x_b} + \frac{\partial V_b}{\partial x_a} \right) - P \delta_{ab} \right] n_b d\Gamma$$

Il est plus pratique d'écrire ce terme dans des repères locaux associés aux frontières définis par les directions tangentielles et normales . Ainsi pour l'équation associée à la composante normale de la vitesse nous avons :

$$BC_{V_n} = \int_{\Gamma} \left( 2\mu_T \frac{\partial V_n}{\partial n} - P \right) d\Gamma \text{ (force de traction)}$$

et pour l'équation associée à la composante tangentielle de la vitesse :

$$BC_{V_t} = \int_{\Gamma} \mu_T \left( \frac{\partial V_t}{\partial n} + \frac{\partial V_n}{\partial t} \right) d\Gamma \text{ (cisaillement)}$$

– Conditions de Neuman pour l'enthalpie :

$$BC_H = \int_{\Gamma} \chi_T \frac{\partial H}{\partial n} d\Gamma \text{ (heat flux)}$$

La force de traction se réduit à la pression lorsque la dérivée normale de la vitesse normale est petite. C'est généralement le cas en sortie.

Le cisaillement en paroi peut être nul (condition de glissement ou de symétrie) ou bien calculé en utilisant des lois de paroi.

Un flux de chaleur peut être imposé en paroi. En sortie on suppose généralement que la dérivée normale de l'enthalpie est nulle ou négligeable.

Afin de prendre en compte la condition de vitesse normale nulle en paroi on est amené à appliquer un processus de rotation aux équations de quantité de mouvement. Ce processus s'applique aux équations discrétisées et est décrit ci-dessous.

On regroupe dans  $S$  tous les termes sauf le terme en temps et le gradient de pression. Pour simplifier l'écriture on suppose que le pas de temps est égal à un et on n'écrit pas les  $\tilde{\cdot}$  qui représentent la porosité dans les opérateurs.

$$G_a^{n+1} - G_a^n = M^{-1} B_a P + M^{-1} S_a \text{ pour } a = x, y, z$$

Soit  $R$  la rotation du repère global  $(x, y, z)$  dans le repère local  $(t_1, t_2, n)$  pour les noeuds paroi.

$$\sum_{a=x,y,z} R_{ba} G_a^{n+1} - \sum_{a=x,y,z} R_{ba} G_a^n = \sum_{a=x,y,z} R_{ba} M^{-1} B_a P + \sum_{a=x,y,z} R_{ba} M^{-1} S_a \text{ pour } b = t_1, t_2, n$$

On applique la condition de vitesse normale nulle.

$$G_b^{n+1} - G_b^n = \sum_{a=x,y,z} R_{ba} M^{-1} B_a P + \sum_{a=x,y,z} R_{ba} M^{-1} S_a \text{ pour } b = t_1, t_2 \text{ seulement}$$

$$G_n^{n+1} = G_n^n = 0$$

On applique la rotation inverse (retour dans le repère global) aux équations précédentes.

$$G_{\alpha}^{n+1} - G_{\alpha}^n = \sum_{b=t_1, t_2} \sum_{a=x,y,z} R_{\alpha b}^{-1} R_{ba} M^{-1} B_a P + \sum_{b=t_1, t_2} \sum_{a=x,y,z} R_{\alpha b}^{-1} R_{ba} M^{-1} S_a \text{ pour } \alpha = x, y, z$$

On prend la divergence des équations précédentes.

$$\sum_{\alpha=x,y,z} \sum_{b=t_1, t_2} \sum_{a=x,y,z} B_{\alpha}^T R_{\alpha b}^{-1} R_{ba} M^{-1} B_a P = - \sum_{\alpha=x,y,z} \sum_{b=t_1, t_2} \sum_{a=x,y,z} B_{\alpha}^T R_{\alpha b}^{-1} R_{ba} M^{-1} S_a$$

Ceci fait apparaître l'opérateur de la forme  $B^T M^{-1} B$  qui permet le calcul de la pression initiale et la correction de la vitesse. Cet opérateur inclu la localisation des conditions de Dirichlet (on peut de la même façon prendre en compte les conditions de Dirichlet en entrée).

## 4.11 Conditions aux limites dans le cas des calculs avec boucle de recirculation

Comme on peut le voir sur la figure 4.2 les générateurs de vapeur les plus courants (ceux de la filière des réacteurs à eau pressurisée) présente une boucle de recirculation. L'écoulement en sortie de l'évaporateur (la zone d'échange primaire-secondaire) est encore diphasique avec un taux de vide de l'ordre de 0.8. Comme on ne doit envoyer aux turbines que de la vapeur sèche, cet écoulement passe à travers des séparateurs et des sécheurs et l'eau récupérée à ces niveaux est renvoyée directement vers l'évaporateur via une zone appelée le retour d'eau. L'écoulement qui revient des turbines est qualifié d'alimentaire. Le débit entrant dans l'évaporateur est donc la somme du débit recirculé et du débit alimentaire. Comme le débit recirculé (et son enthalpie) est fonction des conditions de fonctionnement dans l'évaporateur, on voit que les conditions aux limites effectives du système sont le débit alimentaire et son enthalpie, associés la pression de sortie de l'évaporateur (ou des séparateurs-sécheurs ce qui revient au même à un coefficient de perte charge près).

Afin de pouvoir introduire ces conditions aux limites industrielles, la boucle de recirculation a été prise en compte et les conditions aux limites de la résolution numérique (c'est à dire de l'évaporateur) sont re-calculées automatiquement au cours de l'algorithme.

Soit  $Q_L$  et  $Q_G$  les débits liquide et gazeux calculés en sortie de l'évaporateur. On a par conservation le débit recirculé  $Q_R = Q_L$ . On considère que ce débit est re-injecté à saturation, son enthalpie est donc  $H_L^{SAT}(P_{entrée})$ ,  $P_{entrée}$  étant également issue du calcul. Avec la donnée du débit alimentaire  $Q_A$  et de son enthalpie  $H_A$ , on calcule les conditions d'entrée dans l'évaporateur :

$$Q = Q_R + Q_A$$

$$H = \frac{H_L^{SAT}(P_{entrée})Q_R + H_A Q_A}{Q}$$

## 4.12 Résolution des systèmes linéaires

On s'intéresse ici à la résolution des systèmes de la forme  $Ax = b$ .

### 4.12.1 Méthode directe

On dispose de la méthode directe par factorisation de Crout.

$$A = L.D.U$$

Cette méthode impose le calcul de la matrice  $A$  et son stockage sous la forme dite “ligne de ciel”. On utilise cette méthode pour la résolution du système  $\tilde{B}_T \tilde{M}^{-1} \tilde{B}$  lorsque la place mémoire disponible permet son stockage. Ce système présente l’avantage de ne dépendre que du maillage et de la porosité (et de la localisation des conditions aux limites), il peut donc être construit et factorisé une seule fois.

### 4.12.2 Méthodes itératives

On dispose des méthodes suivantes :

- gradient conjugué préconditionné par la diagonale, avec ou sans stockage du système algébrique ; lorsqu’il n’y a pas stockage, l’assemblage (la sommation sur les éléments des matrices et vecteurs élémentaires) et les produits matrices-vecteurs sont réalisés en même temps, mais il ne sont pas conservés,
- gradient conjugué “square” (CGS) avec ou sans stockage,
- gradient conjugué “square” préconditionné par la décomposition  $A = L + D + U$  ; cette méthode implique le stockage du système ; on utilise un stockage dense de type “Morse”,
- GMRES préconditionné par la décomposition  $A = L + D + U$  (avec stockage “Morse”).

A la suite d’expérimentations numériques, ce sont le gradient conjugué préconditionné par la diagonale sans stockage et le gradient conjugué “square” préconditionné par la décomposition  $A = L + D + U$  avec stockage qui se sont avérés les plus performants. La différence de performance entre les méthodes dépend de la place mémoire disponible.

On notera que les méthodes CGS et GMRES permettent de résoudre des systèmes algébriques non symétriques, ils permettent donc d’impliciter les termes convectifs. Cependant ceci ne résout pas tous les problèmes posés par les nombreuses non linéarités présentes dans les équations.

## 4.13 Extension de l’algorithme aux calculs transitoires

On considère la discrétisation de l’équation complète de conservation de la masse 4.6 :

$$\Omega \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) + \tilde{B}^T \rho V = 0$$

On voit qu’une correction  $\lambda$  calculée par :

$$\tilde{B}_T \tilde{M}^{-1} \tilde{B} \lambda = \tilde{B}_T \rho V^* + \Omega \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)$$

associée à l’équation 4.33 permet d’obtenir une vitesse qui vérifie l’équation 4.6.

Le problème est de choisir une estimation de  $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ , car on ne dispose pas de  $\rho^{n+1}$  au moment du calcul de  $V^{n+1}$ .

On choisit comme problème modèle un calcul sur une configuration monodimensionnelle avec des conditions thermohydrauliques similaires à celles d'une maquette de générateur de vapeur (puissance, débit, enthalpie). Les calculs sont faits avec une condition d'entrée secondaire en pression. Le transitoire consiste à suivre l'évolution de l'écoulement lorsqu'on qu'on diminue la pression d'entrée. La pression de sortie restant constante ceci conduit à une diminution de l'écart de pression et donc à une diminution du débit. Le résultat est présenté sur la figure 4.10. Ce résultat a été obtenu en approchant  $\frac{\partial \rho}{\partial t}$  par  $\frac{\rho_n - \rho_{n-2}}{2\delta t}$ .

## 4.14 Implication partielle du terme de déséquilibre cinématique de l'équation de l'enthalpie

La non linéarité non linéarité de ce terme peut dans certaines situations dégrader la stabilité de l'algorithme ; c'est le cas lorsque la vitesse relative est du même ordre de grandeur que la vitesse du mélange diphasique mais avec une direction très différente. On rencontre cette situation pour des écoulements relativement lents, horizontaux en moyenne et à faible taux de vide. Pratiquement la vitesse du mélange et la vitesse du liquide sont quasiment horizontales alors que la vitesse du gaz et, par conséquent, la vitesse relative sont presque verticales. On présente ici une amélioration de l'algorithme [GRA93]. On rappelle le terme de déséquilibre cinématique de l'équation de l'enthalpie :

$$\text{div}(\beta x(1-x)\rho \mathcal{L} \vec{V}_R) \quad (4.44)$$

et la définition du titre thermodynamique :

$$x = \frac{H - H_L^{SAT}}{\mathcal{L}} \quad (4.45)$$

on pose :

$$\begin{aligned} \vec{G}_1 &= \frac{\rho}{\mathcal{L}} (\mathcal{L} - H + 2H_L^{SAT}) \vec{V}_R \\ \vec{G}_2 &= \frac{\rho}{\mathcal{L}} (\mathcal{L} + H_L^{SAT}) H_L^{SAT} \vec{V}_R \end{aligned} \quad (4.46)$$

On peut alors écrire le terme 4.44 sous la forme :

$$\beta (\vec{G}_1 \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) H + H \text{div}(\beta \vec{G}_1) - \text{div}(\beta \vec{G}_2) \quad (4.47)$$

et l'équation 4.8 de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \beta \rho \frac{\partial H}{\partial t} + \beta ((\vec{G} + \vec{G}_1) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) H - \text{div}(\beta \chi_T \overrightarrow{\text{grad}} H) \\ + H \text{div}(\beta \vec{G}_1) = S + \text{div}(\beta \vec{G}_2) \end{aligned} \quad (4.48)$$

La modification de l'algorithme consiste à :

- modifier le terme convectif et prendre en compte  $(\vec{G} + \vec{G}_1)$  dans la correction BTM,
- modifier le terme source,
- impliciter le terme  $Hdiv(\beta\vec{G}_1)$  lorsque  $div(\beta\vec{G}_1) > 0$ .

## 4.15 Modèle à deux équations de quantité de mouvement

Lorsque les corrélations de déséquilibre cinématique sont insuffisantes il peut être utile de faire appel à un modèle diphasique plus complet faisant intervenir les équations de quantité de mouvement phasique [GRA99].

$$\beta\alpha\rho_G\frac{\partial V_{Ga}}{\partial t} + \beta\alpha\rho_G V_{Gb}\frac{\partial V_{Ga}}{\partial x_b} - \frac{\partial}{\partial x_b} \left[ \beta\alpha\mu_{TG} \left( \frac{\partial V_{Ga}}{\partial x_b} + \frac{\partial V_{Gb}}{\partial x_a} \right) \right] + \beta\alpha\frac{\partial P}{\partial x_a} = \beta\alpha\rho_G g_a - \beta\Lambda_{Gab}V_{Gb} - \beta\Lambda_{Glab}V_{Gb} + \beta\Lambda_{LIab}V_{Lb} - a_G(V_{Ga} - V_{La}) \quad (4.49)$$

Des corrélations sont nécessaires pour calculer le frottement pariétal du gaz  $\Lambda_G$ , les transferts interfaciaux  $\Lambda_{GI}$ ,  $\Lambda_{LI}$ ,  $a_G$  et  $\mu_{TG}$ .

On rappelle les relations entre les vitesses :

$$\begin{aligned} \vec{V}_R &= \vec{V}_G - \vec{V}_L \\ \vec{V}_L &= \vec{V} - x\vec{V}_R = \frac{\vec{V} - x\vec{V}_G}{1-x} \\ \vec{V}_G &= \vec{V} + (1-x)\vec{V}_R = \frac{\vec{V} - (1-x)\vec{V}_L}{x} \end{aligned}$$

On notera que dans ces relations on doit avoir  $x \in ]0, 1[$ .

Les relations entre les vitesses montrent que pour connaître les vitesses  $V, V_R, V_G, V_L$ , il suffit d'en connaître au moins deux d'entre elles. On a fait le choix de résoudre les équations de quantité de mouvement du mélange et du gaz pour les raisons suivantes :

- On souhaite rester dans le même contexte numérique.
- Le calcul de la pression nécessite l'utilisation de l'équation de quantité de mouvement du mélange.
- La résolution de l'équation de conservation de la masse du mélange est reliée au calcul de la pression et fait intervenir une correction de la vitesse massique du mélange.
- Les deux remarques précédentes conduisent à penser que le choix  $V_G, V_L$  n'est pas le mieux adapté à cette méthode. Par ailleurs il n'est pas évident qu'à partir d'une information sur la pression on puisse trouver des corrections sur les vitesses massiques phasiques cohérentes

avec la correction sur la vitesse massique du mélange nécessaire à la satisfaction de l'équation de conservation de la masse du mélange. Les tests que nous avons conduits dans ce sens n'ont d'ailleurs pas donné de résultats satisfaisants.

- La résolution de l'équation de  $V_R$  n'a pas été retenue dans cette étude car son interprétation physique est délicate et sa forme est beaucoup plus compliquée que les équations phasiques.
- Il nous a enfin semblé préférable de tester la résolution de l'équation de  $V_G$  plutôt que celle de  $V_L$  dans le contexte des applications aux générateurs de vapeur.
- Un autre avantage du choix " $V, V_G$ " est de conserver entièrement la résolution du modèle à trois équations. La modélisation de  $V_R$  par une corrélation est remplacée par la résolution de l'équation de quantité de mouvement du gaz.
- La forme de l'équation de quantité de mouvement du gaz est similaire à celle du mélange. La mise en oeuvre de sa résolution fait donc appel aux mêmes opérateurs, à quelques adaptations près. C'est, entre autre, le cas du solveur.

L'algorithme s'écrit de la façon suivante :

*soit  $V_{Ri}, V_i$*

*répéter jusqu'à convergence :*

*Calcul de  $V_{i+1}$  (équations du mélange)*

$$V_{Gi+1}^0 = V_{i+1} + (1 - x_i)V_{Ri}$$

*Calcul de  $V_{Gi+1}$  (équation de la quantité de mouvement du gaz)*

$$V_{Ri+1} = (V_{Gi+1} - V_{i+1}) / (1 - x_i)$$

Un des problèmes à résoudre concerne le traitement des parties du domaine de calcul où la phase gazeuse n'existe pas (typiquement en amont du front d'ébullition). On choisit de résoudre l'équation de quantité de mouvement de la phase gazeuse dans tout le domaine de calcul. Il faut donc utiliser quelques filtres afin d'éviter par exemple des divisions par zéro. Il faut aussi disposer d'une condition aux limites judicieusement choisie pour  $V_G$  au front d'ébullition, ce qui revient à déterminer la vitesse du gaz lors de son apparition.

Un autre problème important consiste à régler la convergence de la vitesse du gaz par rapport à la convergence des quantités du mélange.

Il faut enfin se donner une condition initiale pour  $V_R$ . On a choisit d'utiliser la valeur donnée par les corrélations habituelles de déséquilibre cinématique et obtenue après un certain nombre de pas de calcul avec le modèle à trois équations.

Les figures 4.11 à 4.14 montrent une comparaison des résultats obtenus avec les corrélations de déséquilibre cinématique et la résolution de l'équation de la quantité de mouvement du gaz.

## 4.16 Cas de l'écoulement secondaire diphasique à l'intérieur des tubes

Il existe une autre catégorie d'échangeurs diphasiques dans lesquels l'écoulement diphasique secondaire a lieu à l'intérieur des tubes et l'écoulement monophasique primaire a lieu autour des tubes, c'est la situation inverse de celle que nous avons considérée jusqu'ici.

L'ensemble des développements, qu'il s'agisse de la physique, des méthodes numériques et de l'architecture informatique, réalisés pour la simulation de la première catégorie d'échangeurs (appelés type 1) ont pu être ré-utilisés et étendus pour calculer cette deuxième catégorie d'échangeurs (appelés type 2).

Le calcul tridimensionnel du domaine primaire ne pose pas de problème particulier car il est similaire aux situations monophasiques du secondaire des échangeurs de type 1.

On s'intéressera donc plus particulièrement au traitement du domaine secondaire dans les tubes.

Comme on calcule l'écoulement secondaire là où il a lieu, la porosité est une constante et elle s'élimine des équations (sauf dans le terme d'échange de chaleur avec le primaire).

L'écoulement ayant lieu dans les tubes on peut écrire les équations en coordonnées curvilignes.

Conservation de la masse.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial s} = 0 \quad (4.50)$$

Conservation de la quantité de mouvement.

$$\frac{\partial G}{\partial t} + G \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{\partial P}{\partial s} = \rho g_s - k|V|G + \frac{\partial}{\partial s} (2\mu_T \frac{\partial V}{\partial s}) \quad (4.51)$$

Conservation de l'enthalpie.

$$\rho \frac{\partial H}{\partial t} + G \frac{\partial V}{\partial s} = S + \frac{\partial}{\partial s} (\chi_T \frac{\partial V}{\partial s}) + j \frac{\partial P}{\partial s} \quad (4.52)$$

avec

$$S = \frac{1}{\beta_0} \tau \gamma_0 h_{eq} (T_P - T_W)$$

On a conservé ici le terme de détente  $j \frac{\partial P}{\partial s}$  dans l'équation de l'enthalpie, où  $j$  est la vitesse superficielle (ou vitesse du centre de volume) définie par

$$j = \alpha V_G + (1 - \alpha) V_L$$

$j$  se calcule aussi à partir du titre thermodynamique

$$j = \rho V \left[ \frac{x}{\rho_G} + \frac{(1-x)}{\rho_L} \right] \text{ pour } 0 \leq x \leq 1$$

Comme on s'intéresse à des solutions stationnaires, on considère l'équation de conservation de la masse sous la forme

$$\frac{\partial G}{\partial s} = 0 \quad (4.53)$$

ce qui implique que  $G$  est constant le long d'un tube. L'équation de conservation de la quantité de mouvement prise sous sa forme stationnaire permet de calculer la pression  $P$ , et l'équation de l'enthalpie permet de calculer  $H$ .

On utilise une formulation variationnelle de Galerkin et une méthode de discrétisation par éléments finis. Compte tenu de la simplicité de la géométrie curviligne, toutes les intégrales sont calculées analytiquement.

L'approximation de la pression et de l'enthalpie est obtenue par des fonctions continues (approximation nodale). Il en est de même de la vitesse et de la masse volumique du mélange  $\rho$  (on a en effet  $V = \frac{G}{\rho}$ ).

La résolution est implicite (schéma de Crank-Nicholson), le système linéaire tridiagonal est résolu par la méthode de Thomas.

Les conditions aux limites consistent à fixer l'enthalpie à l'entrée et la pression à la sortie.

Cette résolution présente enfin une particularité supplémentaire : les écoulements dans chaque tube sont tous issus d'un même domaine amont et aboutissent à un même domaine aval (on appelle ces domaines les boîtes à eau). Tous les tubes ont donc la même pression d'entrée et la même pression de sortie. Lorsque les tubes reçoivent des flux de chaleur différents (ce qui est généralement le cas), ils présentent des structures d'écoulements différentes (ébullition, assèchement). Il faut donc prévoir des itérations d'équilibrage des écarts de pression entre les tubes, ce qui se traduit par des vitesses massiques différentes d'un tube à l'autre. Le problème reste cependant bien posé car on dispose d'une information supplémentaire : le débit total à travers l'ensemble des tubes doit rester constant.

L'algorithme de résolution pour le domaine secondaire est le suivant :

*soit  $G^0, P^0, H^0$*

*calculer les quantités fonction de  $P^0$  et  $H^0$*

*répéter jusqu'à convergence :*

*calculer  $H^{i+1}$  (équation de l'enthalpie)*

*mise à jour des quantités fonction de  $P^i$  et  $H^{i+1}$*

*calcul des coefficients de frottement*

*calcul de  $P^{i+1}$  (équation de quantité de mouvement)*

*correction des pressions par équilibrage des pertes de charge  $\rightarrow P^{i+1}$*

*mise à jour des quantités fonction de  $P^{i+1}$  et  $H^{i+1}$*

*mise à jour des coefficients de frottement*

*correction des débits par résolution de l'équation de quantité*

*de mouvement intégrée par ligne et conservation du débit total  $\rightarrow G^{i+1}$*

Cette méthode a d'abord été appliquée aux générateurs de vapeur des réacteurs à neutrons rapides. Elle a ensuite servi à la simulation de plusieurs échangeurs étudiés pour le refroidissement des expériences de fusion contrôlée (ToreSupra, Iter).

## 4.17 Transport de particules solides

Nous avons vu qu'un des principaux problèmes rencontrés dans les études de fonctionnement et de sûreté des générateurs de vapeur (et des échangeurs en général) est la sollicitation mécanique des structures internes par l'écoulement. Un autre problème important est l'encrassement des ces échangeurs par dépôt de particules solides présentes dans l'écoulement. Cet encrassement peut entraîner des détérioration des structures internes par écrasement mécanique ou par corrosion. Il entraîne aussi une perte d'efficacité de l'échangeur dû aux dépôts sur la paroi des tubes.

Afin de pouvoir étudier ces phénomènes, une méthode de calcul du transport de particules solides par des écoulements diphasiques a été développée [PAS96] [PAS97] [PAS98] .

La concentration de ces particules dans l'écoulement étant faible on fait l'hypothèse que cette concentration n'a pas d'effet sur l'écoulement. Autrement dit on peut calculer dans une première étape les caractéristiques de l'écoulement, puis, dans une deuxième étape, l'évolution de la concentration des particules. On fait aussi l'hypothèse que la grandeur caractérisant les particules est leur concentration dans l'écoulement.

On se ramène ainsi à un problème de transport d'un scalaire passif qui est régit par une équation de diffusion convection avec source.

$$\rho \frac{\partial X}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_a} (\rho K \frac{\partial X}{\partial x_a}) + \rho (V_a \frac{\partial}{\partial x_a}) X + rX = S \quad (4.54)$$

où  $X$  est la concentration des particules,  $K$  un coefficient de diffusion,  $r$  un coefficient du terme de degré un en  $X$  nécessaire pour modéliser certains phénomènes de dépôts,  $S$  un terme source,  $\rho$  la masse volumique du fluide porteur et  $\vec{V}$  sa vitesse ou la vitesse des particules selon les modélisations.

#### 4.17.1 Méthode numérique

On utilise une formulation variationnelle faible (intégration par partie du terme diffusif) et une approximation par éléments finis avec des fonctions continues pour  $X$ . Les matrices et vecteurs élémentaires sont calculés par intégration numérique classique (méthode de Gauss). On obtient ainsi l'équation algébrique suivante :

$$M_{ij} \frac{\partial X_j}{\partial t} + [D_{ij} + C_{ij} + R_{ij}] X_j = S_i \quad (4.55)$$

où  $M$  est la matrice de masse,  $D$  est la matrice de diffusion,  $C$  est la matrice de convection,  $R$  est la matrice du terme de degré un et  $S$  le vecteur source.  $S$  contient aussi le terme conditions aux limites de Neuman issu de l'intégration par partie du terme diffusif.

On rappelle le calcul de ces matrices :

$$\begin{aligned} M_{ij} &= \sum_e \int_{\Omega_e} \rho^e \phi_i \phi_j d\Omega \\ D_{ij} &= \sum_e \int_{\Omega_e} \rho^e K^e \frac{\partial \phi_i}{\partial x_a} \frac{\partial \phi_j}{\partial x_a} d\Omega \\ C_{ij} &= \sum_e \int_{\Omega_e} \rho^e V_a^e \phi_i \frac{\partial \phi_j}{\partial x_a} d\Omega \\ R_{ij} &= \sum_e \int_{\Omega_e} r^e \phi_i \phi_j d\Omega \text{ ou } R_{ij} = \sum_e \int_{\Omega_e} r_k \phi_k \phi_i \phi_j d\Omega \end{aligned}$$

On peut en effet approcher  $r$  par des constantes par éléments ou par des fonctions continues.

Et pour le terme source (hors conditions aux limites) :

$$S_i = \sum_e \int_{\Omega_e} S^e \phi_i d\Omega \text{ ou } S_i = \sum_e \int_{\Omega_e} S_k \phi_k \phi_i d\Omega$$

Le terme conditions aux limites naturelles (de Neuman) s'écrit :

$$\sum_e \int_{\Gamma_e} \rho^e K^e \left[ \frac{\partial X}{\partial n} \right]^e \phi_i d\Gamma$$

On utilise un schéma de résolution implicite de Crank-Nicholson :

$$\left[ \frac{1}{\delta t} M + \omega(D + C + R) \right] X^{n+1} = \left[ \frac{1}{\delta t} M - (1 - \omega)(D + C + R) \right] X^n + \omega S^{n+1} + (1 - \omega) S^n \quad (4.56)$$

avec  $\omega = \frac{1}{2}$ .

Les conditions aux limites sont :

- $X$  donné en entrée,
- $\frac{\partial X}{\partial n} = 0$  en sortie et sur les parois.

Compte tenu de l'approximation centrée de la convection on peut utiliser une correction de type "streamline upwinding" (voir §4.8.4).

## 4.17.2 Modèles physiques

### Sédimentation

Sous l'effet de la gravité, les particules n'ont pas la même vitesse que le fluide porteur. On modélise cela de la façon suivante :

Soit  $V_p$  la vitesse des particules,  $V$  la vitesse du fluide porteur, on introduit une vitesse de dérive  $V_R = V_p - V$ , l'équation 4.54 s'écrit :

$$\rho \frac{\partial X}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_a} (\rho K \frac{\partial X}{\partial x_a}) + \rho (V_{pa} \frac{\partial}{\partial x_a}) X + (\frac{\partial \rho V_{Ra}}{\partial x_a}) X = S \quad (4.57)$$

On ferme le système avec une corrélation pour  $V_R$ .

Rappel :  $\frac{\partial \rho V_a}{\partial x_a} = 0$ .

### Probabilité de collage

Toutes les particules qui rencontrent un paroi n'y adhèrent pas. On modélise cela dans le terme convectif de l'équation 4.57 en introduisant une probabilité de collage  $\mathcal{P}$  :

$$\rho (\mathcal{P} V_{pa} \frac{\partial}{\partial x_a}) X$$

### Ré-entrainement

Les particules peuvent être ré-entraînées sous la forme d'agglomérats arrachés à la couche de dépôt sous l'action des forces hydrodynamiques et des remous turbulents du fluide porteur. On modélise cela dans le terme source  $S$  sous la forme :

$$S = E \rho_p h_{crit}$$

où  $E$  est un coefficient de ré-entrainement,  $\rho_p$  est la masse volumique des particules et  $h_{crit}$  est une hauteur critique. On utilise des corrélations pour  $E$  et  $h_{crit}$ .

**Dépôt par diffusion turbulente**

On modélise ici le dépôt par diffusion turbulent sur les tubes du faisceau. Cette modélisation contribue au terme source  $S$  sous la forme :

$$S = \tau\gamma_0\varphi$$

où  $\tau$  est le taux de présence du faisceau,  $\gamma_0$  est la densité de surface externe des tubes et  $\varphi$  est le flux incident de masse des particules :

$$\varphi = \mathcal{K}\rho X$$

On dispose de corrélations pour  $\mathcal{K}$  selon que l'écoulement est parallèle ou transverse aux tubes du faisceau.

**Dépôt sous ébullition**

On modélise ici le dépôt sur les tubes du faisceau dû spécifiquement à l'ébullition. Cette modélisation utilise la même forme que celle du paragraphe précédent mais avec des corrélations pour  $\mathcal{K}$  adaptées à ce phénomène.

**Thermophorèse**

La thermophorèse résulte de l'interaction fluide-particules en présence d'un gradient de température. L'agitation thermique est plus grande du côté chaud des particules que de leur côté froid et force celles-ci à se déplacer vers les régions froides.

**4.18 Couplages thermiques**

Dans certaines situation (voir sur la figure 4.15 le cas de la virolle interne et le cas de la plaque de séparation dans les générateurs de vapeur) on peut être conduit à coupler le calcul de l'écoulement avec des calculs de thermique dans des solides adjacents.

La résolution de l'équation de la chaleur dans les solides par une méthode aux éléments finis ne présente pas de difficulté. Compte tenu de ce qui a déjà présenté, on dispose de tous les éléments pour ce type de calculs.

On rappelle l'équation de la chaleur sous sa forme stationnaire :

$$-\frac{\partial}{\partial x_a} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_a} \right) = S$$

et les conditions aux limites associées :

Condition de Dirichlet :

$$T \text{ donné sur une partie de la frontière}$$

Condition de Neuman :

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \text{flux donné sur une partie de la frontière}$$

ou condition d'échange convectif :

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_{ext})$$

où  $T$  est la température,  $\lambda$  est la conductivité,  $h$  un coefficient d'échange et  $T_{ext}$  une température de référence.

Pour réaliser le couplage on procède de la façon suivante :

- on dispose du maillage de la partie fluide et du maillage de la partie solide ; ces deux maillages se raccordent de façon conforme, ils ont des faces et des noeuds en commun,
- on établit des connectivités entre les faces des deux maillages et entre les noeuds des deux maillages (ce processus est réalisé automatiquement par le logiciel,
- le couplage se fait par les conditions aux limites.

Il faut ensuite déterminer la nature des conditions aux limites échangées. Comme la température n'est pas une inconnue de la résolution coté fluide, la condition au limite utilisée sera le flux de chaleur issu du calcul thermique. Coté solide on peut soit imposer une température issue du calcul dans le fluide (couplage Dirichlet-Neuman), soit utiliser une condition d'échange convectif avec une température de référence issue du calcul dans le fluide et un coefficient issu d'une corrélation et dépendant de la situation dans le fluide (monophasique liquide ou gazeux, diphasique) (couplage Cauchy-Neuman).

Ce type de couplage est similaire aux couplage rencontrés dans les méthodes de décomposition de domaine.

## 4.19 Parallélisation des calculs

Dans le logiciel GENEPI le choix qui a été fait pour paralléliser les calculs est basé sur les méthodes de décomposition de domaine. Ces méthodes sont présentées dans [BEL98] [BEL00a] [BEL00b] [BEL01] [BEL02]).

## 4.20 Applications et validations industrielles

### 4.20.1 Maquette bidimensionnelle

On étudie l'écoulement dans la partie basse d'un générateur de vapeur grâce à la maquette bidimensionnelle FRIDA2 [PIE87] réalisée par EDF. Le domaine est un parallépipède rectangle de 40 cm de large, 1 m de haut et 6 cm de profondeur (figure 4.3). L'écoulement a lieu à travers un faisceau à pas carré de tubes chauffants. Le fluide est le Fréon R114 qui est un fluide de similitude par rapport à l'eau des générateurs de vapeur (à 70 bars). Il entre avec un débit de 10 kg/s et une enthalpie de 79100 J/kg (c'est à dire un titre thermodynamique de -0.034). La puissance fournie par le faisceau est de 3 MW/m<sup>3</sup>. La maquette contient (en plus du faisceau) une plaque de distribution et deux plaques entretoises.

Les figures 4.4 et 4.5 montrent les taux de vide et les vitesses calculés. Les calculs ont été comparés aux résultats expérimentaux dans le cadre de la validation de GENEPI.

### 4.20.2 Maquette tridimensionnelle

L'expérience CLOTAIRE [CAM88] réalisée par le CEA est la maquette d'une moitié de générateur de vapeur à échelle 0.7 en hauteur. Il s'agit d'un véritable échangeur diphasique avec un faisceau de tubes primaire (pas carré) en forme de U inversé situé dans un évaporateur dont le diamètre est 62 cm et dont la hauteur est 9 m. Comme pour les générateurs de vapeur, on identifie, coté secondaire, une branche chaude qui est la partie où les écoulements primaires et secondaires sont ascendants (co-courant), et une branche froide qui est la partie où l'écoulement primaire est descendant et l'écoulement secondaire est ascendants (contre-courant).

L'expérience CLOTAIRE a été l'objet de plusieurs campagnes d'essais. On s'intéresse ici aux conditions de fonctionnement suivantes :

- débit d'entrée de la branche chaude : 37 kg/s
- débit d'entrée de la branche froide : 28 kg/s
- enthalpie d'entrée de la branche chaude : 119300 J/kg
- enthalpie d'entrée de la branche froide : 118500 J/kg
- pression de sortie : 8.8 bars
- débit d'entrée primaire : 37 kg/s
- température d'entrée primaire : 362 K

Les figures 4.6 et 4.7 montrent le maillage de calcul. Les figures 4.8 et 4.9 montrent les taux de vide dans des plans  $x - y$ ,  $\theta - z$  et  $r - z$  situés entre 3m et 3.5 m.

Les résultats expérimentaux issus des diverses campagnes CLOTAIRE constituent une part

importante de la validation du logiciel GENEPI.

### 4.20.3 Applications à d'autres types d'échangeurs

GENEPI est utilisé pour étudier d'autres échangeurs diphasiques, par exemple les échangeurs prévus pour refroidir les tores des réacteurs à fusion contrôlée du programme international ITER [LAN99].

Les figures 4.16 et 4.17 illustrent des calculs de dimensionnement d'échangeurs diphasiques.

## 4.21 Performance

Le logiciel GENEPI est complètement portable, il peut aussi bien être utilisé sur un PC, sur une station de travail, sur un réseau de PC et de stations ou sur une machine massivement parallèle.

A titre d'exemple, un calcul avec 40000 mailles dure quelques heures sur une station de travail. Un calcul avec un million de mailles dure une dizaine d'heures sur une machine parallèle en utilisant 32 processeurs.

## 4.22 Remarques sur l'architecture logicielle

### 4.22.1 Conception orientée objet et Architecture à composants

Dès sa conception on a retenu pour le logiciel GENEPI un type d'architecture qui s'apparente à la fois à la conception orientée objet et à la notion de composants logiciels. Le logiciel est constitué d'un ensemble de processus élémentaires qui suivent les principes suivants :

- l'orthogonalité des processus : les processus sont indépendants entre eux, on peut modifier ou changer un processus sans toucher aux autres, tous les processus peuvent se combiner, on peut tester le fonctionnement de chaque processus de manière indépendante,
- la visibilité et la localité des informations : il n'y a pas de données cachées, les données sont transmises aux processus de manière visible, là où elles sont utilisées. L'information produite par un processus doit aussi être visible, la détection des erreurs de données est locale,
- la régularité des processus : il n'y a pas d'exception, un processus conçu pour réaliser une action particulière doit pouvoir le faire sur toutes informations susceptibles de subir cette action,
- la documentation des processus : elle fait partie du processus, elle doit être réalisée avant la programmation du processus (spécification), c'est la documentation qui a raison et non pas la programmation.

Le premier point clé pour réaliser cela est l'identification et la structuration des informations pertinentes : c'est le typage des données ou encore la conception des objets. A titre d'exemple on peut citer le type *maillage* qui regroupe toutes les informations liées à la discrétisation (coordonnées, connectivités, etc...) et le type *champ* qui sont les valeurs discrètes qui s'appuient sur les maillages. De plus, ces types s'avèrent être génériques pour plusieurs méthodes numériques (éléments finis, volumes finis) et plusieurs domaines d'application (thermohydraulique, thermique, mécanique).

Le deuxième point clé est l'identification des processus compte tenu des principes énoncés précédemment.

Le troisième point clé est la conception des interfaces, puisque c'est par là qu'ils vont communiquer entre eux.

Ceci a par exemple permis de rendre facilement interopérables des méthodes numériques et des modélisations physiques situées dans des logiciels différents [GRA98b].

Au début de la réalisation du logiciel GENEPI, on ne disposait pas de langage qui permettait directement cette conception. Les processus élémentaires ont été écrits avec le langage Fortran (également pour des raisons de performance) auquel on a adjoint des couches logicielles spécifiques. Cependant comme les principes sont les mêmes, il est facile aujourd'hui de ré-utiliser tout ce qui a été développé en rajoutant une couche C++ par exemple.

Avec les technologies logicielles actuelles cette conception permet aussi d'utiliser les composants dans un cadre distribué, c'est à dire que ces composants peuvent être exécutés sur des machines différentes à travers un réseau.

### 4.22.2 Langage de commande

Il y a plusieurs façons d'assembler des composants élémentaires. La démarche classique consiste à développer un programme principal qui va activer les composants en fonction des données que le programme reçoit. Cependant si l'on veut garder une certaine souplesse, ce qui est important dans un cadre de recherche, on est inévitablement conduit à développer un langage de manipulation des données. Il est alors bien préférable d'utiliser un outil qui a effectivement été développé dans ce but, c'est à dire un langage de commande. On citera à titre d'exemples les langages Ocaml [CHA00] et Python [LUT01]. Ces langages offrent bien entendu des interfaces avec les langages C et C++, et avec des outils de construction d'interfaces graphiques. Ces langages étant interprétés à l'exécution (et non compilés), ils permettent de réaliser facilement des tests.

### 4.22.3 Interfaces graphiques

Les principes architecturaux présentés au paragraphe précédent se prêtent bien à la réalisation d'interfaces graphiques. Il s'agit d'une couche logicielle supplémentaire qui permet de rendre conviviale l'utilisation d'un logiciel. En effet une interface graphique est orientée vers les besoins de l'utilisateur et elle permet aussi d'introduire des contrôles de cohérence en amont des calculs.

### 4.22.4 Documentation

On ne dira jamais assez que la documentation d'un logiciel doit être complète, compréhensible et à jour. Aujourd'hui les techniques hypertexte et les outils de navigation sont parfaitement adaptés pour répondre à ces besoins.

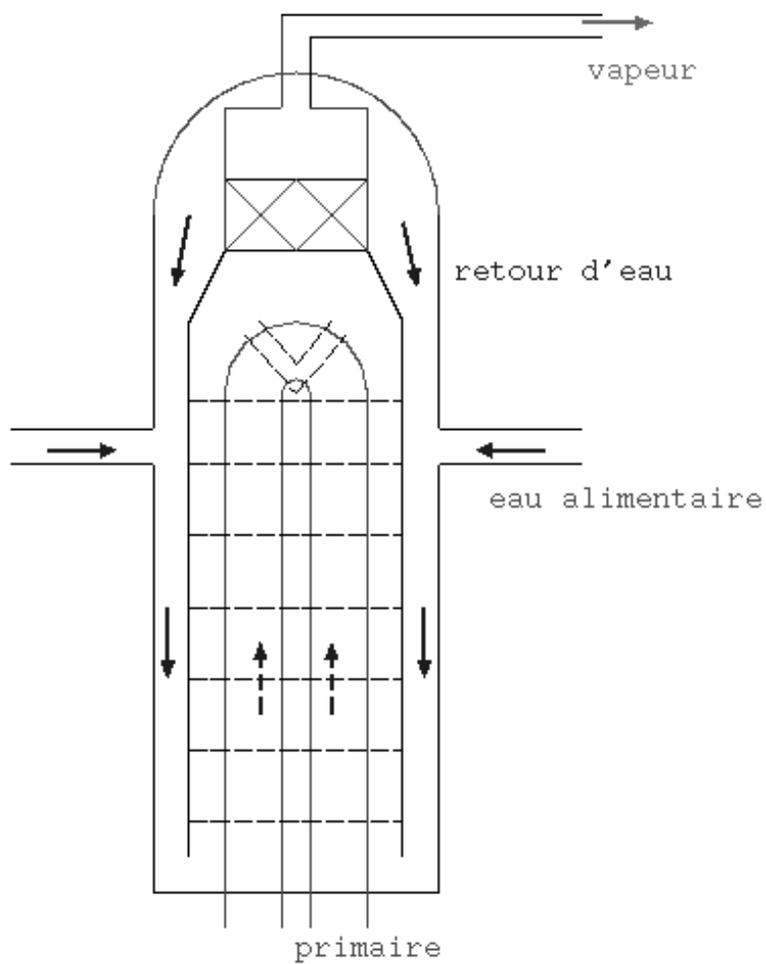
## 4.23 Remerciements

L'auteur remercie la Direction de l'Energie Nucléaire du Commissariat à l'Energie Atomique qui a été les support stratégique et financier de ce projet.

L'auteur tient à remercier les personnes suivantes qui ont collaboré à ce projet : Michel BELLIARD, Michèle BERNARD, Lionel BOSSAN, Jean-Louis CHEISSOUX, Emmanuel DE LANGRE, Thierry DELORME, Estelle FUMERY, Jean-Philippe GAILLARD, Patrick GOLDBRONN, Philippe MIRANDA, Patrick OBRY, Jean-Raymond PAGES, Sylviane PASCAL, Robert PLESSIER, Delphine SOUSSAN.

L'auteur tient également à remercier la société Framatome-ANP pour le soutien technique et financier qu'elle a apporté à ce projet.

## 4.24 Figures



**GENERATEUR DE VAPEUR**

FIG. 4.2 – Schéma de principe d'un générateur de vapeur

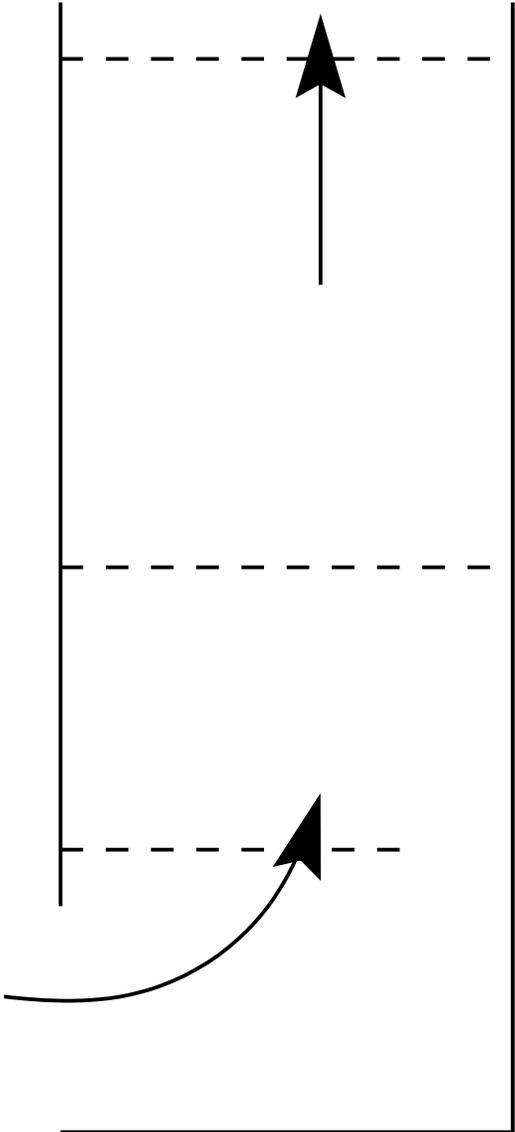


FIG. 4.3 – La maquette FRIDA2

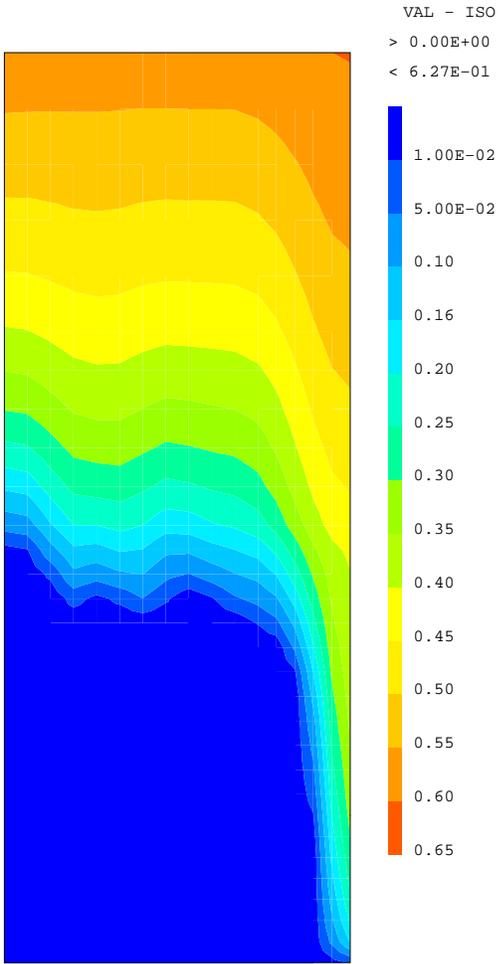


FIG. 4.4 – FRIDA2 - Taux de vide

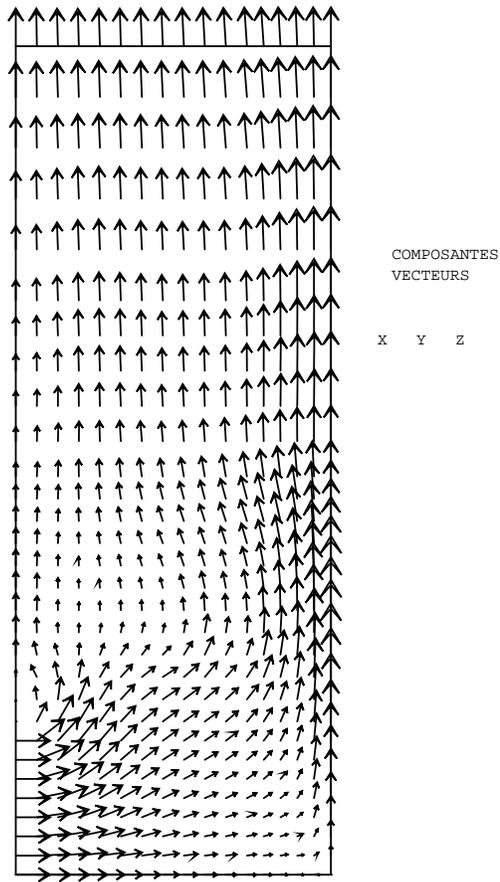


FIG. 4.5 – FRIDA2 - Vitesse

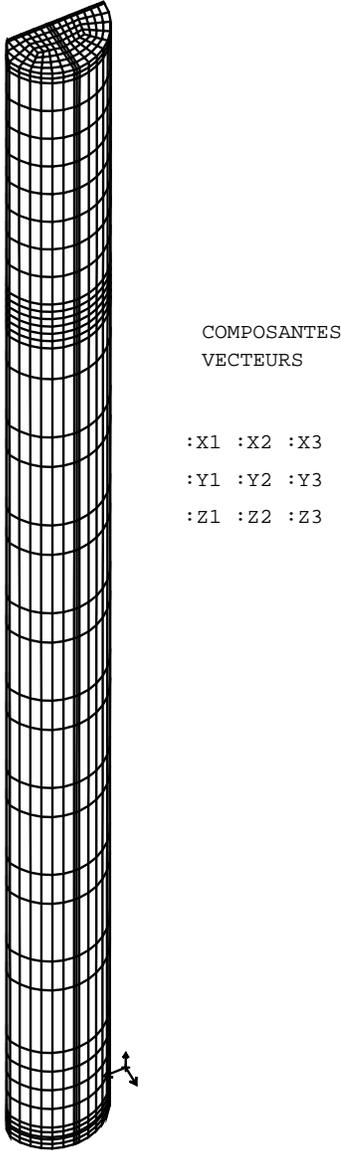


FIG. 4.6 – CLOTAIRE - Maillage

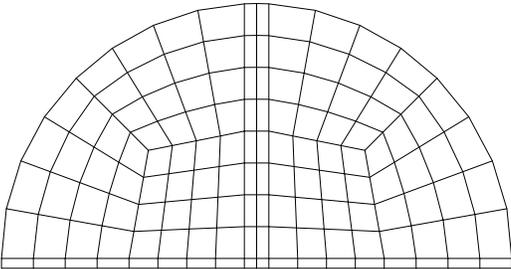


FIG. 4.7 – CLOTAIRE - Maillage dans le plan horizontal

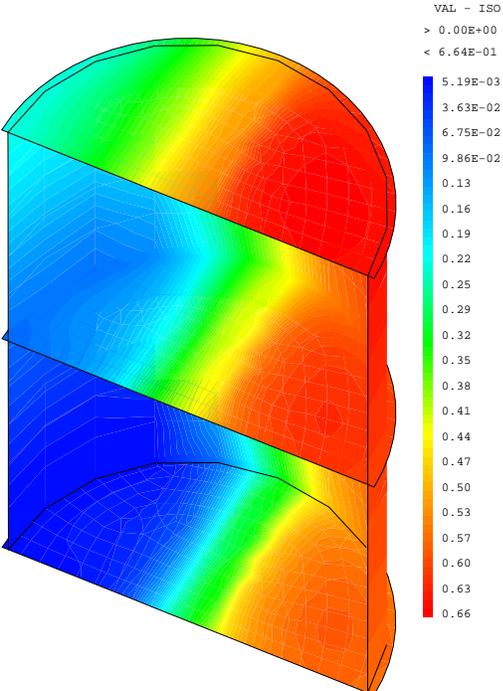


FIG. 4.8 – CLOTAIRE - Taux de vide

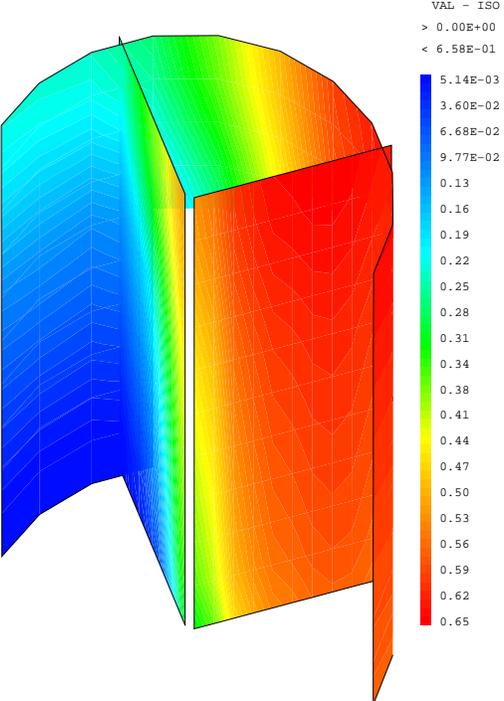


FIG. 4.9 – CLOTAIRE - Taux de vide

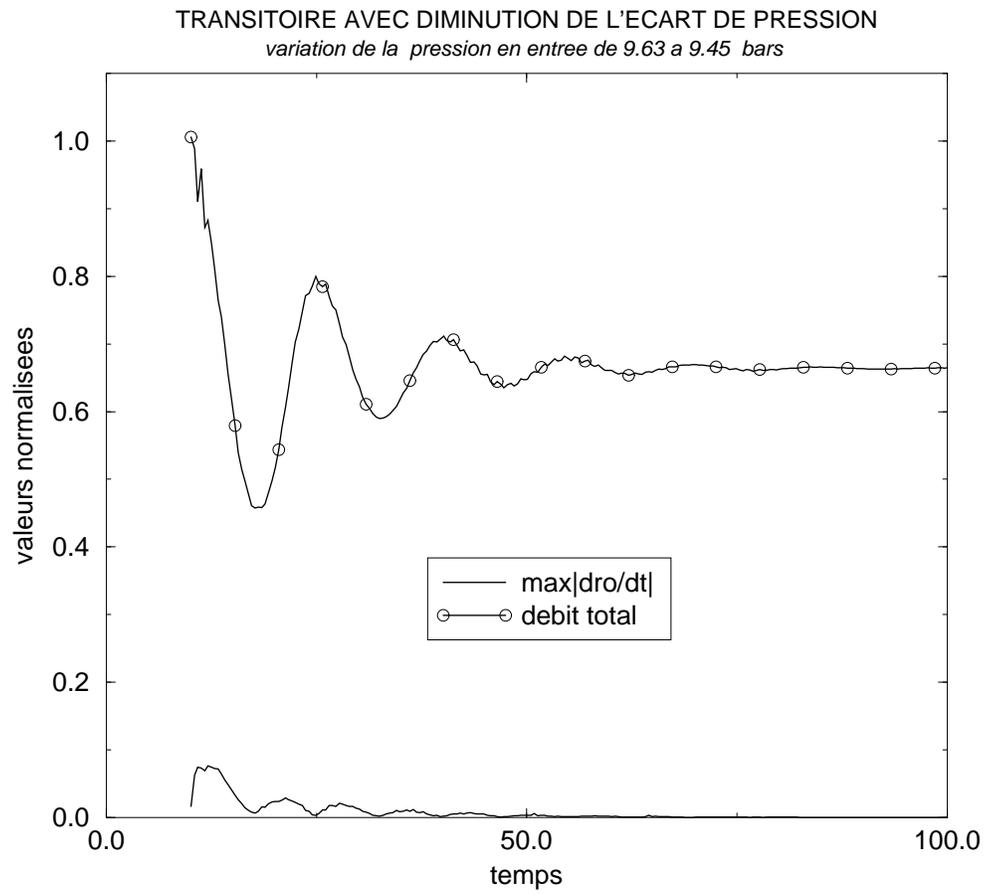


FIG. 4.10 – Calcul transitoire

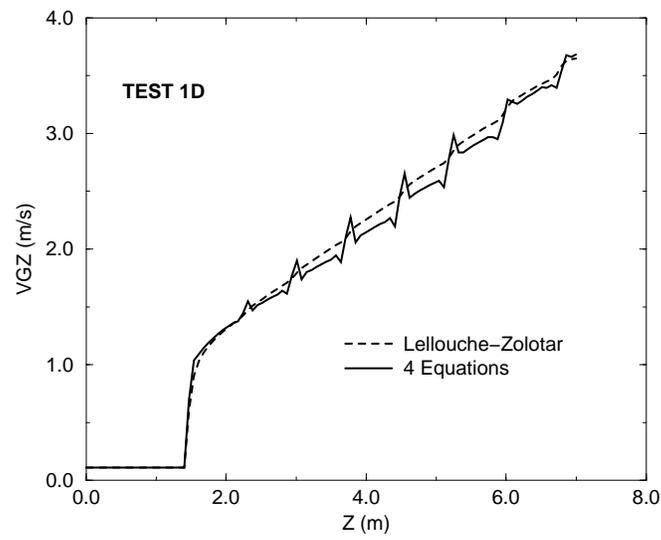


FIG. 4.11 – Test Clotaire 1D

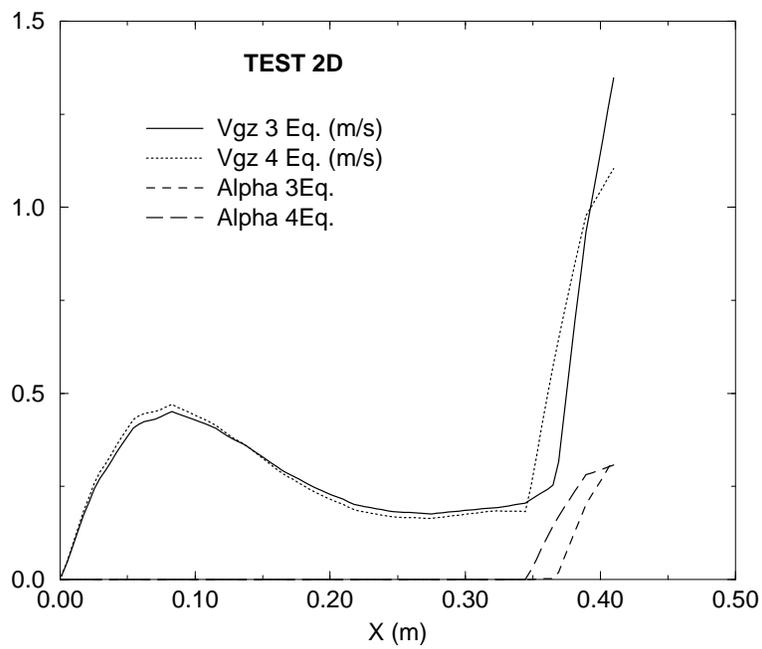


FIG. 4.12 – Test Frida2,  $z = 0.13$  m

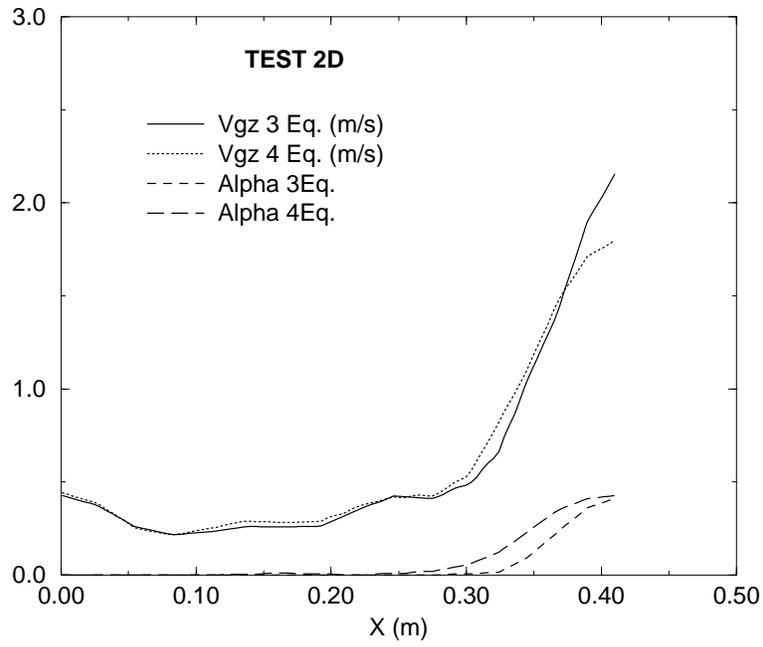


FIG. 4.13 – Test Frida2,  $z = 0.38$  m

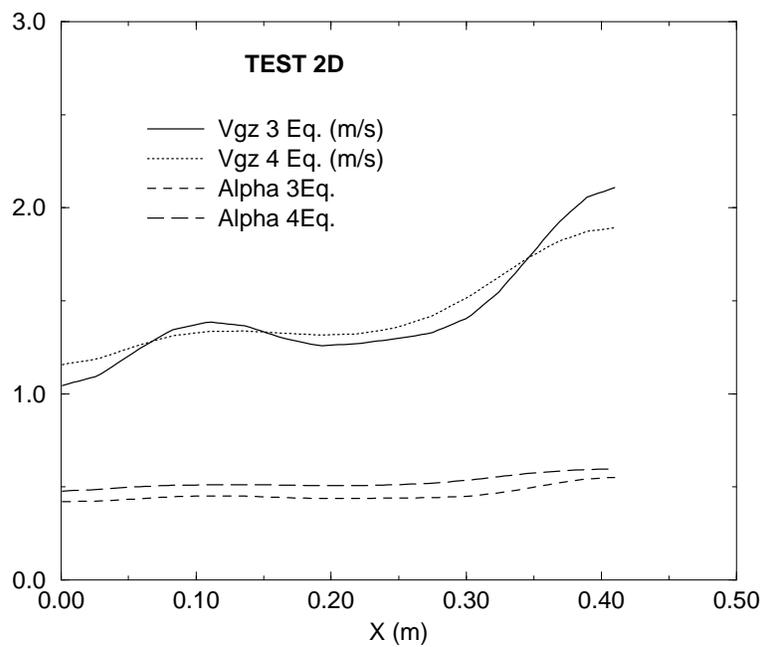


FIG. 4.14 – Test Frida2,  $z = 0.75$  m

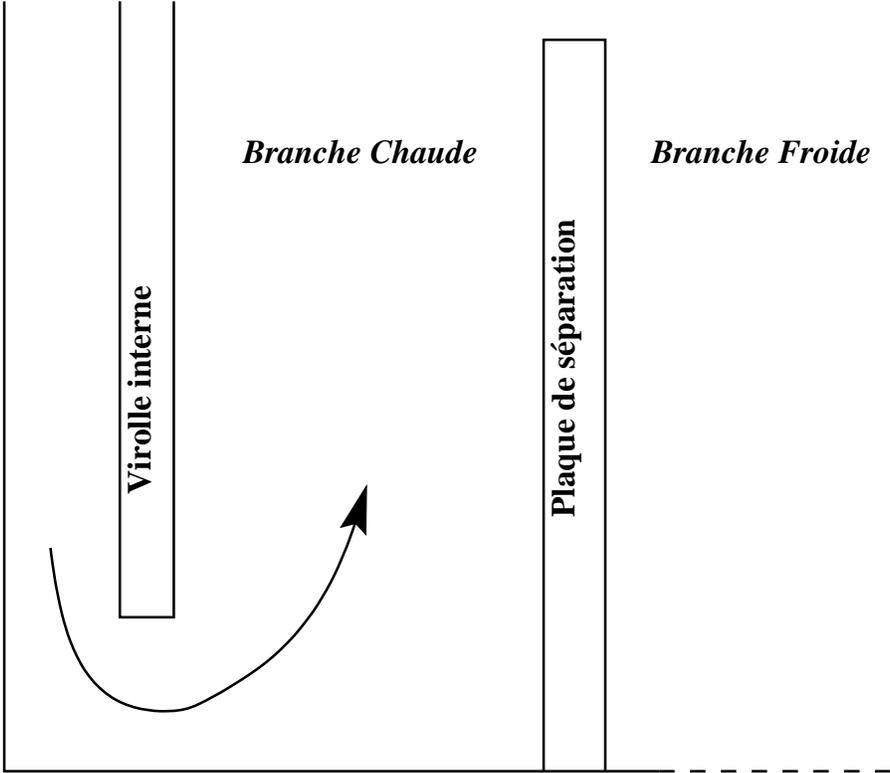


FIG. 4.15 – Zone basse d’un générateur de vapeur

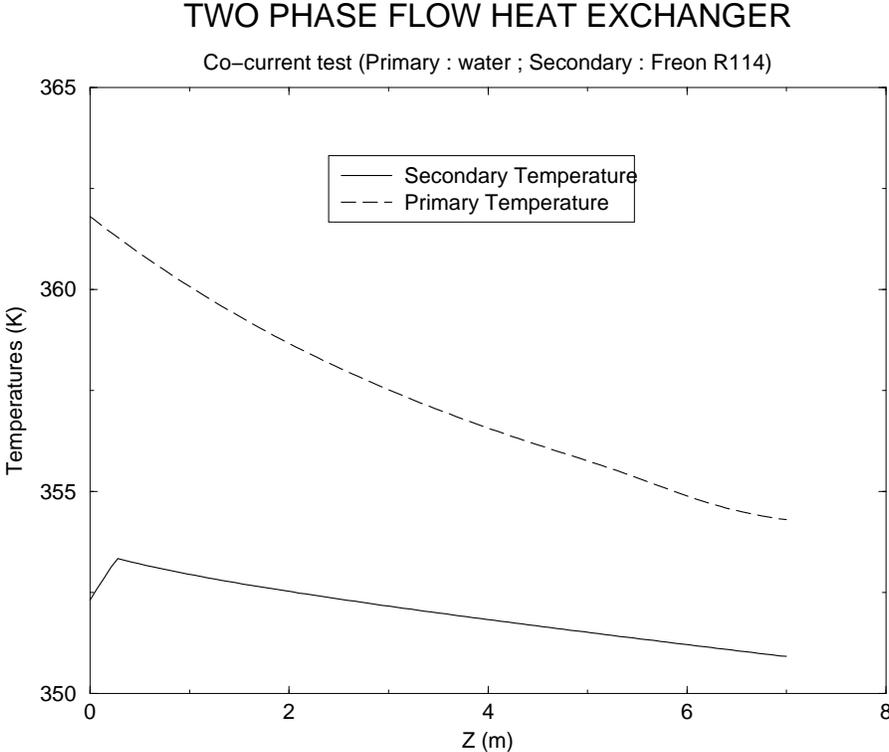


FIG. 4.16 – Echangeur diphasique co-courant

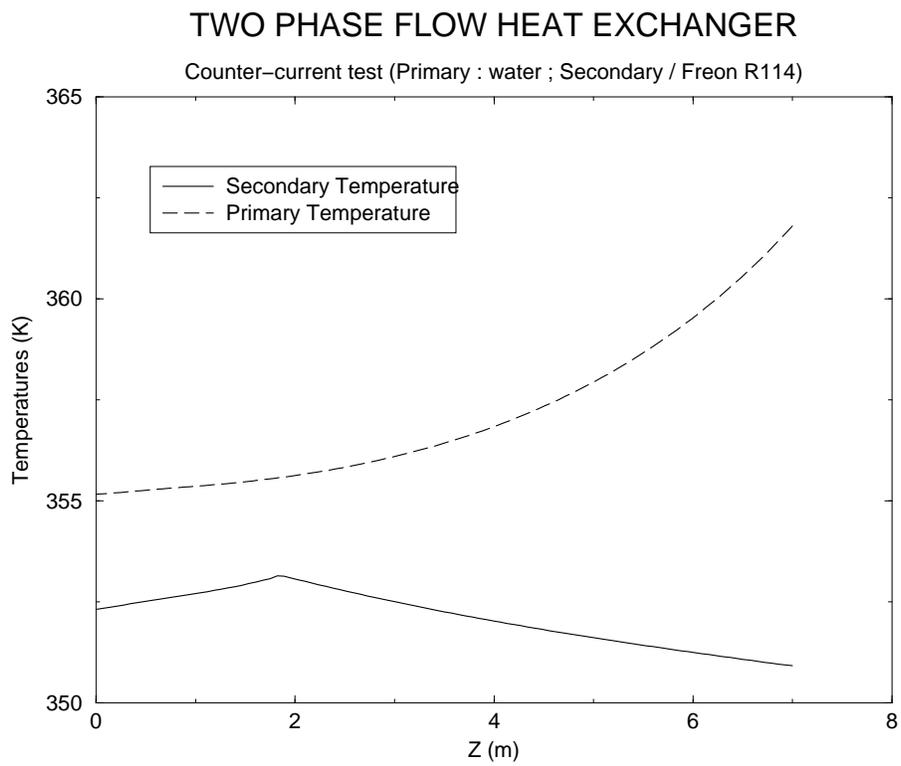


FIG. 4.17 – Echangeur diphasique contre-courant

# Bibliographie

- [AUB89] S. AUBRY, G. NICOLAS, C. NIEDERGAN, A finite volume approach for 3D two phase flows in tubes bundles : the THYC code, NURETH4 Conference, Karlsruhe, Gernay, October, 1989
- [BEL98] M. BELLIARD, M. GRANDOTTO, Two phase fluid flow computation in steam generator using a domain decomposition method, Proceedings of ECCOMAS98, Athenes, Grece, 7-11 September 1998, Vol. I, Part I, pp. 186-191
- [BEL00a] M. BELLIARD, M. GRANDOTTO, Computation of two-phase flow in steam generator using domain decomposition and local zoom methods, Proceedings of ICONE 8, 2-6/4/2000, Baltimore, MD, USA, (CD-ROM)
- [BEL00b] M. BELLIARD, M. GRANDOTTO, Local zoom computation of two-phase flow in steam generator using a local defect correction method, FEF2000, 30/4 - 4/5 / 2000, Austin, TX, USA
- [BEL01] M. BELLIARD, M. GRANDOTTO, Computation of two-phase flow in steam generator using domain decomposition and local zoom methods, Nuclear Engineering and Design 213 (2002) 223-239
- [BEL02] M. BELLIARD, M. GRANDOTTO, Loca Zoom Computation of To Phase Flows in Steam Genrators using a Local Defect Correction Method, Numerical Heat Transfer, Part A, 43 :1-25, 2003
- [CAM88] J.L. CAMPAN, J.C. BOUCHTER, Steam generetor experiment for advanced computer code qualification : Clotaire international program, 3rd Int. Topical Meeting on nuclear power plant thermohydraulics and operations, Seoul, South Corea, November 1988
- [DEL81] J.M. DELHAYE, M. GIOT, M.L. RIETHMULLER, Thermohydraulics of two phase systems for industrial design and nuclear engineering, A Von Karman Institute book, Mc Graw Hill, 1981
- [CHA00] E. CHAILLOUX, P. MANOURY, B. PAGANO, Développement d'applications avec Objective CAML, O'REILLY, 2000

- [DIT30] F.W. DITTUS, L.M.K. BOELTER, "Heat transfer in automobile radiators of tubular type", Publications in Engineering, University of California (Berkeley), Vol. 2, p.443 (1930)
- [FUM01] E. FUMERY, D. SOUSSAN, G. BERARDI, Etude de validation du logiciel GENEPI dans la zone cintrée d'un générateur de vapeur, Congrès français de Thermique, SFT 2001, Nantes, 29-31 mai 2001
- [GRA89] M. GRANDOTTO, M. BERNARD, J.P. GAILLARD, J.L. CHEISSOUX, E. de LANGRE, A 3D finite element analysis for solving two-phase flow problems in PWR steam generators, 7th International Conference on Finite Element Methods in Flow Problems (Huntsville, Alabama, USA, April 1989)
- [GRA90] M. GRANDOTTO, J.L. CHEISSOUX, J.P. GAILLARD, E. de LANGRE, P.OBRY, M. BERNARD, A 3D finite element code for two-phase flow analysis in PWR steam generators, European Two-Phase Flow Group Meeting, Joint Research Center Ispra, 21-24 May 1990, Varese, Italy
- [GRA93] M. GRANDOTTO, Implicit Drift-Flux Term in a 3D Finite Element Algorithm to calculate Two Phase Flows in Heat Exchanger, Proceedings of the 8th Int. Conf. on Finite Elements in Fluids, Barcelona, Espagne, September 1993, Part I, pp. 582-588, Pineridge Press
- [GRA95] M. GRANDOTTO, J.F. HAQUET, P. OBRY, A finite elements method to study turbulent two phase flows in complex geometries, Proceedings of the 9th International Conference on Finite Elements in Fluids, Venezia, Italie, Octobre 1995, Part I, pp. 593-601, Universita di Padova
- [GRA96] M. GRANDOTTO, P. OBRY, Calculs des écoulements diphasiques dans les échangeurs par une méthode aux éléments finis, Revue Européenne des Eléments Finis, Volume 5 - n.1/1996, pp. 53-74
- [GRA98a] M. GRANDOTTO, P. OBRY, Two phase flow across 30 degrees inclined tube bundle, Proceedings of the 10th International Conference on Finite Elements in Fluids, Tucson, AZ, USA, 5-8 January 1998, pp. 106-111
- [GRA98b] M. GRANDOTTO, P. GOLDBRONN, I. TOUMI, P. FILLION, Comparison of finite element and finite volume algorithms for thermohydraulic studies of steam generators and nuclear reactors cores, M. GRANDOTTO, P. GOLDBRONN, I. TOUMI, P. FILLION, Proceedings of the 10th International Conference on Finite Elements in Fluids, Tucson, AZ, USA, 5-8 January 1998, pp. 94-99
- [GRA99] M. GRANDOTTO, Two phase flows numerical analysis with liquid and gas momentum equations, Proceedings of ICIAM99, 5-9/7/1999, Edinburgh, UK, p. 264, Edinburgh Press

- [GRE78] P.M. GRESHO, R. LEE, R. SANI, Advection dominated flows with emphasis on the consequences of mass lumping, *Finite Elements in Fluids*, vol.3, Wiley, Chichester, 1978.
- [GRE84] P.M. GRESHO, S.J.CHAN, R. LEE, C.D. UPSON, A modified finite element method for solving the time dependent incompressible Navier-Stokes equations, *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, 4, 1984
- [GRE90] P.M. GRESHO, S.J.CHAN, On the theory of semi implicit projection methods for viscous incompressible flow and its implementation via finite element method that also introduces a nearly consistent matrix, *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, 11, 1990
- [HAQ95] J.F. HAQUET, J.M. GOUIRAND, "Local two phase flow measurements in a cross flow steam generator tube bundle geometry", 2nd Int. Conf. on Multiphase flow, Kyoto, Japan, April 1995
- [HUG77] E.D. HUGHES, F.T.W. CHEN, Transient three dimensional thermalhydraulic analysis of homogeneous two phase flows in heat exchangers, *AICHE National HeatTransfer Conference, PWR Steam Generators*, 1977
- [HUY78] P.A. HUYAKORN, C. TAYLOR, R.L. LEE, P.M. GRESHO, A comparison of various mixed interpolation finite elements in the velocity-pressure formulation of the Navier-Stokes equations, *Computers and Fluids*, 6, 1978
- [INC80] W.W.R. INCH, R.H. SHILL, Thermal hydraulics of nuclear steam generators : analysis and parameter study, ASME paper n80-C2/NE-7, ASME Nuclear Engineering Division Conference, San Francisco, California,USA, August 1980
- [ISH77] M. ISHII, "One dimensional drift flux model and constitutive equations for relative motion between phases in various two phase flow regimes". ANL-77-47 Oct. 1977
- [LAN99] G. LANGLAIS, Modélisation de la thermique et de la thermohydraulique dans un échangeur d'un réacteur de fusion thermonucléaire à l'aide du code GENEPI, Thèse, Université Aix-Marseille II (1er Février 1999)
- [LEL86] G.S. LELLOUCHE, B.A. ZOLOTAR, "Mechanistic model for predicting two phase void fraction for water in vertical tubes, channels and rod bundles", EPRI Repot NP 2246-SR Special Report Feb. 1982
- [LUT01] M. LUTZ, D. ASCHER, Introduction à Python, O'REILLY, 2001
- [OBR90] P. OBRY, J.L. CHEISSOUX, M. GRANDOTTO, J.P. GAILLARD, E. de LANGRE, M. BERNARD, An advanced steam generator design 3D code, *Thermal Hydraulics of Advanced Heat Exchangers*, Proceedings of the 1990 ASME Winter Annual Meeting, Dallas, Texas, USA, 25-30 November 1990, pp. 15-21

- [OLI84] J. OLIVE, C. SIMEON, D. TINCQ, Modélisation d'un écoulement diphasique dans les faisceaux de tubes par le code CAFCA, *La Houille Blanche*, 3, 4-1984
- [PAS96] S. PASCAL, E. DEBEC-MATHET, M. GRANDOTTO, P. OBRY, Sludge deposit simulation with the 3D code GENEPI, 1996 EPRI Sludge Management Workshop (Myrtle Beach, South Carolina, USA, 19-21 August 1996)
- [PAS97] S. PASCAL, E. DEBEC-MATHET, M. GRANDOTTO, P. OBRY, Sludge deposit simulation with the 3D code GENEPI, Proceedings of ICONES5, Nice, France, 26-30 May 1997, ICONES5-2141
- [PAS98] S. PASCAL, E. DEBEC-MATHET, D. SOUSSAN, M. GRANDOTTO, Simulation of sludge deposit onto a 900Mw steam generator tubesheet with the 3D code GENEPI, 3d International Steam Generator and Heat Exchanger Conference (Toronto, Ontario, Canada, 21-24 June 1998)
- [PIE87] G. PIEROTTI, B. BUSSI, Experimental studies of two phase flow across tube banks, European Two Phase Flow Meeting, Trondheim, Norway, 1987
- [PIR88] O. PIRONNEAU, Méthodes des éléments finis pour les fluides, MASSON 1988
- [SIN83] A.K. SINGHAL, L.W. KEETON, G. SRIKANTIAH, Thermal hydraulic analysis of U-tube and once-through steam generators, AICHE Proceedings of the National Heat Transfer Conference, Seattle, Washington, USA, July 1983
- [SOU98] D. SOUSSAN, M. GRANDOTTO, An eddy viscosity model for flow in tube bundle, Proceeding of 3d International Steam Generator and Heat Exchanger Conference, Toronto, Ontario, Canada, 21-24 June 1998, pp. 731-742
- [SOU01] D. SOUSSAN, V. SALDO, A. GONTIER, Local Two Phase Flow Measurements in a Oblique Tube Bundle Geometry, 4th ICMF, May 2001 New Orleans, LA, USA
- [VERP89] P. VERPEAUX, A. MILLARD, T. CHARRAS, A. COMBESCURE, A modern approach of large computer code for structural analysis, 10th SMIRT, Los Angeles, USA, 1989
- [ZUB65] N. ZUBER, J.A. FINDLAY, Average volumetric concentration in two phase flow systems, *Trans. ASME, J. of Heat Transfer*, Nov. 1965

# Chapitre 5

## Travaux sur les méthodes aux éléments finis pour la simulation des écoulements turbulents et encadrement de la thèse de M. Alain AUTRET

L'objectif de ces travaux était d'étendre aux calculs d'écoulements turbulents une méthode de calcul des écoulements incompressibles par une méthode aux éléments finis.

On se place dans un cadre stationnaire en moyenne. On écrit les équations de Navier-Stokes pour un écoulement visqueux, incompressible, isotherme, sans force extérieure :

$$\rho U_j U_{i,j} = (f_{ij} - \rho \overline{u_i u_j}),j \quad (5.1)$$

$$U_{i,i} = 0 \quad (5.2)$$

où  $U$  est la vitesse moyenne,  $\rho$  est la masse volumique,  $f_{ij}$  est le tenseur des contraintes défini par :

$$f_{ij} = -P\delta_{ij} + \mu(U_{i,j} + U_{j,i}) \quad (5.3)$$

où  $P$  est la pression,  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker et  $\mu$  la viscosité moléculaire.

Le cisaillement turbulent  $\overline{u_i u_j}$  (moyenne en temps) est relié au champ moyen par l'hypothèse de Boussinesq :

$$-\rho \overline{u_i u_j} = \mu_T (U_{i,j} + U_{j,i}) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (5.4)$$

où  $\mu_T$  est la viscosité turbulente et  $k$  est l'énergie cinétique de la turbulence ;

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i^2} \quad (5.5)$$

On introduit une nouvelle variable  $P^*$  telle que :

$$P^* = P + \frac{2}{3}\rho k \quad (5.6)$$

En utilisant 5.4, on peut ré-écrire 5.1 sous la forme :

$$\rho U_j U_{i,j} = T_{i,j} \quad (5.7)$$

avec

$$T_{ij} = -P^* \delta_{ij} + \mu_e (U_{i,j} + U_{j,i}) \quad (5.8)$$

où la viscosité effective s'écrit  $\mu_e = \mu + \mu_T$ .

On relie la viscosité turbulente à l'énergie cinétique de la turbulence et à sa dissipation par

$$\mu_T = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (5.9)$$

Enfin,  $k$  et  $\varepsilon$  sont déduits de leur équations de transport :

$$\rho U_j k_{,j} = \left( \left[ \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right] k_{,j} \right)_{,j} + \mu_T S - C_D \rho \frac{k^{3/2}}{L} \quad (5.10)$$

$$\rho U_j \varepsilon_{,j} = \left( \left[ \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right] \varepsilon_{,j} \right)_{,j} + C_{1\varepsilon} C_\mu \rho k S - C_{2\varepsilon} \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (5.11)$$

où  $L$  est l'échelle de longueur turbulente définie par :

$$L = C_D \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \quad (5.12)$$

et  $S$  par :

$$S = U_{i,j} (U_{i,j} + U_{j,i}) \quad (5.13)$$

Dans les équations 5.9, 5.10, 5.11 et 5.12, les quantités  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$ ,  $C_{1\varepsilon}$ ,  $C_{2\varepsilon}$ ,  $C_\mu$  et  $C_D$  sont considérées comme constantes.

### Méthode numériques

On utilise une méthode aux éléments finis avec pénalisation de la contrainte d'incompressibilité ; ceci permet de découpler les équations 5.1 et 5.2 sans faire appel explicitement à un multiplicateur de Lagrange. La pression est obtenue à partir du champ de vitesse par la relation :

$$P = -\frac{1}{\lambda} U_{i,i} \quad (5.14)$$

où  $\lambda$  est le paramètre de pénalisation.

On utilise une approximation éléments finis mixte : fonctions continues pour les variables  $U$ ,  $k$  et  $\varepsilon$ , fonctions discontinues pour la pression, et qui vérifie la condition “inf-sup”.

Les équations discrétisées ont la forme suivante :

$$[C(U) + D(\mu_T) + P] = F \quad (5.15)$$

$$\left[ C(U) + \frac{1}{\sigma_k} D(\mu_T) + K(k, l) \right] = P_K(\mu_T, U) U \quad (5.16)$$

$$\left[ C(U) + \frac{1}{\sigma_\varepsilon} D(\mu_T) + E(k, \varepsilon) \right] = P_E(\mu_T, U) U \quad (5.17)$$

où  $C$  est la matrice de convection,  $D$  est la matrice de diffusion,  $P$  est la matrice de pénalisation,  $K$  et  $E$  sont les matrices de dissipation,  $P_K$  et  $P_E$  sont les termes de production.

Ce système d'équations est résolu avec un algorithme de linéarisation de type Quasi-Newton.

On utilise les lois de paroi classiques pour les conditions aux limites en paroi.

Cette méthode a été appliquée avec succès à plusieurs cas test, notamment dans le cadre du “Working Group of Refined Modelling of Flows” de l’International Association for Hydraulic Research et en particulier sur le cas test de la marche descendante.

#### **Thèse de M. Alain AUTRET**

Cette thèse a été faite dans le cadre de l’université Aix-Marseille II, le responsable de la thèse étant M. Yvan DEKEYSER (IMST). Les travaux ont été réalisés au CEA Cadarache qui en a assuré le financement par un Contrat de Formation par la Recherche (CFR). La publication des principaux résultats obtenus [6] a constitué l’un des tous premiers articles concernant la simulation des écoulements turbulents par une méthode aux éléments finis.

#### **Références**

- [1] Modèle de turbulence k- $\varepsilon$ , résolution numérique par éléments finis, M. BERNARD, M. GRANDOTTO, 5ème Congrès de Mécanique, Marseille, France, Sept. 1981
- [2] Calculs d’écoulements turbulents par une méthode aux éléments finis, A. AUTRET, thèse Université Aix-Marseille II, 27/9/1985
- [3] A comparison study of a turbulent cavity flow, C. BOUFFINIER, M. GRANDOTTO, 2d Int. Symposium on Refined Flow Modelling, Iowa City, Iowa, USA, Sept. 1985
- [4] Finite element calculation of a turbulent cavity flow, M. BERNARD, C. BOUFFINIER, M. GRANDOTTO, 2d Int. Symposium on Refined Flow Modelling, Iowa City, Iowa, USA, Sept. 1985
- [5] Calcul par éléments finis d’écoulements turbulents dans les géométries complexes, M. GRANDOTTO, M. BERNARD, C. BOUFFINIER, Proceedings of the 6th Int. Symposium on Finite Element Methods in Flow Problems, Antibes, France, Juin 1986, pp. 201-206

[6] Finite Element computation of a turbulent flow over a backward facing step, A. AUTRET, M. GRANDOTTO, I. DEKEYSER, *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, 7, 89-102, 1987

## Chapitre 6

# Encadrement de la thèse de M. Julien CORTES sur l'étude des régimes transitoires d'écoulements diphasiques à faible rapport de densité

Cette étude était consacrée à l'étude des régimes transitoires d'écoulements diphasiques à faible rapport de densité, c'est à dire quand la phase gazeuse, compressible, est beaucoup plus légère que la phase liquide. A titre d'exemple le rapport de densité pour un écoulement eau-air est de 1/1000 à la pression atmosphérique, il est de l'ordre de 1/20 dans les générateurs de vapeur et de l'ordre de 1/15 dans les coeurs de réacteurs. La structure spectrale des matrices Jacobiennes des systèmes bi-fluides a été étudiée. Des méthodes de perturbations, basées sur l'introduction d'un petit paramètre, le rapport des densités, ont été utilisées pour analyser les éléments propres de ces matrices. Il a été montré dans quelles conditions ces matrices peuvent être diagonalisables ou bien Jordanisables. Ces travaux ont été testés et validés avec le développement d'un programme de calcul tridimensionnel par volumes finis non structurés. Les tests ont portés sur des écoulements en déséquilibre et ont donnés lieu à des comparaisons avec l'expérience mais aussi à des calculs originaux avec convergence spatiale (raffinement de maillages). Dans une dernière partie il a été montré que l'adimensionnalisation des densités mettait en évidence la raideur de certains termes source de relaxation. La dynamique associée a été étudiée par analyse de stabilité linéaire et développement de Chapman-Enskog. Bien que les Jacobiennes ne soient plus diagonalisables à la limite il a été montré la stabilité linéaire faible des régimes limites. Ceci a été confirmé par des résultats numériques.

Ces travaux ont été pris en compte dans le cadre du Centre d'Eté Mathématique de Recherche

Avancée en Calcul Scientifique (CEMRACS) durant l'été 1999 au centre universitaire de Luminy (Marseille).

Cette thèse a été faite dans le cadre de l'université Paris XI-Orsay, le responsable de la thèse étant M. Arnaud DEBUSSCHE (Laboratoire d'Analyse Numérique). Les travaux ont été réalisés au CEA Cadarache qui en a assuré le financement par un Contrat de Formation par la Recherche (CFR).

### Références

[1] J. Cortes, An asymptotic two-fluid model for Roe-scheme computations , Computational Fluid Dynamics, proceedings of the Fourth European Computational Fluid Dynamics Conference, John Wiley & Sons, 1998, Vol. II, p.416-422

[2] J. Cortes, M. Grandotto, Simulation 3D d'écoulements diphasiques en régime transitoire rapide, 30 ème Congrès National d'Analyse Numérique, Arles, France, 1998

[3] J. Cortes, M. Debussche, I. Toumi, A density perturbation method to study the eigenstructure of two phase flow equations systems, Journal of Computational Physics, 147, 463-484, 1998

[4] Cortes, Julien, Asymptotic analysis of the kinematic disequilibrium for compressible two-fluid flow, ICIAM99, 5-9/7/1999, Edinburgh, UK

[5] Cortes, Julien, Etudes des régimes transitoires d'écoulements diphasiques à faible rapport de densité, Thèse, Université Paris XI-ORSAY, (17/12/1999)

[6] A. Kumbaro, I. Toumi and J. Cortes, Two perturbation methods to upwind the Jacobian matrix of two-fluid flow models, Finite Volumes for Complex Applications II, Eds Hermes, 1999, p.445-452.

[7] J. Cortes et M. Grandotto, Etude du déséquilibre cinématique pour les écoulements diphasiques, XI séminaire sur les Ecoulements Compressibles et Mécanique des Fluides Numérique, Saclay, 1999.

[8] J. Cortes, Asymptotic equations using the stiffness of the ratio of the densities to analyse the relevance of convection and relaxation in bubbly flows, Atelier Schéma de Flux pour la Simulation des Ecoulements Diphasiques, Institut d'Etudes Scientifiques de Cargèse, France, 1999

[8] J. Cortes, J. M. Ghidaglia, Upwinding at low cost for complex models and flux schemes, Trends in Numerical and Physical Modeling for Industrial Multiphase Flows, Institut d'Etudes Scientifiques de Cargèse, France, International meeting, 27th-29th September 2000

[9] Bouchut, F., Brenier, Y., Cortes, J., Ripoll, J.F., A hierarchy of models for two-phase flows, J. Nonlinear Science, vol. 10, pp. 639-660 (2000)

[10] J. Cortes, On the construction of upwind schemes for non-equilibrium transient two-phase flows, Computer and Fluids 31 (2002) 159-182

[11] M. Grandotto, J. Cortes, A Three dimensional Transient Two-Phase Flow Analysis with

a Density Perturbation Finite Volume Method, *Int. J. of Computational Fluid Dynamics*, vol. 19, number 4, May 2005, pp 311-319

# Chapitre 7

## Encadrement de la thèse de M. Angelo MURRONE sur une méthode volumes finis pour la simulation des écoulements diphoniques à faible nombre de Mach

On résume ici les principaux résultats obtenus actuellement.

- On the behavior of upwind schemes in the low Mach number limit : II. Godunov type schemes. [4]

This paper presents an analysis of Godunov scheme in the low Mach number regime. We study the Riemann problem and show that the interface pressure contains acoustic waves of order Mach even if the initial data are well prepared and contain only pressure fluctuations of order Mach squared. We then propose to modify the fluxes computed by Godunov type schemes by solving a preconditioned Riemann problem instead of the original one. This strategy is applied to VFRoe solvers where we show that it allows to recover a correct scaling of the pressure fluctuations. Numerical experiments confirm these theoretical results (submitted to Computers and fluids 2002).

- An alternative to preconditioning for Godunov type schemes : Correction of the flux.

We know that preconditioning is a powerful remedy to cure the loss of accuracy encountered by compressible solvers near the low Mach number limit. These techniques have already been studied for several classes of upwind schemes (see [5],[2],[3],[8]) and can be transposed to Godunov type schemes (see [4]). In this paper, instead of preconditioning, we propose to perform directly a correction of the flux for Godunov type schemes. Some numerical experiments will illustrate these theoretical results.

- A five equation reduced Model for compressible two phase flow problems.

This paper presents a five equation Eulerian model for the simulation of compressible two phase flow problems. In fact the starting point of the study is the seven equation model proposed by Saurel and Abgrall in [1]. This model contains relaxation source terms controlled by coefficients and here we propose for very large rates of relaxation to perform directly an asymptotic analysis of the system considering infinite rates of relaxation. The limit system obtained is an unconditional hyperbolic five equation reduced model able to solve compressible two phase flows as well as interface problems occurring in multifluid flows. We study the mathematical properties of the system : hyperbolicity, structure, Riemann's invariants, Rankine-Hugoniot's relations. Then we propose a numerical VFRoe-ncv type scheme [6] and a discretization for the non conservative equation governing the volumic fraction. Finally we present a set of numerical experiments and compare some results with the seven equation model. We also show the good behavior of the model for interface problems.

- Implicit schemes and Preconditioning for low Mach number compressible two phase flows. In this paper we propose to extend the analysis used for the Euler equations to compressible two phase flow problems when computing low Mach number regime flows. The system considered is a five equation model and we start the study with an asymptotic analysis of the model in the low Mach number limit. Then, we write the "conservative" form of the model and give the eigenvalues of the Jacobian matrix of the system. The next step of this study is devoted to apply preconditioning techniques proposed by Turkel [7] for the model written into its "entropic" form. Finally in the last part, we propose an Implicit numerical method based on VFRoe type scheme for both classic and preconditioned schemes. Particularly we will see how to deal with the non-conservative equation governing the volumic fraction. Some numerical experiments will be presented to put in evidence the effect of preconditioning.

Cette thèse se déroule dans le cadre de l'université Aix-Marseille, le responsable de la thèse étant M. Hervé GUILLARD (INRIA, projet SMASH). Les travaux sont réalisés en partie à l'INRIA Sophia et en partie au CEA Cadarache. Le financement est assuré par un contrat de formation par la recherche CEA-Région PACA.

### Références

- [1] R. Abgrall and R. Saurel. A Multiphase Godunov Method for Compressible Multifluid and Multiphase FlowS. *J. Comput. Phys.*, 150 :425-467, 1999
- [2] S. Clerc. Numerical Simulation of the Homogeneous Equilibrium for two-Phase flows, *Journal of Computational Physics*, 161 :354-375, 2000
- [3] A. Dervieux and D. Guezengar and Hervé Guillard and C. Viozat. Analysis of low Mach simulations with compressible upwind codes. In *ECCOMAS 98*, John Wiley and Sons, 1998,

[4] H. Guillard and A. Murrone. On the behavior of upwind schemes in the low Mach number limit : II. Godunov type schemes, Technical Report 4189 INRIA 2001, submitted and accepted in *Computers and Fluids*, Juillet 2002

[5] H. Guillard and C. Viozat. On the behavior of upwind schemes in the low Mach number limit , *Computers and fluids*, 28 :63-96, 1999

[6] J.M. Masella and I. Faille and T. Galouet. On an approximate Godunov scheme, *Int. J. of Comp. Fluid Dyn.*,12 :133-149,1999

[7] E. Turkel. Preconditioned methods for solving the incompressible and low speed compressible equations. *J. Comput. Phys*, 72, 72 :277, 1987

[8] C. Viozat. Calcul d'écoulements diphasiques dans une tuyère : Influence de la renormalisation du schéma de flux, Technical Report SYSCO/LGLS/RT/00-014, CEA 2000

[9] A. Murrone. Modèles bi-fluides à six et sept équations pour les écoulements diphasiques à faible nombre de Mach, Thèse, Université de Provence Aix-Marseille I, 4 décembre 2003.

# Chapitre 8

## Le projet NEPTUNE

Le projet de co-développement CEA-EDF NEPTUNE a pour but le développement d'une plate-forme de thermohydraulique diphasique, basée sur une boîte à outils de composants logiciels et permettant à la fois la réalisation d'études industrielles et des études exploratoires ou de R&D.

La plate-forme NEPTUNE s'intègre dans une plate-forme logicielle multi-disciplinaire globale du projet PAL-SALOME et doit permettre la réalisation aisée de couplages avec les autres disciplines (neutronique, mécanique, chimie).

Le projet NEPTUNE comprend le développement de la plate-forme mais intègre également l'ensemble des actions servant, d'une part, à alimenter le contenu physico-numérique des modules constituant la plate-forme et, d'autre part, à sa validation. Il comprend :

- les actions de R&D en méthodes numériques,
- les actions de R&D en modélisation physique,
- le développement de l'instrumentation et la réalisation des expérimentations nécessaires à la validation et la qualification des codes.

L'organisation du projet NEPTUNE est la suivante :

- Axe 1 : Plateforme logicielle
  - Lot 1.1 : Architecture générale
  - Lot 1.2 : Calculs tridimensionnels, approche locale
  - Lot 1.3 : Calculs tridimensionnels, approche homogénéisée, composants coeur, générateurs de vapeur, condenseurs, échangeurs
  - Lot 1.4 : Calculs système
- Axe 2 : Recherche
  - Lot 2.1 : Méthodes numériques
  - Lot 2.2 : Modélisations physiques

- Axe 3 : Validations et expérimentations
  - Lot 3.1 : Validations
  - Lot 3.2 : Expérimentations
  - Lot 3.3 : Instrumentations

L'expérience acquise avec le projet GENEPI est prise en compte dans le projet NEPTUNE de la façon suivante :

- Prise en charge de la responsabilité de l'architecture générale (Marc GRANDOTTO).
- GENEPI constitue la brique de base du composant générateurs de vapeur, condenseurs et échangeurs.
- Contribution aux recherches en méthodes numériques.

# Chapitre 9

## Calculs parallèles

Article *Un peu de Généri dans l'eau chaude* paru dans la revue d'informations scientifiques et techniques "Les défis du CEA", numéro 90, août 2001.

Cet article présente les calculs parallèles réalisés avec une méthode de décomposition de domaine sur 32 processeurs de la machine CCRT du CEA. Le domaine étudié représente l'évaporateur d'un générateur de vapeur maillé avec un million d'éléments finis.