

J. E. N. 270

Sp ISSN 0081 - 3397

**Estudio de la distribución
de intervalos de tiempo entre
detecciones consecutivas
de neutrones
en un reactor rápido.**

por
A. Pérez-Navarro Gómez

JUNTA DE ENERGIA NUCLEAR

MADRID, 1973

Toda correspondencia en relación con este trabajo debe dirigirse al Servicio de Documentación Biblioteca y Publicaciones, Junta de Energía Nuclear, Ciudad Universitaria, Madrid-3, ESPAÑA.

Las solicitudes de ejemplares deben dirigirse a este mismo Servicio.

Se autoriza la reproducción de los resúmenes analíticos que aparecen en esta publicación.

Este trabajo se ha recibido para su impresión en Julio de 1973.

ESTUDIO DE LA DISTRIBUCION DE INTERVALOS DE TIEMPO ENTRE DETECCIONES
CONSECUTIVAS DE NEUTRONES EN UN REACTOR RAPIDO

A. Pérez-Navarro Gómez

Trabajo presentado como Tesis Doctoral en la Facultad
de Ciencias de la Universidad de Madrid

3

Junta de Energía Nuclear, División de Física de Neutrones



INDICE

INTRODUCCION	1
CAPITULO 1	
GENERALIDADES SOBRE CINETICA DE REACTORES	
1.1 Conceptos fundamentales y ecuaciones cinéticas de un reactor nuclear	3
1.2 Determinación de parámetros cinéticos	8
CAPITULO 2	
REVISION DE TEORIAS SOBRE RUIDO DE REACTORES	
2.1 Resumen de teorías sobre ruido de reactores con modelo puntual monoenergético	11
2.2 Efectos espaciales y dependencia energética	15
CAPITULO 3	
FUNDAMENTOS TEORICOS PARA ANALISIS DE RUIDO. APLICACION AL ESTUDIO DE LA FUNCION DE DISTRIBUCION DE INTERVALOS DE TIEMPO ENTRE DETECCIONES CONSECUTIVAS DE NEUTRONES	
3.1 Cadenas de Markov	19
3.2 La población neutrónica de un reactor como cadena de Markov	23
3.3 Función generadora de probabilidades (f.g.p.)	26
3.4 Ecuaciones de Kolmogorov	33
3.5 Deducción de la f.g.p. para 4 intervalos de detección .	44
3.5.1 F.g.p. para 3 intervalos de detección	55
3.5.2 F.g.p. para 2 intervalos de detección	56
3.6 Función de distribución de intervalos de tiempo entre detecciones consecutivas de neutrones	56
3.6.1 Aplicación a reactores rápidos	66

CAPITULO 4

DESCRIPCION DEL DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

4.1	Reactor rápido CORAL-I	69
4.2	Canales de medida	71
4.3	Analizador de impulsos	74
4.3.1	Computador digital CN-110	74
4.3.2	Unidad de salida de datos 220	75
4.3.3	Unidad de entrada TMC-211	76
4.3.4	Calibración del analizador	77

CAPITULO 5

MEDIDAS REALIZADAS Y RESULTADOS

5.1	Planteamiento general de las medidas	79
5.2	Determinación de reactividades	81
5.3	Ajuste de los datos experimentales	86
5.4	Resultados	92
5.5	Medidas de multiplicación	92
5.6	Estudio de la razón entre el coeficiente de la exponencial y el fondo en las distribuciones P_{cc}	97
5.7	Variación de la constante de decaimiento de los neutrones rápidos (α) en el reactor con la reactividad ..	100
5.8	Determinación de la fracción efectiva de neutrones retardados del reactor	104
5.9	Vida media de los neutrones instantáneos en el reactor rápido CORAL-I	107
CONCLUSIONES		109

APENDICE I

APLICACION DE F.G.P. AL ESTUDIO DE DIVERSOS METODOS DE ANALISIS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO DEL RUIDO NEUTRONICO DE UN REACTOR	111
---	-----

BIBLIOGRAFIA	123
--------------------	-----

INDICE DE FIGURAS

Fig. 1	Periodo estable en función de la reactividad insertada ...	7
Fig. 2	Esquema de métodos teóricos en análisis de ruido de reactores	13
Fig. 3	Escala de tiempos para la f.g.p. de 4 intervalos	44
Fig. 4	Escala de tiempos para la f.g.p. de 3 intervalos	55
Fig. 5	Escala de tiempos para la f.g.p. de 2 intervalos	56
Fig. 6	Escala de tiempos para $P_{cc}(\tau)$	58
Fig. 7	Escala de tiempos para $P_{RO}(\tau)$	65
Fig. 8	Diagrama de bloques del dispositivo experimental	70
Fig. 9	Mitad fija del reflector	72
Fig. 10	CORAL-I: conjunto general	73
Fig. 11	Mitad móvil del reflector	73
Fig. 12	Curva de Nordheim para CORAL-I	82
Fig. 13	Calibración de las barras de control	83
Fig. 14	Calibración del émbolo de seguridad	85
Fig. 15	Ajuste de $P_{cc}(\tau)$ obtenidas a distintas reactividades ...	91
Fig. 16	Variación de $1/C_2$ con la reactividad	96
Fig. 17	Variación de Θ con la inversa del ritmo de cuentas en el detector de medida	99
Fig. 18	Variación de α con la reactividad	102
Fig. 19	Distribución de fisiones en el canal radial	105

Fig. 20 Analizador de Orndoff 113

Fig. 21 Escala de tiempos para experimento Rossi- α II 114

Fig. 22 Amplitud de la exponencial en experimentos de Rossi- α ... 119

INDICE DE TABLAS

I Características de los detectores de neutrones utilizados 71

II Determinación de las reactividades utilizadas a partir de la posición de los elementos de control del reactor ... 86

III Resultados medidas P_{cc} con reactor subcrítico 93

IV Resultados medidas P_{cc} con reactor crítico 93

V Variación de la inversa del ritmo de cuentas del detector de medida con la reactividad 95

VI Variación de Θ con la inversa del ritmo de cuentas del detector de medida 98

VII Variación de β_2 y α con la reactividad 101

VIII Valores de Θ y α en las medidas efectuadas con reactor crítico 103

INTRODUCCION

El análisis del ruido neutrónico de un reactor nuclear tiene muchas aplicaciones entre las que destaca la determinación de parámetros cinéticos. En este trabajo se presenta un tratamiento teórico único para los distintos métodos de análisis de ruido existentes y su aplicación a la deducción de la función de distribución de intervalos de tiempo entre detecciones consecutivas de neutrones. Se demuestra asimismo que el método de análisis de ruido basado en la medida de dicha función de distribución es muy adecuado para reactores rápidos dado que su expresión se simplifica notablemente y que las medidas pueden realizarse con un dispositivo experimental relativamente sencillo, sobre la base de un analizador multicanal de impulsos. Con la aplicación de dicho método en el reactor rápido de potencia cero CORAL-I se comprueba el modelo teórico utilizado y se determinan distintos parámetros cinéticos: constante de decaimiento de los neutrones instantáneos en el sistema, fracción efectiva de los neutrones retardados y vida media de los neutrones instantáneos en el reactor.



CAPITULO 1

GENERALIDADES SOBRE CINETICA DE REACTORES

1.1.- Conceptos fundamentales y ecuaciones cinéticas de un reactor nuclear

Los elementos fundamentales en un reactor nuclear son el material fisionable, que actúa como combustible, y los neutrones, que desempeñan el papel de portadores de la reacción en cadena. La interacción de los neutrones con los núcleos del combustible origina procesos de fisión en los que se libera energía y neutrones. El nivel de potencia de funcionamiento en un reactor depende de tres factores:

- masa de material fisionable existente
- sección eficaz microscópica de fisión
- flujo neutrónico

siendo este último el más fácilmente controlable, mediante procesos de captura y escape, es lógico que el control de la potencia de un reactor se efectúe mediante variaciones adecuadas del flujo de neutrones, por lo que resulta del mayor interés el conocimiento de la evolución en el tiempo de dicho flujo.

De un reactor se dice que "está crítico" si su potencia media permanece constante. Introduciendo el concepto de factor de multiplicación efectiva, K_{ef} , como relación entre el número medio de neutrones de una generación y el de la anterior, la condición de criticidad, que implica la constancia del valor medio del número de neutrones de cada generación, vendrá dada por $K_{ef} = 1$. Si $K_{ef} \neq 1$, (situación que puede producirse por diversas causas, tales como: variación de la masa de combustible, cambios en la geometría del reactor, variaciones de temperatura o de las concentraciones de productos de fisión, etc.), la población neutrónica media variará con el tiempo. Las variaciones de K_{ef} suelen expresarse mediante la reactividad del sistema definida por:

$$\rho = \frac{K_{ef} - 1}{K_{ef}}$$

con lo que $\rho \begin{matrix} > \\ \cong \\ < \end{matrix} 0$ corresponderá al reactor en estado supercrítico, crítico o subcrítico, respectivamente. *

Los neutrones liberados en el proceso de fisión se dividen en dos categorías: instantáneos y retardados. Los primeros, que constituyen más del 99% del total de neutrones de fisión, se liberan en un intervalo de tiempo de 10^{-14} segundos a partir del instante de la fisión (GLASSTONE, S. y SESONSKE, A.; 1953). A su vez los productos de fisión, ricos en neutrones, experimentan desintegración beta y en unos cuantos casos el descendiente es producido en un estado excitado con energía suficiente para que sea posible la emisión de un neutrón; surgen de esta forma los neutrones retardados, que pueden clasificarse en grupos según el producto de fisión que los origine, viniendo determinado el periodo característico de cada uno de estos grupos por el periodo de desintegración beta del progenitor (o precursor) del emisor neutrónico real. Los trabajos realizados han permitido comprobar que puede estudiarse la cinética de un reactor utilizando seis grupos de neutrones retardados, habiéndose determinado los valores de los periodos, las constantes de decaimiento (λ_i), el número medio de neutrones retardados de cada grupo emitidos por fisión y la fracción que representan los neutrones retardados (β) respecto al número total de neutrones emitidos por fisión (ν) de U-235, U-238, U-233, Pu-239, Pu-240 y Th-232 por neutrones rápidos y térmicos (KEEPING, G.R. y otros; 1957).

Otra magnitud de gran importancia en cinética de reactores es la vida media de los neutrones instantáneos, ℓ , que se define como el valor medio del tiempo transcurrido entre la liberación del neutrón, en un proceso de fisión y su desaparición del sistema, por absorción o escape.

Si se considera el reactor como un medio infinito los neutrones sólo se pierden por absorción, viniendo dada la vida media por la inversa del valor medio del producto de la velocidad del neutrón por la sección eficaz macroscópica de absorción total para dicha energía

$$\ell_o = 1/(\nu \cdot \Sigma_a)$$

* En los siguientes capítulos del presente trabajo, dado que únicamente se utilizan estados subcríticos, se toma para la reactividad el valor absoluto, lo que equivale a definirla como $\rho = (1 - K_{ef})/K_{ef}$ evitando así tener que utilizar valores negativos.

Para un sistema de tamaño finito, al considerar las pérdidas de neutrones por escape, la vida media disminuye, siendo su valor el producto de la vida media en un medio infinito por la probabilidad de permanencia de los neutrones en el sistema, dada por $1/(1 + L^2 \cdot B^2)$, donde L es la longitud de difusión de los neutrones en el reactor y B^2 la laplaciana (GLASSTONE, S. y EDLUNG, M.C.; 1952).

$$l = \frac{l_0}{1 + L^2 \cdot B^2}$$

Otro concepto, íntimamente ligado al anterior, es el de tiempo de generación de neutrones instantáneos, Λ , definido como el valor medio del tiempo que separa una fisión y la siguiente producida por los neutrones liberados en la primera. Ambos conceptos están ligados mediante la relación

$$\Lambda = \frac{l}{K_{ef}}$$

Ambas definiciones se diferencian en que mientras Λ representa la inversa de una probabilidad de aparición de un neutrón, l equivale a la inversa de la probabilidad de desaparición. Sin embargo, en la mayor parte de los problemas cinéticos no se hace distinción entre ambos, sobre todo cuando se trabaja con reactividades comprendidas en el intervalo $-\beta < \rho < \beta$. Los órdenes de magnitud de estas vidas medias van desde 10^{-3} segundos en reactores térmicos moderados por agua pesada, hasta 10^{-8} segundos en reactores rápidos.

Introducidos los anteriores conceptos podemos analizar las ecuaciones que constituyen el fundamento de la cinética del reactor. La primera de ellas puede deducirse mediante aproximaciones de la ecuación de transporte de Boltzmann, con la que se expresa el principio de conservación de los neutrones en cada elemento del espacio de las fases. Considerando separables las variaciones espaciales y temporales del flujo neutrónico y admitiendo un modelo puntual de reactor con un solo grupo de neutrones, esto es, que todos los neutrones tienen una misma energía, se

obtiene (KEEPING, G.R.; 1965):

$$\frac{dn}{dt} = [K_{ef} (1 - \beta) - 1] \frac{n}{\ell} + \sum_i \lambda_i C_i \quad (1.1)$$

siendo n la densidad neutrónica y C_i la concentración de precursores del grupo i de neutrones retardados.

Dado que los neutrones retardados son de energía inferior a los instantáneos, presentan una mayor efectividad respecto al sistema de reacción en cadena, por lo que la β que aparece en la ecuación anterior corresponde a un valor efectivo, superior al valor deducible con los parámetros determinados para los seis grupos de neutrones retardados en una proporción dependiente del tipo de reactor.

A pesar de lo simplificado del tratamiento por la introducción de hipótesis muy restrictivas, se puede comprobar que los resultados que se obtienen coinciden con los deducidos mediante procedimientos mucho más complicados.

Para resolver la ecuación (1.1) es preciso conocer cómo varían con el tiempo las concentraciones C_i . Puesto que los precursores están apareciendo en los procesos de fisión y desapareciendo por desintegración radiactiva, con unas constantes λ_i , la velocidad neta de formación de precursores vendrá dada por la diferencia de ambas contribuciones:

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{\beta_i \cdot K_{ef}}{\ell} \cdot n - \lambda_i C_i \quad (1.2)$$

siendo β_i la fracción de neutrones retardados pertenecientes al grupo i .

El sistema de ecuaciones diferenciales constituido por (1.1) y seis ecuaciones del tipo (1.2), correspondientes a los seis grupos de neutrones retardados, sólo tiene solución analítica sencilla para el caso de una variación de reactividad según una función escalón. Definiendo el periodo del reactor T , como el intervalo de tiempo preciso para

modificar la densidad neutrónica en un factor e , se demuestra para dicho caso que la densidad varía según una combinación lineal de siete exponenciales, cuyos periodos cumplen la ecuación:

$$\rho / \beta = \frac{\ell}{\beta T} + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i / \beta}{1 + \lambda_i T} \quad (1.3)$$

Para $\rho > 0$ todos los periodos solución de (1.3) son negativos a excepción de uno. Transcurrido cierto tiempo la contribución de los periodos negativos habrá desaparecido y sólo quedará la del positivo que es por tanto el estable, mientras que aquellos se comportan como transitorios. En la figura 1 se representan dichos periodos estables, en función de la reactividad, medida en unidades β , dólares, para diferentes valores de la vida media ℓ . Se ve que no existen diferencias para los distintos tipos de reactores para inserciones de reactividad inferiores a 0.4 dólares.

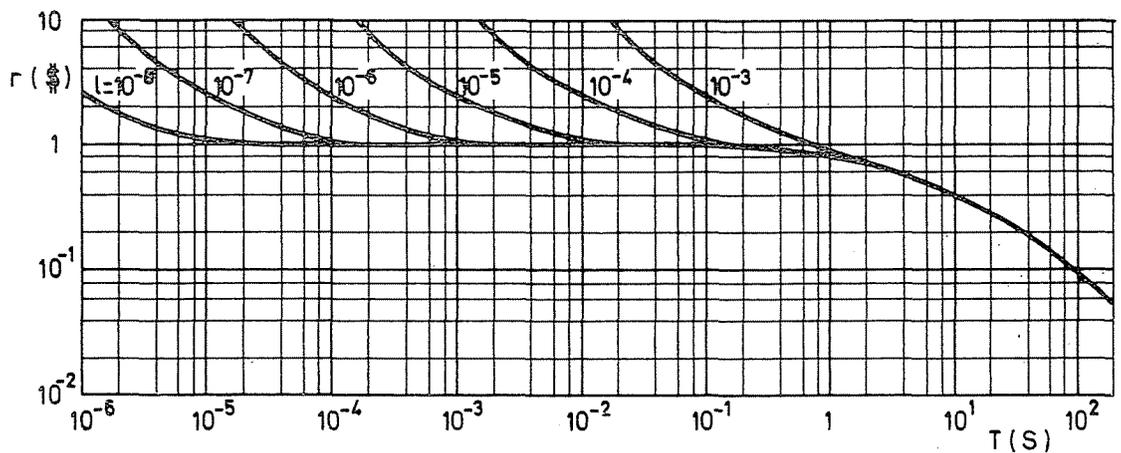


FIG.1.-PERIODO ESTABLE EN FUNCION DE LA REACTIVIDAD INSERTADA

Este comportamiento independiente de la vida media de los neutrones instantáneos queda explicado por la existencia de los neutrones retardados cuyos largos periodos de emisión hacen despreziable la contribución de los neutrones instantáneos. Sin embargo, cuando la inserción de reactividad supera el valor de la fracción de neutrones retardados, el periodo del reactor ya viene determinado por la vida media de los neutrones instantáneos, puesto que el sistema ya es crítico solamente con la contribución de éstos.

1.2.- Determinación de parámetros cinéticos

Los tres parámetros más importantes en cinética de reactores son:

- reactividad (ρ)
- vida media de neutrones instantáneos (ℓ)
- fracción efectiva de neutrones retardados (β).

Existen una serie de técnicas cinéticas, entre las que destacan las de análisis de ruido neutrónico en el dominio del tiempo que serán revisadas en el capítulo siguiente, que permiten una determinación directa de la reactividad en dólares y de la relación β/ℓ . Dado que β aparece siempre en combinación con otras magnitudes, la comparación de las medidas cinéticas con la teoría requerirá una determinación independiente de dicha fracción efectiva de neutrones retardados.

Un parámetro extremadamente útil dentro de la cinética de reactores es la constante de decaimiento de los neutrones instantáneos, definida por:

$$\alpha = \frac{1}{n} \cdot \frac{dn}{dt} \quad (1.4)$$

Despreciando en (1.1) la contribución de los neutrones retardados, lo que puede hacerse por corresponder a esta constante de decaimiento - tiempos de un orden de magnitud muy inferior a los periodos de emisión - de los neutrones retardados, α viene dada por:

$$\alpha = \frac{K_{ef} (1 - \beta) - 1}{\ell} = \frac{(K_{ef} - 1)/K_{ef} - \beta}{\Lambda} \quad (1.5)$$

Un haz de neutrones inyectado en un conjunto multiplicativo cuya reactividad no supere el valor β , esto es, no sea crítico con los neutrones instantáneos solamente, decaerá de acuerdo con:

$$n = n_0 \cdot e^{\alpha \cdot t} \quad (1.6)$$

pudiendo determinar el parámetro α de dos formas distintas:

- a) Por observación del decaimiento simultáneo de los neutrones introducidos en el sistema por un impulso inicial.
- b) Mediante observaciones sucesivas del decaimiento de cadenas neutrónicas individuales, acumulando observaciones hasta obtener una estadística aceptable.

El primer planteamiento corresponde a las técnicas de fuente pulsante y el segundo a las de Rossi- α y restantes técnicas estadísticas relacionadas con ella, que constituyen el núcleo del análisis en el dominio del tiempo del ruido de reactores.

Introduciendo en (1.5) la reactividad en dólares $r = \rho / \beta$, y tomando $\ell \simeq \Lambda$, resulta:

$$\alpha = \frac{\beta}{\ell} (r - 1) \quad (1.7)$$

Introduciendo la reactividad instantánea, $r_p = r - 1$, que asigna la reactividad cero al reactor crítico con los neutrones instantáneos, se obtiene que la variación de α con la reactividad es lineal con una constante de proporcionalidad que es el valor de α para el reactor crítico con los neutrones retardados (α_c).

$$\alpha = - \alpha_c \cdot r_p \quad (1.8)$$

siendo

$$\alpha_c = - \frac{\beta}{\ell} \quad (1.9)$$

No se ha considerado en la anterior demostración la dependencia de ℓ y β con la reactividad, por lo que la validez de los resultados obtenidos se limita a pequeñas reactividades siendo preciso introducir correcciones en los resultados obtenidos para grandes variaciones de reactividad.

De (1.8) se deduce que el conocimiento del valor de α_c permite de terminar la reactividad para cualquier situación del reactor c mediante la medida de la α correspondiente a dicha situación. Y de (1.9) que la de terminación de α_c permite obtener el valor de β/l y, mediante una medida independiente de la fracción efectiva de neutrones retardados, poder deducir el valor de la vida media de los neutrones instantáneos en el reactor.

CAPITULO 2

REVISION DE TEORIAS SOBRE RUIDO DE REACTORES

2.1.- Resumen de teorías sobre ruido de reactores con modelo puntual monoenergético

El análisis del ruido de reactores comienza en 1944 en Los Alamos, donde se llevaron a cabo los primeros experimentos realizados en este campo y donde se propuso la primera teoría para justificar los resultados obtenidos. Esta teoría, publicada posteriormente (HOFFMANN, F. de; - 1949) (ORNDOFF, J.D.; 1957), aunque deducida a partir de consideraciones probabilísticas elementales, es la predecesora de toda una serie de métodos basados en la utilización de funciones de Green. El modelo de reactor considerado por esta primera teoría fue el de un reactor puntual sin neutrones retardados pero teniendo en cuenta la existencia de un detector en el sistema.

Posteriormente se obtiene una teoría muy elaborada de las fluctuaciones en el número de neutrones en un reactor, mediante el uso de la ecuación de Fokker-Planck, deducida a partir de consideraciones sobre balance de probabilidades (COURANT, E.D. y WALLACE, R.K.; 1947) determinando la expresión de la varianza de las cuentas producidas por los neutrones en un detector situado en el núcleo o sus proximidades, pero la no correcta consideración de dicho detector en el desarrollo teórico hizo que esta teoría no recibiera gran atención por parte de los experimentadores en este campo. Independientemente de los anteriores se deduce una teoría, utilizando las ecuaciones de Kolmogorov para multiplicación de neutrones rápidos (con una extrapolación para neutrones retardados), pero sin considerar la existencia en el sistema del detector de neutrones (FRISCH, O.R.; 1953). Esta teoría se hizo con vistas a tener en cuenta la perturbación introducida por ruido neutrónico en experimentos de oscilación de reactores.

Después de estos trabajos, a partir de 1958, han sido publicadas una gran variedad de teorías. Moore es el primero que destaca la íntima relación existente entre el espectro de potencia del ruido de un reactor y la función de transferencia del mismo. Posteriormente extiende su teoría para otros modelos de reactor (MOORE, M.N.; 1958, 1959, 1964). Completando la teoría de Hoffman y Orndoff, Bennett tiene en cuenta los

efectos producidos por la existencia de neutrones retardados y, a la vez, introduce la técnica de Rice en el análisis de ruido de reactores - (BENNETT, E.F.; 1960); más tarde dicha técnica es utilizada por Albrecht (ALBRECHT, R.W.; 1962). Todas estas teorías pueden considerarse basadas en aproximaciones por medio de funciones de Green.

En una línea totalmente distinta se encuentran los trabajos de Pàl que, construyendo la ecuación inversa de Kolmogorov mediante la técnica de la "primera colisión", obtiene expresiones para la varianza, función de correlación y probabilidad de que no exista detección en un cierto intervalo de tiempo (PAL, L.; 1958, 1963). Otros autores (BELL, G.I.; - 1963), (PLUTA, P.R.; 1964), (KOZIK, B.; 1967) parten de la ecuación directa de Kolmogorov, y, como Pàl, utilizan funciones generadoras de probabilidad en sus desarrollos teóricos.

A partir de la ecuación de Fokker-Planck y utilizando la aproximación de Langevin, Dalfes deduce toda una serie de teorías (DALFES, A.; 1962, 1963, 1964, 1965, 1966), pero sólo considera la existencia del detector en las dos últimas.

La mayor parte de las teorías anteriormente revisadas se contentan con calcular la probabilidad condicional de obtener detecciones producidas en un detector por los neutrones del reactor, o, a lo más, deducen momentos de segundo orden de la distribución de dichas detecciones. Ahora bien, también existen trabajos en los que se calcula completamente dicha distribución para un sistema estacionario (ZOLOTUKHIN, V.G. y MOGILNER, A.I.; 1963), (PAL, L.; 1963), (DALFES, A.; 1966), (BABALA, D.; - 1966). Para ello derivan una expresión de la función generadora de probabilidades de la distribución de detecciones de neutrones para un cierto intervalo de tiempo, en el caso de un reactor subcrítico sin neutrones retardados, pudiendo deducir expresiones para los momentos de orden superior a dos, expresiones también deducidas en otros trabajos - (BORGWALDT, H.; 1966), (DRAGT, J.B.; 1967).

Asimismo se ha estudiado la distribución de cuentas para reactores pulsados (BELL, G.I.; 1963).

En la figura 2ª se presenta un esquema de los principales métodos teóricos existentes para obtener los parámetros que figuran en la fila inferior; de esta forma gráfica puede comprobarse la efectividad de cada uno de ellos y la mayor o menor relación existente entre métodos distintos. El nombre situado junto a las flechas indica el autor, ya citado -

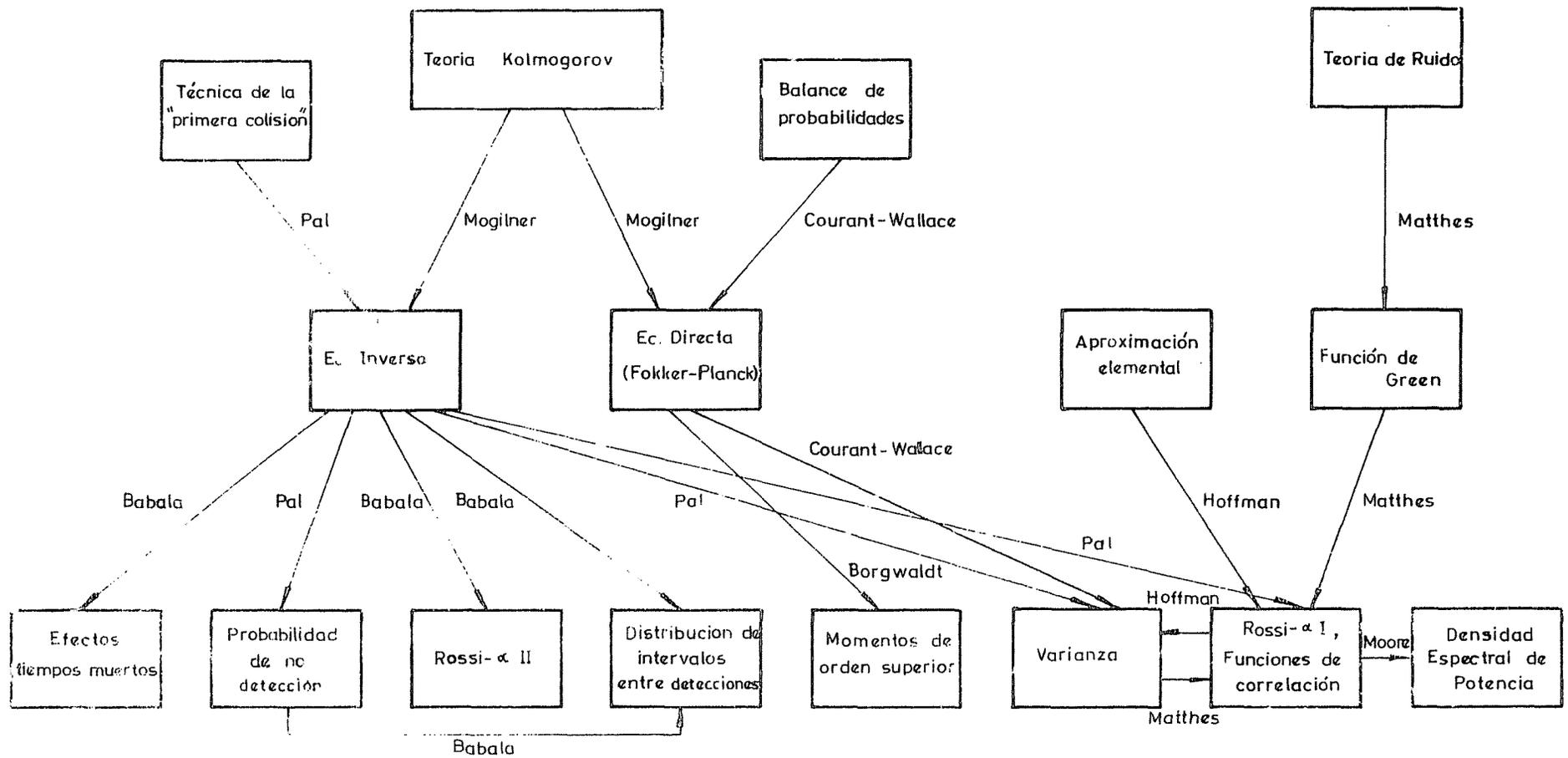


FIG. 2.- ESQUEMA DE METODOS TEORICOS EN ANALISIS DE RUIDO DE REACTORES

en las referencias, que utiliza dicho camino teórico, lo cual no significa que no existan entre los autores referenciados otros que también han utilizado dicho método; únicamente se ha citado a los que se considera más significativos.

La elección del método más adecuado para un determinado propósito es muy complicada al depender de muchos factores, tales como magnitud de la constante de decaimiento de los neutrones en el sistema (α); reactividades utilizadas, potencia de la fuente de neutrones exterior, eficiencia de los detectores, instrumentación disponible, etc. Sin embargo, dada una secuencia de detecciones de neutrones de una determinada duración podemos obtener una idea, solamente aproximada, de la menor o mayor efectividad de un determinado método, considerando los dos siguientes aspectos.

- 1º) ¿Cuanta información puede deducirse sobre los parámetros del reactor midiendo una determinada característica estadística?, es decir, ¿qué separación existe para dicha característica estadística del valor poissoniano correspondiente?. Esta desviación podemos determinarla mediante una relación señal/fondo que puede deducirse fácilmente de la expresión teórica de la característica estadística en cuestión.
- 2º) ¿Con qué efectividad permite una determinada técnica experimental obtener la característica estadística a partir de la secuencia de detecciones?. Es decir, ¿hay o no pérdida de información al analizar la secuencia?. Un ejemplo de esto aparece en las técnicas de Rossi- α I y II. La primera representa una técnica total, la segunda no. En efecto, si se registra la secuencia de detecciones en una cinta magnética, al analizarla repetidamente en el primer caso no se obtiene nueva información, en el segundo, por el contrario, sí se obtiene.

En nuestro trabajo, prefijado por la instrumentación disponible y las características del reactor utilizado, CORAL-I, conjunto rápido de potencia cero, utilizaremos una técnica basada en el análisis de la distribución de intervalos entre detecciones consecutivas de neutrones. Para ello, partiendo de la teoría de Kolmogorov deduciremos la ecuación inversa y, a partir de ésta, una función generadora de probabilidades que nos permita obtener dicha función de distribución de intervalos. Todo ello considerando un reactor puntual con neutrones de una sola energía, aunque teniendo en cuenta la contribución de los neutrones retardados, dentro del término fuente.

2.2.- Efectos espaciales y dependencia energética

Podemos completar este resumen pasando de considerar los trabajos que utilizan un modelo de reactor puntual con neutrones de una única energía, a revisar aquellos otros en que se tiene en cuenta los efectos espaciales y la dependencia energética. Así, el modelo de Cohn para un reactor reflejado ha sido utilizado en diversas teorías (COHN, C.E.; 1962), (KISTNER, G.; 1965). Por su parte, Raievski utiliza un modelo de reactor homogéneo con neutrones de una única velocidad y para considerar el efecto espacial divide todo el volumen del reactor en un cierto número de celdas para, partiendo de la ecuación diferencial de la función generadora y teniendo en cuenta la transición de neutrones de unas celdas a otras, derivar correcciones para los resultados de la teoría deducida para un reactor puntual (RAIEVSKI, V.; 1958).

Se han publicado valores experimentales de efectos espaciales, obtenidos mediante un programa de difusión bidimensional (JOHNSON, R.J. y McDONALD, R.N.; 1967). Babala los obtiene a partir de un análisis modal y por consideración de varias regiones en el reactor (BABAIA, D.; 1966).

Resulta necesario, para las teorías analíticas, utilizar la forma más general de describir el comportamiento, dependiente del tiempo, de un reactor. Es por ello por lo que un antiguo trabajo de Pál, (PAL, L.; 1958), no recibió mucha atención hasta varios años después. Su técnica, conocida como método de la primera colisión, se apoya en la teoría de los procesos en cascada que aparecen en los rayos cósmicos. Dentro del marco de la teoría de Kolmogorov para los procesos en cascada, el método es, esencialmente, la utilización de la ecuación inversa. Aunque la formulación de Pál es bastante abstracta, sin dar soluciones ni para las ecuaciones ni para sus aplicaciones, el camino elegido para abordar el problema parece ser uno de los más adecuados.

El primero en utilizar la aproximación mediante la función de Green para el análisis de la dependencia espacial fue Matthes (MATTHES, W.; 1962). Obtiene factores de corrección para los resultados de la teoría con un modelo puntual, factores que contienen integrales espaciales de productos de funciones de Green. La misma técnica es utilizada más tarde (MATTHES, W.; 1966, a). Matthes mismo, sin embargo, considera esta técnica inexacta y posteriormente utiliza una aproximación mediante ecuaciones de Kolmogorov para deducir un formalismo muy general para el tratamiento de las fluctuaciones en campos de neutrones (MATTHES, W.; 1966, b), dentro del cual desempeña un papel muy destacado la ecuación

inversa, habiendo puesto en evidencia anteriormente la estrecha relación existente entre esta ecuación y el concepto de importancia del neutrón - (MATTHES, W.; 1964).

Dentro de la línea de Pál se encuentran distintos trabajos - - (BORGWALDT, H. y SANITZ, D.; 1963), (BELL, G.I.; 1965), (WILLIAMS, M.; - 1967) que consideran dos detectores de neutrones en un reactor y obtienen ecuaciones para las densidades binarias, etc. Posteriormente - - Borgwaldt (BORGWALDT, H. y STEGEMANN, D.; 1965) deja este método y utiliza nuevamente funciones de Green dentro de un trabajo que es, además, un importante intento de unificación del tratamiento teórico de las numerosas técnicas experimentales existentes.

Sheff tiene en cuenta estos efectos mediante una aproximación de - Langevin (SHEFF, J.R.; 1965, 1967), (SHEFF, J.R. y ALBRECHT, R.W.; 1966).

Desde 1963, Osborn y otros autores trabajan con densidades binarias deduciendo sus expresiones por consideraciones mecánico-cuánticas - (OSBORN, R.K. y YIP, S.; 1964) y (NATELSON, M. y OSBORN, R.K.; 1965). - Los resultados obtenidos concuerdan con los correspondientes a derivaciones clásicas. Así se ha comprobado (OSBORN, R.K. y AKGAZU, A.Z.; 1966) para la aproximación de Langevin utilizada por Sheff. Se han realizado diversas aplicaciones de esta teoría (NATELSON, M. y OSBORN, R.K.; 1965) y (NATELSON, M. y otros; 1966).

En Japón se han realizado importantes contribuciones en este campo durante los últimos años mediante los trabajos de Otsuka y Saito. Una aproximación por la función de Green, como la seguida por Matthes, es de nuevo considerada y justificada (OTSUKA, M. e IIJIMA, T.; 1965). Las - funciones concurrentes en las integrales de corrección son desarrolladas mediante autofunciones y se realiza la aproximación al modo fundamental para un modelo de reactor con varios grupos energéticos y de tamaño finito y continuo. La teoría de la densidad binaria es elaborada (SAITO, - K. y OTSUKA, M.; 1965) y utilizada (OTSUKA, M. y SAITO, K.; 1965 a). También trabajan para lograr una generalización de la teoría de Courant y - Wallace para dependencia espacial, dividiendo para ello el reactor en - celdas finitas (OTSUKA, M. y SAITO, K.; 1965 b). En (OTSUKA, M. y SAITO K.; 1966) los autores comparan sus teorías con las de Pál, Bell y Osborn mencionadas anteriormente. En Japón también, pero independientemente de los anteriormente citados, se publica una teoría sobre el experimento de Rossi- α , utilizando una aproximación mediante la función de Green, con el objeto de explicar los efectos, debidos a modos elevados, observados en medidas con sistemas fuertemente subcríticos (UKAI, S. y otros; 1965).

Para una revisión más exhaustiva de los métodos de análisis de ruido de reactores puede acudirse a las distintas monografías publicadas sobre este tema, entre las que destacan: "Reactor Noise", J.A. Thie, (Rowman and Littlefield, New York, 1963) y "Reactor Noise Analysis in the Time Domain", Nicola Pacilio, (USAEC/TID-24512, 1969).



CAPITULO 3

FUNDAMENTOS TEORICOS PARA ANALISIS DE RUIDO

APLICACION AL ESTUDIO DE LA FUNCION DE DISTRIBUCION DE INTERVALOS DE TIEMPO ENTRE DETECCIONES CONSECUTIVAS DE NEUTRONES

3.1.- Cadenas de Markov

Entre los posibles estados de numerosos sistemas existe un tipo de dependencia, estudiada primeramente por Markov y por ello conocida por su nombre, que tiene un considerable interés fenomenológico. Este tipo de dependencia se da en los sistemas eléctricos, mecánicos, ópticos, etc., y sus propiedades constituyen el núcleo de una parte muy importante de nuestro actual conocimiento de las leyes de la naturaleza.

Un sistema está sujeto a determinadas leyes que gobiernan su evolución. Así, por ejemplo, una partícula en un campo de fuerzas tiene fijado su comportamiento por las leyes de Newton del movimiento; siendo su posición y velocidad para cada instante de tiempo los estados que podemos observar. Análogamente, una pequeña partícula en el seno de un líquido se encuentra sometida a las leyes del movimiento Browniano, siendo también su posición y velocidad para cada instante los posibles estados observables. Entre estos dos sistemas considerados existe una diferencia notable; mientras que las leyes Newtonianas del movimiento son deterministas ya que, dado el estado de la partícula para un cierto instante, los estados posteriores quedan unívocamente determinados, las leyes del movimiento Browniano son estocásticas y el estado presente de la partícula sólo determina las probabilidades de los distintos posibles estados futuros. Lo que tienen en común estos dos tipos de sistemas es el hecho de que el futuro (descrito bien mediante un estado único y determinado, o bien mediante las probabilidades de los distintos posibles estados), está determinado únicamente por el último estado observado previamente, es decir, por lo que podríamos llamar el "presente". De este tipo de sistemas, a los que muy gráficamente se les denomina hereditarios, se dice que obedecen el Principio de Huygens. Dentro de ellos los de naturaleza estocástica son los que se conocen como cadenas de Markov.

Las cadenas de Markov representan, por tanto, la generalización - más inmediata a partir del concepto de independencia entre posibles estados de un sistema. En efecto, considerado un sistema cuyos posibles estados, en número finito o infinito, sean E_j con una probabilidad P_j de ser obtenidos en una observación efectuada en un instante determinado de la evolución de dicho sistema, la probabilidad de obtener una secuencia de estados (E_1, E_2, \dots, E_m) para m observaciones consecutivas vendrá dada, si existe independencia total entre los resultados de las distintas observaciones, por el producto de las probabilidades de aparición de cada uno de los estados que compongan la secuencia:

$$P(E_1, E_2, E_3, \dots, E_m) = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \dots P_m$$

El primer nivel de dependencia entre estados que puede considerarse es el correspondiente a la dependencia de Markov: "El estado obtenido en cada observación es función del obtenido en la observación anterior y sólo de éste" (MEYER, P.A.; 1967).

Es decir:

$$P(E_1, E_2, \dots, E_{m-1})^{(E_m)} = P_{(E_{m-1})}^{(E_m)} (V_m)$$

siendo

$P(E_1, E_2, \dots, E_{m-1})^{(E_m)}$ la probabilidad de obtener el estado E_m , habiendo obtenido en las $(m-1)$ - observaciones anteriores, respectiva y cronológicamente, los estados E_1, E_2, \dots, E_{m-1} .

$P_{(E_{m-1})}^{(E_m)}$ la probabilidad de obtener el estado E_m , habiendo obtenido en la observación inmediatamente anterior el estado E_{m-1} .

En muchos sistemas el subíndice m corresponde al instante de tiempo en que se efectúa la observación.

En este tipo de dependencia es preciso introducir el concepto de probabilidad de transición, representando mediante $P_{jk}^{m,n}$ la probabilidad de que el sistema pase del estado E_j , en el instante m (o para la observación m -ésima) al estado E_k en el instante $m+n$ (o para la observación $(m+n)$ -ésima). Considerando todos los estados posibles entre los que pueden producirse las transiciones, las probabilidades correspondientes forman una matriz $(P_{jk}^{m,n})$ que recibe el nombre de matriz estocástica de transición, cuyos elementos verifican, al ser probabilidades y comprender las probabilidades de todas las posibles transiciones, incluida la de permanecer en el mismo estado:

$$P_{jk}^{m,n} \geq 0 : \sum_k P_{jk}^{m,n} = 1$$

De la definición de dependencia de Markov se deduce que la probabilidad de pasar de un determinado estado E_j , en un instante m , a otro E_k , para un instante posterior $(m+n+n')$ vendrá dada por:

$$P_{jk}^{m, n+n'} = \sum_h P_{jh}^{m,n} \cdot P_{hk}^{m+n, n'} \quad (3.1)$$

con lo que se establece la ley a verificar por las probabilidades de transición. En forma matricial esta relación da lugar a:

$$(P_{jk}^{m, n+n'}) = (P_{jk}^{m,n}) \cdot (P_{jk}^{m+n, n'}) \quad (3.2)$$

Se dice que una cadena de Markov es constante o estacionaria cuando las probabilidades de transición $P_{jk}^{m,n}$ son independientes del momento inicial m considerado, cualesquiera que sean n , E_j y E_k . Para estas cadenas se utilizan como probabilidades de transición $P_{j,k}^n$, definidas como la probabilidad de pasar de un estado inicial E_j al E_k para la observación correspondiente al instante n ; verificándose, como en el caso general definido previamente:

$$P_{jk}^n \geq 0 \quad : \quad \sum_k P_{jk}^n = 1 \quad : \quad P_{jk}^{n+n'} = \sum_h P_{jh}^n \cdot P_{hk}^{n'}$$

Estas probabilidades forman la matriz de transición de una cadena estacionaria que, al ser independiente del estado inicial que se considere, verifica:

$$(P_{jk}^{m,n}) = (P_{jk}^{m',n}) \quad (\forall m, m') \quad (3.3)$$

representándola mediante $(P_{j,k}^n)$.

De (3.2) y (3.3) se deduce que: "La matriz de transición $(P_{j,k}^n)$ es igual a la potencia n-ésima de $(P_{j,k})$ ".

$$(P_{jk}^n) = (P_{jk})^n \quad (3.4)$$

o sea, que el conocimiento de la matriz estocástica de transición (P_{jk}) para observaciones consecutivas determina el de todas las posibles jk -transiciones que puedan aparecer en la cadena de Markov estacionaria a que corresponda.

Es preciso hacer énfasis en que la matriz (P_{jk}) únicamente determina probabilidades de transición y no la probabilidad de que, en un instante determinado, el sistema se encuentre en un cierto estado. Para conocer esta probabilidad es preciso acudir a las condiciones iniciales del sistema, que serán las probabilidades A_j de que el mismo se encuentre en el estado E_j en el instante inicial considerado. Conocidas estas A_j , la probabilidad de encontrar el sistema en un estado E_k en el instante n (o para la n -ésima observación) viene dada por:

$$P_k^n = \sum_j A_j \cdot P_{jk}^n \quad (3.5)$$

3.2.- La población neutrónica de un reactor como cadena de Markov

La evolución de la población neutrónica de un reactor nuclear es un típico ejemplo de proceso en cadena: un neutrón, procedente de una fuente exterior o de una fisión espontánea, origina una fisión en el combustible del reactor liberándose en la misma neutrones que, a su vez, pueden originar nuevas fisiones en el combustible, perpetuando la cadena hasta que en un momento determinado, debido a pérdidas o absorción de neutrones, desaparece. La población neutrónica viene fijada por la superposición de todas las cadenas de este tipo existentes en el instante considerado. Un estudio detallado de distintos aspectos de estos procesos, desde un punto de vista de tratamiento matemático, puede encontrarse en el capítulo cuarto del libro de Harris (HARRIS, Th.E.; 1963). No obstante, los fundamentos matemáticos que se utilizan en el presente capítulo y que a continuación se exponen pueden deducirse del contenido de un artículo relativo a la teoría de procesos en cadena dependientes del tiempo y con varios tipos de partículas (KOLMOGOROV, A.N. y DMITRIEV, N. A.; 1947), tal como es utilizado por Babala (BABALA, D.; 1966).

Sea un sistema con partículas de m tipos distintos, capaces de transformarse pasando de un tipo a otro y sean los números enteros: $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$, los correspondientes al de partículas de cada tipo que existen en un momento dado. Tomaremos estos números como componentes de un vector $\vec{\alpha}$, de dimensión m , que nos dará en cada instante la población existente en el sistema.

Se define probabilidad de generación $P_k(\vec{\alpha}, t_1, t_2)$, como la probabilidad de que una partícula del tipo k inicie, en el instante t_1 , un proceso que dé lugar, para un instante posterior t_2 , a un conjunto de partículas representado por $\vec{\alpha}$.

Analizando las características de la población neutrónica de un reactor podemos introducir dos hipótesis básicas:

- I) La evolución de dicha población presenta una dependencia markoviana.

Es decir, las cadenas de neutrones se comportan como cadenas de Markov, puesto que en su evolución sólo dependen de la generación existente en el momento considerado, sin que el conocimiento de generaciones

anteriores a ella añadida nada a nuestra capacidad de predecir el futuro de la cadena. La anterior hipótesis exige que la probabilidad $P_k(\vec{\alpha}, t_1, t_2)$ sea independiente de la historia de la partícula k , y naturalmente de cualquier otra, para todo tiempo anterior a t_1 .

II) Las partículas existentes en un instante cualquiera no interactúan unas con otras.

Equivale a imponer que si hay varias cadenas de neutrones evolucionando simultáneamente en el reactor, lo hacen independientemente. Por tanto las probabilidades de generación $P_k(\vec{\alpha}, t_1, t_2)$ serán también independientes de la historia de cualquier partícula, que no sea la k , existente en t_1 , o sus descendientes. Y esto para cualquier tiempo posterior a t_1 .

Aplicando la primera hipótesis se deduce que $P_k(\vec{\alpha}, t_1, t_2)$ deberá verificar (3.2), lo que podemos representar mediante:

$$P_k(\vec{\alpha}, t_1, t_2) = \sum_{\vec{\beta}} P_k(\vec{\beta}, t_1, t) \cdot P(\vec{\beta} \rightarrow \vec{\alpha}, t, t_2) \quad (3.6)$$

$$t_1 \leq t \leq t_2$$

siendo $P(\vec{\beta} \rightarrow \vec{\alpha}, t, t_2)$ la probabilidad de que una población $\vec{\beta}$, existente en un instante t , dé lugar a otra población $\vec{\alpha}$ para un instante t_2 . Y $\sum_{\vec{\beta}} = \sum_{\beta_1} \sum_{\beta_2} \dots \sum_{\beta_m}$ el simbolismo utilizado en la representación de los sumatorios.

Para obtener la expresión de la nueva probabilidad introducida en función de las probabilidades de generación es preciso utilizar la segunda hipótesis. En efecto, al no existir interacciones entre las cadenas de neutrones que evolucionan simultáneamente en el reactor, se puede expresar:

$$P(\vec{\beta} \rightarrow \vec{\alpha}, t, t_2) = \sum_{\vec{\alpha}(1)} \sum_{\vec{\alpha}(2)} \dots \sum_{\vec{\alpha}(m)} \prod_{i=1}^m P(\beta_i \rightarrow \vec{\alpha}(i), t, t_2) \quad (3.7)$$

donde $P(\beta_i \rightarrow \vec{\alpha}(i), t, t_2)$ es la probabilidad de que un cierto número, β_i , de partículas del tipo i , existentes en t , den origen a una población $\vec{\alpha}(i)$ para un instante posterior t_2 . Estas $\vec{\alpha}(i)$ están condicionadas por el hecho de que la suma de todas ellas debe ser la población $\vec{\alpha}$, que debe aparecer en t_2 :

$$\vec{\alpha}(1) + \vec{\alpha}(2) + \dots + \vec{\alpha}(m) = \vec{\alpha}$$

Se ha puesto entre paréntesis el índice para no caer en confusión, ya que el subíndice indica el tipo de partícula, entre los m existentes, a que corresponde α como número de partículas existentes de dicho tipo.

$\prod_{i=1}^m$ indica productorio extendido a todos los tipos de partículas existentes.

Volviendo a aplicar la segunda hipótesis, podemos expresar la probabilidad $P(\beta_i \rightarrow \vec{\alpha}(i), t, t_2)$ introducida en la anterior expresión

$$P(\beta_i \rightarrow \vec{\alpha}(i), t, t_2) = \sum_{\vec{\alpha}(i,1)} \sum_{\vec{\alpha}(i,2)} \dots \sum_{\vec{\alpha}(i,\beta_i)} \prod_{j=1}^{\beta_i} P_i(\vec{\alpha}(i,j), t, t_2) \quad (3.8)$$

con la condición

$$\vec{\alpha}(i, 1) + \vec{\alpha}(i, 2) + \dots + \vec{\alpha}(i, \beta_i) = \vec{\alpha}(i)$$

Sustituyendo en la expresión de la probabilidad de generación dada en (3.6), las expresiones obtenidas en (3.7) y (3.8) se deduce:

$$P_k(\vec{\alpha}, t_1, t_2) = \sum_{\vec{\beta}} P_k(\vec{\beta}, t_1, t) \cdot \left[\sum_{\vec{\alpha}(1,1)} \sum_{\vec{\alpha}(1,2)} \dots \sum_{\vec{\alpha}(m, \beta_m)} \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{\beta_i} P_i(\vec{\alpha}(i,j), t, t_2) \right] \quad (3.9)$$

con las condiciones:

$$\left. \begin{aligned} t_1 \leq t \leq t_2 \\ \vec{\alpha}(1) + \vec{\alpha}(2) + \dots + \vec{\alpha}(m) = \vec{\alpha} \\ \vec{\alpha}(i,1) + \vec{\alpha}(i,2) + \dots + \vec{\alpha}(i, \beta_i) = \vec{\alpha}(i) \end{aligned} \right\} (3.10)$$

La expresión (3.9) nos permitirá determinar la evolución en el tiempo de la función generadora de probabilidades correspondiente a estos procesos neutrónicos.

3.3.- Función generadora de probabilidades

El concepto de función generadora de probabilidades fue introducido por vez primera por Laplace mediante la siguiente definición (LAPLACE, P.S.; 1812):

"Sea $[a_k]$ una sucesión de números reales. Si la función:

$$G(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots$$

converge en un cierto intervalo $-x_0 \leq x \leq x_0$, la función $G(x)$ permite generar la sucesión $[a_k]$ ".

Esta función generadora de probabilidades (que representaremos mediante su abreviatura f.g.p.), aparece como un instrumento de trabajo muy útil cuando se opera con funciones de distribución de probabilidades como ocurre en los procesos estocásticos estacionarios y ergódicos a los que puede asimilarse el ruido neutrónico existente en un reactor nuclear (JORIO, V.M. y PACILIO, N.; 1971).

Considerada una variable aleatoria que pueda tomar valores discretos k , ($k = 0, 1, 2, \dots$), con una probabilidad P_k , definimos como momentos de la función de distribución de estas probabilidades a:

$$m_h = \sum_{k=0}^{\infty} k^h \cdot P_k$$

Tanto las probabilidades P_k como los momentos m_h son magnitudes estadísticas características de la distribución. Surge así la utilidad de la f.g.p. si entendemos por tal, y se puede obtener, una función que permita generar sin dificultad cualquiera de estas magnitudes estadísticas características. Es importante resaltar que la f.g.p. no puede contener ninguna información que no exista ya en la distribución de partida, y - que el conocimiento de las probabilidades P_k bastaría para tener toda esta información. Su utilidad se apoya en el hecho de sustituir una pluralidad de incógnitas por una única, de la que puedan obtenerse aquellas - cuando sea preciso, por lo que un requisito fundamental será la existencia de una relación suficientemente simple entre dicha f.g.p. y las magnitudes estadísticas de la distribución de probabilidades a que corresponda.

Comprobaremos todos estos puntos a partir de su definición, dada - por:

$$G(x) = \sum_{k=0}^{\infty} P_k x^k \quad (0 \leq x \leq 1) \quad (3.11)$$

El primer aspecto a considerar es la obtención de $G(x)$ a partir de P_k , es decir, la transformación directa que, de la definición anterior, se deduce que es inmediata. La variable x introducida no tiene ningún - sentido dentro del proceso estocástico en estudio; es, únicamente, la variable auxiliar de una transformación matemática.

Un segundo punto a resolver es el de la transformación inversa: da da la f.g.p., obtenida como solución analítica de determinado problema - físico-matemático, determinar a partir de ella las correspondientes probabilidades y momentos. De la definición de $G(x)$ se deduce:

$$P_k = \frac{1}{k!} \left(\frac{d^k G(x)}{dx^k} \right)_{x=0} \quad (3.12)$$

Para obtener los momentos m_h de la distribución estudiada, en función de $G(x)$ introduzcamos una nueva variable auxiliar, z , definida como

$$z = x - 1$$

Con lo que resultará:

$$G(x) = G(1 + z) = \sum_{k=0}^{\infty} P_k (1 + z)^k$$

introduciendo:

$$C_h = \frac{1}{h!} \sum_{k=0}^{\infty} k(k-1)(k-2)\dots(k-h+1) P_k$$

resulta:

$$G(z) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k z^k$$

Debiendo destacar que el campo de definición de z es $-1 \leq z \leq 0$. Comparando C_h con los momentos m_h se demuestra que están relacionados, pudiendo expresar dichos coeficientes en función de los momentos. Por ejemplo, para los 8 primeros momentos resulta:

$$C_1 = m_1$$

$$C_2 = 1/2 (m_2 - m_1)$$

$$C_3 = 1/3! (m_3 - 3m_2 + 2m_1)$$

$$C_4 = 1/4! (m_4 - 6m_3 + 11m_2 - 6m_1)$$

$$C_5 = 1/5! (m_5 - 10m_4 + 35m_3 - 50m_2 + 24m_1)$$

$$C_6 = 1/6! (m_6 - 15m_5 + 85m_4 - 225m_3 + 274m_2 - 120m_1)$$

$$C_7 = 1/7! (m_7 - 21m_6 + 175m_5 - 735m_4 + 1624m_3 - 1764m_2 + 720m_1)$$

$$C_8 = 1/8! (m_8 - 28m_7 + 322m_6 - 1960m_5 + 6769m_4 - 13132m_3 + 13068m_2 - 5040m_1)$$

Definiendo como momento factorial de orden h de una distribución a

$$M_h = \sum_{k=0}^{\infty} k(k-1)\dots(k-h+1)P_k \quad (3.13)$$

con lo que

$$M_h = h! \cdot C_h \quad (3.14)$$

resulta una relación inmediata entre la f.g.p., su derivada y los momentos factoriales, ya que de

$$C_h = \frac{1}{h!} \left(\frac{d^h G(z)}{dz^h} \right)_{z=0}$$

se obtiene para los momentos factoriales la siguiente expresión:

$$M_h = \left(\frac{d^h G(z)}{dz^h} \right)_{z=0} = \left(\frac{d^h G(x)}{dx^h} \right)_{x=1} \quad (3.15)$$

De la expresión (3.14) puede deducirse, a partir del cuadro de relaciones entre las C_h y los momentos de la distribución m_h , estos momentos en función de los momentos factoriales M_h que, para simplificar el formalismo de la transformación inversa de la f.g.p. se han introducido.

Resumiendo, puede afirmarse que la f.g.p. definida contiene toda la información relativa a la distribución de probabilidades correspondiente, pudiendo deducirse de ella todas las magnitudes características de la misma.

Se han considerado momento m_h referidos al origen y no los momentos centrales μ_h , referidos a la media m_1 , ya que ésta no tiene por qué

ser entera aunque lo sean los valores de la variable aleatoria k , por lo que tampoco lo serían los valores de $(k - m_1)$ y sus potencias $(k - m_1)^h$ con la consiguiente complicación de cálculo de los coeficientes y momentos.

El concepto de f.g.p., introducido para una única variable aleatoria, puede generalizarse a un conjunto con un número cualquiera de ellas. Es preciso únicamente introducir una variable formal de transformación por cada variable aleatoria existente. Así, si tenemos un conjunto de n variables aleatorias que pueden tomar, respectivamente, los valores: $(k_1, k_2, k_3, \dots, k_n)$ con una probabilidad $P(k_1, k_2, \dots, k_n)$, se define la f.g.p. mediante:

$$G(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{k_1} \sum_{k_2} \dots \sum_{k_n} P(k_1, k_2, \dots, k_n) x_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n} \quad 0 \leq x_i \leq 1 \quad (3.16)$$

Viniendo dada la transformación inversa por:

$$P(k_1, k_2, \dots, k_n) = \frac{1}{k_1! k_2! \dots k_n!} \cdot \left[\frac{\delta^{k_1 + k_2 + \dots + k_n} G(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\delta x_1^{k_1} \delta x_2^{k_2} \dots \delta x_n^{k_n}} \right]_{x_i = 0} \quad (3.17)$$

$$M_{h_1, h_2, \dots, h_n} = \left[\frac{\delta^{h_1 + h_2 + \dots + h_n} G(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\delta x_1^{h_1} \delta x_2^{h_2} \dots \delta x_n^{h_n}} \right]_{x_i = 1} \quad (3.18)$$

estando definidos los momentos de la distribución por:

$$m_{h_1, h_2, \dots, h_n} = \sum_{k_1} \sum_{k_2} \dots \sum_{k_n} k_1^{h_1} k_2^{h_2} \dots k_n^{h_n} P(k_1, k_2, \dots, k_n) \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} M_{h_1, h_2, \dots, h_n} &= \sum_{k_1} \sum_{k_2} \dots \sum_{k_n} k_1(k_1 - 1) \dots (k_1 - h_1 + 1) \cdot \\ &\quad \cdot k_2(k_2 - 1) \dots (k_2 - h_2 + 1) \dots k_n(k_n - 1) \dots (k_n - h_n + 1) \cdot \\ &\quad \cdot P(k_1, k_2, \dots, k_n) \end{aligned} \quad (3.20)$$

La f.g.p. puede definirse en otras formas aparte de la vista, así, son también utilizadas las dos siguientes (RAIEVSKI, V.; 1960):

a)

$$\begin{aligned} G(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \sum_{k_1} \sum_{k_2} \dots \sum_{k_n} P(k_1, k_2, \dots, k_n) e^{k_1 x_1 + \dots + k_n x_n} \\ &\quad 0 \leq x_i \leq 1 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} G(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \sum_{k_1} \sum_{k_2} \dots \sum_{k_n} P(k_1, k_2, \dots, k_n) \cdot \\ &\quad \cdot e^{j(k_1 x_1 + k_2 x_2 + \dots + k_n x_n)} \\ &\quad -\infty < x_i < +\infty \end{aligned}$$

La última función descrita se conoce también con el nombre de función característica.

Si las variables aleatorias consideradas pueden tomar valores dentro de un conjunto continuo, se reemplazan en la definición de la f.g.p. los sumatorios por integrales, quedando:

$$G(x_1, x_2, \dots, x_n) = \int_{k_1} \int_{k_2} \dots \int_{k_n} P(k_1, k_2, \dots, k_n) \cdot x_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n} dk_1 dk_2 \dots dk_n$$

Considerando la población neutrónica de un reactor podemos definir una f.g.p. de generación de partículas mediante:

$$G_k(\vec{x}, t_1, t_2) = \sum_{\vec{\alpha}} P_k(\vec{\alpha}, t_1, t_2) x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_m^{\alpha_m} \quad (3.21)$$

Habiendo representado como vector \vec{x} al conjunto de las variables formales de la transformación: (x_1, x_2, \dots, x_m) . Análogamente, se ha simplificado, a efectos de notación, representando:

$$\sum_{\vec{\alpha}} = \sum_{\alpha_1} \sum_{\alpha_2} \dots \sum_{\alpha_m}$$

Todo el conjunto de la f.g.p., correspondiente a cada uno de los tipos de partículas existentes, puede agruparse en una única f.g.p. vectorial, cuyas componentes sean dichas f.g.p., definidas por (3.21), quedando así introducida $\vec{G}(\vec{x}, t_1, t_2)$.

$$G_k(\vec{x}, t_1, t_2) = \sum_{\vec{\beta}} P_k(\vec{\beta}, t_1, t) \cdot \sum_{\vec{\alpha}} \left[\sum_{\alpha(1,1)} \sum_{\alpha(1,2)} \dots \right. \\ \dots \sum_{\vec{\alpha}(m, \beta_m)} \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{\beta_i} P_i(\vec{\alpha}(i, j), t, t_2) x_1^{\alpha(i, j)_1} x_2^{\alpha(i, j)_2} \dots \\ \left. \dots x_m^{\alpha(i, j)_m} \right]$$

agrupando términos se obtiene:

$$G_k(\vec{x}, t_1, t_2) = \sum_{\vec{\beta}} P_k(\vec{\beta}, t_1, t) \cdot \prod_{i=1}^m G_i(\vec{x}, t, t_2)^{\beta_i}$$

el segundo miembro de esta igualdad es: $G_k[\vec{G}(\vec{x}, t, t_2), t_1, t]$, con lo que resulta:

$$G_k(\vec{x}, t_1, t_2) = G_k[\vec{G}(\vec{x}, t, t_2), t_1, t]$$

o bien, agrupando todas las componentes en un único vector:

$$\vec{G}(\vec{x}, t_1, t_2) = \vec{G}[\vec{G}(\vec{x}, t, t_2), t_1, t] \quad (3.22)$$

para $t_1 \leq t \leq t_2$.

Ecuación fundamental de la que pueden deducirse las ecuaciones de Kolmogorov que son las ecuaciones diferenciales que rigen el comportamiento de las f.g.p. de cualquier problema estocástico y de cuya integración en cada caso particular, mediante la aplicación posterior de las transformaciones inversas vistas en el apartado anterior, pueden determinarse las magnitudes estadísticas que caracterizan dicho problema.

Por ser continuo en el tiempo el tipo de proceso físico a que estamos aplicando la teoría de procesos en cadena, se puede considerar que las probabilidades de generación son diferenciables, por lo que tomaremos:

$$P_k(\vec{\alpha}, t, t+dt) = \delta_{\vec{\alpha}}^k + p_k(\vec{\alpha}, t) dt \quad (3.23)$$

siendo:

$$\delta_{\vec{\alpha}}^k = \begin{cases} 1 & \text{si } \alpha_k = 1 \text{ y } \alpha_i = 0 \quad \forall i \neq k \\ 0 & \text{para cualquier otro } \vec{\alpha} \end{cases}$$

La función $p_k(\vec{\alpha}, t)$ es la densidad de probabilidad de generación. Podemos definir a partir de ella otra f.g.p. que englobe toda la información correspondiente a dicha función de densidad:

$$g_k(\vec{x}, t) = \sum_{\vec{\alpha}} p_k(\vec{\alpha}, t) \cdot x_1^{\alpha_1} \cdot x_2^{\alpha_2} \dots x_m^{\alpha_m} \quad (3.24)$$

Pudiendo también definirse una f.g.p. vectorial de la que las $g_k(\vec{x}, t)$ sean las correspondientes componentes: $\vec{g}(\vec{x}, t)$.

Dado que la función de distribución y la función de densidad están relacionadas, cabe esperar la existencia de una relación entre las f.g.p. correspondientes a ambas que se han definido anteriormente. En efecto, de (3.23) y (3.24) y la definición de $\vec{G}(\vec{x}, t_1, t_2)$ dada en (3.21) se deduce que:

$$\vec{G}(\vec{x}, t, t+dt) = \vec{x} + \vec{g}(\vec{x}, t) dt \quad (3.25)$$

Considerando en (3.22) $t \rightarrow t_1$ y aplicando la expresión (3.25), podemos deducir la ecuación inversa de Kolmogorov.

$$\frac{\delta \vec{G}(\vec{x}, t_1, t_2)}{\delta t_1} = - \vec{g} [\vec{G}(\vec{x}, t_1, t_2), t_1] \quad (3.26)$$

Por otra parte, tomando $t \rightarrow t_2$ resulta la ecuación directa de Kolmogorov. En efecto, haciendo $t_2 = t + dt$ resulta en (3.22)

$$\begin{aligned} G_k(\vec{x}, t_1, t + dt) &= G_k [\vec{G}(\vec{x}, t, t + dt), t_1, t] = \\ &= G_k [(\vec{x} + \vec{g}(\vec{x}, t) dt), t_1, t] \end{aligned} \quad (3.27)$$

desarrollando el segundo miembro de la igualdad de acuerdo con la definición de $G_k(\vec{x}, t_1, t_2)$:

$$\begin{aligned} G_k [(\vec{x} + \vec{g}(\vec{x}, t) dt), t_1, t] &= \sum_{\vec{\alpha}} P_k(\vec{\alpha}, t_1, t) \cdot (x_1 + g_1(\vec{x}, t) dt)^{\alpha_1} \dots \\ &\dots (x_m + g_m(\vec{x}, t) dt)^{\alpha_m} \end{aligned}$$

Al ser los α_i números enteros y despreciando los diferenciales de orden superior al primero, resulta:

$$\begin{aligned} G_k [(\vec{x} + \vec{g}(\vec{x}, t) dt), t_1, t] &= \sum_{\vec{\alpha}} P_k(\vec{\alpha}, t_1, t) [x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_m^{\alpha_m} + \\ &+ \alpha_1 x_1^{\alpha_1 - 1} g_1(\vec{x}, t) dt x_2^{\alpha_2} \dots x_m^{\alpha_m} + \dots + x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots \\ &\dots \alpha_i x_i^{\alpha_i - 1} g_i(\vec{x}, t) dt x_{i+1}^{\alpha_{i+1}} \dots x_m^{\alpha_m} + \dots + x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots \\ &\dots \alpha_m x_m^{\alpha_m - 1} g_m(\vec{x}, t) dt]. \end{aligned}$$

Llevando esta expresión a (3.27) se obtiene la ecuación directa de Kolmogorov:

$$\frac{\delta G_k(\vec{x}, t_1, t_2)}{\delta t_2} = \sum_{i=1}^m \frac{\delta G_k(\vec{x}, t_1, t_2)}{\delta x_i} \cdot g_i(\vec{x}, t_2)$$

o bien en forma vectorial

$$\frac{\delta \vec{G}(\vec{x}, t_1, t_2)}{\delta t_2} = \sum_{i=1}^m \frac{\delta \vec{G}(\vec{x}, t_1, t_2)}{\delta x_i} \cdot g_i(\vec{x}, t_2) \quad (3.28)$$

Para la aplicación a un problema estocástico determinado se parte de las funciones de densidad de probabilidad, $p_k(\vec{a}, t)$, determinadas por las condiciones físicas del problema. Conocidas éstas se construyen las f.g.p. $g_k(\vec{x}, t)$ mediante la transformación directa dada en (3.24). Determinadas las $g_k(\vec{x}, t)$ pueden construirse las ecuaciones de Kolmogorov obtenidas en (3.26) y (3.28), de cuya integración se deduce la f.g.p. $\vec{G}(\vec{x}, t_1, t_2)$ que caracterizan el fenómeno estudiado. Para esta integración se conocen determinadas condiciones en los límites, derivadas de las propiedades de las probabilidades de generación:

$$\sum_{\vec{a}} p_k(\vec{a}, t_1, t_2) = 1$$

$$p_k(\vec{a}, t, t) = \delta_{\vec{a}}^k$$

De la primera de estas propiedades se deduce, aplicando la definición de $\vec{G}(\vec{x}, t_1, t_2)$ para $\vec{x} = (1, 1, \dots, 1) = \vec{1}$

$$\vec{G}(\vec{1}, t_1, t_2) = \vec{1} \quad (3.29)$$

donde con $\vec{1}$ representamos un vector de dimensión m , cuyas componentes son todas iguales a la unidad.

De la segunda propiedad, aplicando también la definición de $\vec{G}(\vec{x}, t_1, t_2)$ para $t_1 = t_2$, resulta

$$\vec{G}(\vec{x}, t, t) = \vec{x} \quad (3.30)$$

Para la aplicación de estas ecuaciones al estudio de la población neutrónica de un reactor resulta, en función de las magnitudes físicas de que se va a partir en el planteamiento de las funciones $g_k(\vec{x}, t)$, más intuitivo e inmediato descomponer éstas en la siguiente forma:

$$g_k(\vec{x}, t) = \sum_i b_k^i(t) [h_k^i(\vec{x}, t) - x_k] \quad (3.31)$$

siendo:

$b_k^i(t)dt$ la probabilidad de que una partícula de tipo k experimente una transformación i en el intervalo t a $t+dt$.

$h_k^i(\vec{x}, t)$ la f.g.p. del número de partículas de cada tipo originadas en la transformación i experimentada por una partícula de tipo k .

$$h_k^i(\vec{x}, t) = \sum_{\vec{\alpha}} \eta_k^i(\vec{\alpha}, t) \cdot x_1^{\alpha_1} \cdot x_2^{\alpha_2} \dots x_m^{\alpha_m} \quad (3.32)$$

$\eta_k^i(\vec{\alpha}, t)$ probabilidad de que en la transformación i de una partícula k , se origine un conjunto de partículas de los distintos tipos, caracterizado por $\vec{\alpha}$.

Las probabilidades $\eta_k^i(\vec{\alpha}, t)$ se definen sobre la hipótesis de que la transformación i ha tenido lugar.

Se demuestra (HARRIS, Th.E.; 1963) la equivalencia de las dos definiciones, dadas por (3.24) y (3.31), de la f.g.p. $g_k(\vec{x}, t)$.

Vamos a aplicar lo anteriormente visto para construir las ecuaciones de Kolmogorov en el caso más sencillo: un reactor puntual, con

neutrones de una única energía y sin considerar los efectos debidos a los neutrones retardados, en el que se inyecta inicialmente un neutrón, existiendo en el sistema un detector de neutrones.

En este caso existen dos tipos distintos de elementos: neutrones (tipo n) e impulsos del detector, originadas por los neutrones detectados (tipo d).

$$m = 2 \quad \vec{\alpha} = (\alpha_n, \alpha_d) \quad \vec{x} = (x_n, x_d)$$

Las detecciones no pueden experimentar ninguna transformación posterior, por lo que de (3.31) y (3.25) se deduce:

$$g_d^x(x_n, x_d, t) = 0 \quad (3.33)$$

$$G_d^x(x_n, x_d, t_1, t_2) = x_d \quad (3.34)$$

Los neutrones pueden experimentar las siguientes reacciones en el sistema considerado:

- Escape o absorción	$b_n^p = v \cdot (\Sigma_a + DB^2)$
- Fisión	$b_n^f = v \cdot \Sigma_f$
- Detección	$b_n^d = v \cdot \Sigma_d$

donde: v es la velocidad de los neutrones, Σ_a , Σ_d y Σ_f son las secciones eficaces macroscópicas de absorción, detección y fisión, respectivamente, y DB^2 es el término que tiene en cuenta la posibilidad de escape, equivaliendo a una sección eficaz de pérdidas.

Las probabilidades $\eta_n^i(\vec{\alpha}, t)$ para estas reacciones serán:

$$\eta_n^p(\vec{\alpha}, t) = \begin{cases} 1 & \text{para } \vec{\alpha} = (0,0) \\ 0 & \text{para cualquier otro } \vec{\alpha} \end{cases}$$

$$\eta_n^d(\vec{\alpha}, t) = \begin{cases} 1 & \text{para } \vec{\alpha} = (0, 1) \\ 0 & \text{para cualquier otro } \vec{\alpha} \end{cases}$$

$$\eta_n^f(\vec{\alpha}, t) = \begin{cases} p_\nu^f & \text{para } \vec{\alpha} = (\nu, 0), \nu \in (0, \infty) \\ 0 & \text{para cualquier otro } \vec{\alpha} \end{cases}$$

Supuesto que en cada detección sólo se origina un impulso y no se originan neutrones. Y siendo p_ν^f la probabilidad de que en una fisión se liberen ν neutrones.

Para $h_n^i(\vec{x}, t)$ se deducen las siguientes expresiones, independientes del tiempo al serlo las probabilidades correspondientes, de (3.32):

$$\begin{aligned} h_n^p(x_n, x_d) &= 1 \\ h_n^f(x_n, x_d) &= \sum_{\nu=0}^{\infty} p_\nu^f x_n^\nu \\ h_n^d(x_n, x_d) &= x_d \end{aligned}$$

Llevando estas expresiones a (3.31) y llamando, por simplificar, $y(x_n)$ a la expresión $\sum_{\nu=0}^{\infty} p_\nu^f x_n^\nu$

$$g_n^x(x_n, x_d) = v \cdot (\Sigma_a + DB^2)(1 - x_n) + v \Sigma_f(y(x_n) - x_n) + v \cdot \Sigma_d(x_d - x_n) \quad (3.35)$$

Introduciendo el factor de multiplicación y la eficiencia del detector, definidos por:

$$K_{ef} = \frac{\bar{\nu} \Sigma_f}{\Sigma_a + DB^2 + \Sigma_d + \Sigma_f}$$

$$\epsilon = \frac{\Sigma_d}{\Sigma_f}$$

siendo $\bar{\nu}$ el número medio de neutrones liberados en una fisión.

Resulta:

$$g_n^x(x_n, x_d) = v \cdot \Sigma_f \left[y(x_n) - 1 + \frac{\bar{\nu}}{K_{ef}} (1 - x_n) + \epsilon(x_d - 1) \right] \quad (3.36)$$

En este problema, las probabilidades de generación son homogéneas respecto al tiempo, es decir, corresponden a un proceso estacionario:

$$P_k(\vec{\alpha}, t_1, t_2) = P_k(\vec{\alpha}, 0, t_2 - t_1) = P_k(\vec{\alpha}, t)$$

por lo que también lo serán las f.g.p. correspondientes $G_k(x_n, x_d, t)$. -
Sustituyendo en (3.26) y (3.28) se obtienen las ecuaciones de Kolmogorov para el problema considerado:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta G_n^x(x_n, x_d, t)}{\delta t} &= g_n^x(x_n, x_d) \cdot \frac{\delta G_n^x(x_n, x_d, t)}{\delta x_n} \\ \frac{\delta G_n^x(x_n, x_d, t)}{\delta t} &= g_n^x [G_n^x(x_n, x_d, t), x_d] \end{aligned} \right\} \quad (3.37)$$

con las condiciones iniciales:

$$G_n^x(x_n, x_d, 0) = x_n$$

$$G_n^x(1, 1, t) = 1$$

Consideremos ahora el mismo sistema del ejemplo anterior, pero teniendo en cuenta que se inyectan neutrones, procedentes de una fuente, - según una distribución de Poisson. El problema planteado es obtener la relación entre la f.g.p. de los procesos que tienen lugar en este sistema y la deducida, mediante el planteamiento de las ecuaciones que rigen su evolución, para el caso anterior.

Sea una fuente de neutrones, de intensidad media S neutrones/seg, que emite neutrones según una distribución de Poisson, por lo que la probabilidad de que inyecte r neutrones en el intervalo de tiempo (t_1, t_2) será:

$$w_r = \frac{[S(t_2 - t_1)]^r}{r!} e^{-S(t_2 - t_1)} \quad (3.38)$$

La probabilidad de que un neutrón, inyectado al azar durante el intervalo (t_1, t_2) dé lugar a una población $\vec{\alpha}$ para t_2 , vendrá dada por:

$$U_n(\vec{\alpha}, t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} P_n(\vec{\alpha}, t, t_2) dt \quad (3.39)$$

considerando el efecto de todos los posibles neutrones inyectados en dicho intervalo de tiempo, la probabilidad de tener la población $\vec{\alpha}$ para t_2 será:

$$M_n(\vec{\alpha}, t_1, t_2) = \sum_{r=0}^{\infty} w_r \sum_{\vec{\alpha}(1)} \dots \sum_{\vec{\alpha}(r)} \prod_{j=1}^r U_n(\vec{\alpha}(j), t_1, t_2) \quad (3.40)$$

con la condición:

$$\vec{\alpha}(1) + \vec{\alpha}(2) + \dots + \vec{\alpha}(r) = \vec{\alpha}$$

donde se han vuelto a imponer las dos hipótesis fundamentales de partida: proceso markoviano y no interacción entre cadenas que evolucionen simultáneamente.

La f.g.p. para estos procesos será:

$$G_n(\vec{x}, t_1, t_2) = \sum_{\vec{\alpha}} M_n(\vec{\alpha}, t_1, t_2) \cdot x_1^{\alpha_1} \cdot x_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot x_m^{\alpha_m}$$

Sustituyendo la expresión de $M_n(\vec{\alpha}, t_1, t_2)$:

$$G_n(\vec{x}, t_1, t_2) = \sum_{\vec{\alpha}} \sum_{r=0} \sum_{w_r} \sum_{\vec{\alpha}(1)} \sum_{\vec{\alpha}(2)} \dots \sum_{\vec{\alpha}(r)} \prod_{j=1}^r [U_n(\vec{\alpha}(j), t_1, t_2) x_1^{\alpha(j)_1} x_2^{\alpha(j)_2} \dots x_m^{\alpha(j)_m}]$$

De (3.39) se deduce:

$$G_n(\vec{x}, t_1, t_2) = \sum_{r=0} w_r \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} G_n^*(\vec{x}, t, t_2) dt \right]^r$$

Sustituyendo la expresión de w_r dada en (3.38) y aplicando el teorema central del límite (LOEVE, M.; 1955), resulta:

$$G_n(\vec{x}, t_1, t_2) = \exp \left[S \int_{t_1}^{t_2} [G_n^*(\vec{x}, t, t_2) - 1] dt \right] \quad (3.41)$$

Del conocimiento de la f.g.p. del problema de considerar un neutrón inyectado en un sistema, podemos deducir la correspondiente al caso que estamos considerando de inyección de neutrones procedentes de una fuente poissoniana, por lo que la resolución del primer caso, aparentemente sencillo y sin aplicación, permite abordar casos más reales y en principio mucho más complicados.

3.5.- Deducción de la f.g.p. para cuatro intervalos de detección

A partir de los principios vistos en los apartados anteriores podemos deducir la f.g.p. para los procesos de detección de neutrones por varios detectores situados en un reactor nuclear, con un carácter lo suficientemente general como para que sirva de base para la elaboración y - discusión de los distintos métodos estadísticos experimentales utilizados en el análisis de ruido de reactores en el dominio del tiempo. Como podrá comprobarse al considerar estos distintos métodos es suficiente tomar cuatro intervalos de tiempo distintos durante los que se colecten las detecciones efectuadas por los distintos detectores existentes en el reactor; consecutivos los tres primeros intervalos y separado un cierto tiempo, τ , el último, según se representa en la Fig. 3.

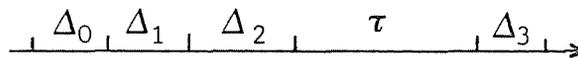


FIG. 3

ESCALA DE TIEMPOS PARA LA F.G.P. DE 4 INTERVALOS

Consideraremos, por poder distinguirlas físicamente, las detecciones en cada uno de los intervalos como un tipo distintos de partículas, por lo que existirán 5 tipos distintos, teniendo en cuenta que también hay que considerar los neutrones. Al efectuar la transformación para pasar a la f.g.p. se representará con x_n la variable formal correspondiente a los neutrones y mediante x_0 , x_1 , x_2 y x_3 a las de las detecciones efectuadas en los intervalos Δ_0 , Δ_1 , Δ_2 y Δ_3 , respectivamente. Estas últimas las agruparemos formando un vector de dimensión cuatro, \vec{x} . Se reservará, por tanto, el carácter vectorial para las detecciones, explicitando las variables y funciones correspondientes a neutrones mediante la utilización del subíndice n. Así la f.g.p. buscada tendrá cinco componentes que agruparemos en la forma:

$$[G_n(x_n, \vec{x}, t_1, t_2), \vec{G}(x_n, \vec{x}, t_1, t_2)]$$

Supuesto que en los procesos de detección no se originan nuevos neutrones y que un único impulso es generado por neutrón detectado, de (3.25) y (3.31) se deduce:

$$\vec{g}(x_n, \vec{x}, t) = \vec{0} \quad (3.42)$$

$$\vec{G}(x_n, \vec{x}, t_1, t_2) = \vec{x} \quad (3.43)$$

Considerando que la detección en cada intervalo Δ_i se efectúa con un detector de neutrones distinto, de eficiencia ϵ_i , y, por tanto, que los detectados en dicho intervalo por los restantes detectores deben considerarse dentro de los procesos de pérdidas, podemos aplicar un razonamiento análogo al utilizado en el apartado anterior para deducir $g_n(x_n, x_d)$, dada por (3.35), resultando para el problema que actualmente consideramos la siguiente f.g.p.

$$g_n(x_n, \vec{x}, t) = v \left[\Sigma_a + DB^2 + \sum_{i=0}^3 \Sigma_{d_i} |1 - \delta(\Delta_i)| \right] (1 - x_n) + v \Sigma_f [y(x_n) - x_n] + v \sum_{i=0}^3 \Sigma_{d_i} \delta(\Delta_i) (x_i - x_n)$$

siendo: Σ_{d_i} sección eficaz de detección del detector i .

$$\delta(\Delta_i) \text{ delta de Kronecker, } = \begin{cases} 1 & t \in \Delta_i \\ 0 & t \notin \Delta_i \end{cases}$$

Introduciendo la constante de multiplicación, K_{ef} , y la eficiencia del detector, referida al número de fisiones existente en el reactor:

$$K_{ef} = \frac{\bar{v} \Sigma_f}{\Sigma_a + DB^2 + \Sigma_f + \sum_{i=0}^3 \Sigma_{d_i}}$$

$$\epsilon_i = \frac{\Sigma_{d_i}}{\Sigma_f}$$

se obtiene la expresión de $g_n(x_n, \vec{x}, t)$

$$g_n(x_n, \vec{x}, t) = v \Sigma_f \left[y(x_n) - 1 + \frac{\bar{\nu}}{K_{ef}} (1 - x_n) + \sum_{i=0}^3 \epsilon_i \delta(\Delta_i)(x_i - 1) \right] \quad (3.44)$$

Supuesto que se inyectan neutrones en el reactor procedentes de una fuente exterior, disparada para el instante t_1 , y que se observa el estado del sistema para t_2 , podemos seguir el razonamiento del apartado anterior considerando primero la inyección de un único neutrón en t_1 y posteriormente el caso real de inyección, con una distribución poissoniana, durante todo el intervalo (t_1, t_2) . La expresión (3.41), para los cuatro intervalos considerados, toma la forma:

$$G_n(x_n, \vec{x}, t_1, t_2) = \exp \left[S \int_{t_1}^{t_2} [G_n^*(x_n, \vec{x}, t, t_2) - 1] dt \right] \quad (3.45)$$

despejando de esta expresión $G_n^*(x_n, \vec{x}, t, t_2)$ y llevándolo a las ecuaciones de Kolmogorov que rigen su evolución en el tiempo, obtenidas en (3.37), se deduce para la f.g.p. con cuatro intervalos distintos de detección, las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned} \frac{\delta G_n(x_n, \vec{x}, t_1, t_2)}{\delta t_2} &= S \cdot (x_n - 1) \cdot G_n(x_n, \vec{x}, t_1, t_2) + \\ &+ \sum_j g_j(x_n, \vec{x}, t_2) \cdot \frac{\delta G_n(x_n, \vec{x}, t_1, t_2)}{\delta x_j} \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$(j = n, 0, 1, 2, 3)$$

$$\frac{\delta \text{Ln } G_n(x_n, \vec{x}, t_1, t_2)}{\delta t_1} = - \int_{t_1}^{t_2} g_n \left[\left(1 - \frac{1}{s} \frac{\delta \text{Ln } G_n(x_n, \vec{x}, t, t_2)}{\delta t}, \vec{x}, t \right) \right] dt \quad (3.47)$$

La primera de las cuales es la directa de Kolmogorov, conocida también como ecuación de Fokker-Planck, y la segunda es la ecuación inversa de Kolmogorov, en la que podemos basarnos para la obtención de la f.g.p. deseada.

Considerando el sistema en estado estacionario podemos tomar $t_1 \rightarrow -\infty$. Dado que las únicas partículas sobre las que podemos tener información son las detecciones, las probabilidades a estudiar serán $P(\vec{m}, \vec{\Delta}, t)$, definidas como la probabilidad de que aparezcan, en el instante t , \vec{m} (m_0, m_1, m_2, m_3) cuentas en los intervalos $\vec{\Delta}$ ($\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$), respectivamente. A estas probabilidades corresponde una f.g.p. definida por:

$$G(\vec{x}, t) = \sum_{m_0=0}^{\infty} \sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} \sum_{m_3=0}^{\infty} P(\vec{m}, \vec{\Delta}, t) x_0^{m_0} x_1^{m_1} x_2^{m_2} x_3^{m_3} \quad (3.48)$$

relacionada con $G_n(x_n, \vec{x}, t_1, t_2)$ por:

$$G(\vec{x}, t) = G_n(1, \vec{x}, -t, 0)$$

con lo que la ecuación inversa de Kolmogorov toma la forma:

$$\frac{\delta \text{Ln } G(\vec{x}, t)}{\delta t} = s \cdot \int_0^t g_n \left[\left(1 + \frac{1}{s} \frac{\delta \text{Ln } G(\vec{x}, t')}{\delta t'}, \vec{x}, t' \right) \right] dt' \quad (3.49)$$

Introduciendo, para simplificar la notación, la función auxiliar:

$$A(\vec{x}, t) = \frac{\delta \text{Ln } G(\vec{x}, t)}{\delta t} \quad (3.50)$$

cuyas condiciones en los límites, derivadas de las de $G(\vec{x}, t)$ expresadas en (3.29) y (3.30), son:

$$\left. \begin{aligned} A(\vec{x}, 0) &= 0 \\ A(\vec{1}, t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.51)$$

La ecuación inversa toma la forma:

$$\frac{\delta A(\vec{x}, t)}{\delta t} = s \cdot g_n \left[\left(1 + \frac{A(\vec{x}, t)}{s} \right), \vec{x}, t \right] \quad (3.52)$$

Derivando en (3.45) se obtiene:

$$\frac{A(\vec{x}, t)}{s} = G_n^x(1, \vec{x}, -t, 0) - 1$$

expresión de la que podemos deducir que la función $\frac{A(\vec{x}, t)}{s}$ y sus derivadas, respecto a las variables formales x_i , serán muy pequeñas frente a la unidad, puesto que $1 - G_n^x(1, \vec{0}, -t, 0)$ representa la probabilidad de obtener al menos una detección a partir de la cadena iniciada por un neutrón y las derivadas de esta expresión son los momentos del número de detecciones obtenido de dicha cadena; siendo ambos elementos, probabilidades y momentos, muy pequeños para las eficiencias de los detectores - que habitualmente se utilizan en los reactores. Apoyándonos en lo cual se puede aproximar:

$$\begin{aligned}
 y \left[1 + \frac{A(\vec{x}, t)}{S} \right] &= \sum_{\nu=0}^{\infty} P_{\nu}^f \left(1 + \frac{A(\vec{x}, t)}{S} \right)^{\nu} \simeq \\
 &\simeq \sum_{\nu=0}^{\infty} P_{\nu}^f \left[1 + \nu \frac{A(\vec{x}, t)}{S} + \frac{\nu(\nu-1)}{2} \cdot \left(\frac{A(\vec{x}, t)}{S} \right)^2 \right] = \\
 &= 1 + \frac{\bar{\nu}}{\bar{\nu}} \cdot \frac{A(\vec{x}, t)}{S} + \frac{\bar{\nu}^2 \chi}{2} \cdot \left(\frac{A(\vec{x}, t)}{S} \right)^2
 \end{aligned}$$

siendo $\chi = \frac{\nu(\nu-1)}{\bar{\nu}^2}$ el parámetro de Diven (DIVEN. B.C. y otros; - 1956).

Sustituyendo en la ecuación inversa la expresión de $g_n(x_n, \vec{x}, t)$, obtenida en (3.44), teniendo en cuenta la aproximación anterior, resulta:

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta A(\vec{x}, t)}{\delta t} &= \text{s.v.} \sum_f \left[\frac{\bar{\nu}}{\bar{\nu}} \frac{A(\vec{x}, t)}{S} + \frac{\bar{\nu}^2 \chi}{2} \left(\frac{A(\vec{x}, t)}{S} \right)^2 - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\bar{\nu}}{K_{ef}} \frac{A(\vec{x}, t)}{S} + \sum_{i=0}^3 \epsilon_i \delta(\Delta_i)(x_i - 1) \right]
 \end{aligned}$$

o bien:

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta A(\vec{x}, t)}{\delta t} &= \text{s.v.} \sum_f \sum_{i=0}^3 \epsilon_i \delta(\Delta_i)(x_i - 1) + \\
 &\quad + \left(\nu \sum_f \bar{\nu} - \frac{\nu \sum_f \bar{\nu}}{K_{ef}} \right) \frac{A(\vec{x}, t)}{S} + \\
 &\quad + \frac{\nu \sum_f \bar{\nu}^2 \chi}{2 S} A^2(\vec{x}, t)
 \end{aligned} \tag{3.53}$$

En función de los parámetros cinéticos del reactor, que veíamos en el capítulo 1, siendo $\sigma = \frac{S \Lambda}{v \chi}$ el término fuente expresado en forma adimensional, resulta la ecuación inversa siguiente:

$$\frac{\delta A(\vec{x}, t)}{\delta t} = \frac{\sigma \chi}{\Lambda^2} \left[\sum_{i=0}^3 \epsilon_i \cdot \delta(\Delta_i) \cdot (x_i - 1) \right] - \alpha \cdot A(\vec{x}, t) + \frac{1}{2 \sigma} A^2(\vec{x}, t) \quad (3.54)$$

cuya integración se efectúa para cada uno de los intervalos considerados en la figura 3, fijando las constantes de integración mediante las condiciones iniciales que figuran en (3.51) y al imponer la continuidad entre las soluciones obtenidas para intervalos consecutivos.

Para $t \in \Delta_3$, lo que equivale a $0 \leq t \leq \Delta_3$ ya que el origen de tiempos queda fijado en t_2 , se obtiene al integrar la ecuación inversa, deducida de (3.54):

$$\frac{\delta A(\vec{x}, t)}{\delta t} = \frac{\sigma \chi}{\Lambda^2} \cdot \epsilon_3 (x_3 - 1) - \alpha \cdot A(\vec{x}, t) + \frac{1}{2 \sigma} A^2(\vec{x}, t)$$

cuya solución es:

$$A_a(\vec{x}, t) = - \frac{\sigma \alpha (\nu_3^2 - 1) (1 - e^{-\alpha \nu_3 t})}{(\nu_3 + 1) + (\nu_3 - 1) e^{-\alpha \nu_3 t}}$$

siendo:

$$\nu_3 = \sqrt{1 + \frac{2 \epsilon_3 \chi}{r_p^2 \beta^2} (1 - x_3)}$$

y habiendo obtenido la constante de integración mediante la imposición de $A(\vec{x}, 0) = 0$.

Para t comprendidos entre los dos últimos intervalos: $\Delta_3 \leq t \leq \Delta_3 + \tau$
la ecuación a integrar es:

$$\frac{\delta A(\vec{x}, t)}{\delta t} = -\alpha \cdot A(\vec{x}, t) + \frac{1}{2\sigma} A^2(\vec{x}, t)$$

cuya solución es:

$$A_b(\vec{x}, t) = 2\sigma\alpha \left[1 - \left(1 - \frac{2\sigma}{A_a(\vec{x}, \Delta_3)} \right) e^{\alpha(t - \Delta_3)} \right]^{-1}$$

Para $t \in \Delta_2$, $\Delta_3 + \tau \leq t \leq \Delta_3 + \tau + \Delta_2$, se obtiene para

$$\frac{\delta A(\vec{x}, t)}{\delta t} = \frac{\sigma\chi}{\Lambda^2} \cdot \epsilon_2(x_2 - 1) - \alpha \cdot A(\vec{x}, t) + \frac{1}{2\sigma} A^2(\vec{x}, t)$$

la solución siguiente:

$$A_c(\vec{x}, t) = \sigma\alpha \frac{(\nu_2 + 1) e^{-\alpha\nu_2(t - \Delta_3 - \tau)} - (\nu_2 - 1) \cdot A}{A + e^{-\alpha\nu_2(t - \Delta_3 - \tau)}}$$

siendo:

$$A = \frac{\alpha\sigma(\nu_2 + 1) - A_b(\vec{x}, \tau + \Delta_3)}{\alpha\sigma(\nu_2 - 1) + A_b(\vec{x}, \tau + \Delta_3)}$$

$$\nu_2 = \sqrt{1 + \frac{2\epsilon_2\chi}{r_p^2\beta^2} (1 - x_2)}$$

En el siguiente intervalo, $\Delta_1, \Delta_3 + \tau + \Delta_2 \leq t \leq \Delta_3 + \tau + \Delta_2 + \Delta_1$
la ecuación a integrar será:

$$\frac{\delta A(\bar{x}, t)}{\delta t} = \frac{\sigma X}{\Lambda^2} \epsilon_1 (x_1 - 1) - \alpha \cdot A(\bar{x}, t) + \frac{1}{2\sigma} A^2(\bar{x}, t)$$

cuya solución es:

$$A_d(\bar{x}, t) = \alpha \sigma \frac{(\nu_1 + 1) e^{-\alpha \nu_1 (t - \tau - \Delta_2 - \Delta_3)} - (\nu_1 - 1) \cdot B}{B + e^{-\alpha \nu_1 (t - \tau - \Delta_2 - \Delta_3)}}$$

siendo:

$$B = \frac{\alpha \sigma (\nu_1 + 1) - A_c(\bar{x}, \tau + \Delta_2 + \Delta_3)}{\alpha \sigma (\nu_1 - 1) + A_c(\bar{x}, \tau + \Delta_2 + \Delta_3)}$$

$$\nu_1 = \sqrt{1 + \frac{2 \epsilon_1 X}{r_p^2 \beta^2} (1 - x_1)}$$

Para el intervalo $\Delta_0, \Delta_3 + \tau + \Delta_2 + \Delta_1 \leq t \leq \Delta_3 + \Delta_2 + \Delta_1 + \Delta_0 + \tau$
la solución de la ecuación diferencial:

$$\frac{\delta A(\bar{x}, t)}{\delta t} = \frac{\sigma X}{\Lambda^2} \cdot \epsilon_0 (x_0 - 1) - \alpha \cdot A(\bar{x}, t) + \frac{1}{2\sigma} A^2(\bar{x}, t)$$

es:

$$A_e(\vec{x}, t) = \alpha \sigma \frac{(\gamma_0 + 1) e^{-\alpha \gamma_0 (t - \tau - \Delta_3 - \Delta_2 - \Delta_1)} - (\gamma_0 - 1) \cdot C}{C + e^{-\alpha \gamma_0 (t - \tau - \Delta_3 - \Delta_2 - \Delta_1)}}$$

donde:

$$C = \frac{\alpha \sigma (\gamma_0 + 1) - A_d(\vec{x}, \tau + \Delta_3 + \Delta_2 + \Delta_1)}{\alpha \sigma (\gamma_0 - 1) + A_d(\vec{x}, \tau + \Delta_3 + \Delta_2 + \Delta_1)}$$

$$\gamma_0 = \sqrt{1 + \frac{2 \epsilon_0 \chi}{r_p^2 \beta^2} (1 - x_0)}$$

Por último, para $t \geq \Delta_3 + \tau + \Delta_2 + \Delta_1 + \Delta_0$, se tiene la siguiente ecuación diferencial a resolver:

$$\frac{\delta A(\vec{x}, t)}{\delta t} = -\alpha \cdot A(\vec{x}, t) + \frac{1}{2\sigma} A^2(\vec{x}, t)$$

cuya solución es:

$$A_f(\vec{x}, t) = 2\sigma\alpha \left[1 - \left(1 - \frac{2\sigma}{A(\vec{x}, \tau + \Delta_3 + \Delta_2 + \Delta_1 + \Delta_0)} \right) \cdot e^{-\alpha(t - \tau - \Delta_3 - \Delta_2 - \Delta_1 - \Delta_0)} \right]^{-1}$$

Conocida $A(\vec{x}, t)$ ($\forall t$) podemos obtener la f.g.p. buscada deshaciendo el cambio introducido por (3.50), con lo que resulta:

$$\text{Ln } G(\vec{x}, t) = \int_0^t A(\vec{x}, t) dt$$

descomponiendo para integrar en cada intervalo la función $A(\vec{x}, t)$ correspondiente al mismo y tomando $t \rightarrow +\infty$ por considerar un sistema estacionario, como es el caso de un reactor subcrítico con una fuente de neutrones, resulta:

$$\begin{aligned} \text{Ln } G(\vec{x}) = & -\sigma \left\{ \left(\sum_{i=0}^3 (\nu_i - 1) \alpha \Delta_i \right) + \right. \\ & + 2 \text{Ln} \left[\frac{T_3(T_0 T_1 T_2 + R_0 R_1 R_2 - T_0 R_1 R_2 - 2R_0 Q_1 R_2 - R_0 R_1 T_2) -}{256 \nu_0 \nu_1 \nu_2 \nu_3} \right. \\ & \left. \left. - \frac{2R_3 [R_2(R_0 S_1 + 2S_0 S_1 - R_0 Q_1) + 2Q_2(S_0 R_1 + R_0 Q_1)] e^{-\alpha \tau}}{256 \nu_0 \nu_1 \nu_2 \nu_3} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.55)$$

Donde se han introducido las siguientes funciones:

$$\left. \begin{aligned} Q_i &= (\nu_i - 1) + (\nu_i + 1) e^{-\alpha \nu_i \Delta_i} \\ R_i &= (\nu_i^2 - 1) (1 - e^{-\alpha \nu_i \Delta_i}) \\ S_i &= (\nu_i + 1) + (\nu_i - 1) e^{-\alpha \nu_i \Delta_i} \\ T_i &= (\nu_i + 1)^2 - (\nu_i - 1)^2 e^{-\alpha \nu_i \Delta_i} \end{aligned} \right\} (i=0, 1, 2, 3) \quad (3.56)$$

$$\nu_i = \sqrt{1 + \frac{2 \epsilon_i \chi}{r_p^2 \beta^2} (1 - x_i)}$$

3.5.1.- F.G.P. para 3 intervalos de detección.

A partir de la f.g.p. deducida para cuatro intervalos pueden obtenerse las correspondientes a un número menor de intervalos con sólo imponer que las probabilidades consideradas en aquella sean independientes - de alguno de los intervalos, lo que equivale a dar el valor 1 a la variable formal x correspondiente al mismo. Así resulta la f.g.p. para 3 intervalos de tiempo definida como:

$$G(x_1, x_2, x_3) = \sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} \sum_{m_3=0}^{\infty} P(m_1, m_2, m_3, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3) x_1^{m_1} x_2^{m_2} x_3^{m_3}$$

considerada una disposición de los intervalos como la de la figura 4.



FIG. 4
ESCALA DE TIEMPOS PARA LA F.G.P. DE TRES INTERVALOS

Tomando $x_0 = 1$ se obtiene la expresión correspondiente. De (3.56) se deducen para $x_0 = 1$ los siguientes valores: $\gamma_0 = 1$, $S_0 = 2$, $T_0 = 4$, $R_0 = 0$, que llevados a (3.55) permiten obtener:

$$\begin{aligned} \ln G(x_1, x_2, x_3) = & -\sigma \left\{ \sum_{i=1}^3 (\gamma_i - 1) \alpha \Delta_i + \right. \\ & \left. + 2 \ln \frac{T_3(T_1 T_2 - R_1 R_2) - 2 R_3(S_1 R_2 + R_1 Q_2) e^{-\alpha \tau}}{64 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3} \right\} \end{aligned} \quad (3.57)$$

3.5.2.- F.G.P. para 2 intervalos de detección.

Análogamente puede deducirse la f.g.p. para dos intervalos, según la disposición indicada en la figura 5.

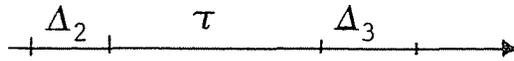


FIG. 5

ESCALA DE TIEMPOS PARA LA F.G.P. DE DOS INTERVALOS

Haciendo $x_0 = x_1 = 1$ en (3.55) y (3.56) se deduce la expresión correspondiente a esta f.g.p.

$$\begin{aligned} \text{Ln } G(x_2, x_3) = & -\sigma [(\nu_2 - 1)\alpha\Delta_2 + (\nu_3 - 1)\alpha\Delta_3 + \\ & + 2 \text{Ln} \frac{T_2 T_3 - R_2 R_3 e^{-\alpha\tau}}{16 \nu_2 \nu_3}] \end{aligned} \quad (3.58)$$

Deducidas estas f.g.p. vamos a aplicarlas en el siguiente apartado a la deducción de la función de distribución de intervalos de tiempo entre detecciones consecutivas de neutrones en un reactor, dejando para el Apéndice I el planteamiento basado en estos fundamentos teóricos de los principales métodos de análisis de ruido de reactores en el dominio del tiempo.

3.6.- Función de distribución de intervalos de tiempo entre detecciones consecutivas de neutrones

Supongamos una secuencia de detecciones de neutrones con una distribución de Poisson y sea C su valor medio por unidad de tiempo. La probabilidad de que entre dos detecciones consecutivas exista una separación τ , $P_{CC}(\tau)d\tau$, vendrá dada por el producto de la probabilidad de que no se efectúen detecciones durante un tiempo τ , por la -

probabilidad de que exista una detección en el intervalo $d\tau$, inmediatamente consecutivo al τ considerado.

$$P_{cc}(\tau) d\tau = P_0(\tau) \cdot P_c(d\tau)$$

que para una distribución de Poisson son, respectivamente, $e^{-C \cdot \tau}$ y $C \cdot d\tau$, luego:

$$P_{cc}(\tau) d\tau = C \cdot e^{-C \cdot \tau} \cdot d\tau$$

La no existencia de correlación entre las detecciones permite definir en la forma anterior $P_{cc}(\tau) \cdot d\tau$, pero la definición precisa para un caso general exige considerar que debe haberse producido una detección en el intervalo infinitesimal $d\tau'$, inmediatamente anterior a τ . Con lo que:

$$P_{cc}(\tau) d\tau = P_c(d\tau') \cdot P_0(\tau) \cdot P_c(d\tau)$$

para normalizar estas probabilidades, es decir, para que verifiquen:

$$\int_0^{\infty} P_{cc}(\tau) d\tau = 1$$

debemos definir las como:

$$P_{cc}(\tau) d\tau = \frac{P_c(d\tau') P_0(\tau) P_c(d\tau)}{P_c(d\tau')} \quad (3.59)$$

Para una distribución de Poisson ambas definiciones son equivalentes, pero no ocurre lo mismo cuando en la secuencia de detecciones considerada existe algún grado de correlación. La definición inicial corresponde a la probabilidad de obtener la primera detección un tiempo τ después de un origen de tiempos aleatorio ($P_{RO}(\tau)$) y (3.59) es la definición de la probabilidad de obtener una detección al cabo de un tiempo τ , habiendo tomado como origen de tiempos el instante en que se produjo la detección anterior ($P_{CC}(\tau)$).

Para deducir la expresión de $P_{CC}(\tau)$ se consideran los 3 intervalos de tiempo consecutivos, de acuerdo con la disposición de la figura 6.

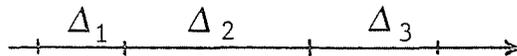


FIG. 6
ESCALA DE TIEMPOS PARA $P_{CC}(\tau)$

Suponiendo además que las detecciones en el intervalo Δ_1 son efectuadas por un detector de eficiencia ϵ_1 al que denominaremos "detector de disparo" y en los intervalos Δ_2 y Δ_3 lo son por otro, de eficiencia ϵ_2 , al que llamaremos "de medida". Con ello nos ajustamos a las condiciones experimentales impuestas por el hecho de querer soslayar los efectos debidos a los tiempos muertos de los detectores, según veremos en el siguiente capítulo.

En estas condiciones definimos $P_{CC}(\tau)d\tau$ como la probabilidad de que, teniendo un impulso del detector de disparo en Δ_1 ($\Delta_1 = d\tau'$), la primera detección consecutiva, procedente del detector de medida, aparezca en Δ_3 ($\Delta_3 = d\tau$), después de un intervalo Δ_2 ($\Delta_2 = \tau$) en el que no haya aparecido ninguna. Es decir, empleando el subíndice 1 para el detector de disparo y el 2 para el de medida, $P_{CC}(\tau)$ viene dada por:

$$P_{CC}(\tau)d\tau = \frac{P_{c1}(d\tau') P_{02}(\tau) P_{c2}(d\tau)}{P_{c1}(d\tau')} \quad (3.60)$$

donde el numerador no es el producto de tres probabilidades, sino la probabilidad compuesta, formada por las tres condiciones juntas.

Introduciendo las probabilidades $P(m_1, m_2, m_3)$ definidas en (3.48) - para un caso general y correspondientes a tener m_i cuentas en el intervalo Δ_i ($i = 1, 2, 3$), se obtiene:

$$P_{cc}(\tau)d\tau = \frac{\sum_{m_1=1}^{\infty} \sum_{m_3=1}^{\infty} P(m_1, 0, m_3)}{C_1 d\tau'} \quad (3.61)$$

siendo C_1 el ritmo de cuentas del detector de disparo. Poniendo estas - probabilidades en función de la f.g.p. correspondiente resulta:

$$P_{cc}(\tau)d\tau = \frac{G(1,0,1) - G(0,0,1) - G(1,0,0) + G(0,0,0)}{C_1 d\tau'} \quad (3.62)$$

Considerando consecutivos los tres intervalos, la f.g.p. obtenida en (3.57) toma la forma:

$$\begin{aligned} \text{Ln } G(x_1, x_2, x_3) = & -\sigma \left[\sum_{i=1}^3 (\gamma_i - 1) \alpha \Delta_i + \right. \\ & \left. + 2 \text{Ln} \frac{T_3(T_1 T_2 - R_1 R_2) - 2 R_3 (S_1 R_2 + R_1 Q_2)}{64 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3} \right] \end{aligned} \quad (3.63)$$

Introduciendo, para simplificar el cálculo, las funciones u_j y v_j definidas por:

$$\left. \begin{aligned} u_j &= (\gamma_j - 1) (1 - e^{-\alpha \gamma_j \Delta_j}) \\ v_j &= \frac{u_j}{\gamma_j} \end{aligned} \right\} (j = 1, 3) \quad (3.64)$$

de (3.56) se deduce:

$$\left. \begin{aligned} R_j &= (\nu_j + 1) u_j \\ S_j &= 2 \nu_j - u_j \\ T_j &= 4 \nu_j + (\nu_j - 1) u_j \end{aligned} \right\} (j = 1, 3) \quad (3.65)$$

sustituyendo en (3.63)

$$G(x_1, x_2, x_3) = \exp \left[-\sigma (w_1 + w_2 + w_3 + 2 \operatorname{Ln} \frac{T_2}{4 \nu_2} + 2 L) \right]$$

siendo:

$$\left. \begin{aligned} w_i &= (\nu_i - 1) \alpha \Lambda_i \quad (i = 1, 2, 3) \\ L &= \operatorname{Ln} \left[1 + \frac{1}{4} (A_1 v_1 + A_2 v_3) + \frac{1}{16} B v_1 v_3 \right] \\ A_1 &= (\nu_1 - 1) - (\nu_1 + 1) \frac{R_2}{T_2} \\ A_2 &= (\nu_3 - 1) - (\nu_3 + 1) \frac{R_2}{T_2} \\ B &= (\nu_3 - 1) \left[(\nu_1 - 1) - (\nu_1 + 1) \frac{R_2}{T_2} \right] + \\ &\quad + 2(\nu_3 + 1) \left[\frac{R_2}{T_2} - (\nu_1 + 1) \frac{Q_2}{T_2} \right] \end{aligned} \right\} (3.66)$$

puesto que $\Delta_1 \rightarrow 0$ y $\Delta_3 \rightarrow 0$ se verifica, sustituyendo en (3.64), que $u_j \rightarrow 0$ y $v_j \rightarrow 0$ ($j = 0, 2$) por lo que desarrollando en serie L y despreciando potencias superiores a grado 2 en v_j , resulta:

$$L = \frac{1}{4} (A_1 v_1 + A_2 v_3) - \frac{1}{32} (A_1^2 v_1^2 + A_2^2 v_3^2) - \frac{1}{16} (A_1 A_2 - B) v_1 v_3 \quad (3.67)$$

La f.g.p. $G(x_1, x_2, x_3)$ dada por (3.63) podemos expresarla mediante:

$$G(x_1, x_2, x_3) = \exp \left[-\sigma \left(w_2 + 2 \operatorname{Ln} \frac{T_2}{4 \gamma_2} \right) \right] \cdot \exp \left[-\sigma (w_1 + w_3 + 2L) \right] \quad (3.68)$$

Al cumplirse que $\Delta_1 \rightarrow 0$ y $\Delta_3 \rightarrow 0$ de (3.66) se deduce que también $w_1 \rightarrow 0$ y $w_3 \rightarrow 0$, por lo que podemos desarrollar la segunda exponencial, - despreciando diferenciales de orden superior a 2, con lo que resulta:

$$\begin{aligned} \exp \left[-\sigma (w_1 + w_3 + 2L) \right] &= 1 - \sigma (w_1 + w_3 + 2L) + \\ &+ \frac{\sigma^2}{2} (w_1^2 + w_3^2 + 4L^2 + 2w_1 w_3 + 4(w_1 + w_3)L) \end{aligned} \quad (3.69)$$

Si se hace $\vec{x} = (1, 0, 1)$, lo que implica que:

$$\begin{array}{cccc} \gamma_1 = 1 & w_1 = 0 & R_1 = 0 & T_1 = 4 \\ \gamma_3 = 1 & w_3 = 0 & R_3 = 0 & T_3 = 4 \end{array}$$

según se deduce de (3.56) y (3.66). De (3.68) se obtiene:

$$G(1, 0, 1) = \exp \left[-\sigma \left(w_2 + 2 \operatorname{Ln} \frac{T_2}{4 \gamma_2} \right) \right] \quad (3.70)$$

cuyo significado podemos deducir a partir de la definición de la f.g.p. particularizada para este valor de \vec{x} . En efecto, al ser:

$$G(1, 0, 1) = \sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{m_3=0}^{\infty} P(m_1, 0, m_3)$$

$G(1,0,1)$ es la probabilidad de que no se efectúen detecciones en el intervalo $\Delta_2 = \tau$, independientemente de que las haya en Δ_1 y Δ_3 , lo que corresponde a la probabilidad $P_0(\tau)$ que se mide en el método de Mogilner. (Ver Apéndice I).

Llevando (3.70) y (3.69) a (3.68) resulta:

$$G(x_1, x_2, x_3) = P_0(\tau) [1 - \sigma(w_1 + w_3 + 2L) + \frac{\sigma^2}{2} (w_1^2 + w_3^2 + 4L^2 + 2w_1w_3 + 4(w_1 + w_3)L)] \quad (3.71)$$

Expresión que, particularizada a los valores de \bar{x} correspondientes, permite determinar el numerador de $P_{cc}(\tau)$ en (3.62). Representando con el subíndice 1(3) a los valores de L y w correspondientes a que la variable formal $x_1(x_3)$ tome el valor 0, resulta:

$$P_{cc}(\tau) d\tau = \frac{P_0(\tau)}{C_1 d\tau'} [2\sigma(L_1 + L_3 - L) + \sigma^2 \{ w_1 w_3 + 2(L - L_1)w_1 + 2(L - L_3)w_3 + 2(L^2 - L_1^2 - L_3^2) \}] \quad (3.72)$$

Acudiendo a la expresión de L , dada por (3.67), y despreciando diferenciales de orden superior a 2, resulta:

$$\left. \begin{aligned} L_1 + L_3 - L &= \frac{1}{16} (A_1 A_2 - B) v_1 v_3 \\ L - L_1 &= \frac{1}{4} A_2 v_3 - \frac{1}{32} A_2^2 v_3^2 - \frac{1}{16} (A_1 A_2 - B) v_1 v_3 \\ L - L_3 &= \frac{1}{4} A_1 v_1 - \frac{1}{32} A_1^2 v_1^2 - \frac{1}{16} (A_1 A_2 - B) v_1 v_3 \\ L^2 - L_1^2 - L_3^2 &= \frac{1}{8} A_1 A_2 v_1 v_3 \end{aligned} \right\} \quad (3.73)$$

Desarrollando v_j se demuestra:

$$v_j = \frac{u_j}{\gamma_j} = \frac{(\gamma_j - 1)(1 - e^{-\alpha \gamma_j \Delta_j})}{\gamma_j} \approx \frac{(\gamma_j - 1) \alpha \gamma_j \Delta_j}{\gamma_j} = w_j$$

(j = 1, 3)

Por lo que, despreciando términos superiores a grado 2 en v_j en la expresión (3.72), habiendo introducido las expresiones de (3.73), resulta:

$$P_{cc}(\tau) d\tau = \frac{P_o(\tau)}{C_1 d\tau'} v_1 v_3 \sigma \left[\frac{A_1 A_2 - B}{8} + \sigma \left(1 + \frac{A_1 + A_2}{2} + \frac{A_1 A_2}{4} \right) \right]$$

Sustituyendo (3.66) y (3.56) y operando, se obtiene:

$$\frac{A_1 A_2 - B}{8} = 2 \gamma_2^2 e^{-\alpha \gamma_2 \tau}$$

$$1 + \frac{A_1 + A_2}{2} + \frac{A_1 \cdot A_2}{4} = (\gamma_1 + 1)(\gamma_3 + 1) \frac{S^2}{T_2^2}$$

Introduciendo:

$$C_1 = \frac{\sigma \alpha}{2} (\gamma_1^2 - 1) \quad \text{r\u00edtm}o \text{ de cuentas del detector de dispa}$$

ro.

$$C_2 = \frac{\sigma \alpha}{2} (\gamma_2^2 - 1) \quad \text{id. del de medida.}$$

$$v_1 = w_1 = (\gamma_1 - 1) \cdot \alpha \cdot d\tau'$$

$$v_3 = w_3 = (\gamma_3 - 1) \cdot \alpha \cdot d\tau$$

se obtiene:

$$P_{cc}(\tau)d\tau = P_o(\tau) \cdot C_2 \cdot \left(\frac{2S_2}{T_2}\right)^2 \left[1 + \frac{2\gamma_2^2}{\sigma S_2^2} e^{-\alpha\gamma_2\tau}\right] d\tau \quad (3.74)$$

donde:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_2 = \gamma_3 &= \sqrt{1 + \frac{2\epsilon_2 X}{r_p^2 \beta^2}} \\ \epsilon_2 &\text{ eficiencia detector de medida.} \\ S_2 &= (\gamma_2 + 1) + (\gamma_2 - 1) e^{-\alpha\gamma_2\tau} \\ T_2 &= (\gamma_2 + 1)^2 - (\gamma_2 - 1)^2 e^{-\alpha\gamma_2\tau} \end{aligned} \right\} \quad (3.75)$$

En forma similar al método de Rossi- α , (ver Apéndice I), podemos distinguir dos $P_{cc}(\tau)$ distintos según se efectúe o no, con el dispositivo experimental utilizado, un muestreo de las detecciones de disparo. - En caso de que se efectúe deberá considerarse un cuarto intervalo Δ_0 , - previo a los otros tres, y, de forma idéntica a como se hace en el método de Rossi- α II, promediar para todos los posibles valores de este intervalo de espera. Si la eficiencia del detector de disparo es muy pequeña ambos modos de $P_{cc}(\tau)$ coincidirán al desaparecer la correlación - que pueda existir entre los impulsos de disparo. En un planteamiento general, para obtener la expresión teórica de $P_{cc}(\tau)$, de este segundo tipo, habría que partir de la f.g.p. para cuatro intervalos obtenida en - (3.55).

Respecto a $P_{RO}(\tau)$, definida como la probabilidad de que, elegido un origen de tiempo aleatorio, la primera cuenta llegue en un instante $d\tau$, una vez transcurrido un tiempo τ , vendrá dada por:

$$P_{RO}(\tau) d\tau = \sum_{m_3=1}^{\infty} P(0, m_2) \quad (3.76)$$

basta, por tanto, considerar únicamente dos intervalos de tiempo en la f.g.p.; por lo tanto consideraremos $G(x_2, x_3)$ dada por (3.58), tomándolos consecutivos según aparece en la figura 7, con $\Delta_2 = \tau$ y $\Delta_3 = d\tau$.



FIG. 7
ESCALA DE TIEMPOS PARA $P_{RO}(\tau)$

En función de esta f.g.p. la probabilidad buscada vendrá dada por:

$$P_{RO}(\tau) d\tau = G(0,1) - G(0,0)$$

Sustituyendo los valores de \bar{x} en (3.58) y operando resulta, empleando la misma notación que en la deducción de $P_{CC}(\tau)$:

$$G(0,1) = P_0(\tau)$$

$$G(0,0) = P_0(\tau) \left[1 - \sigma(w_3 + 2L_3) + \frac{\sigma^2}{2} (w_3^2 + 4L_3^2 + 4w_3L_3) \right]$$

Despreciando los términos superiores a grado 1 en v_3 , resulta:

$$P_{RO}(\tau) d\tau = P_0(\tau) \cdot \sigma \cdot v_3 \left(1 + \frac{A_2}{2} \right) \quad (3.77)$$

Aplicando (3.66) se comprueba que:

$$1 + \frac{A_2}{2} = \frac{V_2 + 1}{2} = \frac{2S_2}{T_2}$$

con lo que, en (3.77), se obtiene:

$$P_{RO}(\tau) d\tau = P_0(\tau) \cdot C_2 \cdot \frac{2S_2}{T_2} d\tau \quad (3.78)$$

siendo $C_2 = \frac{\sigma \alpha (\nu_2^2 - 1)}{2}$ el ritmo de cuentas del detector utilizado en las medidas correspondientes.

3.6.1.- Aplicación a reactores rápidos.

A lo largo de las demostraciones efectuadas en el presente apartado no se ha fijado ninguna condición restrictiva al no considerar a qué tipo pertenece el reactor cuyo ruido neutrónico se está analizando. No obstante, cuando se mide la distribución de intervalos entre detecciones consecutivas en un reactor rápido pueden introducirse notables simplificaciones. En efecto, el elevado valor de α , (del orden de 10^5 seg^{-1}), y la baja eficiencia de los detectores para neutrones rápidos, (del orden de 10^{-6} cuent/fis para los detectores de trifluoruro de boro), permiten introducir las dos hipótesis siguientes:

$$\begin{aligned} \text{a) } \nu_2 &= \sqrt{1 + \frac{2 \epsilon_2 X}{r_p^2 \beta^2}} \simeq 1 + \varphi \\ \text{b) } C &\ll \alpha \end{aligned}$$

donde φ , $\varphi = \epsilon_2 X / r_p^2 \beta^2$, es un término pequeño frente a la unidad, por lo que podemos despreciar potencias en φ superiores al primer grado.

Con lo que resulta:

$$C_2 = \frac{\sigma \alpha (\nu_2^2 - 1)}{2} = \sigma \alpha \varphi$$

$$S_2 = 2 + \varphi (1 + e^{-\alpha \nu_2})$$

$$T_2 = 4(1 + \varphi)$$

Sustituyendo estas aproximaciones en la expresión de $P_{cc}(\tau)$ dada por (3.74), se obtiene, supuesto que se utilizan tiempos de medida τ del orden de $1/\alpha$:

$$P_{cc}(\tau) d\tau = \frac{C_2}{\gamma_2} \left[1 + \frac{\gamma_2}{2\sigma} e^{-\alpha\gamma_2\tau} \right] d\tau \quad (3.79)$$

es decir, una función de la forma $A + B \exp[-\alpha\gamma_2\tau]$ donde el coeficiente de la exponencial y el fondo son función de la reactividad del sistema, pero independientes del tiempo de separación entre las detecciones, lo que simplifica notablemente el ajuste a una fórmula teórica de los datos experimentales.

La determinación de las distribuciones $P_{cc}(\tau)$ a diferentes niveles de subcriticidad, y en crítico, en el reactor rápido de potencia cero CORAL-I permitirá comprobar, mediante el ajuste de los datos experimentales a (3.79), la bondad del tratamiento teórico utilizado así como estimar los errores introducidos por las hipótesis consideradas al aplicar este método a reactores rápidos.

De cada distribución medida podrá deducirse el valor de $\alpha\gamma_2$ y de la relación coeficiente/fondo, que, combinadas con medidas de multiplicación para dicha reactividad, permitirán determinar, tal como se presenta en el capítulo 5, la variación de α con la reactividad y el valor de diversas magnitudes: $\alpha_c = \beta/l$, ϵ_2/β^2 y $S_e \cdot \beta$.

Mediante la medida de la eficiencia absoluta del detector, a partir de la determinación del número total de fisiones existente en el reactor, puede deducirse el valor de la fracción efectiva de neutrones retardados en el sistema y, con este valor en la expresión de α_c , determinar la vida media de los neutrones instantáneos en el reactor.

CAPITULO 4

DESCRIPCION DEL DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

El dispositivo utilizado para la determinación experimental de la función de distribución de intervalos de tiempo entre detecciones consecutivas de neutrones se ajusta al diagrama de bloques representado en la figura 8. Se presentan a continuación las características de cada uno de los componentes de este diagrama.

4.1.- Reactor rápido CORAL-I

En síntesis, el reactor rápido de potencia cero CORAL-I (GUTIERREZ BERNAL, R.; 1970) se compone de un núcleo cilíndrico de uranio metálico enriquecido al 90% en U-235, rodeado de un reflector de uranio natural. Tanto el núcleo como el reflector están divididos en dos partes iguales, montada una sobre una mesa o carro móvil y la otra sobre un carro fijo. El núcleo, cilíndrico, tiene un diámetro de 114 mm y una altura de 119 mm para la carga mínima. Está constituido por dos secciones; una de ellas montada sobre la mitad fija del reactor y la otra, junto con la parte de reflector correspondiente a la prolongación del cilindro del núcleo, constituyendo un sistema móvil, independiente del movimiento de los carros, que se denomina émbolo de seguridad, de tal forma que para llegar a la puesta en funcionamiento del reactor es preciso desplazar el carro móvil hasta que se unan las dos mitades del reflector, formando un paralelepípedo regular de 550 mm x 550 mm x 500 mm, y una vez han llegado al contacto se introduce el émbolo de seguridad hasta lograr unir las dos mitades del núcleo.

En la sección fija del núcleo y aproximadamente en su mitad, existe un canal experimental que lo atraviesa radialmente, así como un orificio para el alojamiento de un medidor de temperatura. En la sección móvil existe un hueco para alojamiento de sondas a irradiar. El núcleo está formado por una serie de discos de combustible, así la mitad fija se compone de dos discos de 30.7 mm de espesor y la móvil por uno de 15.8 mm de espesor y una serie de discos de espesores 5.08 mm y 1.27 mm; siendo estos últimos los que sirven para aumentar la carga en cantidades múltiples de 250 gramos.

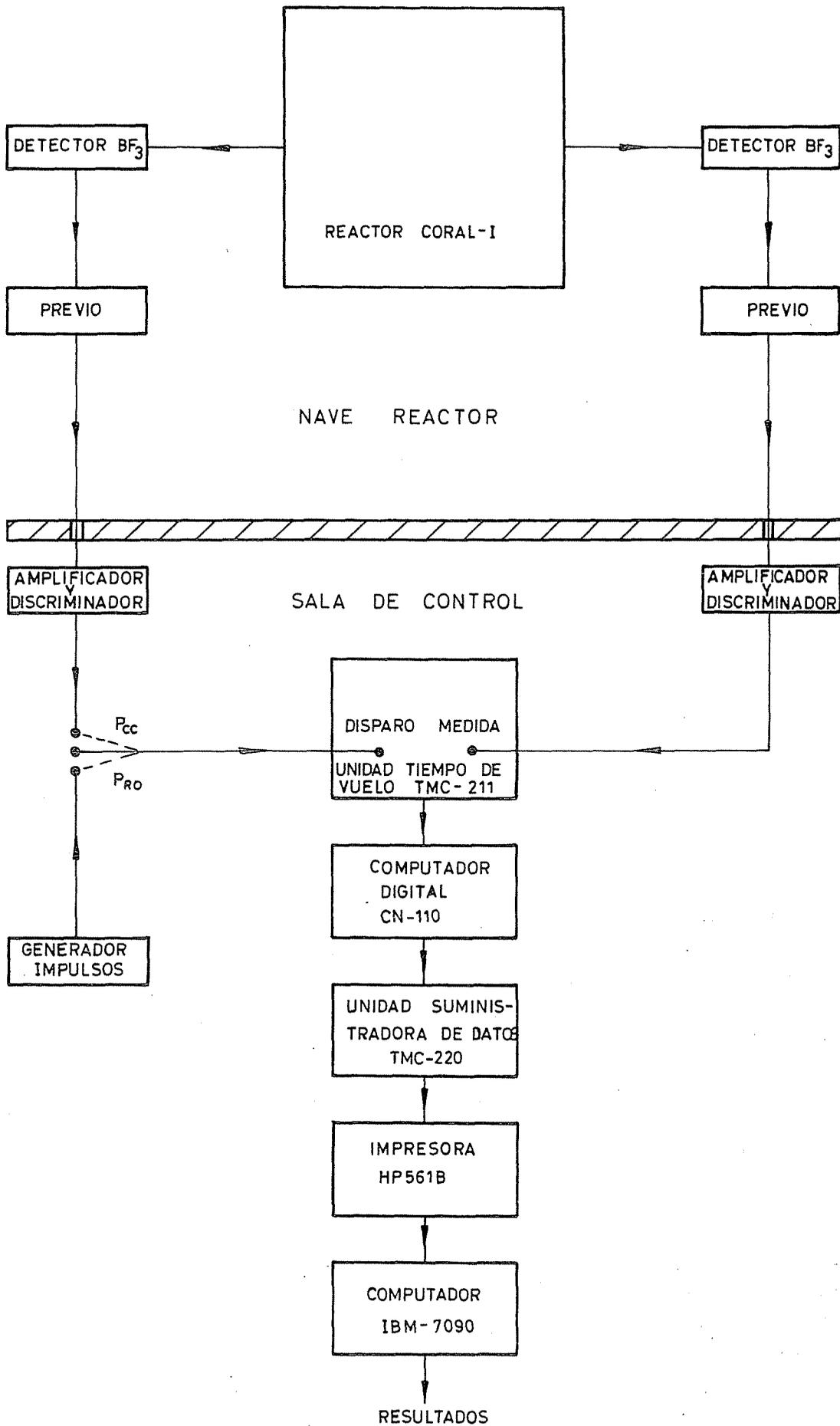


FIG.8 :DIAGRAMA DE BLOQUES DEL DISPOSITIVO EXPERIMENTAL.

Entre el núcleo y el reflector hay un espacio anular que permite el paso de aire. Paralelamente al eje del núcleo existen seis canales para los alojamientos de las dos barras de seguridad, dos de control y dos de compensación, elementos éstos que actúan todos por movimiento de masas de reflector.

En la mitad fija del reflector, según se presenta en la figura 9, existen tres canales experimentales: el canal radial, que es una prolongación del que atraviesa el núcleo, el canal tangencial, que atraviesa horizontalmente el reflector y el canal axial, en la prolongación de eje del núcleo. Existe además un canal para el alojamiento de la fuente de neutrones, utilizada para el arranque del reactor, de Americio-Berilio, de una intensidad 8.3×10^6 neutrones por segundo.

En la figura 10 aparece el conjunto general del reactor y en la figura 11 se representa la mitad móvil del reflector, vista por la cara de contacto de las dos mitades.

4.2.- Canales de medida.

Se utilizaron dos canales de medida, uno para disparo y otro para medida, esencialmente idénticos y, por tanto, intercambiables en sus misiones. Compuestos de detector de trifluoruro de boro, preamplificador, amplificador y discriminador.

Los detectores se colocaron en el canal horizontal que atraviesa el reflector, en la parte fija del reactor, tangencialmente al núcleo por su parte superior. Se tomaron dos detectores del tipo LCT14NE31R y LCT5NE12R, para el canal de disparo y el de medida, respectivamente, cuyas características quedan resumidas en la siguiente tabla:

Detector de neutrones	Sensibilidad para $1 \text{ n/cm}^2 \text{ seg}$ (c/s)	Presión BF_3 (cm Hg)	Temperatura máxima ($^{\circ}\text{C}$)	Longitud útil (cm)	Superficie útil (cm^2)
5NE12R	5.2	70	100	12	94
14NE31R	14	70	100	31	243

TABLA I.- CARACTERISTICAS DE LOS DETECTORES DE NEUTRONES UTILIZADOS

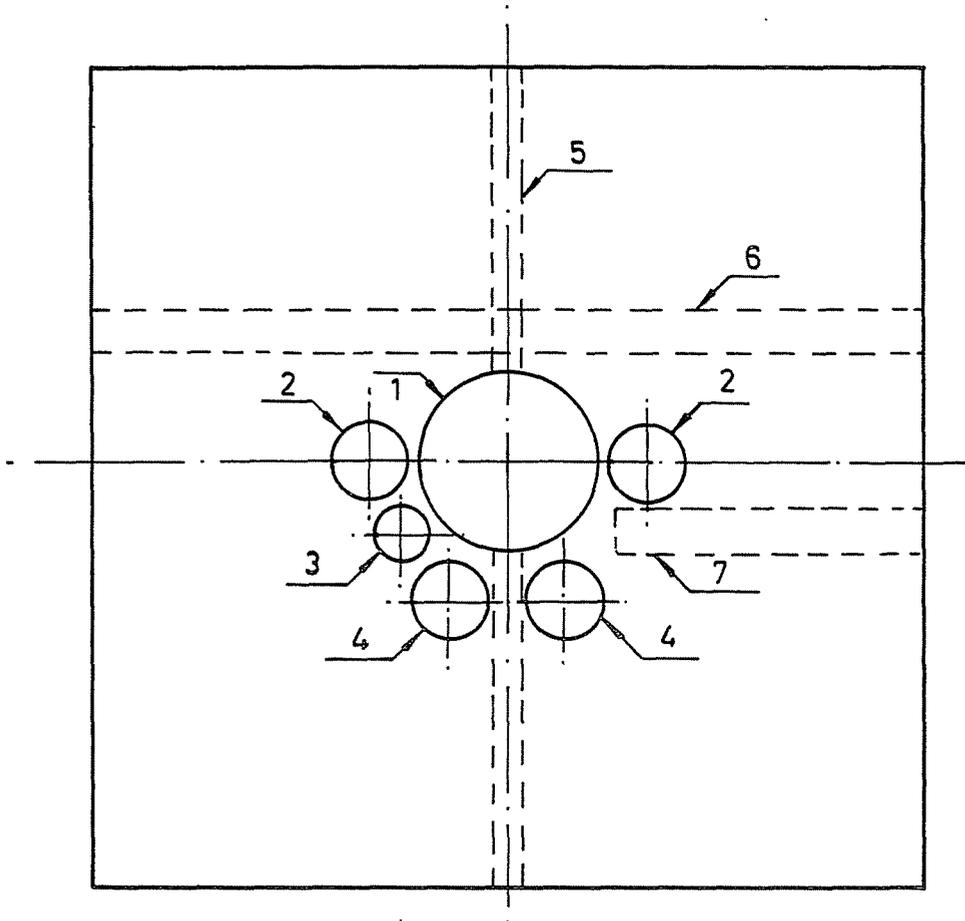


FIG. 9 : MITAD FIJA REFLECTOR

- 1.- Alojamiento del contraémbolo
- 2.- " de barras de seguridad
- 3.- " " barra de control nº1
- 4.- " " barras de compensación
- 5.- Canal radial
- 6.- " tangencial
- 7.- " para alojamiento de la fuente de neutrones

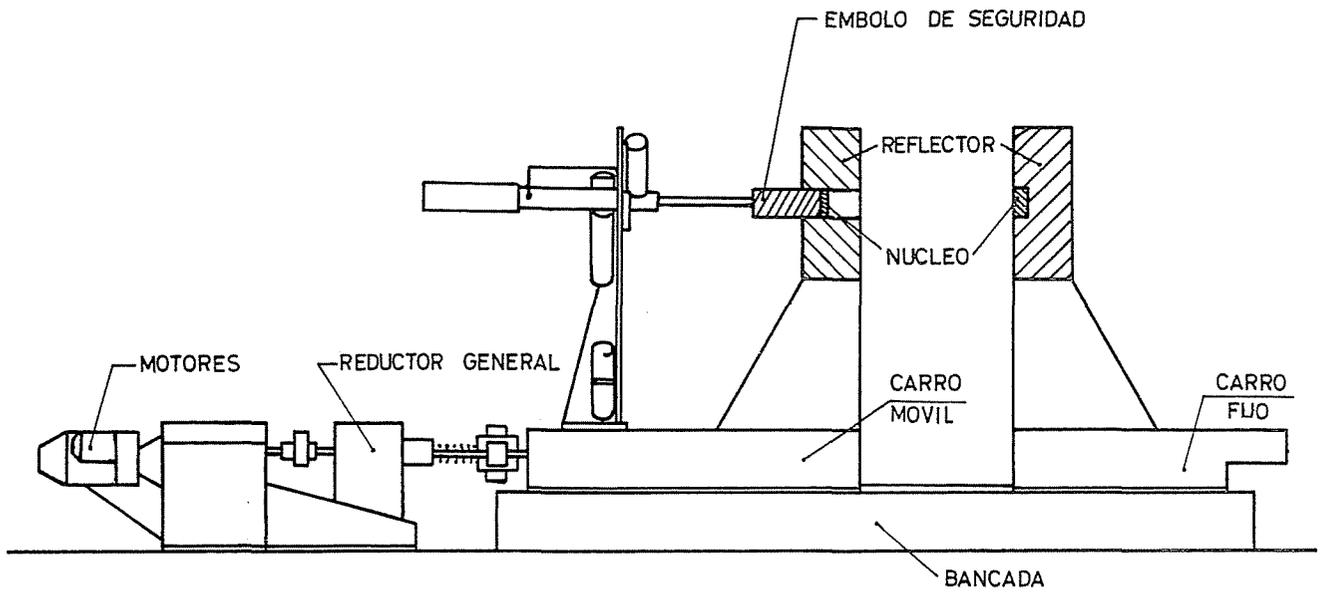


FIG. 10 : CORAL-I CONJUNTO GENERAL

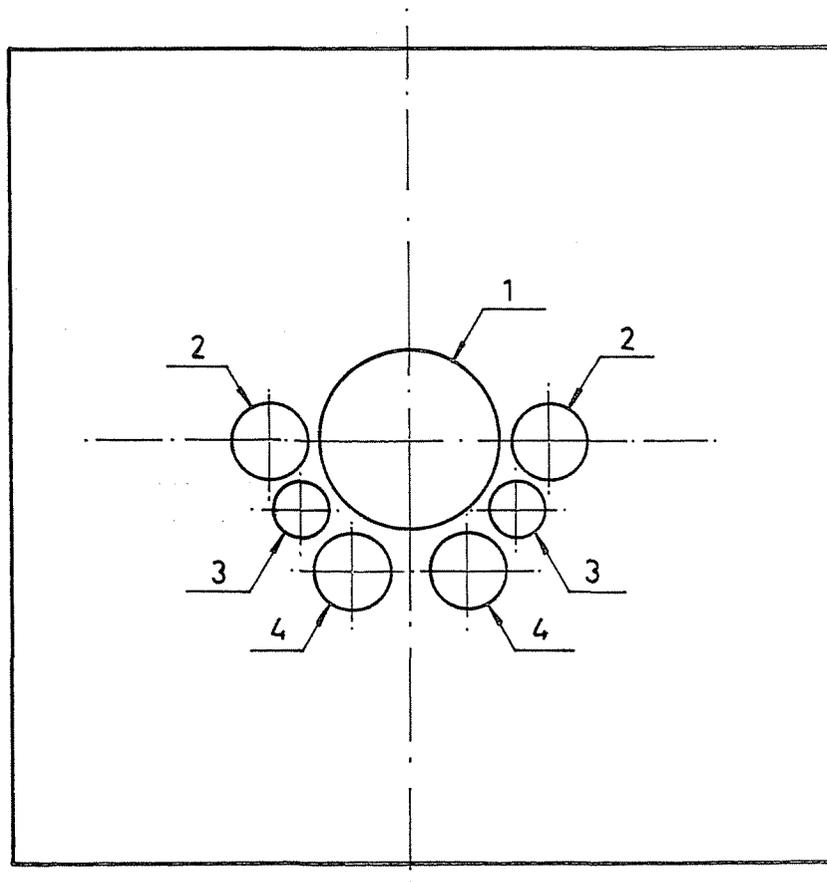


FIG. 11 : MITAD MOVIL REFLECTOR

- 1.- Alojamiento émbolo seguridad
- 2.- " barras seguridad
- 3.- " " control
- 4.- " " compensación

A la salida del detector de neutrones se conecta un previo que permite acoplar impedancias, ante el elevado número de metros de cable coaxial que es preciso utilizar para llevar los impulsos a la sala de medida. En ésta los impulsos son introducidos en un amplificador y a la salida un discriminador permite separar el ruido electrónico de la cadena de detección a la vez que conforman los impulsos, dándolos tanto con polaridad positiva como negativa y un tiempo de elevación despreciable frente al exigido por el analizador. La alimentación de ambas cadenas se efectúa mediante una fuente doble de alta tensión estabilizada, (todo el material electrónico ha sido diseñado y construido en la J.E.N.).

4.3.- Analizador de impulsos.

Para el análisis de los impulsos procedentes de los detectores de neutrones se utilizó un analizador multicanal TMC transistorizado de 256 canales que consta, esencialmente, de una unidad computadora digital (CN-110) y una unidad multiescala suministradora de datos (TM-220). A estas unidades se añaden, según el tipo concreto de análisis a realizar, distintas subunidades, entre ellas:

- unidad lógica de análisis de altura de impulsos, (TMC-210).
- unidad lógica de análisis para neutrones pulsados, (TMC-212).
- unidad lógica de análisis de tiempo de vuelo, (TMC-211).

La misión de estas unidades es actuar como sistema de entrada del analizador, suministrando, en forma digital, al computador CN-110 la información recibida para analizar. En las medidas realizadas se utilizó la unidad lógica de análisis de tiempos de vuelo.

Veamos, con el detalle preciso para la comprensión de cual es su misión dentro del dispositivo experimental, cada uno de los elementos que han sido utilizados para nuestras medidas.

4.3.1.- Computador digital CN-110.

Es la unidad básica del sistema analizador. Contiene todos los elementos necesarios para efectuar el almacenamiento de los datos digitales, suministrados por las distintas unidades lógicas de entrada, en una

memoria magnética constituida por 16 planos formado cada uno por 256 (16 x 16) núcleos magnéticos. Dotado de un convertidor de binario a analógico, puede suministrar datos en tres formas distintas, seleccionables a voluntad: digital, binaria y analógica. En binario reserva ocho "bits" para la dirección correspondiente a cada canal y dieciseis para su contenido aritmético, lo que permite una capacidad máxima por canal de 65535. La información en forma digital es suministrada por el computador a la multiescala mediante trenes de impulsos iguales en número al contenido del canal correspondiente. Mediante el convertidor binario-analógico pueden obtenerse los voltajes correspondientes a la dirección y contenido de cada canal pudiendo acoplarlos a un registrador XY, en el propio CN-110 existe un tubo de rayos catódicos sobre cuya pantalla puede visualizarse el contenido de la memoria, mediante 256 puntos cuya altura es proporcional, con constantes de proporcionalidad variables a voluntad del operador, al contenido del canal correspondiente.

Dos indicadores luminosos indican saturaciones en las variables existentes: dirección de canal (lo que puede ocurrir cuando se utiliza la unidad lógica 212); y la capacidad de canal, momento en que mediante un impulso se para el barrido no acumulándose más datos en los canales.

La memoria, constituida por 256 canales, puede dividirse en subgrupos, con varias posibilidades: dos de 128 canales, o cuatro de 64 canales cada una, pudiendo seleccionarse cualquiera de éstos para la acumulación, quedando los demás con el contenido que anteriormente hubiesen recibido. Además pueden transferirse los contenidos de unos a otros, sumando en la fracción de memoria seleccionada el contenido de aquella otra desde la que se transfiere. Esta particularidad, unida al hecho de que pueden acumularse espectros con carácter substractivo, permite restar espectros entre sí con lo que a un espectro se le puede restar otro que sea el del fondo incoherente correspondiente a la medida realizada, obteniendo así solamente la parte coherente del espectro inicial, para ello se acumula un espectro del fondo incoherente en la opción SUBSTRACT de contaje y luego se transfiere a aquella porción de memoria en que se tenga el espectro total.

4.3.2.- Unidad de salida de datos 220.

Esta unidad proporciona la salida de datos, en forma digital, del CN-110, una vez que se ha completado el proceso de acumulación. Funciona además como reloj, contando el tiempo total de toma del espectro o,

en la opción de tiempo vivo, sólo midiendo el tiempo correspondiente al análisis de impulsos descontando el tiempo muerto producido por los procesos de acumulación en memoria de los impulsos. Con la unidad 211 de tiempo de vuelo como entrada, mide el número de disparos del barrido de canales que se han producido, pudiendo parar el analizador cuando se alcance un número preseleccionado que puede ir desde 10^4 hasta 999×10^4 - disparos. En la forma de lectura permite una doble opción: destructiva, borrándose el contenido de cada canal una vez leído, y no destructiva, conservando el contenido de la memoria después de su lectura, lo que permite acumular nuevos espectros a los ya obtenidos. La salida de datos se obtuvo acoplando a esta unidad una impresora Hewlett-Packard HP-561B, aunque también pueden acoplarse perforadoras de cinta.

La salida de datos da el número de cada canal y, junto a él, su contenido, iniciándose con un canal, denominado cero, para el que se da el número de disparos efectuados.

4.3.3.- Unidad de entrada TMC-211.

Esta unidad lógica de análisis de tiempos de vuelo, inicialmente diseñada para la determinación de energías de partículas nucleares, fue utilizada para las medidas de intervalos de tiempo entre detecciones consecutivas por disponer de circuitos lo suficientemente rápidos como para medir con la necesaria exactitud en el rango del microsegundo. El barrido de los canales se inicia mediante un impulso de disparo que debe reunir las siguientes características: amplitud de +3 a +10 voltios y tiempo de elevación máximo de 0.1 microsegundos, que corresponden a las condiciones impuestas a la salida del canal de disparo en el dispositivo electrónico montado.

Una vez que ha llegado un impulso de disparo, pasa a través de un circuito formador y pone en marcha un oscilador interno de la unidad de 4 megaciclos. La anchura de canal, es decir, el intervalo de tiempo que dura, queda fijada por la frecuencia que se seleccione a partir de la de 4 Mc del oscilador interno, pudiendo tener anchuras de canal que van desde 0.25 hasta 64 microsegundos. Una vez que ha llegado el impulso de disparo la entrada para acumular detecciones en los canales correspondientes al instante de su llegada queda abierta hasta la llegada de la primera, instante en que se cierra durante el tiempo consumido, para acumular el dato en la memoria, por los circuitos correspondientes del CN-110. (En realidad este tiempo es solamente 10 microsegundos, pero se

prolonga hasta 16 para que así resulte un tiempo muerto múltiplo de las distintas anchuras de canal posibles: 0.25, 0.5, 1, 2, 4, 8 y 16 ó fracción exacta para 32 y 64 microsegundos, con lo que a la vez que se registra la cuenta en memoria se avanza en el barrido de canales un número igual al correspondiente a los 16 microsegundos consumidos y así no se altera los intervalos de tiempo existentes entre los impulsos registrados). Estas características nos posibilitan, cuando se utiliza una anchura de canal de 0.25 microsegundos y una fracción de memoria de un cuarto de la misma, a registrar un sólo impulso, como máximo, por barrido y tener así la certeza de que para cada disparo sólo se registra la detección inmediatamente consecutiva y, por tanto, los intervalos de tiempo registrados son efectivamente de separación entre detecciones consecutivas.

Durante el barrido de los canales la entrada de impulsos de disparo queda cerrada, volviendo a abrirse al concluir aquel.

4.3.4.- Calibración del analizador.

Previamente a las medidas, se efectuó una calibración del analizador utilizando un generador de impulsos Philips PM5720/5740, comprobando la duración de cada canal, el valor del tiempo muerto producido por la acumulación de un impulso en memoria y el valor del retardo del barrido respecto al impulso de disparo. Para ello se toman dos impulsos, el primero positivo y el segundo negativo, pudiendo variar a voluntad la separación entre ambos impulsos. Utilizando el primero como impulso de disparo y el segundo como impulso de medida pudo comprobarse para cada canal los instantes de comienzo y final, observando que el comportamiento de los 3 primeros canales era anormal, mientras que a partir del cuarto todos los canales funcionaban correctamente siendo la anchura de 0.25 microsegundos en todos, habiendo efectuado la calibración únicamente para esta anchura de canal por ser la utilizada en las experiencias. El comienzo del canal cuarto resultó ser de 1.25 microsegundos a partir de la llegada del impulso de disparo, por lo que para canal se asignó un tiempo central dado por:

$$t_i = 1.375 + (i - 4) \times 0.25 \mu\text{sec}$$

Respecto al tiempo muerto del sistema desde la llegada del impulso de disparo hasta que queda en disposición de registrar impulsos en memoria, pudo determinarse que era de 0.65 microsegundos.

La constancia de los 16 microsegundos de tiempo muerto por acumulación de una cuenta en memoria y el avance de un número de canales cuya duración equivalga a dichos 16 microsegundos efectuado automáticamente en el analizador, se comprobó mediante 3 impulsos consecutivos, el primero positivo y negativo los dos siguientes y de las mismas características de los anteriormente citados utilizando el primero como disparo y los dos siguientes como impulsos de medida; pudo comprobarse que cuando la separación entre los dos últimos era menor de 16 microsegundos el segundo no era registrado, siéndolo en cuanto dicha separación alcanzaba dicho valor y en un canal separado en 64 canales de aquel en que se registraba el primer impulso de medida, lo que, para los 0.25 microsegundos de anchura de canal utilizado, corresponde a los 16 microsegundos esperados.

La calibración permitió, por tanto, tener confianza total en el funcionamiento del analizador a partir del cuarto canal del barrido, por lo que en las experiencias realizadas sólo se tomaron en consideración los canales posteriores al tercero.

CAPITULO 5

MEDIDAS REALIZADAS Y RESULTADOS

5.1.- Planteamiento general de las medidas.

Mediante el dispositivo experimental presentado en el capítulo anterior se ha determinado la función de distribución de intervalos de tiempo entre detecciones consecutivas de neutrones para distintas reactividades del reactor rápido de potencia cero CORAL-I.

Previamente al ajuste de los datos experimentales a la expresión deducida para $P_{cc}(\tau)$ en (3.79) y al planteamiento de las restantes medidas precisas para la determinación de los parámetros cinéticos buscados, es preciso considerar las transformaciones que pudiera introducir la existencia de una anchura finita en los canales que componen la memoria del analizador multicanal.

Llamando t_{in} y t_{fn} a los instantes de comienzo y final, respectivamente, del canal n -ésimo de la memoria del analizador, el número de detecciones de neutrones registrado en dicho canal, cuando se hayan efectuado N barridos de la memoria, será:

$$C_n = \int_{t_{in}}^{t_{fn}} N P_{cc}(\tau) d\tau$$

Utilizando el valor del instante central de dicho canal n -ésimo, t_n , y la anchura de canal, Δt , resulta:

$$C_n = \int_{t_n - \frac{\Delta t}{2}}^{t_n + \frac{\Delta t}{2}} N P_{cc}(\tau) d\tau$$

Sustituyendo (3.79) se obtiene:

$$C_n = \int_{t_n - \frac{\Delta t}{2}}^{t_n + \frac{\Delta t}{2}} N \cdot \frac{C_2}{\gamma_2} \left[1 + \frac{\gamma_2}{2\sigma} e^{-\alpha \gamma_2 \tau} \right] d\tau$$

Y efectuando la integración:

$$C_n = \frac{NC_2}{\gamma_2} \left[\Delta t + \frac{\gamma_2}{2\sigma} \frac{e^{-\alpha \gamma_2 t_n}}{\alpha \gamma_2} \left(e^{-\alpha \gamma_2 \frac{\Delta t}{2}} - e^{-\alpha \gamma_2 \frac{\Delta t}{2}} \right) \right] \quad (5.1)$$

Para la anchura de canal empleada en las medidas, $\Delta t = 0.25 \mu\text{seg}$, impuesta por el valor de α , del orden de 10^6 seg^{-1} , puede aproximarse, - al ser $\alpha \cdot \gamma_2 \cdot \Delta t$ del orden de 10^{-1} , por:

$$e^{\alpha \gamma_2 \frac{\Delta t}{2}} - e^{-\alpha \gamma_2 \frac{\Delta t}{2}} \simeq \alpha \gamma_2 \Delta t$$

con un error, acotado por $\frac{(\alpha \gamma_2 \Delta t)^3}{24}$, inferior al uno por mil, con lo que en (5.1) resulta:

$$C_n = \frac{NC_2 \Delta t}{\gamma_2} \left[1 + \frac{\gamma_2}{2\sigma} e^{-\alpha \gamma_2 t_n} \right] \quad (5.2)$$

Por tanto la existencia de una anchura finita en los canales del - analizador no varía la expresión formal de C_n respecto a la de $P_{CC}(\tau)$, lo que es consecuencia del hecho de que el efecto integrador introducido por dichos canales puede despreciarse dada la corta duración de los mismos.

Del ajuste de los datos experimentales a una expresión $A + B \cdot \exp[-\alpha \lambda_2 t_n]$, de acuerdo con (5.2), puede deducirse el valor $\alpha \cdot \lambda_2$ y la relación entre el coeficiente de la exponencial y el fondo de la función ajustada. Conocidos estos valores es preciso, para poder determinar los parámetros cinéticos más importantes, (α, β, ℓ) efectuar las siguientes medidas:

- a) Número de detecciones, por unidad de tiempo, en el detector de medida (C_2) para cada distribución P_{CC} analizada.

Impuestas por ser $\Theta = (B/A) \cdot (r_p^2 / \alpha \lambda_2)$, según se demuestra en (5.6), función lineal de la inversa de C_2 con una pendiente $p = \epsilon X / 2 \beta^2$ de cuyo conocimiento puede derivarse el de $\lambda_2 = \sqrt{1 + (4p/r_p^2)}$ para cada reactividad utilizada y, por tanto, el de α a partir del parámetro $\alpha \cdot \lambda_2$ obtenido en el ajuste. Además, a partir de la variación de $1/C_2$ con la reactividad puede comprobarse la bondad de las hipótesis introducidas considerando un modelo de reactor puntual monoenergético.

- b) Número de fisiones existentes en todo el volumen del reactor (F).

A partir del cual es posible determinar la eficiencia absoluta del detector utilizado, pudiendo, a partir del valor ϵ / β^2 obtenido experimentalmente mediante la combinación de medidas de multiplicación en el sistema y de distribuciones P_{CC} , obtener el valor de β para el reactor.

En los siguientes apartados de este capítulo se presentan los resultados obtenidos para todas estas medidas.

5.2.- Determinación de reactividades.

Los distintos niveles de subcriticidad a que se efectuaron las medidas fueron obtenidos mediante la adecuada colocación de las dos barras de control y del émbolo de seguridad. Aquellas actúan por variación de la masa de reflector, al arrastrar en su movimiento parte de éste; tienen un diámetro de 33 mm y una longitud de 320 y 250 mm, respectivamente, llegando la número uno a penetrar 70 mm en la parte fija del reactor, con un recorrido total de 140 mm, mientras que la número dos llega, en su máxima penetración al plano de contacto de las dos mitades del

reactor, con un recorrido de sólo 70 mm. Previamente a las medidas de $P_{CC}(\tau)$ es preciso disponer de las curvas de calibración, en reactividad, de estos elementos de control. Estas calibraciones (GUTIERREZ BERNAL, R. y otros; 1968) se realizan mediante divergencias en el reactor, midiendo el periodo positivo correspondiente a la posición en que se encuentra la barra de control con la que se ha producido la divergencia y a partir de la curva de Nordheim correspondiente al reactor que se presenta en la figura 12, se calcula la reactividad, insertada en escalón, que lo ha originado.

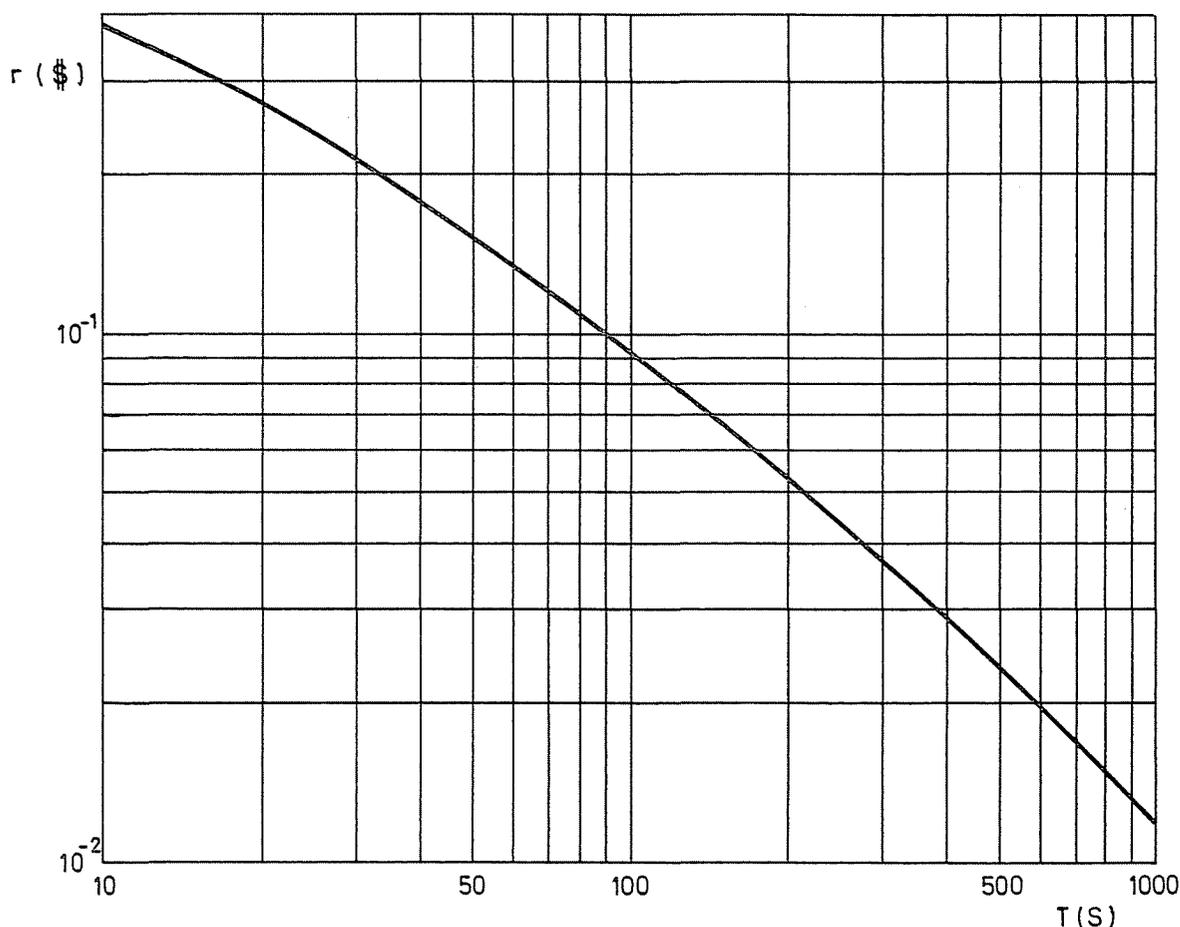


FIG.12.-CURVA DE NORDHEIM PARA CORAL-I

En la figura 13 se representan las curvas de calibración de las dos barras de control, en las que se asigna el valor cero de reactividad a la posición de barra totalmente introducida, por lo que los valores de reactividad para cada punto son de reactividad disponible en dicha posición. Se representa también en dicha figura la influencia, calculada como factor de corrección de las reactividades obtenidas para la barra de control dos, de la posición de la barra de compensación dos. Se ha comprobado que esta barra de compensación no interacciona con la de control

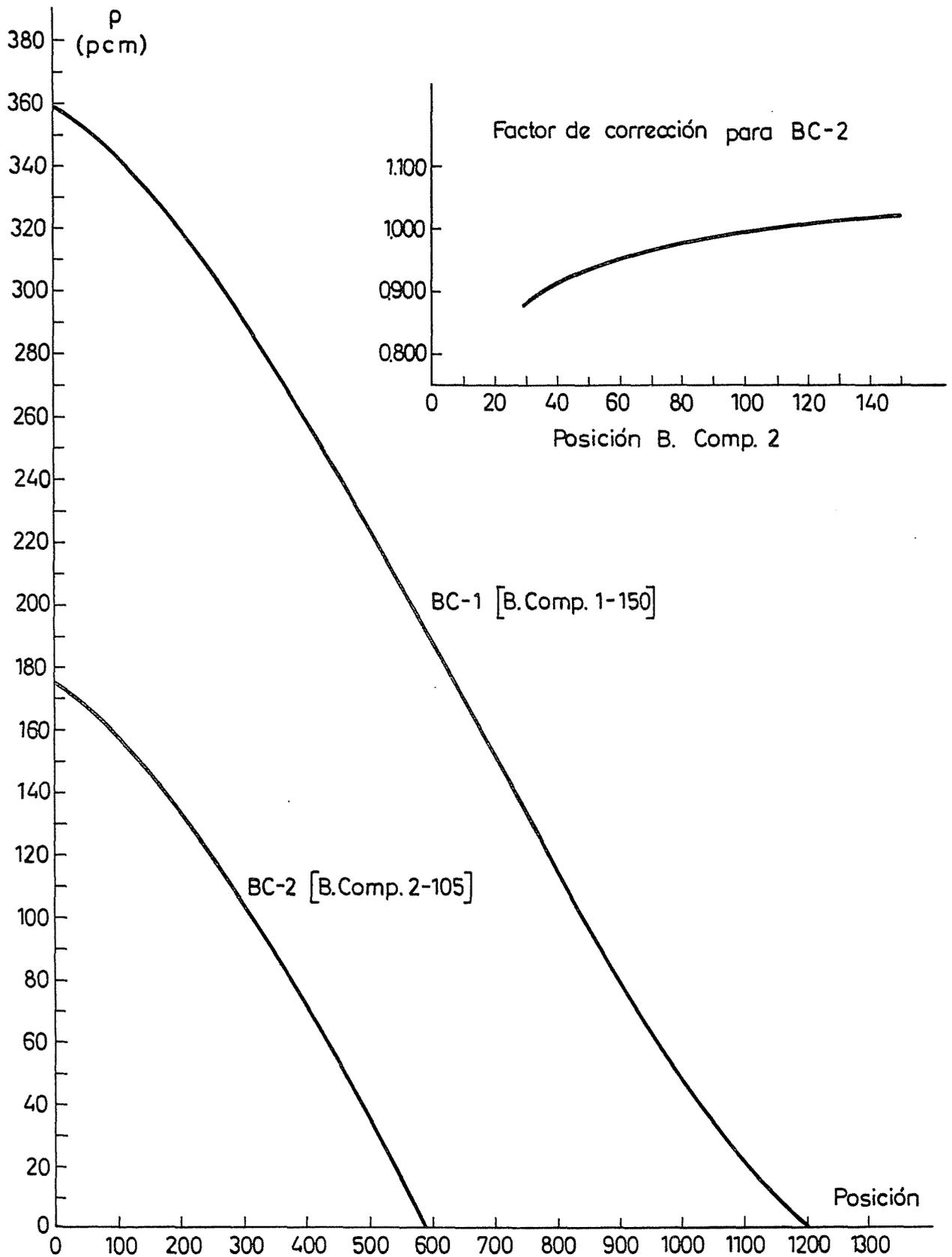


FIG. 13.- CALIBRACION DE LAS BARRAS DE CONTROL

uno, así como que la de compensación uno no lo hace con ninguna de las - de control.

El émbolo de seguridad actúa sobre la reactividad del conjunto mediante separación del combustible, creando un hueco en el centro del núcleo. Se ha efectuado una calibración en reactividad desde una separación de 4.61 mm del contraémbolo hasta la posición de la cota máxima de retroceso de contraémbolo y émbolo unidos, (cuyo valor resultó ser de -0.32 mm a partir de la posición 0.00 mm asignada al contacto de émbolo y contraémbolo), entre estas dos posiciones se cubre un rango de 1400 pcm. La calibración se efectúa mediante medidas de multiplicación para diversas posiciones del émbolo de seguridad, normalizadas todas ellas a la correspondiente a la posición de las dos mitades del reactor totalmente separadas. Obtenido el valor de la multiplicación correspondiente a una determinada posición se puede pasar al número de gramos de Uranio - equivalente mediante las curvas de criticidad, obtenidas al determinar multiplicación para sucesivas cargas del núcleo. Una vez determinado este número de gramos se obtiene la reactividad asociada a dicha posición mediante el equivalente en reactividad del gramo de combustible situado en la base del núcleo, medido en criticidad utilizando las calibraciones de las barras de control para determinar la variación de reactividad asociada a cuatro cargas distintas del núcleo, obteniendo el siguiente valor:

$$q = 1.09 \pm 0.02 \text{ pcm/gr U}$$

Asignado el valor cero a la reactividad correspondiente a la cota máxima de retroceso del contraémbolo, en la figura 14 se representa la calibración del émbolo, representándose ampliada la zona última del movimiento del conjunto, en la que puede apreciarse un cambio brusco de pendiente, producido en el instante en que émbolo y contraémbolo entran en contacto, quedando una zona más plana que corresponde al desplazamiento de émbolo y contraémbolo ya unidos hasta la cota máxima de retroceso.

La reactividad introducida por la fuente de neutrones ha de tenerse en cuenta puesto que el nivel estacionario se obtiene, para los estados subcríticos merced a su presencia en el sistema, mientras que en estado crítico se retira del conjunto. El valor de la reactividad que introduce es -20.3 pcm, (el signo negativo es debido a haber considerado positivas las reactividades correspondientes al sistema subcrítico).

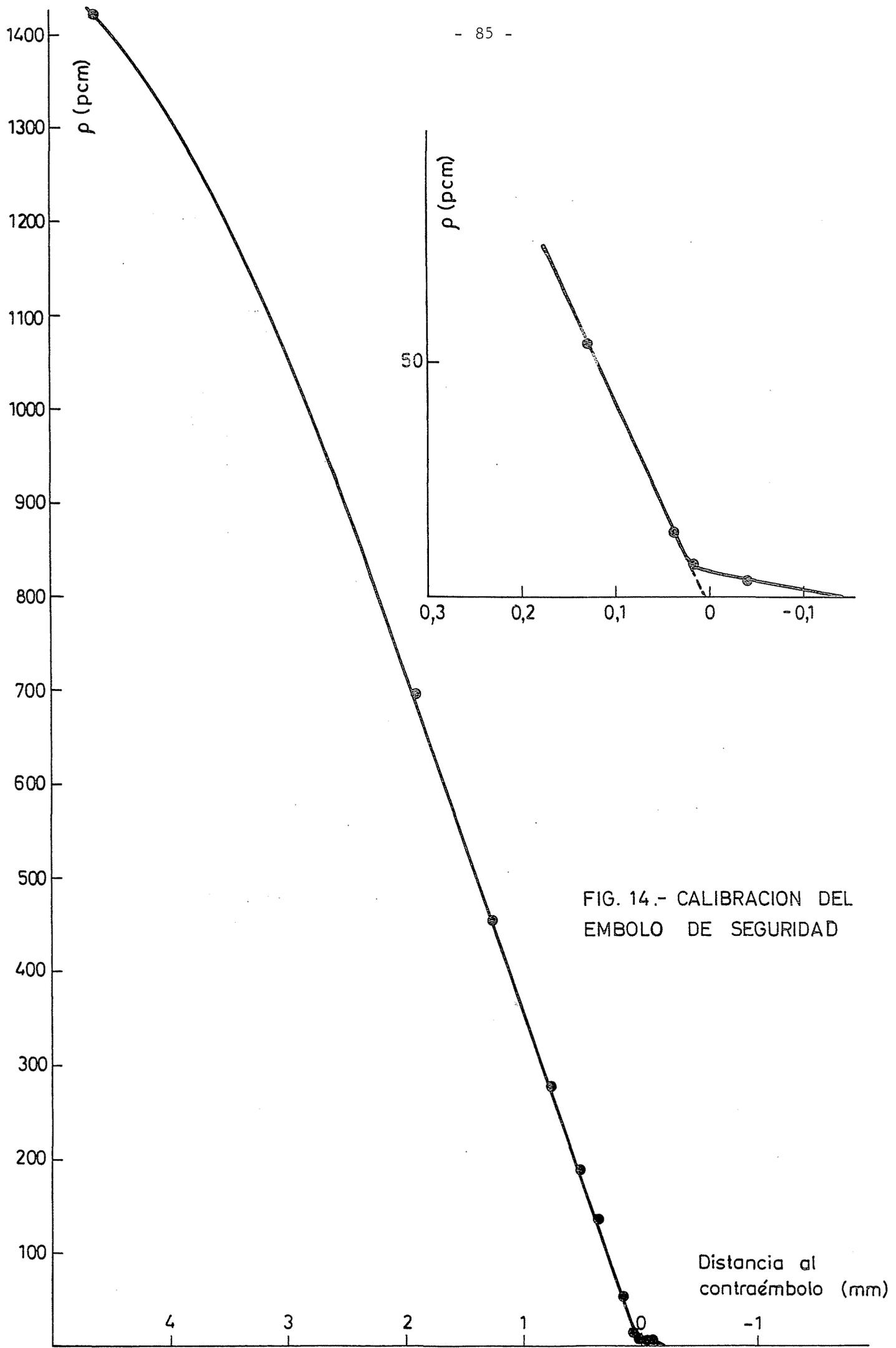


FIG. 14.- CALIBRACION DEL EMBOLO DE SEGURIDAD

En la Tabla II se presentan las reactividades para las que se han efectuado medidas de $P_{cc}(\tau)$, calculadas a partir de las posiciones de los elementos de control que también constan en dicha tabla.

POSICION ELEMENTOS DE CONTROL ^{a)}			REACTIVIDAD
BC 1	BC 2	E.S.	$r_p(\%)$
F	F	20.7	2.420 ± 0.029
F	F	18.8	2.320 0.026
F	F	16.2	2.178 0.022
F	F	11.6	1.920 0.015
F	F	9.0	1.770 0.011
F	F	7.9	1.707 0.009
F	F	5.6	1.571 0.006
F	F	4.4	1.500 0.004
F	F	3.8	1.462 0.004
F	F	2.8	1.402 0.003
F	F	D	1.390 0.003
F	305	D	1.294 0.003
F	445	D	1.220 0.003
144.9	D	D	1.109 0.003

a) Posición referida a lectura numeradores mecánicos.
 F: totalmente extraído D: Totalmente introducido

TABLA II
 DETERMINACION DE LAS REACTIVIDADES UTILIZADAS A PARTIR DE
 LA POSICION DE LOS ELEMENTOS DE CONTROL DEL REACTOR

5.3.- Ajuste de los datos experimentales.

Las distribuciones de cuentas obtenidas se ajustan a la expresión deducida en (5.2) para C_n , utilizando el programa MINUIT de la librería de programas del CERN (JAMES, F. y ROOS, M.; 1971), adaptado para la IBM 7090, existente en el Centro de Cálculo de la Universidad de Madrid.

Dicho programa puede utilizarse con dos propósitos diferentes:

- Matemáticamente, para encontrar el mínimo de una función de n variables.
- Experimentalmente, para ajustar a una determinada ley de variación, un conjunto de datos experimentales.

El procedimiento de minimización se basa en un método descrito en un trabajo de Rosenbrock (ROSENBRÖCK, H.H.; 1960). El funcionamiento del programa puede esquematizarse en la forma siguiente:

- Búsqueda de un punto inicial mínimo (subrutina SEEK).
- Realización de una minimización convergente (subrutina TAUROS).
- Cálculo de errores precisos para la indicada minimización convergente (subrutina PAER).
- Cálculo de los errores de los parámetros ajustados (subrutina MINOS).

El programa principal MINUIT es básicamente una serie de llamadas a las distintas subrutinas existentes, que operan independientemente por lo que puede utilizarse de entre ellas solamente aquellas que se desee y un número de veces también optativo; en nuestros ajustes la subrutina TAUROS es llamada dos veces para mejorar la convergencia del método de minimización, así también la subrutina PAER es utilizada dos veces para mejorar la estimación de los errores de los parámetros ajustados, aunque el cálculo definitivo de estos se efectúa por la subrutina MINOS, que es llamada una sola vez al final del proceso de ajuste.

Previamente es preciso elaborar para cada tipo de ajuste una subrutina, denominada FCN, que se utiliza para calcular la función de minimizar definida por:

$$F(\vec{X}) = \sum_{j=1}^P \left[\frac{C_j - \sum_{i=1}^n X_i f_i(t_j)}{\delta_j} \right]^2$$

siendo:

C_j nº de detecciones registradas en el canal j , correspondiente a un tiempo central t_j ($j = 1 \dots p$).

$f_i(t)$ funciones del tiempo, a cuya combinación lineal se ajustan los valores experimentales.

X_i parámetros a obtener.

$1/\delta_j$ peso asignado a cada C_j .

El listado de la subrutina FCN utilizada para el ajuste a la expresión (5.2) es el siguiente:

```
SUBROUTINE FCN(NPAR,G,F,X,IFLAG)
COMMON/PEPIT/A(64),TIE(64),NPT,SIG(64)
COMMON/CONVER/EPSI,NSTEP,NSTEPQ,NFCN
COMMON/TITLE/TITLE(13),DATE(2),ISW(7),ATIME
DIMENSION X(1)
GO TO (1,4,3,4),IFLAG
1 CALL TM
4 IF(NFCN.LE.5000) GO TO 100
  ISW(4)=0
  ISW(7)=0
100 F=0
  DO 5 I=1,NPT
    F=F+((A(I)-X(I)*EXP(-TIE(I)*X(2))-X(3))/SIG(I))**2
5 CONTINUE
  RETURN
3 WRITE (6,11)
  DO 6 I=1,NPT
    E1=X(1)*EXP(-TIE(I)*X(2))+X(3)
    DIF=A(I)-E1
    DIFR=DIF/A(I)
    CHI=(DIF/SIG(I))**2
    WRITE(6,10) I,TIE(I),A(I),E1,DIF,DIFR,CHI
6 CONTINUE
10 FORMAT(1H ,13,6E16.7)
11 FORMAT(4H I,6X,6HTIEMPO,7X,13HVALOR EXPERIM,3X,13HVALOR TEORICO,
18X,3HDIF,12X,4HDIFR,13X,3HCHI)
  RETURN
END
```

Para obviar el hecho de que los valores asignados durante el ajuste a cualquiera de los parámetros puedan sobrepasar los límites impuestos por las condiciones físicas de la experiencia realizada y, además, - con vistas a una organización más simplificada del programa, se utilizan

dos tipos de valores para cada parámetro, a saber: el valor externo, o real de dicho parámetro, y el valor interno, o valor con que se opera dentro del programa, y que se obtiene a partir del valor externo y de sus límites físicos mediante la transformación siguiente:

$$\theta = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{2 X - (X_M + X_m)}{X_M - X_m}$$

siendo θ el valor interno asignado al parámetro cuyo verdadero valor es X , y X_M y X_m los valores externos máximo y mínimo que dicho parámetro puede tomar.

De esta forma cuando el valor interno de un parámetro tiende a $+\infty$ dicho parámetro se acerca asintóticamente a sus límites físicos. La subrutina FCN es la única que utiliza valores externos, trabajando las restantes con valores internos. Para el paso de un tipo a otro de valores, en ambos sentidos, se utilizan dos subrutinas especialmente programadas con dicho objeto, a las que se denomina INTOEX y EXTIOIN.

Mediante la subrutina SEEK se determina el valor inicial de cada parámetro como etapa previa al proceso de minimización convergente. Para ello se efectúa un muestreo, utilizando un método de Monte-Carlo, de los valores que toma la función a minimizar, seleccionando aquellos quince grupos de valores que dan los quince menores valores de dicha función, efectuando el muestreo tomando valores, para cada parámetro X_i , comprendidos entre $X_i - \Delta X_i$ y $X_i + \Delta X_i$, siendo ΔX_i el error suministrado por el usuario para dicho parámetro.

Una vez concluida la llamada a esta subrutina los parámetros son sustituidos por los valores obtenidos para aquella muestra que da el menor valor de la función $F(\vec{X})$ de los quince seleccionados.

La subrutina TAUROS se utiliza para realizar una minimización de la función F con respecto a todos los parámetros a ajustar. Para ello efectúa un proceso iterativo de cálculo de F variando los parámetros hasta que la variación entre iteraciones resulta inferior a un valor fijado por el usuario, (EPSI), considerando dos iteraciones en la primera llamada a la subrutina y tomando hasta cinco iteraciones en la segunda llamada, comprobando que en todas ellas las diferencias entre los valores de

F obtenidos quedan acotados por EPSI. El cálculo se interrumpe después de que dos (o cinco en la segunda llamada a la subrutina) cambios en el valor de cada parámetro han sido efectuados, indicando si el mínimo alcanzado verificó o no la condición de acotación fijada por el valor EPSI.

Para calcular los errores de los parámetros estimados y mejorar el ajuste al poder encontrar nuevos mínimos, se utiliza la subrutina PAER. Para el cálculo de errores se supone en esta subrutina que la función F es parabólica en todos los parámetros en un entorno del mínimo y se obtiene la matriz de errores mediante inversión de la matriz de las derivadas segundas de la función F respecto a los parámetros, estimando estas derivadas mediante diferencias finitas y realizando el proceso dos veces, la primera con pequeños incrementos en los parámetros y la segunda con las desviaciones standard obtenidas en la primera aproximación. Los errores así estimados son únicamente una aproximación a los verdaderos errores con que se determinan los parámetros, tanto menos aproximada conforme más asimétrica sea la función F en alguno de estos parámetros en un entorno del mínimo.

Si durante este proceso se obtiene un mínimo mejor que el suministrado por TAUROS, el programa retorna a la subrutina TAUROS efectuando nuevamente la minimización con este mínimo como valor inicial, pudiendo ocurrir esto hasta 10 veces al final de las cuales sólo se retorna de PAER a TAUROS si el nuevo mínimo encontrado por PAER mejora al último obtenido en un valor superior al valor EPSI fijado.

Una vez encontrado un mínimo y calculado los errores de los parámetros por la subrutina PAER sin encontrar ningún otro que mejore el ajuste, se procede a calcular los verdaderos errores con que se estiman dichos parámetros mediante la SUBRUTINA MINOS, que no asume forma parabólica, ni ninguna otra, para la función F alrededor del mínimo, sino que estudia dicho mínimo como función de cada variable. Para ello se fija cada parámetro $X(i)$ al valor $XT(i) + XERR(i)$, (siendo $XT(i)$ el valor de $X(i)$ obtenido para el mínimo y $XERR(i)$ el error estimado para $X(i)$ por la subrutina PAER), minimizando la función F con los restantes $n-1$ parámetros, con lo que puede determinarse de nuevo el valor de $XERR(i)$, tomando como error positivo de $X(i)$ el valor de $XERR(i)$ que hace que la función F se ha incrementado respecto a su valor en el mínimo en un factor UP, que puede fijarse por el usuario según el criterio de error que se escoja. Análogamente se calcula el error negativo del parámetro repitiendo el procedimiento para cada uno de los parámetros ajustados.

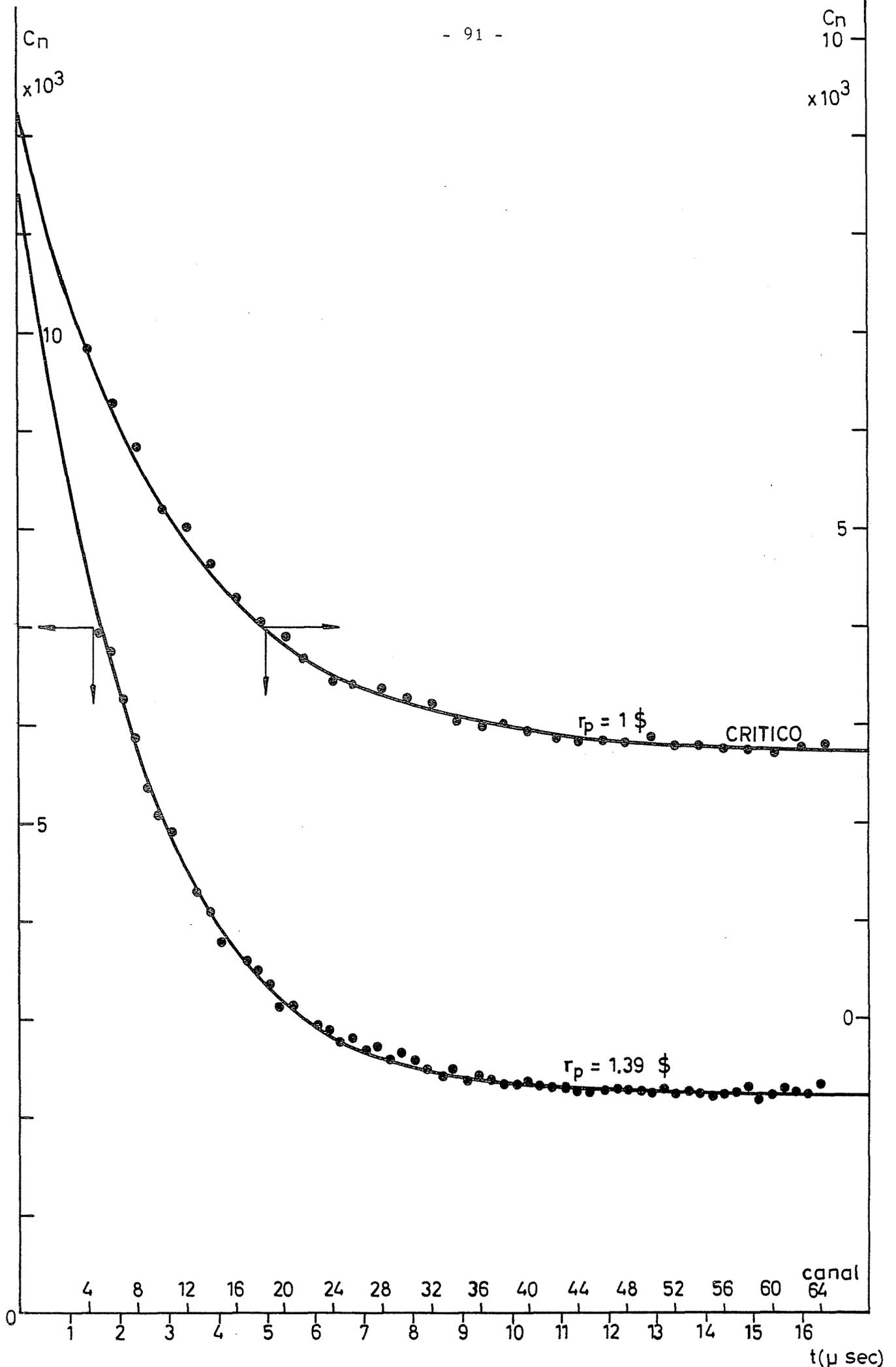


FIG.15 AJUSTE DE $P_{cc}(z)$ OBTENIDAS A DISTINTAS REACTIVIDADES

La disposición de MINOS en el final del programa viene justificada por ser la subrutina que consume más tiempo lo que exige que sólo se aplique cuando se está seguro de haber alcanzado el mínimo de F. Análogamente al utilizar la subrutina FCN en todos los pasos del programa que exigen minimización de F, esta subrutina debe estar perfectamente elaborada con vistas a obtener la máxima simplificación y, por tanto, el menor consumo de tiempo posible.

En la figura 15 se presentan las distribuciones obtenidas para $r_p = 1.390 \text{ \$}$ y $r_p = 1 \text{ \$}$, superpuestas a las cuales figuran las ajustadas por el programa, pudiéndose comprobar la bondad del ajuste.

5.4.- Resultados.

En la Tabla III se presentan los resultados obtenidos en el ajuste de las distribuciones $P_{CC}(\tau)$, medidas para las distintas reactividades seleccionadas en el CORAL-I, y en la Tabla IV figuran los correspondientes a las medidas efectuadas con el conjunto en estado crítico para distintos niveles medios de flujo neutrónico. En ambas tablas se indica el número de barridos de memoria realizados, esto es, el número de intervalos de tiempo entre detecciones consecutivas que componen la muestra analizada. Se reflejan en dichas tablas los valores obtenidos para los parámetros A, B y $\alpha \cdot \gamma_2$ ajustados de acuerdo con (5.2):

$$C_n = A + B \exp \left[- \alpha \gamma_2 t_n \right]$$

así como los errores con que están determinados, dados por sus desviaciones standard. En la Tabla IV se usa como indicación del nivel de potencia de funcionamiento la corriente en el canal lineal nº 1 de la propia instrumentación del reactor, habiéndose determinado en las calibraciones en potencia que 1 watio corresponde a 4.26×10^{-9} A en dicho canal 1.

5.5.- Medidas de multiplicación.

Controlando el ritmo de contaje en el detector de medida en las distintas determinaciones de P_{CC} efectuadas puede comprobarse, según se deduce de su representación en la figura 16, que su inversa varía linealmente con la reactividad. Por lo tanto, el reactor se ajusta en su comportamiento al de uno homogéneo y desnudo, lo que confirma la validez de la hipótesis introducida en el desarrollo teórico del capítulo 3 al

r_p (\\$)	N ($\times 10^6$)	$\alpha \lambda_2$ ($\times 10^5 \text{ s}^{-1}$)	B	A
2.420	9	7.455 ± 0.137	7990 ± 136	903 ± 6
2.320	4	7.380 ± 0.203	3670 ± 167	414 ± 6
2.178	3.76	6.760 ± 0.167	3545 ± 134	436 ± 5
1.920	5.04	6.150 ± 0.121	5590 ± 155	725 ± 6
1.770	9	5.770 ± 0.087	10975 ± 244	1518 ± 9
1.707	7.56	5.415 ± 0.072	9755 ± 170	1443 ± 9
1.571	3	5.100 ± 0.079	8025 ± 155	1341 ± 9
1.500	6	4.815 ± 0.076	8910 ± 182	1630 ± 9
1.462	6	4.725 ± 0.072	9550 ± 183	1807 ± 9
1.402	9	4.465 ± 0.051	13800 ± 180	2942 ± 13
1.390	6	4.420 ± 0.074	10150 ± 220	2232 ± 13
1.295	3	4.100 ± 0.078	5150 ± 105	1454 ± 9
1.220	4	3.880 ± 0.070	6900 ± 120	2442 ± 13
1.109	1	3.520 ± 0.177	1815 ± 76	1288 ± 9

TABLA III
RESULTADOS MEDIDAS P_{cc} CON REACTOR SUBCRITICO

Lin 1 ($\times 10^{-10} \text{ A}$)	N ($\times 10^6$)	$\alpha \lambda_2$ ($\times 10^5 \text{ s}^{-1}$)	B	A
.49	6	3.285 ± 0.030	13255 ± 120	1440 ± 13
.66	6	3.280 ± 0.036	12770 ± 195	1905 ± 16
1.0	6	3.312 ± 0.036	12985 ± 125	2910 ± 15
1.5	7	3.310 ± 0.042	15365 ± 180	4945 ± 22
2.0	6	3.241 ± 0.083	6480 ± 148	2715 ± 25

TABLA IV
RESULTADOS MEDIDAS P_{cc} CON REACTOR CRITICO

suponer un reactor puntual con neutrones de una única energía.

Para determinar la expresión de la pendiente de dicha recta tomamos $\Lambda = \ell$ en (3.75) con lo que resulta:

$$\frac{1}{C_2} = \frac{r_p \beta \ell}{\sigma \epsilon_2 \chi} \quad (5.3)$$

En las medidas efectuadas con el reactor subcrítico estacionario - el término fuente puede considerarse formado por dos contribuciones distintas:

- la de la fuente de neutrones utilizada para el arranque, de intensidad S_e neut/seg.
- la de los neutrones retardados, cuyo número por unidad de tiempo es $\bar{\nu} \beta F$ (siendo F el número de fisiones en el sistema, $F = C_2 / \epsilon_2$).

$$S = S_e + \bar{\nu} \beta \frac{C_2}{\epsilon_2}$$

Con lo que de (5.3) se obtiene:

$$S = S_e + \frac{\bar{\nu} \sigma \chi}{r_p \ell} \quad (5.4)$$

Introduciendo $\sigma_e = S_e \cdot \ell / \bar{\nu} \cdot \chi$ y sustituyendo (5.4) en la expresión de σ , resulta:

$$\sigma = \sigma_e \frac{r_p}{r_p - 1}$$

Llevando esta expresión a (5.3):

$$\frac{1}{C_2} = \frac{\beta \bar{v}}{S_e \epsilon_2} (r_p - 1) \quad (5.5)$$

Por tanto, del ajuste a una recta de los datos que figuran en la - Tabla V puede obtenerse el valor de $\beta \bar{v} / S_e \epsilon_2$. En dicha tabla se presenta para cada reactividad la inversa del ritmo de cuentas del detector de medida y el error con que se determina, calculado a partir del de dispersión de las medidas efectuadas (Δ_{1/C_2}) acumulándole el debido al error en el determinación de la reactividad correspondiente, a través de la pendiente obtenida al representar $1/C_2$ en función de r_p formando así θ_{1/C_2} en un proceso iterativo hasta que la pendiente considerada quede dentro del margen de error de la obtenida en el ajuste, realizado con la inversa de los cuadrados de dichos errores como factores de peso.

r_p (\$)	$1/C_2$ (x 10 ⁻⁴)	Δ_{1/C_2} (x 10 ⁻⁴)	θ_{1/C_2} (x 10 ⁻⁴)
2.420	25.125	0.033	0.55
2.320	24.270	0.070	0.49
2.178	21.740	0.050	0.42
1.920	17.480	0.042	0.29
1.770	14.815	0.033	0.21
1.707	13.070	0.027	0.17
1.571	11.200	0.022	0.11
1.500	9.260	0.013	0.08
1.462	8.342	0.006	0.08
1.402	7.657	0.012	0.06
1.390	6.700	0.010	0.06
1.295	5.305	0.007	0.06
1.220	4.063	0.004	0.06
1.109	1.911	0.002	0.06

TABLA V
VARIACION DE LA INVERSA DEL RITMO DE CUENTAS DEL
DETECTOR DE MEDIDA CON LA REACTIVIDAD

Ajustando estos datos por mínimos cuadrados a una recta se deduce para la pendiente:

$$P_1 = \frac{\beta \bar{v}}{S_e \epsilon_2} = (18.84 \pm 0.14) \times 10^{-4} \text{ cuent}^{-1} \cdot \text{s} \quad (5.6)$$

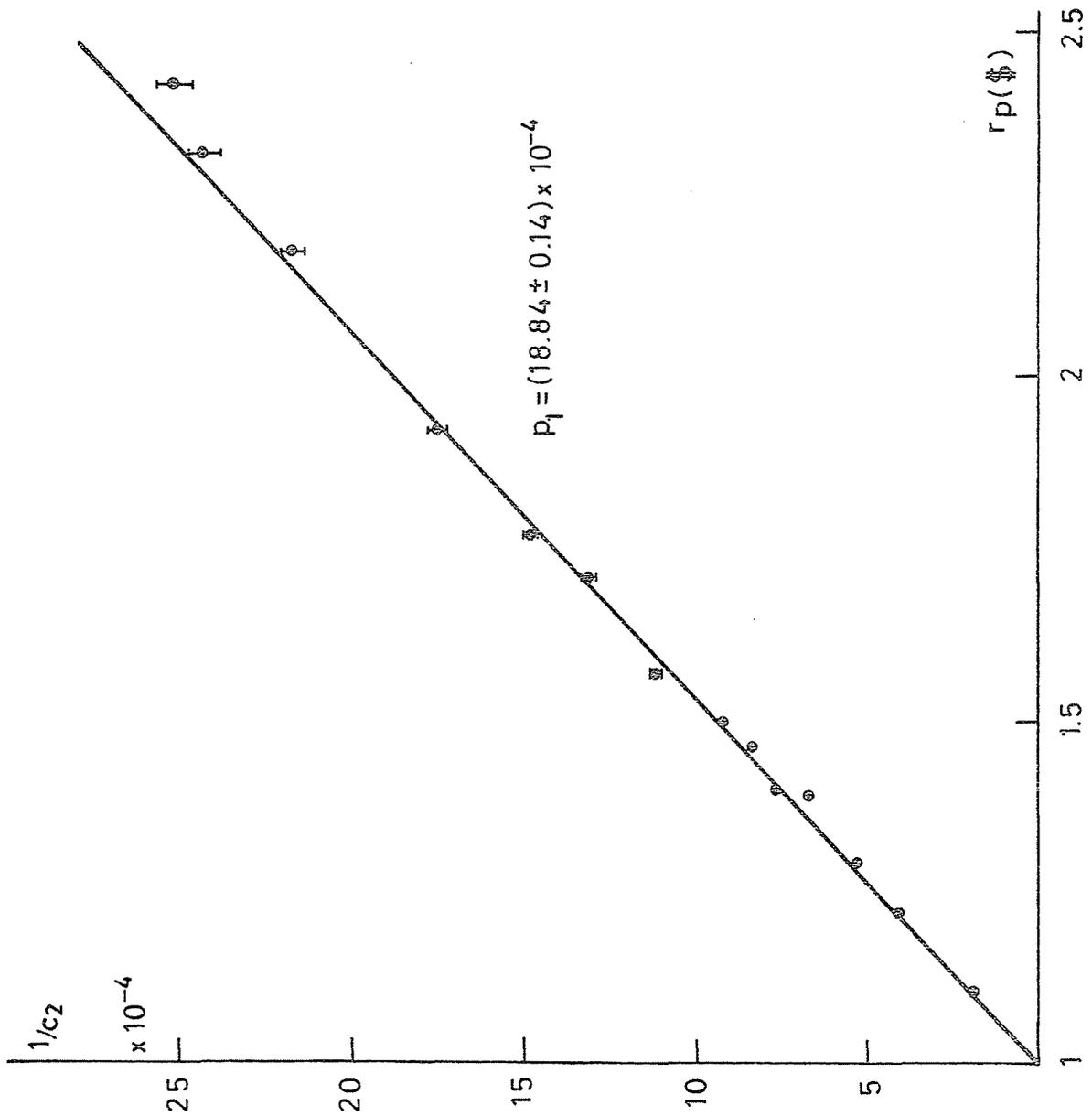


FIG. 16.- VARIACION $1/c_2$ CON LA REACTIVIDAD

5.6.- Estudio de la razón entre el coeficiente de la exponencial y el fondo en las distribuciones P_{CC}.

De la expresión de C_n dada por (5.2) se deduce que la relación entre el coeficiente de la exponencial y el fondo en las distribuciones de intervalos entre detecciones consecutivas obtenidas experimentalmente, vendrá dada por:

$$\frac{B}{A} = \frac{\gamma_2}{2 \sigma}$$

Relacionando σ con la inversa del ritmo de cuentas en el detector de medida, de acuerdo con (5.3) resulta:

$$\frac{B}{A} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_2 \chi \gamma_2}{r_p \beta \ell} \frac{1}{C_2}$$

Introduciendo $\alpha = \frac{\beta}{\ell} r_p$ se obtiene finalmente:

$$\frac{B}{A} = \frac{1}{2} \frac{\alpha \epsilon_2 \chi \gamma_2}{r_p^2 \beta^2} \frac{1}{C_2}$$

Por tanto la expresión $\Theta = (B/A) \cdot (r_p^2 / \alpha \gamma_2)$, cuyos elementos son todos datos experimentales, o resultados del ajuste de los mismos, debe variar linealmente con la inversa del ritmo de cuentas en el detector de medida:

$$\frac{B}{A} \cdot \frac{r_p^2}{\alpha \cdot \gamma_2} = \frac{\epsilon_2 \chi}{2 \beta^2} \frac{1}{C_2} \quad (5.7)$$

En la Tabla VI se presentan los valores obtenidos en las medidas realizadas. El error con que se determina la expresión Θ se calcula a partir de la matriz de errores suministrada por la subrutina PAER del programa de ajuste, que permite obtener, llamando

$$y = \frac{B}{A} \cdot \frac{1}{\alpha \cdot \gamma_2}$$

el error relativo de y, dado por:

$$\left(\frac{\delta y}{y}\right)^2 = \left(\frac{\delta A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\delta B}{B}\right)^2 + \left(\frac{\delta \alpha \gamma_2}{\alpha \cdot \gamma_2}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{\delta_{AB}^2}{A \cdot B} + \frac{\delta_A^2 \alpha \gamma_2}{A \cdot \alpha \cdot \gamma_2} + \frac{\delta_B^2 \alpha \gamma_2}{B \cdot \alpha \cdot \gamma_2}\right)$$

combinando cuadráticamente este error con el de r_p^2 y el de $1/C_2$, transmitido mediante la pendiente de la recta ajustada, se obtiene el error de dicha expresión Θ para cada medida.

$1/C_2$ (x 10^{-4})	Θ (x 10^{-6})
25.125	69.50 ± 3.85
24.270	64.50 ± 4.20
21.740	57.00 3.80
17.480	46.25 2.40
14.815	39.30 2.10
13.070	36.40 1.20
11.200	29.00 1.10
9.260	25.50 1.00
8.347	23.90 0.85
7.657	20.65 0.52
6.700	19.90 0.66
5.305	14.50 0.56
4.063	10.80 0.40
1.911	4.90 0.40

TABLA VI
VARIACION DE Θ CON LA INVERSA DEL
RITMO DE CUENTAS DEL DETECTOR DE
MEDIDA

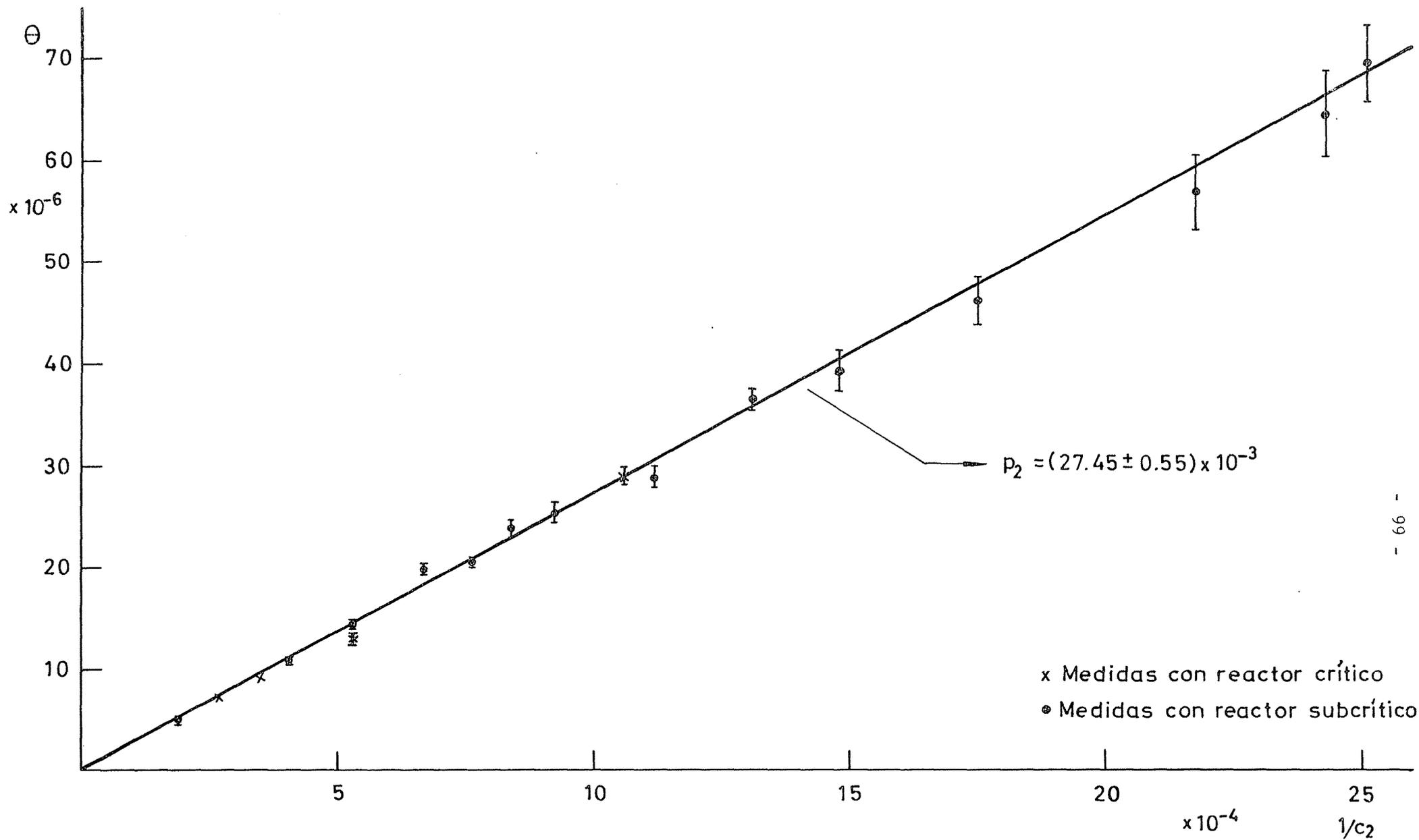


FIG. 17.- VARIACION DE θ CON $1/c_2$

En la figura 17 se representan los valores de dicha tabla, y del ajuste lineal de los mismos se deduce para la pendiente de la recta correspondiente:

$$P_2 = \frac{\epsilon_2 \chi}{2 \beta^2} = (27.45 \pm 0.55) \times 10^{-3} \text{ cuent/fis} \quad (5.8)$$

Se presentan también en dicha figura los valores de Θ correspondientes a medidas con el reactor crítico, pudiendo comprobarse que existe acuerdo total con la recta ajustada a partir de los datos obtenidos en subcrítico.

5.7.- Variación de la constante de decaimiento de los neutrones rápidos (α) en el reactor con la reactividad.

Del ajuste de las distribuciones P_{cc} obtenidas experimentalmente a la expresión teórica deducida para C_n , dada por (5.2), se obtiene para cada reactividad empleada el valor correspondiente del producto $\alpha \cdot \gamma_2$. Para corregir del factor γ_2 este producto, y obtener así el parámetro que realmente nos interesa, podemos utilizar el valor de la pendiente de la recta obtenida al representar Θ en función de $1/C_2$. En efecto, al venir dada dicha pendiente por:

$$P_2 = \frac{\epsilon_2 \chi}{2 \beta^2}$$

podemos sustituir en la expresión de γ_2 (3.75), con lo que resultará:

$$\gamma_2 = \sqrt{1 + \frac{4p_2}{r_p^2}} \quad (5.9)$$

obteniendo así el valor de γ_2 para cada una de las reactividades utilizadas, valores que figuran en la Tabla VII, junto con los de α obtenidos a partir del producto $\alpha \cdot \gamma_2$, corregido ya de dicho factor γ_2 .

r_p (\$)	ν_2 -	α (x 10^5 s $^{-1}$)
2.420	1.00930 \pm 0.00028	7.390 \pm 0.163
2.320	1.01015	29 7.310 0.216
2.178	1.01150	32 6.685 0.179
1.920	1.01475	35 6.060 0.128
1.770	1.01735	40 5.673 0.093
1.707	1.01865	37 5.314 0.076
1.571	1.02200	43 4.990 0.079
1.500	1.02410	48 4.700 0.076
1.462	1.02535	50 4.610 0.071
1.402	1.02755	55 4.347 0.051
1.390	1.02800	55 4.299 0.073
1.295	1.03225	63 3.971 0.076
1.220	1.03620	70 3.741 0.068
1.109	1.04365	85 3.372 0.170

TABLA VII
VARIACION DE ν_2 Y α CON LA REACTIVIDAD

Veamos en el capítulo 1 que la variación de α con la reactividad instantánea debe ser lineal según una ley:

$$\alpha = \alpha_c \cdot r_p$$

siendo α_c el valor de dicha constante de decaimiento de los neutrones rápidos para el reactor en estado crítico con los neutrones retardados ($r_p = 1$). En la figura 18 se representa dicha variación y del ajuste lineal de los valores de la Tabla VII resulta:

$$\alpha_c = (3.09 \pm 0.09) \times 10^5 \text{ s}^{-1} \quad (5.10)$$

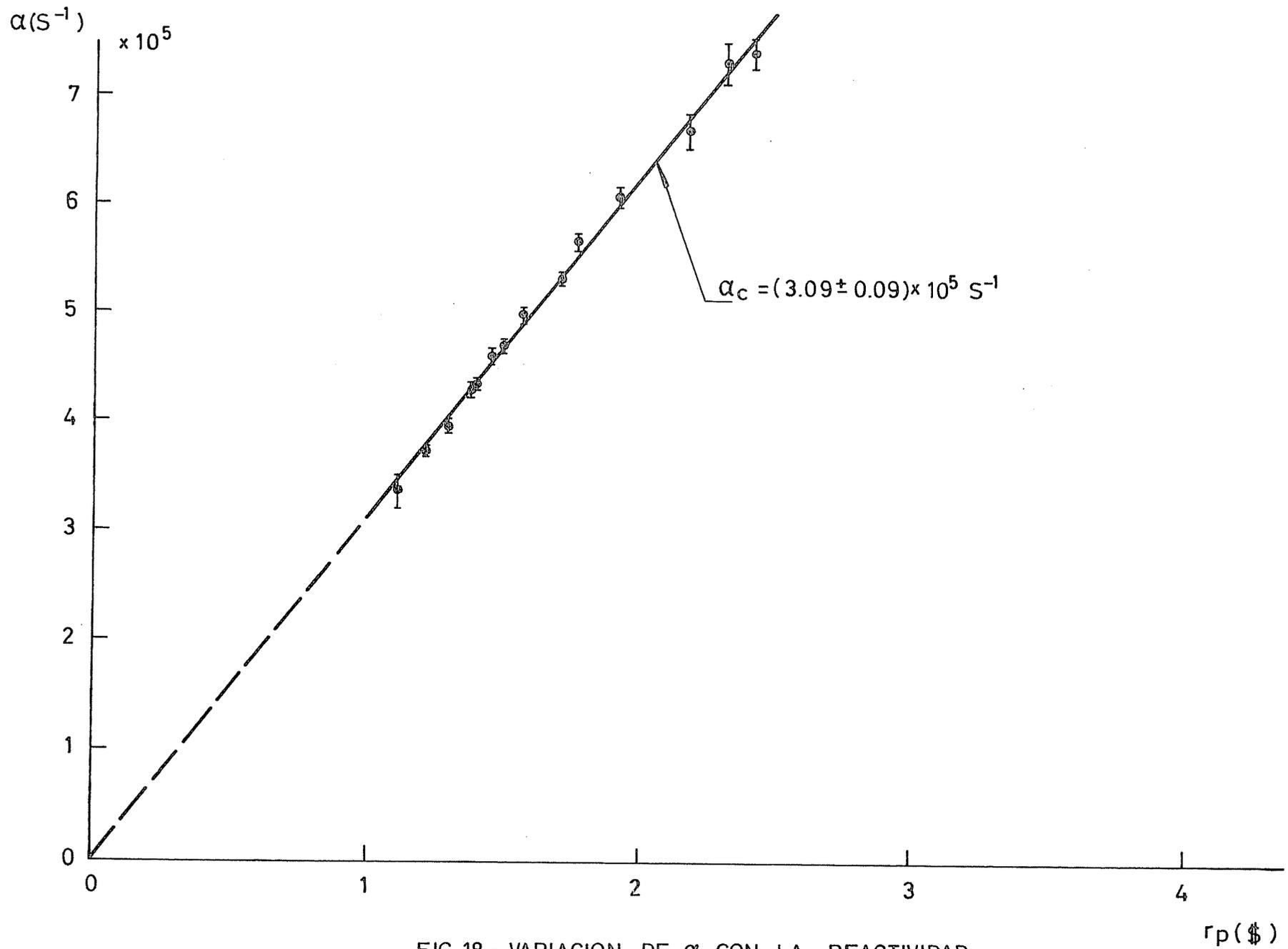


FIG. 18.- VARIACION DE α CON LA REACTIVIDAD

En la Tabla IV se presentaban los resultados del ajuste de las distribuciones obtenidas con el conjunto en estado crítico con los neutrones retardados. De (5.9) puede obtenerse el valor de λ_2 correspondiente a esta situación haciendo $r_p = 1\%$, con lo que resulta:

$$(\lambda_2)_c = 1.05345 \pm 0.00105$$

corrigiendo los parámetros $(\alpha \cdot \lambda_2)_c$ de dicha Tabla con este valor de $(\lambda_2)_c$ y calculando, también a partir de los datos de la misma, los valores de la expresión Θ resultan los valores de la Tabla VIII:

$1/C_2$ (x 10^{-4})	$(\alpha \cdot \lambda_2)_c$ (x 10^5 s^{-1})	Θ (x 10^{-6})	α_c (x 10^5 s^{-1})
10.580 \pm 0.020	3.285 \pm 0.030	26.90 \pm 0.55	3.130 \pm 0.029
7.640 0.011	3.280 0.036	19.60 0.30	3.125 0.035
5.270 0.007	3.312 0.036	12.95 0.30	3.155 0.035
3.530 0.004	3.310 0.042	9.00 0.25	3.155 0.040
2.690 0.003	3.241 0.083	7.10 0.20	3.087 0.079

TABLA VIII
VALORES DE Θ Y α EN LAS MEDIDAS EFECTUADAS CON REACTOR CRITICO

Los valores de Θ se representan en la figura 17, en función de $1/C_2$, superpuestos a las medidas realizadas en subcrítico, ajustándose perfectamente a la misma recta que ésta, puesto que dicha ley de variación dada por (5.7) es únicamente función de la eficiencia del detector utilizado, el mismo en todas las medidas, y no del término fuente.

Los valores obtenidos experimentalmente para α_c coinciden, dentro del margen de error, en todas las medidas con el deducido a partir de las realizadas con el conjunto subcrítico, deduciéndose como valor medio

de todas las medidas realizadas en crítico:

$$\alpha_c = (3.125 \pm 0.020) 10^5 \cdot s^{-1} \quad (5.11)$$

5.8.- Determinación de la fracción efectiva de neutrones retardados

Conocido a partir de (5.8) el valor de ϵ_2/β^2 es posible determinar β si se conoce la eficiencia del detector de neutrones utilizado en las medidas de P_{CC} . Puesto que para cada experiencia realizada se ha de terminado el ritmo de cuentas en el detector de medida, C_2 , de la definición utilizada para la eficiencia, $\epsilon_2 = C_2/F$, se deduce que para conocer ésta es preciso determinar el ritmo de fisiones, F , existente en cada una de las experiencias realizadas, tal como se indicaba en el apartado 5.1.

La determinación del ritmo de fisiones se ha efectuado mediante -
(DE FRANCISCO, J.L., y otros; 1973):

- cálculo del número de fisiones en todo el reactor, referido a una por unidad de volumen en el centro del reactor (F/F_0).
- medida del número de fisiones, por unidad de tiempo y volumen, en el centro del reactor (F_0).

Para el cálculo de la relación F/F_0 se considera en el núcleo del reactor una distribución de fisiones dada por (GLASSTONE, S. y EDLUNG, M.C.; 1952):

$$n_f(r, z) = J_0 \left(\frac{2.405}{R_0 + l_e} r \right) \cdot \cos \frac{\pi}{2} \frac{z}{H_0 + l_e} \quad (5.12)$$

correspondiente a un núcleo cilíndrico de radio R_0 y semialtura H_0 . Siendo J_0 la función de Bessel de orden cero y l_e la longitud extrapolada del sistema considerado.

A fin de conocer el valor de l_e , y comprobar en la dirección radial la bondad de la distribución de fisiones considerada, se utilizaron medidas de ritmo de cuentas realizadas en distintas posiciones a lo largo del canal radial con una cámara de fisión miniatura de U-235 al 93.5% obteniendo los valores, normalizados al valor obtenido en el centro, que se presentan en la figura 19. Superpuestos a éstos se presenta la $J_0(\lambda r)$ ajustada correspondiente a un valor de λ :

$$\lambda = 0.2267 \pm 0.0021 \text{ cm}^{-1}$$

pudiéndose comprobar la concordancia de los datos experimentales con la distribución asignada.

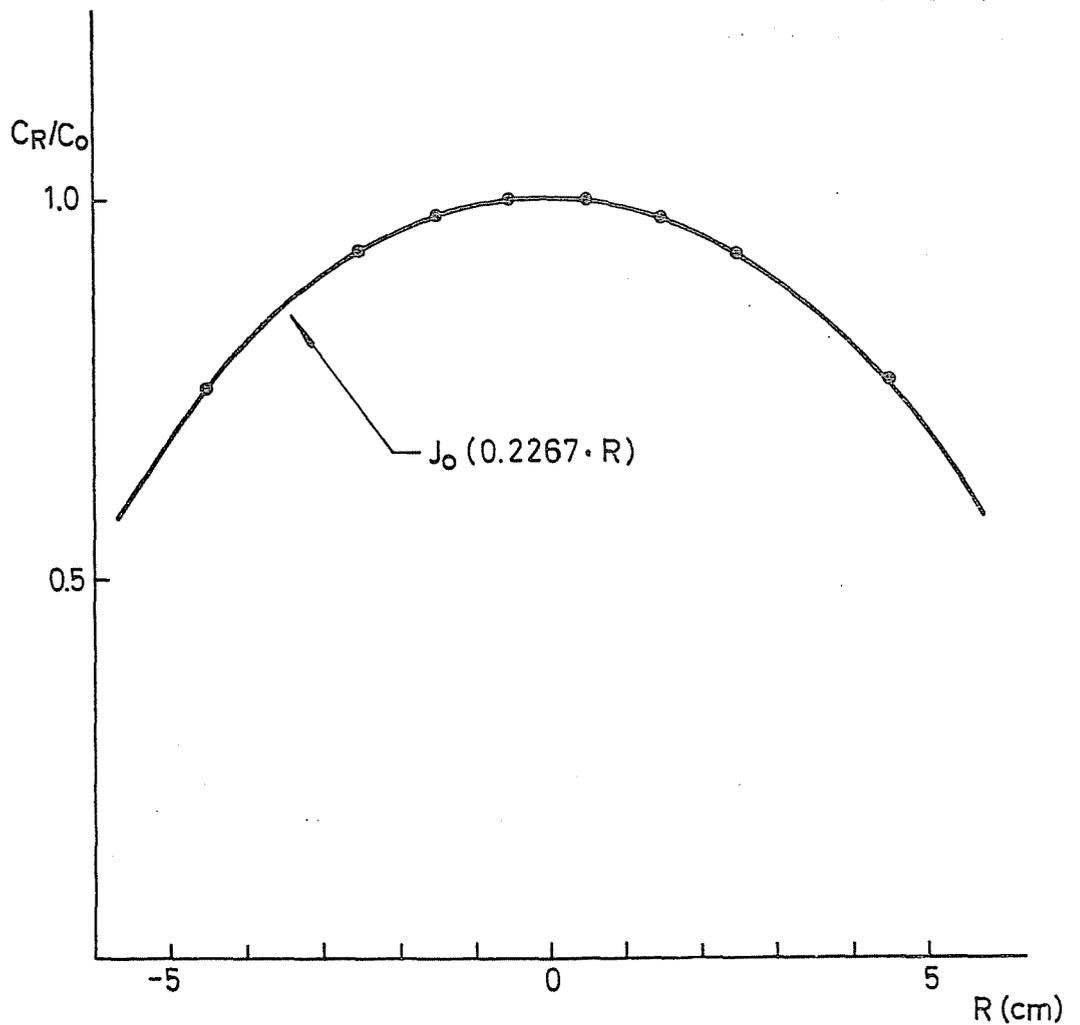


FIG. 19.- DISTRIBUCION DE FISIONES EN EL CANAL RADIAL

Sustituyendo el valor del radio del núcleo, $R_0 = 5,7$ cm, resulta:

$$l_e = 4.9 \pm 0.1 \text{ cm}$$

Efectuando la integración para todo el núcleo, se obtiene:

$$F / F_0 = 881 \pm 9 \text{ cm}^3$$

Este término ha sido también calculado aplicando el método de Monte-Carlo, obteniendo un resultado acorde con el anterior; del cálculo por Monte-Carlo se ha deducido también que la probabilidad de que, producida una fisión, tenga lugar en el núcleo es 0.77, y en el reflector 0.23; por lo que podemos obtener la relación buscada mediante:

$$F/F_0 = F / F_0 \times \frac{1}{0.77}$$

con lo que resulta:

$$F/F_0 = 1144 \pm 14 \text{ cm}^3$$

Considerando los huecos existentes en el reactor para los canales experimentales y los elementos de control y seguridad, resulta:

$$F/F_0 = 1082 \pm 14 \text{ cm}^3$$

La medida de F_0 se realiza mediante la irradiación de una lámina de plástico colocada sobre un depósito de Uranio enriquecido al 90% en U-235, en el alojamiento de sondas existente en el centro del núcleo. El número de trazas producidas en el material plástico por los productos de fisión liberados por el depósito es una medida del número de fisiones que se han producido en la zona ocupada por dicho depósito. Una vez calibrado el método (RODRIGUEZ MAYQUEZ, E.; 1973), se ha obtenido:

$$F_0 = (3.55 \pm 0.11) \times 10^6 \text{ fis cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$$

para un nivel de referencia en los canales lineales de la instrumentación del reactor

$$\text{Lineal 1} = .596 \times 10^{-9}$$

$$\text{Lineal 2} = .536 \times 10^{-10}$$

Utilizando el valor obtenido para F/F_0 resulta, para dicho nivel en los canales lineales, un ritmo de fisiones:

$$F = (3.84 \pm 0.13) \times 10^9 \text{ fis/s}$$

A partir de este valor puede determinarse el ritmo de fisiones en cada una de las experiencias efectuadas y, combinándole con el valor medido del ritmo de cuentas en el detector de medida, deducir la eficiencia de éste, que resulta ser:

$$\epsilon_2 = (3.04 \pm 0.04) \times 10^{-6} \text{ cuent/fis} \quad (5.13)$$

Sustituyendo este valor en (5.8) y tomando $\chi = 0.795 \pm 0.007$ (DIVEN, B.C. y otros; 1956) se obtiene el valor de la fracción efectiva de neutrones retardados del CORAL-I:

$$\beta = (6.63 \pm 0.17) \times 10^{-3} \quad (5.14)$$

5.9.- Vida media de los neutrones instantáneos en el reactor rápido CORAL-I.

La vida media de los neutrones instantáneos en el reactor puede determinarse una vez conocidos los valores correspondientes de α_c y β . De (1.9) se deduce:

$$l = \frac{\beta}{\alpha_c}$$

y sustituyendo los valores obtenidos en (5.11) y (5.14) resulta:

$$\ell = (2.12 \pm 0.06) \times 10^{-8} \text{ s}$$

La intensidad de la fuente de neutrones utilizada en el reactor puede determinarse a partir de (5.6) una vez conocidos β y ϵ_2 . Tomando $\bar{\nu} = 2.44 \pm 0.03$ (DIVEN, B.C. y otros; 1956), resulta:

$$S_e = (2.82 \pm 0.09) \times 10^6 \text{ neut/s}$$

que resulta inferior en un factor 3 al valor real de la intensidad de dicha fuente. Este valor queda justificado por la posición de la fuente en el reflector que da lugar a que sólo una fracción de los neutrones emitidos por la misma sean inyectados eficientemente en el sistema.

Queda, por tanto, determinados mediante el estudio de la distribución P_{CC} , combinado con medidas de multiplicación y de ritmo de fisiones, aquellos parámetros que, desde un punto de vista cinético, tienen mayor importancia en el reactor: β , ρ y ℓ como ya se planteaba en el apartado 1.2.

CONCLUSIONES

De lo expuesto en el presente trabajo puede deducirse:

- a) Se ha comprobado que las teorías de Kolmogorov sobre procesos ramificados permiten abordar de forma sistemática todos los problemas estadísticos de la detección neutrónica, supuesto que el comportamiento de las cadenas de neutrones es markoviano.

Mediante la utilización de funciones generadoras de probabilidad de detección, deducidas por aplicación de las teorías anteriores, puede estudiarse cualquier método de análisis de ruido de reactores.

- b) La función de distribución de intervalos de tiempo entre detecciones consecutivas de neutrones, P_{CC} , se simplifica notablemente al considerarla en reactores rápidos.
- c) Además de esta simplificación de las expresiones teóricas, el método de análisis de ruido basado en la medida de P_{CC} presenta la ventaja de precisar un dispositivo experimental menos complicado que otros métodos de posible aplicación en reactores rápidos.
- d) Las medidas de P_{CC} realizadas en el reactor rápido de potencia cero - CORAL-I, para un rango de reactividades negativas de 2% , se ajustan a las expresiones previamente deducidas. Se obtiene a partir de estas medidas la variación, en dicho rango de reactividades, de la constante de decaimiento de los neutrones instantáneos en el sistema.
- e) Combinando estas medidas de P_{CC} con medidas de multiplicación y de ritmo de fisiones en el sistema, se ha deducido el valor de la fracción efectiva de neutrones retardados del reactor, obteniendo un valor en total acuerdo con el calculado mediante teoría de perturbaciones utilizando 26 grupos energéticos para expresar la distribución espacial de flujo y flujo adjunto.

- f) Se ha determinado la vida media de los neutrones instantáneos en el reactor (ℓ), obteniendo un valor similar a los correspondientes a reactores rápidos de características semejantes a las del CORAL-I.

- g) Asimismo se determina la eficiencia absoluta del detector de neutrones utilizado en el canal de medida en las experiencias de P_{CC} , lo que permite la calibración en potencia del reactor. Se deduce también el valor efectivo de la fuente de neutrones utilizada en el sistema.

- h) Los errores debidos a las aproximaciones introducidas al considerar P_{CC} en un reactor rápido son inferiores al uno por ciento, como se comprueba al sustituir los valores obtenidos para los parámetros en las expresiones correspondientes.

- i) De la variación con la reactividad de la constante de decaimiento de los neutrones instantáneos en el sistema se puede deducir que existe concordancia entre los valores de la reactividad medidas por medio de la determinación de dicha constante y los calculados a partir de las calibraciones de los elementos de control del reactor, basadas en medidas de periodo.

APENDICE I

APLICACION DE F.G.P. AL ESTUDIO DE DIVERSOS METODOS DE ANALISIS
EN EL DOMINIO DEL TIEMPO DEL RUIDO NEUTRONICO DE UN REACTOR

A.1.- Método de Rossi- α .

Este método de análisis del ruido en tiempo de un reactor se basa en el estudio de la probabilidad de obtener una detección durante un intervalo $d\tau$, un tiempo τ después de una obtenida para $t=0$. Su expresión teórica fue deducida por vez primera (HOFFMANN, F. de; 1949) mediante consideraciones probabilísticas elementales. Veamos como puede obtenerse mediante la utilización de la f.g.p. para dos intervalos de detección, dada por (3.58).

Introduciendo la probabilidad $P'(m_2, m_3)$ de obtener m_2 y m_3 detecciones en Δ_2 y Δ_3 , respectivamente, con la condición de que exista, al menos, una en Δ_2 , se define la correspondiente f.g.p. mediante:

$$G'(x_2, x_3) = \sum_{m_2=1}^{\infty} \sum_{m_3=0}^{\infty} P'(m_2, m_3) x_2^{m_2} x_3^{m_3} \quad (A.1)$$

La condición de que exista detección en Δ_2 no cambia la distribución relativa de detecciones en Δ_2 y Δ_3 , por lo que:

$$\frac{P'(m_2, m_3)}{P'(n_2, n_3)} = \frac{P(m_2, m_3)}{P(n_2, n_3)} \quad (m_2 \neq 0, n_2 \neq 0)$$

de donde, aplicando la condición de normalización:

$$\sum_{m_2=1}^{\infty} \sum_{m_3=0}^{\infty} P'(m_2, m_3) = 1$$

resulta:

$$P'(m_2, m_3) = \frac{P(m_2, m_3)}{1 - \sum_{m_3=0}^{\infty} P(0, m_3)} \quad (m_2 \neq 0)$$

Llevándolo a (A.1) se obtiene:

$$G'(x_2, x_3) = \sum_{m_2=1}^{\infty} \sum_{m_3=0}^{\infty} \frac{P(m_2, m_3)}{1 - \sum_{m_3=0}^{\infty} P(0, m_3)} x_2^{m_2} x_3^{m_3}$$

$$G'(x_2, x_3) = \frac{G(x_2, x_3) - G(0, x_3)}{1 - G(0, 1)} \quad (A.2)$$

El número de detecciones efectuadas en Δ_3 viene dado por:

$$\bar{m}'_3 = \left[\frac{\delta G'(x_2, x_3)}{\delta x_3} \right]_{(x_2=x_3=1)} = \frac{1}{1 - G(0, 1)} \left[\frac{\delta G(x_2, x_3)}{\delta x_3} - \frac{\delta G(0, x_3)}{\delta x_3} \right]_{(x_2=x_3=1)}$$

Sustituyendo la expresión de $G(x_2, x_3)$, dada por (3.58), se obtiene para la probabilidad $P_1(\tau)$ medida en este tipo de experimentos:

$$P_1(\tau) = \lim_{\substack{\Delta_2 \rightarrow 0 \\ \Delta_3 \rightarrow 0}} \frac{\bar{m}'_3}{\Delta_3} = C_m \left(1 + \frac{1}{2\sigma} e^{-\alpha \tau} \right) \quad (A.3)$$

Siendo C_m el ritmo de cuentas del detector utilizado en el intervalo Δ_3 : $C_m = \sigma \epsilon X / r_p \beta l$.

Las primeras experiencias de este tipo fueron realizadas por Orndoff en reactores rápidos mediante el dispositivo experimental esquematizado en la figura 20, basado en el registro continuado de coincidencias retardadas de impulsos procedentes de uno o de dos detectores.

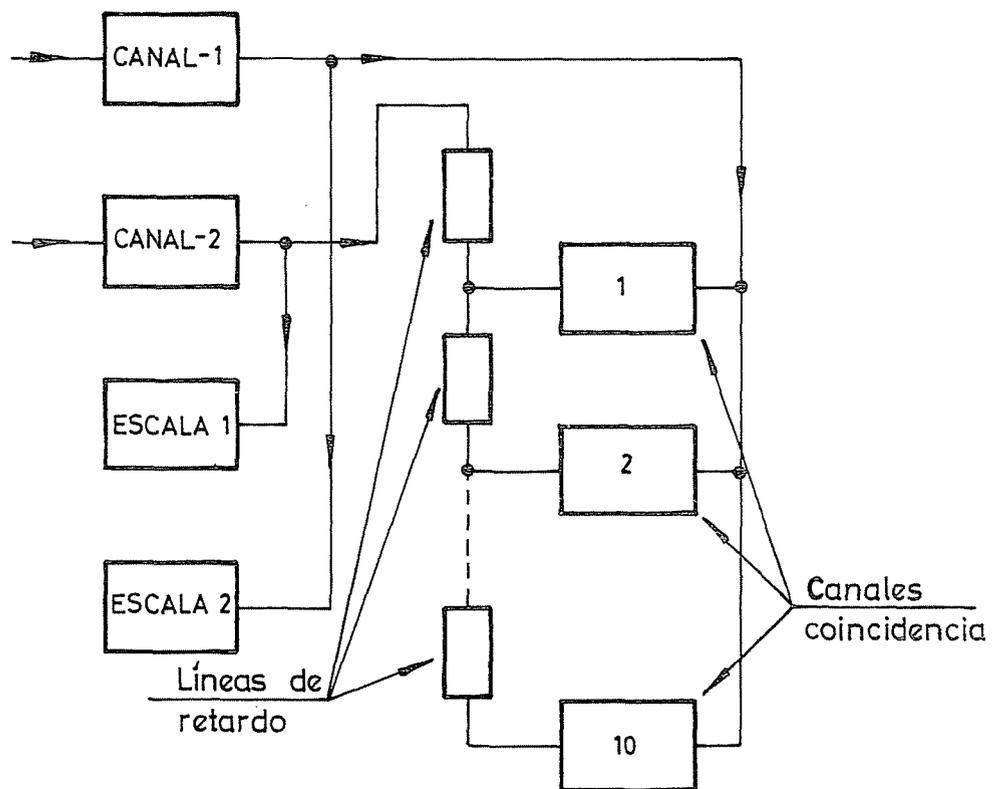


FIG. 20.- ANALIZADOR DE ORNDOFF

En reactores térmicos, en los que el decaimiento de un haz neutrónico es mucho más lento que en uno rápido, la probabilidad de una detección en $d\tau$ para un τ posterior a una obtenida para $t=0$, se mide usualmente mediante la utilización de un analizador multicanal trabajando según el siguiente principio: una detección inicial arbitraria dispara un generador de impulsos, que actúa como reloj interno del sistema haciendo avanzar los canales, las detecciones posteriores a la de disparo son registradas y acumuladas en el canal del analizador que se encuentra abierto para el instante de llegada de las mismas. Después de que se ha

completado el barrido de todos los canales que componen la memoria del - analizador, éste queda parado a la espera de una detección de disparo - que inicie un nuevo barrido y así se repite el ciclo muchas veces. Las detecciones de disparo y medida pueden proceder o bien de dos detectores de neutrones distintos o bien del mismo.

Es importante destacar que esta técnica experimental da como resul- tado la medida de una probabilidad $P_2(\tau)d\tau$ distinta de la medida me- diante un analizador de Orndoff, a la que denominábamos $P_1(\tau)d\tau$. Conse- cuentemente cuando se interpretan mediante la función $P_1(\tau)d\tau$ resulta- dos obtenidos experimentalmente con la última técnica vista, surge un - desacuerdo que se ha querido explicar por distintos medios, así se sugie- re que la probable causa de este desacuerdo sean efectos espaciales no - considerados en el desarrollo de $P_1(\tau)d\tau$, (STRIBEL, T.; 1964), mien- tras que Bryce trata de obtener una expresión distinta de $P_1(\tau)d\tau$ me- diante la utilización de funciones de Green (BRYCE, D.H.; 1964). Sin em- bargo puede explicarse esta discrepancia y obtener la expresión de la - probabilidad realmente medida, mediante un detallado análisis de la expe- riencia realizada, siendo aquí donde la f.g.p. cobra toda su importancia al permitir introducir claramente en un planteamiento teórico ligeras di- ferencias experimentales, que otro tipo de planteamiento no tan sistemá- tico no permitiría tener en cuenta, al menos de una manera sencilla.

Consideremos la escala de tiempos de la figura 21. En el instante t_1 el analizador está dispuesto para ser disparado, iniciando así el ba- rrido. Supuesto que la detección de disparo correspondiente se produce durante el intervalo Δ_2 , que por tanto será de una duración infinitesimal, existe un intervalo Δ_1 , que corresponde al tiempo de espera por el sistema del impulso de disparo. Supuesto que la duración del ciclo de -

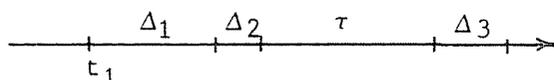


FIG. 21

ESCALA DE TIEMPOS PARA EXPERIMENTO
ROSSI- α II

análisis es lo suficientemente - grande para que se pueda conside- rar que la condición de una de- tección en Δ_2 ha sido consegui- da (lo que equivale a suponer - que, siendo T la duración del ba- rrido de la memoria del analiza- dor, el término exponencial en - $P_2(T)$ sea despreciable) la pro-

babilidad de una detección es independiente del ciclo anterior y el instante t_1 puede ser considerado elegido al azar en la escala de tiempos. En las medidas con el dispositivo de Orndoff la situación es diferente - puesto que cada una de las detecciones, procedentes del canal de dispa- ro, se usa para disparar el sistema, utilizando la misma terminología - que en el caso de un analizador multicanal.

Si las detecciones se ajustan a una distribución de Poisson, no existe diferencia entre ambos tipos de experiencia; sin embargo, si existe correlación entre las mismas, teóricamente ya se puede demostrar que son distintas.

Llamando $P'(0, m_2, m_3)$ a la probabilidad de tener m_i detecciones en los intervalos Δ_i ($i = 2, 3$) con la condición de que haya al menos una en Δ_2 ($m_2 \neq 0$) y que no haya ninguna en Δ_1 , introducimos la correspondiente f.g.p.:

$$G'(x_2, x_3) = \sum_{m_2=1}^{\infty} \sum_{m_3=0}^{\infty} P'(0, m_2, m_3) \cdot x_2^{m_2} x_3^{m_3}$$

procediendo análogamente al caso del experimento de Rossi- α I, se expresan las probabilidades $P'(0, m_2, m_3)$ en función de las $P(m_1, m_2, m_3)$, correspondientes a tener m_i detecciones en Δ_i ($i = 1, 2, 3$) sin ninguna condición restrictiva, resultando:

$$G'(x_2, x_3) = \frac{G(0, x_2, x_3) - G(0, 0, x_3)}{G(0, 1, 1) - G(0, 0, 1)}$$

Tomando como infinitesimales los intervalos en que se efectúan las detecciones: $\Delta_2 \rightarrow 0$, $\Delta_3 \rightarrow 0$, $\Delta_2 \equiv d\Delta_1$, y puesto que el intervalo de espera de la detección de disparo, Δ_1 , es variable, $G'(x_2, x_3)$ deberá ser promediada de acuerdo con:

$$\bar{G}(x_2, x_3) = \int_0^{\infty} G'(x_2, x_3) w(\Delta_1) d\Delta_1$$

siendo $W(\Delta_1)d\Delta_1$ la probabilidad de que no existan detecciones en el intervalo Δ_1 y haya al menos una en Δ_2 , (independientemente de las que aparezcan en Δ_3):

$$w(\Delta_1) d\Delta_1 = \left[\sum_{m_2=1}^{\infty} \sum_{m_3=0}^{\infty} P(0, m_2, m_3) \right]_{\Delta_2 = d\Delta_1} =$$

$$= \left[G(0, 1, 1) - G(0, 0, 1) \right]_{\Delta_2 = d\Delta_1}$$

con lo que resulta:

$$\bar{G}(x_2, x_3) = \int_0^{\infty} \left[G(0, x_2, x_3) - G(0, 0, x_3) \right]_{\Delta_2 = d\Delta_1}$$

el número de detecciones en Δ_3 viene dado por:

$$\bar{m}'_3 = \left[\frac{\delta G(x_2, x_3)}{\delta x_3} \right]_{x_2=x_3=1} = \int_0^{\infty} \left[\frac{\delta G(0, x_2, x_3)}{\delta x_3} - \frac{\delta G(0, 0, x_3)}{\delta x_3} \right]_{x_2=x_3=1} \Delta_2 = d\Delta_1$$

Sustituyendo la expresión de $G(x_1, x_2, x_3)$, dada por (3.57), se obtiene:

$$P_2(\tau) d\tau = \lim_{\substack{\Delta_2 \rightarrow 0 \\ \Delta_3 \rightarrow 0}} \frac{\bar{m}'_3}{\Delta_3} = C_m (1 + K e^{-\alpha\tau}) \quad (A.4)$$

siendo:

$$\left. \begin{aligned}
 K &= \frac{1}{C_d} \left(1 + \frac{1}{2\sigma}\right) \int_0^\infty e^{-\psi} \left(\frac{\delta\psi}{\delta\Delta_1}\right)^2 d\Delta_1 - 1 \\
 \psi &= -\text{Ln } G(0,1,1) = \sigma \left[(\gamma_1 - 1) \alpha \Delta_1 + 2 \text{Ln} \frac{T_1}{4\gamma_1} \right] \\
 \gamma_1 &= \sqrt{1 + \frac{2\epsilon_d X}{r^2 \beta^2}}
 \end{aligned} \right\} \quad (A.5)$$

C_d ritmo de cuentas del detector de disparo

Existe, por tanto, una diferencia entre ambos métodos que se refleja en la aparición de distintos coeficientes para las exponenciales, como se deduce de la comparación de (A.3) y (A.4).

Si la eficiencia del primer detector, o de disparo, disminuye sustituyendo en (A.5), se obtiene:

$$\epsilon_d \rightarrow 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \psi \rightarrow \alpha (\gamma_1 - 1) \Delta_1 \sigma \\ \gamma_1 \rightarrow 1 \end{array} \right\} \Rightarrow K \rightarrow \frac{1}{2\sigma}$$

es decir:

$$\lim_{\epsilon_d \rightarrow 0} P_2(\tau) = P_1(\tau) \quad (A.6)$$

la diferencia entre ambos métodos experimentales desaparece al desaparecer, por disminuir la eficiencia del detector correspondiente, la correlación entre las cuentas de disparo.

Para fuentes muy intensas ($\sigma \rightarrow \infty$):

$$\psi \rightarrow C_1 \Delta_1 \Rightarrow K \rightarrow 0$$

Luego:

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} P_2(\tau) = C_2$$

Y para fuentes muy débiles ($\sigma \rightarrow 0$):

$$\psi \rightarrow \sigma \alpha (\gamma_1 - 1) \Delta_1 \Rightarrow K \rightarrow \frac{1}{\sigma (1 + \gamma_1)}$$

Por lo que resulta:

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} P_2(\tau) = C_2 \cdot \left[1 + \frac{1}{\sigma (1 + \gamma_1)} e^{-\alpha \tau} \right]$$

En la figura 22 se representa los resultados obtenidos por Babala a partir de las fórmulas anteriormente vistas, para la amplitud de la exponencial, pudiendo comprobar la diferencia existente entre ambos métodos experimentales.

En un reactor rápido, las eficiencias de los detectores normalmente utilizados son lo suficientemente bajas como para poder considerar, de acuerdo con (A.6), que no existen diferencias entre ambas modalidades del método de Rossi- α . Considerando la vida media de los neutrones del orden de 10^{-7} seg, que es el habitual en aquel tipo de reactores, y una intensidad de fuente de 10^6 neut/seg, la relación entre el coeficiente de la exponencial y el fondo de las medidas que se efectúan vendrá dada,

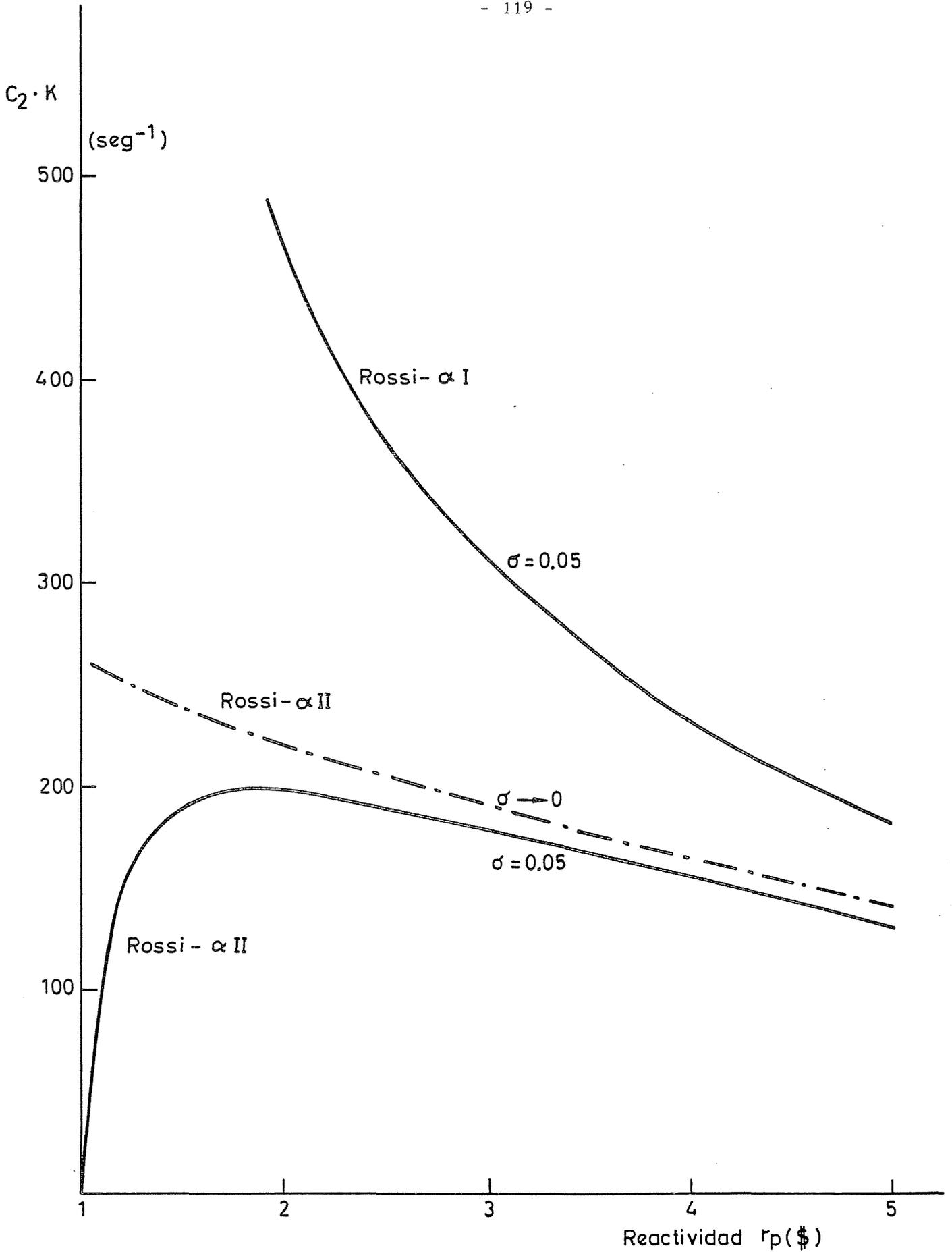


FIG.- 22

AMPLITUD EXPONENCIAL EN EXPERIMENTOS ROSSI- α A PARTIR DE LAS EXPRESIONES TEORICAS PARA $\beta=0.0065$, $\beta/l = 100 \text{ seg}^{-1}$, $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 10^{-3} \text{ c/f}$

sustituyendo en (A.3), por:

$$\frac{1}{2\sigma} = \frac{\chi \bar{v}}{2 \cdot s \cdot \ell} \approx 10$$

lo que prueba que la parte correlacionada destacará perfectamente sobre el fondo incorrelacionado en las medidas que se efectúen, pudiendo aplicar este método al análisis de ruido de reactores rápidos. Los problemas surgen, sin embargo, al considerar el dispositivo experimental a utilizar ya que el más asequible sería el correspondiente al tipo II, basado en un analizador multicanal de tiempos, pero el tiempo muerto de éste ocasionado por los procesos de acumulación en memoria de cada detección que se analiza, es del orden del microsegundo, con lo que al ser también de este orden la duración del decaimiento de la parte correlacionada de la medida, queda ésta perturbada no pudiendo efectuarse una corrección de este tiempo muerto sin antes imponer el tipo de distribución a que se ajustan las detecciones, lo que no siempre es posible. Para el tipo I del experimento no se plantean problemas de este tipo y sí únicamente los derivados del montaje experimental, con el número suficiente de unidades de coincidencia rápida y líneas de retardo bien calibradas.

A.2.- Método de Feynman- α .

Se basa en la determinación experimental de la varianza del número de detecciones obtenidas para un intervalo de tiempo fijo, τ . La fórmula teórica a que se ajusta esta varianza ha sido deducida por muchos autores utilizando distintos planteamientos (HOFFMANN, F. de; 1949), (FEYNMAN, R.P. y otros; 1956), (COURANT, E.D. y WALLACE, P.R.; 1947), (BENNETT, E.F.; 1960), (ALBRECHT, R.W.; 1962). Mediante la f.g.p. puede deducirse identificando el intervalo τ con el Δ_1 de la figura 21, correspondiente a tres intervalos, calculando el momento factorial de 2º orden:

$$\overline{m(m-1)} = \left[\frac{\delta^2 G(x_1, 1, 1)}{\delta x_1^2} \right]_{x_1=1}$$

en realidad el método es aplicar la f.g.p. correspondiente a un único intervalo de detección: Δ_1 , que se obtiene de la de mayor número de intervalos haciendo 1 las variables formales correspondientes a los demás intervalos. Sustituyendo la expresión de $G(x_1, x_2, x_3)$, dada por (3.57), se obtiene:

$$\overline{m(m-1)} = \overline{m}^2 + \overline{m} \frac{\epsilon \cdot \chi}{\rho^2} \left[1 + \frac{1 - e^{-\alpha \cdot \tau}}{\alpha \cdot \tau} \right]$$

de donde se deduce para la varianza reducida (relación entre la varianza y la media del número de detecciones efectuadas en el intervalo τ):

$$\frac{\overline{m^2} - \overline{m}^2}{\overline{m}} = 1 + \frac{\epsilon \cdot \chi}{\rho^2} \left[1 + \frac{1 - e^{-\alpha \cdot \tau}}{\alpha \cdot \tau} \right] \quad (\text{A.7})$$

La técnica experimental en este método es particularmente simple: se mide el número de detecciones para un conjunto de intervalos de tiempo de duración τ , y se calcula su varianza. Del ajuste de los datos experimentales, varianzas reducidas a la media en función de la anchura τ , mediante (A.7) puede determinarse α . Feynman lo utiliza para determinar v^2 . El principal inconveniente de este método es el elevado volumen de datos que es preciso manejar. Mediante la utilización de un analizador funcionando según el principio descrito por Borgwaldt (BORGWALDT, H. y STEGEMANN, D.; 1965) en que el avance de los canales se realiza por los impulsos que llegan del detector, volviendo al comienzo una vez consumido el tiempo fijado del análisis, τ , con lo que el contenido del canal n -ésimo será el número de intervalos conteniendo n cuentas, se disminuye notoriamente el volumen de datos a manejar, al obtenerlos ya agrupados como en un histograma de frecuencias.

De los valores habituales para un reactor rápido de las magnitudes involucradas en (A.7), se puede deducir que este método no es aplicable a reactores de dicho tipo, puesto que el término correlacionado, del que podría deducirse el valor de α , es despreciable frente a la unidad, que le precede, y que corresponde a un proceso de Poisson. No así en reactores térmicos, en que la mayor eficiencia de los detectores y el menor valor de α , respecto a los rápidos, permiten destacar dicho término y utilizar tiempos τ del orden de milisegundos.

A.3.- Método de Mogilner.

Se basa en la determinación experimental de la probabilidad de no detectar ningún neutrón durante un cierto intervalo de tiempo: τ . Teóricamente se dedujo la expresión de dicha probabilidad, $P_0(\tau)$, por Pál (PAL, L.; 1963) por primera vez y posteriormente por Mogilner (ZOLOTUKHIN, V.G. y MOGILNER, A.J.; 1963), mediante la utilización de la ecuación directa de Kolmogorov. Esta probabilidad puede obtenerse fácilmente mediante la f.g.p.

$$P_0(\tau) = \left[\sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{m_3=0}^{\infty} P(m_1, 0, m_3) \right]_{\Delta_2 \equiv \tau} = G(1, 0, 1)$$

sustituyendo en la expresión de $G(x_0, x_1, x_2)$, dada por (3.57), resulta:

$$P_0(\tau) = \exp \left[-\sigma \left[(\gamma - 1) \alpha \tau + 2 \operatorname{Ln} \frac{(\gamma + 1)^2 - (\gamma - 1)^2 e^{-\alpha \tau}}{4\gamma} \right] \right] \quad (\text{A.8})$$

Experimentalmente puede utilizarse un analizador multicanal trabajando según lo utiliza Borgwaldt y describíamos en el apartado anterior. El contenido del canal inicial, en el cual se acumula un impulso cada vez que transcurre el tiempo preseleccionado τ sin que haya llegado ningún impulso del detector, da la probabilidad $P_0(\tau)$ buscada, dividiendo el contenido de dicho canal por la suma de los contenidos de todos los canales que compongan la memoria del analizador.

Este método, al igual que el de Feynman- α , es sólo aplicable a reactores térmicos ya que, para los valores habituales de ϵ y α en reactores rápidos, el segundo término de (A.8) resulta despreciable.

BIBLIOGRAFIA

ALBRECHT, R.W.; Nucl. Sci. and Eng. 14, 153 (1962)

BABAIA, D.; "Neutron Counting Statistics in Nuclear Reactors", KR-114 (1966)

BELL, G.I.; Ann. of Phys. 21, 243 (1963) y Nucl. Sci. and Eng. 16, 118 (1963)

BELL, G.I.; Nucl. Sci. and Eng. 21, 390 (1965)

BENNETT, E.F.; Nucl. Sci. and Eng. 8, 53 (1960)

BORGWALDT, H. y SANITZ, D.; Nukleonik 5, 239 (1963)

BORGWALDT, H. y STEGEMANN, D.; Nukleonik 7, 314 (1965)

BORGWALDT, H.; "Einheitliche Theorie der Korrelatioexperimente in Nulleistungreaktoren", INR-4/66-5 (1966)

BRYCE, D.H.; en "Noise Analysis in Nuclear Systems", TID-7679, pg. 61 (1964)

COHN, C.E.; Nucl. Sci. and Eng. 13, 12 (1962)

COURANT, E.D. y WALLACE, R.K.; Phys. Rev. 72, 1038 (1947)

DALFES, A.; Nukleonik 4, 299 (1962)

DALFES, A.; Nukleonik 5, 348 (1963)

DALFES, A.; Nukleonik 6, 53 (1964)

DALFES, A.; Nukleonik 7, 426 (1965)

DALFES, A.; Nukleonik 8, 94 (1966)

DIVEN, B.C. y otros; Phys. Rev. 101, 1012 (1956)

DRAGT, J.B.; Nukleonik 10, 7 (1967)

FEYNMAN, R.P. y otros; J. Nucl. Energy 3, 64 (1956)

FRANCISCO, J.L. de y otros; "Determinación de la fracción efectiva de neutrones retardados en el reactor rápido de potencia cero CORAL-I", trabajo presentado en la XVI Bienal de la R.S.E. de Física y Química, (1973)

FRISCH, O.R.; Phyl. Mag. 45, 126 (1953)

GLASSTONE, S. y EDLUNG, M.C.; "The Elements of Nuclear Reactor Theory", Van Nostrand (1952)

GLASSTONE, S. y SESONSKE, A.; "Nuclear Reactor Engineering", Van Nostrand (1953)

GUTIERREZ BERNAL, R. y otros; "Aproximación a crítico del reactor rápido experimental CORAL-I y determinación de algunas de sus características nucleares", CR-31, Junta de Energía Nuclear (1968)

GUTIERREZ BERNAL, R.; "Reactor rápido experimental CORAL-I", Tesis Doctoral. Universidad de Madrid (1970)

HARRIS, TH.E.; "The Theory of Branching Processes", Springer Verlag, Berlín (1963)

HOFFMANN, F. de; "Statistical Aspects of Pile Theory" en The Science and Engineering of Nuclear Power II. Addison Wesley (1949)

JAMES, F. y ROOS, M.; "MINUIT" CERN Computer 6000 Series Program Library (1971)

JOHNSON, R.J. y McDONALD, R.N.; en "Neutron Noise, Waves and Pulse Propagation", US-AEC (1967)

JORIO, V.M. y PACILIO, N.; "Rumore Neutronico e Processi Stocastici: Ruollo della Funzione Generatrice", RT/FI(71)21 (1971)

KEEPING, G.R. y otros; J. Nuclear Energy 6, 1 (1957)

KEEPING, G.R.; "Physics of Nuclear Kinetics", Addison-Wesley (1965)

KISTNER, G.; Nukleonik 7, 106 (1965)

KOLMOGOROV, A.N. y DMITRIEV, N.A.; Comptes Rendus (Doklady) de L'Academie des Sciences de l'URSS, Vol. LVI, nº 1 (1947)

KOZIK, B.; Atomnaya Energiya 20, 21 (1966) o J. Nucl. En. 21, 73 (1967)

LAPLACE, P.S.; "Theorie Analytique des Probabilites", Courcier, Paris, (1812)

LOEVE, M.; "Probability Theory", Van Nostrand (1955)

MATTHES, W.; Nukleonik 4, 213 (1962)

MATTHES, W.; "The Concept of Neutron Importance in Reactor Physics", EUR 1897.e (1964)

MATTHES, W.; Nukleonik 8, 21 (1966, a)

MATTHES, W.; Nukleonik 8, 88 (1966, b)

MEYER, P.A.; "Processus de Markov", Springer Verlag, Berlín (1967)

MOORE, M.N.; Nucl. Sci. and Eng. 3, 387 y 4, 134 (1958)

MOORE, M.N.; Nucl. Sci. and Eng. 6, 448 (1959)

MOORE, M.N.; en "Noise Analysis in Nuclear Systems", US-AEC (1964)

NATELSON, M. y OSBORN, R.K.; J. Nucl. En. A/B, 19, 619 (1965)

NATELSON, M. y OSBORN, R.K.; J. Nucl. En. A/B, 20, 557 (1966)

ORNDOFF, J.D.; Nucl. Sci. and Eng. 2, 450 (1957)

OSBORN, R.K. y YIP, S.; en "Noise Analysis in Nuclear Systems", R.E. Uhrig (coordinador), US-AEC (1964)

OSBORN, R.K. y AKCAZU, A.Z.; en "Neutron Dynamics and Control", US-AEC (1966)

OTSUKA, M. e IIJIMA, T.; J. Nucl. Sci. and Technol. 7, 448 (1965)

OTSUKA, M. y SAITO, K.; J. Nucl. Sci. and Technol. 2, 191 (1965, a)

OTSUKA, M. y SAITO, K.; J. Nucl. Sci. and Technol. 2, 40 (1965, b)

OTSUKA, M. y SAITO, K.; Nucl. Sci. and Eng. 24, 412 (1966)

PAL, L.; Nuovo Cimento Suppl. VII, 25 (1958)

PAL, L.; J. Nucl. En. 17, 395 (1963)

PLUTA, P.R.; en "Reactor Kinetics and Control", L.E. Weaver (editor), US-AEC (1964)

RAIEVSKI, V.; "Fluctuations Statistiques du Nombre de Neutrons dans une Pile", CEA-917 (1958)

RAIEVSKI, V.; "Fluctuations Statistiques dans les Piles", CEA-1673, (1960)

RODRIGUEZ-MAYQUEZ, E. y otros; "Técnica del registro de trazas en estado sólido", trabajo presentado en la XVI Reunión Bienal de la R.S.E. de Física y Química, (1973)

ROSENBROCK, H.H.; Computer Journal 3, 175 (1960)

SAITO, K. y OTSUKA, M.; J. Nucl. Sci. and Technol. 2, 304 (1965)

SHEFF, J.R.; "The Cross Correlation of the Neutron Density Fluctuations at Two Points in a Nuclear Reactor", Doctoral Thesis, Univ. of Washington (1965)

SHEFF, J.R. y ALBRECHT, R.W.; Nucl. Sci. and Eng. 24, 246 y 26, 207, (1966)

SHEFF, J.R.; en "Neutron Noise, Waves and Pulse Propagation", R.E. Uhrig (coordinador), US-AEC (1967)

STRIBEL, T.; Nukleonik 6, 196 (1964)

UKAI, S. y otros; J. Nucl. Sci. and Technol. 2, 355 (1965)

WILLIAMS, M.; J. Nucl. En. 21, 321 (1967)

ZOLOTUKHIN, V.G. y MOGILNER, A.I.; Atomnaya Energiya 15, 11 (1963)

J. E. N. 270

Junta de Energía Nuclear, División de Física, Madrid

"Estudio de la distribución de intervalos de tiempo entre detecciones consecutivas de neutrones en un reactor rápido"

PEREZ-NAVARRO, A. (1973) 128 pp. 22 figs. 69 refs.

Determinación de los parámetros cinéticos más importantes del reactor rápido de potencia cero CORAL-1, utilizando un método de análisis de ruido, en el dominio del tiempo, basado en la medida de intervalos de tiempo entre detecciones consecutivas de neutrones del reactor.

J. E. N. 270

Junta de Energía Nuclear, División de Física, Madrid

"Estudio de la distribución de intervalos de tiempo entre detecciones consecutivas de neutrones en un reactor rápido"

PEREZ-NAVARRO, A. (1973) 128 pp. 22 figs. 69 refs.

Determinación de los parámetros cinéticos más importantes del reactor rápido de potencia cero CORAL-1, utilizando un método de análisis de ruido, en el dominio del tiempo, basado en la medida de intervalos de tiempo entre detecciones consecutivas de neutrones del reactor.

J. E. N. 270

Junta de Energía Nuclear, División de Física, Madrid

"Estudio de la distribución de intervalos de tiempo entre detecciones consecutivas de neutrones en un reactor rápido"

PEREZ-NAVARRO, A. (1973) 128 pp. 22 figs. 69 refs.

Determinación de los parámetros cinéticos más importantes del reactor rápido de potencia cero CORAL-1, utilizando un método de análisis de ruido, en el dominio del tiempo, basado en la medida de intervalos de tiempo entre detecciones consecutivas de neutrones del reactor.

J. E. N. 270

Junta de Energía Nuclear, División de Física, Madrid

"Estudio de la distribución de intervalos de tiempo entre detecciones consecutivas de neutrones en un reactor rápido"

PEREZ-NAVARRO, A. (1973) 128 pp. 22 figs. 69 refs.

Determinación de los parámetros cinéticos más importantes del reactor rápido de potencia cero CORAL-1, utilizando un método de análisis de ruido, en el dominio del tiempo, basado en la medida de intervalos de tiempo entre detecciones consecutivas de neutrones del reactor.

J. E. N. 270

Junta de Energía Nuclear, División de Física, Madrid.

"Count-to-count time interval distribution analysis
in a fast reactor"

PEREZ-NAVARRO, A. (1973) 128 pp. 22 figs. 69 refs.

The most important kinetic parameters have been measured at the zero power fast reactor CORAL-1 by means of the reactor noise analysis in the time domain, using measurements of the count-to-count time intervals.

J. E. N. 270

Junta de Energía Nuclear, División de Física, Madrid

"Count-to-count time interval distribution analysis
in a fast reactor"

PEREZ-NAVARRO, A. (1973) 128 pp. 22 figs. 69 refs.

The most important kinetic parameters have been measured at the zero power fast reactor CORAL-1 by means of the reactor noise analysis in the time domain using measurements of the count-to-count time intervals.

J. E. N. 270

Junta de Energía Nuclear, División de Física, Madrid

"Count-to-count time interval distribution analysis
in a fast reactor"

PEREZ-NAVARRO, A. (1973) 128 pp. 22 figs. 69 refs.

The most important kinetic parameters have been measured at the zero power fast reactor CORAL-1 by means of the reactor noise analysis in the time domain, using measurements of the count-to-count time intervals.

J. E. N. 270

Junta de Energía Nuclear, División de Física, Madrid

"Count-to-count time interval distribution analysis
in a fast reactor"

PEREZ-NAVARRO, A. (1973) 128 pp. 22 figs. 69 refs.

The most important kinetic parameters have been measured at the zero power fast reactor CORAL-1 by means of the reactor noise analysis in the time domain using measurements of the count-to-count time intervals.

