PELCE J.

Rapport CEA n° 1 303

CONVECTION FORCEE DE LA CHALEUR DANS LES ESPACES ANNULAIRES.

Sommaire :

Il s'agit précisément de l'étude expérimentale de la convection forcée de la chaleur dans des espaces annulaires parcourus par de l'air en écoulement turbulent, lorsqu'on dissipe à travers la paroi intérieure un flux de chaleur uniforme. Ces observations ont eu lieu principalement dans la région où le régime thermique n'est pas encore établi.

Il est apparu, entre autre, qu'il existait, tant dans la région où le régime thermique est en voie d'établissement qu'en régime établi, la relation suivante : le gradient longitudinal des températures, que ce soit sur la paroi ou dans l'écoulement fluide, est proportionnel au flux de la chaleur dissipée q, et inversement proportionnel à la vitesse moyenne V de l'écoulement : $\frac{dT}{dx} = B \frac{q}{V}$. Ce résultat a pour conséquence de traduire les variations du coefficient local de convection α (ou du nombre de Margoulis M), dans une relation de la forme : $\frac{1}{M} = \psi(V) \perp F(x)$. Si on rapproche de cette relation, la relation empirique classique, $\alpha = KV^n$ (où n est voisin de 0,8), on obtient la relation :

$\frac{1}{M} = \xi V^{1-n} \perp F(x)$, (ξ est une constante pour un espace annulaire donné), au moyen de laquelle a pu être coordonné l'ensemble de tous les résultats expérimentaux.

1959 92 pages.

PELCE J.

Report CEA n° 1 303

FORCED HEAT CONVECTION IN ANNULAR SPACES.

Summary :

This report deals with the experimental study of forced heat convection in annular spaces through which flow of air is passing when a uniform heat flux is dissipated across the inner wall. These observations took place chiefly in the region where thermal equilibrium are not yet established.

Amongst other things it became apparent that, both in the region where thermal equilibrium conditions are on the way to establishment and where they are already established, the following relationship held good : the longitudinal temperature gradient, either on the wall or in the fluid stream, is proportional to the heat flux dissipated q, and inversely proportional to the average flow rate V : $\frac{dT}{dx} = B \frac{q}{V}$. From this result the next step is to express the variations of the local convection coefficient α (or of the Margoulis number M) in a relationship of the form : $\frac{1}{M} = \psi(V) \perp F(x)$. If this relationship is compared with the classical empirical relationship $\alpha = KV^n$ (where n is close to 0.8), the relationship : $\frac{1}{M} = \xi V^{1-n} \perp F(x)$ is obtained (ξ is a constant for a given annular space); from this it was possible to coordinate the whole set of experimental results.

PRÉSIDENCE DU CONSEIL

COMMISSARIAT A
L'ÉNERGIE ATOMIQUE

CONVECTION FORCÉE DE LA CHALEUR DANS LES ESPACES ANNULAIRES

par

Jacques PELCÉ

Ingénieur ENSMA

Rapport C.E.A. n° 1303

CENTRE D'ÉTUDES
NUCLÉAIRES DE SACLAY
SERVICE DE DOCUMENTATION
Boite postale n° 2 — Gif-sur-Yvette (S.-et-O.)

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE POITIERS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Jacques PELCÉ
Ingénieur E N S M A

PREMIÈRE THÈSE :

Convection forcée de la chaleur dans les espaces annulaires

DEUXIÈME THÈSE :

Proposition donnée par la Faculté

Soutenues le 6 février 1960 devant la Commission d'Examen

MM. PONCIN — Président

CHARTIER
CORDIER
BORY
} Examinateurs

INTRODUCTION

L'étendue que l'on peut donner à l'étude d'un phénomène de convection est variable. On peut se borner à mesurer globalement le flux de chaleur échangé en fonction des différents paramètres qui le déterminent. On peut aussi s'attacher à obtenir les valeurs des échanges locaux. On peut enfin analyser l'écoulement lui-même, c'est-à-dire les répartitions des vitesses et des températures mesurées dans la veine fluide.

Nous avons tenté, pour notre part, d'examiner le phénomène de convection sous ces différents aspects ; nous ne devons pas dissimuler cependant que nous n'avons pas intégralement réalisé ce qui était dans nos intentions. Après une étude bibliographique de la question, nous avons établi un plan d'expérimentation susceptible de nous placer dans les conditions les plus favorables. Nous nous sommes trouvés ainsi en présence d'un ensemble de résultats expérimentaux qui nous ont guidé pour poursuivre la recherche ; ils nous ont permis de préciser les conditions dans lesquelles il fallait se placer pour étudier au mieux les divers aspects du phénomène, et ses particularités qui nous paraissaient les plus intéressantes. Nous avons ainsi laissé de côté certains points sur lesquels nous espérons pouvoir revenir. Il nous a semblé cependant utile de présenter notre travail dans son état actuel car il nous parait former un ensemble dans lequel les détails négligés sont dans une certaine mesure secondaires.

Nous avons étudié la convection forcée de la chaleur dans des espaces annulaires parcourus par de l'air en écoulement turbulent, lorsqu'on dissipe à travers la paroi intérieure un flux de chaleur uniforme.

Nous avons adopté la méthode de travail suivante : choisir des caractéristiques simples ; observer le phénomène expérimentalement sous ses aspects les plus variés ; interpréter ; et alors seulement, tenter de faire les schématisations utiles.

Les travaux publiés ayant un lien plus ou moins proche avec notre étude concernent : soit, également, des espaces annulaires mais dans lesquels les expérimentateurs ont considéré un noyau central à température de paroi uniforme ou s'en approchant, - ce qu'ils obtenaient au moyen du passage de deux fluides, l'un dans le tube central, l'autre dans l'espace annulaire, (ainsi fonctionnent d'ailleurs les échangeurs de chaleur classiques) - ; soit, des problèmes à densité de flux de chaleur uniforme étudiés dans d'autres géométries plus simples en général, telles que les tubes ou les plaques planes. Dans ce deuxième cas, les travaux expérimentaux sont rares [1] ; il existe bien par contre quelques études théoriques, mais elles se sont limitées presque toutes à l'étude des longueurs d'établissement de régime [2] et [3].

La plupart des études expérimentales ne portent que sur l'un des deux champs d'observation : la paroi ou le fluide. Il s'ensuit qu'elles s'engagent dans des voies différentes et souvent indépendantes :

- les premières mesurent des coefficients de convection ; elles permettent par conséquent d'obtenir des renseignements sur les échanges de chaleur en fonction des divers paramètres. Cependant, elles ne considèrent le plus souvent que des échanges globaux [4], [5] et [6]. Les valeurs numériques obtenues dans ces diverses expérimentations sont nettement divergentes ; il faut probablement en chercher la raison dans la diversité des conditions expérimentales, et aussi dans l'emploi, pour caractériser le phénomène, de paramètres qui, tout en portant les mêmes noms, ne sont pas strictement identiques.

- les secondes étudient les transmissions de chaleur au sein du fluide, à partir des répartitions des vitesses et des températures [7], [8] et [9]. C'est ainsi qu'un certain nombre de conclusions concernant les diffusivités turbulentes thermiques peuvent paraître maintenant définitives [10] et [11].

Par contre, deux aspects, en particulier, n'ont été que très peu étudiés expérimentalement :

- les variations du coefficient local de convection dans la région d'établissement du régime thermique [1], [12] et [13].

- l'influence de l'intensité du phénomène thermique sur la valeur du coefficient de convection [14].

Nous ne préciserons pas davantage, ici, le contenu de ces travaux. Nous y reviendrons ultérieurement, sur certains points particuliers, lorsque notre étude envisagera ces mêmes questions.

De l'ensemble de notre bibliographique il résulte que, dans le domaine de la convection, pour obtenir des résultats susceptibles d'être comparés, il est indispensable que les conditions aérodynamiques d'une part, thermiques d'autre part, soient bien définies.

Les conditions aérodynamiques sont définies par la géométrie du dispositif. Il faut par ailleurs bien préciser les paramètres caractérisant le mouvement du fluide.

Nous avons utilisé une disposition usuelle en mécanique des fluides. Le fluide est aspiré dans un tube ouvrant sur l'atmosphère par l'intermédiaire d'un collecteur (fig. 1). Suivant l'axe de ce tube est disposé le cylindre intérieur chauffé. Nous avons réalisé successivement deux modèles pour celui-ci, le second ayant été établi pour obtenir une densité de flux de chaleur plus uniforme, après examen des résultats expérimentaux donnés par le premier. Nous faisons débuter le chauffage du cylindre intérieur en A, à 50 cm en aval du nez hémisphérique N ; le phénomène thermique commence, alors, dans une région où le régime aérodynamique est sensiblement établi. La longueur chauffée est de 1 mètre (de A à B). Nous avons expérimenté dans quatre espaces annulaires caractérisés par quatre diamètres différents du tube extérieur, à savoir d_2 = 38 mm, 44 mm, 54 mm et 70 mm ; dans toutes les expériences, le diamètre du cylindre intérieur est d_1 = 30 mm ; il s'ensuit que les épaisseurs e d'espace annulaire sont respectivement de 4 mm, 7 mm, 12 mm et 20 mm. Les diamètres extérieurs d_2 ont été choisis de manière que les sections de passage du courant d'air varient sensiblement en progression géométrique de raison d'eux.

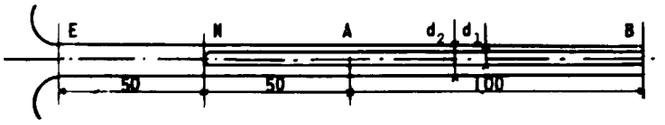

Fig. 1.

Nous caractériserons le mouvement du fluide au moyen de la vitesse de débit-masse - nous donnerons plus loin les raisons de ce choix -, définie au moyen de la formule : $V = \frac{D}{\rho_0 S_s}$, dans laquelle D est le débit-masse du fluide, S_s la section de passage de celui-ci, et ρ_0 une masse spécifique conventionnelle pour laquelle nous avons choisi les conditions arbitraires suivantes : pression de 760 mm de mercure, température de 15° C.

Il est indispensable également de bien définir les conditions thermiques. Dans la plupart des mémoires expérimentaux, avons-nous dit, la surface perdant de la chaleur est à température sensiblement uniforme. Les variations du coefficient local de convection se manifestent par une variation de la densité du flux de chaleur dissipé. Dans nos expériences au contraire, le flux de chaleur ne dépend pas de l'abscisse ; les variations du coefficient de convection correspondent à une variation de la température de paroi. Nous verrons que les phénomènes sont différents selon que la condition imposée est la température de paroi ou la densité du flux de chaleur.

Nous définirons le coefficient local de convection par l'expression $\alpha = \frac{\varphi}{T_s - T_m}$, où φ représente la densité du flux de chaleur traversant la paroi et emportée par le fluide, T_s la température de paroi et T_m la température moyenne de débit-masse du fluide à l'abscisse x. Si dans la formule $\alpha = \frac{\varphi}{T - T_0}$, il n'y a aucune ambiguïté dans le choix de la température T qui est celle de la paroi, plusieurs conventions sont possibles pour caractériser la température de l'air de refroidissement T_0. L'avantage qu'offre l'emploi de la température moyenne de débit T_m, c'est qu'elle conduit à une valeur limite constante pour α, lorsqu'on se trouve dans la région de régime thermique établi. Nous avons observé expérimentalement, par des mesures effectuées non seulement à la paroi, mais aussi au sein du fluide, cette valeur constante que plusieurs auteurs ont prévue par le calcul [3] et [9].

Notre problème étant ainsi situé et défini, nous pouvons aborder l'exposé de l'étude proprement dite. Il comportera trois parties.

La première partie est consacrée, d'une part, dans un premier chapitre, à la description de l'ensemble du dispositif expérimental et du noyau constituant le cylindre intérieur, et à l'exposé des méthodes de mesures, et, dans un deuxième chapitre, d'autre part, à l'étude des paramètres devant caractériser le phénomène, ainsi qu'à la discussion de notre montage expérimental.

Dans la deuxième partie, nous décrivons les expériences et analysons les résultats. Nous consacrons successivement deux chapitres, l'un à l'étude du phénomène à la paroi, l'autre à l'étude du phénomène dans l'écoulement fluide : les observations à la paroi permettent essentiellement l'étude du coefficient de convection ; dans le fluide, nous relevons des profils de vitesses et de températures. Nous étudions de façon assez détaillée l'effet de l'augmentation du flux de chaleur dissipé, tant sur le coefficient de convection que sur les répartitions des vitesses et des températures dans l'écoulement. Nous donnons les conclusions les plus immédiates relatives à l'un et à l'autre des deux champs d'observation que constituent la paroi et le fluide. Dans un troisième chapitre, nous analysons plus avant certains caractères des échanges thermiques au sein de l'écoulement fluide.

Dans la troisième partie, faisant appel aux résultats des mesures effectuées au sein du fluide, de même que sur la paroi du cylindre intérieur, nous élaborons une théorie semi-empirique qui nous permettra, en particulier, de coordonner de façon satisfaisante l'ensemble de nos résultats expérimentaux.

Nous tenons à exprimer notre reconnaissance la plus profonde à M. Bory, Maître de conférences à la Faculté des Sciences de Poitiers, qui ne nous a jamais ménagé ni son temps ni ses conseils précieux, et auquel, pour ces raisons, nous devons beaucoup.

Nous sommes très reconnaissants à M. Poncin, Professeur à la Sorbonne, Directeur de l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique de Poitiers, de nous avoir accueilli dans le Laboratoire d'Etudes Thermiques de l'Ecole et mis ainsi à notre disposition les ressources incomparables de ce Laboratoire.

Nous tenons à remercier M. Cordier, Professeur à la Faculté des Sciences de Poitiers, qui nous a toujours prêté un concours amical, et ne nous a jamais refusé son aide au cours de notre travail expérimental.

Nous tenons également à remercier M. le Professeur Chartier, ainsi que M. Gray, Maître de conférences à la Faculté des Sciences de Poitiers, qui ont bien voulu s'intéresser à notre travail.

Nous remercions enfin très sincèrement M. Gosse, Chef de travaux à la Faculté des Sciences de Poitiers, ainsi que tous nos camarades qui, au cours de conversations très profitables, ont contribué à éclaircir certains aspects de nos recherches.

PREMIÈRE PARTIE

CHAPITRE I

LE MONTAGE EXPÉRIMENTAL

L'ENSEMBLE DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Choix d'une géométrie amont.

Nous avons donné, dans l'introduction, une description rapide du dispositif expérimental utilisé dans notre étude (schéma fig. 1). Il a été conçu de façon à obtenir des conditions aérodynamiques simples et bien définies.

Dans les réalisations industrielles, le fluide est amené dans l'espace annulaire par des conduits de formes variables. Mais ce genre de dispositif ne peut donner lieu à un phénomène aérodynamique bien défini qu'en précisant un système arbitraire de canalisations. Aussi l'avons-nous proscrit, et avons-nous préféré que le courant d'air aspiré dans le tube extérieur attaque directement le cylindre intérieur. Le champ aérodynamique n'est plus alors influencé que par la forme de l'extrémité amont du cylindre intérieur qui précède le domaine d'étude où à lieu la dissipation calorifique (fig. 1).

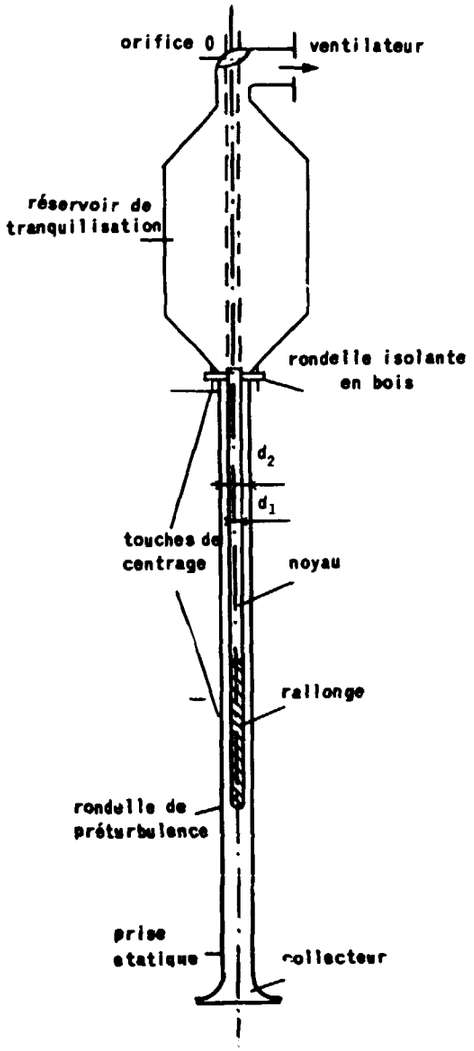

Fig. 2.

Pour étudier le phénomène de convection, il importe de préciser le lien qui doit exister entre le champ aérodynamique et le phénomène thermique qui s'y développe. Or, dans un conduit étroit, que ce soit par voie expérimentale ou par voie théorique, on considère habituellement que l'on a obtenu des conditions aérodynamique et thermique clairement définies, quand on se trouve dans l'un ou l'autre des cas suivants : ou bien les phénomènes aérodynamique et thermique débutent au même point, ou bien le phénomène thermique débute dans un régime aérodynamique établi.

Pour que les phénomènes aérodynamique et thermique débutent au même point, il faut que le phénomène thermique débute à l'extrémité amont du cylindre intérieur. La forme de cette extrémité peut alors conditionner de façon sensible l'évolution ultérieure de la convection ; elle constitue, par conséquent, un facteur qu'il faudrait alors étudier à part.

Dans le cas, par contre, où le phénomène thermique débute dans un régime aérodynamique établi - cette condition est obtenue quand la partie du cylindre intérieur où a lieu la dissipation calorifique est précédée d'une longue rallonge de même diamètre -, la nature de l'écoulement, à l'endroit où débute le phénomène thermique, n'est pratiquement plus influencée par la forme de l'extrémité de cette rallonge. L'arbitraire que constituait la forme de cette extrémité disparaissant, les caractères de l'expérimentation sont ainsi mieux définis. C'est cette deuxième disposition que nous avons adoptée.

Description du dispositif expérimental.

Le montage est vertical. L'aspiration s'effectue de bas en haut (fig. 2). L'espace annulaire est limité, d'un côté par le cylindre intérieur de diamètre d_1 = 30 mm - ce cylindre est constitué de l'un ou l'autre des noyaux que nous décrirons plus loin, précédés d'une rallonge de 50 cm de long dont l'extrémité est de forme hémisphérique -,

de l'autre côté par l'un des quatre tubes dont les diamètres intérieurs respectifs sont d_2 = 38 mm, 44 mm, 54 mm, 70 mm, et dont la longueur, égale pour tous, est de 2 mètres. Il s'agit de tubes trouvés dans le commerce, étirés à froid, à paroi lisse et brillante.

Dans les premières expériences, le cylindre intérieur, constitué du premier noyau, était centré au moyen d'ailettes solidaires de sa paroi. Nous avons préféré pour le deuxième noyau un centrage au moyen de touches très fines, vissées dans le tube extérieur et serrant le noyau dans sa position axiale ; elles sont disposées en deux sections, l'une à l'avant, l'autre à l'arrière, comme il est indiqué sur la figure 2, et sont au nombre de trois par section, à 120° l'une de l'autre ; elles ont pour diamètre, 3 mm à l'avant, 5 mm à l'arrière.

A l'avant du tube extérieur est fixé un collecteur d'entrée d'air suivi immédiatement d'une prise de pression statique en paroi permettant la mesure du débit-masse.

Le tube extérieur est fixé à l'arrière à un réservoir de tranquillisation par l'intermédiaire d'une rondelle épaisse en bois assurant l'isolement thermique entre le réservoir chauffé par l'air sortant de l'espace annulaire et le tube extérieur. L'aspiration est assurée par un ventilateur isolé mécaniquement du reste du dispositif par un raccord flexible, de façon à éviter la transmission des vibrations.

Dans les quatre espaces annulaires, nous avons réalisé des vitesses allant approximativement de 10 m/s à 60 m/s. Pour obtenir un écoulement turbulent à tous les régimes de vitesses, nous avons placé à l'entrée du dispositif un obstacle constitué, soit par une grille, dans nos premières expériences, soit par une rondelle étroite appliquée contre le tube extérieur à l'entrée de l'espace annulaire (fig. 2), dans les expériences suivantes.

LE CYLINDRE INTERIEUR

Problèmes posés par la réalisation de la dissipation du flux de chaleur uniforme.

Pour obtenir un flux de chaleur uniforme, on peut envisager les deux solutions suivantes :

a) Le noyau peut être constitué par un tube métallique très mince dans lequel on fait passer une très forte intensité de courant. Mais, pour réaliser ainsi un flux uniforme, deux nécessités s'imposent : d'une part, la résistivité du métal employé ne doit pas varier avec la température (1) ; d'autre part, l'épaisseur du tube doit être parfaitement uniforme. Faute de pouvoir posséder des tubes remplissant ces conditions, nous n'avons pas retenu cette solution.

b) On peut réaliser sur un support convenable au sein du noyau un bobinage électrique à spires équidistantes. Il faut être certain, alors, que toute l'énergie, fournie localement au sein de la résistance de chauffage et traversant la paroi du noyau, est emportée par le courant d'air au niveau de la même section. Cette condition sera réalisée s'il ne se produit pas, dans l'épaisseur de la paroi, une conduction longitudinale de la chaleur. Il est donc nécessaire que la paroi du noyau soit en une matière peu conductrice (or, pour d'autres raisons, il faut qu'elle soit en métal ; nous avons utilisé l'acier qui est tout de même relativement peu conducteur), et de plus qu'elle soit aussi mince que possible.

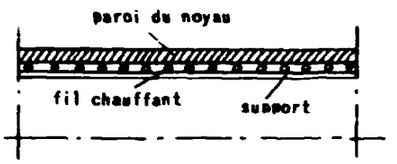

Fig. 3.

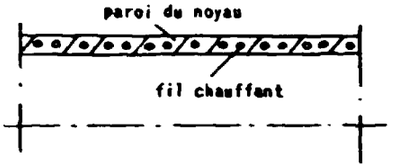

Fig. 4.

Deux possibilités s'offrent, alors, pour la construction du cylindre intérieur : soit l'emploi d'un tube mince possédant dans sa cavité inférieure un bobinage électrique enroulé sur un support léger (fig. 3), soit l'emploi d'un tube mince également, mais au sein de la paroi duquel pourrait être noyée la résistance de chauffage (fig. 4). Ces deux solutions ont été successivement adoptées pour l'un et l'autre noyaux.

Nous avons construit un premier noyau selon le premier schéma. La réalisation pratique en est plus aisée, mais il présente des inconvénients importants.

En effet, il est nécessaire de réaliser un enroulement électrique parfaitement concentrique à la paroi, de façon à ne pas favoriser le passage de la chaleur du côté d'une génératrice de la paroi aux dépens de la génératrice opposée. Si ce fait se produit, l'uniformisation de la température dans une section droite est d'autant plus difficile que la paroi est moins épaisse. Il faut donc, pour obtenir des expériences concluantes, une disposition parfaitement de révolution.

---

(1) Dans la convection à flux de chaleur uniforme, la température de paroi augmente en effet lorsqu'on s'éloigne vers l'aval.

De plus, l'enroulement électrique et son support occupent une place assez importante, ce qui limite le nombre des fils de thermocouples susceptibles de passer à l'intérieur du noyau.

Enfin, avec un tel montage, l'inertie thermique de l'ensemble du noyau est importante, si bien que le régime thermique permanent est obtenu au bout d'un temps relativement long.

Dans le second noyau, construit selon le second schéma, ces inconvénients ont une portée nulle ou négligeable. Mais la réalisation pratique devient, par contre, beaucoup plus compliquée.

Il fallait en effet trouver le moyen de noyer la résistance de chauffage dans une paroi métallique, tout en réalisant un isolement électrique parfait. Cela a été possible en utilisant le téflon comme isolant électrique. Nous avons enroulé le fil électrique gainé de téflon dans une rainure hélicoïdale profonde, usinée dans un tube mince en acier ; puis l'enroulement a été recouvert d'étain en fusion - le téflon, en effet, résiste à des températures supérieures à celle de fusion de l'étain - ; enfin le noyau a été réusiné pour réaliser le cylindre de 30 mm de diamètre.

Il semble donc que nous ayons réalisé un noyau très peu conducteur de la chaleur dans le sens longitudinal, car non seulement la paroi est mince, mais aussi chaque spire en téflon constitue une barrière aux passages de chaleur. En réalité, il a fallu donner à la paroi une épaisseur suffisante pour pallier à des difficultés d'usinage d'une part, mais surtout pour réaliser une condition thermique indispensable : une épaisseur de métal minimum est nécessaire pour que soit possible une parfaite homogénéisation locale des températures entre deux spires de l'enroulement, de façon que la température indiquée par chaque thermocouple soudé dans la paroi ait un sens. Dans ces conditions, la paroi du noyau est légèrement conductrice. Nous étudierons plus loin l'importance et les conséquences de cette conductivité.

La densité de flux dissipé se trouve limité par les conditions de construction. En effet, l'isolant électrique séparant le fil résistant de la paroi métallique constitue une barrière thermique. Dans le premier noyau (schéma fig. 3), c'est le fil chauffant qui peut être détruit (l'isolant ne pouvant être que l'air ou une matière réfractaire), dans le deuxième noyau, c'est la gaine isolante (schéma fig. 4). Dans ce dernier cas, étant donné que le téflon peut résister à des températures atteignant 250°C, nous avons pu cependant dissiper, sans danger, un peu plus d'un watt par cm^2 de surface du cylindre intérieur, la température de la paroi étant de l'ordre de 100°C.

Le premier noyau a permis de bien dégrossir le problème, et de corriger notre plan d'expérimentation. Le deuxième noyau, construit à partir des enseignements donnés par le premier, a permis d'obtenir tous les résultats expérimentaux finalement retenus.

Description du cylindre intérieur réalisé avec le premier noyau.

L'ensemble du cylindre intérieur est composé (fig. 5) :

- d'une partie avant ; c'est sur elle que porteront nos mesures ;
- d'une partie arrière permettant le centrage de l'ensemble ;
- d'une partie frontière ayant pour but d'isoler thermiquement les parties avant et arrière.

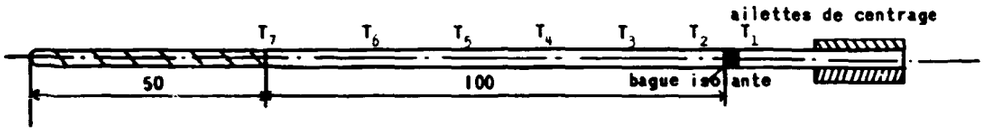

Fig. 5.

La partie avant comprend :

- une partie amont, constituée par la rallonge, longue de 50 cm, dont l'extrémité est de forme hémisphérique. Elle a été réalisée en céloron ;
- une bague de centrage, munie de trois fines ailettes, le tout étant en laiton ;
- le noyau proprement dit. Celui-ci a une longueur d'un mètre (cinq éléments vissés de 20 cm chacun). A sa surface viennent affleurer, enrobées dans une pastille d'étain (diamètre 3 mm) épaisseur 1,5 mm) assurant la continuité thermique tout le long de la surface, les soudures des thermocouples de mesure : les fils, au départ de la soudure, traversent une perle en silice à deux voies, usinée sur son pourtour (fig. 6). Les soudures des thermocouples sont disposées sur des génératrices différentes réparties autour du noyau.

Les cinq premières prises de température sont disposées tous les 20 cm, la première (T_7) étant à

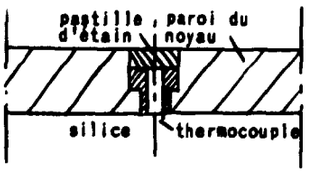

Fig. 6.

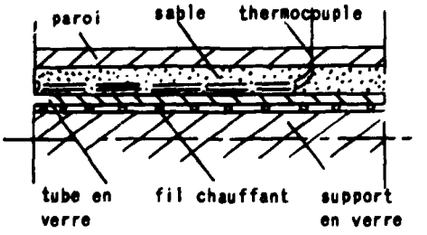

Fig. 7.

2,5 mm de la section où débute le phénomène thermique. La sixième prise de température est à 2,5 cm de la bague séparant la partie avant de la partie arrière (fig. 5).

La paroi du noyau, en acier, a une épaisseur de 4 mm. La dissipation de la chaleur est obtenue au moyen d'un fil résistant en constantan, boniné en spirales sur un support cylindrique en verre (fig. 7). Cet ensemble est introduit à force dans un tube en verre rectiligne centré aux deux extrémités du noyau (1). L'espace compris entre le tube de verre et le cylindre, et où passent les fils de thermocouple gainés de perles en silice, est rempli par du sable sec.

La conduction le long du noyau a lieu essentiellement dans la paroi en acier dont le coefficient de conductivité thermique est $\lambda = 0,46$ w/cm² (°C par cm) ; le verre et le sable sont, en comparaison très peu conducteurs. Dans ces conditions, la conduction longitudinale dans le noyau se trouve être caractérisée par la quantité $\lambda s = 2$ w/(°C par cm), s étant la section de la paroi métallique, mesurée en cm².

La partie arrière sert d'une part à la fixation des ailettes de centrage arrière ; elle possède d'autre part en son sein une courte résistance électrique destinée à créer localement, au voisinage de la bague isolante, un dégagement de chaleur tendant à s'opposer au passage longitudinal d'un flux venant de la partie avant. Nous avons disposé également, à 2,5 cm de la bague, la soudure d'un thermocouple (T_1) (fig. 5).

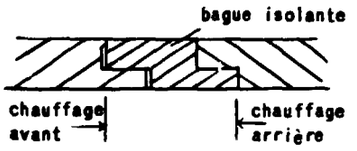

Fig. 8.

La bague séparant la partie avant de la partie arrière est en céloron (fig. 8). Par son faible coefficient de conductivité thermique, elle limite les échanges de chaleur entre les deux parties. De plus, pour limiter encore ces échanges, les surfaces, de part et d'autre de la bague, sont portées à des températures égales.

Description du cylindre intérieur réalisé avec le second noyau.

Le cylindre intérieur comprend la partie proprement expérimentale, le noyau, où s'effectuent la dissipation calorifique et les mesures des températures de paroi, précédée en amont de la rallonge déjà mentionnée, et terminée en aval par une partie très courte où sont fixés les supports (fig. 9).

Cette partie expérimentale, longue de 104 cm, est composée de quatre éléments de 26 cm (fig. 10). Chacun d'eux est constitué d'un tube en acier de 3 mm d'épaisseur au sein duquel a été noyée la résistance électrique de chauffage.

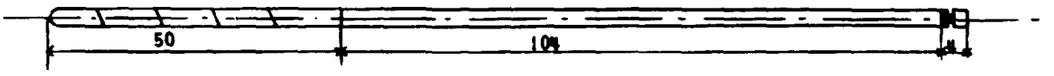

Fig. 9.

Fig. 10.

Le fil résistant, gainé de téflon - comme il a été dit ci-dessus -, est en constantan de 5/10 de mm de diamètre ; la rainure hélécoïdale profonde a un pas constant de 2,5 mm (fig. 11, pl. 6.) ; après remplis-

(1) Ce dispositif assez compliqué, a été employé pour réaliser un centrage aussi parfait que possible, dont nous avons indiqué ci-dessus la nécessité.

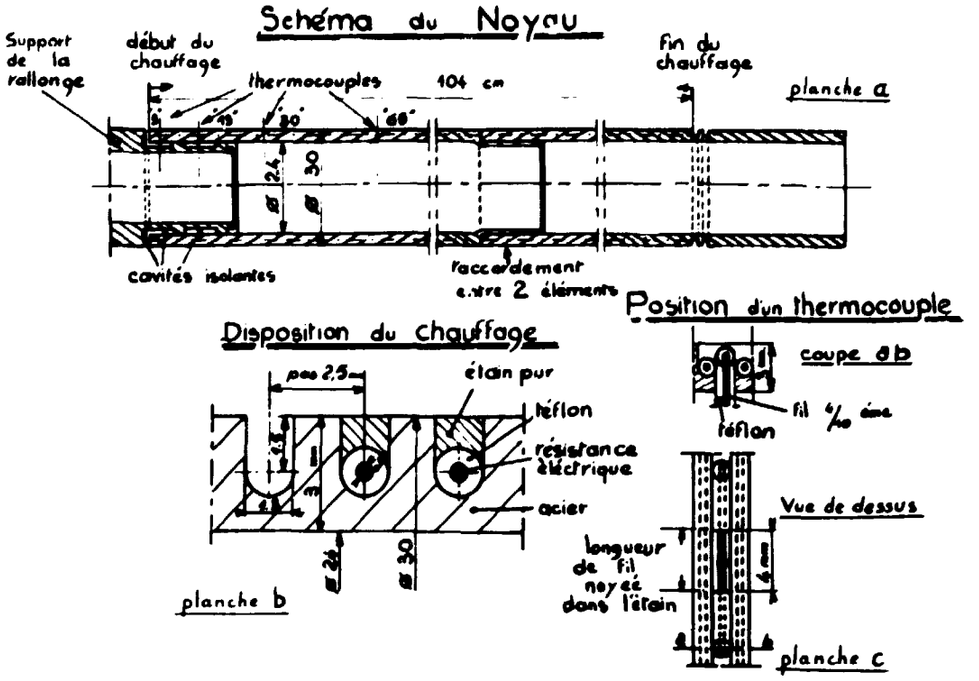

Fig. 11.

sage à l'étain et usinage définitif à la cote, d_1 = 30 mm, les quatre éléments ont été soudés bout à bout.

Le chauffage électrique se trouve ainsi réalisé (fig. 10) au moyen de quatre bobinages indépendants et identiques ; les résistances électriques, mesurées après montage, ne diffèrent que très peu ; elles ont pour valeur, en ohms, de l'amont vers l'aval, 21,361 ; 21,472 ; 21,341 ; 21,478. Les fils d'amenée de courant sont en cuivre de 6/10 de mm et sont soudés aux résistances en constantan au niveau de l'entrée des fils dans la paroi ; ainsi, à l'intérieur du noyau, ces fils d'amenée de courant dissipent une quantité de chaleur négligéable, qui ne risque pas, entre autre, de les détériorer.

Dans certaines expériences, nous avons réalisé des chauffages différents dans les quatre éléments. Lorsqu'on veut réaliser une dissipation calorifique uniforme, les quatre résistances de chauffage sont montées en parallèles (fig. 10). Considérant les très légères différences notées plus haut entre les valeurs des résistances, nous avons veillé à ajuster correctement celles-ci en prenant pour chacune d'elle une longueur convenable des fils d'amenée de courant. On obtient ainsi partout, du fait qu'elles sont alimentées à la même intensité, exactement la même densité de flux de chaleur, quand passe une intensité de courant donnée dans la résistance équivalente R résultant du montage en parallèles. R a pour valeur 5,35 ohms, et ne varie pratiquement pas avec la température, tant que celle-ci ne dépasse pas 250°C.

La mesure des températures de surface est effectuée à l'aide de dix thermocouples noyés dans la paroi. Sur la figure 11, planche c, sont représentées une vue de dessus développée et une coupe a b de la disposition d'un thermocouple. Les fils de thermocouple (BTE / CTE) de 4/10 de mm sont gainés de téflon, sauf à l'endroit de la soudure, où les fils restent à nu sur 2 mm de part et d'autre, ces 4 mm étant noyés dans l'étain ; il semble qu'une longueur de 4 mm soit suffisante pour que le passage des flux de chaleur soit peu perturbé. Immédiatement après la soudure, suit, sous le téflon, pour chaque fil, une longueur de 7 mm qui se trouve dans une zone pratiquement isotherme. En prenant ces précautions, nous espérons avoir les meilleures chances de mesurer correctement les températures de paroi.

Fig. 12.

Nous indiquons sur la figure 12 les sections où ont été disposés les dix thermocouples de mesure, qui, de plus, sont répartis sur des génératrices différentes tout autour du noyau.

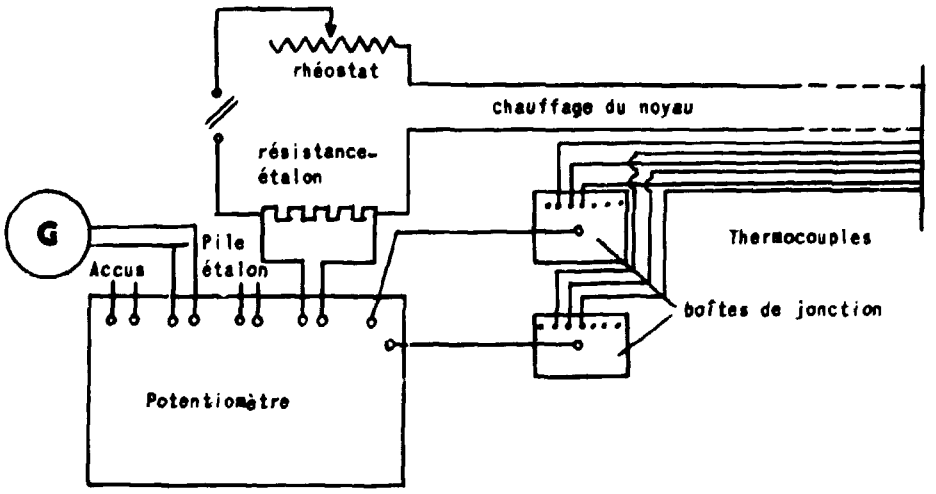

Fig. 13.

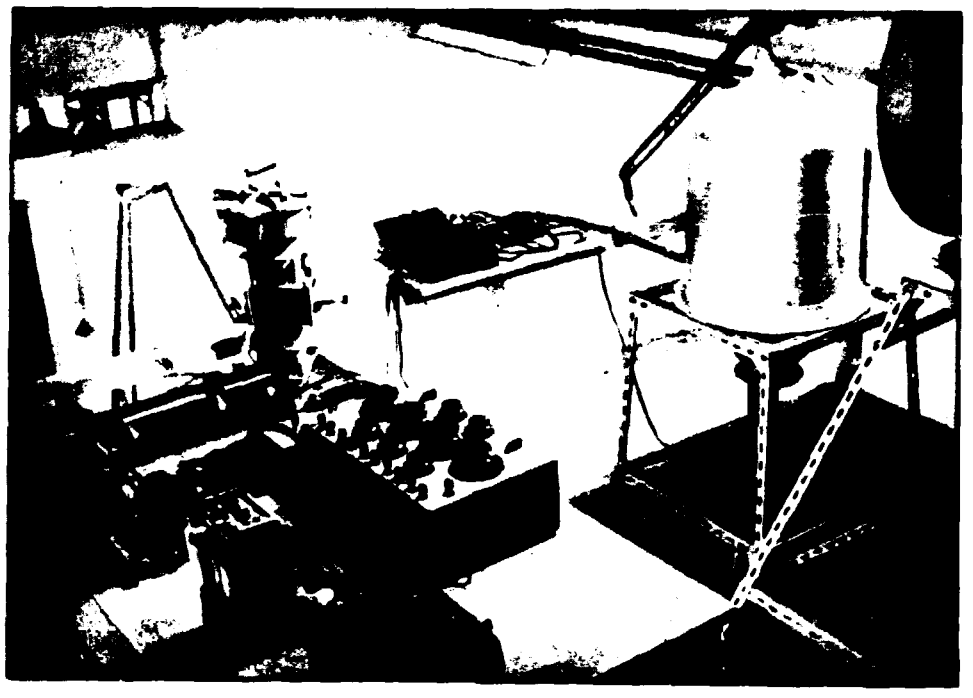

Fig. 14.

L'intérieur du noyau n'est occupé que par les fils d'amenée de courant et par les fils des thermocouples.

La conduction le long du noyau n'a lieu que dans la paroi métallique. Le coefficient de conductivité thermique de l'étain, $\lambda = 0,5$ w/cm² (°C par cm), est sensiblement égal à celui de l'acier, $\lambda = 0,46$ w/cm² (°C par cm). Nous avons alors effectué le calcul de la quantité λs en supposant que s est la surface de la partie métallique, quand on considère une section transversale de la paroi au niveau d'une spire de l'enroulement chauffant, car nous avons vu qu'une telle spire, en téflon, devait constituer une barrière thermique importante. Nous avons obtenu $\lambda s = 0,7$ w/(°C par cm), valeur que l'expérience a d'ailleurs confirmée par la suite. Cette valeur est le tiers de celle obtenue pour le premier noyau.

Les conditions thermiques aux extrémités du noyau - il s'agit d'éviter toute fuite de chaleur par conduction au-delà de celles-ci - ont été réalisées avec soin, surtout à l'extrémité avant où débute le phénomène thermique. A cet endroit, le noyau est isolé du support de la rallonge au moyen de cavités d'air (fig. 11, pl. a). A l'extrémité arrière, nous avons choisi la solution simple de terminer le chauffage au niveau de deux gorges profondes (fig. 11, pl. a), destinées à limiter la conduction vers l'aval dans les deux derniers centimètres où sont fixés les supports du cylindre intérieur.

L'inertie thermique de ce second dispositif est faible. Le régime permanent est obtenu au bout de 20 minutes environ.

METHODES DE MESURES

Mesure des vitesses et des pertes de charge

Nous mesurons le débit-masse de l'air parcourant l'espace annulaire au moyen d'une prise statique en paroi, située peu après le collecteur (fig. 2 et 15), et reliée par un conduit souple à un micromano-

Fig. 15.

mètre (fig. 14 et 15) permettant une grande précision dans les mesures : chaque hauteur verticale d'eau, compte-tenu de la précision dans la lecture et aussi de la stabilité de l'aspiration par le ventilateur, est mesurée à 0 05 mm près. Or, suivant les espaces annulaires et les vitesses imposées, nous avons à mesurer des hauteurs d'eau allant de 4 mm à 100 mm environ ; dans ces conditions, on peut considérer que le débit-masse est mesuré avec une précision comprise entre 1 % et 1 ‰, compte non tenu ici d'erreurs systématiques possibles, dues par exemple, à la forme du collecteur, ou encore à la qualité de la prise statique.

La mesure locale des vitesses dans l'espace annulaire a été réalisée au moyen d'un petit tube de Pitot, que nous décrirons plus loin, relié par deux conduits souples à un manomètre à eau. A l'aide d'un autre manomètre, nous avons relevé les différences de pression statique entre deux sections situées vers l'aval, dans une zone où le régime aérodynamique est établi. Ces indications nous ont permis d'évaluer les pertes de charge le long de l'espace annulaire.

Mesure de l'énergie dissipée dans la résistance de chauffage - Mesure des températures.

Nous avons effectué le montage comme l'indique le schéma 13 et la figure 14. Nous disposions d'un potentiomètre AOIP P.12 et d'un galvanomètre extérieur sensible. Nous avons ainsi pu apprécier le 1/1000 de millivolt autour du zéro.

Mesure de l'énergie dissipée

Le circuit de chauffage est le même pour les deux noyaux. Nous avons choisi le courant continu. Celui-ci parcourt la résistance de chauffage en constantan dont la résistance totale est R = 15,13 ohms pour le premier noyau et R = 5,350 ohms ± 0,01 pour le deuxième. L'intensité est déterminée en mesurant la différence de potentiel aux bornes d'une résistance étalon de r = 0,0100 ohms à 5/1000 près.

L'énergie calorifique totale dissipée est calculée par la formule $Q = RI^2$. Si l'on ne considère que les irrégularités intervenant dans la distribution des points de mesure - celles-ci peuvent provenir des appareils, plus ou moins sensibles, et de la tension d'alimentation, plus ou moins stable -, l'énergie dissipée Q est connue à 0,5 % près. Si l'on n'y ajoute les erreurs de caractère systématique dues au fait que les appareils sont plus ou moins justes, et que les grandeurs R et r ne sont connues qu'avec la précision donnée précédemment, l'erreur totale qu'il faut alors considérer peut être de l'ordre de 2 %.

Mesure des températures.

Nous avons effectué les mesures des températures à l'aide de thermocouples. Les températures de paroi sont données par les thermocouples soudés à la surface du cylindre intérieur (soit sept sur le premier noyau et dix sur le second). Toutes les températures au sein du fluide sont données par un seul et même thermocouple : nous le décrirons plus loin, au moment de faire l'étude locale au sein du courant d'air.

Les extrémités des fils de thermocouples ont été fixées à deux boîtes de jonction (fig. 13 et 14).

Toutes les températures, aussi bien de paroi qu'au sein du fluide, ont été mesurées par différence avec une température de référence pour laquelle nous avons adopté la température de l'air à l'entrée de l'espace annulaire, celle-ci étant rigoureusement égale à la température de l'air à l'entrée du collecteur (fig. 2). Soit donc T_1 la température à mesurer et T_2 la température de l'air à l'entrée du collecteur : nous mesurons $T = T_1 - T_2$.

La manière la plus directe et la plus précise de mesurer $T = T_1 - T_2$, aurait été d'associer, à cha-

que soudure de nos thermocouples, une soudure froide placée à l'entrée du collecteur. Nous avons préféré une méthode plus simple, qui s'est révélée d'ailleurs aussi précise.

Nous avons placé à l'entrée du collecteur un thermocouple supplémentaire qui joue le rôle de soudure froide, donc de référence, pour tous les thermocouples de mesures. Ceux-ci sont constitués par la soudure BTE/CTE située dans l'appareil, et dont nous avons déjà décrit la réalisation, et par la seconde "soudure" qui correspond aux liaisons BTE/cuivre et CTE/cuivre sur les plots de la boite de jonction, lesquels sont tous pratiquement à la même température. La soudure de référence est montée de la même façon. Pour obtenir la différence $T_v - T_e$, il suffit donc de faire la somme algébrique des forces électromotrices mesurées, d'une part sur le thermocouple de référence (qui donne, en somme, l'écart entre la température de l'air à l'entrée et la température des plots de fixation), d'autre part sur le thermocouple de mesure. Ainsi, nous n'avons pas à chercher la température des plots de fixation ; il nous suffit de savoir qu'ils sont tous à la même température.

Cette méthode nous a donné des résultats précis, parce que le local où nous travaillions offrait des conditions d'expérimentation tout à fait favorables (fig. 15) : en effet, les plots de fixation des fils de thermocouple étaient dans une atmosphère calme et à l'abri de tout rayonnement, de telle sorte que nous étions assurés - nous l'avons d'ailleurs vérifié - qu'ils gardaient une température identique ; de plus, l'indication donnée par le thermocouple de référence conservait une même valeur tout au long d'une série de mesures. Nous estimons ainsi avoir mesuré les températures $T = T_v - T_e$, qui, dans nos expériences, ne dépassent pas une centaine de degrés, à 1/10 de degré près.

CHAPITRE II

DISCUSSION

CHOIX DES PARAMETRES DE L'ETUDE

Ainsi que nous l'avons déjà dit, nous avons successivement expérimenté sur les deux noyaux. Nous exposerons dans ce chapitre un certain nombre de résultats obtenus à partir d'expériences réalisées sur ces deux noyaux. Ces expériences, que l'on peut qualifier de préliminaires, sont destinées seulement, d'une part à justifier le choix de certains des paramètres de l'étude, d'autre part à établir la précision des mesures.

Dans ces expériences préliminaires, nous avons mesuré, dans un même espace annulaire (le plus large, d = 70 mm), la répartition des températures le long du cylindre intérieur, pour un flux de chaleur dissipé donné, et pour un courant d'air de vitesse donnée.

Nous avons dû, alors, choisir des paramètres susceptibles de caractériser convenablement le phénomène.

Il en est qui s'imposent d'eux-mêmes :

- l'abscisse x le long du cylindre, comptée à partir de la section où débute la dissipation calorifique ;

- le flux de chaleur emporté par le courant d'air, soit sur l'unité de longueur d'espace annulaire, soit par unité de surface du cylindre intérieur. C'est ainsi que nous considèrerons tantôt la quantité q watts de chaleur emportée par l'air sur un centimètre d'espace annulaire, tantôt la quantité φ watts de chaleur emportée par l'air sur un centimètre carré de surface du cylindre intérieur. q et φ sont reliés par une relation qui sera la même pour toutes nos expériences puisque nous ne considérons qu'un diamètre d_1 = 3 cm du cylindre intérieur. Nous aurons : $q = \pi d_1 \varphi = 9,44\ \varphi$;

- la température de paroi T_s. Nous avons préféré, plutôt que de prendre la valeur véritable de cette température, considérer l'excès de celle-ci sur une température de référence qui soit rattachée à notre système et constitue un repère simple pour la mesure du phénomène de convection ; nous avons choisi la température de l'air à l'entrée de l'espace annulaire. Dans ces conditions, nous avons : $T_s = T_{sv} - T_e$. Nous adopterons le même point de vue en ce qui concerne la température du fluide, qu'il s'agisse de température locale, $T = T_v - T_e$, ou de température moyenne, $T_m = T_{mv} - T_e$. C'est ainsi, alors, que nous avons préféré une méthode de mesure des températures qui soit une méthode directe ou semi-directe pour mesurer la différence $T_v - T_e$ (nous avons décrit plus haut la méthode utilisée). Pour abréger, nous dirons, dans la suite de l'exposé, "température", au lieu "d'excès de température".

Il est d'autres paramètres, par contre, dont le choix n'est pas immédiat, car il y a plusieurs façons de caractériser le même phénomène, un paramètre caractérisant mieux tel de ses aspects, un autre paramètre tel autre aspect. Dans ce cas, le paramètre finalement retenu risque d'avoir une valeur restrictive et plus ou moins arbitraire.

Il y a deux cas, dans notre étude, où un tel choix se présente. D'une part, nous devons nous demander s'il n'existe pas une grandeur qui soit un paramètre de similitude, susceptible de caractériser la géométrie de l'espace annulaire. D'autre part, au moyen de quelle grandeur, du débit-masse ou de la vitesse moyenne, convient-il de mesurer le mouvement de l'air ?

Paramètres définissant la forme et les dimensions de l'espace annulaire.

Les quatre espaces annulaires envisagés ne sont pas géométriquement semblables ; nous considérons, en effet, quatre valeurs du diamètre extérieur d_2 pour une même valeur du diamètre intérieur d_1, il ne peut donc exister de facteur de proportionnalité permettant de passer des dimensions d'un espace annulaire à celles d'un autre. Donc, en toute rigueur, il ne peut y avoir de paramètre de similitude.

En fait, quand il s'agit de coordonner des phénomènes aérodynamiques et thermiques ayant lieu dans des conduits de sections variées, il est habituel d'introduire la notion de diamètre hydraulique.

Cette notion introduit, d'une part la section transversale de passage de fluide, d'autre part la partie du périmètre de cette section intéressée par le phénomène. Dans l'étude du phénomène aérodynamique, on considère le périmètre tout entier sur lequel se produit le frottement du fluide. Dans l'étude du phénomène thermique, il parait plus normal à priori de considérer la seule partie du périmètre où ont lieu les échanges thermiques.

Dans notre problème, dans ces conditions, puisque seul le noyau central est chauffé, il conviendrait de considérer deux définitions du diamètre hydraulique. Ou bien on ne considère que le phénomène aérodynamique, et alors il conviendrait d'adopter la définition suivante, qui d'ailleurs est très classique : le diamètre hydraulique d'_h est égal à quatre fois le rapport de la section de passage du fluide au périmètre dit "mouillé" : $d'_h = 4 \frac{S_s}{\pi(d_2 + d_1)} = d_2 - d_1$. Ou bien on considère seulement le phénomène thermique, et alors il conviendrait d'adopter cette autre définition, également classique : le diamètre hydraulique d_h est égal à quatre fois le rapport de la section de passage au périmètre dit "chauffé" : $d_h = 4 \frac{S}{\pi d_1} = (d_2 - d_1)\left(1 + \frac{d_2}{d_1}\right)$. Notons que cette dernière définition tient compte à la fois de l'épaisseur de l'espace annulaire, $e = \frac{d_2 - d_1}{2}$ et de la courbure de celui-ci caractérisée ici par le terme $\left(1 + \frac{d_2}{d_1}\right)$, alors que la première définition ne tient compte que de l'épaisseur e.

Nous verrons, ultérieurement, comment cette deuxième définition qui introduit le périmètre chauffé, apparait dans notre étude, de beaucoup préférable à la première.

Pour les quatre espaces annulaires, d_1 restant le même, le diamètre hydraulique d_h est proportionnel à la surface S_s de la section : $d_h = \frac{S_s}{\pi d_1}$. Nous avons alors arbitrairement choisi les dimensions des quatre espaces annulaires, de façon que les diamètres hydrauliques puissent varier sensiblement suivant une progression géométrique de raison d'eux ; les sections S_s varient donc selon cette même progression. Nous avons trouvé dans le commerce des tubes ayant des diamètres correspondant assez bien à cette dernière condition. En effet, pour les diamètres choisis d_2 = 38 mm, 44 mm, 54 mm, 70 mm, les sections S_s correspondantes sont respectivement : S_s = 4,275 cm , 8,13 cm , 16,1 cm , 31,4 cm . Les diamètres hydrauliques d_h sont alors respectivement : d_h = 18 1 mm, 34,5 mm, 67,2 mm, 133,5 mm. Notons que les épaisseurs e ont respectivement pour valeurs : e = 4 mm, 7 mm, 12 mm, 20 mm.

Paramètres définissant le mouvement de l'air.

Le mouvement de l'air dans l'espace annulaire peut être caractérisé, d'une part, si l'on considère globalement le phénomène, soit par le débit-masse D, soit par la vitesse moyenne U_e à l'entrée de l'espace annulaire, d'autre part, si l'on observe localement le phénomène, soit encore par le débit-masse, soit par la vitesse moyenne du courant d'air dans chaque section de l'espace annulaire.

Considérons, tout d'abord, le débit-masse D et la vitesse moyenne U_e à l'entrée. D et U_e mesurent des quantités de nature différente : l'un est un débit-masse, l'autre est proportionnelle à un débit-volume. Ces deux quantités sont reliées par l'expression : $D = \rho_e S_s U_e$, où S_s est la section de l'espace annulaire et ρ_e la masse spécifique de l'air à l'entrée du dispositif. Or, cette masse spécifique ρ_e de l'air, étant données nos conditions d'expérimentation, aspiration à l'air libre, est un paramètre variable, fonction de la pression atmosphérique et de la température ambiante au moment de l'expérience.

Il en résulte que le rapport du débit-masse à la vitesse moyenne varie un peu selon les conditions atmosphériques et que, par conséquent, à un même débit-masse correspondent suivant les jours, des vitesses moyennes un peu différentes.

Notre mode opératoire nous permettait de reproduire avec précision la dissipation de la même puissance calorifique dans le noyau et de réaliser, avec précision également, tel débit-masse ou telle vitesse moyenne que nous désirions. Nous avons ainsi constaté que, pour une puissance dissipée donnée, les températures reprenaient tout au long du noyau les mêmes valeurs lorsque nous réalisions des débits-masse égaux pour de l'air de densités différentes, ce qui correspondait à des vitesses légèrement différentes. Si, au contraire, nous réalisions les mêmes valeurs pour les vitesses, les températures de noyau variaient légèrement suivant la densité de l'air. Cette variation, sans être grande, l'était trop pour être due aux erreurs possibles d'expérimentation. Dans certaines expériences, nous avons relevé, pour une même vitesse moyenne, des variations relatives de la température atteignant 4 % lorsque la densité de l'air variait de 5 %.

A la suite de ces constatations, il apparait que le débit-masse est le paramètre qui permet la reproductibilité des expériences. Notons à ce propos, et cela peut expliquer en partie cette reproductibilité, qu'à égalité de débit-masse correspond égalité de capacité calorifique : $C_p . D$.

Comparons, maintenant, le débit masse D et la vitesse moyenne U_m du courant d'air en chaque section de l'espace annulaire. La vitesse moyenne U_m mesure le volume débité à travers la section droite, Dans nos expériences, la température de l'air s'élevant lorsqu'on s'éloigne vers l'aval, ce volume débité est une fonction croissante de l'abscisse x de la section. La grandeur qui reste fixe est la masse débitée par seconde, autrement dit le débit-masse. Or, nous verrons ultérieurement que l'expérience justifie l'emploi du débit-masse pour caractériser localement la rapidité du courant d'air.

Dans ces conditions, le débit-masse apparaît nettement comme étant le paramètre à utiliser dans cette étude. Il nous faut remarquer cependant que lorsqu'on compare des phénomènes ayant lieu dans des espaces annulaires de sections différentes, à un même débit-masse correspondent des vitesses très variées. Nous pouvions choisir alors le débit-masse traversant l'unité de section d'espace annulaire, c'est-à-dire le rapport $\frac{D}{S_a}$, où S_a représente la surface de la section de l'espace annulaire. Nous avons finalement préféré comme paramètre aérodynamique, la vitesse moyenne de débit-masse définie par la formule $V = \frac{D}{\rho_0 S_a}$, où ρ_0 est une masse spécifique conventionnelle pour laquelle nous avons choisi les conditions arbitraires suivantes : pression 760 mm de mercure, température 15°C, ce qui donne $\rho_0 = 1,225$ kg/m³. V est proportionnelle à $\frac{D}{S_a}$, mais la vitesse V constitue une représentation plus parlante que le rapport $\frac{D}{S_a}$.

Détermination expérimentale du débit-masse.

Le débit-masse sera mesuré, nous l'avons vu, à l'aide de la prise de pression statique en paroi, située immédiatement après le collecteur d'entrée d'air (fig. 2). Dans la plupart des cas, tant que les vitesses considérées ne sont pas trop élevées, nous appliquerons la formule de Bernouilli. Le débit-masse est alors obtenu à partir de l'expression suivante :

$$D = S_e \rho_e U_e = S_e \sqrt{2\rho_e . (p_e - p)}$$

où S_e représente la section du tube extérieur, ρ_e la masse spécifique de l'air ambiant, correspondant aux conditions de pression et de température extérieures au moment de l'expérience, $(p_e - p)$ la chute de pression dans le fluide correspondant à la mise en vitesse et mesurée par la dénivellation $h = p_e - p$ lue sur la manomètre.

La vitesse moyenne V, égale par définition à $\frac{D}{\rho_0 S_a}$, où $\rho_0 = 1,225$ kg/m³, sera calculée au moyen de l'expression suivante en tenant compte des unités choisies :

$$V = \frac{1}{1,225} . \frac{S_e}{S_a} . \sqrt{19,62 . \rho_e . h}$$

(V en m/s, ρ_e en kg/m³, h en mm d'eau).

Pour les vitesses les plus grandes que nous aurons à considérer, il apparaitra plus correct de tenir compte de la compressibilité de l'air à l'entrée du tube extérieur. Nous considèrerons donc la formule de St-Venant : $\frac{u^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_e}{\rho_e}$. En réalité, nous utiliserons une expression simplifiée de cette formule ; en effet, les quantités $\frac{p_e - p}{p_e} = \frac{h}{p_e}$ sont petites et peuvent, dans ces conditions, être considérées comme des infiniment petits dans le calcul. L'expression donnant le débit-masse peut d'écrire alors :

$$D = S_e \sqrt{2 \rho_e h} \left[1 - \frac{3h}{4 \gamma p_e} \right]$$

Le calcul de la vitesse V s'obtient donc au moyen de la formule suivante, en prenant $\gamma = 1,4$ et $p_e = 10^4$ mm d'eau environ :

$$V = \frac{1}{1,225} . \frac{S_e}{S_a} . \sqrt{19,62 . \rho_e h} \; [1 - 5,4 . 10^{-5} h]$$

(V en m/s, ρ_e en kg/m³, h en mm d'eau).

PRECISION DES MESURES

Nous avons déjà dit à quelles conditions aérodynamique et thermique devait répondre notre appareillage d'expérimentation. Il s'agit maintenant de savoir dans quelle mesure ces conditions ont effectivement été réalisées.

Les conditions aérodynamiques ont pu être réalisées sans difficulté. Nous verrons plus loin, lors de l'étude du phénomène au sein de l'écoulement fluide lui-même, comment, en particulier, nous avons obtenu un écoulement turbulent sain, c'est-à-dire dans lequel la pression et la température en chaque point présentent des caractères de régularité satisfaisants.

Les conditions d'une dissipation d'un flux de chaleur uniforme ont, par contre, été réalisées avec beaucoup plus de difficultés. Nous étudierons successivement les deux phénomènes parasites que constituent, d'une part la conductivité longitudinale au sein du noyau, dont nous avons tenté, nous l'avons vu, de minimiser l'importance, d'autre part le rayonnement de la paroi chauffée du cylindre intérieur sur la paroi du tube extérieur.

Nous considèrerons, pour l'étude de ces deux phénomènes, l'exemple suivant. Dans le même espace annulaire, d = 70 mm (1), nous avons effectué deux expériences en considérant une même vitesse moyenne dans l'espace annulaire V = 19 m/s et un même flux de chaleur dissipé q = 4 w/cm, mais en utilisant successivement les deux noyaux constituant le cylindre intérieur ; ceux-ci étaient précédés de la rallonge de 50 cm.

Sur la figure 16, nous reproduisons les résultats obtenus (2). En abscisse sont portées les positions des thermocouples de mesure ; en ordonnée, la température de paroi. Nous avons tracé, passant au plus près des points expérimentaux, deux courbes représentant les répartitions de températures le long de chacun des deux noyaux.

Les deux courbes sont distinctes. Si les deux noyaux avaient également répondu aux conditions thermiques idéales recherchées, ces deux courbes auraient été évidemment confondues. Le tracé n° 2 de la courbe relative au deuxième noyau parait plus précis ; la courbe passe relativement bien par les points

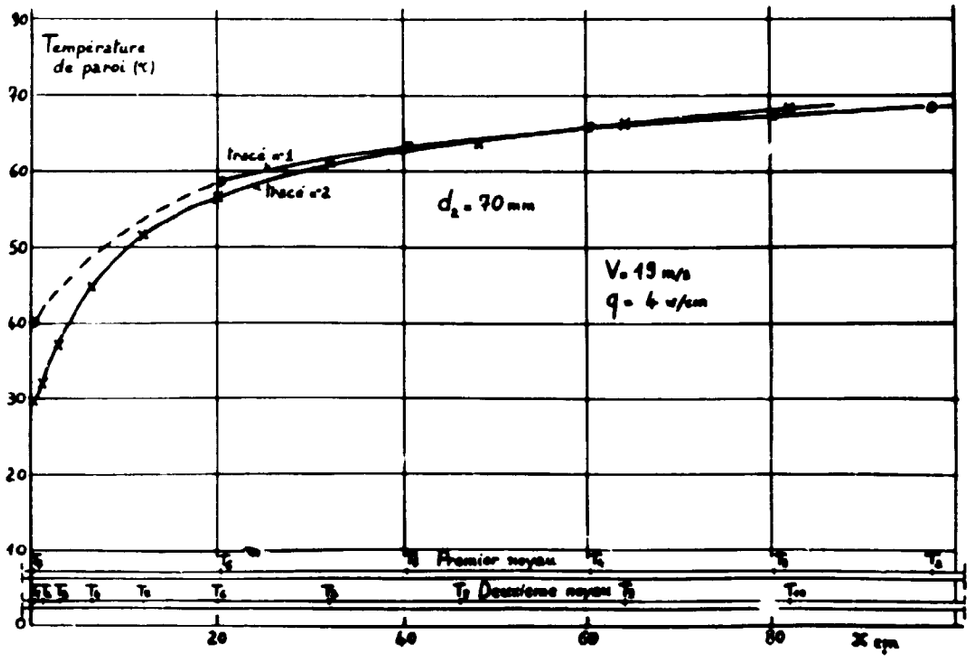

Fig. 16.

---

(1) Dans la suite de l'exposé, nous caractériserons, pour abréger, chacun des espaces annulaires par son diamètre extérieur d_2.

(2) Les résultats expérimentaux figurent en annexe à la fin de cet ouvrage (tableau n° 1). Il en sera d'ailleurs de même pour les autres tableaux des résultats de mesures.

expérimentaux ; de plus le tracé est certainement plus exact sur les 20 premiers centimètres où le nombre des points est plus grand. Puisque les points expérimentaux, relatifs à l'expérience effectuée avec le deuxième noyau, se trouvent disposés de façon bien régulière tout le long du tracé n° 2, il y a de grandes chances pour que nous ayons réalisé pour ce second noyau, et cela mieux que pour le premier, d'une part une bonne disposition des soudures des thermocouples dans la paroi, d'autre part une parfaite symétrie de révolution pour l'ensemble du noyau.

Conductivité longitudinale.

Nous avons indiqué, lors de la description des deux noyaux constituant successivement le cylindre intérieur, quel était, pour chacun d'eux, la valeur de la quantité λs, où λ est la conductivité thermique de la paroi et s sa section transversale. Nous avons noté pour le premier noyau $\lambda s = 2$ w/(°C par cm), et pour le second, $\lambda s = 0,7$ w/(°C par cm).

Nous avons vu, sur la figure 16, que le courant d'air imposait le long de la paroi une certaine répartition des températures. Les gradients de températures ainsi obtenus sont à l'origine d'un mouvement longitudinal d'ensemble de la chaleur dans la paroi de chacun des noyaux. On peut alors, en principe, évaluer ces quantités de chaleur au moyen de l'expression $\psi = \lambda s \frac{dT}{dx}$.

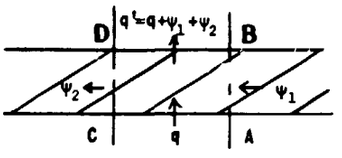

Fig. 17.

Etudions le phénomène de plus près. Considérons, en une abscisse quelconque, un élément du noyau compris entre deux sections transversales AB et CD, distantes l'une de l'autre de l'unité de longueur (fig. 17). Si nous dissipons alors une quantité de chaleur q connue au sein du noyau, il passe dans le courant d'air, au niveau de la même section, une quantité de chaleur q' différente de q, car, par conduction, il est entré à travers la section AB une quantité de chaleur $\psi_1 = \lambda s \left(\frac{dT}{dx}\right)_1$, et sorti, à travers CD, $\psi_2 = \lambda s \left(\frac{dT}{dx}\right)$ qui en général est différent de ψ_1 : nos mesures montrent, en effet, que le gradient de température $\frac{dT}{dx}$ n'est pas constant le long du cylindre intérieur. Il s'ensuit alors que $q' = q + \psi_1 - \psi_2$. La réalisation d'une dissipation du flux de chaleur uniforme exige que q' ne diffère pratiquement pas de q, c'est-à-dire que la différence $\Delta\psi = \psi_1 - \psi_2$ soit négligeable. Or, $\Delta\psi$ représente, au facteur λs près, la dérivée seconde de la courbe $T_s(x)$ de répartition longitudinale des températures : en effet, sur 1 cm de paroi, $\Delta\psi = \lambda s \left[\left(\frac{dT}{dx}\right)_1 - \left(\frac{dT}{dx}\right)_2\right] = \lambda s \frac{d^2T}{dx^2}$. Dans ces conditions, $\Delta\psi$ est d'autant plus grand que la courbure de la répartition des températures est plus prononcée. C'est donc au maximum de courbure que l'erreur due à la conduction est la plus importante.

Evaluons cette erreur maximum à partir des résultats de la figure 16. Pour les deux courbes, le maximum se situe entre le 15ème et le 20ème centimètre. Nous trouvons alors, que, dans cette région, pour le premier noyau $\Delta\psi = 0,05$ watts, et pour le second $\Delta\psi = 0,02$ watts, ce qui correspond respectivement à des erreurs relatives de 1,3 % et 0,5 %, étant donné que nous avons dissipé q = 4 w/cm. Nous avons constaté que, dans les cas les plus défavorables, cette erreur pouvait atteindre 3 % pour le premier noyau et 1 % pour le second. Or, nous estimons, compte-tenu de la précision avec laquelle sont connues les autres grandeurs, que 3 % correspondent à une influence notable de la conductivité longitudinale, alors que dans le cas où l'erreur ne dépasse pas 1 %, la conduction peut être considérée comme négligeable. Nous pouvons noter ici que la différence existant entre les pentes moyennes des deux courbures de la figure 16 est certainement due, en grande partie, à la différence entre les conductivités des deux noyaux (1).

Influence de la conductivité aux extrémités du noyau.

Considérons également quelle est l'importance de la conductivité aux extrémités du domaine d'étude, mais seulement en ce qui concerne le second noyau, pour lequel le tracé des répartitions de températures au voisinage de ces extrémités aura, par la suite, de l'importance.

Etant donné l'isolement important que nous avons réalisé entre le noyau et le support de la rallonge au niveau de l'abscisse x = o (fig. 11, pl. a), le flux notable de chaleur venant de la partie aval ne peut

---

(1) On peut noter, à propos de ce phénomène de conduction, les deux aspects particuliers suivants : d'une part, l'excès de chaleur dissipé sur les premiers centimètres soumis au refroidissement est en somme prélevé par petites portions tout le long du noyau ; d'autre part, même y aurait-il un gradient de température élevé, à la condition qu'il reste constant, tout se passerait comme si la chaleur dégagée électriquement était dissipée sur place dans le courant d'air.

qu'être évacué dans le courant d'air, et cela sur une longueur de noyau que nous évaluons à deux centimètres. En effet, la courbe de répartition des températures présente, entre le deuxième et le troisième centimètre, un point d'inflexion (fig. 16), où la courbure, alors, est nulle. D'après ce que nous avons dit précédemment, nous devons avoir en ce point $q' = q$. Dans ces conditions, seuls les deux premiers centimètres apparaissent perturbés.

A l'extrémité aval du dispositif chauffant, les deux gorges profondes (fig. 11, pl. a) ne constituent pas une barrière parfaite aux passages de chaleur par conduction. Nous avons pu constater par l'expérience que cet effet d'extrémité n'entraînait cependant au maximum qu'un écart de 1 % sur la température de paroi en une section située à 10 cm de cette extrémité du chauffage, et un écart nul en une section située à 20 cm. (Nous ne serons pas amenés à faire d'observation sur ces 20 derniers centimètres, le dernier thermocouple de mesure étant à l'abscisse x = 82 cm).

Influence du rayonnement.

L'énergie dissipée dans la résistance chauffante du cylindre intérieur n'est pas emportée dans sa totalité par le courant d'air. Une certaine partie en est perdue par rayonnement de la paroi intérieure sur le tube extérieur ; cette énergie ne peut, quoique faible, être négligée. Dans chaque expérience, une correction de rayonnement est donc nécessaire. On peut écrire :

$$Q \text{ dissipée dans la maquette} = Q \text{ emportée par l'air} + Q \text{ émise par rayonnement} \qquad (1)$$

En réalité, il est très possible que l'énergie rayonnée se trouve elle-même emportée par l'air léchant la paroi extérieure de l'espace annulaire, si bien que cette énergie se retrouve finalement dans le fluide en mouvement. Mais pour nous, nous devons déduire cette énergie rayonnée, car seule la perte de chaleur par convection sur le cylindre intérieur fait l'objet de notre étude.

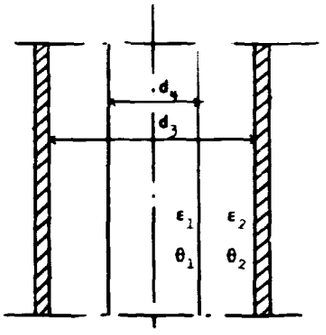

Fig. 18.

Connaissant les facteurs d'émission de la paroi du noyau, soit ε_1, et de la paroi intérieure du tube extérieur, soit ε_2, nous pouvons calculer les quantités de chaleur perdues par rayonnement au moyen de la formule classique (1) :

$$q_{ray.} = \sigma S_1 \left[\frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{S_1}{S_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)} \right] (\theta_1^4 - \theta_2^4) \qquad (2)$$

où S_1 et S_2 sont les surfaces respectives des parois intérieure et extérieure par unité de longueur, θ_1 et θ_2 les températures absolues de ces surfaces (fig. 18).

Pour que l'influence gênante de ces pertes par rayonnement soit réduite au maximum, il est évidemment préférable que la valeur de $q_{ray.}$ soit aussi faible que possible et, de plus, connue avec la plus grande précision. Il importe, par conséquent, d'une part que les facteurs d'émission soient petits, mais aussi, parfaitement constants dans le temps, d'autre part que les valeurs des températures de paroi soient choisies convenablement.

Le premier noyau était réalisé en acier ; le second, partie en acier, partie en étain ; le tube extérieur était aussi en acier. Nous avions alors le choix entre plusieurs états de surface des parois de l'espace annulaire :

- parois oxydées ;
- parois émerisées, brillantes et propres ;
- parois émerisées, brillantes et propres, mais recouvertes d'une fine couche protectrice pour éviter la rouille.

Nous avons tout de suite renoncé aux parois oxydées. Car, dans ce cas, le facteur d'émission est grand (0,8 environ), ce qui augmente d'autant la correction de rayonnement, et sa valeur dépend de façon sensible du degré d'oxydation qu'il est impossible de réaliser égal et constant sur toute la surface.

Des parois émerisées et propres ont un facteur d'émission petit, de l'ordre de 0,3 pour l'acier. Mais conserver un tel aspect de surface exige de trop grands soins.

Reste alors à réaliser une protection efficace contre la rouille, en tâchant de conserver un faible

---

(1) Ribaud et Brun. Transmission de la chaleur (tome I).

facteur d'émission. L'application d'une pellicule métallique non oxydable aurait été certainement une excellente solution. Certaines difficultés techniques ne nous ont pas permis de la réaliser.

Finalement, nous avons appliqué sur les deux parois, émerisées, brillantes et propres, une très fine couche d'huile antirouille (pour diminuer encore l'épaisseur de la couche, nous l'avons essuyée avec un chiffon sec). Nous avons vérifié, en expérimentant avec le premier noyau, que cette très fine couche d'huile constituait un obstacle négligeable aux passages de chaleur de la paroi vers le fluide.

Nous avons mesuré les facteurs d'émission ϵ à l'aide d'une pile thermoélectrique, par comparaison avec un corps noir. Pour le premier noyau, dont la surface est toute en acier, nous avons obtenu $\epsilon_1 = 0,42 \pm 0,03$. La surface du second noyau est constituée d'acier entre deux spires de l'enroulement chauffant, et d'étain au-dessus de ces spires et des soudures de thermocouple ; nous avons retenu, après mesure, la valeur $\epsilon_1 = 0,3 + 0,05$; cette seconde valeur de ϵ_1 est inférieure à la première car l'étain a un facteur d'émission bien moindre que l'acier. Le tube extérieur, brillant, et protégé également de la rouille, a un facteur d'émission $\epsilon_2 = 0,45 \pm 0,05$.

L'expression (2) est de la forme : $q_{ray.} = A(\theta_1^4 - \theta_2^4)$ avec un facteur numérique A dont la valeur est constante pour un espace annulaire donné, mais qui varie légèrement d'un espace annulaire à l'autre. Pour le second noyau, qui a fait l'objet des mesures les plus étendues, on a, en w/cm. °C^4 :

$$A_{70} = 14.10^{-12},\ A_{54} = 13,5.10^{-12},\ A_{44} = 13.10^{-12},\ A_{38} = 12,5.10^{-12}.$$

Nous avons vu que ϵ_1 et ϵ_2 étaient connus à 0,05 près ; cela entraine une imprécision sur A de l'ordre de 10 %.

La correction de rayonnement en chaque abscisse exigerait en toute rigueur que l'on calcule point par point la valeur de $q_{ray.} = A(\theta_1^4 - \theta_2^4)$, car si θ_2 a dans la plupart des expériences la même valeur tout le long de l'espace annulaire, le tube extérieur étant sensiblement à la température ambiante de la salle, θ_1, par contre est variable d'un point à l'autre du cylindre intérieur.

En réalité, on peut considérer les choses beaucoup plus simplement, car la correction de rayonnement est faible (2,5 % environ de l'énergie totale dissipée). En effet, on constate alors que la perte d'énergie par rayonnement peut se calculer avec une précision suffisante, en admettant qu'elle est uniforme tout au long du noyau et qu'elle est égale à la perte d'énergie à l'abscisse x = 38 cm mesurée à partir du début de la partie chauffée.

Si maintenant on tient compte simultanément de l'incertitude avec laquelle est connu A, et de l'erreur introduite par cette façon abrégée de calculer, on parvient au résultat définitif selon lequel, sur la puissance totale dissipée, l'erreur due à la manière imparfaite avec laquelle est connue l'énergie rayonnée n'est que de l'ordre de 0,75 % à 1 %. Notons que cette erreur, qui est de caractère systématique, est sensiblement la même pour toutes les mesures ; par conséquent, sa répercussion sur la façon dont se coordonnent les résultats obtenus est encore plus faible.

Nous pouvons maintenant évaluer avec quelle précision le phénomène thermique est mesuré. Nous n'envisagerons que le cas du second noyau, les résultats obtenus avec le premier noyau ayant avant tout été destinés à mettre au point l'expérimentation.

A cause des deux phénomènes parasites, de conduction longitudinale et de rayonnement, la répartition des températures observée est très légèrement différente de celle, idéale, que nous aurions, si le flux de chaleur dissipé dans le courant d'air était parfaitement uniforme. Or, nous venons de déterminer, lors de l'étude séparée de la conduction et du rayonnement, les éléments entraînant cette différence. En ce qui concerne le rayonnement, l'incertitude sur A entraine certes une modification des valeurs numériques obtenues, mais ne change en rien la loi des flux de chaleur dissipés. La non-uniformité de la dissipation résulte du fait que la température du noyau allant en s'élevant quand on s'éloigne vers l'aval, la puissance éliminée par rayonnement devient plus grande. Nous avons chiffré l'erreur correspondante : elle est au maximum 0,4 % de l'énergie totale dissipée. Par ailleurs, le fait de négliger les effets de la conduction longitudinale introduit, nous l'avons vu, une erreur inférieure à 1 %, et qui est maximum au voisinage du 20ème centimètre.

En considérant ensemble ces deux erreurs, il est facile de constater, d'une part, que sur les 40 premiers centimètres, là où elles sont l'une et l'autre les plus importantes, elles tendent à se compenser, d'autre part, qu'au-delà de ces 40 premiers centimètres, si elles ne se compensent plus, elles se trouvent être l'une et l'autre très faibles. Il s'ensuit que la courbe de répartition des températures obtenue expérimentalement est très proche finalement de la courbe idéale recherchée. Il semble qu'elle n'en soit pas éloignée de plus de 0,5 %.

Tout le long du second noyau, au-delà des deux premiers centimètres, se trouve ainsi réalisée de façon correcte la dissipation d'un flux de chaleur uniforme.

DEUXIÈME PARTIE

Nous nous proposons, dans la deuxième partie de cet exposé, d'indiquer les résultats obtenus dans notre expérimentation principale, et d'en faire une première discussion.

Nous étudierons successivement les phénomènes se produisant sur la paroi chauffée, et ceux qui ont lieu dans l'épaisseur même du courant fluide.

CHAPITRE III

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE LA CONVECTION SUR LA PAROI

Dans chacun des quatre espaces annulaires, nous avons effectué des expériences au cours desquelles, réalisant une densité donnée pour le flux de chaleur dissipé, et imposant au courant d'air une vitesse définie par son débit-masse, nous avons mesuré les températures données par les thermocouples en paroi. Pour chacun des régimes étudiés, nous avons donc obtenu sept points expérimentaux dans le cas du premier noyau, et dix dans le cas du second ; ceux-ci nous ont permis de tracer les courbes de répartition des températures en fonction de la distance x où débute le phénomène thermique. - Les résultats expérimentaux que nous donnons dans la suite de l'exposé ont été obtenus avec le second noyau, mieux adapté que le premier à notre étude, et dont nous venons de discuter la réalisation -.

Nous pouvons alors, à partir de ces résultats, calculer le coefficient local de convection. Nous avons adopté pour celui-ci la définition suivante, que nous justifierons par la suite :

$$\alpha = \frac{\varphi}{T_s - T_m}$$

- φ est connue de par le règlage initial de l'intensité du courant dans le bobinage chauffant (compte-tenu de la correction de rayonnement) ;

- T_s est la température de paroi mesurée sur la courbe de répartition des températures à l'abscisse considérée ;

- T_m est la température moyenne de débit-masse à la même abscisse.

Ainsi que nous l'avons déjà dit, nous utilisons, non les températures elles-mêmes, mais leur excès sur la température de l'air d'alimentation. Dans ces conditions pour connaître T_m il suffit de diviser la quantité totale de chaleur dissipée dans le noyau à l'amont de la section envisagée, par la capacité calorifique de la masse d'air débitée. On a : $T_m = \frac{\varphi . \pi d_1 . x}{C_p . D} = \frac{q . x}{C_p . D}$. Dans toutes nos expériences nous avons, rappelons-le, $q = \pi d_1 . \varphi = 9,44\, \varphi$. Il est facile de voir que, dans le phénomène envisagé, la chaleur spécifique qui s'introduit est celle à pression constante.

LOI DE REPARTITION DES TEMPERATURES LE LONG DU CYLINDRE INTERIEUR

Dans le même espace annulaire, $d_2 = 70$ mm, nous avons effectué deux expériences : imposant une même vitesse moyenne $V = 28,6$ m/s et dissipant un même flux de chaleur $q = 6$ w/cm, nous avons, dans une première expérience, utilisé, la rallonge de 50 cm, puis, dans une deuxième, disposé à l'amont du noyau chauffant un nez court hémisphérique.

Sur la figure 19, nous avons tracé les deux courbes correspondantes de répartition des températures ; l'une, celle obtenue en utilisant la rallonge, est en trait plus accentué que l'autre.

Nous constatons que, sur les 20 premiers centimètres environ, le phénomène est caractérisé par une variation rapide du coefficient local de convection. Cette variation apparait quelque peu différente sur l'une et l'autre courbe, la convection étant encore plus intense dans le cas où est utilisé le nez court.

Au-delà de ces 20 premiers centimètres, l'augmentation de la température en fonction de l'abscisse est plus faible, et tend à devenir linéaire. Nous constatons également que les deux courbes sont alors très proches l'une de l'autre, pratiquement confondues même, et de plus sont parallèles entre elles ; dans ces conditions, si nous limitions nos observations à la région située au-delà des 20 premiers centimètres, il serait alors indifférent, semble-t-il, que nous disposions, en amont du noyau chauffant, soit la rallonge, soit le nez court.

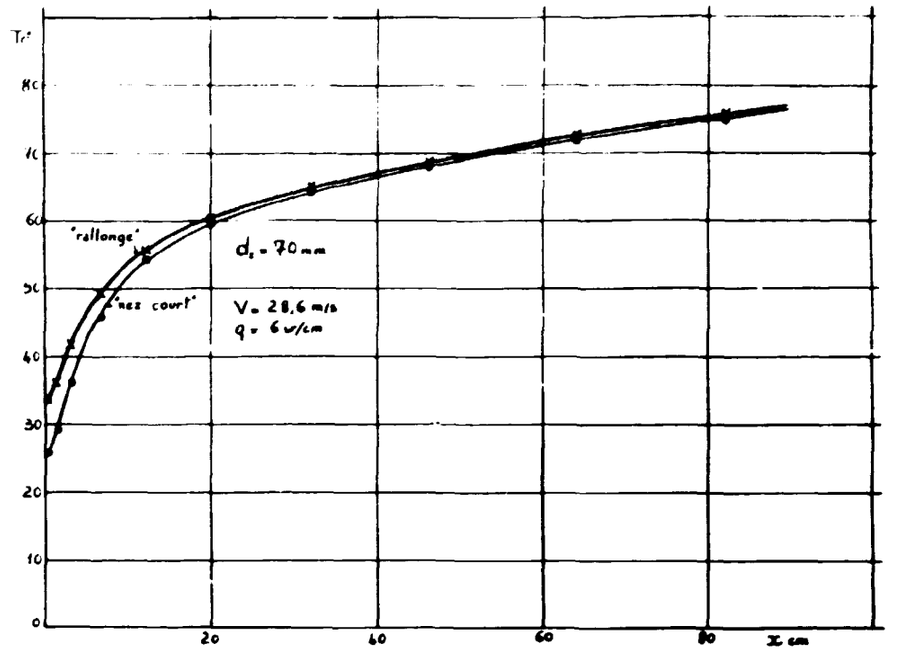

Fig. 19.

Considérons maintenant les quatre espaces annulaires. Sur la figure 20 sont tracées quatre courbes de répartition de températures correspondant à chacun d'eux. Dans les quatre expériences, la rallonge étant en place, nous avons dissipé le même flux de chaleur q = 6 w/cm dans un courant d'air ayant la même vitesse V = 28,6 m/s.

Nous constatons que, sur les 15 premiers centimètres environ, les courbes de répartition des températures sont pratiquement confondues. Le phénomène de convection semble donc débuter de la même manière.

Passés les 15 premiers centimètres, elles se séparent, leur pente étant d'autant plus grande que l'espace annulaire est plus étroit. Il semble alors normal de penser que cette pente est liée à l'évolution des températures moyennes du fluide quand on s'éloigne vers l'aval. En effet, la vitesse et le flux de

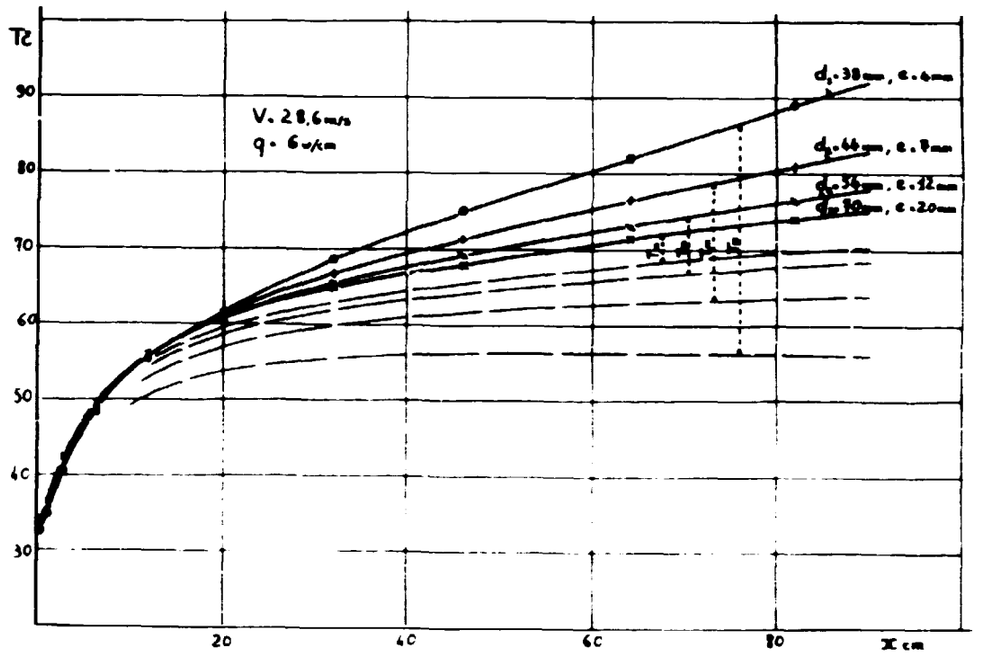

Fig. 20.

chaleur étant les mêmes, la température moyenne est, en une même abscisse, inversement proportionnelle à la surface S_s de la section de passage du fluide : $T_m = \frac{q \cdot x}{C_p \cdot \rho_c \cdot V \cdot S_s}$. C'est ainsi que, dans l'espace annulaire le plus étroit, T_m est, en chaque abscisse, huit fois supérieur environ à sa valeur dans l'espace annulaire le plus large.

Nous avons tracé en traits plus fins, sur la figure 20, les courbes obtenues en retranchant de la température de paroi T_i la température moyenne T_m de l'air dans la section de même abscisse. Ces courbes représentent donc la différence $T_i - T_m$, c'est-à-dire au facteur φ près, l'inverse du coefficient local de convection.

On constate que, pour l'espace annulaire le plus étroit, la courbe en trait fin correspondante devient pratiquement horizontale au-delà du 40ème centimètre. On observe ainsi, à l'aval de l'espace annulaire, une région étendue où le coefficient de convection est constant, c'est-à-dire indépendant de x.

Pour les espaces annulaires plus larges, le coefficient de convection n'a pas encore atteint une valeur constante à l'extrémité du domaine d'étude. Or, pour l'espace annulaire d_2 = 44 mm, par exemple, on se trouve alors à une distance du début du phénomène thermique égale à plus de 100 fois l'épaisseur de la couche fluide. Les longueurs d'établissement du régime thermique sont donc, semble-t-il, très grandes. Nous ferons plus loin une étude détaillée de cette question.

Les résultats de la figure 20 correspondent à un flux de chaleur dissipé de 6 w/cm et à une vitesse de 28,6 m/s. Des constatations tout à fait analogues s'observent pour les autres régimes expérimentés.

VARIATIONS DU COEFFICIENT DE CONVECTION EN FONCTION DE LA VITESSE

Nous étudierons successivement comment varie le coefficient de convection en fonction de la vitesse, quand, quelle que soit celle-ci,

a) on maintient constant le flux de chaleur,

b) on maintient constante la température de paroi.

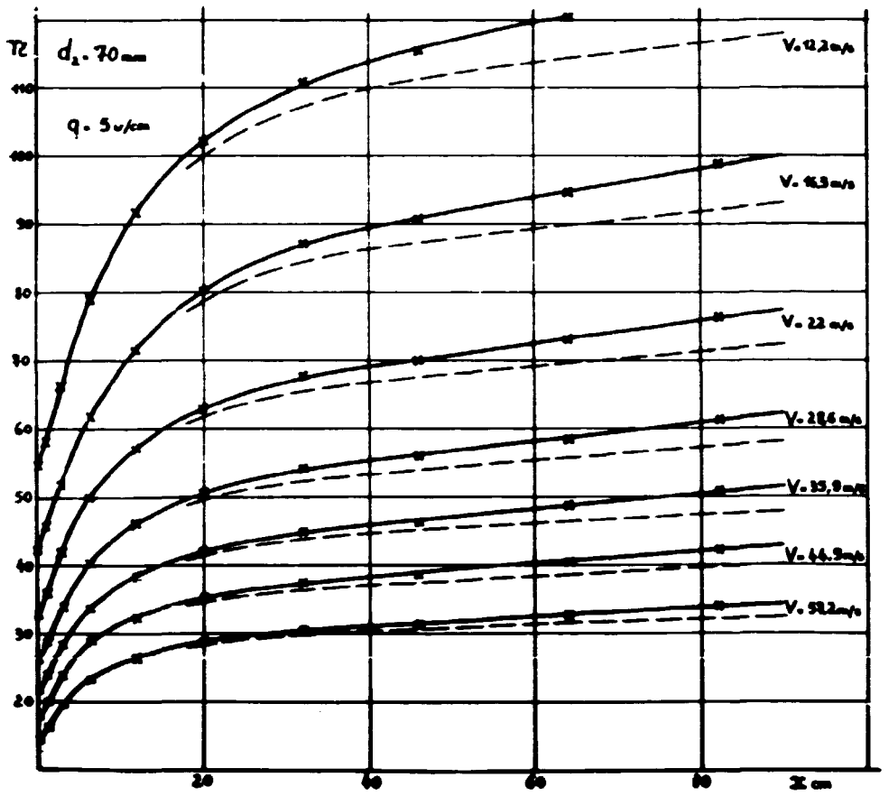

Fig. 21.

a) Nos expériences ont porté sur les quatre espaces annulaires, pour des vitesses V du courant d'air variant de 9 m/s à 60 m/s, et pour des densités φ du flux de chaleur comprises entre 0,1 w/cm² et 1 w/cm². A titre d'exemple nous avons tracé, d'une part, sur une première figure (fig. 21), les courbes de répartition des températures relatives à l'espace annulaire d_2 = 70 mm pour le flux de chaleur q = 5 w/cm, d'autre part, sur une deuxième figure (fig. 22), celles relatives à l'espace annulaire d_2 = 44 mm pour le flux de chaleur q = 2 w/cm. Chacune des sept courbes de chaque figure correspond à la vitesse indiquée sur le graphique.

Sur ces deux figures, nous avons également tracé, en traits fins, les courbes représentant la différence $T_i - T_m = \frac{\varphi}{\alpha}$. Elles permettent de déterminer, pour chaque vitesse et en chaque abscisse, le coefficient de convection.

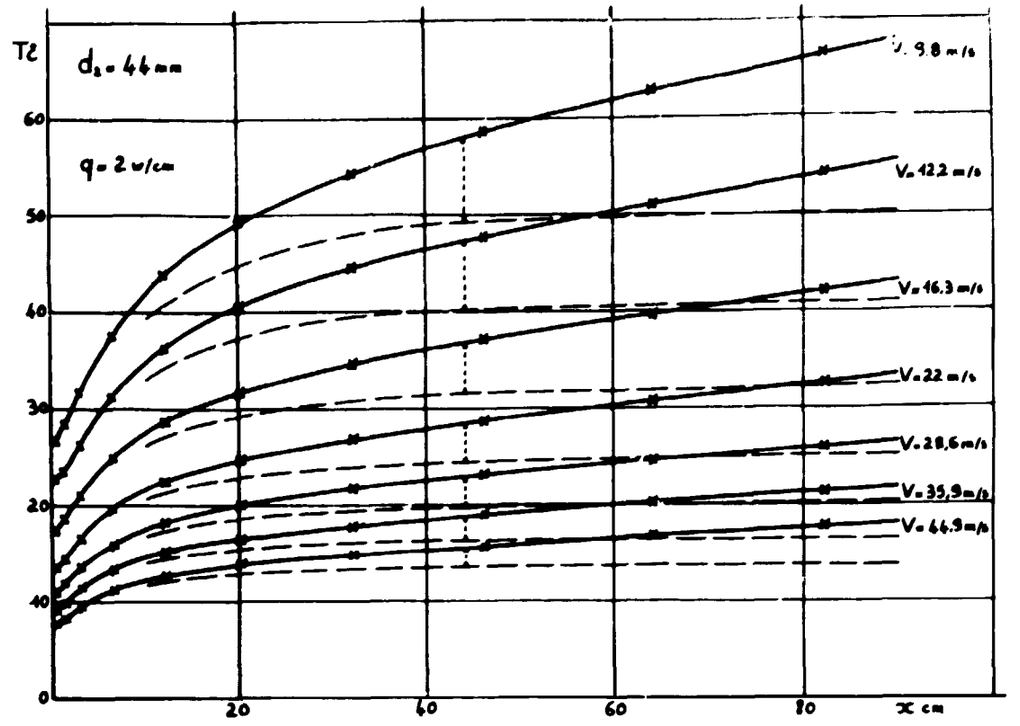

Fig. 22.

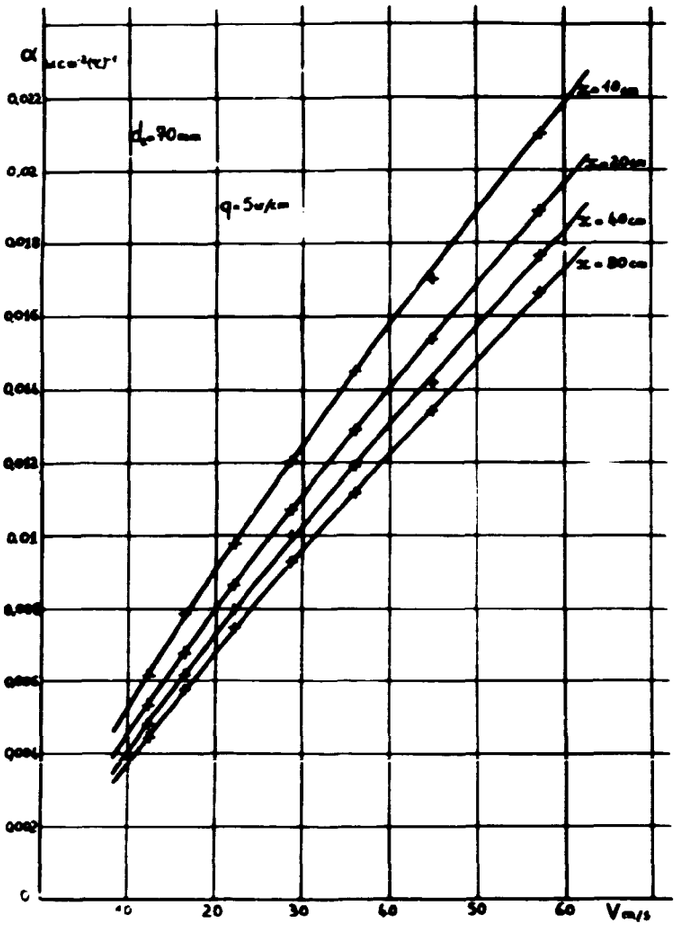

Fig. 23.

Considérons alors l'exemple de la figure 21. Sur la figure 23, nous avons tracé les courbes représentant les variations du coefficient de convection en fonction de la vitesse, aux abscisses x = 10, 20, 40 et 80 cm. Nous avons reproduit, sur la figure 24, ces mêmes résultats en coordonnées logarithmiques. Les points expérimentaux se trouvent alors sensiblement alignés.

Nous retrouvons donc le résultat suivant ; on peut représenter de façon empirique les variations du coefficient local de convection en fonction de la vitesse, par une expression de la forme : $\alpha = K V^n$.

Nous constatons, sur la figure 24, que les valeurs de l'exposant n sont différentes suivant l'abscisse ; nous obtenons aux quatre abscisses, de l'amont vers l'aval : n = 0,795, 0,82, 0,83, 0,84. Ainsi ces valeurs croissent régulièrement quand x augmente. C'est là un résultat que nous avons retrouvé de façon systématique.

Considérons de la même façon, les résultats reproduits sur la figure 22. Au lieu de calculer α, nous préférons plus simplement considérer directement les valeurs de $T_s - T_a$. Nous avons choisi un régime de référence V_0 = 16,3 m/s, auquel correspond une courbe $(T_s - T_a)_0$. Nous avons alors, puisque q est constant:

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{(T_s - T_a)_0}{(T_s - T_a)}$$

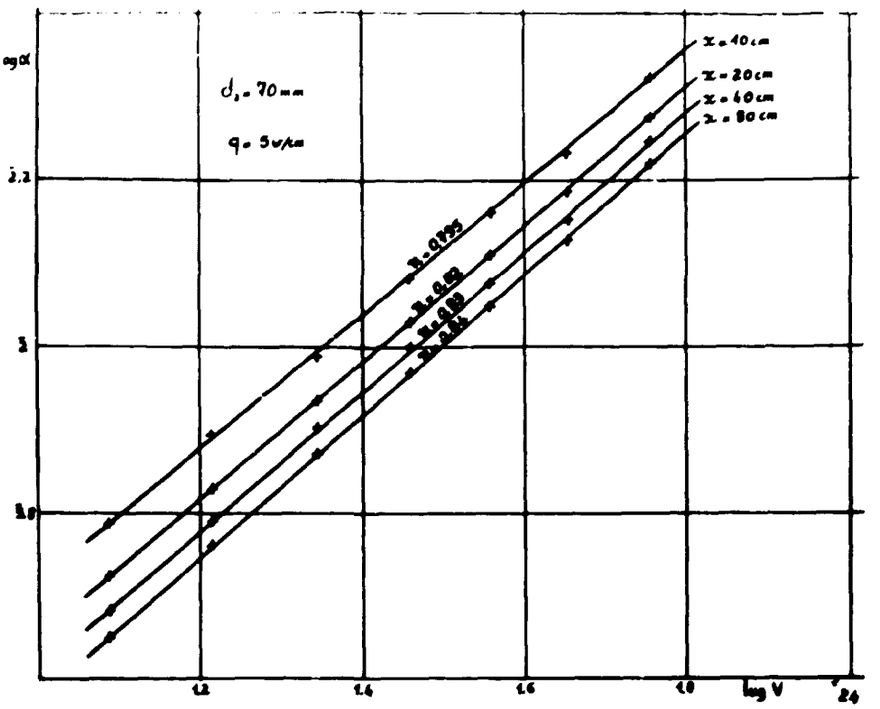

Fig. 24.

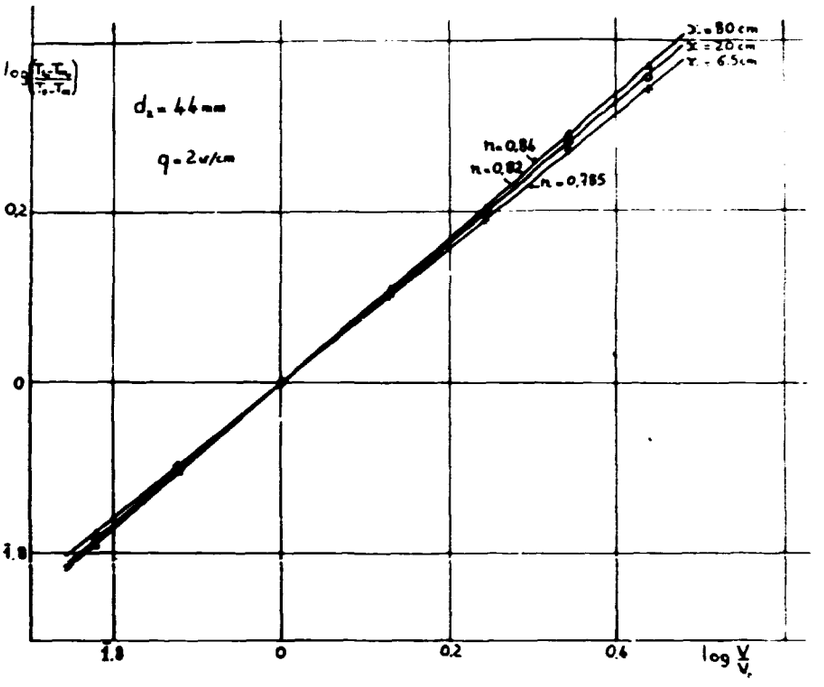

Fig. 25.

Nous avons porté en coordonnées logarithmiques, sur la figure 25, les variations de $\frac{(T_s - T_m)_0}{(T_s - T_m)}$ en fonction de $\frac{V}{V_0}$, aux abscisses x = 6,5, 20 et 80 cm. Nous constatons également que les points expérimentaux sont sensiblement alignés, si bien que l'on peut écrire : $\frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{(T_s - T_m)_0}{(T_s - T_m)} = \left(\frac{V}{V_0}\right)^n$.

Nous obtenons alors un faisceau de trois droites qui, par leur pente, donnent les valeurs de n correspondant aux trois abscisses considérées. Cette seconde représentation montre de façon plus nette encore que les pentes des droites logarithmiques sont, bien que très voisines, cependant différentes.

b) Lorsque, tout en maintenant constant le flux de chaleur, on fait varier la vitesse du courant d'air, la température de paroi se fixe, en chaque abscisse et pour chaque vitesse, à une certaine valeur ; elle est une fonction à la fois de q et de V. Inversement, on peut se proposer d'étudier comment varie le coefficient de convection à l'abscisse x, lorsqu'on maintient constant la température de paroi. Pour obtenir ce résultat, il faut régler le flux de chaleur à une valeur qui se trouve déterminée à partir du moment où sont données la température de paroi à l'abscisse x et la vitesse.

Nous avons alors réalisé trois expériences correspondant à des valeurs de V et de q telles que les courbes de répartition des températures se coupent en un même point. C'est ainsi que pour les trois groupes de valeurs, V = 57,2 m/s et q = 6 w/cm, V = 28,6 m/s et q = 3,42 w/cm, V = 16,3 m/s et q = 2,18 w/cm, les trois courbes expérimentales obtenues se coupent à l'abscisse x = 20 cm, la température de paroi en ce point étant alors T_s = 34,3°C (fig. 26).

A partir de ces résultats, nous avons calculé le coefficient de convection à l'abscisse x = 20 cm pour les trois valeurs de la vitesse. Nous avons constaté qu'ici encore, les résultats expérimentaux vérifient l'expression empirique $\alpha = KV^n$.

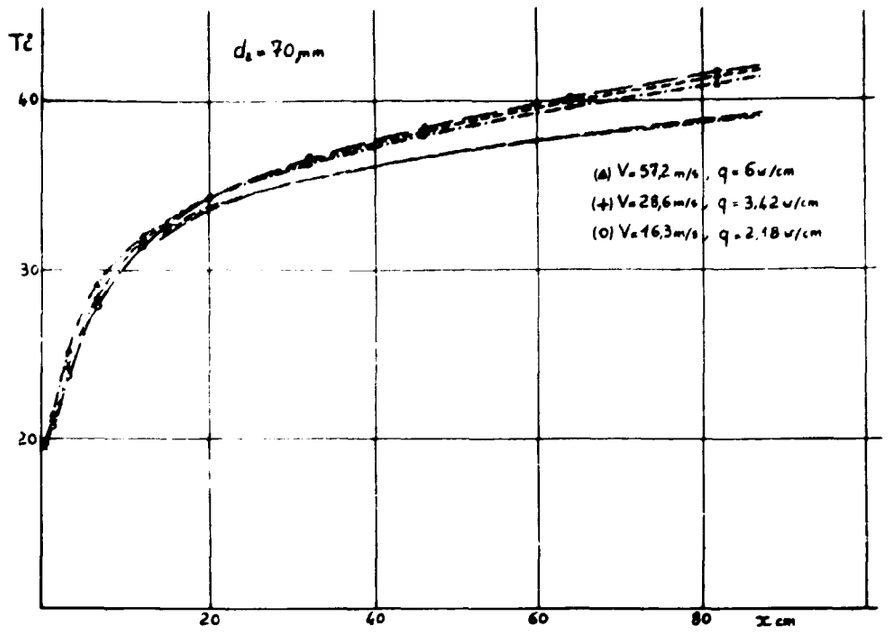

Fig. 26.

Mais, dans le cas présent, nous avons trouvé n = 0,805. Ce nombre est légèrement plus petit que celui correspondant au cas du flux de chaleur maintenu constant((n = 0,32, fig. 24) ; cette différence est si faible que nous pourrions en douter si nous n'avions trouvé un résultat analogue dans toutes les expériences : voir tableau page

Par ailleurs, comme dans le cas du flux de chaleur maintenu constant, l'exposant n croit légèrement lorsque l'abscisse augmente.

Notons que, quelle que soit la manière dont on opère, que ce soit à flux de chaleur constant ou à température de paroi constante, les variations de n en fonction de x sont faibles ; c'est probablement la raison pour laquelle les mesures des coefficients moyens de convection donnent habituellement un exposant indépendant de la longueur de l'appareillage. Nos expériences sont cependant assez précises pour permettre d'affirmer l'existence de cette variation (1). Nous étudierons cette question en détail dans la troisième partie.

Revenons aux courbes de la figure 26. Les trois courbes supérieures correspondent aux trois vitesses expérimentées. Nous constatons qu'elles sont voisines, mais cependant nettement distinctes. Ce résultat signifie que, le flux de chaleur ayant la même valeur tout au long du noyau, la condition de constance quelle que soit la vitesse exigée pour la température de paroi ne peut être réalisée qu'à l'abscisse considérée, et non simultanément pour toutes les abscisses.

Les courbes inférieures représentent la différence $T_s - T_m$. Quoique très voisines, elles sont encore distinctes c'est un résultat que d'autres expériences analogues ont confirmé ; la région où elles se coupent se situe ici aux alentours de x = 30 cm. Cependant, si on ne désirait pas une grande précision, on pourrait admettre, à première vue, qu'elles sont confondues.

Le fait que les courbes $T_s - T_m$ puissent être assimilées en première approximation, à une courbe unique, pour tout un ensemble de régimes, pourrait constituer une loi approchée simple permettant de coordonner, d'une certaine manière, le phénomène de convection. En fait nous verrons plus loin, en étudiant la couche limite thermique dans l'écoulement fluide, qu'il existe un phénomène à influence prépondérante dans le mécanisme de l'échange de chaleur, dont les conséquences se traduisent à la paroi par une coordination différente de la précédente. Nous étudierons cette question dans la troisième partie.

Remarques sur l'exposant n de la loi de puissance.

Si nous voulons, dans l'expression $\alpha = K V^n$, préciser les valeurs numériques à donner au facteur K et à l'exposant n, nous en trouverons une multitude, car K et n sont eux-mêmes fonction des valeurs de tous les paramètres entrant dans l'étude. Ce que nous pouvons écrire :

$$\alpha = K\,(d_2, x, \varphi \text{ ou } T_s).\ V^{n(d_2, x, \varphi \text{ ou } T_s)}$$

Nous ne considèrerons ici que l'exposant n.

---

(1) Ce même résultat a été constaté par I.T. Aladyev [13].

Nous avons vu dans les paragraphes a) et b) précédents comment l'exposant n prenait des valeurs différentes selon qu'on opérait à flux de chaleur constant ou à température de paroi constante. Nous avons vu également que, dans l'un et l'autre cas, n était une fonction légèrement croissante de l'abscisse x.

Considérons maintenant quelles sont les valeurs que prend l'exposant n, d'une part, suivant le diamètre extérieur d_2 de chaque espace annulaire, d'autre part, suivant la grandeur de q lorsqu'on opère à flux de chaleur constant, et suivant la grandeur de T_s lorsqu'on opère à température de paroi constante.

L'exposant n ne varie que très peu lorsque d_2, q et T_s prennent des valeurs très différentes. Nos mesures ne sont pas alors suffisamment précises pour nous permettre d'expliciter, dans une formule empirique par exemple, les variations de n en fonction de ces paramètres. Nous nous contenterons d'obtenir tout un échantillonnage de valeurs de n, que nous porterons dans un tableau récapitulatif.

Pour cela, nous avons fait l'étude systématique des quatre espaces annulaires en réalisant dans chacun d'eux cinq séries d'expériences : deux dans lesquelles le flux de chaleur q est maintenu constant, et trois dans lesquelles la température de paroi T_s est maintenue constante. Pour chacune de ces deux manières d'opérer correspondent respectivement deux grandeurs de q et trois grandeurs de T_s. Chacune de ces vingt séries d'expériences (cinq dans chacun des quatre espaces annulaires) comprend elle-même trois expériences ; nous avons pu constater, en effet, que trois expériences par série suffisaient pour une détermination précise de n.

Nous avons calculé les valeurs de n en considérant arbitrairement une même abscisse x = 20 cm. Nous portons dans le tableau qui suit toutes les valeurs de n ainsi obtenues.

Les valeurs de n données dans le tableau ne le sont pas avec la même précision dans chacune des deux colonnes. A flux de chaleur constant, l'incertitude existant sur la correction de rayonnement influe de façon importante sur les valeurs de n trouvées ; par contre, à température de paroi constante, la correction de rayonnement étant la même dans les trois expériences d'une même série, l'incertitude sur cette correction ne joue pas. C'est ainsi qu'à température de paroi constante, nous estimons connaître n à 0,002 près, alors qu'à flux de chaleur constant nous ne le connaissons qu'avec une précision comprise entre 0,005 et 0,01 seulement.

Tableau

x = 20 cm.

	Flux de chaleur constant	Température de paroi constante
d_2 = 70 mm	q=2 w/cm, n=0,815 q=6 w/cm, n=0,825	T_s=12°C, n=0,808 T_s=35°C, n=0,805 T_s=65°C, n=0,806
d_2 = 54 mm	q=2 w/cm, n=0,820 q=6 w/cm, n=0,835	T_s=12°C, n=0,810 T_s=25°C, n=0,806 T_s=65°C, n=0,808
d_2 = 44 mm	q=1,5 w/cm, n=0,820 q=5 w/cm, n=0,835	T_s=12°C, n=0,808 T_s=38°C, n=0,809 T_s=55°C, n=0,810
d_2 = 38 mm	q=1,5 w/cm, n=0,825 q=5 w/cm, n=0,860	T_s=15°C, n=0,835 T_s=48°C, n=0,840 T_s=60°C, n=0,830

Nous pouvons en observant ce tableau, faire les constatations suivantes :

Toutes les valeurs de n sont supérieures à 0,8, tout en en étant très voisines.

A température de paroi constante, dans les trois plus larges espaces annulaires, et quelle que soit la grandeur de T_s, n garde sensiblement une même valeur voisine de n = 0,81. A flux de chaleur constant, par contre, n est plus grand, et, de plus, augmente sensiblement quand la grandeur de q augmente (1).

(1) **Nous pouvons remarquer que la plupart des expérimentateurs qui ont trouvé des valeurs de n égales à 0,8, opéraient dans des dispositifs à température de paroi uniforme, alors que notre dispositif est caractérisé par un flux de chaleur uniforme. Cependant, sur un point, une comparaison est peut-être possible. Ces expérimentateurs, de par la nature de leur montage, opéraient à une même valeur de température de paroi quelle que soit la vitesse. Il est peut-être juste alors de rapprocher la valeur n = 0,8 qu'ils ont obtenue, de celle que nous obtenons, n = 0,81, quand, également notre température de paroi est maintenue à une même valeur.**

Les valeurs de n correspondant à l'espace annulaire le plus étroit, sont en moyenne plus grandes. Nous montrerons, dans la troisième partie, comment ce résultat se trouve lié à la longueur d'établissement du régime thermique.

INFLUENCE DE L'INTENSITE DU PHENOMENE THERMIQUE SUR LES VALEURS DU COEFFICIENT LOCAL DE CONVECTION

Au cours de l'étude des variations du coefficient local de convection en fonction de la vitesse, nous avons déjà pu constater que la grandeur des flux de chaleur et des températures que nous mettions en jeu, limitée cependant à un domaine restreint en regard de ce qui se passe dans les échangeurs industriels, avait, sur les lois de variations du coefficient de convection en fonction de la vitesse, une influence que la précision de nos mesures rendait discernable. Nous pourrons avoir une idée encore plus nette de l'importance de cette influence, en considérant comment varie la valeur de α en fonction seulement de l'intensité du phénomène thermique, quand on maintient constante la valeur de la vitesse. Considérons, alors, l'exemple suivant.

Dans chacun des deux espaces annulaires $d_2 = 70$ mm et $d_2 = 38$ mm, nous avons imposé une vitesse constante, $V = 28,6$ m/s dans le premier et $V = 24,5$ m/s dans le second. Nous avons tracé, sur la figure 27, deux séries de courbes relatives à ces deux vitesses, chaque courbe correspondant à une valeur constante du flux de chaleur dissipé. Nous constatons sur cet exemple que α diminue de façon très sensible quand le flux de chaleur augmente.

L'influence de l'intensité du phénomène thermique sur le coefficient de convection est complexe. Nous allons l'étudier en mesurant cette intensité, d'abord par la densité du flux de chaleur dissipé, ensuite par la température atteinte à la paroi.

Variations du coefficient de convection en fonction du flux de chaleur d'une part, de la température de paroi d'autre part.

Plutôt que de considérer le paramètre $\alpha = \frac{\varphi}{T_s - T_m}$, nous avons préféré, les calculs étant alors plus simples, considérer son inverse $\frac{1}{\alpha} = \frac{T_s - T_m}{\varphi}$. Pour simplifier encore notre travail, nous avons préféré

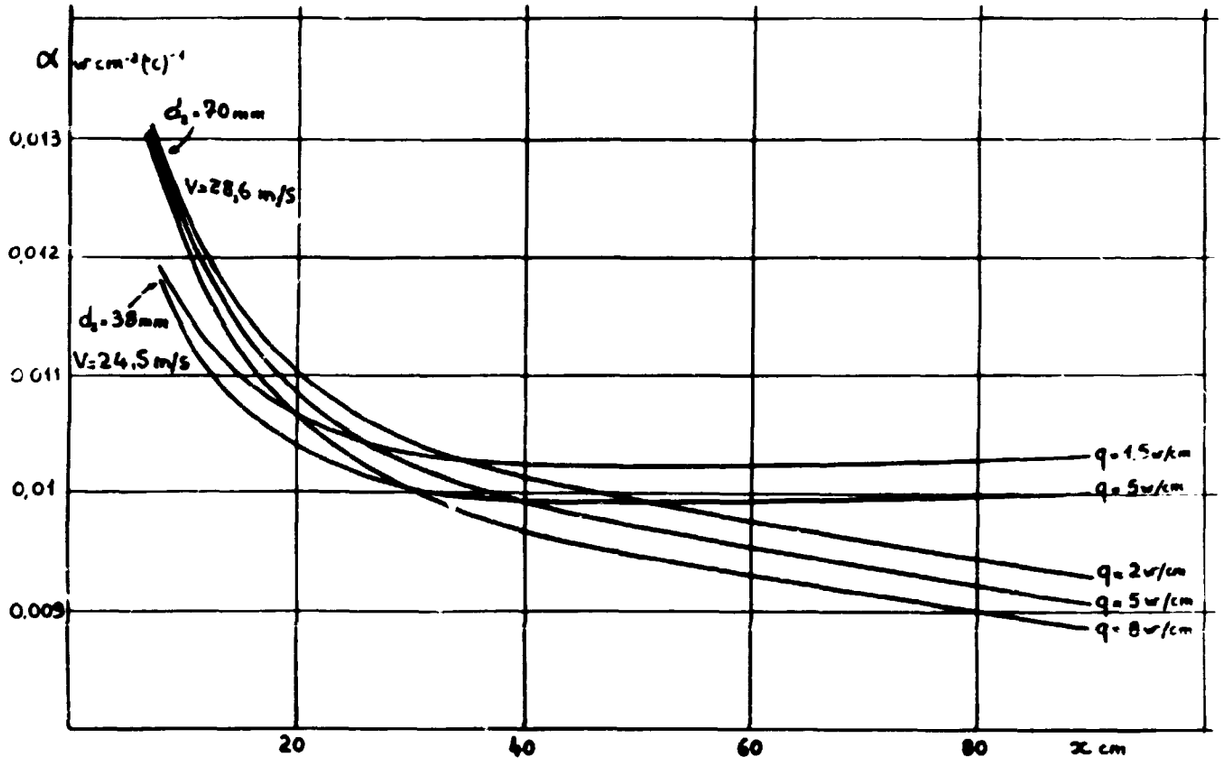

Fig. 27.

étudier directement la quantité T_s/q, nous réservant ensuite de relier les variations de T_s/q à celles de $\frac{T_s - T_m}{q}$.

Les variations de la quantité T_s/q peuvent être étudiées, soit en fonction de la grandeur du flux de chaleur dissipé q, soit en fonction de la grandeur de la température de paroi T_s. A partir des résultats directs de nos expériences, nous avons fait le calcul de T_s/q dans quelques cas. Les figures 28 et 29 donnent un exemple des résultats de ces calculs.

Sur la figure 28, nous avons porté T_s/q en ordonnée et le flux de chaleur q en abscisse, cela pour deux abscisses x = 20 cm et x = 80 cm ; dans les expériences correspondantes, effectuées dans l'espace annulaire d_2 = 70 mm, la vitesse était de 28,6 m/s, la même quel que soit le flux de chaleur.

Sur la figure 29, nous avons porté, en ordonnée toujours T_s/q, mais en abscisse la température de paroi T_s. L'espace annulaire est le même, et les relevés ont été effectués aux mêmes abscisses. Les deux courbes supérieures sont relatives à la vitesse V = 28,6 m/s, les deux courbes inférieures à la vitesse V = 57,2 m/s.

Dans les limites de l'expérimentation, les variations de T_s/q, que ce soit en fonction de q ou en fonction de T_s, sont pratiquement linéaires. Nous avons inscrit sur chaque courbe la variation relative de T_s/q en pour cent de sa valeur la plus faible, d'une part (fig. 28) entre 1 et 9 w/cm, soit pour un écart de 8 w/cm, d'autre part (fig. 29) entre 10°C et 110°C, soit pour un écart de 100°C.

Cette variation relative s'accroit notablement avec la profondeur lorsqu'on exprime T_s/q en fonction de q. Au contraire, elle est sensiblement la même aux deux abscisses considérées si on exprime T_s/q en fonction de T_s. C'est là un résultat que d'autres exemples analogues ont confirmé.

Il semble alors préférable, pour caractériser les variations de la quantité T_s/q, de considérer la température de paroi plutôt que le flux de chaleur dissipé, car, ainsi, on élimine l'influence du paramètre x. D'un autre point de vue, ce choix peut paraître fondé quand on se rappelle que c'est de la température que sont fonction les propriétés caractéristiques de l'air, masse spécifique, viscosité, conductivité, qui interviennent dans le phénomène de convection. Nous verrons d'ailleurs plus loin, quelles sont précisément les conséquences des variations de la température sur les propriétés thermiques de l'écoulement.

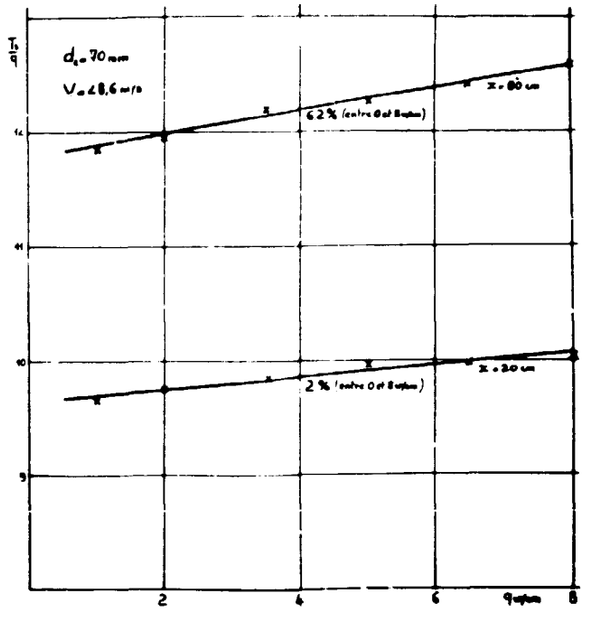

Fig. 28.

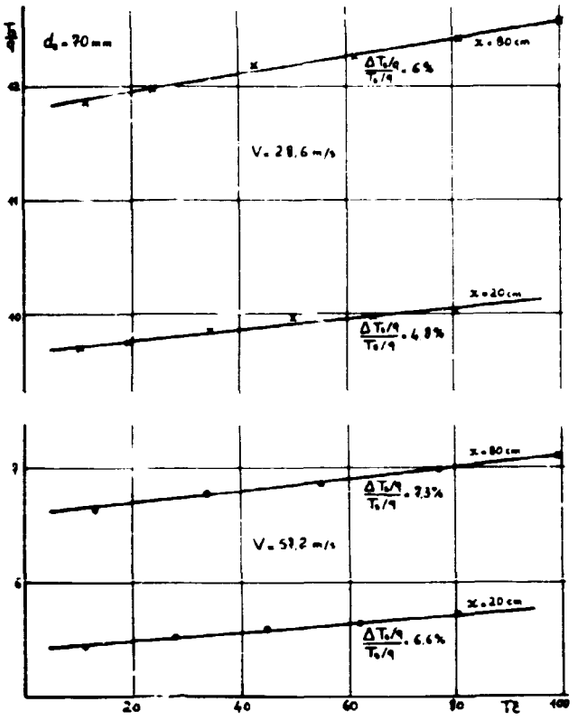

Fig. 29.

Par la suite, nous ne considèrerons que les seules variations de T_s/q en fonction de la température de paroi. Du fait, d'une part, que ces variations sont faibles, d'autre part, qu'elles sont linéaires, nous les exprimerons en pour cent de la valeur la plus faible de T_s/q, pour 100°C de variation de la température de paroi T_s ; nous exprimerons ces variations relatives par la notation $\frac{\Delta(T_s/q)}{T_s/q}$.

Nous avons évalué de façon systématique les valeurs de $\frac{\Delta(T_s/q)}{T_s/q}$ à partir de résultats d'expériences effectuées dans les quatre espaces annulaires pour des vitesses ayant varié de 9 m/s à 60 m/s. Nous avons porté, sur des figures analogues à la figure 29 des relevés effectués aux trois abscisses x = 20, 64 et 82 cm ; nous avons déterminé les pentes des droites alors obtenues à partir desquelles nous avons calculé le rapport $\frac{\Delta(T_s/q)}{T_s/q}$. Nous avons pu ainsi déterminer 40 valeurs de ce dernier.

Nous avons constaté que toutes ces valeurs étaient à très peu près les mêmes : elles étaient comprises, suivant les cas, entre 4 % et 6 %.

De façon plus précise, nous avons noté que $\frac{\Delta(T_s/q)}{T_s/q}$ a tendance, quand on s'éloigne vers l'aval, à augmenter légèrement dans l'espace annulaire le plus large, mais, par contre, à décroitre légèrement dans l'espace annulaire le plus étroit, phénomène que les résultats obtenus dans les espaces annulaires intermédiaires confirmés, étant donné que l'on y trouve des valeurs de $\frac{\Delta(T_s/q)}{T_s/q}$ quasiment indépendantes de x.

Notons également que la vitesse a une légère influence, $\frac{\Delta(T_s/q)}{T_s/q}$ ayant tendance à augmenter légèrement lorsque la vitesse augmente notablement.

Conséquences de ces résultats sur le coefficient de convection.

Nous avons : $\frac{1}{\alpha} = \frac{T_s - T_e}{\varphi} = \frac{T_s}{\varphi} - \frac{T_e}{\varphi}$. Etant donné que $\varphi = \frac{q}{\pi d_1}$, nous pouvons écrire : $\frac{1}{\alpha} = \pi d_1 \frac{T_s}{q} - \frac{T_e}{\varphi}$

On peut donc exprimer $\frac{1}{\alpha}$ en fonction de $\frac{T_s}{q}$, et par conséquent étudier ses variations à partir des données du paragraphe précédent. Tous calculs faits, on obtient :

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = \frac{\Delta(T_s/q)}{T_s/q}\left[\frac{\pi d \cdot \alpha_1 \cdot x}{C_p \cdot D} + 1\right] \qquad (1)$$

Dans cette expression, $\Delta\alpha$ correspond à une variation de 100°C sur T_s, et le rapport $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ est évalué en pour cent. α_1 est la valeur du coefficient de convection correspondant à l'intensité du régime thermique la plus faible.

La quantité entre crochets étant supérieure à 1, les variations relatives de α sont plus grandes que celles de T_s/q, et cela d'autant plus que l'enfoncement est plus grand. Remarquons que dans cette comparaison la vitesse n'intervient que très peu, étant donné que α_1 au numérateur est presque proportionnel à V figurant au dénominateur. Par contre, la surface S_e de la section de passage du fluide intervient dans la comparaison.

Pour fixer les ordres de grandeur, prenons l'exemple suivant : espace annulaire d_2 = 38 mm, abscisse x = 80 cm. Quelle que soit la vitesse, nous avons pour un $\frac{\Delta(T_s/q)}{T_s/q}$ de 3 %, un $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ de 5 %, ce qui veut dire que α varie de 5 % pour une variation de 100°C de la température de paroi, soit 0,05 % par degré. Cet exemple est choisi parmi ceux pour lesquels la variation de α est la plus grande en fonction de celle de T_s/q, car nous avons pris x = 80 cm, profondeur maximum dans nos expériences, et l'espace an-

nulaire pour lequel l'effet est le plus marqué (S_1 le plus petit) [1].

D'une manière générale, on constate en effectuant les calculs que la valeur à ajouter à $\frac{\Delta(T_s/q)}{T_s/q}$ pour obtenir $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ ne dépasse guère 1 %. Dans ces conditions on trouve que, pratiquement, $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ varie entre 5 % et 7 %.

De l'ensemble des résultats que nous avons obtenus, il résulte donc que le coefficient de convection varie de façon sensible en fonction de l'intensité du phénomène thermique. Nous avons pu constater, en effet, que, lorsque la température de paroi varie de 100°C au-dessus d'une température voisine de la température ambiante, les variations du coefficient de convection en résultant étaient, quelles que soient les conditions de l'expérience, de l'ordre de 5 % à 7 %.

Nous pouvons comparer ces résultats à ceux trouvés par M. Benjamin Pinkel [14] qui propose la relation empirique suivante, applicable dans un tube de diamètre d : $\alpha = 0{,}0056\ \theta_f^{-0,7}\ \frac{\theta_m^{0,8}.\ D^{0,8}}{d^{0,2}}$ dans laquelle les variations de α sont représentées en fonction de ce qu'il appelle la température de film, définie comme la demi-somme de la température de paroi et de la température moyenne de l'air, exprimées toutes les deux en degrés absolus : $\theta_f = \frac{1}{2}(\theta_s + \theta_m)$.

En appliquant cette formule à quelques exemples, nous avons pu constater que les variations du coefficient de convection ainsi obtenues étaient plus grandes que celles que nous avons trouvées, (supérieures de l'ordre de 50 %).

Relations entre les valeurs n_q et n_T de l'exposant n de la loi de puissance correspondant, respectivement au cas où le flux de chaleur est constant et au cas où la température de paroi est constante.

Nous avons constaté, dans le tableau de la page 29, que les valeurs n_q de l'exposant n, relatives au cas où le flux de chaleur est constant, étaient, dans le même espace annulaire et en une même abscisse, toujours supérieures à celles n_T, correspondant au cas où la température de paroi est constante. Ce résultat est normal, quand on sait, que α diminue quand l'intensité du phénomène augmente. Nous allons montrer qu'il est possible, même, d'établir une relation entre les valeurs n_q et n_T de l'exposant n.

Nous avons vu que, pour une même valeur de la vitesse, les variations relatives de α, ou plus exactement de $\frac{1}{\alpha}$, étaient une fonction linéaire de la température de paroi T_s. Ce résultat s'exprime dans la relation :

$$\frac{\alpha_1}{\alpha} = \frac{\delta\alpha}{\alpha} T_s + 1 \qquad (2)$$

où α_1 représente la valeur du coefficient de convection correspondant à l'intensité du régime thermique la plus faible, c'est-à-dire à une température de paroi très faible que nous pouvons alors négliger dans les calculs. $\frac{\delta\alpha}{\alpha}$ représente la variation relative de α correspondant à un écart de 1°C seulement, au lieu de 100°C, sur la température de paroi ; cette dernière notation, bien que moins parlante que la notation $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$, est, par contre, à la fois plus commode et plus correcte pour trouver place dans une formule : notons que nous avons alors : $\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = 100.\frac{\delta\alpha}{\alpha}$.

Nous avons vu que les valeurs de $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ ne dépendaient que très peu des valeurs de la vitesse, si peu même, que nous supposerons, dans le calcul qui va suivre, qu'elles ne dépendent pas de la vitesse.

---

(1) Si l'on considérait des valeurs de x importantes, correspondant à des régions situées bien au-delà de notre domaine d'expérimentation, la relation (1) conduirait, semble-t-il, à des valeurs de $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ pouvant être très grandes. En fait on ne peut pas dire grand chose de positif à ce sujet. Remarquons cependant que les résultats que nous avons indiqué plus haut suggèrent la possibilité d'une diminution importante de $\frac{\Delta(T_s/q)}{T_s/q}$ lorsqu'on s'éloigne à des distances qui sont un grand nombre de fois l'épaisseur de la couche annulaire, ainsi que nous l'avons remarqué plus haut pour l'espace annulaire le plus étroit, d_2 = 38 mm.

Considérons alors, en une abscisse donnée, les valeurs de α correspondant à deux vitesses V_1 et V_2 ; nous supposerons que V_2 est plus grande que V_1.

Si nous supposons, tout d'abord, le flux de chaleur constant, à ces deux vitesses correspondent respectivement deux valeurs de la température de paroi, T_{s_1} et T_{s_2} ; d'après l'hypothèse faite pour les vitesses, nous avons : $T_{s_2} < T_{s_1}$. Considérant la relation (2) nous pouvons écrire :

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n_q} = \frac{\alpha_{l_2}}{\alpha_{l_1}} \frac{(\delta\alpha/\alpha)\,T_{s_1} + 1}{(\delta\alpha/\alpha)\,T_{s_2} + 1} \tag{3}$$

Si nous supposons, maintenant, que c'est la température de paroi qui reste constante, nous aurons, puisqu'alors $T_{s_1} = T_{s_2}$, simplement la relation :

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n_T} = \frac{\alpha_{l_2}}{\alpha_{l_1}} \tag{4}$$

En faisant le rapport des deux relations (3) et (4), et en simplifiant l'écriture de l'expression obtenue en remarquant que $(\delta\alpha/\alpha)$. T_s est petit (il ne dépasse pas 7/100 tant que T_s est inférieure à 100° C), nous obtenons la relation :

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n_q - n_T} = \frac{\delta\alpha}{\alpha}(T_{s_1} - T_{s_2}) + 1 \tag{5}$$

Les trois relations (3), (4) et (5) donnent des conclusions identiques à celles que nous avons tirées des résultats du tableau page 29. Elles sont les suivantes :

- la valeur du second membre de la relation (5) étant du même côté par rapport à la valeur 1 que l'est le rapport $\frac{V_2}{V_1}$, n_q est plus grand que n_T ;

- d'après la relation (4), n_T est indépendant de la grandeur de la température de paroi T_s. Par contre, d'après les relations (3) et (5), n_q en dépend, c'est-à-dire, indirectement, qu'il dépend de la grandeur du flux de chaleur q ;

- nous constatons, dans la relation (5), que n_q est d'autant plus grand que $T_{s_1} - T_{s_2}$ est grand, c'est-à-dire, que la valeur de q est grande ;

- nous avons trouvé, en appliquant la relation (5) à quelques cas particuliers, des valeurs de la différence $n_q - n_T$ pratiquement égales à celles, correspondant à ces mêmes cas, relevés dans le tableau page 29.

CHAPITRE IV

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE LA CONVECTION AU SEIN DE L'ÉCOULEMENT FLUIDE

Nous exposerons dans ce chapitre les résultats obtenus en mesurant au sein du fluide, à l'aide d'un tube de Pitot et d'un thermocouple, des vitesses et des températures en différentes sections de l'espace annulaire.

Après avoir décrit les appareils et les méthodes de mesures utilisés, nous aborderons successivement l'étude des répartitions des vitesses et celles des répartitions des températures ainsi observées. Nous considérerons essentiellement dans cette étude ceux des aspects du phénomène qui sont les plus directement en rapport avec le mécanisme de la convection.

APPAREILS ET METHODES DE MESURE

Nous avons effectué la mesure des vitesses à l'aide d'un petit tube de Pitot dont nous donnons les dimensions sur le schéma ci-contre. En (E) existe un élargissement des sections de façon à réduire le temps de réponse, qui est alors de quelques secondes seulement. Le diamètre extérieur de la partie verticale est de 1,5 mm ; nous ne pourrons donc faire de mesure à moins de 0,75 mm de la paroi.

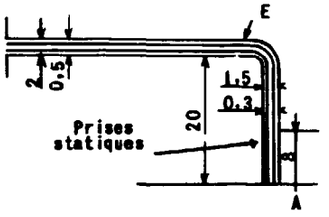

Fig. 30.

Ce tube de Pitot a été réalisé au Laboratoire de Mécanique des Fluides de Lille et nous a été fourni avec sa courbe d'étalonnage.

Le thermocouple qui a servi à mesurer les températures dans l'écoulement est constitué par deux fils de 2/10 de mm (BTE - CTE), reliés par une très fine soudure en argent. Le schéma figure 31, vues de côté et de face, donne sa forme et ses dimensions.

Déplacement radial des prises de vitesses et de températures.

Le long de chacun des tubes extérieurs limitant chaque espace annulaire, tous les 20 centimètres, sur les génératrices situées dans les trois plans bissecteurs aux touches de centrage, sont percés des trous taraudés de 8 mm de diamètre, dont l'axe est perpendiculaire à l'axe de l'espace annulaire. Dans ces trous peut se visser un support utilisable indifféremment pour le tube de Pitot ou le thermocouple (fig. 32).

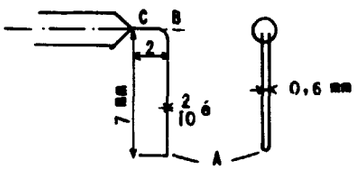

Fig. 31.

L'un ou l'autre de ces derniers peut être rendu solidaire d'un index dont le mouvement transversal est commandé par une vis millimétrique s'appuyant sur un dispositif gradué fixé au tube extérieur (fig. 33). Les petits déplacements sont comptés en fractions de tour de la vis millimétrique et cela au 5/100 de mm près. Nous avons repéré le point zéro à partir duquel sont comptés les déplacements, en plaçant la prise de mesure juste en contact avec la paroi intérieure de l'espace annulaire. Pour repérer ce zéro, nous avons utilisé une méthode par contact électrique (fig. 34).

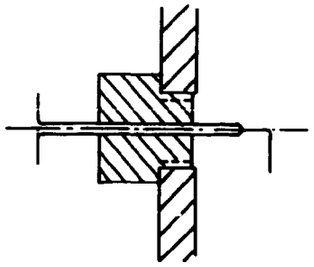

Fig. 32.

Le thermocouple, ou le tube de Pitot, et la paroi du noyau sont portés à des potentiels différents. Nous saurons que le thermocouple, ou le tube de Pitot, touche la paroi, quand on notera le passage d'un courant électrique dans le galvanomètre.

Lorsque le tube de Pitot ou le thermocouple sont en contact avec la paroi, ils se trouvent être en place pour mesurer des vitesses et des températures, étant donné la façon dont ils sont conçus, le premier à 0,75 mm, et le second à 0,1 mm de la paroi.

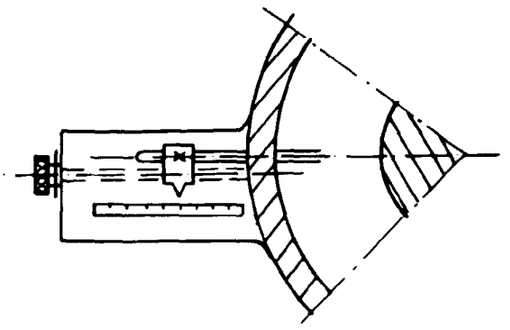

Fig. 33.

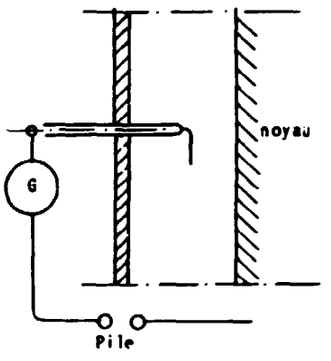

Fig. 34.

Par ailleurs, nous avons vérifié, à l'aide d'une petite lunette placée à l'orifice supérieur (o) de l'ensemble du dispositif (fig. 2), que la branche du tube de Pitot, ou celle du thermocouple, étaient bien parallèles à l'axe de l'espace annulaire.

Chaque point dans l'écoulement est repéré au moyen de deux coordonnées : d'une part l'abscisse x, que nous avons considérée jusqu'à présent ; d'autre part le rayon r, qui mesure la distance du point à l'axe de l'espace annulaire. Il nous arrivera également d'utiliser, au lieu de r, la distance y à la paroi du cylindre intérieur.

Remarques sur la mesure des températures.

La réalisation du thermocouple a exigé certaines précautions. En effet, il ne mesurera convenablement la température du fluide, que s'il n'existe aucune conduction le long des fils de la branche verticale et si l'influence du rayonnement de la paroi sur la soudure est négligeable.

Nous avons considéré de près l'effet que pouvait avoir sur la température de la soudure en A le phénomène de conduction qui prend naissance au coude B (fig. 31) et a lieu sur toute la longueur B C horizontale placée suivant le gradient transversal de température, lequel peut être de l'ordre de 10°C par mm. Il a été nécessaire alors de réaliser une partie verticale relativement longue, 7 mm, les fils du thermocouple conservant tout de même, dans ces conditions, une bonne rigidité.

La branche verticale du thermocouple, parallèle à l'axe de l'espace annulaire, se trouve être presque parallèle aux lignes isothermes de l'écoulement ; celles-ci, en effet, tendent à s'écarter de la paroi intérieure au fur et à mesure que l'abscisse x augmente. Nous avons pris soin alors d'ouvrir très légèrement l'angle du coude en B (fig. 31), de façon à obtenir un angle de $90° + \varepsilon$, ε étant très petit, tout juste discernable, plaçant ainsi la partie verticale plus près encore de la tangente aux lignes isothermes.

Nous avons vérifié que l'influence du rayonnement, provenant de la paroi intérieure chauffée à des températures de l'ordre de 100°C, était négligeable sur le thermocouple. Pour ce faire, en nous plaçant dans des conditions expérimentales tout à fait identiques, nous avons effectué deux expériences : l'une prenant soin de donner un bon brillant à la surface de la soudure, l'autre, en recouvrant celle-ci de noir de fumée. Nous n'avons pu relever aucune différence entre les températures données par le thermocouple dans l'un et l'autre cas. Il est permis alors d'en conclure que l'influence du phénomène de convection sur la soudure, qui permet à l'air d'imposer sa température, est très grande en face de l'influence du rayonnement. Nous avions donc bien intérêt dans ce cas à choisir une soudure aussi fine que possible, de façon à augmenter la convection sur celle-ci, tout en diminuant les dimensions de sa surface soumise au rayonnement.

L'épaisseur du thermocouple (2/10 de mm) ne semble pas à priori négligeable quand nous voulons mesurer une température en un point précis, dans une zone où les gradients de température peuvent être très grands. Ce que nous mesurons en fait, c'est la température moyenne dans une zone de largeur $\Delta r = 2/10$ de mm. Cependant, la courbure des profils de températures dans une section de l'espace annulaire n'est en aucun point suffisamment accentuée pour que l'on ne puisse pas sur 2/10 de mm suivant le rayon, linéariser chaque élément de courbe ; dans ces conditions, la température mesurée est bien celle du fluide dans le plan médiant de la soudure.

Notons enfin que nous mesurons dans le courant d'air, à l'aide du thermocouple, des températures d'arrêt du fluide ; les vitesses considérées ne seront jamais assez importantes pour qu'il y ait lieu de faire une différence entre ce qui est température d'arrêt et température de frottement sur la soudure du thermocouple.

Détermination expérimentale de la vitesse.

Dans la plupart des cas, nous déterminerons la vitesse en utilisant simplement les formules de Bernouilli. Nous avons alors, en tenant compte des unités choisies :

$$U = \sqrt{19,62 \frac{h}{\rho}}$$

(U en m/s, h en mm d'eau, ρ en kg/m^3), où h représente la différence $p_i - p$ entre les pressions d'arrêt et statique du fluide, et ρ la masse spécifique du fluide dans les conditions de pression p et de température T locales.

Pour les plus grandes vitesses que nous aurons à expérimenter, nous tiendrons compte d'un terme correctif, obtenu en considérant avec une certaine approximation - comme nous l'avons déjà fait pour la mesure du débit-masse à l'entrée - la formule de Saint-Venant. Nous serons alors amenés à appliquer la formule suivante :

$$U = \sqrt{\frac{2h}{\rho}} \left[1 - \frac{h}{4\gamma p_i} \right],$$

qui s'écrit en tenant compte des unités :

$$U = \sqrt{19,62 \frac{h}{\rho}} \left[1 - 2.10^{-5} h \right]$$

(U en m/s, h en mm d'eau, ρ en kg/m^3).

Réalisation d'un écoulement turbulent sain.

Nos premières mesures de vitesses et de températures au sein du courant d'air ont été décevantes. En effet, expérimentant à des vitesses pour lesquelles l'écoulement ne pouvait être que turbulent, les prises de mesure étant situées très en aval dans l'espace annulaire dans un écoulement certainement organisé, il nous était impossible de mesurer des valeurs précises en raison de fluctuations désordonnées sur les indications des appareils de mesures, irrégularités que la présence de la grille de préturbulence n'amortissait que très peu. C'est ainsi, par exemple, que nous ne pouvions mesurer une température de quelques degrés seulement à mieux de 1° ou 2° près. Or, manifestement, ces irrégularités n'étaient pas dues à la nature même de la turbulence.

C'est alors que nous avons constaté qu'en supprimant le collecteur d'entrée d'air - le fluide, dans ce cas, attaque directement l'orifice du tube extérieur - ces irrégularités devenaient négligeables : c'est ainsi que les températures étaient mesurables à 1/10 ou 2/10 de degré près.

Ce phénomène peut s'expliquer de la manière suivante. Quand le fluide attaque brutalement le tube extérieur, l'écoulement turbulent apparait dès l'orifice. Par contre, lorsque le tube extérieur est muni du collecteur, il existe au début un écoulement laminaire, suivi d'une zone transitoire, très courte sans doute, mais dont la position dans l'espace annulaire est très probablement variable. Il s'ensuit que la répartition des pertes de charge est également variable le long de l'espace annulaire - Les pertes de charge sont plus faibles en écoulement laminaire qu'en écoulement turbulent -, de telle sorte que le régime des pressions dans le fluide se trouve dans une instabilité continuelle. Ainsi pourraient être expliquées les irrégularités constatées.

Pour résoudre cette difficulté, nous avons adopté la solution simple suivante. Nous avons conservé le collecteur d'entrée d'air, dont nous avions besoin pour la mesure du débit-masse. Mais nous avons placé, à l'entrée de l'espace annulaire (fig. 2), une rondelle étroite (1 à 3 mm de largeur suivant les espaces annulaires expérimentés), appliquée contre la paroi du tube extérieur. La régularité dans l'écoulement était alors aussi bonne que lorsque le dispositif était dépourvu de collecteur. Il faut donc supposer que l'obstacle constitué par cette rondelle a eu pour effet de localiser à son niveau le passage de l'écoulement laminaire à l'écoulement turbulent.

On peut, sans doute, se demander si cette rondelle crée un écoulement sain, puisqu'elle constitue un artifice susceptible de perturber l'écoulement d'une autre manière. En fait, nous avons constaté que la présence de cette rondelle n'influait pas sur la mesure du phénomène : c'est ainsi, par exemple, qu'elle n'affecte en rien, ni la répartition longitudinale des températures le long du noyau, ni le dessin du profil des vitesses en toute section de l'écoulement.

La rondelle présente également un avantage en ce qui concerne les pertes de charge. La grille de préturbulence que nous utilisions au début de nos expériences créait des pertes de charge importantes, qui avaient pour effet, non seulement de limiter la grandeur des vitesses expérimentées, mais aussi de modifier quelque peu derrière la grille, du fait de la dépression notable créée par celle-ci ; les caractéristiques du fluide en écoulement, notamment sa densité. La rondelle, par contre, n'entraine qu'une perte de charge minime.

ETUDE DU MOUVEMENT DU FLUIDE POUR L'ECOULEMENT ISOTHERME

Nous avons effectué la mesure des vitesses, pour différents débits-masse du fluide, en nous plaçant en différentes sections de l'espace annulaire. L'expérimentation la plus détaillée a été faite dans l'espace annulaire le plus large, $d_2 = 70$ mm, dans lequel elle est la plus aisée. Nous allons indiquer les résultats obtenus dans ces expériences.

Mouvement du fluide en une section pour un débit-masse donné.

Nous avons réalisé une exploration des vitesses à l'abscisse x = 70 cm, pour un débit-masse $\frac{D}{S_e} = 50$ kg/m^2.s (ce qui correspond à la vitesse moyenne de débit-masse V = 40,8 m/s). Etant donné que le jour de l'expérience la masse spécifique de l'air ambiant avait pour valeur $\rho_e = 1,25$ kg/m , la vitesse moyenne réelle à l'entrée de l'espace annulaire était alors $U_e = 40$ m/s. (Remarquons en passant que U_e est très légèrement différente de la vitesse conventionnelle V).

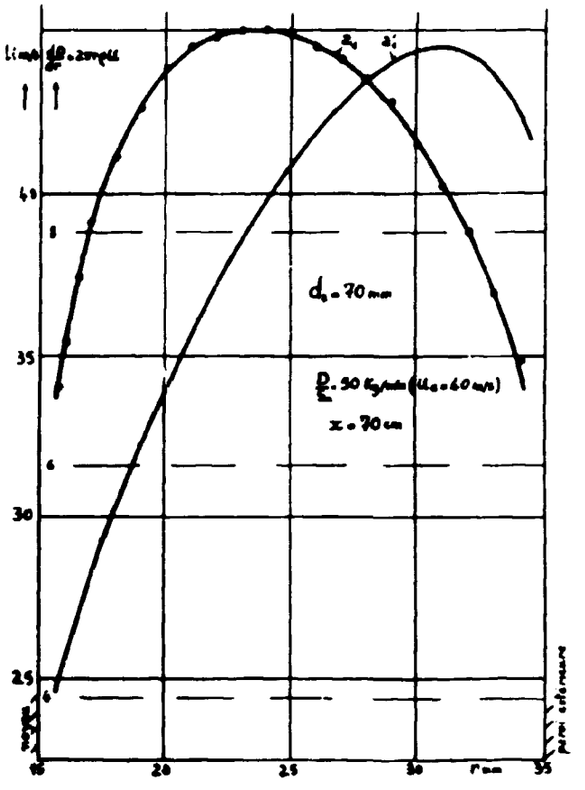

Fig. 35.

Sur la figure 35, nous avons porté les résultats des mesures. Les points expérimentaux sont régulièrement disposés et permettent de tracer une courbe (a_1) qui ne s'en éloigne pas de plus de 1 %.

Nous avons pu constater que le profil des vitesses ainsi obtenu avait le même dessin que ceux obtenus par d'autres expérimentateurs. Nous pouvons remarquer, à ce propos, que le rayon où la vitesse est maximum a pour valeur $r_{max} = 24$ mm ; cette valeur est peu différente de celle qu'on obtient quand on calcule $r_{max.}$ à l'aide de la formule théorique établie en écoulement laminaire, mais que plusieurs auteurs signalent comme étant valable également en écoulement turbulent :

$$r_{max.} = \sqrt{\frac{r_2^2 - r_1^2}{2 \operatorname{Log} \frac{r_2}{r_1}}}$$

Cette formule donne en effet $r_{max.} = 24,3$ mm.

Connaissant une telle répartition des vitesses, on peut alors chercher à vérifier si le débit-masse calculé à partir de cette répartition est bien égal à celui mesuré à l'entrée. Connaissant la vitesse locale U, nous calculerons le débit-masse qui passe à chaque distance r de l'axe à travers un anneau de largeur dr, donc de surface $2\pi r dr$, au moyen de l'expression $dD = 2\pi r \rho U dr$. Sur la figure 35, courbe (a'_1) nous avons porté en fonction de r les variations de la quantité $\frac{dD}{dr} = 2\pi r \rho U$. Nous pouvons alors déterminer, au moyen d'une intégration graphique, la valeur $D = \int_{r_1}^{r_2} 2\pi r \rho U dr$ du débit-masse traversant toute la section. Nous avons constaté que la valeur ainsi obtenue était pratiquement égale, à 1 % près par défaut seulement, à la valeur du débit-masse mesurée à l'entrée. Cela prouve que la mesure des vitesses dans l'écoulement peut être considérée comme exacte à 1 % près en moyenne.

Revenons aux deux courbes de la figure 35. Lorsqu'on étudie l'écoulement fluide d'un point de vue uniquement aérodynamique, le rayon où la vitesse a une valeur maximum délimite nettement deux domaines liés l'un et l'autre à chacune des deux parois. Si nous calculons, alors, le débit-masse du fluide qui passe à l'intérieur du rayon de vitesse maximum, et celui qui passe à l'extérieur, le premier constitue les 36 % seulement, et le second les 64 % du débit-masse total qui traverse toute la section. Or, du point de vue thermique, une telle disproportion peut avoir de l'importance quand on considère l'efficacité du phénomène de convection. Celle-ci, en effet, est liée à la capacité calorifique de chaque tranche

de l'écoulement, laquelle est proportionnelle en tout point à la densité (1) de débit-masse dD/dr.

Dans ces conditions, il apparait utile de considérer de près les courbes de répartition transversale de densités du débit-masse local, qui permettent donc de bien mettre en évidence le fait que l'espace annulaire possède une courbure.

Etude du mouvement du fluide en différentes sections.

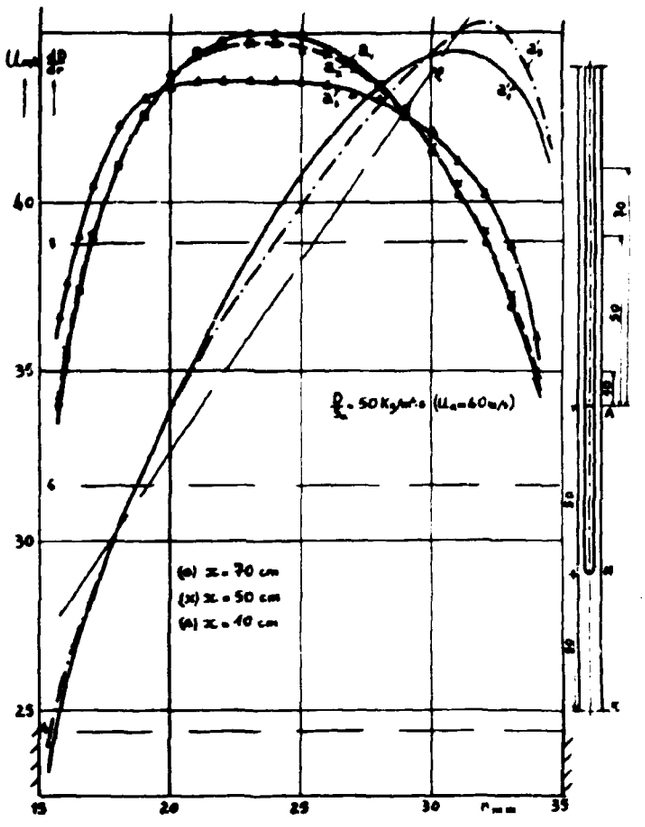

Fig. 36.

Soit toujours le même débit-masse $\frac{D}{S_e}$ = 50 kg/m².s, auquel correspond la vitesse moyenne à l'entrée U_e = 40 m/s. Nous avons effectué l'exploration transversale des vitesses en trois sections situées aux abscisses x = 10 cm, 50 cm et 70 cm. Sur la figure 36, nous avons représenté les trois répartitions de vitesses ainsi obtenues. A droite de la figure est dessiné un schéma de l'espace annulaire.

Nous constatons qu'à l'abscisse x = 10 cm, les vitesses ont une même valeur dans une zone centrale dont la largeur est égale à la longueur du méplat horizontal constaté sur la courbe (a_3) de la figure. Cela signifie que les couches limites relatives à l'une et l'autre paroi ne se sont pas rejointes. Le régime aérodynamique n'est pas encore établi.

Il semble, par contre, qu'il le soit à l'abscisse x = 70 cm : d'une part, il n'apparait plus de méplat au sommet de la courbe (a_1) relative à cette abscisse, d'autre part, le profil des vitesses n'est que très peu modifié de x = 50 cm (courbe (a_2)), à x = 70 cm.

Nous avons également tracé, sur la figure 36, les répartitions de densités de débit-masse, courbes (a'_1) et (a'_3), relatives respectivement aux sections d'abscisse x = 70 cm et x = 10 cm, ainsi qu'une courbe (1) représentant la répartition que l'on a probablement à l'entrée de l'espace annulaire avant formation de toute couche limite sur la paroi intérieure, c'est-à-dire, quand la vitesse a même valeur en tout point. Ces trois courbes donnent ainsi une idée des effets de l'établissement du régime aérodynamique sur la distribution des masses de fluide en mouvement.

On peut donner ici un exemple montrant les conséquences de ce phénomène d'établissement du régime aérodynamique sur l'efficacité de la convection. Nous avons observé sur la figure 19, au début du chapitre III, comment on obtenait le long du cylindre intérieur des répartitions de températures nettement différentes sur les 20 premiers centimètres environ, selon que l'on disposait à l'extrémité du noyau une rallonge ou un nez court. Nous avons constaté que la convection était plus efficace lorsque le noyau était précédé du nez court. Or, ce phénomène peut trouver ici son explication dans le fait que la capacité calorifique de l'écoulement, qui est proportionnelle à la densité de débit-masse, est, très près de la paroi, plus grande quand on utilise le nez court, - c'est ce que traduit sensiblement la partie gauche (jusqu'à r = 2 ou 3 mm) de la courbe (1) ci-dessus -, que lorsqu'on utilise la rallonge -, comme l'exprime la partie gauche de la courbe (a'_3) -.

---

(1) Le terme de densité peut paraitre ici impropre pour exprimer la quantité $\frac{dD}{dr} = 2\pi r\rho U$, nous l'emploierons cependant à défaut d'un terme plus juste.

Etude du mouvement du fluide en une même section pour deux débits-masse donnés.

Nous avons successivement imposé deux débits-masse, l'un étant exactement le double de l'autre, soit : $\frac{D}{S_a}$ = 50 kg/m².s (U_e = 40 m/s), et $\frac{D}{S_a}$ = 25 kg/m².s (U_e = 20 m/s). Nous avons alors mesuré la répartition des vitesses à la section d'abscisse x = 70 cm.

Plutôt que de réaliser une première exploration transversale pour le premier débit-masse, puis une deuxième pour le second débit-masse, nous avons opéré de la manière suivante, de façon à éliminer complètement les erreurs intervenant dans la mise en place du tube de Pitot : pour une position de celui-ci, nous effectuions la mesure de la vitesse en imposant un débit-masse, puis l'autre ; ensuite nous déplacions le tube de Pitot, et recommencions la même opération, et ainsi de suite.

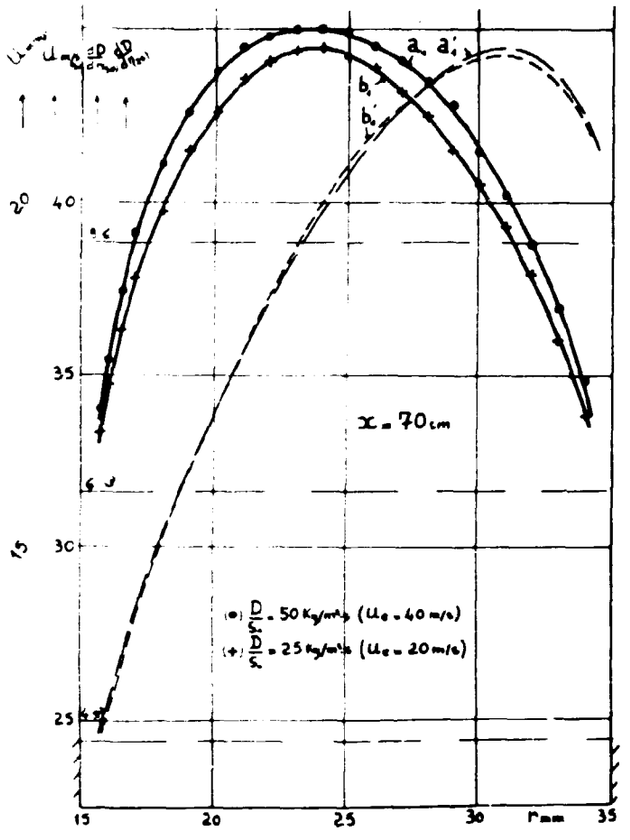

Fig. 37.

Sur la figure 37, nous avons porté les résultats expérimentaux ainsi obtenus, à partir desquels nous avons tracé deux répartitions des vitesses correspondant aux deux débits-masse. Nous avons également tracé les deux répartitions correspondantes de densités de débit-masse.

Pour tracer ces courbes, nous avons utilisé deux échelles pour les vitesses, et deux échelles pour les densités de débit-masse, cela dans le but de rendre la comparaison entre ces courbes plus aisée. Chacune des deux échelles considérées est proportionnelle à la valeur du débit-masse imposé ; dans le cas présent, l'une est donc la moitié de l'autre.

N'étudiant que les résultats de deux expériences, nous avons préféré ce mode de représentation très simple à tout autre mode utilisant, en particulier, les coordonnées réduites, soit la représentation réduite $\frac{U}{U_{max.}}$ qui aurait rendu confondus les sommets des deux profils de vitesses, soit la représentation réduite $\frac{U}{U_1}$ qui aurait donné exactement les courbes que nous avons tracées.

Nous constatons, en regardant les deux profils de vitesses, que lorsque le débit-masse passe du simple au double, les vitesses passent du simple à plus du double : la courbe (a_1) relative au plus grand débit-masse est au-dessus de la courbe (b_1). Il en va évidemment différemment pour les deux courbes de répartition de densités de débit-masse, qui apparaissent presque confondues : il est nécessaire en effet qu'elles délimitent l'une et l'autre deux aires égales (étant données les échelles choisies), puisque le débit-masse qui traverse toute la section se conserve.

Que la vitesse passe du simple à plus du double provient du fait que la masse spécifique de l'air, en une même section, diminue quand le débit-masse augmente, car il faut une plus grande diminution de la pression, non seulement pour réaliser la mise en vitesse, mais aussi pour vaincre le frottement. Dans notre exemple, la masse spécifique de l'air à l'entrée étant égale à 1,25 kg/m³, elle devient à l'abscisse x = 70 cm, ρ = 1,242 kg/m³ quand le débit-masse $\frac{D}{S_a}$ = 25 kg/m².s, et ρ = 1,22 kg/m³ quand $\frac{D}{S_a}$ = 50 kg/m².s, ce qui représente une variation de 2 % sur ρ quand on passe d'un régime à l'autre.

Nous constatons également, sur la figure 37, que l'un des profils de vitesses, celui qui correspond aux plus grandes vitesses, est relativement plus applati que l'autre. Nous retrouvons là un résultat connu,

suivant lequel les profils de vitesses ont tendance à être plus applatis quand l'écoulement est plus rapide. Cette déformation des profils de vitesses a une répercussion très nette sur les répartitions des deux densités de débit-masse ; on constate bien, en effet, sur ces dernières courbes, que la masse fluide en écoulement a tendance à se déporter vers les parois lorsque la vitesse augmente.

ETUDE DE L'ECOULEMENT NON ISOTHERME

Répartition des températures.

A l'aide du thermocouple décrit plus haut, nous avons effectué la mesure des températures dans les quatre espaces annulaires, en différentes sections de chacun d'eux, pour des régimes de vitesses et de flux de chaleur dissipés différents. Nous exposerons, dans ce paragraphe, deux exemples des résultats obtenus respectivement dans deux des espaces annulaires, le plus large et le plus étroit.

Dans l'espace annulaire le plus large (d_2 = 70 mm), nous avons effectué l'exploration transversale des températures dans trois sections situées aux abscisses x = 10 cm, 50 cm et 70 cm. La vitesse moyenne du fluide et le flux de chaleur imposés avaient pour valeur, V = 40 m/s $\left(\frac{D}{S_s} = 50 \text{ kg/m}^2.\text{s}\right)$, et q = 10 w/cm. La soudure du thermocouple a été placée successivement, à chaque section, à des distances y de la paroi intérieure de 0,25 mm, 0,5 mm, 1 mm, puis tous les millimètres.

Sur la figure 38 sont portés les points expérimentaux obtenus, au plus près desquels nous avons tracé, correspondant aux trois abscisses expérimentées, trois profils des températures. La figure comporte deux parties : l'une (A) est relative à la presque totalité de l'écoulement, l'autre (B), où des échelles différentes ont été utilisées, est relative à une région très étroite adjacente à la paroi.

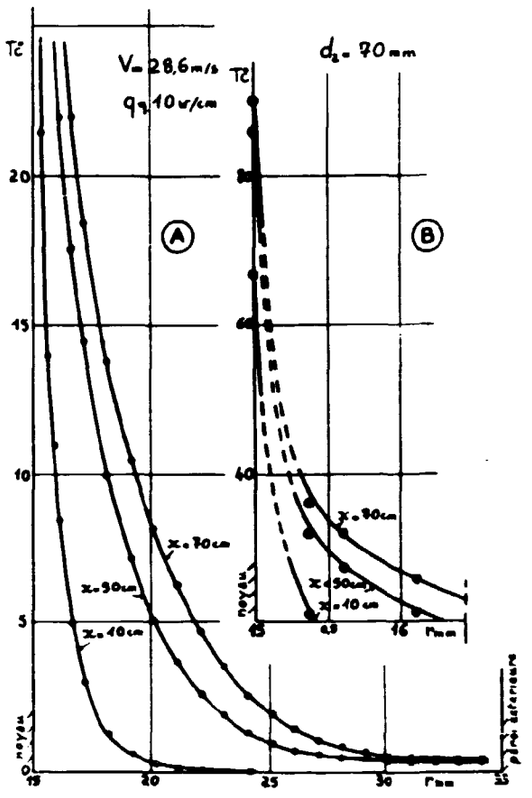

Fig. 38.

Sur cette deuxième partie (B), nous n'avons que peu de points expérimentaux. Les points situés à l'abscisse origine r_1 = 15 mm correspondent à des résultats obtenus au moyen des thermocouples disposés au sein du noyau. Nous avons tracé en pointillés la portion de chacune des courbes joignant ces points aux autres points expérimentaux ; dans ce tracé, nous avons supposé que la pente des courbes à l'origine devait être approximativement égale à $\left(\frac{dT}{dr}\right)_{r_1}$ où φ est la densité du flux de chaleur à travers la paroi, et λ la conductivité moléculaire de l'air. Notons à ce propos, qu'étudiant un phénomène à flux de chaleur uniforme, $\left(\frac{dT}{dr}\right)_{r_1}$ a sensiblement (1) la même valeur quelle que soit la section considérée.

Sur la partie (A) de la figure, le tracé des profils des températures apparait par contre beaucoup plus précis. Rappelons que les mesures étaient facilitées par la parfaite régularité de l'écoulement, et que nous pouvions ainsi apprécier la valeur des températures à 1/10 ou 2/10 de degré près.

Nous constatons, sur ces courbes de la partie (A), que les températures diminuent très rapidement quand r augmente. Si l'on considère globalement chacun de ces profils, et comment ceux-ci se modifient d'une section à l'autre, on a l'impression qu'il existe, en quelque sorte, un front de températures qui se propage dans le sens transversal au fur et à mesure que le fluide s'enfonce dans l'espace annulaire. Cette propagation est lente : ainsi, à l'abscisse x = 70 cm, le fluide qui s'écoule à proximité de la paroi extérieure n'est pas encore atteint par la couche limite thermique.

---

(1) En toute rigueur, il faudrait tenir compte de ce que λ varie très légèrement en fonction de la température, et donc, dans ces conditions, diffère quelque peu d'une section à l'autre de l'écoulement.

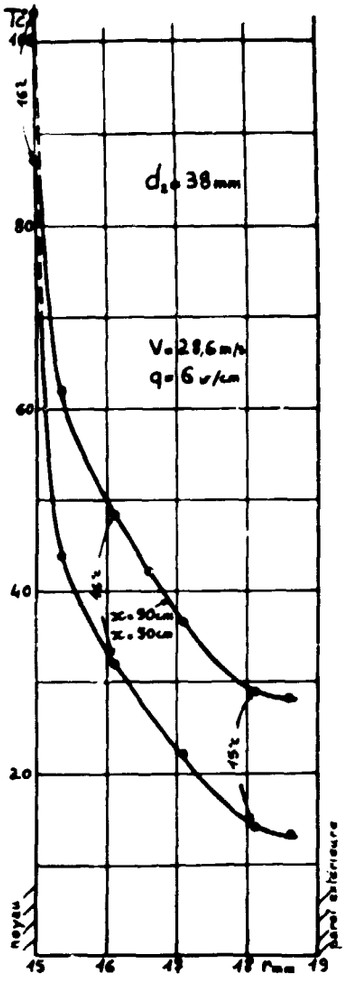

Fig. 39.

Observons maintenant le phénomène dans l'espace annulaire le plus étroit (d_2 = 38 mm). Procédant de la même manière, nous avons effectué une exploration transversale des températures dans deux sections d'abscisses x = 50 cm et x = 90 cm. Nous avons imposé la vitesse V = 28,6 m/s et le flux de chaleur q = 7 w/cm. Sur la figure 39, nous avons pu ainsi tracer deux profils des températures.

Nous constatons que ces deux profils sont sensiblement parallèles ; ils semblent s'être déduits l'un de l'autre par une translation suivant le sens du courant. Cela signifie, par conséquent, qu'à partir d'une certaine abscisse, le profil des températures adopte un dessin pratiquement définitif.

Ainsi, dans un premier temps, la couche limite thermique se développe le long de l'espace annulaire pour atteindre la paroi extérieure à une certaine profondeur ; dans le cas présent celle-ci se situe quelque part en amont du domaine observé. Dans un deuxième temps, le phénomène évolue de telle manière que le fluide emmagasine en chaque point une quantité de chaleur telle que sa température s'élève partout de la même valeur. On se trouve alors en régime thermique établi.

Nous sommes certes loin d'observer un tel résultat dans l'espace annulaire le plus large. Mais nous sommes en droit de supposer que, dans ce dernier, une disposition analogue des profils des températures aurait été constatée si nous avions pu effectuer des mesures à des profondeurs correspondantes - des observations effectuées dans les deux espaces annulaires intermédiaires tendent à le confirmer -.

Remarque au sujet de la définition du coefficient de convection

Revenons aux deux profils de températures de la figure 29. Ceux-ci étant parallèles, cela signifie en particulier que, en tous points, la température de la paroi et celle du fluide s'élèvent, entre les deux sections considérées, de la même valeur. Il s'ensuit donc, que la différence $T_s - T_m$, entre la température de paroi et la température moyenne du fluide en chaque abscisse, conserve la même valeur quelle que soit cette abscisse. Or, c'est effectivement ce que nous avions déjà constaté sur la figure 20 à propos de ce même espace annulaire.

Ainsi la définition du coefficient de convection que nous avons choisie, $\alpha = \frac{\varphi}{T_s - T_m}$, trouve sa justification, non seulement dans le fait que α devient constant au-delà d'une certaine profondeur (1), mais aussi dans le fait que cette constance de α est due à l'établissement d'un phénomène physique permanent.

Notons que le problème du régime thermique établi a été souvent étudié, soit par voie théorique [2] et [15], soit expérimentalement [1] et [13]. C'est ainsi que, du point de vue théorique, il a été démontré que, pour tous les phénomènes de convection dans les conduits étroits, quelles que soient les conditions thermiques imposées (flux de chaleur uniforme, ou température de paroi uniforme par exemple), le coefficient local de convection, défini à partir de l'écart entre les températures de paroi et moyenne du fluide, tendait vers une valeur limite non nulle quand l'abscisse augmentait indéfiniment.

Les travaux expérimentaux que nous avons trouvés à ce sujet traitent de la convection sur des parois où les conditions thermiques imposées sont différentes de celle que nous avons considérée, l'uniformité du flux de chaleur. Dans ces travaux, la vérification expérimentale de l'existence d'un régime thermique établi n'a pu être réalisée que d'une seule manière, en mesurant le coefficient local de convection, pour lequel la valeur tendait pratiquement vers une valeur limite dans les régions les plus en aval. Par contre, dans notre problème où le flux de chaleur est dissipé uniformément, une double vérification expérimentale, nous venons de le voir, est possible. C'est d'ailleurs là le seul cas où cette double vérification puisse être effectuée.

---

(1) Remarquons que α serait également constant si, au lieu de le définir à partir de $T_s - T_m$, nous prenions $T_s - T_0$, où T_0 serait une température à des distances quelconques, mais constantes, de la paroi. Mais de toute façon, il s'agirait d'une température qu'il faudrait mesurer, alors que nous connaissons T_m directement au moyen d'un calcul simple.

La définition du coefficient local de convection qui introduit la température moyenne de débit-masse, se trouve, par conséquent, tout à fait justifiée dans la région où le régime thermique est établi.

On peut se demander s'il en est ainsi, également, dans toute la région qui précède, dans laquelle le régime thermique est en voie d'établissement. Or, dans la plupart des dispositifs, c'est cette longue zone de transition qui prend la plus grande place ; nous avons vu que dans le nôtre il en était de même (fig. 20).

Si l'on ne considère que les 15 premiers centimètres où débute le phénomène thermique, nous avons constaté, sur la figure 20, que dans les quatre espaces annulaires, pour une même vitesse moyenne du fluide et pour un même flux de chaleur dissipé, les répartitions de températures le long du noyau sont pratiquement confondues. Tout semble donc se passer comme si l'échauffement moyen du courant d'air était sans effet sur les températures de paroi. Dans ces conditions, il conviendrait d'adopter, semble-t-il, pour la région où débute le phénomène, la définition de α qui introduit la température d'entrée d'air T_e, et non la température moyenne T_m. En fait, sur les premiers centimètres chauffés, T_m a pratiquement la même valeur que T_e.

Au-delà des 15 premiers centimètres, T_m diffère de façon appréciable de T_e. Dans cette région, nous voyons que l'utilisation de T_e dans la définition de α ne donne aucun résultat intéressant. Par contre, nous l'avons vu, l'utilisation de T_m prend d'autant plus d'intérêt que le régime thermique est plus près d'être établi.

Dans ces conditions, il paraît préférable d'adopter, pour tout l'ensemble de la zone d'établissement du régime thermique, y compris les tous premiers centimètres, la définition du coefficient de convection qui introduit la température moyenne du fluide T_m.

Conséquences, sur le mouvement du fluide, d'un apport de chaleur à travers la paroi intérieure.

Nous n'exposerons qu'un seul exemple : dans l'espace annulaire d_2 = 70 cm, nous considérons comme précédemment le débit-masse $\frac{D}{S_a}$ = 50 kg/m².s (U_e = 40 m/s) et le flux de chaleur q = 10 w/cm ; les répartitions transversales des températures au sein de l'écoulement sont celles que nous avons déjà vues, représentées sur la figure 38. La température de paroi, à l'abscisse x = 70 cm, est voisine de 90°C ; nous avons choisi un exemple dans lequel l'intensité du phénomène thermique est relativement élevée pour notre dispositif, de façon à rendre aussi sensibles que possible les effets sur l'écoulement d'air des échauffements de la paroi et du fluide.

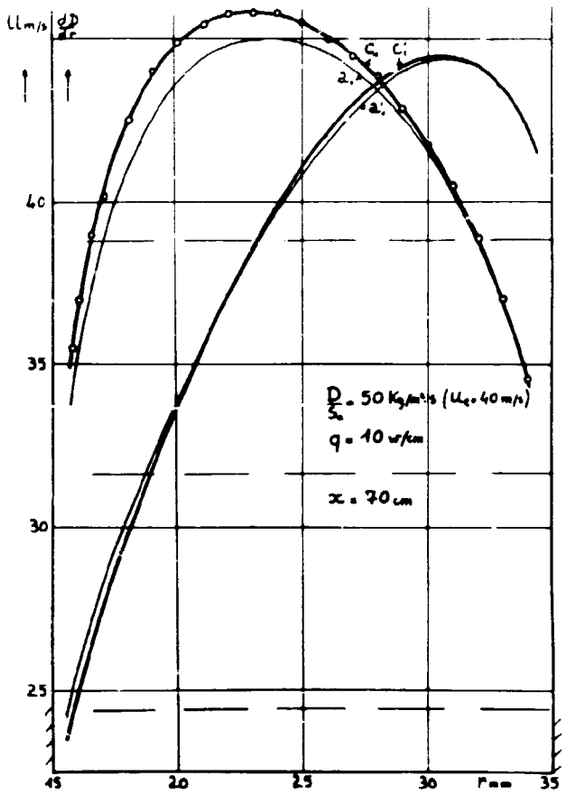

Fig. 40.

Nous avons effectué une exploration des vitesses dans la section d'abscisse x = 70 cm. Sur la figure 40, nous avons porté les points expérimentaux obtenus, au plus près desquels nous avons tracé une courbe. Nous avons reproduit, en trait fin, la courbe de répartition des vitesses obtenue précédemment lorsqu'on ne chauffe pas (fig. 35). Nous avons tracé, également, les courbes de répartition des densités de débit-masse, $\frac{dD}{dr}$, correspondant aux deux répartitions des vitesses.

Examinons d'abord les deux courbes de répartition des densités de débit-masse. Nous constatons, en les comparant que, lorsqu'on apporte de la chaleur, la masse de fluide a tendance à se déporter vers l'extérieur. Il faut donc supposer que, du côté de la paroi intérieure, les parties chaudes, plus légères, augmentant de volume, repoussent vers l'autre paroi les parties froides, plus denses.

Comparons maintenant les deux courbes de répartitions de vitesses. Il est normal de

constater que, lorsque l'on chauffe, les vitesses sont plus grandes. Il faut remarquer cependant que les raisons pour lesquelles la vitesse augmente sont différentes selon que l'on considère la région située du côté de la paroi intérieure ou celle située du côté de la paroi extérieure : en effet, d'une part, du côté de la paroi intérieure, la vitesse augmente surtout parce que l'air est devenu plus léger et que, par conséquent, le débit-volume augmente ; d'autre part, du côté de la paroi extérieure, la vitesse augmente surtout, d'après ce que nous avons dit, parce qu'il faut évacuer une plus grande quantité d'air du fait du léger déplacement latéral des masses fluides vers l'extérieur.

Il doit résulter de ces constatations que, pour un même débit-masse du fluide, le déplacement latéral des masses fluides doit s'accentuer au fur et à mesure que l'on augmente l'intensité du phénomène thermique. Il s'ensuit alors, que dans le même temps, la capacité calorifique du fluide diminue à proximité de la paroi intérieure, c'est-à-dire dans une zone où justement doivent s'effectuer des transports de chaleur importants.

Ce résultat explique alors pourquoi le coefficient de convection diminue quand, pour un même débit-masse, l'intensité du phénomène thermique augmente. Certes, en toute rigueur, il y aurait lieu de savoir dans quelle mesure ne se produit pas, au sein du courant d'air - du fait que ses propriétés caractéristiques changent sous l'effet de l'augmentation de la température -, une modification de la conductivité apparente de l'écoulement, soit que celle-ci diminue, soit, au contraire, qu'elle augmente. Dans ces conditions, une diminution ou une augmentation de la conductivité apparente a pour conséquence, soit d'augmenter, soit au contraire, de réduire l'effet, sur la convection, de la diminution de la capacité calorifique à proximité de la paroi. Il n'empêche que, de toute manière, le phénomène de déplacement latéral des masses fluides que nous venons d'observer, possède très certainement sur les variations du coefficient de convection une influence prépondérante.

Nous nous demandions, au début de cet exposé, quel était le paramètre qu'il valait mieux adopter dans l'étude de la convection, pour mesurer le mouvement de l'air : le débit-masse, ou la vitesse moyenne réelle du fluide en chaque section. D'après ce qui vient d'être dit, il apparait ici que ce dernier paramètre ne caractérise guère une réalité physique en rapport avec la grandeur de la convection. L'emploi du débit-masse parait, par contre, préférable, à cause de la notion de capacité calorifique qui lui est directement associée, et qui, nous venons de le voir, joue un rôle important. Mais nous voyons bien, certes, que même le débit-masse, qui mesure une grandeur moyenne, est loin de rendre compte de la réalité complexe du phénomène, c'est-à-dire des variations très grandes et très rapides des propriétés thermiques de l'écoulement en fonction de l'éloignement à la paroi.

CHAPITRE V

ÉTUDE DES ÉCHANGES THERMIQUES AU SEIN DE L'ÉCOULEMENT

POINT DE VUE ANALYTIQUE

Imaginons dans l'écoulement, en une abscisse x, un petit anneau de rayon r, d'épaisseur dr, et de hauteur Δx (fig. 41). Le phénomène thermique est essentiellement caractérisé par un transport de chaleur dans le sens longitudinal, et par des échanges par conduction (1) dans le sens transversal.

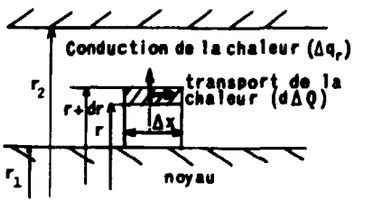

Fig. 41.

Nous ferons les hypothèses suivantes : le phénomène est parfaitement de révolution ; il est permanent ; et la conduction dans le sens longitudinal est négligeable. Concernant cette dernière hypothèse, on peut constater, en effet, que les gradients de températures longitudinaux sont très faibles comparés aux gradients transversaux.

A travers la face intérieure de l'anneau, il entre par conduction dans le sens transversal, par unité de temps :

$$\Delta q_r = 2\pi \Delta x \, r \Lambda \frac{\partial T}{\partial r} \qquad (1)$$

où Λ représente la conductivité (1) apparente de l'écoulement. Il sort au travers de la face extérieure de l'anneau.

$$\Delta q_{r+dr} = 2\pi \Delta x \left[r\Lambda \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r}\left(r\Lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \qquad (1')$$

La différence entre ces deux quantités représente la quantité de chaleur qu'emporte, entre les deux abscisses x et $x + \Delta x$ et par unité de temps, la quantité de fluide $\rho U dS$ qui passe, à la distance r de l'axe et à l'abscisse x, à travers la section $dS = 2\pi r\, dr$, et qui provoque, alors, une élévation de la température du fluide de $\Delta T = \frac{\partial T}{\partial x} \Delta x$. Soit $d\Delta Q$ cette quantité de chaleur emportée. Nous aurons alors :

$$d\Delta Q = 2\pi r \rho U C_p \frac{\partial T}{\partial x} \Delta x dr \qquad (2)$$

Le bilan des quantités de chaleur échangées et emmagasinées, pour la tranche fluide schématisée sur la figure 41, se traduit par la relation :

$$\Delta q_r - \Delta q_{r+dr} = d\Delta Q \qquad (3)$$

dans laquelle, d'après les égalités (1) et (1'),

$$\Delta q_r - \Delta q_{r+dr} = -2\pi \Delta x \frac{\partial}{\partial r}\left(r\Lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

Nous obtenons alors, considérant la relation (3), l'équation aux dérivées partielles suivante :

---

(1) Nous prenons ici les termes de conduction et de conductivité dans leur sens le plus large ; il s'agit à la fois des propriétés conductrices de l'air, et des échanges de chaleur dûs à la nature turbulente de l'écoulement.

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\Lambda\frac{\partial T}{\partial r}\right) + r\rho UC_p\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \qquad (4)$$

Si, dans la relation (2), nous considérons, au lieu des deux rayons r et r + dr, deux rayons r et r' tels que r' - r ne soit plus infiniment petit, nous aurons :

$$\Delta q_r - \Delta q_{r'} = \int_r^{r'} d\Delta Q$$

Dans le cas particulier où r' = r_2, rayon de la paroi extérieure de l'espace annulaire, nous aurons : $\Delta q_{r'} = \Delta q_{r_2}$ = pertes de chaleur à travers la paroi extérieure. Si ces pertes sont négligeables, et c'est le cas pratiquement dans toutes nos expériences, nous avons : $\Delta q_{r_2} = 0$. Dans ces conditions la relation ci-dessus s'écrit :

$$\Delta q_r = \int_r^{r_2} d\Delta Q = \int_r^{r_2} 2\pi r\rho UC_p\frac{\partial T}{\partial x}\,\Delta x dr \qquad (5)$$

Remarquons que, dans le cas ou r = r_1, la quantité de chaleur $\Delta q_r = \Delta q_{r_1}$, doit être égale à celle qui est dissipée à travers le noyau sur la longueur Δx, ce qui s'écrit :

$$\Delta q_{r_1} = \int_{r_1}^{r_2} d\Delta Q = q\Delta x \qquad (6)$$

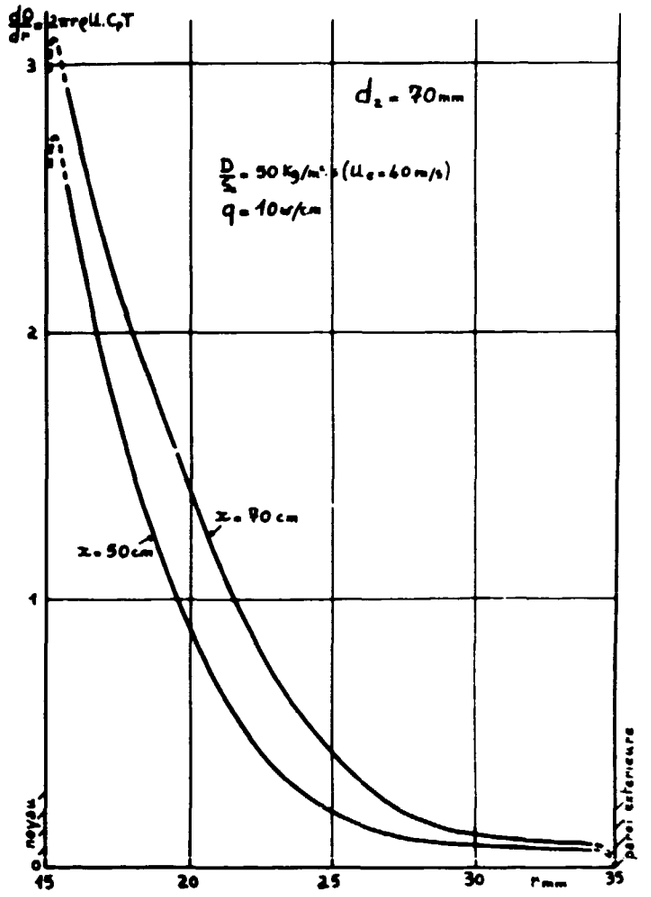

Fig: 42.

Nous aborderons tout d'abord, dans ce chapitre, l'étude du mouvement des quantités de chaleur dans l'écoulement. Nous considèrerons successivement les quantités $d\Delta Q$ qui caractérisent le transport de la chaleur dans chaque tranche de l'écoulement, puis les quantités Δq_r qui caractérisent le transfert de la chaleur de tranche à tranche (fig. 41) sont là, d'ailleurs, deux aspects du même problème.

Dans un deuxième temps, nous considèrerons la conductivité apparente Λ. Mais il n'entre pas dans le cadre de cette étude que nous allions jusqu'à la calculer - Notons, cependant, que ce calcul est possible à partir de la relation (1), après avoir déterminé les valeurs de Δq_r au moyen de la relation (5) -. Notre intention est seulement de nous rendre compte, de façon aussi concrète que possible, quelles sont les conséquences des variations de la conductivité apparente Λ en fonction de la vitesse moyenne de l'écoulement, sur les répartitions transversales des températures.

ETUDE DU MOUVEMENT DE LA CHALEUR DANS L'ECOULEMENT

Répartition en une section d'abscisse donnée des quantités de chaleur emmagasinées par le fluide.

Nous avons vu que les quantités de chaleur $d\Delta Q$ sont celles (relation 2) que le fluide emmagasine, à la distance r de l'axe et à l'abscisse x, sur une longueur Δx d'espace annulaire. Dans ces conditions, le fluide a emmagasiné depuis l'abscisse x = 0 jusqu'à l'abscisse x, toujours à la distance r de l'axe, la quantité : $dQ = \int_0^x d\Delta Q$. En remarquant que $\int_0^x \frac{\partial T}{\partial x}\Delta x = \int_0^x \Delta T = T$, qui est alors la température dont s'est élevé le fluide

depuis l'origine x = 0 jusqu'à l'abscisse x considérée, nous avons :

$$dQ = 2\pi r \rho U C_p T dr$$

Considérons l'espace annulaire $d_2 = 70$ mm et, à nouveau, l'exemple : $\frac{D}{S_e} = 50$ kg/m².s ($U_e = 40$ m/s), q = 10 w/cm. Procédant comme nous l'avons fait plus haut pour les densités de débit-masse, nous avons porté, sur la figure 42, en fonction de r, les variations de la quantité $\frac{dQ}{dr} = 2\pi r \rho U C_p T$, aux deux abscisses x = 50 cm et x = 70 cm. Les valeurs de T sont celles que nous avons mesurées dans la couche limite thermique aux deux abscisses considérées (fig. 38). Les valeurs de $2\pi r \rho U$ sont celles que donnent les courbes de répartition de densités de débit-masse analogues à celles de la figure 40, courbe c'_1.

Nous pouvons ici, comme nous l'avons fait pour le débit-masse, opérer une vérification. En effet, dissipant en amont de l'abscisse x une quantité de chaleur connue q.x, nous devons retrouver cette chaleur en totalité dans le fluide, puisqu'il n'y a pas de pertes à travers la paroi extérieure. Il faut donc que l'égalité suivante se trouve vérifiée à la section d'abscisse x :

$$q.x = \int_{r_1}^{r_2} dQ = \int_{r_1}^{r_2} 2\pi r \rho U C_p T \, dr$$

Nous avons alors trouvé que, d'une manière générale, pour les quelques exemples que nous avons traités, le second membre de l'égalité ci-dessus avait une valeur légèrement inférieure à celle du premier, soit environ 5 % par défaut. Les raisons d'un tel écart, qui d'ailleurs est faible, peuvent être multiples ; nous n'avons pas l'intention d'en aborder l'étude. Notons seulement qu'il existe déjà une cause d'erreur dans l'incertitude du tracé des courbes de la figure 42 très près de l'abscisse origine $r_1 = 15$ mm (tracé en pointillés).

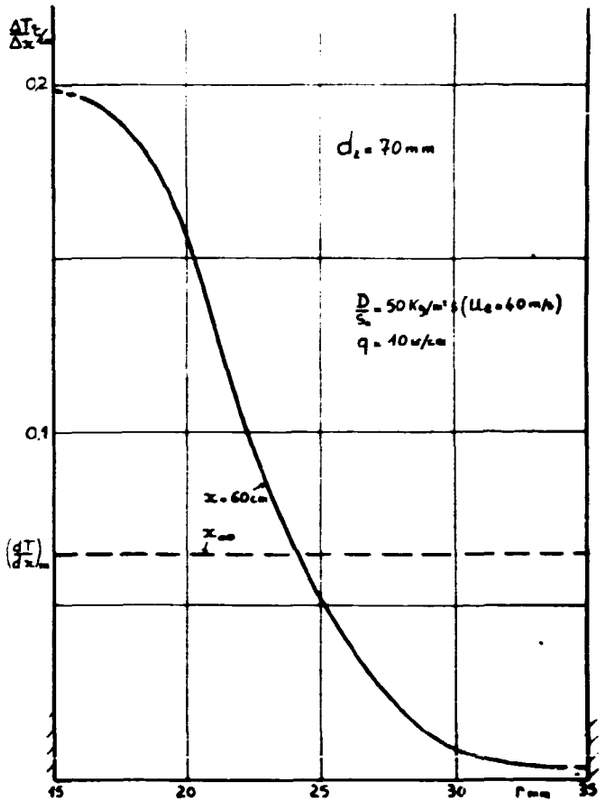

Fig. 43.

Evolutions, dans le sens du courant, des quantités de chaleur transportées par le fluide.

Revenons aux profils des températures de la figure 38, relatifs à l'espace annulaire $d_2 = 70$ mm. Considérons alors le rapport $\frac{T_2 - T_1}{l}$ de l'élévation de la température du fluide à chaque distance r de l'axe, entre les sections d'abscisse $x_1 = 50$ cm et $x_2 = 70$ cm, à la distance l = 20 cm séparant ces deux sections. Nous estimons, dans le cas présent, les deux sections étant suffisamment en aval et relativement peu éloignées l'une de l'autre, que la valeur de ce rapport est sensiblement égale au gradient longitudinal de température $\frac{dT}{dx}$ en tous points du fluide situés entre les deux sections et à la même distance r de l'axe. Nous dirons alors que $\frac{T_2 - T_1}{l}$ représente le gradient moyen longitudinal de température, $\frac{\Delta T}{\Delta x}$, à l'abscisse x = 60 cm, qui est à mi-distance de $x_1 = 50$ cm et de $x_2 = 70$ cm.

Sur la figure 43, nous avons représenté les variations de $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ en fonction du rayon r. La valeur portée à l'abscisse origine $r_1 = 15$ mm est celle du gradient de température mesuré sur la paroi à l'abscisse x = 60 cm. Cette répartition transversale des gradients longitudinaux des températures dans le fluide est relative à une abscisse où le régime thermique n'est pas établi : dans cette région, les parties de l'écoulement proches de la paroi intérieure s'échauffent plus vite que celles proches de l'autre paroi.

Si au lieu de l'abscisse $x = 60$ cm, nous considérons une abscisse très grande - nous l'appelons x infini - où le régime thermique se trouve être pratiquement établi, nous aurons alors, comme nous l'avons vu dans l'étude de l'espace annulaire $d_2 = 38$ mm, un gradient longitudinal des températures ayant la même valeur quel que soit r, égal en particulier au gradient à la paroi et également au gradient longitudinal de température moyenne du fluide que nous avons calculer : $\left(\frac{dT}{dx}\right)_e = \frac{q}{C_p . D}$. Dans ces conditions, en régime thermique établi, la répartition transversale des gradients longitudinaux des températures $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ se trouve représentée sensiblement par la droite horizontale que nous avons tracée sur la figure 43, d'ordonnée égale à $\frac{q}{C_p . D}$.

Considérons alors les quantités de chaleur $d\Delta Q$ emmagasinées localement par l'air sur une longueur Δx d'espace annulaire, et dont nous pouvons calculer la valeur à partir de la relation (2).

Nous avons porté, sur la figure 44, les variations de la quantité $\frac{d}{dr}\frac{\Delta Q}{\Delta x} = 2\pi r \rho U C_p \frac{\Delta T}{\Delta x}$ en fonction de r, aux deux abscisses $x = 60$ cm et x infini. Pour x infini, nous devons trouver, au facteur $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ près qui doit être, nous venons de le voir, pratiquement constant, un profil ayant sensiblement la même forme que la courbe de répartition des densités de débit-masse.

Les deux courbes de la figure 44 ont des formes très différentes. Notons qu'elles délimitent deux aires égales, étant donné que, par unité de longueur d'espace annulaire, le fluide emmagasine au total la même quantité de chaleur quelle que soit l'abscisse.

Nous pouvons montrer, à propos de ces courbes, comment le déplacement du sommet de chacune d'elle est lié à la notion de déplacement d'un signal thermique.

Si nous nous basons sur l'analogie qui existe entre l'équation (4) qui caractérise le phénomène de convection et l'équation indéfinie de la chaleur des phénomènes thermocinétiques, nous pouvons faire un rapprochement, d'une manière très qualitative sans doute, entre ce qui se passe dans l'espace annulaire, et ce qui se passe dans un phénomène de conduction. L'analogie entre les deux équations réside essentiellement en ce que nous pouvons faire des raisonnements analogues en permutant simplement la variable espace (x) de l'une avec la variable temps (t) de l'autre. C'est ainsi que nous pouvons comparer notre phénomène à dissipation d'un flux de chaleur uniforme $\frac{d\varphi}{dx} = 0$, avec un phénomène de conduction dans lequel on imposerait un flux de chaleur constant $\frac{d\varphi}{dt} = 0$ sur une frontière du milieu étudié. Mais nous n'avons pas l'intention, ici, d'entreprendre systématiquement une telle comparaison. Signalons seulement le rapprochement suivant.

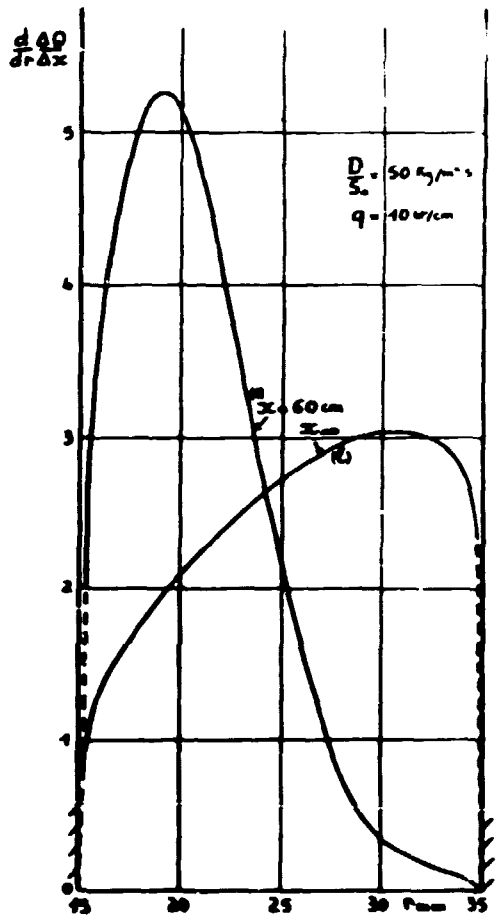

Fig. 44.

Il doit être possible, en utilisant l'analogie ci-dessus concernant les variables x et t, de comparer les quantités $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ (fig. 43) et les quantités $\frac{d}{dr}\frac{\Delta Q}{\Delta x}$ (fig. 44), aux quantités $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ et $\frac{d}{dr}\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ qui mesurent, l'une ou l'autre, dans un phénomène de conduction, la vitesse d'échauffement en chaque point du milieu étudié. Lorsque cette vitesse d'échauffement prend, à un instant donné, une valeur maximum en un endroit précis du milieu, elle définit un signal thermique. Celui-ci est caractérisé alors, par sa grandeur et sa position, mais aussi par sa forme qui rend son passage plus ou moins discernable, car le signal peut être très net et très distinct au début du phénomène, pour s'estomper ensuite progressivement.

Reprenons, alors, la comparaison avec notre problème.

Si la quantité $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ ne prend, elle, jamais de valeur maximum parce qu'elle est toujours une fonction décroissante de r (fig. 43), la quantité $\frac{d}{dr}\frac{\Delta Q}{\Delta x}$, par contre, prend, en chaque abscisse x, une valeur maximum à une distance r de l'axe bien précise (fig. 44). Ainsi, nous trouvons bien ici tous les caractères d'un signal thermique. Celui-ci, en effet, est très net au début de l'évolution du phénomène thermique (courbe 1) ; il tend ensuite, tout en se déplaçant vers la paroi extérieure, à s'estomper au fur et à mesure que le fluide s'enfonce dans l'espace annulaire, pour tendre vers la répartition limite (l) quand le régime thermique est établi.

Evolutions des quantités de chaleur se propageant transversalement au sens du courant fluide.

Si nous considérons les relations (3) et (5) établies au début de ce chapitre, et si nous revenons au schéma de la figure 41, nous pouvons dire, en utilisant un langage qui fait image : pendant que le fluide qui circule dans la tranche d'écoulement d'épaisseur dr emporte, entre deux abscisses x et $x + \Delta x$, la quantité de chaleur $d\Delta q$, cette même tranche est traversée par la quantité de chaleur Δq, laquelle est ensuite transportée petit à petit dans les autres tranches successives depuis le rayon r jusqu'à la paroi extérieure. Il en résulte - et c'est ce que nous avons déjà exprimé dans la relation (5) - que :

$$\Delta q_r = \int_r^{r_2} d\Delta Q$$

En nous rapportant à la longueur unité d'espace annulaire, nous aurons :

$$\frac{\Delta q_r}{\Delta x} = \int_r^{r_2} \frac{d}{dr}\frac{\Delta Q}{\Delta x}\, dr$$

Sur la figure 45, nous avons tracé les variations de $\frac{\Delta q_r}{\Delta x}$ en fonction de r, aux deux abscisses x = 60 cm et x infini. Les valeurs de $\frac{\Delta q_r}{\Delta x}$ ont été obtenues au moyen d'intégrations graphiques réalisées sur les deux courbes de la figure 44.

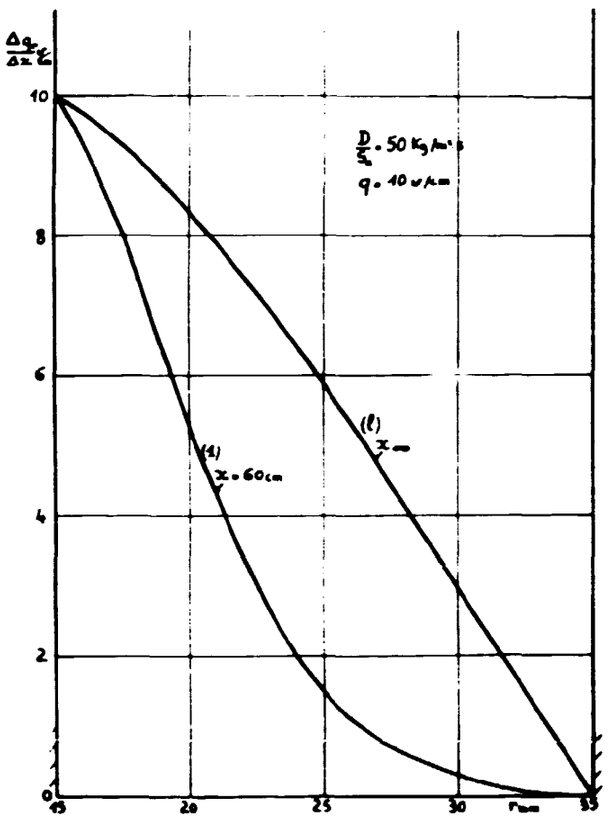

Fig. 45.

Nous pouvons évaluer directement à l'aide des courbes de la figure 45, quelle est, à chaque distance r de l'axe, de la quantité de chaleur totale q dissipée à travers le noyau sur l'unité de longueur, la part qui est transportée par le fluide entre r_1 et r, et celle qui passe au-delà de r. C'est ce qu'exprime la relation suivante, obtenue en combinant les relations (5) et (6) :

$$\frac{\Delta q_r}{\Delta x} = q - \int_{r_1}^{r} \frac{d}{dr}\frac{\Delta Q}{\Delta x}\, dr$$

Ainsi, pour prendre un exemple, nous pouvons lire sur la courbe 1 relative à x = 60 cm que, lorsque q = 10 w/cm pénètre dans le fluide au niveau de la paroi intérieure, 2 watts passent au-delà de r = 24 mm, soit 20 % ; c'est-à-dire qu'entre $r = r_1$ et r = 24 mm, le fluide a emporté : 10 - 2 = 8 watts. Notons que les 2 watts ci-dessus se diluent, au-delà de r = 24 mm, dans une quantité de fluide mesurée, nous l'avons vu précédemment, par les 64 % du débit-masse total. Si nous considérons maintenant l'autre courbe (l), nous lisons que 6,4 watts passent au-delà du même rayon r = 24 mm, soit donc 64 % de q. Remarquons qu'il est normal, dans ce dernier cas que nous trouvions, quelque soit r, le même tant pour cent simultanément pour q et pour D ; en effet, la courbe (l) de la figure 45 a été établie à partir de la courbe (l) de la figure 44,

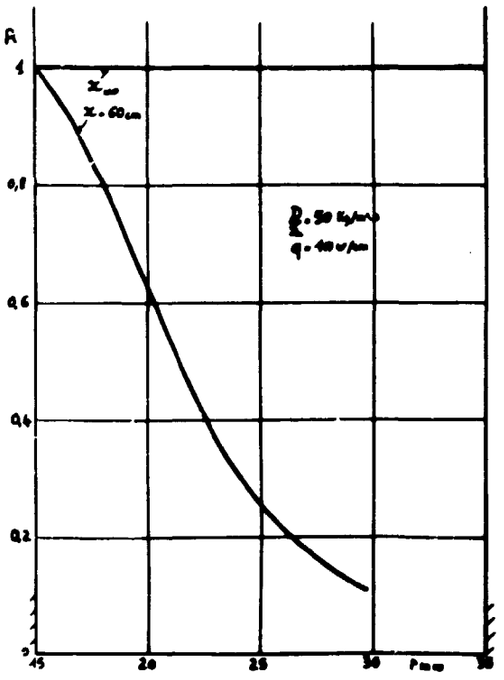

Fig. 46.

laquelle a le même dessin que la courbe de répartition des densités de débit-masse - nous avons vu que cela résultait de ce que $\frac{dT}{dx}$ a la même valeur quelque soit r -.

Considérons maintenant le rapport $R = \left(\frac{\Delta q_r}{\Delta x}\right)_{60} \left(\frac{\Delta q_r}{\Delta x}\right)_{\infty}$ des quantités $\frac{\Delta q_r}{\Delta x}$ correspondant aux deux abscisses considérées, pour chaque distance r de l'axe. Sur la figure 46, nous avons représenté les variations de R en fonction de r.

En ce qui concerne les évolutions transversales des quantités de chaleur, R caractérise alors, d'une certaine manière, le degré d'extension de la couche limite thermique. Quand x augmente, R tend à prendre la valeur 1 en tous points de la section ; nous sommes alors en régime thermique établi.

Nous allons maintenant montrer, à titre d'application, comment, en connaissant la répartition transversale des températures dans une section donnée ou le régime thermique n'est pas établi, on peut déterminer au moyen de R, quelle est la répartition transversale des températures en régime thermique établi.

Revenons à la relation (1), qui s'écrit :

$$\frac{\Delta q_r}{\Delta x} = 2\pi r \Lambda \frac{\partial T}{\partial r}$$

Nous ne connaissons pas Λ. Nous savons seulement de lui, qu'en régime aérodynamique établi, sa valeur est liée, en chaque section, à la valeur de r, mais est pratiquement indépendante de x. Dans ces conditions, si nous considérons les valeurs que prennent $\frac{\Delta q_r}{\Delta x}$ et $\frac{\partial T}{\partial r}$ aux abscisses x = 60 cm et x infini, nous aurons :

$$\frac{(\Delta q / \Delta x)_{\infty}}{(\Delta q / \Delta x)_{60}} = \frac{(\partial T / \partial r)_{\infty}}{(\partial T / \partial r)_{60}}$$

Le premier membre est le rapport R défini plus haut. Par ailleurs, nous connaissons les valeurs de $\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{60}$ au moyen de l'expérience.

Il s'ensuit alors qu'en intégrant la relation ci-dessus, nous pourrons déterminer le profil de la répartition transversale des températures en régime thermique établi, au moyen de la relation suivante :

$$T - T_s = \int_{r_1}^{r} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial T}{\partial r}\right)_{60} dr$$

dans laquelle T_s est la température de paroi du noyau en une abscisse quelconque où le régime thermique est établi.

GRADIENTS DE TEMPERATURE AUXQUELS SONT SOUMIS LES ECHANGES DE CHALEUR

La relation (1) du début de ce chapitre constitue une relation de définition de la conductivité apparente Λ de l'écoulement fluide, reliant les quantités de chaleurs Δq_r qui se propagent transversalement au sens de l'écoulement et les gradients de température $\frac{\partial T}{\partial r}$ auxquels ces échanges se trouvent soumis.

Nous avons seulement voulu ici, comme nous l'avons déjà dit, nous former une opinion précise sur ce que sont les conséquences des variations de Λ en fonction de la vitesse moyenne de l'écoulement sur les répartitions transversales des températures.

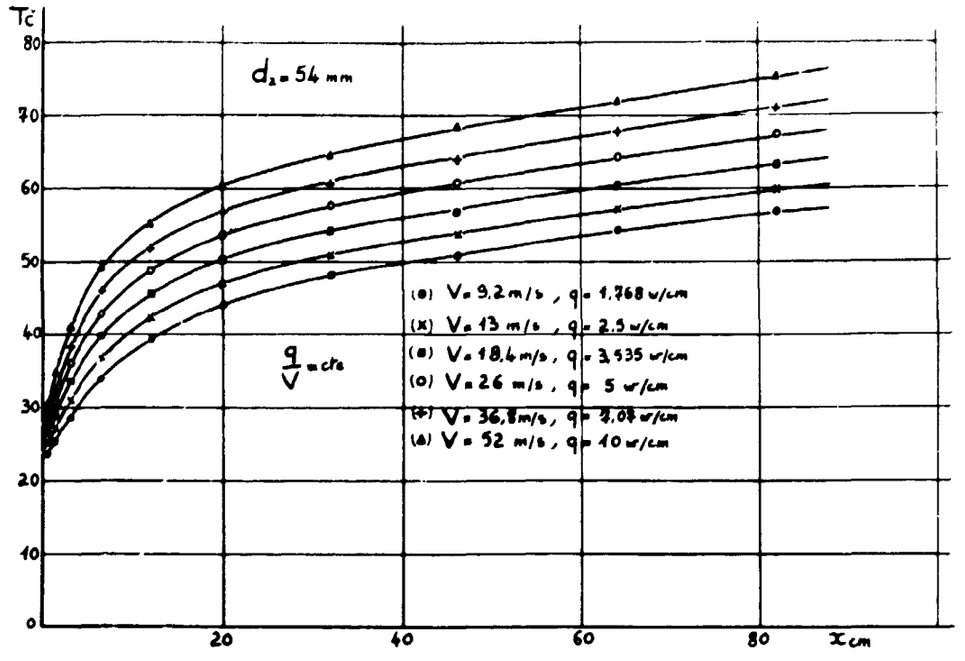

Fig. 47.

Nous ne trouvons pas dans la bibliographie des conclusions bien concordantes au sujet des lois de variations de λ en fonction de la vitesse de l'écoulement. Les différents expérimentateurs proposent des relations empiriques différentes. Le seul résultat qui apparaisse assez clairement, à condition de se contenter d'une approximation grossière, est le suivant : les variations de λ, en chaque point, en fonction de la vitesse moyenne de l'écoulement obéissent à une loi qui n'est pas tellement éloignée d'une loi de proportionnalité. Plus précisément, ce qui est encore conforme à l'ensemble des conclusions obtenues, nous pouvons dire que, lorsque la vitesse passe, par exemple, du simple au double, la conductivité apparente passe du simple à un peu moins du double. C'est en voulant préciser cet "un peu moins", que les expérimentateurs ne sont plus d'accord. C'est pour éviter d'avoir à tenir compte de ce désaccord, que nous avons effectué les expériences dont la description va maintenant suivre.

Dans l'espace annulaire $d_2 = 54$ mm, nous avons considéré six vitesses du courant d'air. Pour chacune d'elle, nous avons dissipé un flux de chaleur dont la valeur était choisie pour que la température moyenne du fluide en une section donnée ait la même valeur dans les six expériences : $T_m = \frac{q.x}{C_p \rho_o S_s V}$. Nous avons donc choisi les valeurs de q de façon que le rapport $\frac{q}{V}$ soit toujours le même. De plus, nous avons choisi des valeurs de q et de V en progression géométrique de raison $\sqrt{2}$. Ces valeurs sont :

Vm/s	9,2	13	18,4	26	36,8	52
q_w/cm	1,768	2,5	3,535	5	7,07	10

Nous avons tracé sur la figure 47 les répartitions de températures le long de la paroi du cylindre intérieur, obtenues dans chacune des six expériences considérées.

Nous avons effectué, pour chacun des six régimes, une exploration transversale des températures en nous plaçant aux deux sections d'abscisses x = 70 cm et x = 90 cm. Nous avons porté, sur la figure 48, les résultats obtenus à l'abscisse x = 90 cm. Pour la clarté de la présentation, nous avons divisé la figure en deux parties, en utilisant dans chacune d'elles des échelles différentes. Les températures indiquées au rayon r_1 = 15 mm sont celles que l'on peut relever sur les courbes de la figure 47 à l'abscisse x = 90 cm. Nous avons également noté la valeur de la température moyenne, commune aux six expériences : $T_m = 8,7°C$.

Sur la partie gauche de la figure 48, qui représente ce qui se passe très près de la paroi intérieure, nous avons tracé la pente probable à l'origine des profils de température en supposant, comme nous l'avons déjà fait plus haut à propos de la figure 38, que cette pente $\left(\frac{dT}{dr}\right)_{r_1}$ est égale à $\frac{\varphi}{\lambda}$, où λ représente

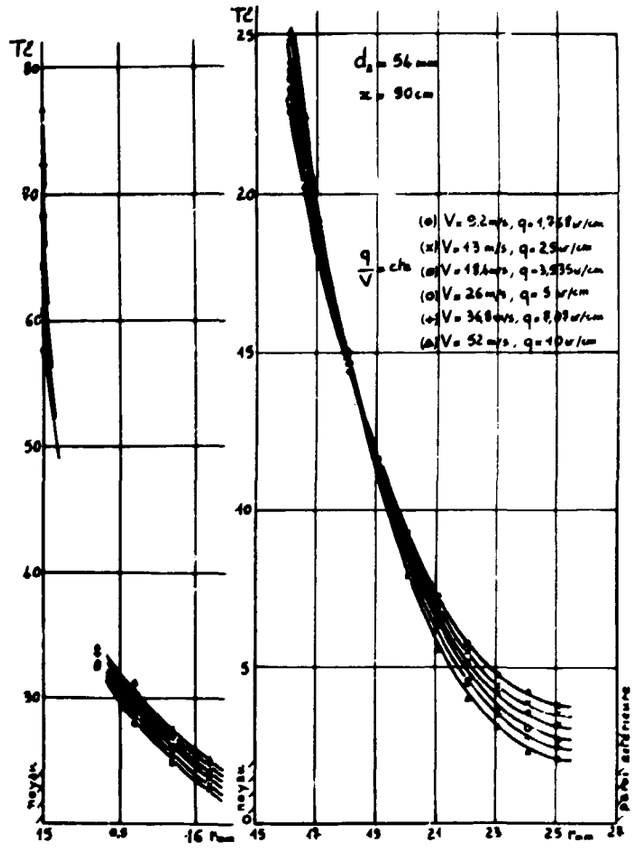

Fig. 48.

la conductivité moléculaire de l'air. Dans ces conditions, $\left(\frac{dT}{dr}\right)_{r_1}$ est sensiblement proportionnel à la densité du flux de chaleur dissipé. Il en résulte alors, sur la figure, une convergence très rapide des éléments de droite représentant ces pentes. Il n'apparait donc pas surprenant, dans ces conditions, que dans la zone où débutent nos mesures, soit à y = 0,35 mm, les températures se trouvent très voisines l'une de l'autre (1).

Dans tout le reste de l'écoulement (partie droite de la figure 48), les températures se répartissent sensiblement de la même manière : les profils de températures apparaissent presque confondus, et il a fallu utiliser une échelle des températures dilatée de façon à pouvoir les différencier suffisamment.

On peut constater alors que les pentes moyennes de ces courbes sont légèrement différentes : elles sont d'autant plus grandes que la vitesse du fluide est plus grande. Il semble donc, à première vue, en regardant ces profils de températures, que la chaleur a d'autant plus de mal à se propager transversalement que le fluide est plus rapide.

On peut mettre ce résultat en évidence d'une autre façon. A partir des résultats obtenus à l'abscisse x = 90 cm (fig. 48), ainsi que, de la même manière, à l'abscisse x = 70 cm, nous avons calculé les valeurs moyennes $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ du gradient longitudinal de température, correspondant à différentes distances de la paroi. Nous avons tracé, sur la figure 49, les variations de $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ en fonction du rayon, relatives aux six régimes étudiés. Nous avons également tracé ce que seraient ces variations si nos observations avaient été effectuées beaucoup plus loin en aval, dans une région où le régime thermique est établi;; d'après ce que nous avons déjà vu, ces variations sont, très probablement, pratiquement celles représentées par la droite (1) horizontale qui est alors, puisque $\frac{q}{V}$ = cte, commune aux six régions.

Il résulte alors de la manière dont se distribuent les uns par rapport aux autres les six profils de la figure 49, qu'au niveau de l'abscisse x = 80 cm environ (à mi-distance de x = 70 cm et x = 90 cm), le régime thermique apparait d'autant plus près d'être établi que les vitesses sont plus faibles.

---

(1) En réalité, il faudrait faire un raisonnement inverse quand on sait que, dans un phénomène de conduction, les conditions thermiques en aval commandent l'évolution du phénomène thermique en amont.

En effet, il serait plus juste de raisonner ainsi : les propriétés thermiques de l'écoulement étant telles que les répartitions de températures dans celui-ci se trouvent pratiquement confondues quand on considère le rapport $\frac{q}{V}$ constant, - c'est ainsi qu'à la distance y = 0,35 mm de la paroi, les points expérimentaux sont très voisins les uns des autres -, il s'ensuit que, puisqu'à proximité de la paroi la pente des courbes est sensiblement proportionnelle à la densité du flux de chaleur φ, les droites représentant ces courbes divergent quand on les regarde de l'écoulement vers la paroi. D'où la très nette différence entre les températures à la paroi.

Ainsi, si l'on appelle L la longueur d'établissement du régime thermique, on constate que L est une fonction croissante de la vitesse V. Cela provient de ce que, justement, la conductivité apparente varie moins rapidement qu'elle ne varierait si elle était proportionnelle à la vitesse. En effet, il serait facile de démontrer que si λ avait été exactement proportionnelle à la vitesse, les six courbes de la figure 49 auraient été alors confondues. Dans ces conditions, L devenait indépendante de V.

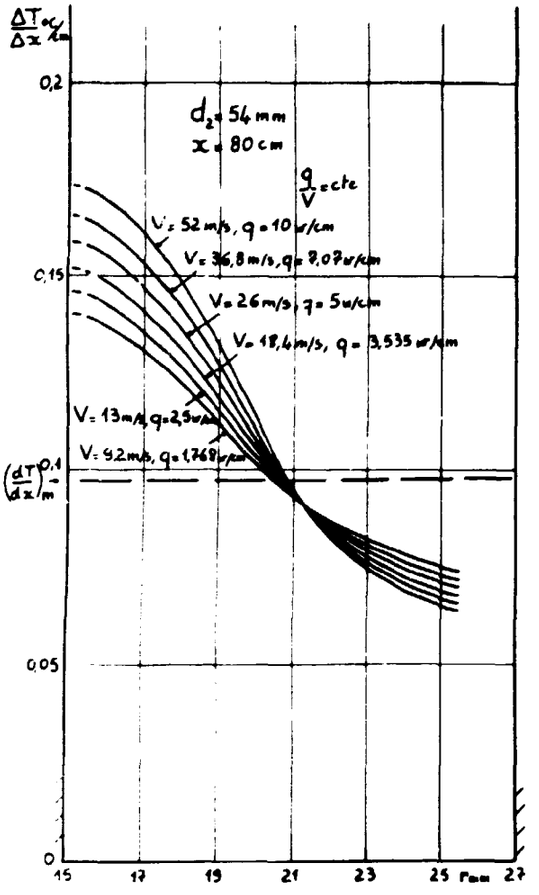

Fig. 49.

TROISIÈME PARTIE

CHAPITRE VI

RELATIONS ENTRE PHÉNOMÈNES DANS LA COUCHE LIMITE THERMIQUE ET PHÉNOMÈNES A LA PAROI

Dû par le mécanisme même de la convection, il existe une relation simple entre le gradient longitudinal de la température en chaque point de l'écoulement, et la vitesse de celui-ci. Cette même relation est vérifiée le long de la paroi.

Dans ce chapitre, nous allons établir cette relation en faisant appel à un exemple particulier.

Variations de la température du fluide en fonction de la vitesse, dans le cas particulier où le flux de chaleur dissipé est constant.

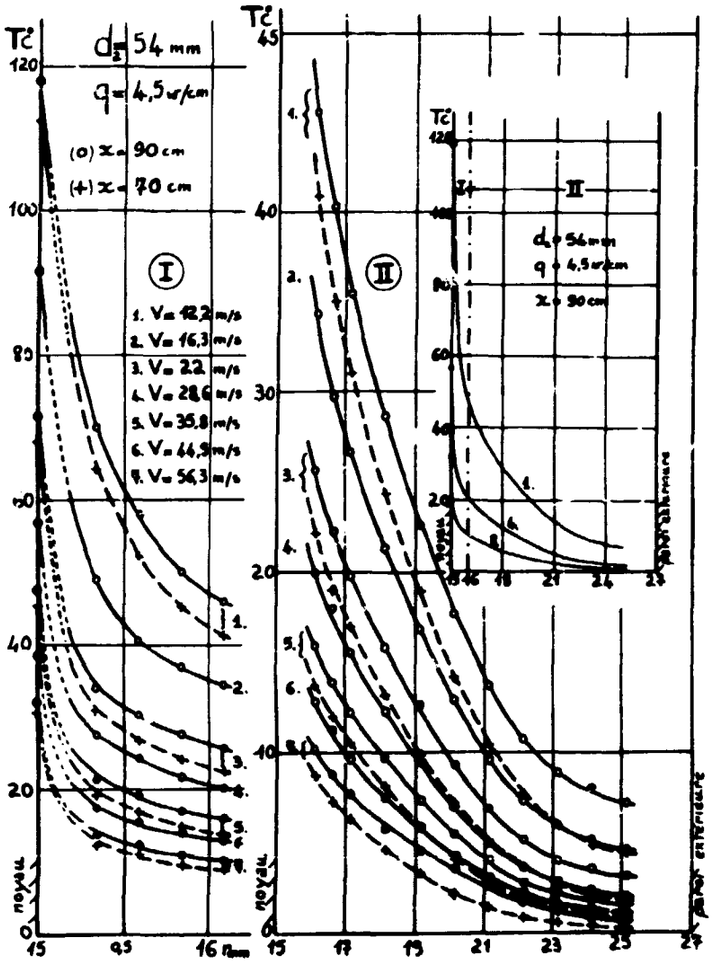

Fig. 50

Nous allons exposer les résultats d'une série d'expériences réalisées dans l'espace annulaire d_2 = 54 mm, les mesures étant effectuées aux deux sections d'abscisse x = 70 cm et x = 90 cm. Il s'agit du même espace annulaire et de sections de mêmes abscisses que dans l'exemple traité à la fin du chapitre précédent. Nous avons vu (fig. 49) que nous étions alors dans une région où le régime thermique n'est pas encore établi.

Dissipant un même flux de chaleur q = 4,5 w/cm, nous avons expérimenté les sept vitesses suivantes : V = 12,2 m/s, 16,3 m/s, 22 m/s, 28,6 m/s, 35,8 m/s, 44,9 m/s, 56,3 m/s. Nous avons effectué, d'une part, à l'abscisse x = 90 cm, une exploration pour chacune de ces sept vitesses, d'autre part, à l'abscisse x = 70 cm, une exploration pour quatre d'entre elles : V = 12,2 m/s, 22 m/s, 35,8 m/s, 56,3 m/s.

Nous avons porté sur la figure 50 l'ensemble des résultats expérimentaux. Les points représentatifs se trouvent très régulièrement disposés, et permettent de tracer des courbes qui ne s'en éloignent pas de plus de 1 %. Nous avons tracé en traits continus les courbes relatives à x = 90 cm, et en traits discontinus, celles relatives à x = 70 cm.

Nous allons étudier comment, en une abscisse x, et à différentes distances de la paroi, la température du fluide varie en fonction de la vitesse V, ou de préférence, en fonction de

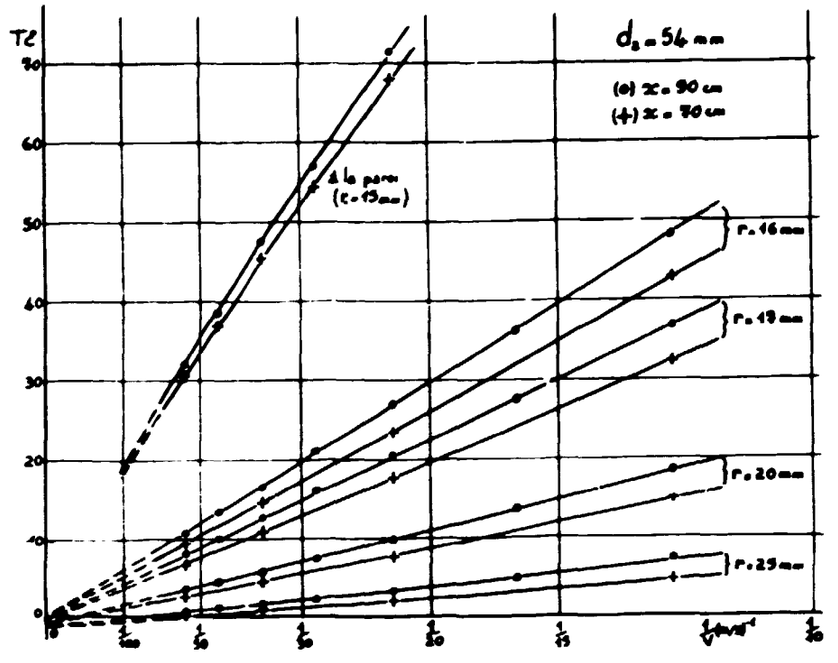

Fig. 51.

l'inverse de cette vitesse. C'est ainsi que, sur la figure 51, considérant l'abscisse x = 90 cm, nous avons porté (points (•)) pour différentes valeurs du rayon, les valeurs de la température en fonction de $\frac{1}{V}$.

Nous constatons alors que, pour chacune des valeurs du rayon considérées, les points représentatifs apparaissent alignés. S'il en est réellement ainsi, cela signifie que la température du fluide en chaque point de l'espace annulaire varie proportionnellement à l'inverse de la vitesse, variations que l'on peut traduire dans une relation de la forme :

$$T = \frac{a}{V} + b$$

dans laquelle a et b ne dépendent que de x et de r.

Remarquons que ce résultat n'est valable que dans l'écoulement fluide. En effet, si nous considérons comment la température de paroi T_i varie en fonction de $\frac{1}{V}$, nous constatons (fig. 51, r_1 = 15 mm), que les points représentatifs ne sont pas alignés. En réalité, comme pour les variations du coefficient de convection en fonction de la vitesse, nous pourrions considérer ici une représentation empirique de la forme $T_i = K\left(\frac{1}{V}\right)^n$, et nous trouverions alors que l'exposant n a une valeur comprise entre 0,8 et 0,85.

Sur la même figure 51, correspondant maintenant à l'abscisse x = 70 cm, nous avons porté également en fonction de $\frac{1}{V}$ (points (+)) les valeurs de la température du fluide correspondant à des distances à la paroi égales à celles que nous avions considérées pour x = 90 cm. Nous constatons de même que les points représentatifs sont sensiblement alignés.

Les droites que nous avons tracées sur la figure 51 passent toutes légèrement en dessous de l'origine des coordonnées, et d'autant plus loin de cette origine qu'elles correspondent à des valeurs plus grandes du rayon. Nous remarquons également que chacune des droites correspondant à l'une des abscisses coupe la droite relative à l'autre abscisse et correspondant au même rayon sensiblement sur l'axe des ordonnées.

Ce dernier résultat a les conséquences suivantes. Soit une valeur r du rayon. Supposons qu'à l'abscisse x_1 = 70 cm nous ayons la relation $T_1 = \frac{a_1}{V} + b_1$ et à l'abscisse x_2 = 90 cm la relation $T_2 = \frac{a_2}{V} + b_2$. Si ces deux droites se coupent sur l'axe des ordonnées, nous aurons $b_1 = b_2$. Il s'ensuit que nous pourrons écrire : $\frac{T_2 - T_1}{x_2 - x_1} = \frac{1}{V}\frac{a_2 - a_1}{x_2 - x_1}$. Or, chacun des deux membres de cette relation représente la valeur moyenne du gradient longitudinal des températures $\frac{dT}{dx}$ entre x_1 et x_2, à la distance r considérée de l'axe. Nous obtenons alors la relation :

$$\frac{dT}{dx} = \frac{A}{V}$$

où A n'est fonction que de x et de r.

Nous avons retrouvé, avec une égale netteté, ce résultat dans l'étude d'autres exemples analogues dans lesquels nous avons considéré d'autres dimensions d'espace annulaire et des profondeurs où le régime thermique n'était pas encore établi.

Interprétation physique.

A première vue, il ne semble pas surprenant que nous obtenions la relation $\frac{dT}{dx} = \frac{A}{V}$ dans le cas où le régime thermique n'est pas établi, étant donné que cette relation existe de toute façon lorsque le régime thermique est établi. En effet, nous avons vu que, dans ce dernier cas, $\frac{dT}{dx}$ a la même valeur en tout point, et est égal par conséquent au gradient de la température moyenne du fluide $\left(\frac{dT}{dx}\right)_m$, lui-même égal à $\frac{q}{C_p \rho_o S_s V}$. On a donc, en régime thermique établi, une relation de la forme $\frac{dT}{dx} = B.\frac{q}{V}$, dans laquelle B est un facteur constant.

Ainsi, que le régime thermique soit établi ou non, le gradient longitudinal des températures varie en raison inverse de la vitesse. C'est là une déduction nécessaire des conditions expérimentales (flux de chaleur constant) lorsque le régime thermique est établi, une constatation expérimentale lorsqu'il ne l'est pas.

Considérons maintenant ce qui se passe quand le flux de chaleur q prend des valeurs différentes suivant la vitesse. En régime thermique établi, d'après la relation ci-dessus, $\frac{dT}{dx} = B.\frac{q}{V}$, $\frac{dT}{dx}$ est proportionnel à q. On ne peut pas dire à priori, s'il en est de même en régime non établi ; nous allons voir en effet qu'il n'en est pas ainsi.

Revenons à l'exemple que nous avons traité à la fin du chapitre précédent. Nous avons exposé les résultats de six expériences réalisées en maintenant le rapport $\frac{q}{V}$ constant. Si, entre les abscisses x = 70 cm et x = 90 cm envisagées, la relation $\frac{dT}{dx} = B\frac{q}{V}$ avait été valable, nous aurions obtenu sur la figure 49, puisque $\frac{q}{V}$ est constant, la même valeur pour $\frac{dT}{dx}$ à chaque distance de la paroi ; les six courbes auraient été alors confondues. Puisqu'il n'en est pas ainsi, il s'ensuit donc qu'en régime thermique non établi le facteur B dépend du flux de chaleur q.

Ainsi il est possible de représenter ce que sont, en chaque point de l'écoulement annulaire, les variations du gradient longitudinal de température en fonction de la vitesse et du flux de chaleur dans une relation de la forme :

$$\frac{dT}{dx} = B\frac{q}{V},$$

dans laquelle B ne dépend, outre de x et de r, que du flux de chaleur q.

Nous pouvons nous demander alors, pourquoi le facteur B ne dépend pas aussi de la vitesse, c'est-à-dire pourquoi nous obtenons, lorsque le flux de chaleur est maintenu constant, une loi de proportionnalité de $\frac{dT}{dx}$ à l'inverse de la vitesse.

Nous avons vu, dans la deuxième partie, au cours de l'étude que nous avons effectuée au sein de l'écoulement fluide, que le mécanisme de convection, caractérisé par la relation (4) du chapitre V, était lié aux lois de variations de deux paramètres, la conductivité apparente λ et la capacité calorifique locale $\rho C_p U$ de l'écoulement fluide. Nous avons constaté que ces paramètres obéissaient à des lois de variations complexes en fonction de la vitesse moyenne du fluide, et de la température de celui-ci. Mais nous avons remarqué que ces lois étaient cependant relativement proches de lois très simples dans lesquelles ces deux paramètres seraient, d'une part, proportionnels en tous points à la vitesse moyenne V, d'autre part, indépendants de la température du fluide.

Or, dans le cas particulier où le flux de chaleur est maintenu constant, il se produit le phénomène suivant. Les lois de variations de la conductivité apparente, d'une part, et de la capacité calorifique locale, d'autre part, jouent, dans ce cas particulier, en quelque sorte en sens inverse, de telle sorte que le phénomène qui en résulte sur les répartitions de températures obéit finalement à une loi beaucoup plus proche d'une loi de proportionnalité à la vitesse et d'indépendance à l'égard de la température du fluide,

que ne le sont séparément chacune des deux lois qui le régissent ; c'est ce que traduit alors la relation $\frac{dT}{dx} = \frac{A}{V}$.

Notons que ce phénomène de compensation dépend de deux phénomènes totalement indépendants ; il résulte donc d'un concours de circonstances tout à fait particulières : de plus, il n'est pas possible de prévoir dans quelle mesure ce phénomène de compensation conserve encore les mêmes caractères, lorsque la grandeur du flux de chaleur dissipé est extérieure à notre domaine d'expérience, c'est-à-dire, soit inférieure à q = 2 w/cm (φ = 0,2 w/cm²), soit supérieure à q = 10 w/cm (φ = 1 w/cm²). Dans ces conditions, les résultats ne paraissent avoir qu'une importance toute relative ; et il est probable que nous n'en aurions pas parlé si longuement, s'il n'était à l'origine de conséquences importantes sur le phénomène de convection observé à la paroi.

EXTRAPOLATION A LA PAROI DE LA RELATION EXISTANT DANS L'ECOULEMENT

Nous avons vu que, lorsque le régime thermique est établi, le gradient de température $\left(\frac{dT}{dx}\right)_s$ le long de la paroi du cylindre intérieur, était égal, de même que le gradient $\frac{dT}{dx}$ en tous points de l'écoulement fluide, au gradient de température moyenne $\left(\frac{dT}{dx}\right)_m$. Il s'ensuit alors que $\left(\frac{dT}{dx}\right)_s$ est, lui aussi, en régime thermique établi, proportionnel au flux de chaleur q, et inversement proportionnel à la vitesse V du fluide.

Considérons maintenant le cas où le régime thermique n'est pas établi. Nous pouvons nous demander, si, alors, il n'existe pas à la paroi, comme dans l'écoulement fluide, une relation de la forme $\left(\frac{dT}{dx}\right)_s = B\frac{q}{V}$, dans laquelle B ne serait fonction, outre de x, que du flux de chaleur q.

Il n'est pas possible, uniquement par le raisonnement de démontrer qu'il existe une telle relation ; tout au plus pouvons-nous constater qu'une telle hypothèse est concevable. De toute façon, si cette hypothèse est exacte, elle doit pouvoir être prouvée à partir des résultats d'expériences obtenus sur la paroi, c'est-à-dire à partir des courbes de répartitions de températures que nous avons déjà observées.

C'est ainsi que nous allons étudier tout d'abord le cas où le flux de chaleur est maintenu constant, c'est-à-dire voir s'il existe, comme dans l'écoulement fluide, une relation de proportionnalité de $\left(\frac{dT}{dx}\right)_s$ à l'inverse de la vitesse de la forme $\left(\frac{dT}{dx}\right)_s = \frac{A}{V}$, puis le cas général où le flux de chaleur q prend des valeurs différentes suivant la vitesse, c'est-à-dire voir ce que représente à la paroi une relation de la forme $\left(\frac{dT}{dx}\right)_s = B\frac{q}{V}$.

Cas où le flux est maintenu constant.

Considérons donc la relation :

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_s = \frac{A}{V} \qquad (1)$$

dans laquelle nous supposons que A n'est fonction que de x. S'il existe à la paroi une telle relation, nous devons obtenir, en l'intégrant, une relation traduisant les variations de la température de paroi en fonction de l'abscisse x, c'est-à-dire l'équation des courbes de répartition des températures $T_s(x)$ déjà observées.

Pour l'instant, considérons plutôt deux vitesses du fluide V et V_o, et comparons les deux répartitions de température correspondantes. En chaque abscisse nous avons, d'après la relation (1) :

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_s \cdot V = \left(\frac{dT}{dx}\right)_{s_o} \cdot V_o$$

En intégrant cette relation, on obtient :

$$T_s(x) \cdot V = T_{s_o}(x) \cdot V_o + Cte,$$

ce qui peut s'écrire sous la forme suivante :

$$T_s(x) = \frac{V_o}{V}\left[T_{s_o}(x) + t_o\right] \qquad (2)$$

relation dans laquelle t_o est un terme indépendant de x.

Cette expression signifie alors qu'étant donné deux courbes de répartition de température $T_s(x)$ et $T_{s_o}(x)$ correspondant à deux vitesses V et V_o, la courbe $T_s(x)$ peut être obtenue à partir de la courbe $T_{s_o}(x)$ au moyen d'une translation de celle-ci égale à t_o, suivie d'une affinité de rapport $\frac{V_o}{V}$.

Il importe donc de vérifier si une telle translation t_o existe. Pour cela, étudions un exemple. Dans l'espace annulaire $d_2 = 44$ mm, dissipant un même flux de chaleur $q = 2$ w/cm, nous avons imposé deux vitesses $V = 28,6$ m/s et $V_o = 16,3$ m/s. Nous avons alors mesuré deux répartitions des températures. Nous reproduisons ci-dessous les valeurs des températures mesurées au moyen des dix thermocouples du noyau, et nous donnons les valeurs correspondantes de t_o calculées en appliquant la relation (2).

x_{cm}	0,3	0,13	3	6,5	12	20	32	46	64	82
$T_s^{oc}(x)$	11	12	13,5	16	18,2	19,9	21,7	23	24,5	26
$T_{s_o}^{oc}(x)$	17,3	18,5	20,9	24,8	28,6	31,5	34,5	37,1	39,6	42,2
t_o^{oc}	1,9	2,5	2,7	3,2	3,25	3,3	3,5	3,1	3,25	3,3

Nous constatons, alors, qu'au delà de x = 6 cm environ, jusqu'à x = 82 cm, limite de notre domaine d'étude, les valeurs de t obtenues sont proches, à moins de 6 % près, de la valeur moyenne $t_o = 3,27$, moyenne arithmétique des valeurs de t_o correspondant à $x > 6$ cm. Nous constatons également que ces valeurs sont tantôt au-dessous tantôt au-dessus de cette valeur moyenne, sans que l'on puisse discerner en fonction de x une évolution nette dans un sens ou dans un autre. Dans le cas présent, il semble donc que l'on puisse parler de translation t_o.

Or, c'est là un résultat que nous avons pu vérifier à partir d'un grand nombre de résultats expérimentaux : au-delà de x = 6 cm, t_o prend, chaque fois, quelque soit x, des valeurs qui ne diffèrent pas de plus de 8 % de sa valeur moyenne. Remarquons que ce 8 % doit être considéré comme une erreur relativement faible, étant donné qu'elle porte sur une différence de températures qui est elle-même petite. Il semble, par conséquent, que l'on puisse effectivement, dans tous les cas, parler de translation.

Il est une autre vérification que l'on peut faire, et qui est plus parlante. Nous allons considérer un autre exemple. Dans l'espace annulaire le plus large $d_2 = 70$ mm, nous avons dissipé un même flux de chaleur $q = 2$ w/cm. Nous avons considéré trois vitesses. Nous en avons choisi une de référence $V_o = 16,3$ m/s. Les deux autres ont pour valeur $V_1 = 28,6$ m/s et $V_2 = 57,2$ m/s. Nous avons alors mesuré trois répartitions de températures $T_{s_o}(x)$, $T_{s_1}(x)$ et $T_{s_2}(x)$. Dans un premier temps, en procédant comme dans l'exemple précédent, nous avons calculé t_{o_1} et t_{o_2}, translations relatives à V_1 et à V_2, pour chacune desquelles nous avons pris la moyenne arithmétique. Puis nous avons considéré la relation (2) sous la forme :

$$T_s(x) \cdot \frac{V}{V_o} - t_o = T_{s_o}(x)$$

Nous avons alors comparé les valeurs du premier membre M de cette relation à celle de $T_o(x)$. Nous avons obtenu le tableau suivant en considérant successivement dans le premier membre les valeurs de $T_{s_1}(x)$ et $T_{s_2}(x)$.

x_{cm}	6,5	12	20	32	46	65	82
$T_{s_o}(x)$	25,1	28,6	31,4	33,4	34,9	36,4	37,9
M_1	25,2	28,5	31,3	33,2	35	36,6	38,05
M_2	24,75	28,6	30,65	32,95	35,25	37,05	38,4

Soit encore cet autre exemple du même genre, cette fois-ci dans l'espace annulaire le plus étroit. Dissipant $q = 2$ w/cm nous avons considéré les trois vitesses suivantes : $V_o = 16,3$ m/s, $V_1 = 24,5$ m/s, $V_2 = 32,6$ m/s. Nous avons alors obtenu le tableau suivant :

x	6,5	12	20	32	46	64	82
$T_{s_0}(x)$	19	21,8	24,55	27,5	30,15	33,3	36,3
M_1	19,1	21,95	24,5	27,5	30,2	33,05	36,2
M_2	18,8	21,8	24,6	27,6	30,2	33,2	36,4

Nous pouvons voir très nettement sur ces deux tableaux, dans quelle mesure il existe bien une translation t_o. En effet, dans chacun des exemples, les valeurs obtenues en une même abscisse ne diffèrent pas entre elles de plus de 2 %. De plus, ces valeurs, comme les valeurs de t_o que nous avons comparées plus haut, donnent l'impression de se distribuer tout à fait au hasard les unes par rapport aux autres. Tout semble se passer comme si les écarts existant entre les valeurs correspondant à une même abscisse étaient dûs aux seules erreurs de mesures, lesquelles, d'ailleurs, sont justement de l'ordre de 2 %.

Nous estimons donc finalement - de nombreux autres exemples ont confirmé ce point de vue - qu'il existe bien effectivement une translation t_o. Dans ces conditions, l'hypothèse de départ, $\left(\frac{dT}{dx}\right)_s = \frac{A}{V}$, se trouve vérifiée exacte, et cela, dans nos expériences, dès l'abscisse x = 6 cm. Quant à la valeur de cette hypothèse sur les six premiers centimètres où débute le phénomène de convection, il n'est pas possible de conclure, étant donné que la conduction parasite le long du noyau perturbe les mesures.

Cas où le flux de chaleur prend des valeurs différentes suivant la vitesse.

Etudions maintenant le cas général où le flux de chaleur prend des valeurs quelconques, différentes suivant la vitesse. Considérons alors la relation $\left(\frac{dT}{dx}\right)_s = B\frac{q}{V}$. Il va probablement s'avérer que le facteur B, comme c'est le cas dans l'écoulement fluide, n'est pas constant mais dépend quelque peu du flux de chaleur q. Pour pouvoir en juger plus aisément, nous allons supposer que B est constant, et nous allons étudier dans quelle mesure les conclusions alors obtenues diffèrent de celles obtenues à partir des résultats de l'expérience.

Considérons donc la relation :

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_s = B\frac{q}{V} \qquad (3)$$

dans laquelle nous supposons que B n'est fonction que de x, c'est-à-dire qu'il ne dépend pas de q.

Supposons qu'à deux vitesses V et V_o du fluide, nous fassions correspondre respectivement deux valeurs q et q_o du flux de chaleur. En appliquant la relation (3), nous aurons :

$$V\left(\frac{dT}{dx}\right)_s \Big/ q = V_o\left(\frac{dT}{dx}\right)_{s_o} \Big/ q_o$$

Si nous intégrons maintenant cette relation, comme nous l'avons fait pour la relation (2), nous aurons :

$$T_s(x) = \frac{q}{q_o}\frac{V_o}{V}\left[T_{s_o}(x) + t_o\right] \qquad (4)$$

Revenons alors à l'exemple,où, dans l'espace annulaire d_2 = 54 mm, nous avons considéré six valeurs de la vitesse V auxquelles nous avons fait correspondre respectivement six valeurs du flux de chaleur q dissipé, choisies de telle sorte que le rapport $\frac{q}{V}$ ait la même valeur dans tous les cas. Nous avons alors obtenu, le long de la paroi, les six répartitions de températures reproduites sur la figure 47.

Dans le cas particulier de cet exemple, la relation (4) s'écrit, puisque $\frac{q}{V}$ est constant :

$$T_s(x) = T_{s_o}(x) + t_o \qquad (4')$$

Cette dernière relation signifie que les courbes $T_s(x)$ doivent se déduire l'une de l'autre au moyen de la seule translation t_o. Ainsi, la relation (4') sera exacte dans la mesure où les courbes de la figure 47 sont parallèles entre elles.

Or, visiblement, ces courbes ne sont pas parallèles. Elles tendent à s'écarter les unes des autres

quand on les considère de la gauche vers la droite. Nous constatons donc, comme nous nous y attendions, que la relation (3) n'est pas exacte.

Cependant, si nous nous en tenons à une première approximation, on peut parler, tout de même, d'un certain parallélisme. Nous pouvons être plus précis en raisonnant de la manière suivante. Supposons que nous puissions utiliser la relation (4') et considérons l'écart entre les valeurs de la température que donneraient l'application de cette relation, et celles obtenues effectivement. Nous constatons alors, en nous plaçant entre les abscisses x = 6 cm et x = 82 cm, que cet écart peut ne pas dépasser 2 %. Ainsi, dans cet exemple, l'application de la relation (4') introduirait une erreur systématique sur les températures de paroi ne dépassant pas 2 %, ce qui est relativement peu, et cela pour des vitesses allant du simple (9,2 m/s) à plus du quintuple (52 m/s). Dans ces conditions, les relations (4) et (4') ne doivent pas être complètement rejetées, car elles peuvent avoir une utilité sur le plan pratique.

Ainsi, que le régime thermique soit établi ou non, les lois de variations du gradient de température $\left(\frac{dT}{dx}\right)_1$ le long de la paroi du cylindre intérieur en fonction de la vitesse V du fluide et du flux de chaleur q dissipé, conduisent aux mêmes conclusions que celles obtenues dans l'étude du gradient de température $\frac{dT}{dx}$ en chaque point de l'écoulement fluide : en effet, la relation $\frac{dT}{dx} = B\frac{q}{V}$ est valable tant à la paroi que dans l'écoulement fluide.

En régime thermique établi, le facteur B est constant, et est égal à $\frac{1}{C_p \rho_o S_s}$.

En régime thermique non établi, le facteur B dépend non seulement des coordonnées x et r du point considéré, mais aussi du flux de chaleur q dissipé. Notons cependant qu'il n'en dépend que très peu. Ainsi, suivant la manière dont on apprécie le phénomène : ou bien l'on observe celui-ci de très près, et alors, en toute rigueur, B n'est pas absolument indépendant de q ; ou bien l'on traite le problème avec une certaine approximation, et alors, les variations de B en fonction de q peuvent être négligées, c'est-à-dire que l'on peut admettre que la relation $\frac{dT}{dx} = B\frac{q}{V}$, où B ne dépend alors que de x et de r, est valable en toutes circonstances.

Ainsi, si l'on envisage cette deuxième façon de voir, on peut dire, pour prendre un exemple, que la chaleur dissipée à travers la paroi intérieure se propage transversalement avec la même vitesse quelle que soit la rapidité du courant d'air, ou, ce qui revient au même, que l'épaisseur de la couche limite thermique a, à une profondeur donnée, pratiquement la même valeur quelle que soit la vitesse du courant d'air. C'est en effet ce résultat qu'exprime la relation (3), si l'on considère que B ne dépend pas de q.

CHAPITRE VII

ÉTUDE DES VARIATIONS DU CŒFFICIENT DE CONVECTION EN FONCTION DE L'ABSCISSE X

Nous nous proposons, dans ce chapitre, d'étudier plus en détail que précédemment les valeurs que prend le coefficient de convection sur la paroi, en nous aidant maintenant des connaissances acquises sur les phénomènes existant au sein du fluide.

Nous avons établi, au chapitre précédent, la relation suivante :

$$\frac{dT}{dx} = B\frac{q}{V} \qquad (3)$$

La température T, au point de la paroi d'abscisse x, est en effet une fonction, outre de cette abscisse, de la vitesse du courant fluide et de la densité du flux de chaleur dissipé. La dérivée $\frac{dT}{dx}$ prise le long de la paroi est évidemment fonction de ces trois mêmes variables. Mais nous avons vu au chapitre précédent que, si l'on se place en un point bien déterminé de la paroi, cette dérivée est inversement proportionnelle à la vitesse quand on maintient constant le flux de chaleur q, et reste à très peu près la même lorsqu'on fait varier flux et vitesse dans un rapport constant. Ainsi se justifie l'écriture $\frac{dT}{dx} = B\frac{q}{V}$, où le facteur B est indépendant de la vitesse, et se modifie légèrement lorsque varie le flux de chaleur q.

A partir de la relation (3), nous avons établi, au chapitre précédent, la relation (4) :

$$T_x(x) = \frac{q}{q_0}\frac{V_0}{V}\left[T_{x_0}(x) + t_0\right]$$

Cette relation définit la transformation qu'il faut effectuer sur la courbe $T_{x_0}(x)$ correspondant au régime de référence $[q_0 V_0]$, pour en déduire une courbe quelconque correspondant à un autre régime. Cette transformation permet de coordonner les résultats des expériences, d'une part, avec une précision parfaitement satisfaisante en ce qui concerne la transformation portant sur la vitesse (à flux de chaleur q constant), d'autre part avec une précision un peu moindre, mais très correcte cependant, en ce qui concerne la transformation portant sur le flux de chaleur (à vitesse V constante), cette moins bonne précision provenant de l'approximation que nous avons faite ici, à savoir que B ne dépend pas de q (1).

Nous pouvons écrire la relation (3) sous une autre forme, en y introduisant le gradient longitudinal de la température moyenne du fluide $\left(\frac{dT}{dx}\right)_m$, qui est proportionnel à $\frac{q}{V}$. C'est ainsi que nous aurons :

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_m = K\left(\frac{dT}{dx}\right)_p = K\frac{q}{C_p \rho_0 S_x V} \qquad (5)$$

Ceci revient à poser : $B = \frac{K}{C_p \rho_0 S_x}$

En intégrant cette dernière relation, nous aurons, en considérant arbitrairement une abscisse de référence $x = \omega$:

$$T_x - T_{x_\omega} = \frac{q}{C_p \rho_0 S_x V}\int_\omega^x K(x)\,dx \qquad (5')$$

---

(1) Ainsi que nous l'avons vu plus haut, cette transformation permet également de déduire toutes les courbes $T_x(x)$ correspondant à $\frac{q}{V}$ constant, à partir de l'une d'entre elles (fig. 47).

Au lieu de la relation (5), nous pouvons considérer la relation suivante :

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_s - \left(\frac{dT}{dx}\right)_m = K'(x)\left(\frac{dT}{dx}\right)_m \tag{6}$$

dans laquelle K'(x) se trouve être égal à K(x) - 1.

En intégrant cette relation nous obtiendrons :

$$(T_s - T_m) - (T_s - T_m)_\omega = \frac{q}{C_p \rho_o S_s V}\int_\omega^x [K(x) - 1]\, dx \tag{6'}$$

Remarquons que, dans la région où le régime thermique est établi, K(x) est égal à 1, puisque les gradients longitudinaux à la paroi et dans le fluide sont alors égaux. En amont de cette région, K(x) est plus grand que 1.

Par la suite, il nous arrivera de considérer l'une ou l'autre, indifféremment, des relations (5) et (6).

Nous pouvons alors noter une extension immédiate de ces résultats. En effet, dans la relation (6'), il est très simple d'introduire le coefficient de convection tel que nous l'avons défini : $\alpha = \frac{\varphi}{T_s - T_m}$. Nous obtenons alors la relation suivante :

$$\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha_\omega} = \frac{\pi d_1}{C_p \rho_o S_s V}\int_\omega^x [K(x) - 1]\, dx$$

Si nous introduisons alors le nombre de Margoulis $\mathcal{M} = \frac{\alpha}{C_p \rho_o V}$, nous aurons :

$$\frac{1}{\mathcal{M}} - \frac{1}{\mathcal{M}_\omega} = \frac{\pi d_1}{S_s}\int_\omega^x [K(x) - 1]\, dx = F(x, \omega) \tag{7}$$

Nous constatons que la différence $\frac{1}{\mathcal{M}} - \frac{1}{\mathcal{M}_\omega}$ est indépendante de la vitesse. Elle constitue donc un invariant du phénomène.

Si maintenant, nous considérons deux régimes de vitesse V et V_o, V_o étant une vitesse arbitraire de référence, nous aurons, étant donné l'invariance de la différence $\frac{1}{\mathcal{M}} - \frac{1}{\mathcal{M}_\omega}$:

$$\frac{1}{\mathcal{M}} - \frac{1}{\mathcal{M}_\omega} = \frac{1}{\mathcal{M}_o} - \frac{1}{\mathcal{M}_{\omega_o}} = F(x, \omega)$$

dans laquelle le premier membre est relatif à V, et le second à V_o.

Nous pouvons écrire autrement cette dernière relation, de la manière suivante :

$$\frac{1}{\mathcal{M}} - \frac{1}{\mathcal{M}_o} = \frac{1}{\mathcal{M}_\omega} - \frac{1}{\mathcal{M}_{\omega_o}} = \psi(V, V_o)$$

dans laquelle le premier membre est relatif à x et le second à $x = \omega$. Nous avons ainsi un nouvel invariant, $\frac{1}{\mathcal{M}} - \frac{1}{\mathcal{M}_o}$, qui ne dépend que de la vitesse V.

En combinant ces deux dernières relations, nous obtiendrons alors une relation donnant les valeurs de m pour des valeurs de x et de V quelconques. Soit :

$$\frac{1}{\mathcal{M}} = \frac{1}{\mathcal{M}_{\omega_o}} + F(x, \omega) + \psi(V, V_o) \tag{8}$$

dans laquelle $\mathcal{M}_{\omega_o}$ est une constante mesurée une fois pour toutes.

En somme, l'expression (8) constitue une relation susceptible de donner, dans un espace annulaire donné, les variations du coefficient de convection en fonction de l'abscisse x et de la vitesse V.

Nous remarquons dans la relation (8) que le paramètre qui s'introduit le plus naturellement n'est pas tant le coefficient de convection $\alpha = \frac{\varphi}{T_s - T_a}$, que son inverse $\frac{1}{\alpha} = \frac{T_s - T_a}{\varphi}$

Cela résulte de ce que le flux de chaleur est connu du fait qu'il est imposé par l'appareillage électrique contenu dans le cylindre intérieur, et qu'alors, ce que nous mesurons est la répartition des températures le long de ce cylindre. Dans ce cas, on est amené à caractériser le pouvoir refroidissant du courant d'air par l'écart de températures nécessaire pour évacuer l'unité de quantité de chaleur ; cet écart a alors pour valeur $\frac{T_s - T_a}{\varphi}$.

Ainsi se manifeste de façon tangible la différence entre la convection à flux de chaleur imposé caractérisé par $\frac{1}{\alpha}$, et la convection à température de paroi imposée où le paramètre naturel est α.

La relation (8) se trouvera explicitée si nous connaissons comment varient les deux expressions $F(x, \omega)$ et $\psi(V, V_0)$ en fonction respectivement de x et de V. Or, nous avons vu que $F(x, \omega)$ était égale à $\frac{C_p \rho_0 V}{\varphi} [(T_s - T_a) - (T_s - T_a)_\omega]$; et il est facile d'établir que $\psi(V, V_0)$ est égale à $\frac{C_p \rho_0 V_0}{\varphi} t_0$, dans laquelle t_0 représente le terme de translation dont nous avons déjà parlé.

Les fonctions $F(x, \omega)$ et $\psi(V, V_0)$ représenteront alors avec précision les résultats expérimentaux dans la mesure où il existe véritablement une translation t_0. Or, nous avons vu qu'une telle translation existait de façon parfaite dans le cas particulier où le flux de chaleur garde une même valeur. Il parait donc normal, alors, d'établir F et ψ à partir de cette condition expérimentale particulière : flux de chaleur constant.

Ainsi, soit une valeur φ de la densité du flux de chaleur. Nous connaitrons $F(x, \omega)$ en considérant n'importe quelle répartition des écarts de températures $T_s - T_a$ correspondant à la vitesse V à partir de laquelle cette répartition a été obtenue (1). Nous connaitrons $\psi(V, V_0)$ en considérant pour une vitesse V_0 de référence les répartitions $T_{s_0}(x)$, ou $(T_s - T_a)_0$ (2), correspondantes, à partir desquelles nous cal-

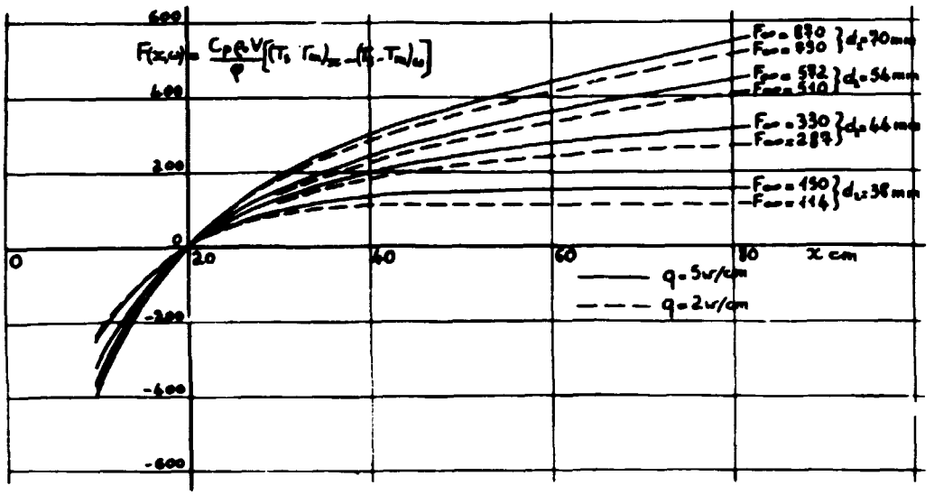

Fig. 52.

---

(1) En principe, en effet, la fonction $F(x, \omega)$ peut s'obtenir à partir d'une courbe quelconque de répartition des températures. En fait, nous avons déterminé ses valeurs numériques à partir des moyennes effectuées sur un ensemble de courbes de répartition - en procédant comme pour les exemples qui nous ont conduit aux deux tableaux des pages et -, ce qui améliore la précision.

(2) La relation $T_s(x) = \frac{V_c}{V}(T_{s_0}(x) + t_0)$ peut s'écrire également :

$$(T_s - T_a) = \frac{V_0}{V}[(T_s - T_a)_0 + t_0] \qquad (2')$$

étant donné que nous avons en une abscisse x donnée : $V.T_a = V_0.T_{a_0}$.

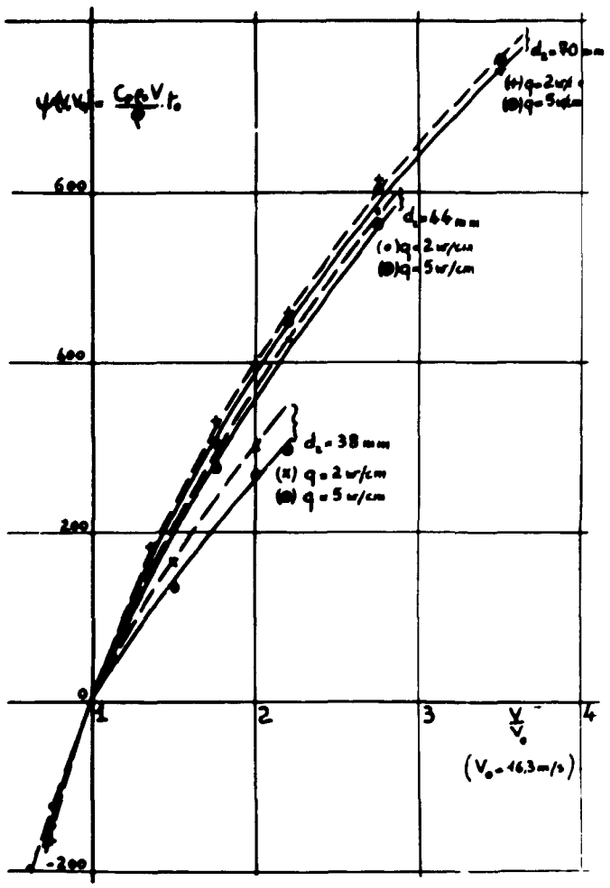

Fig. 53.

culerons la translation t_0 pour différentes valeurs de la vitesse, en opérant pour chaque vitesse comme nous l'avons fait dans l'exemple de la page

Sur la figure 52, nous avons porté, correspondant aux quatre espaces annulaires, la fonction $F(x,\omega)$, pour deux valeurs du flux de chaleur : nous avons tracé, en trait continu, les variations relatives à q = 5 w/cm, et, en traits discontinus, celles relatives à q = 2 w/cm.

Nous avons choisi $x = \omega = 20$ cm. Ce choix est arbitraire. Il serait certainement préférable de prendre $\omega = 0$, ou ω infini, étant donné que, dans ces deux cas, $\mathcal{M}$ possède une valeur limite finie. Or, cette valeur est, dans le premier cas, impossible, et dans le second, très difficile à connaitre. En effet, d'une part, le cas $\omega = 0$ ne peut être considéré, puisque nous n'avons aucune mesure valable pour ce point, d'autre part, la valeur limite $\mathcal{M}_\infty$ correspondant à ω infini, et qui est égale à la valeur de $\mathcal{M}$ dès que le régime thermique établi est pratiquement atteint, ne peut être mesurée que dans l'espace annulaire le plus étroit. Nous verrons par la suite, cependant, que grâce à la possibilité d'extrapoler vers l'aval, avec une bonne précision, les courbes de répartitions de températures relatives aux trois autres espaces annulaires, nous pourrons évaluer les valeurs correspondantes de $\mathcal{M}_\infty$. Nous adopterons alors ces dernières valeurs comme valeurs de référence. Dans ces conditions, le choix de ω = 20 cm, n'est que provisoire.

Sur la figure 53, nous avons porté, correspondant aux trois espaces annulaires d_2 = 70 mm, 44 mm et 38 mm, les valeurs de $\psi(V, V_0)$ relatives à différentes valeurs de la vitesse ; nous avons considéré les deux valeurs du flux de chaleur, q = 5 w/cm et q = 2 w/cm. Nous avons choisi arbitrairement dans tous les calculs de t_0 la valeur de référence V_0 = 16,3 m/s.

Nous constatons, sur les figures 52 et 53, que la grandeur du flux de chaleur intervient de façon non négligeable dans les valeurs des deux fonctions $F(x,\omega)$ et $\psi(V, V_0)$. Nous verrons plus loin comment il faut apprécier cette influence.

Comparaison des deux modes de représentation du phénomène : $\alpha = K V^n$ et $\frac{1}{\mathcal{M}} = F(x) + \psi(V)$.

Au chapitre III, nous nous sommes attachés à représenter les variations du coefficient de convection au moyen de la relation empirique classique : $\alpha = K V^n$ qui, en fait, ne présente d'intérêt que s'il est possible de représenter l'ensemble des résultats avec un exposant n fixe. Il arrive aussi parfois, qu'ayant à introduire le coefficient de convection dans une équation différentielle, nous trouvions commode d'utiliser la forme en loi en puissance. Nous sommes ainsi amenés à comparer ce mode de représentation à celui que nous venons de développer ci-dessus.

Nous effectuerons cette comparaison en imaginant, pour une même valeur q du flux de chaleur, deux vitesses V et V_0 du courant d'air, auxquelles correspondent respectivement deux répartitions des températures de paroi, $T_s(x)$ et $T_{s_0}(x)$.

Dans ces conditions, nous aurons en une même abscisse x :

- d'une part :

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{(T_s - T_m)_0}{(T_s - T_m)} = \left(\frac{V}{V_0}\right)^n$$

- d'autre part, en considérant la relation (2') en bas de la page :

$$\frac{\alpha}{\alpha_o} = \frac{(T_s - T_m)_o}{(T_s - T_m)} = \left(\frac{V}{V_o}\right)^n \left[\frac{1}{1 + \frac{t_o}{(T_s - T_m)_o}}\right]$$

Pour déterminer la valeur de n, on serait tenté d'égaler les deux valeurs de $\frac{\alpha}{\alpha_o}$ ci-dessus. On constate alors que pour obtenir l'égalité en toutes circonstances, on est conduit à prendre un exposant n qui dépende non seulement de l'abscisse x, mais aussi de la vitesse. Mais nous allons montrer que les variations de cet exposant en fonction de la vitesse sont suffisamment faibles pour pouvoir être négligés.

En égalant les deux valeurs de $\frac{\alpha}{\alpha_o}$, on trouve :

$$\frac{t_o}{(T_s - T_m)_o} + 1 = \left(\frac{V}{V_o}\right)^{1-n} \qquad (9)$$

En prenant l'abscisse de référence $x = \omega$ déjà introduite, et en désignant par n l'exposant correspondant à ce point, on arrive, par soustraction des deux relations obtenues en appliquant la relation (9) aux abscisses x et ω, à la relation :

$$\left(\frac{V}{V_o}\right)^{1-n} = \frac{[(T_s - T_m)_o - (T_s - T_m)_{\omega o}] + (T_s - T_m)_{\omega o}\left(\frac{V}{V_o}\right)^{1-n_\omega}}{(T_s - T_m)_o} \qquad (10)$$

On peut dès lors calculer les valeurs de n, d'une part en fonction de l'abscisse x, d'autre part en fonction du rapport $\frac{V}{V_o}$.

Prenons un exemple. Pour cela, revenons aux résultats expérimentaux reproduits sur la figure 22 : espace annulaire $d_2 = 44$ mm, $q = 2$ w/cm. Considérons l'abscisse de référence $\omega = 20$ cm, et une abscisse quelconque, $x = 80$ cm par exemple. Pour $x = \omega = 20$ cm, nous avons vu (fig. 25) que nous obtenions pour valeur de l'exposant n, $n_\omega = 0,82$.

Calculons alors, en appliquant la relation (10), les valeurs que prend l'exposant n, correspondant à $x = 80$ cm, lorsque varie le rapport $\frac{V}{V_o}$. Nous obtenons le tableau suivant :

$\frac{V}{V}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$	2	10	20
n	0,83	0,837	0,837	0,834	0,833

Nous constatons :

- d'une part, comme nous l'avions annoncé, que même en faisant appel à des écarts considérables du rapport $\frac{V}{V_o}$, les variations de n restent faibles ;

- d'autre part, que les nombres figurant dans le tableau coïncident parfaitement avec ceux que nous avons obtenus directement au chapitre III : en effet, nous relevons sur la figure 25 que, pour $x = 80$ cm et pour un $\frac{V}{V_o}$ moyen égal à 2, $n = 0,84$, valeur très proche de celle calculée ci-dessus et qui est égale à 0,837.

Les mêmes calculs effectués dans d'autres conditions nous ont donné des résultats analogues.

Ainsi, la relation (10) explique et traduit parfaitement les variations de l'exposant n en fonction de l'abscisse x.

Il est une manière plus concrète de comparer les deux types de représentation que nous étudions.

Sur la figure 54, nous avons tracé - de façon schématique, car en utilisant des échelles normales, il aurait été impossible de distinguer les courbes entre elles - :

- en pointillés, les deux droites que nous avions déjà tracées sur la figure 25, de pentes n =

0,82 (pour x = 20 cm) et n = 0,84 (pour x = 80 cm), représentant les variations de $\log\left[\frac{(T_s - T_\infty)_o}{(T_s - T_\infty)}\right]$ en fonction de $\log \frac{V}{V_o}$.

- en trait plein, les variations de $\log\left[\frac{V}{V_o} \cdot \frac{1}{1 + \frac{t_o}{(T_s - T_\infty)_o}}\right]$ en fonction également de $\log\frac{V}{V_o}$.

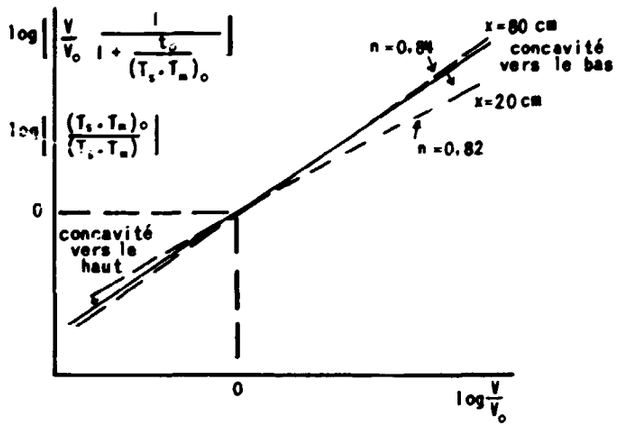

Fig. 54.

Nous constatons que les deux courbes, relatives aux deux modes de représentation et à la même abscisse x = 80 cm, sont très proches l'une de l'autre. La courbe en trait plein, relative au second mode de représentation, est une courbe à concavité vers le haut, à gauche, et vers le bas, à droite, avec un point d'inflexion à l'abscisse $\log \frac{V}{V_o} = 0$.

L'ensemble des constatations que nous venons de faire nous conduit à conclure de la manière suivante. Si on opère à flux de chaleur uniforme et constant dans un espace annulaire donné, il est possible de représenter les variations du coefficient local de convection en fonction de l'abscisse x et de la vitesse V, tout autant par une relation totalement empirique de la forme $\alpha = K\, V^n$, que par une relation semi-empirique de la forme $\frac{1}{\mathcal{M}} = F(x) + \psi(V)$, ces relations étant applicables toutes deux à des résultats expérimentaux qui mesurent avec précision, soit à 0,5 % près, le phénomène.

Dans ces conditions, d'un point de vue pratique, l'une ou l'autre relation peut être utilisée valablement. Rien n'empêche alors, d'utiliser, de l'une et de l'autre, certains caractères particulièrement simples. Ainsi, que nous utilisions la relation $\alpha = K(x)\, V^{n(x)}$ ou la relation $\frac{1}{\mathcal{M}} = F(x) + \psi(V)$, nous aurons toujours deux fonctions inconnues. Par contre, en les combinant, nous pouvons ne plus avoir qu'une seule fonction inconnue ; par exemple, de la manière suivante.

A $x = \omega$, nous avons : $\frac{\mathcal{M}_\omega}{\mathcal{M}_{\omega_o}} = \left(\frac{V}{V_o}\right)^{n_\omega - 1}$. D'autre part, pour chaque vitesse V, nous avons suivant x, $\frac{1}{\mathcal{M}} - \frac{1}{\mathcal{M}_\omega} = F(x)$. En éliminant $\mathcal{M}$ entre ces deux relations, nous obtenons :

$$\frac{1}{\mathcal{M}} = \frac{1}{\mathcal{M}_{\omega_o}}\left(\frac{V_o}{V}\right)^{n_\omega - 1} + F(x) \qquad (11)$$

Dans cette relation ne subsiste plus que la seule fonction inconnue F (x).

Représentation semi-empirique des variations du coefficient de convection en fonction de l'abscisse x.

Nous allons étudier de plus près la fonction F (x), dorénavant seule fonction inconnue.

S'il était possible d'expliciter F (x), non seulement nous pourrions connaitre par le calcul les valeurs du nombre de Margoulis en chaque abscisse, mais de plus nous connaitrions la valeur de $\mathcal{M}_\infty$ correspondant à x infini ; et nous pourrions alors prendre, comme valeur de référence, non plus $\mathcal{M}_{\omega_o}$, mais $\mathcal{M}_{\infty_o}$, ce qui constituerait - nous l'avons déjà mentionné - un choix moins arbitraire.

Nous aurions alors, au lieu de la relation $\frac{1}{\mathcal{M}} - \frac{1}{\mathcal{M}_\omega} = F(x)$, la relation suivante :

$$\frac{1}{\mathcal{M}_\infty} - \frac{1}{\mathcal{M}} = F_\infty - F(x)$$

en remarquant que $\frac{1}{\mathcal{M}_\infty} - \frac{1}{\mathcal{M}_\omega} = F_\infty$.

La relation (11) deviendrait alors :

$$\frac{1}{\mathcal{M}} = \frac{1}{\mathcal{M}_{\infty_0}} \left(\frac{V_o}{V}\right)^{n_\infty - 1} - [F_\infty - F(x)] \qquad (12)$$

Dans notre problème, où la longueur d'espace annulaire expérimentée ne dépasse pas un mètre, expliciter F(x) correctement, c'est-à-dire pouvoir donner une valeur suffisamment exacte à F_∞, n'apparait pas possible si l'on ne fait pas appel à quelques considérations théoriques. En effet, dans les trois espaces annulaires d_2 = 44 mm, 54 mm, 70 mm, une extrapolation vers l'aval des courbes F(x) de la figure 52 ne peut être faite que si l'on a une idée suffisamment précise de la manière dont doit évoluer le phénomène

Il existe différents articles traitant de ce sujet [2], [15]. En particulier, E.M. Sparrow, T.M. Hallman et R. Siegel [2], ont étudié, par voie théorique, ce que devraient être les variations du coefficient local de convection en fonction de l'abscisse dans un tube à travers la paroi duquel est dissipé, comme dans le cas de notre problème, un flux de chaleur uniforme. Partant de ce que l'équation de l'énergie (relation (4), chapitre V) a des solutions de la forme $T = C\varphi e^{-\frac{x}{\delta}}$, ils montrent que le nombre de Nusselt est relié à l'abscisse x dans une expression de la forme :

$$Nu = \frac{A}{B + \Sigma C_n \varphi_n e^{-\frac{x}{\delta}}}$$

On peut écrire alors :

$$\frac{1}{Nu_\infty} - \frac{1}{Nu} = \Sigma A_n e^{-\frac{x}{\delta_n}}$$

Dans ces conditions, la différence $\frac{1}{\mathcal{M}_\infty} - \frac{1}{\mathcal{M}}$ peut s'écrire, en fonction de x, sous la même forme. Recherchons alors, s'il est possible de représenter les courbes F(x) de la figure 52 dans une relation de la forme suivante :

$$\frac{1}{\mathcal{M}_\infty} - \frac{1}{\mathcal{M}} = F_\infty - F(x) = A e^{-\frac{x}{a}} + B e^{-\frac{x}{b}} + C e^{-\frac{x}{c}} + \text{etc.},$$

dans laquelle les coefficients a, b, c, etc., tous positifs, auraient des valeurs allant en diminuant ; en effet, la série constituant le second membre doit être convergente. Si une telle relation existe, nous devons pouvoir nous limiter, pour x assez grand, aux deux premiers termes, ou même seulement au premier terme de cette série.

C'est ainsi que nous avons repris l'ensemble des courbes F(x) de la figure 52, relatives aux quatre espaces annulaires, et établies pour deux valeurs du flux de chaleur, q = 5 w/cm et q = 2 w/cm.

Nous avons tout d'abord recherché si pour chacune de ces huit courbes, il était possible de donner une valeur à F_∞, telle que, pour x suffisamment grand, on ait la relation :

$$F_\infty - F(x) = A e^{-\frac{x}{a}}$$

Il est apparu qu'une telle représentation était en effet possible, dans laquelle la valeur de F_∞ pouvait être déterminée avec une excellente précision.

Nous avons constaté alors que le facteur A avait sensiblement la même valeur (A = 78) pour les huit courbes.

Nous avons constaté également, que, pour une même valeur q du flux de chaleur, le coefficient a variait, d'un espace annulaire à l'autre, sensiblement en progression géométrique de raison deux, comme sont entre elles les sections de passage S_s du fluide de chacun des espaces annulaires. On peut alors écrire : $a = m_q S_s$, m_q étant un facteur ayant donc la même valeur dans les quatre espaces annulaires quand on considère une même valeur de q. Nous avons trouvé que, pour q = 5 w/cm, m_q = 2,87 et que, pour q = 2 w/cm, m_q = 2,4 (S_s étant exprimé en cm). Ainsi m_q prend des valeurs qui vont en augmentant légèrement quand q augmente notablement.

Nous avons ensuite étudié le second terme de la série, $Be^{-\frac{x}{b}}$. Il est apparu que dans les quatre es-

paces annulaires, pour x supérieur à 20 cm, un tel terme existait, qui de plus, avait les mêmes caractères que le premier. Nous avons trouvé, en effet, que B était pratiquement le même pour les huit courbes et, de plus, sensiblement égal à A, et que b prenait, pour une même valeur de q, des valeurs sensiblement en progression géométrique de raison deux ; ainsi, de la même manière que pour a, nous pouvons écrire : $b = n_q S_*$. Pour $q = 5$ w/cm, $n_q = 0,51$, et pour $q = 2$ w/cm, $n_q = 0,43$.

Nous n'avons pas cherché à établir ce qu'était le troisième terme $Ce^{-\frac{x}{\bar{c}}}$ et les termes suivants, pour des valeurs de x inférieures à 20 cm, car alors, d'une part, les calculs deviennent moins précis, d'autre part, nous ne retrouvons plus les caractères particuliers que possédaient les deux premiers termes, enfin, chacun de ces termes n'intéressent plus, contrairement aux deux premiers termes, qu'une zone très courte de l'espace annulaire.

Nous limitant donc aux deux premiers termes de la série, nous pouvons représenter, et cela avec une précision supérieure à 1 %, l'ensemble des résultats expérimentaux obtenus dans les quatre espaces annulaires pour x supérieur à 20 cm, au moyen de l'expression suivante, de caractère semi-empirique :

$$F_\infty - F(x) = \frac{1}{\mathcal{N}_\infty} - \frac{1}{\mathcal{N}} = 78 \left[e^{-\frac{x}{m_q S_*}} + e^{-\frac{x}{n_q S_*}} \right] \qquad (13)$$

Longueur d'établissement du régime thermique.

Il est classique de définir la longueur d'établissement du régime thermique par la profondeur L à laquelle le coefficient de convection prend une valeur proche de tant pour cent de la valeur limite qui est la sienne quand x est infini. Ainsi, L est déterminée par la relation :

$$\frac{\alpha_L - \alpha_\infty}{\alpha_\infty} = z\ \%$$

Dans notre problème, nous exprimons le coefficient de convection par l'intermédiaire du nombre de Margoulis ; plus exactement, nous utilisons l'inverse du nombre de Margoulis. Nous connaitrons alors L par la relation pratiquement équivalente :

$$\left(\frac{1}{\mathcal{N}_\infty} - \frac{1}{\mathcal{N}_L} \right) \Big/ \frac{1}{\mathcal{N}_\infty} = z\ \% \qquad (14)$$

Or, nous connaissons la différence $\frac{1}{\mathcal{N}_\infty} - \frac{1}{\mathcal{N}_L}$ au moyen de la relation (13), dont, d'ailleurs, nous n'avons à considérer que le premier terme du second membre, étant donné que, lorsque x est grand, précisément de l'ordre de grandeur de L, l'autre terme devient négligeable. La relation ci-dessus s'écrira alors : $78.\ e^{-\frac{x}{m_q S_*}} = z\ \%.\ \frac{1}{\mathcal{N}_\infty}$ (15)

Nous pouvons remarquer que $\frac{1}{\mathcal{N}_\infty}$ varie peu en fonction de la vitesse ; il est facile de constater que, lorsque la vitesse passe de 1 à 10, $\frac{1}{\mathcal{N}_\infty}$ varie seulement de 1 à 1,4 environ. Notons aussi, nous le montrerons plus loin, que $\frac{1}{\mathcal{N}_\infty}$ varie peu en fonction des dimensions de l'espace annulaire. Dans ces conditions, recherchant uniquement un ordre de grandeur pour L, nous pouvons adopter dans tous les calculs une valeur moyenne pour $\frac{1}{\mathcal{N}_\infty}$, qui ne sera donc guère éloignée de sa valeur véritable. Nous avons pris : $\left(\frac{1}{\mathcal{N}_\infty}\right)$ moyen $= 3,6.10^2$.

Il est coutume de considérer que le régime thermique est établi, pratiquement, quand z % = 1 % ; ce chiffre est conventionnel, et permet aux différents auteurs de comparer leurs résultats. Si nous adoptons ce chiffre, la relation (15) s'écrira, en donnant à m_q la valeur 2,87 correspondant au cas où q = 5 w/cm :

$$L = 88.\ S_* \qquad (16)$$

Notons que, si au lieu de $m_q = 2,87$, nous prenons $m_q = 2,4$ correspondant à q = 2 w/cm, les valeurs de L alors calculées seront de l'ordre de 20 % inférieures à celles données par la relation (16) ci-dessus.

Ainsi, d'après la relation (16), L est proportionnelle à la section de passage du fluide S_s. Si nous considérons alors la définition du diamètre hydraulique $d_h = 4\frac{S_s}{\pi d_1}$, qui introduit le seul périmètre chauffé, nous constatons, puisque d_h est proportionnel à S_s, que la longueur d'établissement du régime thermique L est proportionnelle au diamètre hydraulique d_h. La relation (16) devient :

$$L = 20.\ d_h \qquad (16')$$

Dans notre étude, nous avons choisi les dimensions des espaces annulaires de telle sorte que d_h varie en progression géométrique de raison deux. Il s'ensuit que, pour une même valeur q du flux de chaleur dissipé, L varie suivant la même progression ; l'application de la relation (16') donne successivement pour L les valeurs : 35 cm, 70 cm, 140 cm, 280 cm, correspondant respectivement aux espaces annulaires d_2 = 38 mm, 44 mm, 54 mm. 70 mm. Ainsi, de l'espace annulaire le plus étroit à l'espace annulaire le plus large, L varie de 1 à 8, comme varie d_h, alors que - nous le notons à titre de comparaison -, le diamètre hydraulique établi suivant l'autre définition, qui fait intervenir le périmètre "mouillé" ($d'_h = d_2 - d_1$), varie lui de 1 à 5 seulement.

Nous retrouvons là, concernant la proportionnalité de L au diamètre hydraulique d_h, un résultat analogue à celui qui existe dans les tubes, selon lequel la longueur L d'établissement du régime thermique est proportionnelle au diamètre du tube.

Il est une autre comparaison que l'on peut faire. La relation (16') exprime que L est égale à 20 fois d_h. Or, dans les tubes, différents auteurs [2], [13] et [15] proposent des valeurs de L comprises entre 15 et 25 fois le diamètre du tube, c'est-à-dire du même ordre de grandeur. En utilisant l'autre définition du diamètre hydraulique, $d'_h = d_2 - d_1$, nous trouverons que L est de l'ordre de 50 fois d'_h, c'est-à-dire d'un tout autre ordre.

Dans notre étude, nous n'avons certes considéré qu'un seul diamètre d_1 du noyau central, et cela peut limiter en partie la portée de nos conclusions. Mais, en tous les cas, si l'on considère les seules variations du diamètre extérieur d_2, le diamètre hydraulique d_h, défini à partir du périmètre chauffé, est le paramètre de similitude qu'il semble le plus normal de considérer, quand on considère le phénomène thermique qui se développe le long de l'espace annulaire, d'une part, à cause de la proportionnalité de L à d_h, d'autre part, parce que la valeur de L, comptée en nombre de fois la valeur d_h, est du même ordre de grandeur que celle existant dans les tubes, comptée en nombre de fois le diamètre du tube.

Dans ces conditions, nous porterons dans la relation (13) le paramètre d_h, de préférence au paramètre S_s. Le deuxième membre de la relation (13) s'écrira alors, en portant les valeurs numériques des différents coefficients :

- d'une part, lorsque q = 5 w/cm : $78.\left[e^{-\frac{x}{6,75\,d_h}} + e^{-\frac{x}{1,2\,d_h}}\right]$ (16)

- d'autre part, lorsque q = 2 w/cm : $78.\left[e^{-\frac{x}{5,65\,d_h}} + e^{-\frac{x}{1,0\,d_h}}\right]$ (16')

Relation coordonnant l'ensemble des résultats expérimentaux.

Nous sommes en mesure maintenant d'expliciter la relation (12) qui donne, dans chacun des espaces annulaires et pour une même valeur du flux de chaleur, les valeurs du coefficient de convection en fonction de la vitesse de l'écoulement et de l'abscisse x. En effet, nous venons d'établir quelle était la relation exprimant $F_\infty - F(x)$ en fonction de x (relation 13). Connaissant F_∞, nous pouvons déterminer $\frac{1}{m_{\infty_0}}$ correspondant à la vitesse V_0 de référence, à l'aide de l'expression $\frac{1}{\mathcal{M}_{\infty_0}} - \frac{1}{\mathcal{M}_{\omega_0}} = F_\infty$. Ensuite, connaissant m_{∞_0}, nous pouvons calculer n_∞, en utilisant la relation (10).

Nous avons calculé m_{∞_0} dans les quatre espaces annulaires, en considérant successivement les deux valeurs q du flux de chaleur déjà étudiées. Nous avons alors constaté que, pour chaque valeur de q, les valeurs de $\mathcal{M}_{\infty_0}$ pouvaient être reliées aux valeurs du diamètre d_h des quatre espaces annulaires, dans une relation de type empirique de la forme :

$$\frac{1}{\mathcal{M}_{\infty_0}} = M\, d_h^{\beta}$$

dans laquelle pour q = 5 w/cm et pour q = 2 w/cm, M prend respectivement les valeurs 270 et 260, et β la valeur 0,135 dans les deux cas.

Nous avons calculé n_∞ à l'aide de la relation (10), que nous pouvons écrire de la manière suivante :

$$\frac{1}{\mathcal{M}_{\infty_0}}\left(\frac{V}{V_0}\right)^{1-n_\infty} = \left[\frac{1}{\mathcal{M}_{\infty_0}} - \frac{1}{\mathcal{M}_{\omega_0}}\right] + \frac{1}{\mathcal{M}_{\omega_0}}\left(\frac{V}{V_0}\right)^{1-n_\omega}$$

Considérant les valeurs de n_ω figurant dans le tableau de la page , nous avons trouvé, pour n_∞ des valeurs proches d'une même valeur qui est : $n_\infty = 0,86$ pour $q = 5$ w/cm, et $n_\infty = 0,85$ pour $q = 2$ w/cm. En somme, en abordant le problème en sens inverse, nous aurions trouvé exactement $n_\infty = 0,86$ d'une part, et $n_\infty = 0,85$ d'autre part, si les valeurs de n_ω mesurées expérimentalement avaient été celles figurant dans le tableau suivant :

n_ω	$d_2 = 38$ mm	$d_2 = 44$ mm	$d_2 = 54$ mm	$d_2 = 70$ mm
$q = 5$ w/cm ($n_\infty = 0,86$)	0,855	0,843	0,834	0,826
$q = 2$ w/cm ($n_\infty = 0,85$)	0,845	0,833	0,824	0,815

Etant donnée la précision avec laquelle ont été effectuées les mesures (n à 0,01 près), on peut considérer que les valeurs de n_ω calculées dans ce tableau ont autant de raisons d'être exactes que celles obtenues expérimentalement et figurant dans le tableau page 29 . Remarquons, en particulier, que le fait que n_∞ soit le même pour les quatre espaces annulaires expliquerait pourquoi les valeurs de n_ω du tableau page 29 sont d'autant plus grandes que l'espace annulaire est plus étroit, étant donné, alors, qu'à $x = 20$ cm, le régime thermique est plus près d'être établi.

Connaissant $\mathcal{M}_{\infty_0}$ et n_∞, le produit $\frac{1}{\mathcal{M}_{\infty_0}}\left(\frac{V_0}{V}\right)^{n_\infty - 1}$, qui donne (relation (12)) la valeur de m_∞, s'écrit, dans le cas par exemple où $q = 5$ w/cm :

$$\frac{1}{\mathcal{M}_\infty} = \frac{1}{\mathcal{M}_{\infty_0}}\left(\frac{V_0}{V}\right)^{n_\infty - 1} = 270\ d_h^{0,135}\left(\frac{16,3}{V}\right)^{0,14},$$

(d_h est exprimé en cm, et V en m/s).

Nous remarquons alors que l'exposant de d_h (0,135) et l'exposant de V (0,14) sont pratiquement égaux. Puisqu'il ne s'agit là que de considérations purement empiriques, nous pouvons très bien associer d_h et V dans le produit $(V\ d_h)^{0,14}$. Si nous introduisons alors la notion du nombre de Reynolds et si nous définissons ce dernier par l'expression $R_e = \frac{Vdh}{\nu}$, ν étant la viscosité cinématique de l'air dans les conditions de référence que nous avons choisies, - soit température de 15°C et pression de 760 mm de mercure, ce qui donne alors $R_e = 700\ d_h . V$ (d_h en cm, V en m/s) -, nous aurons la relation très simple :

$$\frac{1}{\mathcal{M}_\infty} = \frac{1}{\mathcal{M}_{\infty_0}}\left(\frac{V_0}{V}\right)^{n_\infty - 1} = 73\ R_e^{0,14} \qquad (17)$$

Dans le cas où $q = 2$ w/cm, des considérations analogues nous conduisent au résultat suivant :

$$\frac{1}{\mathcal{M}_\infty} = \frac{1}{\mathcal{M}_{\infty_0}}\left(\frac{V_0}{V}\right)^{n_\infty - 1} = 64\ R_e^{0,15} \qquad (17')$$

Tout le long de cette troisième partie, nous avons considéré deux valeurs du flux de chaleur ($q = 5$ w/cm et $q = 2$ w/cm) pour finalement aboutir à deux relations légèrement différentes quant à la valeur des coefficients et des exposants : Si nous comparons les valeurs de $\mathcal{M}_\infty$ données pour un même nombre de Reynolds par ces deux relations, nous constatons que, pour le plus petit nombre de Reynolds expérimenté, soit $R_e = 12\,000$ (plus petite vitesse expérimentée $V = 9,2$ m/s dans l'espace annulaire le plus étroit $d_h = 1,8$ cm), les valeurs de $\mathcal{M}_\infty$ obtenues diffèrent de 4 %, alors que, pour le plus grand nombre de Reynolds expérimenté, soit $R_e = 500\,000$ environ (plus grande vitesse expérimentée $V = 57$ m/s dans l'espace annulaire le plus large $d_h = 13,3$ cm), les valeurs de $\mathcal{M}_\infty$ sont sensiblement égales.

Cette légère différence dans le cas où $R_e = 12\,000$ et cette égalité, par contre, dans le cas où $R_e = 500\,000$, s'expliquent parfaitement quand on sait que le coefficient de convection décroit légèrement quand la température de paroi augmente. En effet, lorsque nous expérimentons à faible vitesse dans l'espace annulaire le plus étroit (pour $R_e = 12\,000$ par exemple), nous avons vu que de passer de $q = 2$ w/cm à $q = 5$ w/cm, entrainait un écart notable sur les températures de paroi. Par contre, lorsque nous expé-

rimentons à grande vitesse dans l'espace annulaire le plus large (pour R = 500 000, par exemple), le fait de passer de q = 2 w/cm à q = 5 w/cm entraine un écart très faible sur les températures de paroi.

Ainsi, compte-tenu de ce que le coefficient de convection dépend de l'intensité du phénomène thermique, nous constatons que les relations obtenues, d'une part, pour q = 2 w/cm, d'autre part, pour q = 5 w/cm, sont bien équivalentes.

Du point de vue pratique, il suffit alors de considérer l'une ou l'autre relation. Chacune d'elles donne les variations du coefficient de convection en fonction de tous les paramètres de l'étude, moins cependant le paramètre intensité du phénomène thermique. Mais nous avons vu, dans le troisième chapitre, que le fait de tenir compte de l'intensité du phénomène thermique ne revenait en somme qu'à introduire un terme correctif, étant donné que les variations de α en fonction de la température de paroi sont faibles.

C'est ainsi donc que nous pouvons coordonner tous nos résultats de la manière suivante :

Nous avons adopté, compte tenu des relations (16) et (17), la relation suivante, - nous avons retenu le cas où q = 5 w/cm de préférence au cas où q = 2 w/cm, pour des raisons de précision dans les résultats expérimentaux - :

$$\frac{1}{\mathcal{M}} = 73\ R_e^{0,14} - 78 \left[e^{-\frac{x}{0,75 dh}} + e^{-\frac{x}{1,2 dh}} \right] \qquad (18)$$

Cette relation est valable :

- pour de l'air à la pression de l'atmosphère circulant en régime d'écoulement turbulent ;
- pour des vitesses V de l'écoulement comprises entre 9 m/s et 60 m/s ;
- dans des espaces annulaires dont le noyau central a un diamètre d_1 voisin de 3 cm, et caractérisés par des valeurs du diamètre hydraulique d_h (défini à partir du périmètre chauffé πd_1) comprises entre 1,8 et 14 cm ;
- pour des valeurs du nombre de Reynolds, $R_e = \frac{Vdh}{\nu}$, comprises, compte-tenu des deux points précédents, entre 12 000 et 500 000 ;
- pour des valeurs de l'abscisse x supérieurs à 20 cm ;
- dans le cas particulier où la densité du flux de chaleur φ est égale à 0,5 w/cm^2.

Rappelons que cette relation est de caractère semi-empirique, d'une part parce que nous avons pu montrer qu'elle devait être de la forme $\frac{1}{\mathcal{M}} = \psi(V) + F(x)$, d'autre part parce qu'il est tenu compte de ce que F (x) est de la forme d'une somme de fonctions exponentielles.

A la relation 18, nous associerons une relation qui, en exprimant l'influence de l'intensité du phénomène thermique sur le coefficient de convection, permet de corriger les valeurs fournies par la relation précédente, et ainsi d'obtenir des valeurs du coefficient de convection finalement plus exactes. Cette relation, qui résulte des conclusions obtenues au chapitre III, est la suivante :

$$\left[\%\ \text{de}\ \alpha,\ (\text{ou de}\ \mathcal{M}),\ \text{par}\ 100°C \right] = 6\ \% \qquad (19)$$

Cette relation signifie, de façon précise, que le coefficient de convection diminue de façon linéaire de 6 % en moyenne, lorsque la température de paroi augmente de 100°C au-dessus d'une température voisine de la température ambiante (de 20°C à 120°C par exemple). Ainsi, la relation (18), à laquelle doit être associée, pour plus de précision, la relation (19), recouvre pratiquement tout le domaine que que nous avons étudié. Elle permet dans ce domaine de connaître les valeurs des coefficients de convection avec une précision supérieure à 4 %.

CONCLUSION

Le travail que nous venons de présenter est avant tout un travail expérimental. Il repose essentiellement sur les résultats de nos mesures. En toute rigueur, nos conclusions ne devraient s'appliquer qu'aux domaines de variations des paramètres qui ont recouvert nos expériences. En fait, il nous semble que certains résultats généraux peuvent cependant être tirés de notre étude.

La part fondamentale qu'à dessein nous avons fait jouer à l'expérience a pour conséquences que la valeur de nos conclusions est liée, certes à la précision de nos mesures, mais avant tout à la précision avec laquelle notre appareillage réalise le phénomène étudié, relativement simple car schématisé.

La convection à densité de flux de chaleur imposé avait été un peu négligée jusqu'à ces derniers temps. La mise à l'ordre du jour de la production d'énergie à partir des réactions nucléaires lui a donné une importance fondamentale. La répartition la plus simple dans la convection à flux imposé est évidemment celle d'une densité uniforme. Nous avons été ainsi amenés à essayer de réaliser un noyau chauffant permettant d'obtenir cette uniformité pour le flux de chaleur dissipé. Après quelques tâtonnements, nous pensons être finalement parvenus à un dispositif pleinement satisfaisant.

Dans un premier temps, nous avons demandé à l'expérience de définir les grandeurs physiques qu'il était le plus judicieux de choisir comme paramètres devant caractériser le phénomène étudié. C'est ainsi que nous avons été conduits :

- à caractériser la vitesse du courant d'air par son débit-masse, lequel assure mieux que toute autre grandeur liée à la vitesse la reproductibilité des phénomènes. (En fait, nous avons utilisé un paramètre homogène à une vitesse et proportionnel au débit-masse, que nous avons appelé vitesse de débit-masse, dont l'avantage est d'être plus parlant, et par ailleurs de mieux permettre les comparaisons entre espaces annulaires différents).

- à définir le coefficient de convection par la formule $\alpha = \frac{\varphi}{T_s - T_0}$, où φ est la densité du flux de chaleur dissipé ; le choix de la température T_s ne présente pas d'ambiguité : on adopte celle de la surface ; en revanche, la température de l'air de refroidissement ne peut être caractérisée qu'en faisant une convention plus ou moins arbitraire sur la température T_0. Nous avons adopté la température moyenne de débit dans la section d'abscisse x pour laquelle est défini le coefficient α_x.

Dans une première partie de notre expérimentation, nous avons déterminé les coefficients locaux α_x en donnant une valeur déterminée et mesurée électriquement à la densité du flux de chaleur φ, et en mesurant la répartition des températures le long du cylindre intérieur (voir fig. 1). Nous avons ainsi obtenu un ensemble de valeurs des coefficients de convection pour un champ de variation des vitesses allant de 9 m/s à 60 m/s environ, et pour les quatre dimensions d'espace annulaire indiquées dans notre introduction. Ces résultats sont consignés dans les tableaux en annexe (n° 1 à 10). Ils conduisent aux constatations suivantes :

a) Les variations du coefficient local de convection peuvent être représentées par une relation de la forme empirique $\alpha = K V^n$, dont l'exposant n prend des valeurs de l'ordre de 0,8 ; cet exposant subit cependant des variations appréciables en fonction de tous les paramètres de définition du phénomène (enfoncement x, épaisseur de l'espace annulaire, etc.). Par ailleurs, l'exposant varie aussi en fonction de l'intensité du flux de chaleur dissipé, et il n'a pas exactement la même valeur lorsqu'on envisage les variations du coefficient de convection en fonction de la vitesse, soit en maintenant constant le flux de chaleur, soit en maintenant constante la température de paroi (voir tableau p. 29).

b) Pour une vitesse constante du courant d'air, le coefficient de convection diminue légèrement, mais cependant de façon appréciable, lorsqu'augmente l'intensité du phénomène thermique, cette intensité étant mesurée soit par la grandeur du flux de chaleur évacué, soit, ce qui est préférable, par

la température que prend localement la paroi. Lorsqu'on fait varier l'excès de la température de paroi sur la température ambiante de 10° à 110°, le coefficient de convection subit une diminution comprise entre 5 % et 7 % environ, et cela, quels que soient pratiquement l'enfoncement, l'espace annulaire considéré, et les vitesses expérimentées.

Dans une deuxième partie de notre étude, nous avons étudié les répartitions des vitesses et des températures au sein du fluide en écoulement.

Dans une première série de mesures, nous avons étudié le phénomène purement aérodynamique obtenu lorsqu'on ne chauffe pas le noyau intérieur.

a) Nous avons ainsi constaté que dans la région où commençait le chauffage on pouvait admettre que le régime aérodynamique était pratiquement établi, à tout le moins au voisinage de la paroi.

b) En raison de l'accroissement du rayon, une même épaisseur de couche annulaire renferme une masse de fluide de plus en plus grande lorsqu'on s'éloigne de la paroi du noyau intérieur. La masse débitée par unité de surface dépend donc non seulement de la vitesse mais encore de l'éloignement à la paroi. Nous avons fait l'étude systématique de la loi de répartition des masses fluides, car cette répartition joue un rôle important dans la façon dont la chaleur est emportée par le fluide en mouvement (voir les fig. 35, 36, et 37).

Dans un deuxième temps, nous avons étudié l'écoulement non isotherme, en faisant différents relevés de vitesses et de températures.

L'échauffement du fluide a pour effet, en premier lieu, de déporter légèrement les masses d'air en écoulement vers la paroi extérieure. Cet effet est cependant très faible.

Les profils des températures se déforment lorsqu'on s'enfonce dans l'espace annulaire ; ils tendent vers une forme limite que nous n'avons observé que dans l'espace annulaire le plus étroit. Dans celui-ci, en effet, au-delà d'une certaine valeur de x, les profils des températures se déduisent les uns des autres par simple translation : lorsqu'on s'enfonce de 1 cm, la température augmente d'une même quantité quelle que soit la distance à la paroi.

Il résulte de ce phénomène de stabilisation des profils des températures, que l'augmentation de la température moyenne du fluide devient égale à l'augmentation de la température à la paroi. Il s'ensuit que le coefficient de convection $\alpha = \frac{\varphi}{T_s - T_0}$ atteint une valeur constante, mais cela à la condition de prendre pour température de référence de l'air de refroidissement $T_0 = T_\infty$. Ainsi se justifie la convention que nous avons présentée au début.

Nous avons enfin tracé des courbes montrant comment la chaleur dissipée à travers la paroi est emportée par le fluide, en indiquant en particulier l'épaisseur de la couche annulaire intéressée par le phénomène thermique, cette épaisseur allant en s'accroissant lorsqu'on s'éloigne vers l'aval. Ces observations correspondent à des expériences faites dans l'espace annulaire le plus large, la pénétration du phénomène thermique tendant vers la limite signalée ci-dessus, que nous avons observée dans l'espace annulaire le plus étroit.

Dans la troisième partie, nous nous sommes attachés à coordonner, par des considérations théoriques, l'ensemble des résultats expérimentaux : ceux relatifs aux valeurs du coefficient de convection mesurées à la paroi, et ceux concernant les lois de répartitions des vitesses et des températures dans l'écoulement.

Une première constatation à faire est que la part la plus importante de nos mesures porte sur la région où le régime thermique n'est pas établi. Par ailleurs nous disposons également de mesures valables pour le régime thermique établi, et qui peuvent se formuler par des lois relativement simples. Nous laissant guider par la condition que ces lois simples doivent résulter de la loi générale lorsqu'on fait tendre l'abscisse vers l'infini, nous avons examiné en détails les phénomènes qui se passent à la paroi et dans le fluide, pour obtenir une loi générale valable en toutes circonstances.

En régime thermique établi, du fait que le profil des températures n'évolue plus en fonction de x, nous avons la loi simple : $\frac{dT}{dx} = B\frac{q}{V} = \frac{q}{C_p \rho_0 S_1 V}$ (voir les notations indiquées par ailleurs). Le facteur B est ici une constante définie par les propriétés spécifiques du fluide et par les paramètres géométriques (diamètres d_1 et d_2).

Nous avons admis que dans la région de régime thermique non établi, le gradient de température était donné par une loi de même forme, mais avec un facteur de proportionnalité B sur lequel, à priori, nous ne pouvions rien dire. Or, les résultats expérimentaux montrent que B ne dépend pas de la vitesse

(compte-tenu de la précision des expériences) et ne varie que fort peu lorsque le flux de chaleur q augmente. Dans ces conditions, B ne dépend pratiquement que des facteurs géométriques caractérisant le point de l'espace annulaire auquel il se rapporte (à savoir l'abscisse x, et, en deuxième coordonnée d'espace la distance r à l'axe). On est ainsi conduit à admettre que cette relation : $\frac{dT}{dx} = B\frac{q}{V}$, est valable quel que soit l'enfoncement (que le régime thermique soit établi ou non). Notons de plus que cette relation thermique est valable tant sur la paroi qu'au sein de l'écoulement.

De cette relation, on peut tirer les conséquences suivantes sur les valeurs des coefficients de convection :

- les coefficients de convection α_1 et α_2 relatifs à deux points d'abscisses x_1 et x_2 sont reliés par la relation :

$$V\left[\frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\alpha_2}\right] = \text{cte},$$

la constante ayant la même valeur quelles que soient les conditions pour un même espace annulaire ; cette loi s'exprime de façon encore plus simple en faisant intervenir le nombre de Margoulis :

$$\frac{1}{\mathcal{M}_{x_1}} - \frac{1}{\mathcal{M}_{x_2}} \text{ est un invariant.}$$

- il résulte de cette propriété que la valeur du nombre de Margoulis est reliée à l'abscisse x et à la vitesse V par une relation de la forme :

$$\frac{1}{\mathcal{M}} = F(x) + \psi(V) ;$$

en combinant cette relation avec la relation en puissance $\alpha = K V^n$, on parvient à l'expression :

$$\frac{1}{\mathcal{M}} = \xi V^{1-n} + F(x).$$

dans laquelle ξ est une constante pour un espace annulaire donné.

- la fonction F (x) peut s'exprimer - cela résulte de considérations théoriques - en une somme de termes exponentiels, mais la théorie laisse indéterminées les valeurs numériques des coefficients de la série ; nous limitant aux deux premiers termes nous avons calculé les coefficients à partir de nos résultats expérimentaux.

Nous avons été ainsi conduits à une relation (rel. 18) coordonnant de façon très satisfaisante l'ensemble de tous nos résultats. Cette relation, valable en toute rigueur pour un seul flux de chaleur dissipé (q = 5 w/cm, soit φ = 0,5 w/cm), a été complétée par une deuxième relation (rel. 19), qui permet de tenir compte de l'intensité du phénomène thermique.

Ainsi, à l'aide des deux relations 18 et 19, nous pouvons représenter avec une bonne precision (4 %) l'ensemble de tous nos résultats expérimentaux.

En résumé, nous obtenons donc un ensemble de résultats bien coordonnés sur les échanges de chaleur en espaces annulaires, et plus particulièrement dans des régions où, le régime thermique n'étant pas encore établi, il se produit des phénomènes complexes. Malgré cette complexité, nos expériences nous ont montré que ces phénomènes étaient bien définis et mesurables avec une bonne précision. Il faut dire cependant que nous nous étions attachés à définir au mieux les conditions aérodynamiques et thermiques. Il n'est pas possible d'affirmer que, dans des appareils analogues mais non identiques, tels que ceux qui peuvent être utilisés industriellement, les résultats seraient strictement les mêmes et que l'on retrouverait avec une égale précision les coefficients de convection que nous avons mesurés. Les amenées de fluides et les conditions de la dissipation de la chaleur sont en effet réglées, non par la condition de réaliser un phénomène simple, mais en fonction des besoins de l'opération à réaliser. Il nous semble cependant que nos nombres et les lois que nous avons dégagées, utilisées avec discernement, doivent rendre des services dans l'établissement de projets d'appareils utiles.

Enfin nous espérons également que notre travail apporte quelques éléments dans l'étude scientifique de ce phénomène si complexe qu'est la convection de la chaleur.

BIBLIOGRAPHIE

OUVRAGES GENERAUX

I - Ch. BORY - Cours de rayonnement professé à l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique de Poitiers.

II - H. CORDIER - Cours de conduction et de convection professés à l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique de Poitiers.

III - KNUDSEN et KATZ - "Fluid dynamics and Heat Transfer". Eng. Res. Inst. University og Michigan (1954).

IV - G. RIBAUD et E. BRUN - "La convection forcée de la chaleur en régime d'écoulement turbulent". Mém. Sc. Phys. XLVI. Paris (1942).

V - P. VERNOTTE - "Thermocinétique". Public. Sc. Tech. Min. Air n° 224, 1949.

VI - P. VERNOTTE - "Les aspects fondamentaux de la thermocinétique". Deuxième partie "Mesures". Public. Sc. Techn. Min. Air. - N.T. n° 43, 1951.

OUVRAGES CITES EN REFERENCE

[1] - T.P. HARTNETT - "Experimental Determination of the Thermal-Entrance Length for the Flow of Water and Oil in Circular Pipes". Trans. ASME, Vol. 77, 1955. p. 1211 à 1220.

[2] - E.M. SPARROW, T.M. HALLMAN et R. SIEGEL - "Turbulent Heat Transfer in the Thermal Entrance Region of a Pipe with Uniform Heat Flux". Appl. Sc. Res. Section A. Vol. 7. n° 1, 1957, p. 789 à 797.

[3] - C.A. SLEICHER et M. TRIBUS - "Heat Transfer in a Pipe with Turbulent Flow and Arbitrary Wall - Temperature Distribution". Trans. ASME, Vol. 79, 1957, p. 789 à 797.

[4] - C.C. MONRAD et J.F. PELTON - "Heat Transfer by Convection in Annular Spaces". Trans. AICE, Vol. 38, 1942, p. 593 à 611.

[5] - E. DAVIS - "Heat Transfer and Pressure Drop in Annuli". Trans. ASME, oct. 1943, p. 755 à 759.

[6] - L. ELLIOTT, Mc. MILLEN et R.E. LARSON - "Discussion on Annular Heat Transfer Coefficients for Turbulent Flow". Trans. A.I.C.E., Vol. 40 n° 2, 1945.

[7] - W.H. CORCORAN, F. PAGE, etc. - "Temperature Gradients in Turbulent Gas Streams". Ind. Eng. Chem. Vol. 44, 1952, p. 410 à 430.

[8] - H. BARROW - "Fluid Flow and Heat Transfer in an Annular with a Heated Core Tube". Proc. Inst. Mec. Eng. Vol. 169 n° 56, 1955, p. 1113 à 1124.

[9] - E. BRUN et G. BRUNELLO - "Mesure des coefficients de convection par exploration de la couche limite". Génie chimique. Vol. 74 n° 3, sept. 1955.

[10] - R.A. SEBAN et T.T. SHIMAZKI - "Temperature Distribution for Air Flowing Turbulently in a Smooth Heated Pipe". Proc. Gen. Aisc. Heat Transfer. Sept. 1951, p. 121 à 126.

[11] - C.A. SLEICHER - "Experimental Velocity and temperature Profils For Air in Turbulent Pipe Flow". Trans. ASME. Vol. 80 n° 3, April 1958, p. 693 à 704.

[12] - H. MOUTON - "Etude de la convection locale dans un espace annulaire". Faculté des Sciences de Poitiers. Non publié.

[13] - I.T. ALADYEN - "Experimental Determination of Local and Mean Coefficients of Heat Transfer For Turbulent Flow in Pipes". N.A.C.A. T.M. 1358, feb. 1954.

[14] - B. PINKEL - "A Summary of NACA Research on Heat Transfer and Friction For Air Flowing through Tube with Large Temperature Difference". Trans. ASME. Vol. 76 n° 2, fev. 1954, p. 305-317.

[15] - S. LEVY et N.Y. SCHENECTADY - "Heat-Conduction Methods in Forced-Convection Flow" (Discussion). Trans ASME, Vol. 78, nov. 1956.

Tableau n° 1 (Figure 16)

d_2 = 70 mm V = 19 m/s q = 4 w/cm

Premier noyau

Températures de paroi (x en cm)	T_7 (x = 0,25)	T_6 (x = 20,3)	T_5 (x = 40,3)	T_4 (x = 60,3)	T_3 (x = 80,3)	T_2 (x = 97,5)
	40,4	58,8	63,4	65,7	67,2	68,2

Deuxième noyau

T_1 (x = 0,3)	T_2 (x = 1,3)	T_3 (x = 3)	T_4 (x = 6,5)	T_5 (x = 12)	T_6 (x = 20)	T_7 (x = 32)	T_8 (x = 46)	T_9 (x = 64)	T_{10} (x = 82)
29,6	32	37	44,1	51,5	56,3	61,1	63,4	66,1	68,2

Tableau n° 2 (Figure 19)

d_2 = 70 mm V = 28,6 m/s q = 6 w/cm

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}
avec "nez court"	25,5	29	36,1	45,5	53,2	59,5	64,2	67,6	71,8	74,7
avec "rallonge"	33,6	36	41,7	49,2	55,6	60,2	65,1	68,5	72,6	75,7

Tableau n° 3 (Figure 20)

V = 28,6 m/s q = 6 w/cm

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}
d_2 = 38 mm	32,4	34,7	40,4	48,3	55,2	61,5	68,9	75	82	89
d_2 = 44 mm	33,4	35,9	41,4	49	56,1	61,5	66,7	71,2	76,4	80,9
d_2 = 54 mm	33,6	36	41,7	49,2	55,6	60,5	65,4	68,9	73,1	76,6
d_2 = 70 mm	34	36,4	42,3	49,7	55,9	60,5	64,9	67,9	71,6	74

α w/cm^2. °C / ($\times 10^2$)	x = 10 cm	x = 20 cm	x = 40 cm	x = 80 cm
d_2 = 38 mm	1,3	1,19	1,13	1,13
d_2 = 44 mm	1,23	1,12	1,04	1
d_2 = 54 mm	1,21	1,09	1	0,94
d_2 = 70 mm	1,19	1,07	0,99	0,91

Tableau n° 4 (Figures 21 et 23)

d_2 = 70 mm q = 5 w/cm

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}
V = 12,2 m/s	54,5	58,1	66,2	78,8	91,5	102	110,7	115,3	120,5	125,5
V = 16,3 m/s	42,1	45,6	52,6	62,7	72,2	80,1	87	90,5	94,5	98,6
V = 22 m/s	32,8	35,8	41,8	49,9	56,95	62,7	67,5	69,8	73	76,4
V = 28,6 m/s	26,1	28,7	33,7	40,3	45,7	50,4	54	55,8	58,3	61,3
V = 35,9 m/s	21,5	23,8	28,3	33,7	38,2	41,9	44,7	46	48,5	50,6
V = 44,9 m/s	17,8	20	23,9	28,4	32	35	37,2	38,3	40,4	42
V = 57,2 m/s	14,1	16,1	19,5	23,2	26,1	28,6	30,4	31,2	32,5	33,8

α w/cm². °C / ($\times 10^2$)	x = 10 cm	x = 20 cm	x = 40 cm	x = 80 cm
V = 12,2 m/s	0,61	0,53	0,48	0,45
V = 16,3 m/s	0,78	0,68	0,62	0,58
V = 22 m/s	0,98	0,86	0,80	0,74
V = 28,6 m/s	1,21	1,07	1,0	0,93
V = 35,9 m/s	1,45	1,29	1,19	1,12
V = 44,9 m/s	1,70	1,54	1,42	1,34
V = 57,2 m/s	2,10	1,89	1,77	1,65

Tableau n° 5 (Figures 22 et 25)

d_2 = 44 mm q = 2 w/cm

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}
V = 9,8 m/s	26,5	28,3	31,5	37,4	43,7	49,2	54,3	58,7	62,8	66,4
V = 12,2 m/s	21,5	23,4	26,2	31,1	36,2	40,5	44,5	47,7	51	54,3
V = 16,3 m/s	17,3	18,5	20,9	24,8	28,6	31,5	34,5	37,1	39,6	42,1
V = 22 m/s	13,5	14,4	16,5	19,6	22,4	24,5	28,7	28,6	30,6	32,5
V = 28,6 m/s	11	12	13,5	16	18,2	19,9	21,7	23	24,5	26
V = 35,9 m/s	9,1	9,9	11,4	13,3	15,1	16,4	17,5	18,9	20,1	21,2
V = 44,9 m/s	7,7	8,1	9,5	11,2	12,7	13,7	14,7	15,5	16,7	17,6

α w/cm². °C / ($\times 10^2$)	x = 10 cm	x = 20 cm	x = 40 cm	x = 80 cm
V = 9,8 m/s	0,54	0,48	0,43	0,42
V = 12,2 m/s	0,65	0,57	0,53	0,52
V = 16,3 m/s	0,81	0,73	0,68	0,66
V = 22 m/s	1,03	0,93	0,88	0,85
V = 28,6 m/s	1,26	1,15	1,08	1,05
V = 35,9 m/s	1,51	1,39	1,32	1,29
V = 44,9 m/s	1,81	1,66	1,58	1,55

Tableau n° 6 (Figure 27)

d_2 = 38 mm

q = 5 w/cm

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}
V = 16,3 m/s	44	46,5	53,4	64,2	74,6	84,4	95	104	114,1	123,6
V = 24,5 m/s	31,1	33	38,3	45,6	52,3	58,4	65,6	71,4	78,2	84,9
V = 32,6 m/s	24,4	26	30,3	36,2	41	45,4	50,9	55,3	60,5	65,5

q = 1,5 w/cm

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}
V = 16,3 m/s	13,2	14	16	19	21,8	24,5	27,5	30,1	33,3	36,3
V = 24,5 m/s	9,2	10	11,3	13,6	15,5	17,2	19,2	21	22,9	25
V = 32,6 m/s	7,2	7,7	9	10,6	12,1	13,5	15	16,3	17,8	19,4

α w/cm².°C ($\times 10^2$)		x = 10 cm	x = 20 cm	x = 40 cm	x = 80 cm
V = 16,3 m/s	q = 5 w/cm	0,835	0,73	0,69	0,70
	q = 1,5 w/cm	0,82	0,75	0,73	0,73
V = 24,5 m/s	q = 5 w/cm	1,15	1,04	0,995	1,0
	q = 1,5 w/cm	1,16	1,07	1,03	1,04
V = 32,6 m/s	q = 5 w/cm	1,445	1,325	1,27	1,27
	q = 1,5 w/cm	1,48	1,35	1,30	1,30

Tableau n° 7

d_2 = 54 mm

q = 6 w/cm

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}
V = 16,3 m/s	52,7	56,2	64,1	75,8	86,8	95,7	104,2	110	116,8	121,4
V = 28,6 m/s	33,6	36	41,7	49,2	55,6	60,2	65,1	68,5	72,6	75,8
V = 57,2 m/s	18,9	20,5	24	28,1	31,1	33,3	35,8	37,7	40,1	41,8

q = 2 w/cm

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}
V = 16,3 m/s	17,4	18,6	21,05	24,8	28,3	31,1	33,5	35,4	37,6	39,3
V = 28,6 m/s	11,1	11,9	13,9	16,3	18,2	19,8	21,2	22,3	23,5	24,6
V = 57,2 m/s	6,2	6,8	7,95	9,35	10,4	11,1	12	12,5	13,2	13,7

α w/cm^2. °C (x 10^2)		x = 10 cm	x = 20 cm	x = 40 cm	x = 80 cm
V = 16,3 m/s	q = 6 w/cm	0,775	0,69	0,63	0,60
	q = 2 w/cm	0,79	0,71	0,66	0,62
V = 28,6 m/s	q = 6 w/cm	1,215	1,095	1,01	0,95
	q = 2 w/cm	1,23	1,1	1,035	0,98
V = 57,2 m/s	q = 6 w/cm	2,14	1,96	1,83	1,71
	q = 2 w/cm	2,18	1,97	1,84	1,74

Tableau n° 8 (Figure 26)

d_2 = 70 mm

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}
V = 57,2 m/s q = 6 w/cm	19	21,3	25	29	32	34,3	36,2	38	39,6	40,9
V = 28,6 m/s q = 3,42 w/cm	19,1	20,9	24	28,2	31,7	34,3	36,5	38,2	39,9	41,3
V = 16,3 m/s q = 2,18 w/cm	19	20,7	23,2	27,9	31,5	34,3	36,6	38,4	40,1	41,6

Tableau n° 9 (Figures 28 et 29)

d_2 = 70 mm V = 57,2 m/s

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}
q = 2 w/cm	5,3	6	7,3	8,8	10	10,9	11,8	12	12,6	13,2
q = 5 w/cm	14	15,8	19	22,7	25,3	27,6	30,2	31,2	32,6	33,9
q = 8 w/cm	22,5	25,4	30,7	36,6	40,8	44,7	49	50,4	52,6	54,9
q = 11 w/cm	31,2	35,3	41,7	50,7	56,7	62	67,5	70,1	73,3	76,8
q = 14 w/cm	40	45	54,3	65	74	81	87,5	91	95	99

Tableau n° 10 (Figures 27, 28 et 29)

d_2 = 70 mm V = 28,6 m/s

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}
q = 2 w/cm	10,2	11,1	13,2	15,7	17,7	19,5	21,2	22	22,9	24
q = 3,5 w/cm	17,7	19,7	23,1	28	30,3	34,4	37,4	38,7	40,8	42,7
q = 5 w/cm	26	28,5	33,4	40	45,2	49,6	54	56	58,7	61,3
q = 6,5 w/cm	33,3	36,7	43,3	52	59	64,6	70,5	73,7	77,3	80,7
q = 8 w/cm	41,4	45,5	53,5	64	72,6	80,5	88	91,8	96,1	100,5

α w/cm². °C / (x 10^2)	x = 10 cm	x = 20 cm	x = 40 cm	x = 80 cm
q = 2 w/cm	1,25	1,10	1,01	0,945
q = 3,5 w/cm	1,235	1,09	1,0	0,935
q = 5 w/cm	1,23	1,08	0,99	0,925
q = 6,5 w/cm	1,23	1,08	0,98	0,91
q = 8 w/cm	1,22	1,07	0,97	0,90

Tableau n° 11 (Figures 35, 36, 37 et 40)

d_2 = 70 mm

r_1 mm	$\frac{D}{S_e}$ = 25 kg/m².s (ρ_e = 1,25 kg/m³)	$\frac{D}{S_e}$ = 50 kg/m².s (ρ_e = 1,25 kg/m³)			$\frac{D}{S_e}$ = 50 kg/m².s (ρ_e = 1,25 kg/m³)
	$U_{m/s}$ x = 70 cm	$U_{m/s}$ x = 10 cm	$U_{m/s}$ x = 50 cm	$U_{m/s}$ x = 70 cm	q = 10 w/cm / $U_{m/s}$ x = 70 cm
15,75	16,75	36,6	34,3	34	35,5
16	17,25	37,6	35,6	35,4	37
16,5	18,15	39	37,5	37,4	39
17	18,9	40,5	39	39,1	40,2
18	19,85	42,3	41,1	41,1	42,5
19	20,75	43,1	42,6	42,6	44
20	21,3	43,4	43,7	43,7	44,9
21	21,8	43,6	44,3	44,5	45,5
22	22,05	43,6	44,6	44,8	45,7
23	22,2	43,6	44,7	45	45,7
24	22,25	43,6	44,7	45	45,7
25	22,10	43,6	44,5	44,9	45,5
26	21,95	43,4	44,4	44,5	45
27	21,6	43,2	44	44,1	44,5
28	21,25	43,1	43,5	43,5	43,9
29	20,75	42,6	42,7	42,8	42,9
30	20,25	42,1	41,6	41,5	41,8
31	19,65	41,2	40,5	40,2	40,5
32	18,95	40,2	39,1	38,8	38,9
33	18	38,7	37,2	36,9	37
34	16,9	36	35	34,8	34,5

Tableau n° 12 (Figure 38)

d_2 = 70 mm V = 28,6 m/s q = 10 w/cm

r mm	T °C		
	x = 10 cm	x = 50 cm	x = 70 mm
r_1 = 15 mm	66,4	86	90
15,35	21,5	32	36
15,6	14	27,5	32
16,1	8,5	22	26
16,6	5	17,6	22
17,1	3	14,5	18,4
18,1	1,3	10	13,8
19,1	0,6	7,2	10,5
20,1	0,3	5,1	8,2
21,1	0,1	3,7	6,3
22,1	0,1	1,9	3,5
23,1	0	1,9	3,5
24,1	0	1,3	2,6
25,1		0,9	1,9
26,1		0,7	1,45
27,1		0,55	1,05
28,1		0,5	0,85
29,1		0,45	0,65
30,1		0,4	0,5
31,1		0,35	0,45
32,1		0,35	0,45
33,1		0,35	0,45
34,1		0,35	0,45

Tableau n° 13 (Figure 39)

d_2 = 38 mm V = 28,6 m/s q = 6 w/cm

r mm	T °C	
	x = 50 cm	x = 90 cm
r_1 = 15 mm	87	102
15,35	44	62
16,1	32	48
16,6		42
17,1	22	36,2
18,1	14,1	29
18,6	13,5	28,2

Tableau n° 14 (Figure 47)

d_2 = 54 mm

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}
V = 9,2 m/s q = 1,768 w/cm	23,6	25,2	28,5	33,8	39,2	44	48	50,7	54,1	56,7
V = 13 m/s q = 2,5 w/cm	25,1	27	30,8	36,6	42,1	47	50,8	53,6	57,1	59,7
V = 18,4 m/s q = 3,535 w/cm	26,4	28,8	33,4	39,7	45,5	50,2	54	56,7	60,3	63,2
V = 26 m/s q = 5 x/cm	27,7	30,7	36	42,7	48,7	53,7	57,6	60,7	64,5	67,3
V = 36,8 m/s q = 7,07 w/cm	28,7	32,2	38,1	45,8	51,6	56,7	60,5	63,8	67.6	71
V = 52 m/s q = 10 w/cm	30	34,2	40,9	49	55	60,4	64,5	68,3	71,8	75,2

Tableau n° 15 (Figure 48)

d_2 = 54 mm x = 90 cm

r mm	V = 9,2 m/s q = 1,768 w/cm	V = 13 m/s q = 2,5 w/cm	V = 18,4 m/s q = 3,535 w/cm	V = 26 m/s q = 5 w/cm	V = 36,8 m/s q = 7,07 w/cm	V = 52 m/s q = 10 w/cm
15,35	33	32,5	32,5	32,7	33,4	34,1
15,6	29	28,6	28,7	29,3	30,3	31,2
15,85	24,7	25,05	25,6	26,05	26,75	27,3
16,1	22,7	23	23,6	24,1	24,8	25,1
16,6	20,2	20,6	21,2	21,5	22	22,4
17,1	17,65	18	18,55	18,75	19,05	19
18,1	14,3	14,65	14,9	15	15	14,65
19,1	11,65	11,65	11,65	11,65	11,45	11,05
20,1	9,25	9,1	8,95	8,6	8,5	7,9
21,1	7,25	6,9	6,75	6,4	6,25	5,5
22,1	5,75	5,5	5,15	4,55	4,45	3,95
23,1	4,7	4,4	4,15	3,6	3,5	3,05
24,1	4,2	3,9	3,55	3,05	2,75	2,2
25,1	3,75	3,5	3,2	2,7	2,45	2

Tableau n° 16

d_2 = 54 mm x = 70 cm

r mm	V = 9,2 m/s q = 1,768 w/cm	V = 13 m/s q = 2,5 w/cm	V = 18,4 m/s q = 3,535 w/cm	V = 26 m/s q = 5 w/cm	V = 36,8 m/s q = 7,07 w/cm	V = 52 m/s q = 10 w/cm
15,5	27,3	26,75	26,65	27	27,1	27,7
15,75	23,05	23,2	23,2	23,9	24,05	24,8
16	20,85	21	21,25	21,95	22,1	22,65
16,5	17,8	18,15	18,5	18,8	18,8	19,15
17	15,6	16	16,2	16,5	16,5	16,35
18	12,3	12,5	12,65	12,65	12,4	12
19	9,6	9,8	9,8	9,55	9	8,65
20	7,4	7,4	7,15	6,9	6,3	9,95
21	5,5	5,3	5	4,7	4,2	3,8
22	4,15	3,9	3,6	3,2	2,85	2,55
23	3,2	2,9	2,6	2,25	2	1,6
24	2,6	2,35	2	1,7	1,35	1,2
25	2,25	2	1,75	1,4	1,05	0,85

Tableau n° 17 (Figure 50)

d_2 = 54 mm q = 4,5 w/cm

	x = 90 cm — T °C							x = 70 cm — T °C			
r mm	12,2 m/s	16,3 m/s	22 m/s	28,6 m/s	35,8 m/s	44,9 m/s	56,3 m/s	12,2 m/s	22 m/s	35,8 m/s	56,3 m/s
= 15 mm	118	91,6	71,4	56,7	47,5	38,5	32	112,5	68	45,4	30,6
15,35	69,55	49	34	27,5	21,5	17,3	13,7	64	31	19,2	12,5
15,6	57,75	40,6	30,4	24,45	19,1	15,5	12,2	52,3	27	17	11
15,85	50,15	37	27,7	21,85	17	14	10,9	45,2	24	15	9,5
16,1	45,55	34,3	25,6	19,95	15,9	12,8	10,25	41	22,2	13,8	8,7
16,6	40,85	29,7	22,2	17,99	13,85	11,25	8,8	35	19	12	7,3
17,1	35,45	26,6	19,7	15,5	12,2	9,65	7,7	31,1	17	10,5	6,3
18,1	28,65	21,3	15,8	12,25	9,65	7,45	5,7	24,3	13,2	8	4,6
19,1	22,55	16,8	12,6	9,4	7,3	5,75	4,5	18,8	9,9	5,8	3,3
20,1	17,7	12,9	9,2	6,9	5,45	4,25	3,5	14,2	7,2	4	2,2
21,1	13,7	9,55	6,85	4,95	4	3,05	2,6	10,4	5,1	2,8	1,4
22,1	10,7	7,25	5,1	3,6	2,7	2,2	1,65	7,8	3,7	1,9	0,9
23,1	8,8	6	3,95	2,85	2,2	1,6	1,15	6	2,7	1,4	0,6
24,1	7,7	5,15	3,45	2,35	1,8	1,3	0,8	4,6	2,1	1,1	0,4
25,1	7,15	4,5	3,1	1,85	1,55	1,1	0,6	4,5	1,8	1	0,3

TABLE DES MATIÈRES

Pages

INTRODUCTION 3

PREMIERE PARTIE

Chapitre I : LE MONTAGE EXPERIMENTAL 7

L'ensemble du dispositif expérimental 7
Choix d'une géométrie amont 7
Description du dispositif expérimental 7

Le cylindre intérieur
Problèmes posés par la réalisation de la dissipation du flux de chaleur uniforme .. 8
Description du cylindre intérieur réalisé avec le premier noyau 9
Description du cylindre intérieur réalisé avec le second noyau 10

Méthodes de mesures
Mesure des vitesses et des pertes de charge 12
Mesure de l'énergie dissipée dans la résistance de chauffage - Mesure des températures 13

Chapitre II : DISCUSSION 15

Choix des paramètres de l'étude 15
Paramètres définissant la forme et les dimensions de l'espace annulaire 15
Paramètres définissant le mouvement de l'air 16

Précision des mesures 18
Conduction longitudinale 19
Influence du rayonnement 20

DEUXIEME PARTIE

Chapitre III : ETUDE EXPERIMENTALE DE LA CONVECTION SUR LA PAROI 23

Loi de répartition des températures le long du cylindre intérieur 23
Variations du coefficient de convection en fonction de la vitesse .....
Remarques sur l'exposant n de la loi de puissance 28

Influence de l'intensité du phénomène thermique sur les valeurs du coefficient local de convection 30
Variations du coefficient de convection en fonction du flux de chaleur d'une part, de la température de paroi d'autre part 30
Relations entre les valeurs N_q et N_t de l'exposant n de la loi de puissance correspondant, respectivement au cas où le flux de chaleur est constant et au cas où la température de paroi est constante 33

Pages

CHAPITRE IV : ETUDE EXPERIMENTALE DE LA CONVECTION AU SEIN DE L'ECOULEMENT FLUIDE 35

Appareils et méthodes de mesure 35
Réalisation d'un écoulement turbulent sain 37

Etude du mouvement du fluide pour l'écoulement isotherme 38
Mouvement du fluide en une section pour un débit-masse donné 38
Etude du mouvement du fluide en différentes sections 39
Etude du mouvement du fluide en une même section pour deux débits-masse donnés 40

Etude de l'écoulement non isotherme 41
Répartition des températures 41
Conséquences, sur le mouvement du fluide d'un apport de chaleur à travers la paroi intérieure 43

CHAPITRE V : ETUDE DES ECHANGES THERMIQUES AU SEIN DE L'ECOULEMENT 45

Point de vue analytique 45

Etude du mouvement de la chaleur dans l'écoulement 46
Répartition en une section d'abscisse donnée des quantités de chaleur emmagasinées par le fluide 46
Evolutions dans le sens du courant, des quantités de chaleur transportées par le fluide 47
Evolutions des quantités de chaleur se propageant transversalement au sens du courant fluide 49

Gradients de température auxquels sont soumis les échanges de chaleur 50

TROISIEME PARTIE

Chapitre VI : RELATIONS ENTRE PHENOMENES DANS LA COUCHE LIMITE THERMIQUE ET PHENOMENES A LA PAROI 55

Variations de la température du fluide en fonction de la vitesse, dans le cas particulier où le flux de chaleur dissipé est constant 55
Interprétation physique 57

Extrapolation à la paroi de la relation existant dans l'écoulement 58
Cas où le flux de chaleur est maintenu constant 58
Cas où le flux de chaleur prend des valeurs différentes suivant la vitesse 60

Chapitre VII : ETUDE DES VARIATIONS DU COEFFICIENT DE CONVECTION EN FONCTION DE L'ABSCISSE X 63

Comparaison entre les deux modes de représentation du phénomène :
$\alpha = KV^n$ et $\frac{1}{\mathcal{M}} = F(x) + \Phi(V)$ 66
Représentation semi-empirique des variations du coefficient de convection en fonction de l'abscisse x 68
Longueur d'établissement du régime thermique 70
Relation coordonnant l'ensemble des résultats expérimentaux 71

CONCLUSION 75

BIBLIOGRAPHIE 79

TABLEAUX DES MESURES 81

IMP. LOUIS-JEAN – GAP
Dépôt légal n° 12 – 1960

FIN