NGUYEN TRONG KHOI

Rapport CEA n° 1441

Interprétations théoriques et vérifications expérimentales d'une méthode de résonance radioélectrique pour la mesure de la densité électronique et de la fréquence de collision dans un plasma d'une décharge dans les gaz.

Sommaire. - Discussions théoriques et vérifications expérimentales sur une méthode de résonance radioélectrique pour la mesure de la densité électronique et de la fréquence de collision d'un plasma d'une décharge dans le gaz.

1960 28 pages

NGUYEN TRONG KHOI

Report CEA n° 1441

Theoretical interpretations and experimental verifications of a radioelectric resonance method for measuring the electronic density and collision frequency in a discharge plasma in gases.

Summary. - Theoretical discussions and experimental verifications of one radioélectric resonance method for measuring plasma electronic density and collision frequency.

1960 28 pages

- Rapport C.E.A. n° 1441 -

Service de Physique Appliquée

INTERPRETATIONS THEORIQUES ET VERIFICATIONS EXPERIMENTALES D'UNE METHODE DE RESONANCE RADIOELECTRIQUE POUR LA MESURE DE LA DENSITE ELECTRONIQUE ET DE LA FREQUENCE DE COLLISION DANS UN PLASMA D'UNE DECHARGE DANS LES GAZ

par

NGUYEN TRONG KHOI

- 1960 -

PREMIER MINISTRE

COMMISSARIAT A
L'ÉNERGIE ATOMIQUE

INTERPRETATIONS THEORIQUES ET VERIFICATIONS EXPERIMENTALES D'UNE METHODE DE RESONANCE RADIOELECTRIQUE POUR LA MESURE DE LA DENSITE ELECTRONIQUE ET DE LA FREQUENCE DE COLLISION DANS UN PLASMA D'UNE DECHARGE DANS LES GAZ

par

NGUYEN TRONG KHOI

Rapport CEA N° 1441

1960

CENTRE D'ÉTUDES
NUCLÉAIRES DE SACLAY
SERVICE DE DOCUMENTATION
Boîte postale n° 2 - Gif-sur-Yvette (S.-et-O.)

INTERPRETATIONS THEORIQUES ET VERIFICATIONS EXPERIMENTALES D'UNE METHODE DE RESONANCE RADIOELECTRIQUE POUR LA MESURE DE LA DENSITE ELECTRONIQUE ET DE LA FREQUENCE DE COLLISION DANS UN PLASMA D'UNE DECHARGE DANS LES GAZ

Discussions théoriques et vérifications expérimentales de la méthode de Vassermann sur la mesure de la concentration des électrons et de la fréquence de collision dans la plasma d'une décharge dans le gaz (J. Tekh. Fiziki - 1957, 27.3 - 516-521).

I - RESUME DE L'ARTICLE DE VASSERMANN -

1 - Dispositif et mesures expérimentales.

La méthode citée par Vassermann consiste à placer un tube à décharge entre les armatures d'un condensateur plan Cp. Ce dernier est monté en parallèle sur un circuit anti-résonant $L_oC_or_o$ comme le montre la figure 1.

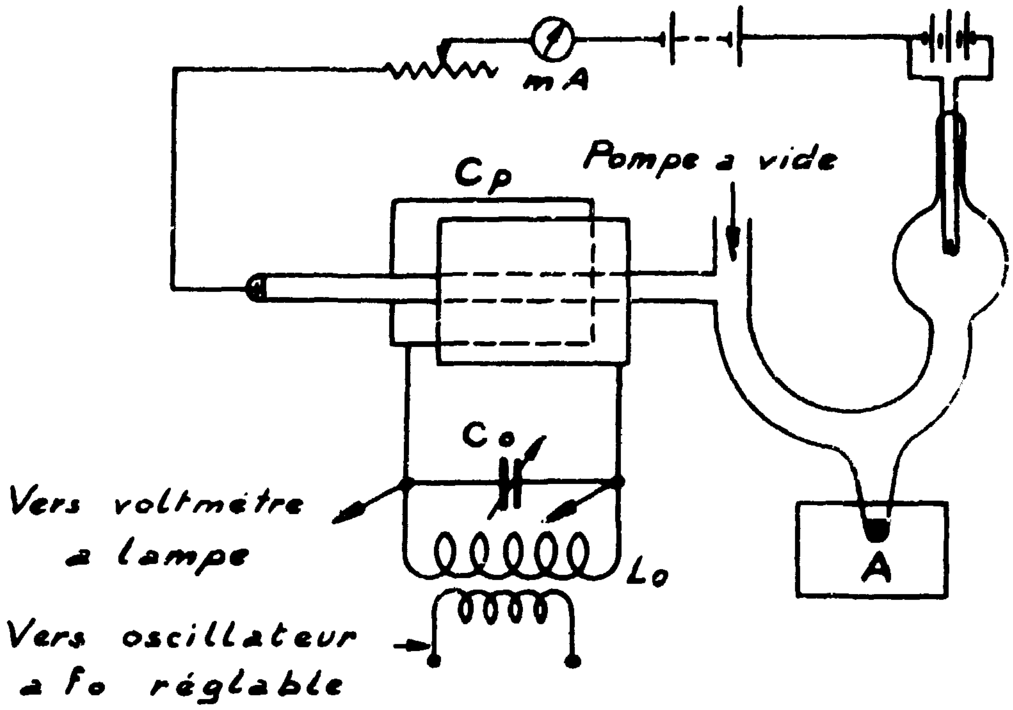


FIG-1

- Dispositif expérimental de Wassermann -

Soit f_o la fréquence de résonance du circuit $L_o C_o, C_p$ et Q_o son coefficient de qualité à vide. Quand on fait passer une décharge à travers les armatures du condensateur C_p, on observe une diminution de la fréquence de résonance f_o et un amortissement du circuit L_o C_o.

$$\Delta f = f_o - f_1 > 0 \qquad \text{et} \qquad Q_1 < Q_o$$

Q_1 étant la surtension du circuit avec décharge.

L'auteur propose de déduire de Q_1 et de Δf la densité électronique et la fréquence de collision de la colonne de plasma.

Pour une fréquence f_o = 17,2 MHz et avec un courant de décharge I_d = 25 mA on obtient Δf = 0,850 MHz, tandis qu'avec I_d = 400 mA Δf = 1,350 MHz.

Nous reproduisons ci-dessous les courbes expérimentales obtenues par l'auteur :

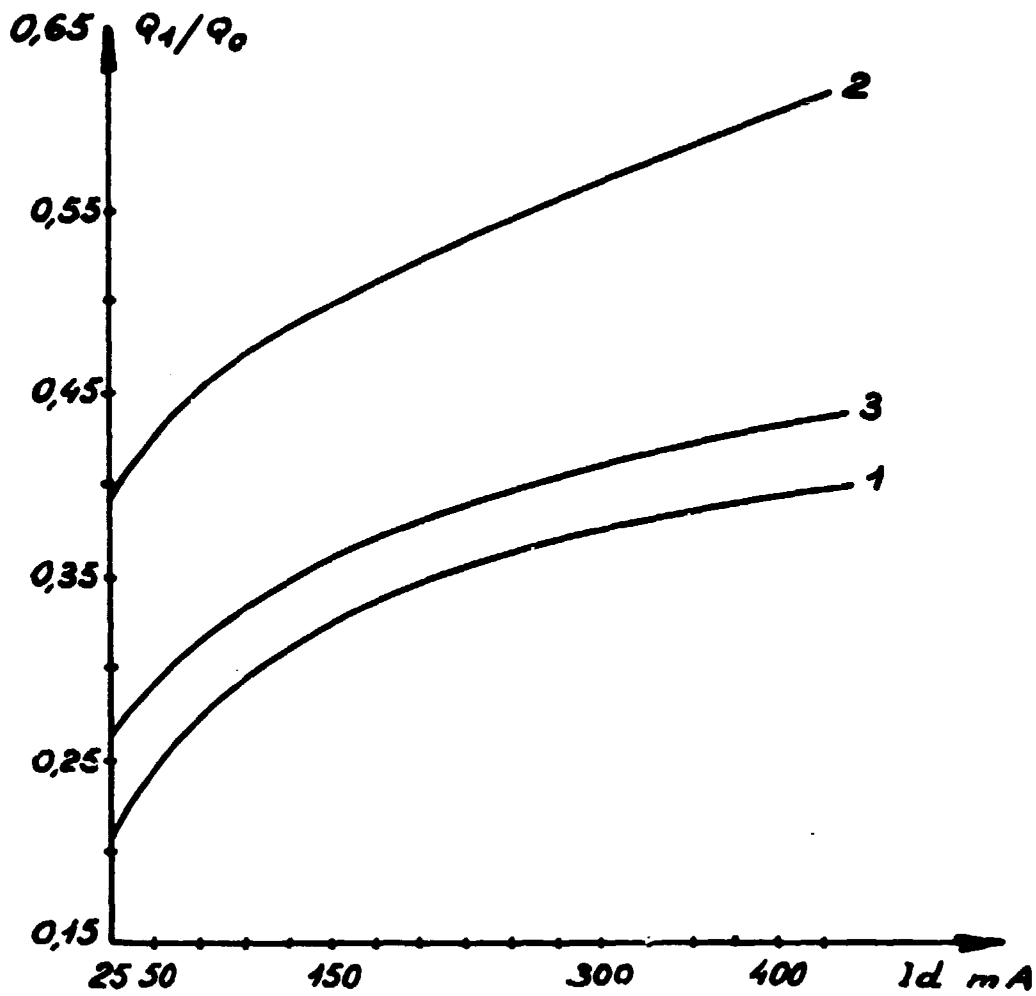


FIG-2

Amortissement dû au plasma
en fonction du courant de décharge

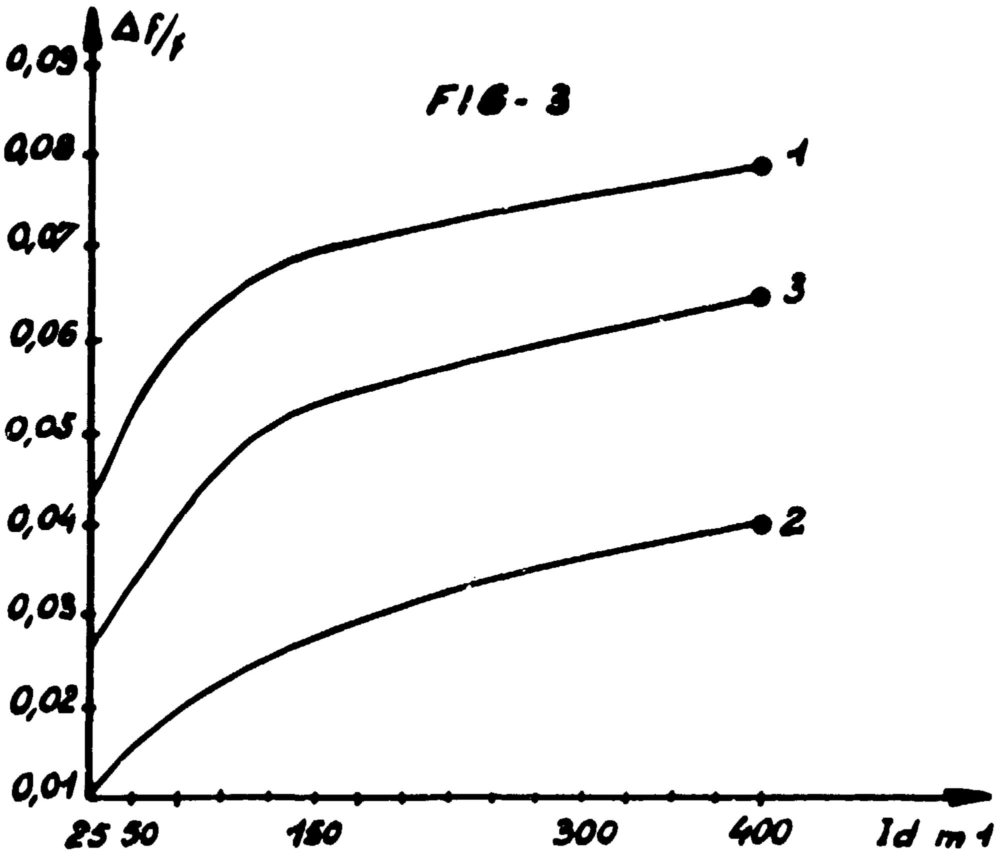


FIG - 3

Glissement de fréquence dû au plasma en fonction du courant de décharge

Nous observons une augmentation du coefficient de qualité en charge Q_1 et du glissement de fréquence Δf quand le courant de décharge I_d croît.

2 - Discussion des résultats

Si nous appliquons par l'intermédiaire du condensateur C_p, un champ électrique uniforme E de fréquance f dans un plasma homogène de densité n, nous aurons une densité de courant J liée à E par la relation :

$$J = j \omega \mathcal{E}_p E$$

$$\mathcal{E}_p = \mathcal{E}_o \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - j \nu)} \right] \qquad \omega_p^2 = \frac{n_e^2}{m \mathcal{E}_o} \qquad \omega = 2\pi f$$

n densité électronique, e = charge de l'électron, m = masse de l'électron, ν fréquence de collision.

$$L_p \approx 0{,}1\ \mu H \qquad\qquad R_p \approx 10\ \Omega$$

L'auteur explique la diminution de la fréquence propre du circuit antirésonant L_oC_o auquel le condensateur à plasma est branché en faisant l'hypothèse que L_p et R_p doivent être considérés comme montés en série avec L_o. En effet, le branchement de L_p en parallèle se traduit au contraire par une augmentation de la fréquence propre du circuit L_o C_o (voir figure 1 du schéma de montage) de même une résistance R_p de 10 Ω branchée en parallèle rendrait le circuit L_oC_o totalement apériodique.

L_p et R_p seront déduits de Δf et Q_1 par les relations :

$$\frac{L_p}{L_o} = 2\,\frac{\Delta f}{f_o} \qquad \text{et} \qquad R_p = L_o\,\omega_o\left(\frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_o}\right)$$

Connaissant L_p et R_p on peut calculer la densité électronique η et la fréquence de collision ν par les relations (3) et (4).

II - DISCUSSIONS THEORIQUES ET VERIFICATIONS EXPERIMENTALES DE L'HYPOTHESE DE VASSERMANN -

Le dispositif employé est analogue à celui de Vassermann. Un tube à décharge à cathode froide traverse les armatures d'un condensateur plan C_p. Ce dernier est branché en parallèle sur un circuit antirésonant $L_oC_or_o$ dont nous observons le glissement de fréquence propre et l'amortissement au passage de la décharge. La meilleure méthode pour vérifier l'hypothèse de Vassermann d'après laquelle la résistance

$$R_p = \frac{\nu^2 + \omega^2}{C\nu\,\omega_p^2}$$

doit être branchée en série avec l'inductance L_o consiste à mesurer le rapport Q_1/Q_o de la surtension en charge sur la surtension à vide en fonction de la pression du gaz en opérant dans la zone de pression ou en choisissant une fréquence f telle que

$$\nu < \omega \qquad\qquad \omega = 2\pi f$$

Dérivons l'expression de R_p en fonction de ν

$$\frac{d\,R_p}{d\,\nu} = \frac{1}{C\,\omega_p^2} \cdot \frac{\nu^2 - \omega^2}{\nu^2}$$

pour

$$\nu < \omega \quad \frac{d\,R_p}{d\,\nu} < 0$$

R_p décroît quand ν augmente en restant inférieur à ω .

Si nous augmentons la pression la fréquence de collision ν et ω_p^2 croissent et tant que $\nu < \omega$ la résistance R_p doit diminuer rapidement d'après l'expression de R_p. Il en résulte une augmentation du rapport Q_1/Q_o avec la pression du gaz.

Nous avons choisi comme fréquence de travail :

$$f = 27 \text{ MHz} \qquad \omega \doteq 1{,}7\ 10^8$$

et mesurons le rapport Q_1/Q_o en augmentant la pression p_o de

10^{-3} mm Hg à 5.10^{-2} mm Hg. Nous opérons avec un courant de décharge I faible de l'ordre de 0,5 mA. Dans ce cas I peut s'écrire :

$$I = neS\,\nu \qquad (5)$$

n densité électronique, e charge de l'électron, S section du cylindre de plasma, vi vitesse moyenne des électrons dans le sens de l'écoulement du plasma, I est proportionnel à la densité électronique n et peut être mesuré en branchant simplement un milliampèremètre en série avec le générateur de tension d'amorçage, est donnée en fonction de la pression du gaz par la relation

$$\nu = 5{,}931.10^{7} \quad u^{1/2} \quad p_0 \,.\, P \,.\, s^{-1} \qquad (6)$$

où u est l'énergie des électrons en eV, p_0 la pression en mm Hg, P la probabilité de collision dont nous donnons ci-dessous la valeur en fonction de $\sqrt{u}$ pour le gaz employé (ARGON) (figure 4).

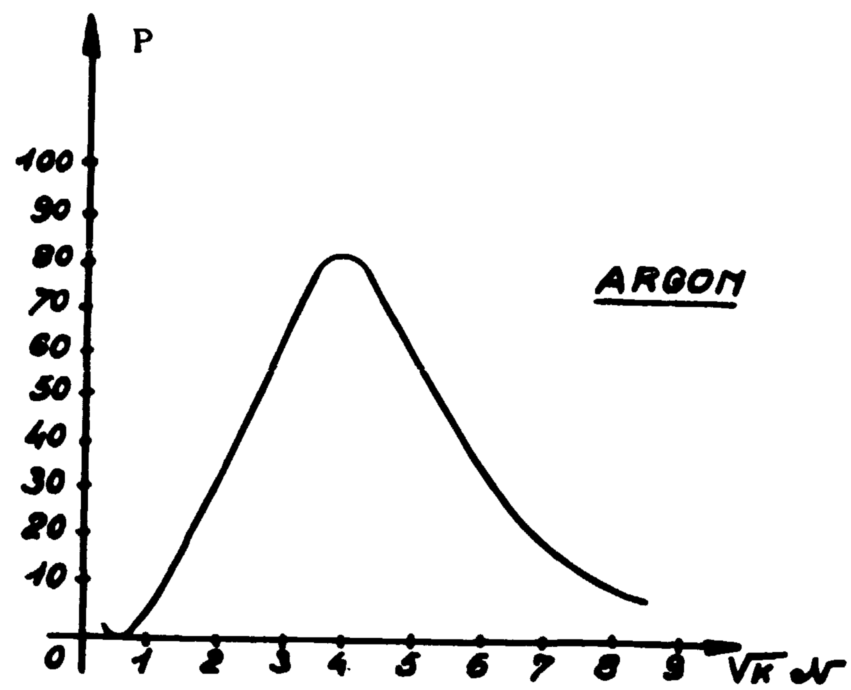


FIG - 4

L'énergie des électrons dans notre dispositif mesurée à l'aide d'une sonde de Langmuir est de l'ordre de 6 eV , ce qui correspond à une température de l'ordre de 40 000° K, la courbe de la figure 4 donne comme probabilité de collision P $\doteq$ 50.

Nous calculons ci-dessous quelques valeurs de ν en fonction de la pression.

(mm Hg)	ν s^{-1}
10^{-3}	$7{,}4.10^{6}$
2.10^{-3}	$1{,}5.10^{7}$
5.10^{-3}	$3{,}7.10^{7}$
10^{-2}	$7{,}4.10^{7}$
2.10^{-2}	$1{,}5.10^{8}$

Ce tableau nous montre que tant que la pression est inférieure à 2.10^{-2} mm Hg la fréquence de collision est inférieure à la fréquence appliquée :

$$P_o \lesssim 2.10^{-2} \text{ mm Hg} \quad \nu < \omega$$

Pour $P_o \lesssim 2.10^{-2}$ mm Hg nous devons avoir une diminution rapide de R_p et par suite une augmentation rapide du rapport Q_1/Q_o

avec la pression, si R_p est en série avec l'inductance L_o du circuit oscillant, ce qui n'est pas confirmé par les résultats expérimentaux que nous reproduisons ci-dessous

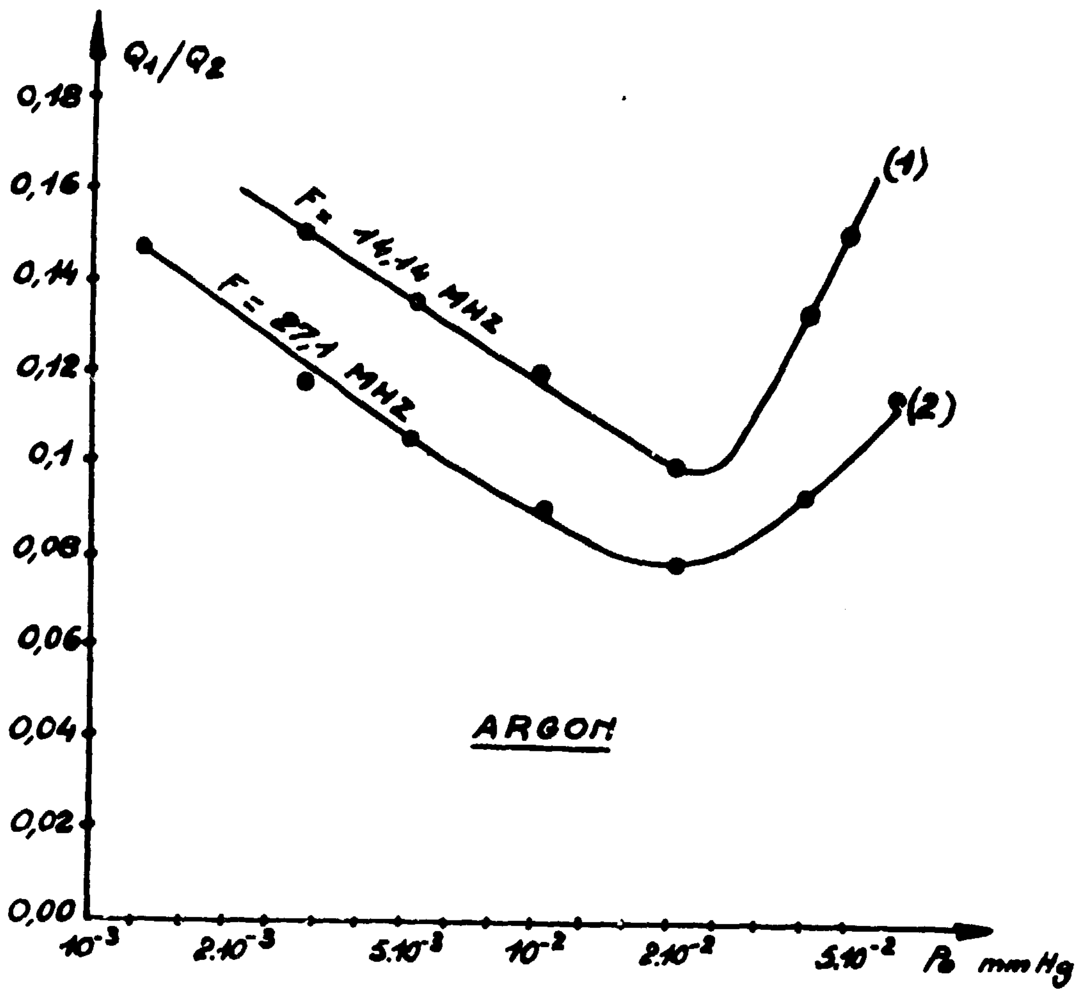
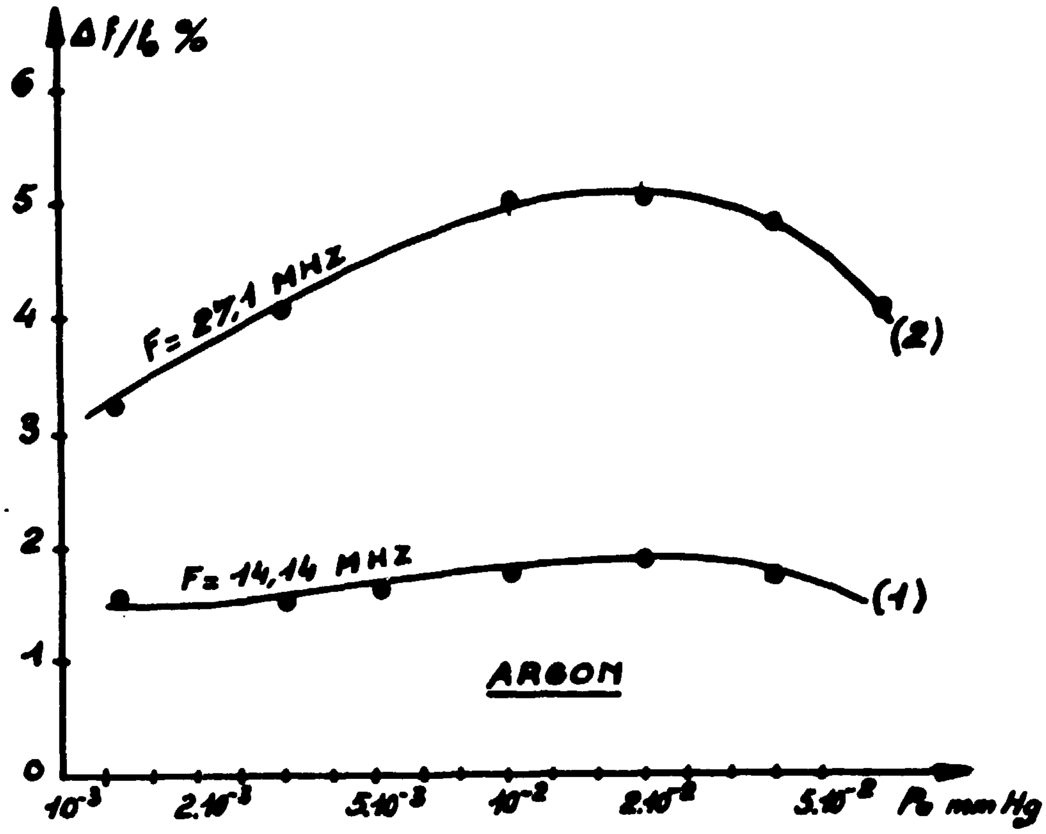


FIG - 5

Mesure de l'amortissement dû au plasma en fonction de la pression pour deux fréquences appliquées différentes



Mesure du glissement de fréquence dû au plasma en fonction de la pression

FIG-6

D'après les résultats de mesure nous pouvons faire les remarques suivantes :

1° Le rapport Q_1/Q_0 du coefficient de surtension en charge sur la surtension à vide qui figure l'amortissement dû au plasma <u>diminue</u> quand la pression augmente dans la zone pour laquelle la fréquence de collision est inférieure à la fréquence appliquée.

$$\nu < \omega$$

l'hypothèse d'une résistance série $R_p = \dfrac{\nu^2 + \omega^2}{c\,\nu\,\omega_p^2}$

introduite dans le circuit antirésonant L_oC_o n'est pas justifiable d'après la discussion que nous avons faite précédemment.

2° Pour p. $\leqslant 2.10^{-2}$ mm Hg le glissement de fréquence augmente avec la pression.

3° Pour une même valeur de la pression le rapport Q_1/Q_o augmente quand la fréquence appliquée diminue.

III - INTERPRETATIONS DES RESULTATS DE MESURE -

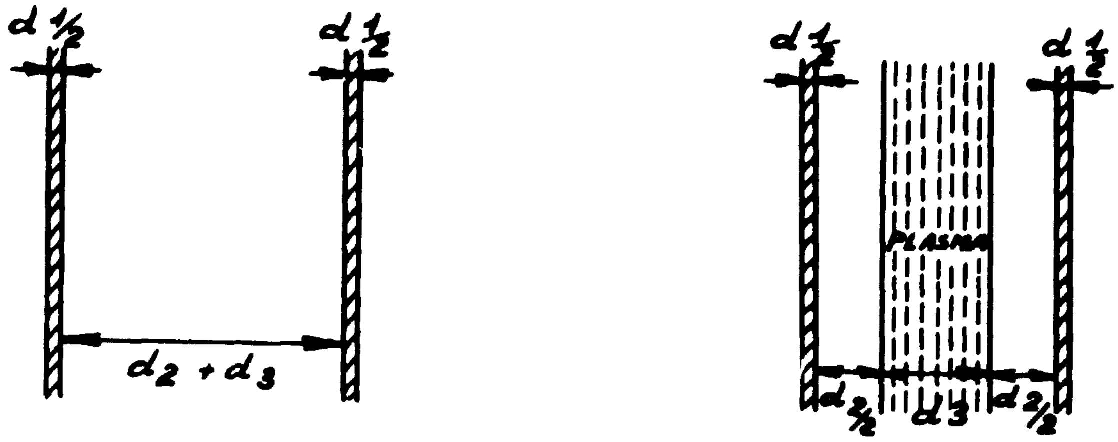
Nous donnons dans ce paragraphe une interprétation théorique des observations expérimentales. Par la suite il s'est révélé qu'il faut tenir compte de la répartition non homogène de densité dans une section droite de la colonne de plasma. Pour l'instant nous faisons l'hypothèse d'une répartition de densité homogène.

Considérons un condensateur plan formé par deux plaques de cuivre rectangulaires et parallèles. La section de ces plaques est suffisamment grande pour qu'on puisse supposer que dans la région centrale où passe la colonne de plasma le champ électrique est uniforme. L'espace interélectrode étant initialement vide. Nous allons examiner comment la présence de plasma entre les électrodes peut introduire des pertes et modifier la réactance aux bornes du condensateur.

Nous devons tenir compte de deux faits essentiels :

1° L'épaisseur de verre du tube à décharge n'est pas négligeable.

2° La colonne de plasma de diamètre d_1 ne remplit pas totalement l'espace inter électrode. Un espace vide se trouve entre la paroi de verre et la frontière du plasma (voir figure 7).



(a) (b)

FIG-7

Les schémas électriques équivalents du condensateur sans et avec la colonne de plasma sont respectivement :

(a) - FIG. 8 - (b)

où : $C_1 = \dfrac{\varepsilon S}{d_1}$ $\quad C_2 = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d_2}$ $\quad C_3 = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d_3}$

ε : constante électrique absolue du verre $\varepsilon/\varepsilon_0 = 5$

S : surface des électrodes

Z_p : impédance équivalente à la colonne de plasma.

Exemple numérique :

$S = 13{,}5\ cm^2$ $\quad d_1 = 0{,}3\ cm$ $\quad d_2 = 0{,}2\ mm$ $\quad d_3 = 3{,}5\ cm$

$C_1 = 15\ pF$ $\quad C_2 = 6\ pF$ $\quad C_3 = 0{,}34\ pF$

1° Calcul de l'impédance Zp

Soit $\mathcal{E}_x$ le champ électrique uniforme de fréquence f existant dans le plasma et J_x la densité de courant correspondante J_x et $\mathcal{E}_x$ sont liés par la relation

$$J_x = j\ \omega \mathcal{E}_p \mathcal{E}_x \tag{7}$$

$\mathcal{E}_p$ est la constante diélectrique du plasma à la fréquence f.

$$\mathcal{E}_p = \mathcal{E}_o \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega\ (\omega - j\nu)} \right] \tag{8}$$

ω_p est la fréquence de résonance du plasma soit en système Giorgi :

$$\omega_p^2 = \frac{ne^2}{m\ \mathcal{E}_o}$$ tenant compte de (8)

$$J_x = \left[j\ \omega\ \mathcal{E}_o + \frac{\nu \mathcal{E}_o\ \omega_p^2}{\nu^2 + \omega^2} + \frac{1}{j\omega} \cdot \frac{\mathcal{E}_o \omega_p^2 \omega^2}{\nu^2 + \omega^2} \right] \mathcal{E}_x \tag{9}$$

(9) peut s'écrire en posant : $\mathcal{V} = \mathcal{E}_x\ d_3$ et $J = J_x\ S$

$$J = \left[j\omega \frac{\mathcal{E}_o\ S}{d_3} + \frac{\mathcal{E}_o\ S}{d_3} \cdot \frac{\nu\ \omega_p^2}{\nu^2 + \omega^2} + \frac{1}{j\omega} \cdot \frac{\mathcal{E}_o\ S}{d} \cdot \frac{\omega_p^2 \omega^2}{\nu^2 + \omega^2} \right] \mathcal{V} \tag{10}$$

L'équation (10) montre que l'impédance Z_p du plasma est celle d'une résistance

$$R_p = \frac{\nu^2 + \omega^2}{C_3\ \nu\ \omega_p^2}$$

en parallèle avec une inductance

$$L_p = \frac{1}{C_3\ \omega_p^2} \cdot \frac{\gamma^2 + \omega^2}{\omega^2}$$

et une capacité $C_p = C_3$

entre L_p et R_p existe la relation

$$\frac{R_p}{L_p\,\omega} = \frac{\omega}{\gamma} \qquad (11)$$

La figure 9 montre les schémas électriques du condensateur sans et avec la colonne de plasma.

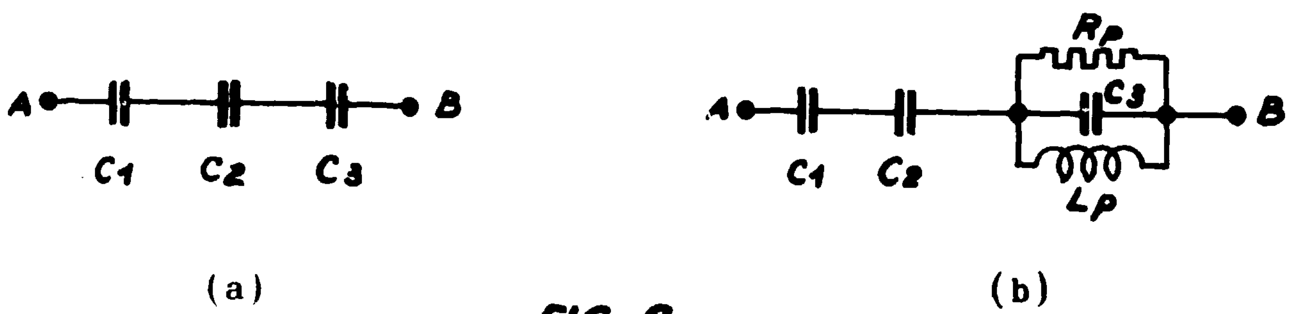


FIG. 9

Pour $F \simeq 27$ MHz et une densité de l'ordre de 10^{10} e/cm^3
$L_p\ C_3\ \omega^2 \ll 1$ le plasma est inductif.

L'impédance Z_p du plasma est en série avec un condensateur C tel que :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

et dans les conditions de notre expérience

$$\frac{1}{C\,\omega} \ll Z_p$$

2° Calcul de l'impedance entre les points A et B de la figure 9 avec et sans décharge.

a) Sans décharge

L'impédance entre A et B est celle des trois capacités C_1 C_2 C_3 en série si C'_o est la capacité équivalente :

$$\frac{1}{C'_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Avec l'exemple numérique cité précédemment :

$$C'_o = 0{,}32 \quad pF$$

b) Avec décharge (figure 9 - b)

L'impédance entre les points A et B en présence de la colonne peut être représentée par la mise en parallèle d'un condensateur C_a et une résistance R_a. Après un calcul long et fastidieux nous trouvons :

$$C_a = C\,\frac{1 + \left(R_p/L_p\,\omega\right)^2 \left(1 - L_p C_3\,\omega^2\right)\left[1 - L_p (C+C_3)\,\omega^2\right]}{1 + \left(R_p/L_p\,\omega\right)^2 \left[1 - L_p (C + C_3)\,\omega^2\right]^2} \qquad (12)$$

$$R_a = R_p\,\frac{1 + \left(R_p/L_p\,\omega\right)^2 \left[1 - L_p (C+C_3)\,\omega^2\right]^2}{\left(R_p/L_p\,\omega\right)^2 \left(L_p\,C\,\omega^2\right)^2} \qquad (13)$$

Dans les conditions de notre expérience :

$$L_p C_3 \omega^2 \ll 1 \quad \text{et} \quad L_p (C + C_3)\omega^2 \ll 1$$

Nous pouvons écrire les formules approximatives suivantes :

$$C_a \doteq C \tag{12'}$$

$$R_a \doteq \frac{1}{R_p} \cdot \frac{1 + (R_p/L_p\omega)^2}{C^2 \omega^2} \tag{13'}$$

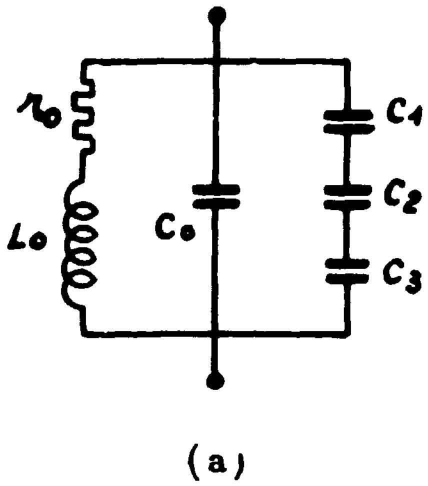
La capacité apparente C_a en présence de la colonne de plasma est nettement plus grande que celle en absence de décharge

$$C_a \doteq C = 4{,}3 \text{ pF} \qquad C_o' \doteq 0{,}32 \text{ pF}$$

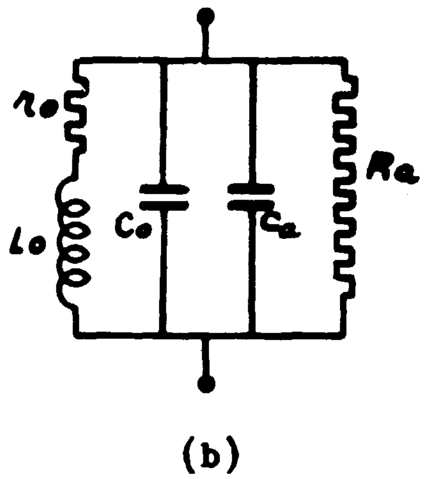
Il y a donc augmentation de capacité $\Delta C = C_a - C_o \doteq 4$ pF bien que le plasma soit inductif pour la fréquence utilisée. Ce qui explique la diminution de la fréquence propre du circuit oscillant L_oC_o auquel le condensateur à plasma est branché en parallèle. Vassermann explique cette diminution de fréquence propre en supposant que l'inductance L_p du plasma se met en série avec L_o ce qui nous semble peu justifiable étant donné le schéma de son montage (figure 1 - paragraphe I). Tenant compte de la relation (11) R_a peut s'écrire :

$$R_a \doteq \frac{1}{R_p} \cdot \frac{1}{C^2 \omega^2} \cdot \frac{\omega^2 + \gamma^2}{\gamma^2} \tag{14}$$

Lorsque le condensateur à plasma se trouve branché en parallèle sur le circuit antirésonant L_oC_o, le glissement de fréquence et l'amortissement en charge de ce dernier sont dûs respectivement à la capacité C_a et à la résistance parallèle R_a (figure 10)



- FIG. 10 -



C_a et R_a peuvent être déduits de la mesure de glissement de fréquence et du coefficient de surtension en charge Q_1 du circuit antirésonant.

$$\frac{C_a}{C_o} \doteq 2\,\frac{\Delta f}{f_o} \qquad\qquad R_a = \frac{Q_o\, L_o\, \omega}{(Q_o/Q_1)-1}$$

Nous sommes en mesure d'expliquer les résultats expérimentaux donnés au paragraphe II (figures 5 et 6).

1°- <u>Variation du rapport Q_1/Q_o en fonction de la pression</u>.

Remplaçons dans la relation (14) R_p par sa valeur

$$R_p = \frac{\nu^2 + \omega^2}{C_3\, \nu\, \omega_p^2}$$

nous obtenons :

$$R_a = \frac{C_3\, \omega_p^2}{\nu\, c^2\, \omega^2} \qquad (15)$$

a) Dans la zone de pression comprise entre 10^{-3} et 10^{-2}mm Hg la densité électronique n proportionnelle à ω_p^2 augmente, mais moins vite que la fréquence de collision quand la pression croît. R_a diminue donc quand la pression augmente d'après la relation (15) d'où une diminution correspondanre du rapport Q_1/Q_o (figure 5).

b) $\rho \geqslant 2.10^{-2}$ mm Hg : quand la pression augmente à partir de $\rho = 10^{-2}$ mm Hg c'est la densité électronique qui augmente plus vite que la fréquence de collision (nous observons expérimentalement une augmentation rapide du courant de décharge proportionnel à n en fonction de la pression pour $\rho \geqslant 10^{-2}$ mm Hg). Le plasma devient plus conductible R_a augmente avec la pression d'où une augmentation correspondante du rapport Q_1/Q_o (courbe figure 5).

2°- Variation Q_1/Q_o en fonction de la fréquence appliquée.

Nous constatons sur la figure 5 une augmentation du rapport Q_1/Q_o quand la fréquence appliquée f diminue pour une pression donnée. La courbe mesurant Q_1/Q_o en fonction de la pression à 14,14 MHz est au-dessous de la même courbe mesurée à 27,1 MHz, ce qui est facilement expliquable par la relation (15) : R_a étant inversement proportionnel à ω^2.

3°- Variation du rapport $\Delta f/f$ en fonction de la pression.

Reprenons la relation (12) qui peut s'écrire en négligeant $L_p C_3 \omega^2$ devant 1 et C_3 devant C et en remplaçant R_p/L_p par ω/γ

$$C_a \doteq \frac{C}{1 - \frac{C}{C_3} \quad \frac{\omega^2 + \nu^2}{\omega_p^2}}$$

Pour les faibles pression ν^2 augmente plus vite que ω_p^2 c'est-à-dire que la densité n ; le dénominateur de (16) décroît avec la pression d'où une augmentation de C_ε et par suite du rapport $\Delta f/f$.

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{1}{2} \frac{C_a}{C_o}$$

Pour des pressions supérieures à 10^{-2} mm Hg nous avons vu que ω_p^2 augmente plus vite que ν^2 le dénominateur de (16) augmente avec la pression d'où une diminution de C_a ou du rapport $\Delta f/f$ (voir figure 6).

4°- <u>Variation du rapport $\Delta f/f$ avec la fréquence appliquée</u> :

La relation (16) laisse prévoir que pour une pression donnée C_a et par suite $\Delta f/f$ augmente avec la fréquence appliquée, c'est ce que nous constatons sur la figure 6. La courbe mesurant $\Delta f/f$ en fonction de la pression pour $f = 27{,}1$ MHz est au dessus de la même courbe pour $f = 14{,}14$ MHz.

Déduisons des mesures de R_a et C_a la densité électronique n pour $\rho_o = 10^{-2}$ mm Hg, $f = 27{,}11$ MHz, $Q_1/Q_o = 0{,}09$, $Q_o = 200$, $L_o = 0{,}9\ \mu H$

$R_a = 3\ 000\ \Omega$ $\qquad$ $R_p = 4\ 500\ \Omega$ $\qquad$ <u>$n = 10^8\ e/cm^3$</u>

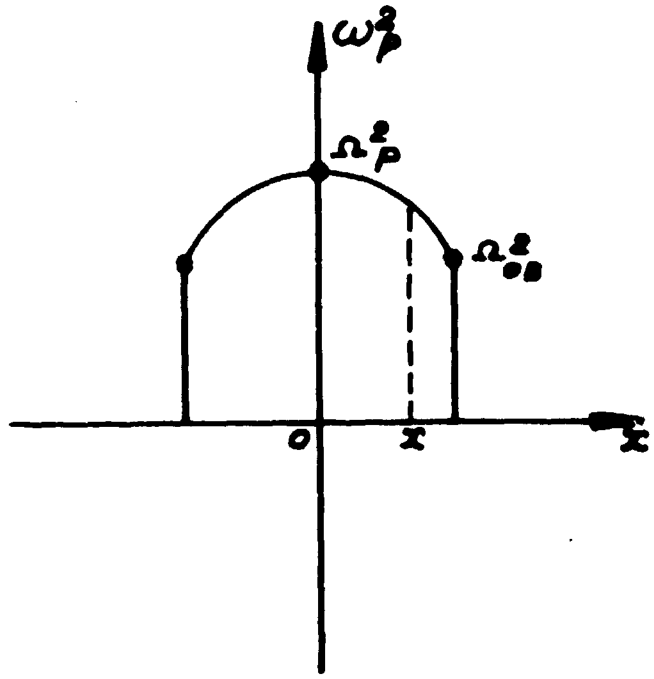
$C_a = 4$ pF $\qquad$ $\nu = 7{,}4.10^7$

alors que la même mesure faite avec une sonde de Langmuir nous donne une densité de l'ordre de 5.10^9 e/cm^3.

L'écart entre les deux méthodes semble provenir de l'hypothèse d'une distribution homogène de densité dans une section droite de la colonne de plasma. En effet, il nous semble plus juste de tenir compte de la répartition non homogène de densité dans une section droite de la colonne de plasma. La densité maximum au centre décroît ensuite vers la périphérie et s'annule brusquement à la frontière vide-plasma. Les couches périphériques de densité nettement plus faible sont beaucoup moins conductibles que la région centrale et donnent un amortissement plus grand au circuit L_o C_o.

IV - CALCUL DE LA RESISTANCE D'AMORTISSEMENT R_p EN TENANT COMPTE DE LA REPARTITION NON HOMOGENE DE DENSITE DANS UNE SECTION DROITE DE LA COLONNE DE PLASMA -

Nous faisons l'hypothèse, valable pour de faibles courants de décharge, d'une répartition quadratique de densité dans une section droite (figure 11).



- FIG. 11 -

La fréquence de résonance ω_p^2 de la couche située à la distance x de l'axe peut s'écrire :

$$\omega_p^2 = \Omega_p^2 \left[1 - m^2 \frac{4x^2}{d_3^2} \right]^2 \qquad (17)$$

où Ω_p^2 est la fréquence de résonance au centre ($x = 0$ maximum de densité) $d_3/2$ est le rayon de la colonne de plasma, m^2 un paramètre qui fixe le rayon de courbure pour $x = 0$ de la courbe de répartition.
Pour $m = 0$ nous avons une répartition homogène ; $m = 1$ correspond au cas d'une répartition avec densité nulle au bord $\Omega_{oB} = 0$ sans saut brusque.

Pour une couche de densité ω_p^2 la constante diélectrique peut s'écrire :

$$\varepsilon_p = \varepsilon_o \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - j\nu)} \right]$$

et la densité de courant y est liée au champ électrique appliqué E par la relation :

$$y = j\,\omega\,\varepsilon_p\,E \qquad \text{soit} \qquad E = \frac{J}{j\,\omega\,\varepsilon_p}$$

remplaçant dans l'expression de ε_p : ω_p^2 par sa valeur donnée par (17) et intégrant entre $x = -d_3/2$ et $x = +d_3/2$ nous obtenons la relation liant la tension appliquée et la densité de courant y.

$$\Upsilon = \int_{-d_3/2}^{+d_3/2} \frac{J}{j\,\omega\,\varepsilon_p}\,dx = \frac{J}{2\,\varepsilon_o} \cdot \frac{d_3}{m\,\Omega_p} \cdot \frac{j\omega+\nu}{b}\,\ln \frac{b - m\,\Omega_p}{b + m\,\Omega_p}$$

avec $b^2 = \Omega_p^2 - \omega^2 + j\,\nu\,\omega$. Dans notre cas la fréquence de résonance est très grande par rapport à ω et ν .

$$\Omega_p^2 \gg \omega^2 \qquad\qquad \Omega_p^2 \gg \nu^2$$

$b \doteq \Omega_p$ et $\mathcal{V}$ peut s'écrire

$$\mathcal{V} = -\frac{J}{2\,\varepsilon_o} \cdot \frac{d_3}{m\ \Omega_p^2} \quad (j\,\omega + \nu)\ \ell n\ \frac{1-m}{1+m}$$

soit $\mathcal{J}$ l'intensité de courant

$$\mathcal{J} = JS \quad \text{et} \quad \frac{\varepsilon_o\, S}{d_3} = C_3$$

$$\mathcal{V} \doteq \frac{1}{2\,m} \cdot \ell n \cdot \frac{1+m}{1-m} \cdot \frac{1}{C_3\ \Omega_p^2} \quad (\nu + j\,\omega)\,\mathcal{J} \tag{18}$$

La colonne de plasma est donc équivalente à une résistance r_p

$$r_p = \frac{1}{2\,m}\ \ell n\ \frac{1+m}{1-m} \cdot \frac{\nu}{C_3\ \Omega_p^2}$$

en série avec une inductance $_p$

$$\ell_p = \frac{1}{2\,m}\ \ell n\ \frac{1+m}{1-m} \cdot \frac{1}{C_3\ \Omega_p^2}$$

Transformons ce schéma série en schéma parallèle, nous obtenons :

$$R_p = \frac{1}{2\,m} \cdot \ell n\,\frac{1+m}{1-m} \cdot \frac{1}{C_3\,\Omega_p^2} \cdot \frac{\nu^2 + \omega^2}{\nu} \tag{19}$$

$$\|\sigma\| = \begin{Vmatrix} \sigma_1 & -\sigma_2 & 0 \\ \sigma_2 & \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_0 \end{Vmatrix} \qquad (23)$$

avec $\sigma_o = \varepsilon_o \, \omega_p^2 \, \dfrac{1}{\nu + j\omega}$ $\qquad \sigma_1 = \varepsilon_o \, \omega_p^2 \, \dfrac{\nu + j\omega}{(\nu + j\omega)^2 + \Omega_o^2}$

$$\sigma_2 = \varepsilon_o \, \omega_p^2 \, \frac{\Omega}{(\nu + j\omega)^2 + \Omega_o^2}$$

$\Omega_o = \dfrac{e\,B_o}{m}$ est la fréquence cyclotronique des électrons.

La densité de courant $\vec{j}$ est liée au champ électrique appliqué par la relation

$$\vec{y} = \|\sigma\| \, \vec{E}$$

soit :

$$j_x = \sigma_1 \, E_x - \sigma_2 \, E_y$$

$$j_y = \sigma_2 \, E_x + \sigma_1 \, E_y$$

$$j_z = \sigma_o \, E_z \qquad (24)$$

Le champ magnétique B_o est dirigé suivant Oz et le champ électrique appliqué suivant l'axe Ox.

Dans le plasma le champ électrique a une composante E_y suivant Oy dûe à l'effet Hall ; la composante E_z est nulle. Dans l'espace vide entre le plasma et la paroi de verre nous avons évidemment $j_y = 0$ et il en est de même dans la plasma par continuité, nous en déduisons E_y.

$$j_y = \sigma_2 E_x + \sigma_1 E_y = 0 \qquad \text{soit} \qquad E_y = -\frac{\sigma_2}{\sigma_1} E_x$$

remplaçant E_y par sa valeur dans l'expression de jx.

$$j_x = \sigma_1 E_x - \sigma_2 E_y = \left(\sigma_1 + \frac{\sigma_2{}^2}{\sigma_1} \right) E_x = \frac{\sigma_1{}^2 + \sigma_2{}^2}{\sigma_1} E_x \qquad (25)$$

et la conductibilité dans la direction du champ électrique appliqué devient :

$$\sigma_x = \frac{\sigma_1{}^2 + \sigma_2{}^2}{\sigma_1}$$

il y a augmentation de la conductibilité en présence du champ magnétique phénomène observé également dans les couches ionosphériques. En remplaçant σ_1 et σ_2 par leurs valeurs données précédemment nous obtenons :

$$\sigma_x = \varepsilon_0 \omega_p^2 \frac{1}{\gamma + j\omega} = \sigma_0 \qquad (26)$$

Les résultats de la discussion théorique du paragraphe III restent donc entièrement valables en présence d'un champ magnétique statique et uniforme B. dirigé suivant l'écoulement du plasma.

VI - CONCLUSION -

Nous constatons que le fait de travailler à une fréquence fixe très faible vis-à-vis de la fréquence de résonance Ω_ρ dans l'axe de la colonne de plasma ne permet pas de mesurer la densité électronique si on ne connaît pas la fonction de répartition de densité dans une section droite. L'hypothèse d'une répartition homogène ($m = 0$, $d = 1$) peut conduire à de grossières erreurs.

Il nous semble préférable de travailler dans une bande de fréquence englobant les fréquences de résonance Ω_ρ et Ω_{ρ_b} du plasma au centre et à la périphérie. On peut mettre ainsi en évidence les résonances successives quand la fréquence appliquée ω est égale soit à Ω_ρ soit à Ω_{ρ_b} et d'en déduire en plus de la densité électronique maxima au centre une idée de la répartition de densité dans une section droite. Nous reparlerons de cette méthode dans un prochain rapport.

Manuscrit reçu le 18 janvier 1960.

BIBLIOGRAPHIE

[1] VASSERMANN I.I.
J. Tekh Fiziki. 1957, 27, 3, 516-521

[2] SCHUMANN W.O.
Z. Naturforschg 13 A 888-895 (1958) - eingegangen am
1 Juli 1958.

[3] Conseil international des Unions Scientifiques Commissions
Mixtes de l'ionosphère.

[4] LINHART
Rapport du C.E.R.N. PS/JGL 3 - Décembre 1957.

FIN