

CHEROT J.

Rapport CEA n° 1205

Etude nucléaire de Mélusine

Sommaire. - On étudie, dans ce rapport, les principales propriétés nucléaires d'un réseau à uranium enrichi (20 pour cent), dont le modérateur et le réflecteur sont l'eau légère en vue des expériences de démarrage. Ce réacteur devra fonctionner à 1 MW.

- 1° Etude de diverses masses critiques
- 2° Contrôle. Efficacité des barres de contrôle en cadmium et d'une barre de réglage en acier inoxydable
- 3° Etude de l'effet sur la réactivité de perturbation au centre du cœur
- 4° Etude de l'empoisonnement xénon et samarium
- 5° Coefficient de température
- 6° Echanges thermiques dans un élément.

1959

33 pages

CHEROT J.

Report CEA n° 1205

Nuclear study of Melusine

Summary. - In this report are reviewed - with respect to starting of experiments - the main nuclear characteristics of a 20 per cent enriched uranium lattice, with light water as moderator and reflector. The reactor is to operate at 1 MW.

- 1° Study of various critical masses
- 2° Control. Effectiveness of cadmium. Control rods and of a stainless steel regulating rod
- 3° Study of the effect on reactivity of disturbances in the core center
- 4° Study of xenon and samarium poisoning
- 5° Temperature factor

**PREMIER MINISTRE
COMMISSARIAT A
L'ÉNERGIE ATOMIQUE**

ETUDE NEUTRONIQUE DE MELUSINE

par

J. CHEROT

Rapport CEA N° 1205

1959

**CENTRE D'ÉTUDES
NUCLÉAIRES DE SACLAY
SERVICE DE DOCUMENTATION
Boite postale n° 2 - Gif-sur-Yvette (S.-et-O.)**

- Rapport CEA n° 1205 -

Service de Physique Mathématique

ETUDE NEUTRONIQUE DE MELUSINE

par

J. CHEROT

(Rapport SPM n° 488 du 2 juin 1958)

NOTATIONS

Indices	{ 1 2	groupe rapide groupe thermique
D_{1c}		coefficient de diffusion rapide du coeur
D_{2c}		coefficient de diffusion thermique du coeur
D_{1r}		coefficient de diffusion rapide du réflecteur
D_{2r}		coefficient de diffusion thermique du réflecteur
$\tau_c = L_{1c}^2$		"âge du coeur"
L_{2c}		longueur de diffusion des neutrons thermiques (coeur)
τ_r		"âge des neutrons (réflecteur)"
L_{2r}		longueur de diffusion des neutrons thermiques (réflecteur)
k_{∞}		facteur de multiplication du coeur (milieu infini)
f		facteur d'utilisation thermique
p		facteur antitrappe
μ_0^2		laplacien matière : racine positive de l'équation en B^4 : $k = (1 + L_{2c}^2 B^2)(1 + \tau_c B^2)$
$-\nu_0^2$		racine négative de l'équation en B^4 précédente
α^2		laplacien axial
β^2		laplacien radial
S_1 S_2 S_3	}	coefficients de couplage

R_c	Rayon critique
R_{ex}	rayon vrai + longueur d'extrapolation
H	hauteur vraie de la partie active du coeur
H_{ex}	hauteur vraie + longueur d'extrapolation
ϕ_{1c}	flux "rapide" dans le coeur
ϕ_{2c}	flux "thermique" dans le coeur
ϕ_{1r}	flux "rapide" dans le réflecteur
ϕ_{2r}	flux "thermique" dans le réflecteur
λ_r	longueur d'extrapolation des neutrons rapides
λ_t	longueur d'extrapolation des neutrons thermiques

ETUDE NEUTRONIQUE DE MELUSINE

DESCRIPTION DE MELUSINE

Mélusine est un réacteur "Piscine", utilisant des éléments combustibles du type MTR. Ces éléments sont disposés verticalement sur une grille support horizontale suivant un réseau rectangulaire.

Deux types d'éléments sont à considérer :

- les éléments "standards" contenant 178 grammes d'uranium-235 ;
- les éléments spéciaux avec un canal recevant les barres de sécurité ;
la masse d'uranium-235 s'élève pour ces éléments à 89 grammes seulement.

ELEMENT STANDARD (fig. 1)

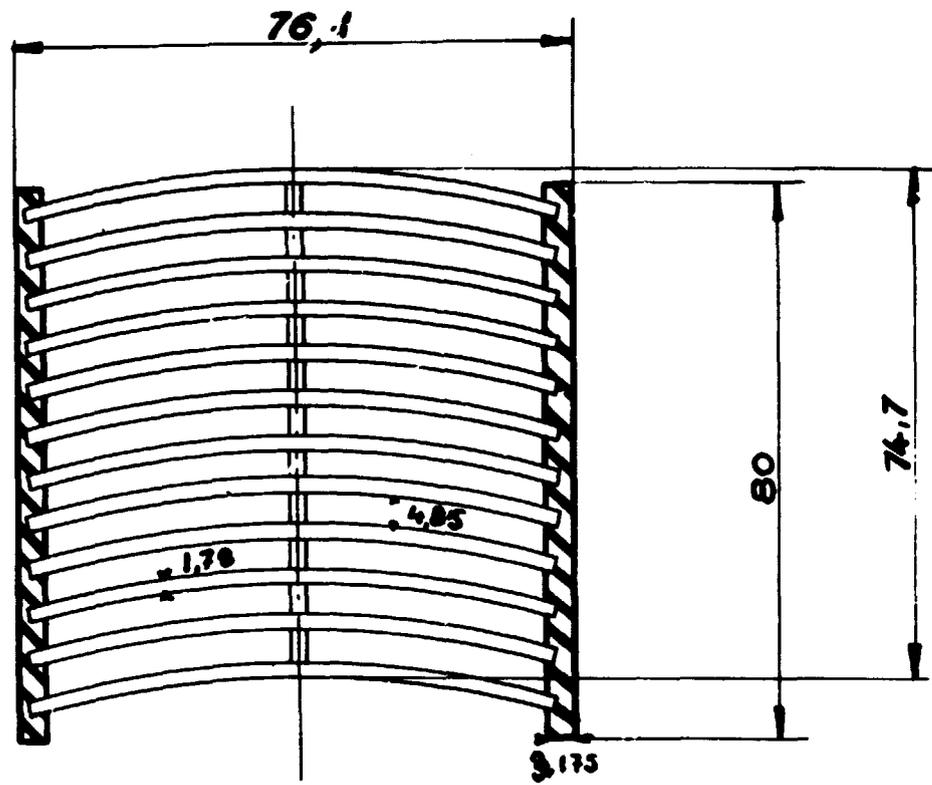
L'élément standard est constitué essentiellement de 12 plaques parallèles de 1,78 mm d'épaisseur et distantes les unes des autres de 4,85 mm. Chaque plaque renferme un sandwich de matière combustible (de l'uranium dispersé dans de l'aluminium) constitué en poids de 45 pour cent d'uranium enrichi à 20 pour cent en noyaux et 55 pour cent d'aluminium. L'épaisseur des sandwiches est de 1 mm environ, la hauteur active de 600 mm, la largeur 63,5 mm. Ces plaques sont maintenues par deux joues d'aluminium.

ELEMENTS SPECIAUX (fig. 2)

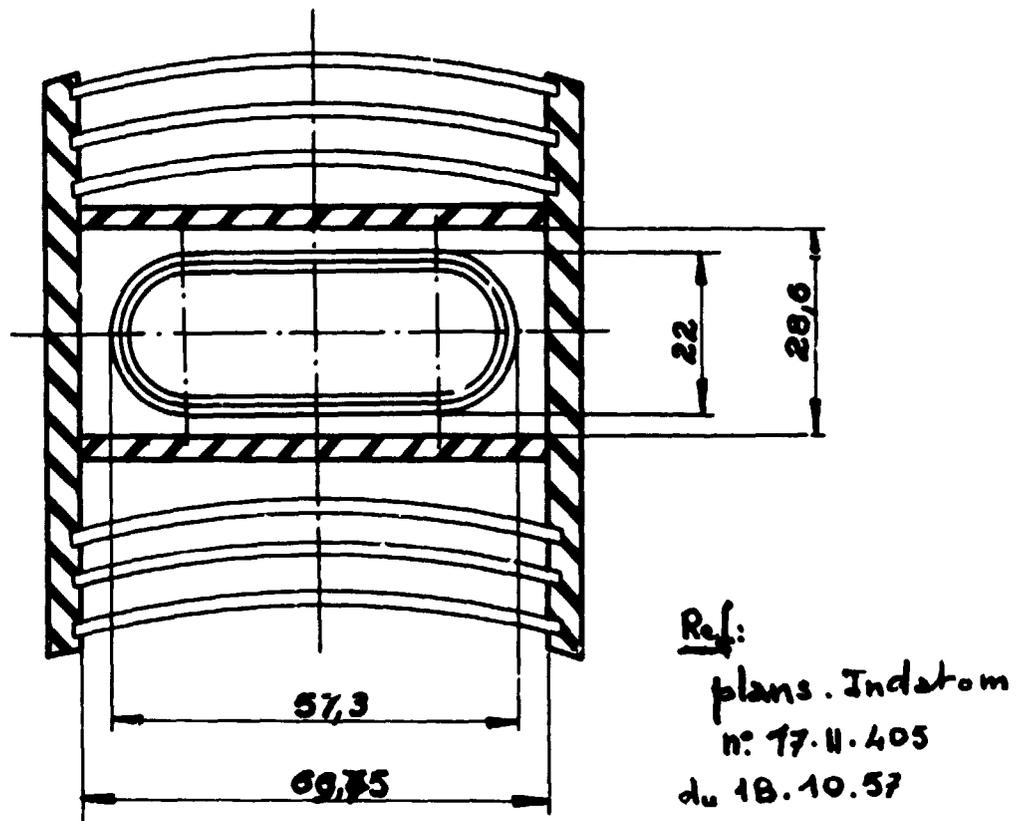
Ces éléments ne comportent que 6 plaques identiques à celles de l'élément standard.

CARACTERISTIQUES NUCLEAIRES

Ce réacteur se présente sous la forme d'un parallélépipède immergé dans l'eau légère. Cette eau joue un quadruple rôle en fonctionnement.



- Fig. 1 -
Elément standard



- Fig. 2 -
Elément spécial pour barre de contrôle

Elle sert :

- 1° de modérateur,
- 2° de réflecteur (réflecteur infini sur toutes les faces),
- 3° à refroidir les éléments (circulation forcée entre les plaques),
- 4° de protection.

CALCULS NUCLEAIRES - METHODES DE CALCUL

Les plaques étant très proches les unes des autres, le calcul peut être conduit en considérant le milieu homogène. Indiquons que le libre parcours moyen de transport des neutrons thermiques dans le coeur est de l'ordre de 7 mm. Nous emploierons une théorie à deux groupes de neutrons, en géométrie cylindrique.

ETUDE DU RESEAU

- 1° Pile pleine
- 2° Laplacien matière et masse critique fonction du rapport $\frac{v_{a1}}{v_{H^2O}}$
- 3° Masse critique fonction du poids de ^{235}U par élément
- 4° Masse critique de piles avec réflecteur central
- 5° Rayon critique pile empoisonnée
- 6° Evolution à long terme

ETUDE DE LA MASSE CRITIQUE DE MELUSINE

TAILLE CRITIQUE - CALCUL DES FLUX (pile froide) (Théorie à deux groupes)

Les notations sont celles de "Glasstone" "Edlund".

Les équations de la diffusion s'écrivent :

Coeur

$$\text{I} \quad \begin{cases} D_{1c} \nabla^2 \phi_{1c} - \Sigma_{1c} \phi_{1c} + \frac{k}{\beta} \Sigma_{2c} \phi_{2c} = 0 & \text{(rapide)} \\ D_{2c} \nabla^2 \phi_{2c} - \Sigma_{2c} \phi_{2c} + \beta \Sigma_{1c} \phi_{1c} = 0 & \text{(thermique)} \end{cases}$$

Réflecteur

$$\text{II} \quad \begin{cases} D_{1r} \nabla^2 \phi_{1r} - \Sigma_{1r} \phi_{1r} = 0 & \text{(rapide)} \\ D_{2r} \nabla^2 \phi_{2r} - \Sigma_{2r} \phi_{2r} + \Sigma_{1r} \phi_{1r} = 0 & \text{(thermique)} \end{cases}$$

Ces équations sont résolues en supposant la continuité des flux et des courants aux surfaces de séparation, coeur, réflecteur. Nous supposons en outre que les variables sont séparables et que le flux s'écrit d'une façon générale :

$$\phi(R, z) = X_r(R) \cdot X_z(z)$$

Equations de continuité : coeur, réflecteur

$$\begin{cases} \phi_{1c} = \phi_{1r} & \phi_{2c} = \phi_{2r} \\ D_{1c} \text{grad } \phi_{1c} = D_{1r} \text{grad } \phi_{1r}, D_{2c} \text{grad } \phi_{2c} = D_{2r} \text{grad } \phi_{2r} \end{cases}$$

Notons que les flux doivent être finis, positifs, présenter les symétries du système géométrique et s'annuler à l'infini.

RESOLUTION DU SYSTEME DIFFERENTIEL

Les équations I sont de la forme :

$$I' \quad \begin{cases} \nabla^2 \phi_{1c} + B^L \phi_{1c} = 0 \\ \nabla^2 \phi_{2c} + B^L \phi_{2c} = 0 \end{cases}$$

où B^L est solution de la condition critique :

$$\frac{k_{\infty}}{(1 + L_{2c}^L B^L)(1 + \epsilon_c B^L)} = 1$$

Cette équation possède deux racines qui sont :

$$\begin{cases} \mu_0^2 = \frac{1}{L} \left[-\left(\frac{1}{\epsilon_c} + \frac{1}{L_{2c}^L}\right) + \sqrt{\left(\frac{1}{\epsilon_c} + \frac{1}{L_{2c}^L}\right)^2 + \frac{h(k_{\infty}-1)}{\epsilon_c L_{2c}^L}} \right] \\ -\nu_0^2 = -\frac{1}{L} \left[\left(\frac{1}{\epsilon_c} + \frac{1}{L_{2c}^L}\right) + \sqrt{\left(\frac{1}{\epsilon_c} + \frac{1}{L_{2c}^L}\right)^2 + \frac{h(k_{\infty}-1)}{\epsilon_c L_{2c}^L}} \right] \end{cases}$$

Remarque : Notons au passage une relation qui sera souvent utilisée μ_0^2 et ν_0^2 sont reliés par :

$$\mu_0^2 - \nu_0^2 = -\left(\frac{1}{\epsilon_c} + \frac{1}{L_{2c}^L}\right)$$

La solution générale des équations I est une combinaison linéaire des solutions des équations :

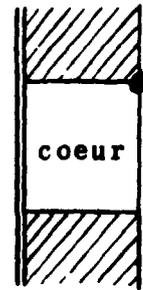
$$\begin{cases} \nabla^2 X + \mu_0^2 X = 0 \\ \nabla^2 Y - \nu_0^2 Y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \phi_1 = AX + CY \\ \phi_2 = S_1 AX + S_2 CY \end{cases}$$

S_1 et S_2 étant les coefficients de couplage définis par :

$$\begin{cases} S_1 = \frac{D_{1c}}{D_{2c}} \uparrow \frac{\frac{1}{\epsilon_c}}{\mu_0^2 + \frac{1}{L_{2c}^L}} \\ S_2 = \frac{D_{1c}}{D_{2c}} \uparrow \frac{\frac{1}{\epsilon_c}}{-\nu_0^2 + \frac{1}{L_{2c}^L}} = \frac{D_{1c}}{D_{2c}} \uparrow \frac{1}{\left[\frac{1}{\epsilon_c} + \mu_0^2\right]} \end{cases}$$

Il n'est pas possible de résoudre les équations I exactement pour un coeur cylindrique de hauteur finie, réfléchi sur tous les côtés. Mais le problème peut être résolu dans les deux cas suivants.

1° Coeur cylindrique réfléchi en dessus et en dessous et entouré d'une surface cylindrique infiniment longue "noire" aux neutrons des 2 groupes.



Dans ce cas les solutions générales s'écrivent :

$$\text{Coeur} \quad \begin{cases} \phi_{1c} = J_0(\beta R) [A_3 \cos \alpha Z + C_3 \text{Ch}(\gamma_3 Z)] \\ \phi_{2c} = J_0(\beta R) [S_1 A_3 \cos \alpha Z + S_2 C_3 \text{Ch}(\gamma_3 Z)] \end{cases}$$

$$\text{Réflecteur} \quad \begin{cases} \phi_{1r} = J_0(\beta R) [F_3 e^{-k_{13} Z}] \\ \phi_{2r} = J_0(\beta R) [G_3 e^{-k_{23} Z} + S_3 F_3 e^{-k_{13} Z}] \end{cases}$$

avec :

$$\begin{cases} \mu_0^2 = \alpha^2 + \beta^2 \\ \gamma_0^2 = \gamma_3^2 - \beta^2 \\ k_{13}^2 = \frac{1}{L_{1v}} + \beta^2 \\ k_{23}^2 = \frac{1}{L_{2v}} + \beta^2 \end{cases} \quad S_3 = \frac{D_{1v}}{D_{2v}} \left(\frac{\frac{1}{L_{1v}}}{\frac{1}{L_{2v}} - \frac{1}{L_{1v}}} \right)$$

A_3, C_3, F_3, G_3 étant des constantes que l'on détermine avec les conditions de continuité.

2° Coeur cylindrique réfléchi sur le côté et compris entre deux plans parallèles infinis P_1 et P_2 noirs aux neutrons des deux groupes.

Dans ce cas les solutions générales sont :



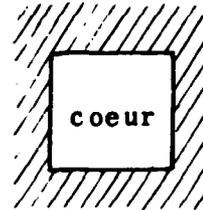
$$\begin{cases} \phi_{1c} = \cos \alpha Z (A_R J_0(\beta R) + C_R I_0(\gamma_R R)) \\ \phi_{2c} = \cos \alpha Z (S_1 A_R J_0(\beta R) + S_2 C_R I_0(\gamma_R R)) \\ \phi_{1r} = \cos \alpha Z (F_R K_0(k_{1R} R)) \\ \phi_{2r} = \cos \alpha Z (G_R K_0(k_{2R} R) + S_3 F_R K_0(k_{1R} R)) \end{cases}$$

avec :

$$\begin{cases} \mu_o^2 = \alpha^2 + \beta^2 \\ \nu_o^2 = \nu_R^2 - \alpha^2 \\ k_{1R}^2 = \frac{1}{c_R} + \alpha^2 \\ k_{2R}^2 = \frac{1}{L^2} + \alpha^2 \end{cases}$$

CAS DU CYLINDRE REFLECHI DE TOUS COTES

Nous supposons que dans ce cas les solutions peuvent être représentées par :



Coeur

$$\begin{cases} \phi_{1c} = (A_3 \cos \alpha Z + C_3 \operatorname{ch} \nu_3 Z) (A_R J_o(\beta R) + C_R I_o(\nu_o R)) \\ \phi_{2c} = \frac{(S_1 A_3 \cos \alpha Z + S_2 C_3 \operatorname{ch}(\nu_3 Z)) (S_1 A_R J_o(\beta R) + S_2 C_R I_o(\nu_o R))}{S_1} \end{cases}$$

Réflecteur axial

$$\begin{cases} \phi_{1a} = (A_R J_o(\beta R) + C_R I_o(\nu_o R)) F_3 e^{-k_{13} Z} \\ \phi_{2a} = \frac{(S_1 A_R J_o(\beta R) + S_2 C_R I_o(\nu_o R)) (G_3 e^{-k_{23} Z} + S_3 F_3 e^{-k_{13} Z})}{S_1} \end{cases}$$

Réflecteur latéral

$$\begin{cases} \phi_{1l} = (A_3 \cos \alpha Z + C_3 \operatorname{ch}(\nu_3 Z)) (F_R K_o(k_{1R} R)) \\ \phi_{2l} = \frac{(S_1 A_3 \cos \alpha Z + S_2 C_3 \operatorname{ch}(\nu_3 Z)) (G_R k_o(k_{2R} R) + S_3 F_R k_o(k_{1R} R))}{S_1} \end{cases}$$

Remarque : De I' nous tirons :

$$B^2 \phi_{2c} = -\nabla^2 \phi_{2c}$$

Si nous reportons dans la seconde des équations I, il vient :

$$-D_{2c} B^2 \phi_{2c} - \Sigma_{2c} \phi_{2c} + \uparrow \Sigma_{1c} \phi_{1c} = 0$$

soit :

$$\frac{\phi_{1c}}{\phi_{2c}} = \frac{D_{2c} B^2 + \Sigma_{2c}}{\Sigma_{1c}} = \frac{1}{S_1}$$

Dès lors si nous normalisons les flux dans le coeur, au centre du coeur :

$$\frac{\phi_{1c}}{\phi_{2c}} = \frac{1}{S_1} \sim \frac{A_3 \cos \alpha Z A_R J_o(\beta R) \cdot S_1}{S_1^2 A_3 \cos \alpha Z A_R J_o(\beta R)} = \frac{A_3 A_R S_1}{S_1^2 A_3 A_R} = \frac{1}{S_1}$$

Nous verrons d'ailleurs plus tard l'influence respective des diverses fonctions entrant dans l'expression des flux en diverses positions du coeur et les termes en $\text{Ch}\nu_z Z$ et $J_0(\nu_R R)$ ne sont sensibles que très près des surfaces de séparation.

En résumé le schéma de calcul est le suivant. Nous traitons séparément la répartition axiale et la répartition radiale. Nous supposons d'abord une solution en $J_0(\beta R)$, nous en déduisons la répartition axiale correspondante. Nous supposons ensuite une solution axiale en $\cos \alpha Z$ et nous obtenons la répartition radiale correspondante.

Notons que ce mode de calcul ne tient aucun compte des "coins".

CALCUL DES LAPLACIENS AXIAL ET RADIAL

Si nous écrivons les équations de continuité, il y a compatibilité si le déterminant :

$$\Delta = \left(D_{1c} \frac{X'}{X} - D_{1v} \frac{Z'_1}{Z_1} \right) \left(S_2 D_{2c} \frac{Y'}{Y} - S_3 D_{2v} \frac{Z'_1}{Z_1} - (S_2 - S_3) D_{2v} \frac{Z'_2}{Z_2} \right) - \left(D_{1c} \frac{Y'}{Y} - D_{1v} \frac{Z'_1}{Z_1} \right) \left(S_1 D_{1c} \frac{X'}{X} - S_3 D_{1v} \frac{Z'_1}{Z_1} - (S_1 - S_3) D_{1v} \frac{Z'_2}{Z_2} \right) = 0$$

1° Avec : répartition axiale : on suppose une solution radiale en $J_0(\beta R)$

$$\begin{aligned} \frac{X'}{X} &= -\alpha \text{tg}(\alpha \frac{H}{2}) & H &= 60 \text{ cm} \\ \frac{Y'}{Y} &= \nu \text{tg}(\nu \frac{H}{2}) & \mu_0^2 - \beta^2 &= \alpha^2 \\ \frac{Z'_1}{Z_1} &= -k_{1z} & \nu^2 &= \nu_0^2 + \beta^2 \\ \frac{Z'_2}{Z_2} &= -k_{2z} & k_{1z}^2 &= \frac{1}{L_c^2} + \beta^2 \\ & & k_{2z}^2 &= \frac{1}{L_v^2} + \beta^2 \end{aligned}$$

2° Avec : répartition radiale : on suppose une solution axiale en $\cos \alpha z$

$$\begin{aligned} \frac{X'}{X} &= -\beta \frac{J_1(\beta R_c)}{J_0(\beta R_c)} & \mu_0^2 - \alpha^2 &= \beta^2 \\ \frac{Y'}{Y} &= \nu_R \frac{I_1(\nu_R R_c)}{I_0(\nu_R R_c)} & \nu_R^2 &= \nu_0^2 + \alpha^2 \\ \frac{Z'_1}{Z_1} &= -k_{1R} \frac{k_1(k_{1R} R_c)}{k_0} & k_{1R}^2 &= \frac{1}{L_c^2} + \alpha^2 \\ \frac{Z'_2}{Z_2} &= -k_{2R} \frac{k_2(k_{2R} R_c)}{k_0} & k_{2R}^2 &= \frac{1}{L_v^2} + \alpha^2 \end{aligned}$$

étant le rayon critique cherché.

Nous avons donc à résoudre les équations suivantes :

$$1^\circ \Delta(\beta, H) = 0$$

$$2^\circ \Delta(\alpha, R_c) = 0$$

La première donne connaissant $H = 60$ cm, β

$$\text{Or } \Delta_2^2 = \mu_0^2 - \beta^2$$

donc, de la deuxième équation nous obtenons la valeur R_c qui rend critique la pile

PASSAGE DE LA GEOMETRIE CYLINDRIQUE A LA GEOMETRIE PARALLELEPIPEDIQUE

Nous supposons que les laplaciens des piles nues sont égaux. Ceci nous conduit à écrire :

$$2\left(\frac{\eta}{a}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{H}\right)^2 = \left(\frac{2,405}{R}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{H}\right)^2$$

c'est-à-dire
$$a = R \frac{\eta\sqrt{2}}{2,405} = 1,817 R$$

d'où la masse critique du parallélépipède équivalent au réacteur cylindrique précédent.

APPLICATIONS NUMERIQUES - CHOIX DES CONSTANTES NUCLEAIRES

Les constantes nucléaires du coeur s'obtiennent par la règle des mélanges. Ces constantes sont déduites de deux piles de référence.

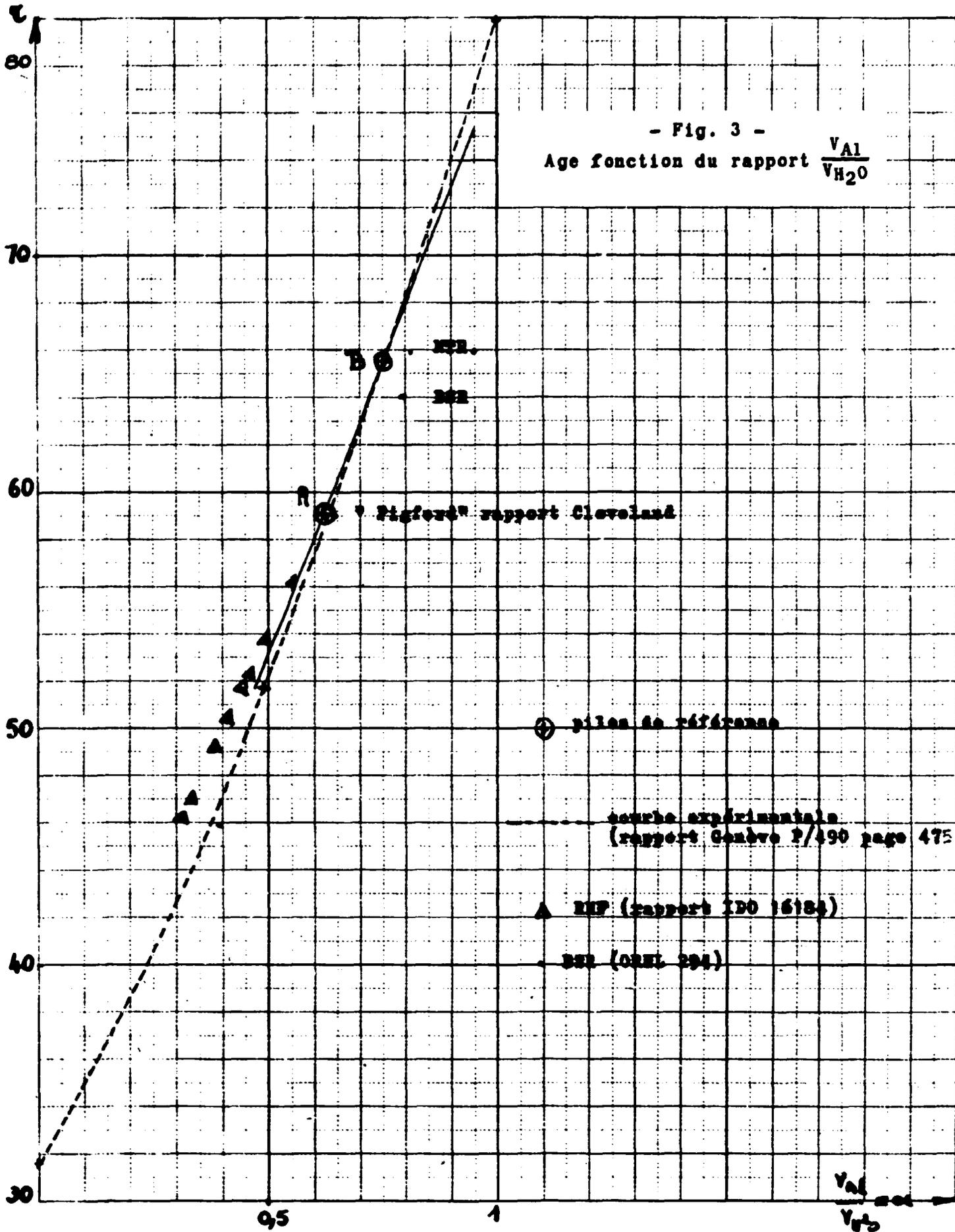
MTR "Research Reactor" p. 207

ν_c	D_{1c}	L_{1c}^2	D_{2c}	$\frac{V A_c}{V H_c^2} = 0,76$
65,6	1,26	3,65	0,267	

Rapport de Cleveland "Pigford" n° 154

ν_c	D_{1c}	$\frac{V A_c}{V H_c^2} = 0,626$
59,1	1,242	

	densité	thermiques $\bar{\sigma}_a$	σ_t	ν
H^2O	1	0,585	62,9	31,4
Al	2,7	0,204	1,34	



σ_i est la section efficace microscopique pondérée sur le spectre de Maxwell.

La règle des mélanges permet d'écrire

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1+\alpha}{D} = \frac{\alpha}{D_{Al}} + \frac{1}{D_{H_2O}} \quad \text{si } \alpha = \frac{V_{Al}}{V_{H_2O}} \\ \Sigma \text{ mélange} = \left(\frac{1}{1+\alpha} \right) (\alpha \Sigma_{Al} + \Sigma_{H_2O}) \end{array} \right.$$

Nous obtenons

$$\begin{array}{ll} D_{1H_2O} = 1,111 \text{ cm} & D_{2H_2O} = 0,1585 \text{ cm} \\ D_{1Al} = 1,521 \text{ cm} & D_{2Al} = 1,13 \text{ cm} \end{array}$$

CHOIX DE L'AGE

L'âge est pris pour un rapport $\frac{V_{Al}}{V_{H_2O}}$ donné sur la droite AB (voir courbe $\tau = f\left(\frac{V_{Al}}{V_{H_2O}}\right)$).

Nous reportons, à titre de curiosité, les différentes valeurs de l'âge adoptées pour plusieurs piles "RMF" rapport IDO 16184, BSR rapport ORNL 294, MTR "research reactor" et la courbe du rapport de la conférence de Genève n° P/490 page 475.

CALCUL DE τ

τ est calculé par la méthode homogène "Glasstone Edlund" page 257 :

$$\tau = \exp\left(-\frac{N_0}{\Sigma S} \int_E^{E_0} (\sigma_{ao})_{eff} \frac{dE}{E}\right) \quad \text{où } (\sigma_{ao})_{eff} = \sigma_{ao} \frac{\Sigma S}{\Sigma S + \Sigma_a}$$

Nous adoptons :

$$\bar{\sigma}_{5H_2O} = 38,5 \text{ barns} \quad \text{Rapport SPM n° 283 "Réseaux à eau légère"}$$

$$\sigma_{5Al} = 1,4 \text{ barns} \quad Al = 0,0724$$

$$\sigma_{235S} = 10 \quad , \quad {}^{235}U = 0,0084$$

$$\sigma_{238S} = 8,3 \quad , \quad {}^{238}U = 0,0083$$

$$\sigma_{5H_2O} = 42,2 \quad , \quad H_2O = 0,948$$

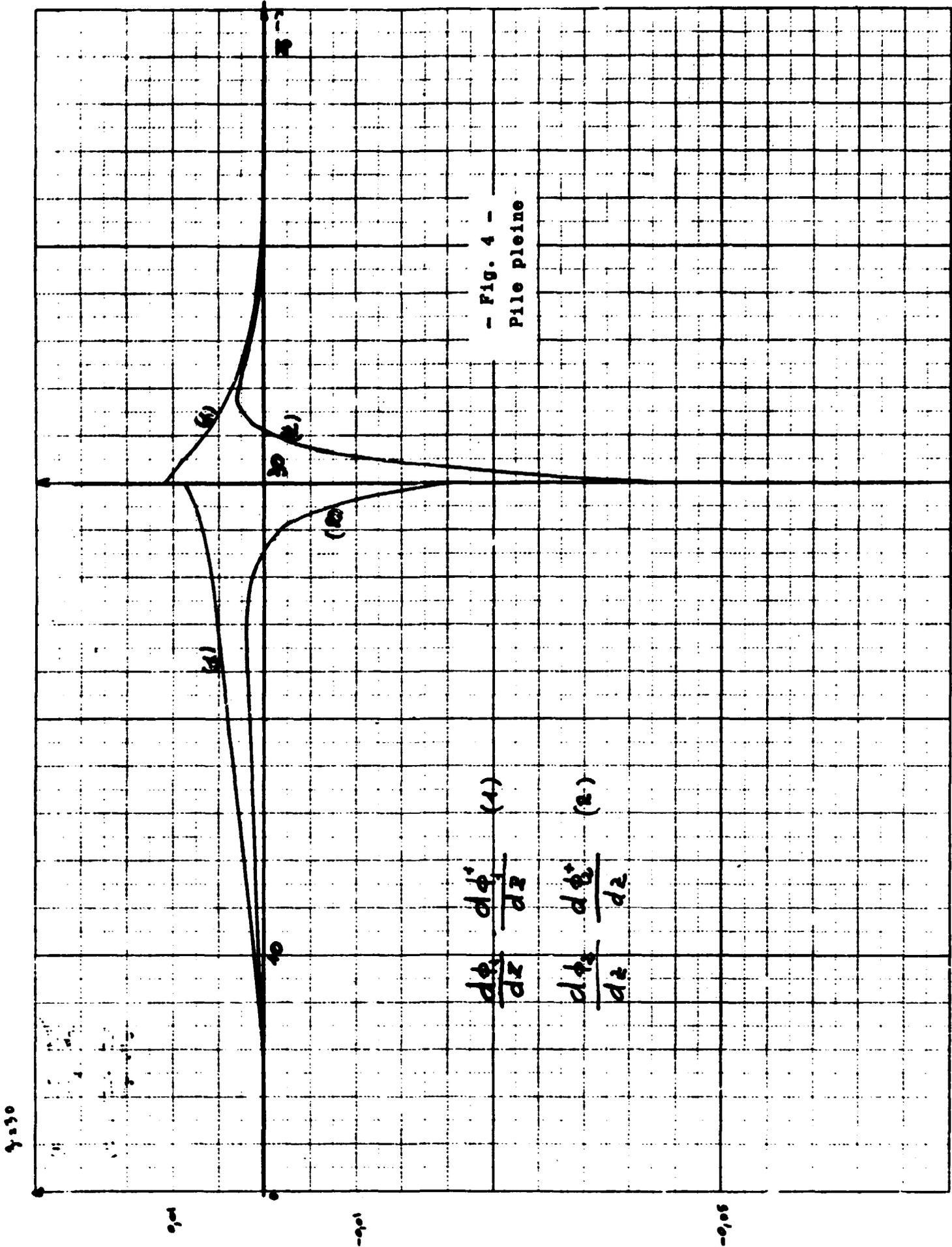
Section efficace pour 2200 m ^{235}U et ^{238}U

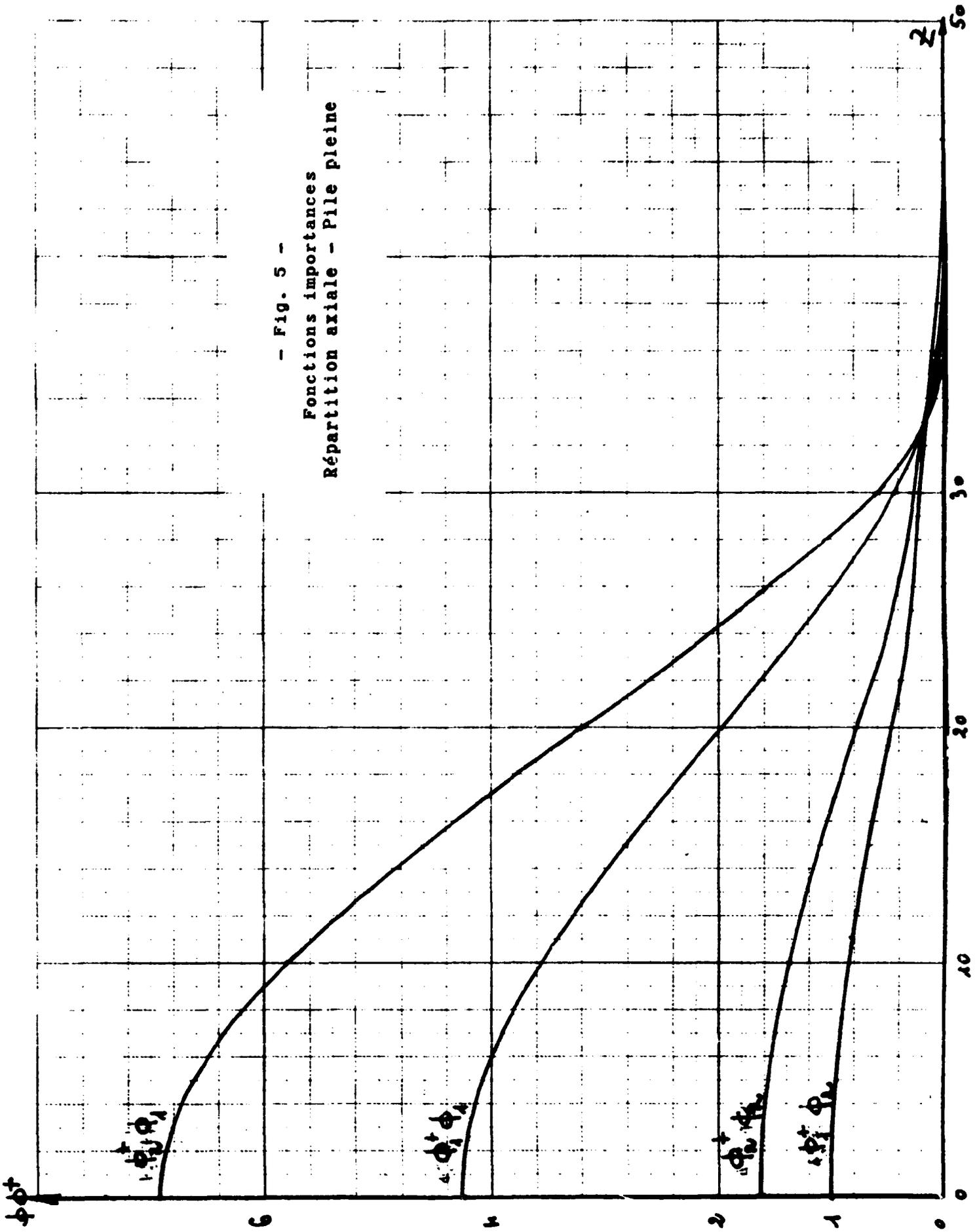
	^{235}U	^{238}U
σ_c	107	2,75
σ_f	580	

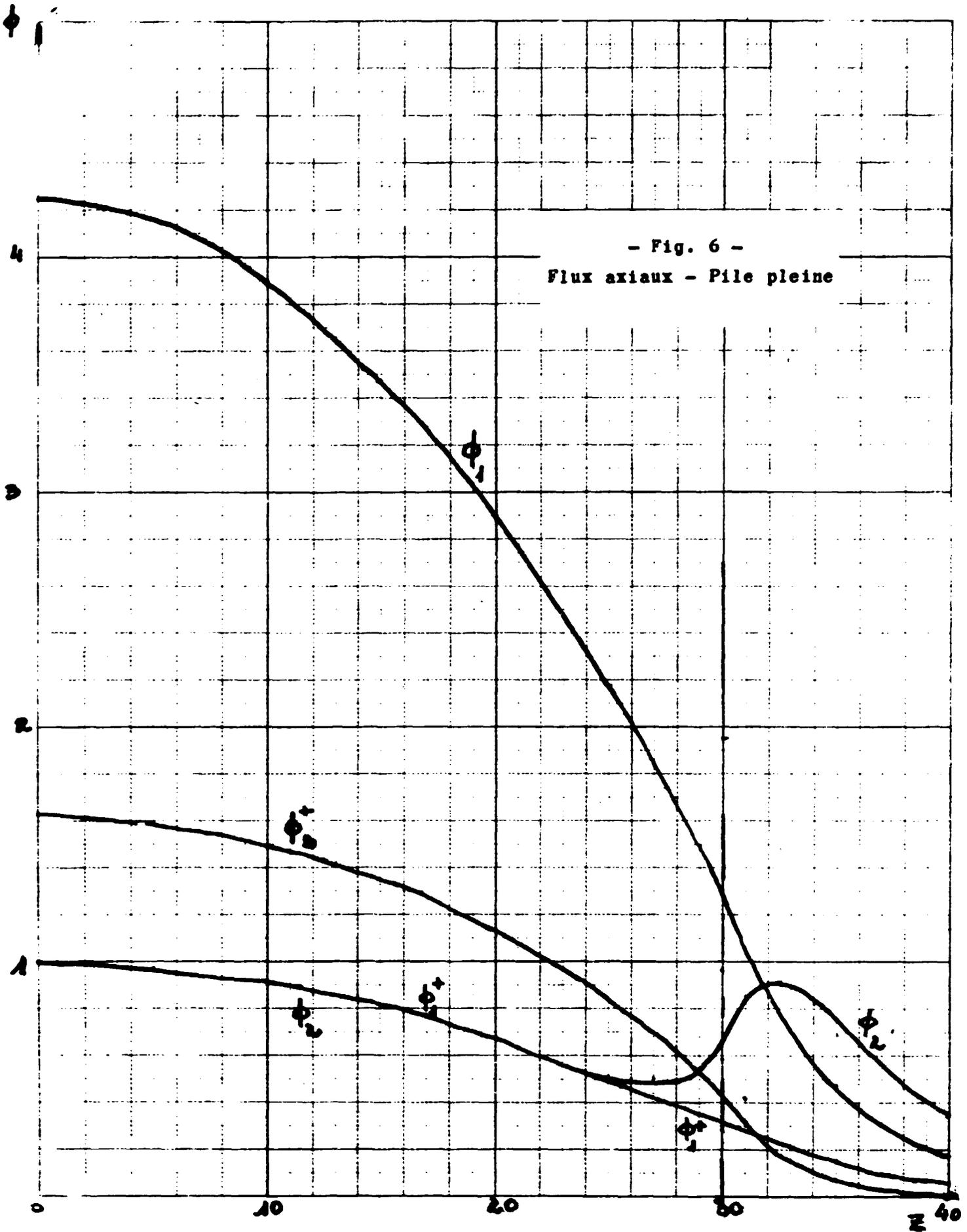
Les caractéristiques de Mélusine sont avec ces constantes résumées dans le tableau ci-après. Nous mettons en parallèle l'étude faite avec un réflecteur de graphite latéral, d'épaisseur infinie.

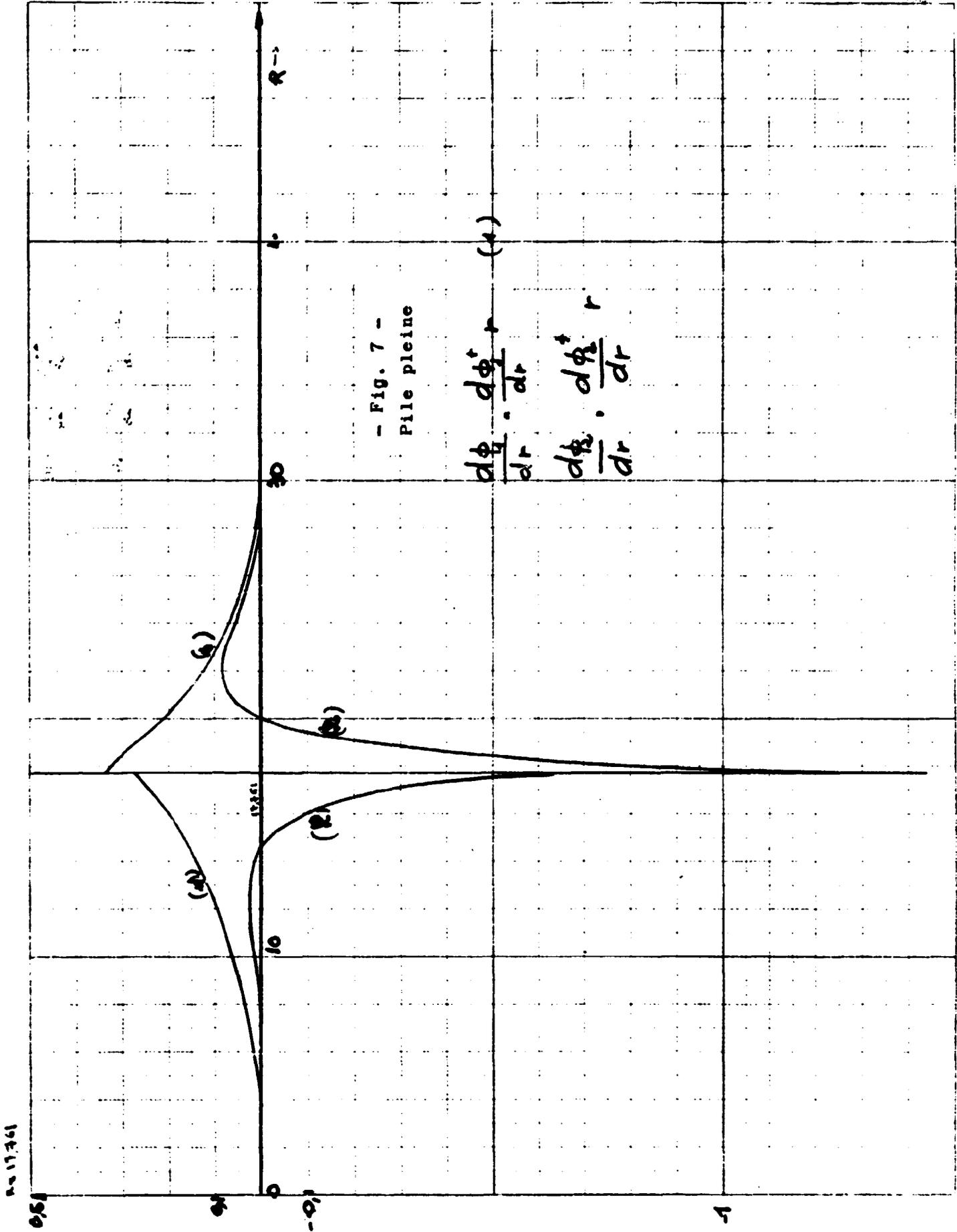
Coeur $\frac{V_{Al}}{V_{H_2O}} = 0,5$	Réflecteur d'eau	Réflecteur graphite densité 1,67
$D_{2c} = 0,235$	$D_{2r} = 0,1585$	$D_{2r} = 0,816$
$D_{1c} = 1,221$	$D_{1r} = 1,111$	$D_{1r} = 1,125$
$L_{2c}^2 = 2,596$	$L_{2r}^2 = 8,13$	$L_{2r}^2 = (53)^2$
$\tau_c = 53$	$\tau_r = 31,4$	$\tau_r = 345$
$\mu_0^2 = 0,01032$	$k_{1z} = 0,20116$	
	$k_{2z} = 0,36283$	
$\nu_0^2 = 0,41433$	$k_{2R} = 0,35317$	$k_{2R} = 0,04539$
$k_\infty = 1,58840$	$k_{1R} = 0,18317$	$k_{1R} = 0,06784$
$\rho = 0,9496$	$S_3 = 2,44812$	$S_3 = -1,5717$
$S_1 = 0,2351$	$\bar{\Sigma}_{2r} = 0,0195$	$\bar{\Sigma}_{2r} = 2,910^{-4}$
$S_2 = -3,18673$	$\Sigma_{1r} = 0,035$	
H vraie = 60	$S_3^+ = -2,8632$	$S_3^+ = +0,877$
$\bar{\Sigma}_{2c} = 0,0906$		
$\bar{\Sigma}_{1c} = 0,023$		
$S_1^+ = 1,62828$		
$S_2^+ = -22,071$		
$\alpha_2 = 0,001704$		
$\alpha = 0,04128$		
H extrapolée 76,1		
$\beta_2 = 0,008616$		
$\rho = 0,092825$		
R extrapolé 25,91		
$\nu_z = 0,65035$		
$\nu_R = 0,64501$		
rayon critique	17,75 cm	13,24
masse critique ^{235}U	2,820	1,570
masse critique parallélépipède Mp	3,100	1,710

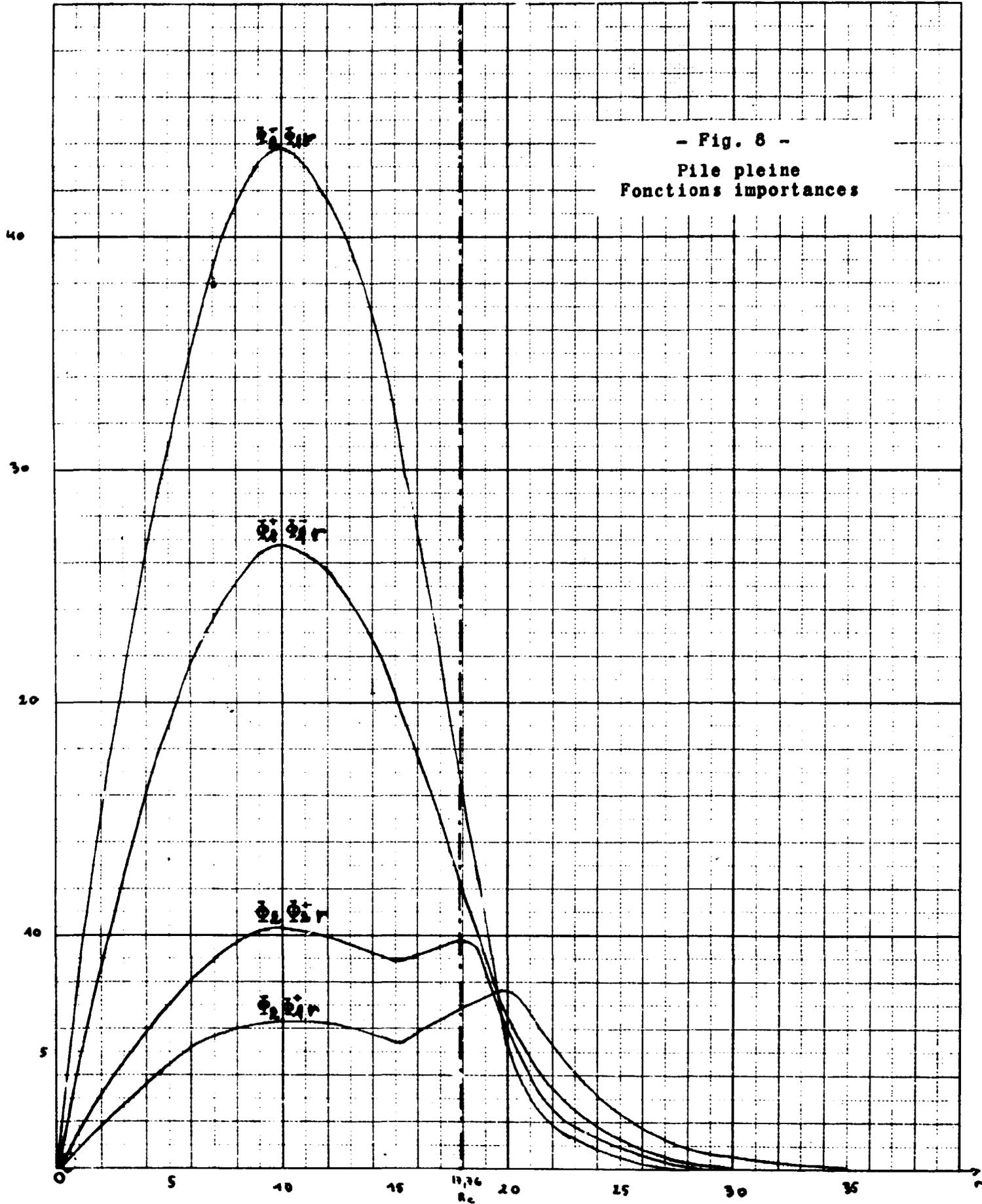
$\bar{\Sigma}_{2c}$, $\bar{\Sigma}_{2r}$, sont pondérées sur le spectre de Maxwell



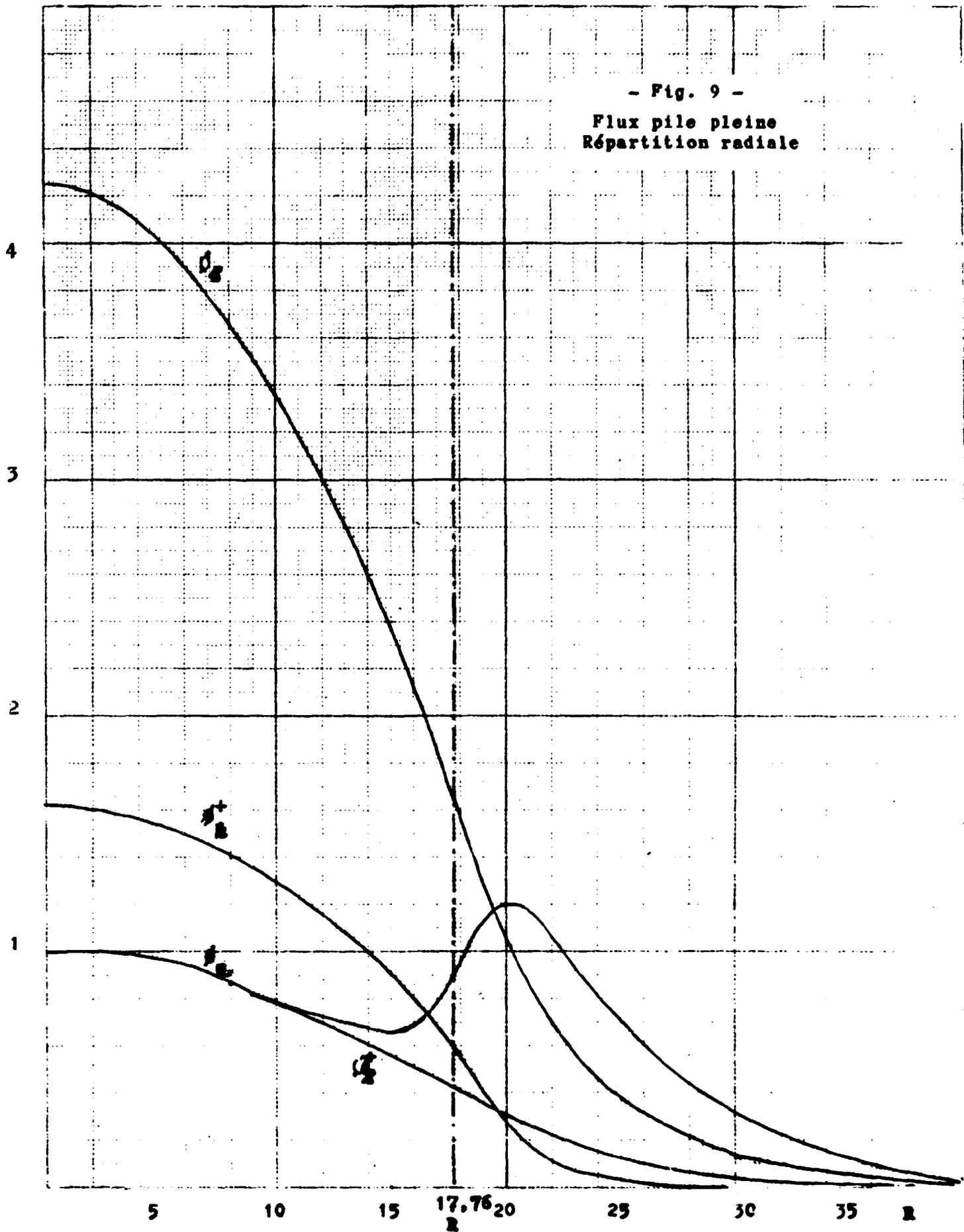








- Fig. 9 -
Flux pile pleine
Répartition radiale



CONCLUSIONS

La présence d'un réflecteur latéral infini, de graphite conduit à un gain appréciable en masse critique.

La masse de 2,800 kg d'uranium-235 pour la pile pleine réfléchie de tous côtés par l'eau, correspond à une pile idéale. En fait, le coeur réel du réacteur comporte 4 excavations recevant les barres de contrôle. Nous avons essayé de calculer l'effet dû à ces canaux d'eau, dans le cas où ces canaux se trouvent également excentrés (ce qui en général n'est pas le cas). Nous ne donnerons ici ni les résultats de calcul, ni la méthode de calcul. Ces calculs seront exposés dans les rapports relatifs aux expériences de démarrage. Précisons simplement que la présence de quatre canaux d'eau également excentrés dans le coeur fait passer la masse critique de 3,100 kg à environ 3,300 kg.

Remarquons de plus, que dans la pratique ces canaux se trouvent inégalement excentrés par rapport à l'axe de la pile.

EQUATIONS DES FLUX

Les valeurs numériques à introduire dans les équations des flux sont les suivantes :

Coefficients de couplage

$S_1 = 0,23509$	$S_1^+ = 1,6291$
$S_2 = -3,1852$	$S_2^+ = -22,0723$
$S_3 = 2,4481$	$S_3^+ = -2,8632$

Répartitions en z

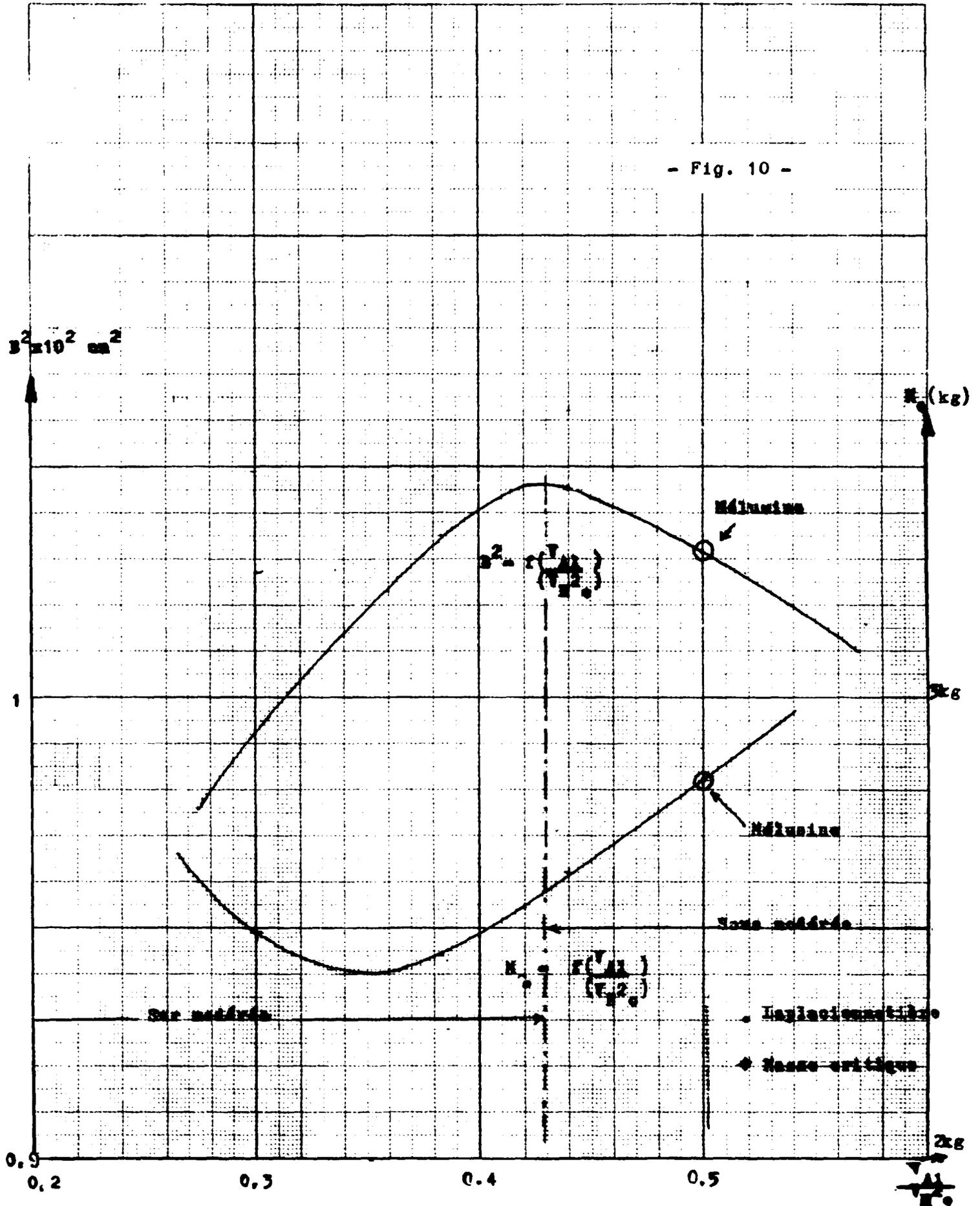
$A_z = 2,551$
$C_z = -0,42810^{-9}$
$F_z = 321,5$
$G_z = -0,7925 \cdot 10^5$
$A_z^+ = 1,681$
$C_z^+ = 0,3809 \cdot 10^{-10}$
$F_z^+ = -0,1435 \cdot 10^5$
$G_z^+ = 344,1$

Répartitions en r

$A_r = 1,8873$
$C_r = -0,5866 \cdot 10^{-5}$
$F_r = 28,357$
$G_r = -0,1525 \cdot 10^4$
$A_r^+ = 1,2525$
$C_r^+ = 0,52908 \cdot 10^{-6}$
$F_r^+ = -279,14$
$G_r^+ = 30,824$

$\sigma = 0,04128$	$\beta = 0,092825$
$\nu_z = 0,650348$	$\nu_r = 0,645013$
$k_{1z} = 0,201156$	$k_{1r} = 0,18317$
$k_{2z} = 0,36283$	$k_{2r} = 0,353178$

- Fig. 10 -



ETUDE DU LAPLACIEN MATIERE DE MELUSINE μ_0^2
 ET DE LA MASSE CRITIQUE EN FONCTION DU RAPPORT $\frac{V_{Al}}{V_{H_2O}}$

Nous laissons dans la cellule de volume variable le poids de ^{235}U , le poids d'aluminium constants et nous faisons varier le volume d'eau. Pratiquement ceci revient à espacer les éléments.

Les résultats sont transcrits dans le tableau suivant :

$\frac{V_{Al}}{V_{H_2O}}$	0,3	0,38	0,42	0,44	0,48	0,5	0,521
$\mu_0^2 \text{ cm}^{-2}$	0,00992	0,01035	0,01046	0,01046	0,01037	0,01032	0,01027
R_c	20	18,1	17,9	17,8	17,765	17,75	17,75
M_c géom. cylind.	2,490	2,440	2,545	2,620	2,750	2,820	2,895

Nous avons reporté la variation du laplacien matière et de la masse critique en fonction du rapport volume d'aluminium sur volume d'eau page

CONCLUSION

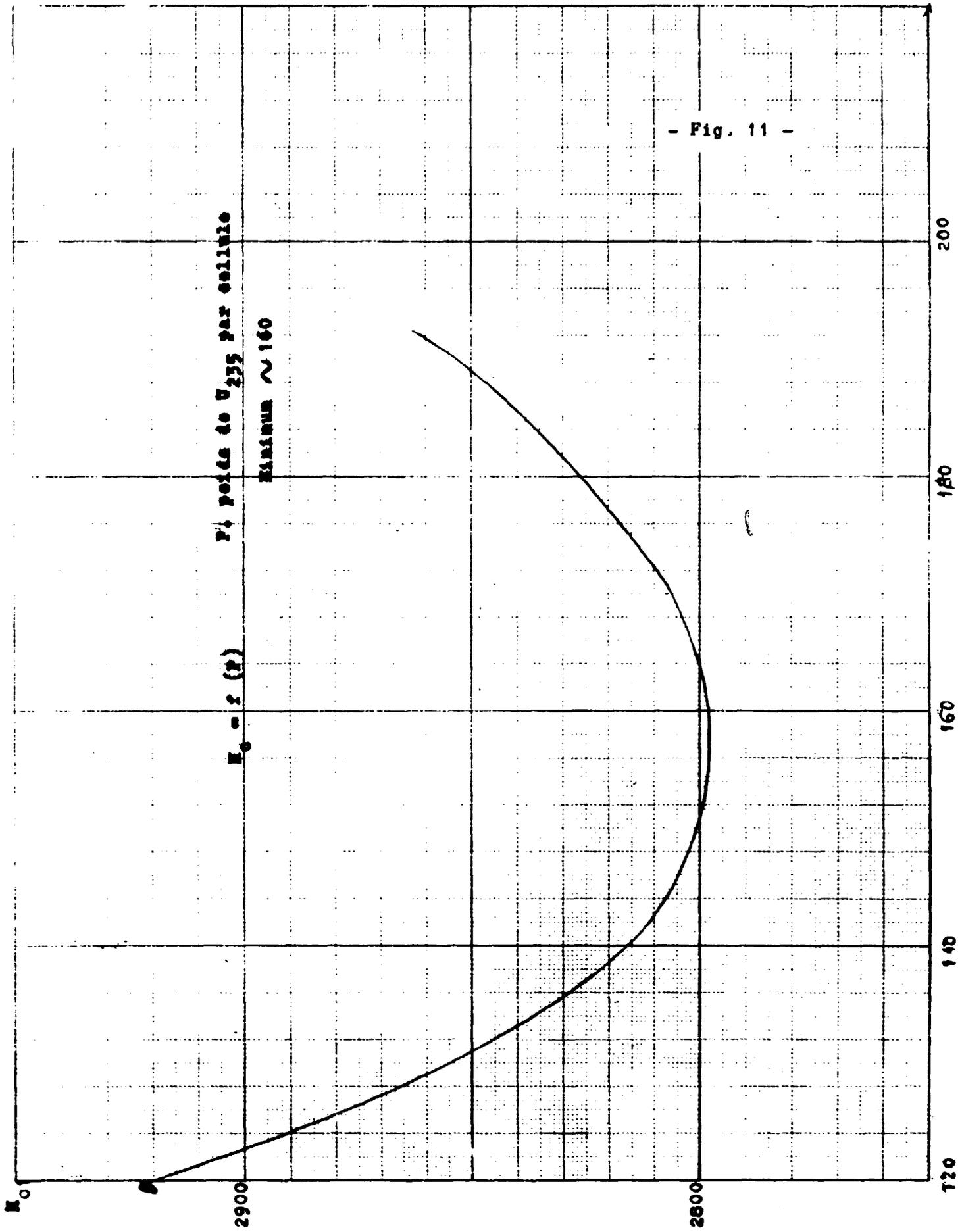
Le minimum de masse critique se situe aux environs de :

$$\frac{V_{Al}}{V_{H_2O}} = 0,35$$

Le rapport correspondant de Mélusine est $\frac{V_{Al}}{V_{H_2O}} = 0,5$.

Si ce rapport paraît élevé et situe la pile dans la zone sous modérée, il semble bien que des raisons technologiques imposent de ne pas descendre au-dessous d'un certain minimum d'aluminium. Nous n'avons malheureusement dans ce domaine que trop peu de renseignements.

D'autre part, les échanges thermodynamiques sont favorisés dans une certaine limite par l'augmentation du nombre de plaques et donc fixent le nombre minimum des plaques.



ETUDE DU MINIMUM DE LA MASSE CRITIQUE POUR LE RAPPORT $\frac{V_{Al}}{V_{eau}} = 0,5$
EN FONCTION DE LA MASSE D'URANIUM-235 PAR ELEMENT

Nous fixons donc le volume de la cellule. Ceci reviendrait pratiquement à augmenter ou à diminuer lors de la fabrication des éléments la masse d'uranium-235.

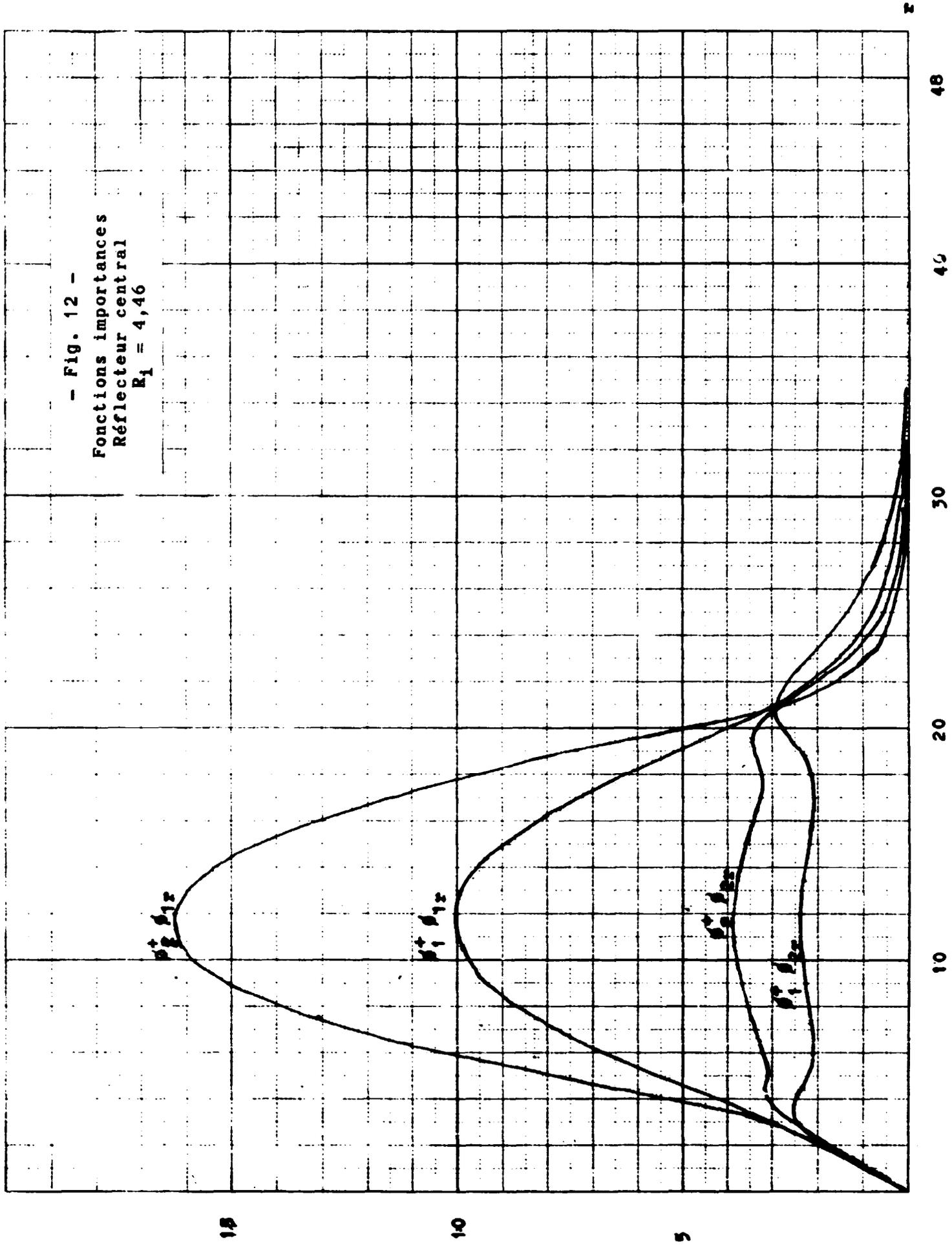
Les résultats sont groupés dans le tableau suivant :

M _{235U} par élément	120	140	160	170	175	178	185	190
Rayon critique	22	20	18,65	18,126	17,89	17,76	17,47	17,282
Masse critique Géométrie cylindrique	2.920	2.815	2.797	2.807	2.815	2.820	2.837	2.852

CONCLUSION

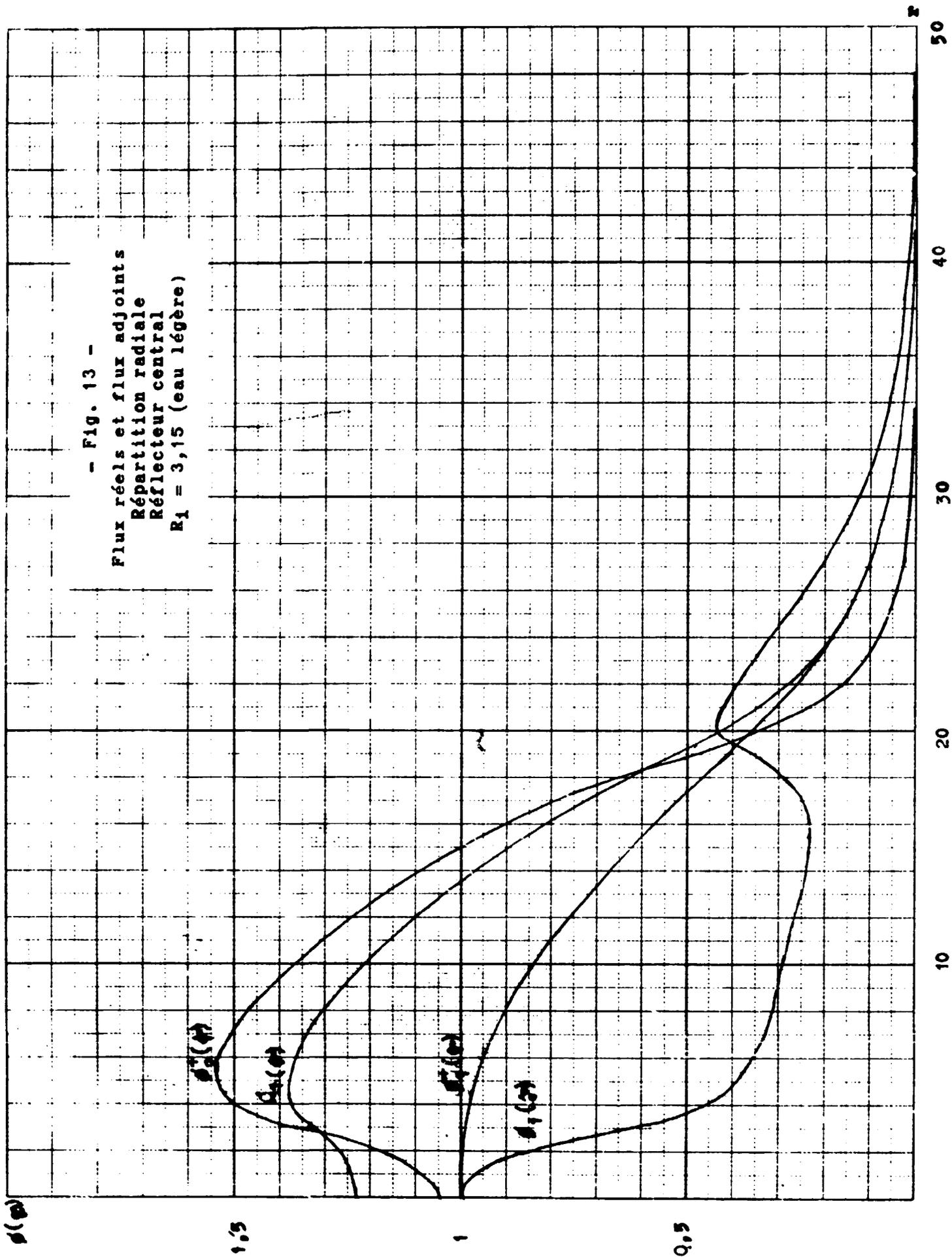
La courbe $M_c = f (M_{235U})$ montre que le minimum de masse critique correspondrait à un chargement de 160 grammes environ d'uranium-235 par élément.

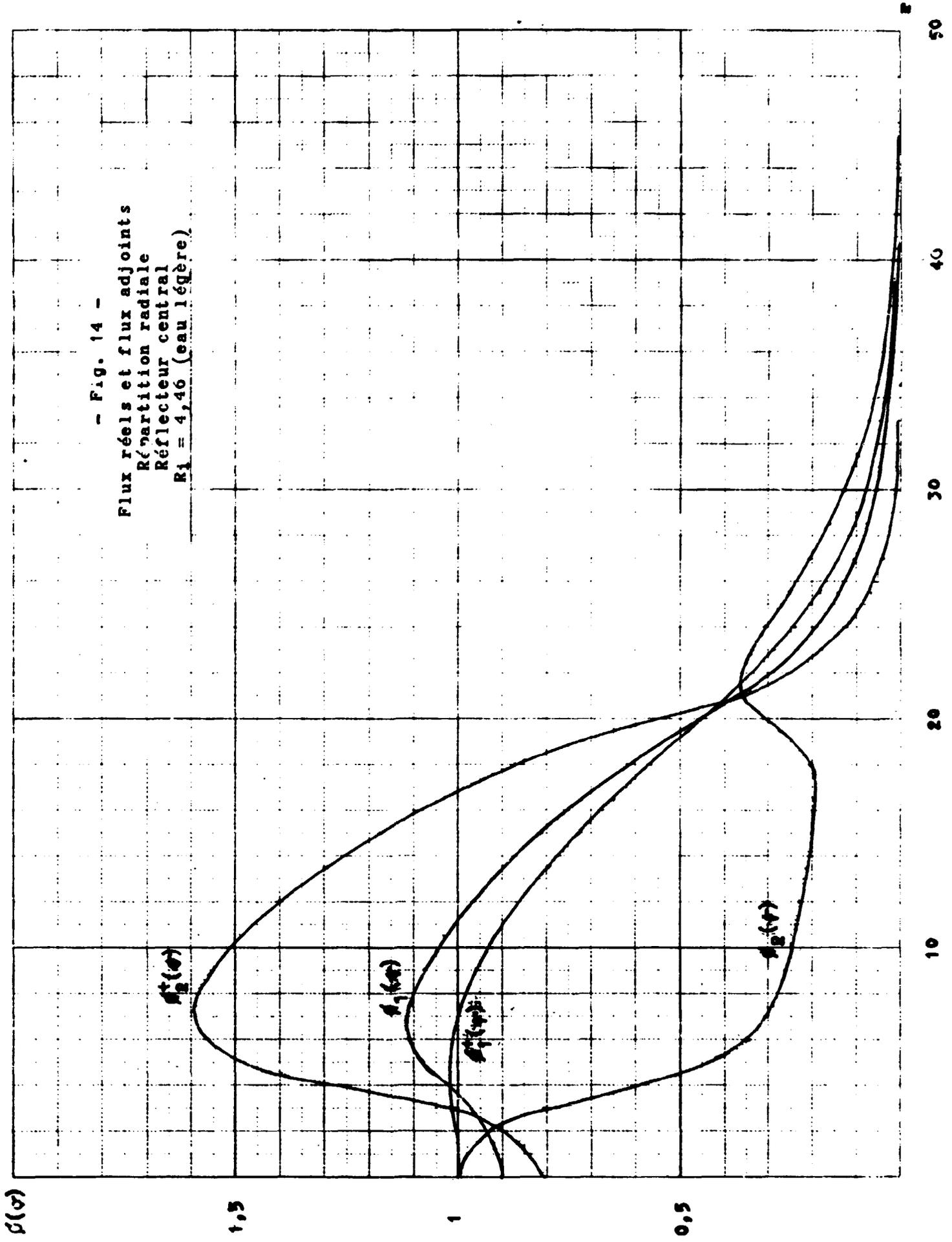
Rappelons que le chargement correspondant des éléments Mélusine est de 178 grammes. Donc la disparition de l'uranium-235 au cours de la marche en puissance tend à améliorer la réactivité et si les produits de fission n'apparaissaient, l'on atteindrait le réseau optimum pour $\frac{V_{Al}}{V_{H_2O}} = 0,5$ au bout de 300 MW jour environ.

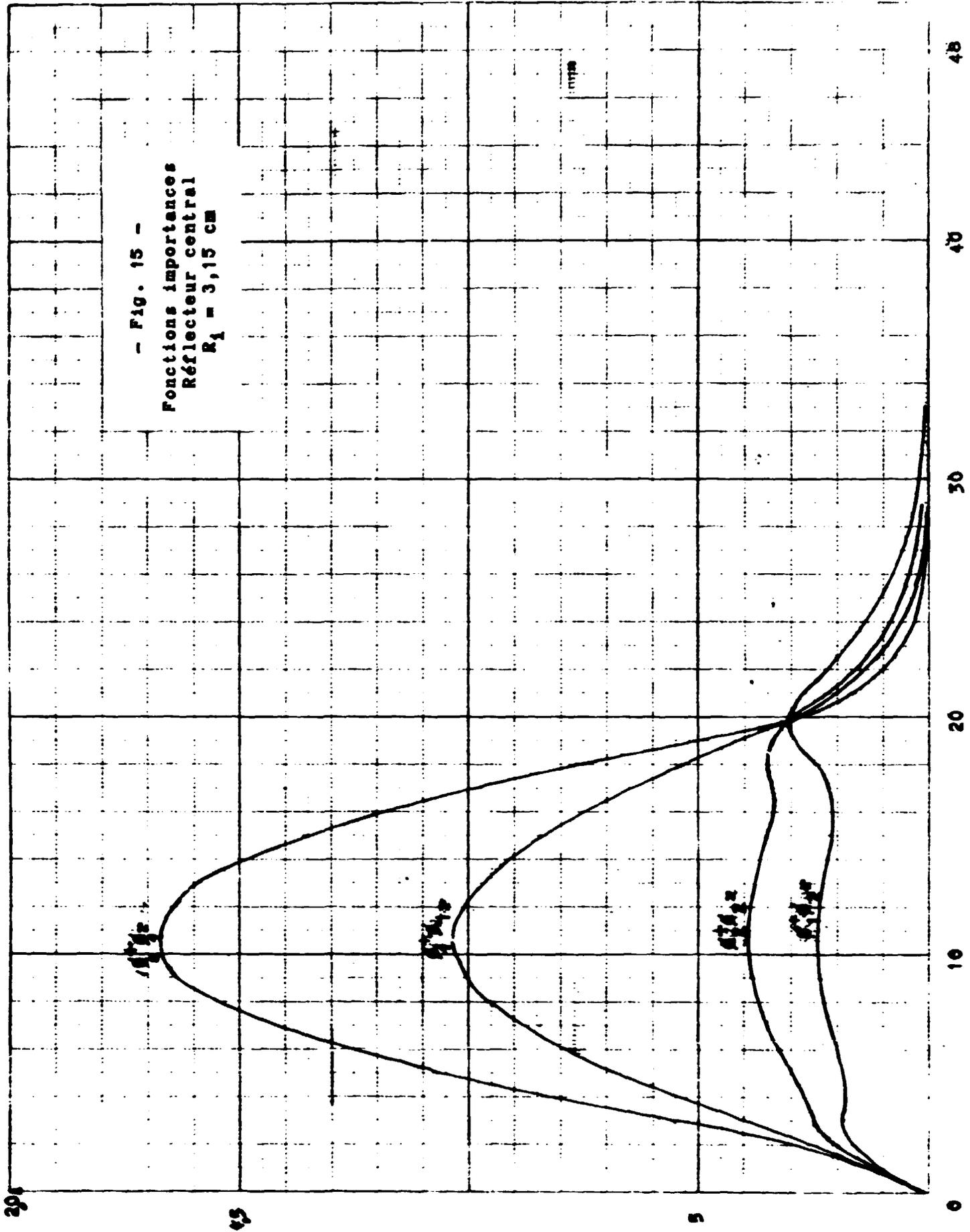


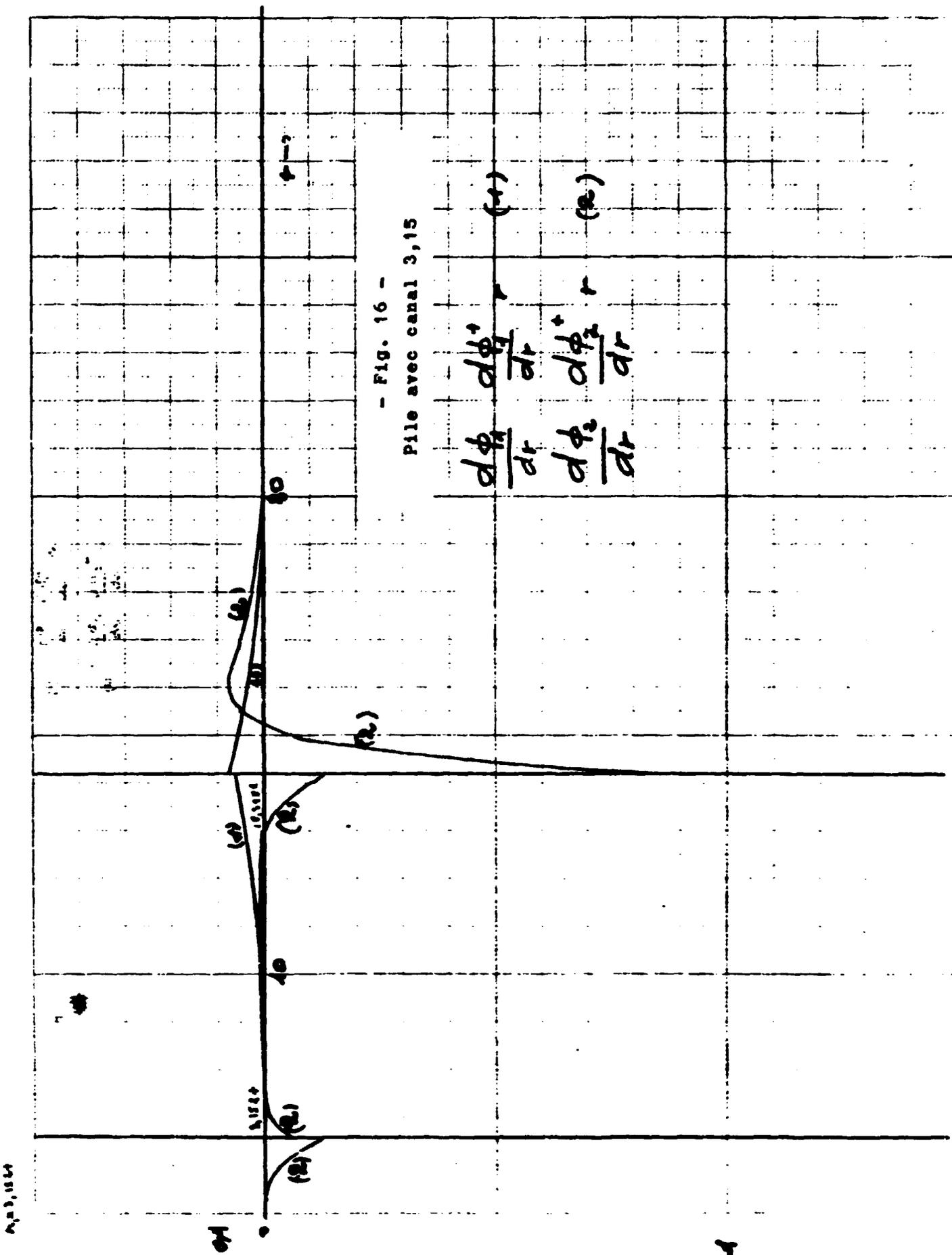
- Fig. 13 -

Flux réels et flux adjoints
Répartition radiale
Réflecteur central
 $R_1 = 3,15$ (eau légère)









- Fig. 16 -
Pile avec canal 3,15

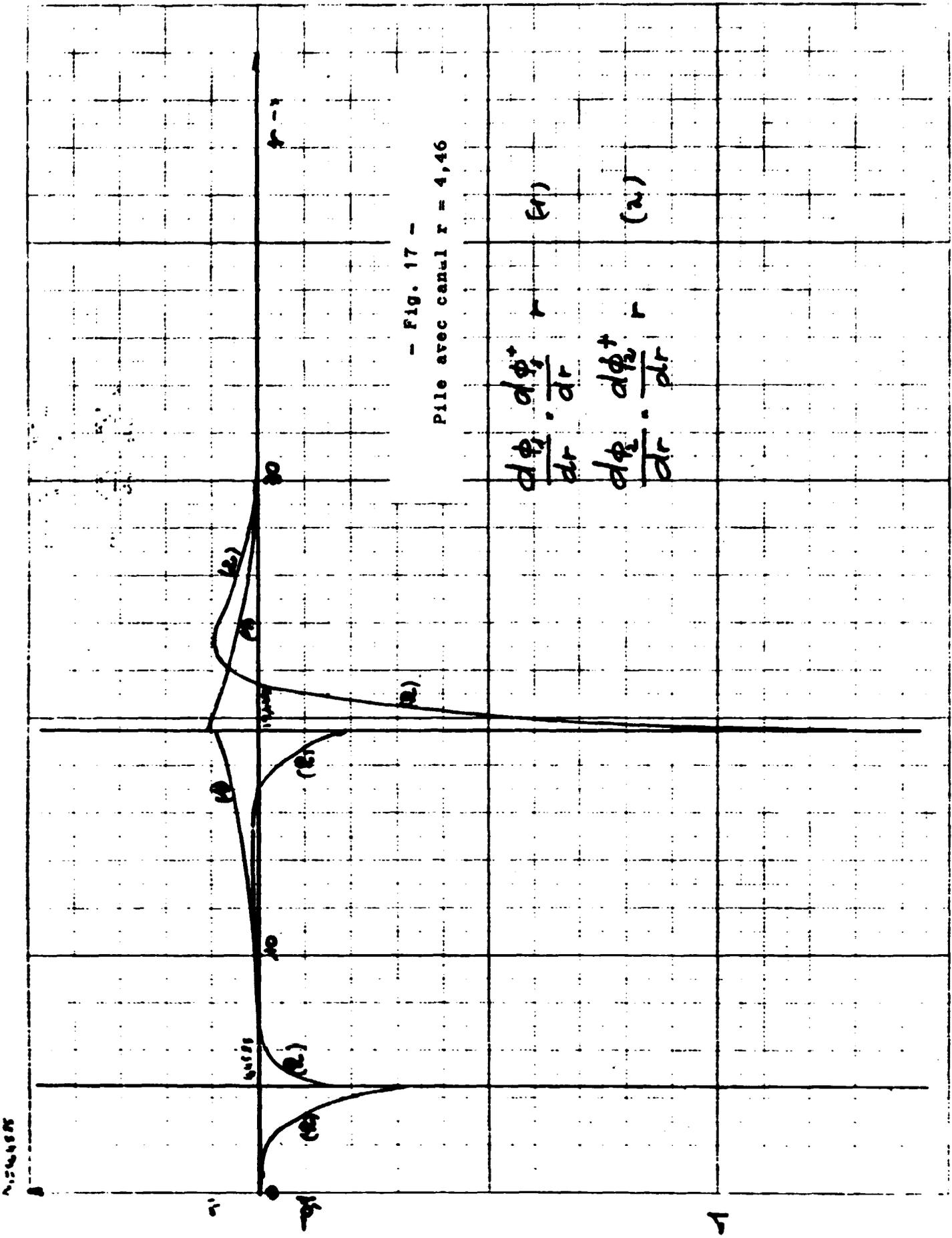
$$\frac{d\phi_1}{dr} \quad \frac{d\phi_1^+}{dr} \quad r \quad (a)$$

$$\frac{d\phi_2}{dr} \quad \frac{d\phi_2^+}{dr} \quad r \quad (b)$$

0,15, 0,15, 0,15

φ

r



ETUDE DES MASSES CRITIQUES DE MELUSINE AVEC REFLECTEUR CENTRAL

Nous ne donnerons pas ici les détails des calculs. Cette étude a été conduite par une théorie à trois milieux, théorie qui a fait l'objet d'un programme, en physique mathématique, sur machine IBM 650.

REFLECTEUR CENTRAL EAU LEGERE - REFLECTEUR DE TOUS COTES EAU LEGERE

Rayon interne en cm	2	3,15	4,46	5
Rayon critique en cm	17,9	18,4	19,43	19,97
Hauteur active	60 cm			
Masse critique Géométrie cylindrique		2 940	3 200	

Les réflecteurs internes d'eau légère de rayons 3,15 cm et 4,46 cm pratiquement correspondent respectivement au cas où l'on construirait un coeur avec des éléments combustibles autour d'un élément de contrôle, et au cas où l'on enlèverait l'élément central.

Comme ces deux cas feront l'objet d'expériences, nous donnons ici les répartitions radiales des flux réels et adjoints et les fonctions importances.

REFLECTEUR CENTRAL - EAU - REFLECTEUR LATERAL - GRAPHITE

Rayon interne en cm	0	3,15	4,46	8,92
Rayon critique en cm	13,24	13,88	14,9	20,14
Masse critique Géométrie cylindrique	1 570	1 640	1 810	2 920

Le cas $R_i = 8,92$ correspond à un coeur dont on aurait enlevé les 4 éléments centraux.

Notons que dans le domaine des températures qui nous intéresse la section efficace de transport de l'eau s'écarte de moins de 3 pour cent de la loi en $1/v$ (KAPL 1469).

Le rayon critique trouvé est :

$$R_c = 18,6 \text{ cm}$$

EVOLUTION A LONG TERME

L'étude de l'évolution dans le temps du "combustible" de Mélusine a porté sur une pile de 25 éléments fonctionnant à une puissance de 1 mégawatt.

Dans ces conditions les éléments se trouvent plongés dans un flux moyen de $\phi = 0,6 \cdot 10^{13} \text{ n/cm}^2/\text{s}$. La température moyenne du modérateur est supposée être 40 °C.

Lors de la capture des neutrons thermiques par l'uranium-235, ces noyaux d'uranium se trouvent détruits de deux façons différentes par fission ou par capture radiative.

Donc, au fur et à mesure de la marche normale en puissance, la matière fissile rentrant dans la composition du coeur disparaîtra donnant naissance à des produits de fission

D'autre part la présence d'uranium-238 dans le coeur de Mélusine entraînera l'apparition de plutonium. L'on peut dire que pour un noyau fissile (^{235}U ou Pu) détruit par fission ou capture radiative il y a γ noyaux de plutonium formés à partir de ^{238}U . γ est le facteur de conversion

$$\gamma = \frac{N_3 \sigma_3^f}{N_5 \sigma_5 + N_{pu} \sigma_{pu}}$$

A l'instant initial pour Mélusine

$$\gamma_0 = \frac{N_3 \sigma_3^f}{N_5 \sigma_5}$$

Ce plutonium est formé lors de la capture par ^{238}U d'un neutron thermique ou en ralentissement. Calculons la fraction ρ de neutrons capturés en ralentissement par neutron thermique capturé.

Pour un neutron thermique capturé dans l'uranium-235 il y a $\eta e^{-L_0^2 B^2} (1-\rho)$ neutrons en ralentissement capturés par ^{238}U . Remarquons que $(1 - e^{-L_0^2 B^2})$ représente les fuites rapides des neutrons jusqu'à l'énergie de résonance.

$$\text{D'où } \beta = \eta e^{-L_0^2 B^2} \frac{\Sigma_5}{N_3 \sigma_3} (1-\rho) \quad \epsilon \neq 1 \text{ ici}$$

Dès lors la section de capture de l'uranium-238 peut s'écrire :

$$\sigma_8^+ = (1+\beta) \sigma_8$$

Les différents noyaux satisfont donc, si $\phi t = \tau$, les équations suivantes :

$$\frac{dN_5}{d\tau} = -N_5 \sigma_5$$

$$\frac{dN_6}{d\tau} = N_5 \sigma_5 \frac{\alpha_5}{1+\alpha_5} - N_6 \sigma_6$$

$$\frac{dN_9}{d\tau} = N_8 \sigma_8^+ - N_9 \sigma_9$$

$$\frac{dN_8}{d\tau} = -N_8 \sigma_8^+$$

$$\frac{dN_0}{d\tau} = \frac{\alpha_9}{1+\alpha_9} N_9 \sigma_9 - N_0 \sigma_0$$

$$\frac{dN_1}{d\tau} = N_0 \sigma_0 - N_1 \sigma_1$$

$$\frac{dN_{pf}}{d\tau} = N_5 \frac{\sigma_5}{1+\alpha_5} + \frac{\sigma_9}{1+\alpha_9} N_9 + \frac{\sigma_1}{1+\alpha_1} N_1$$

$$\text{avec } \left\{ \begin{array}{l} \alpha_5 = \frac{\sigma_5 \text{ capt.}}{\sigma_5 \text{ fission}} \\ \alpha_1 = \frac{\sigma_1 \text{ capt.}}{\sigma_1 \text{ fission}} \\ \alpha_9 = \frac{\sigma_9 \text{ capt.}}{\sigma_9 \text{ fission}} \end{array} \right.$$

$N_5, N_6, N_9, N_8, N_0, N_1, N_{pf}$, sont respectivement le nombre de noyaux à l'instant t par cm^3 de ^{235}U , ^{236}U , ^{239}Pu , ^{238}U , ^{240}Pu , ^{241}Pu , et des produits de fission.

Conditions initiales :

$$N_5^0 = 1,216 \cdot 10^{20}$$

$$N_6^0 = 0$$

$$N_9^0 = 0$$

$$N_8^0 = 4 N_5$$

$$N_0^0 = 0$$

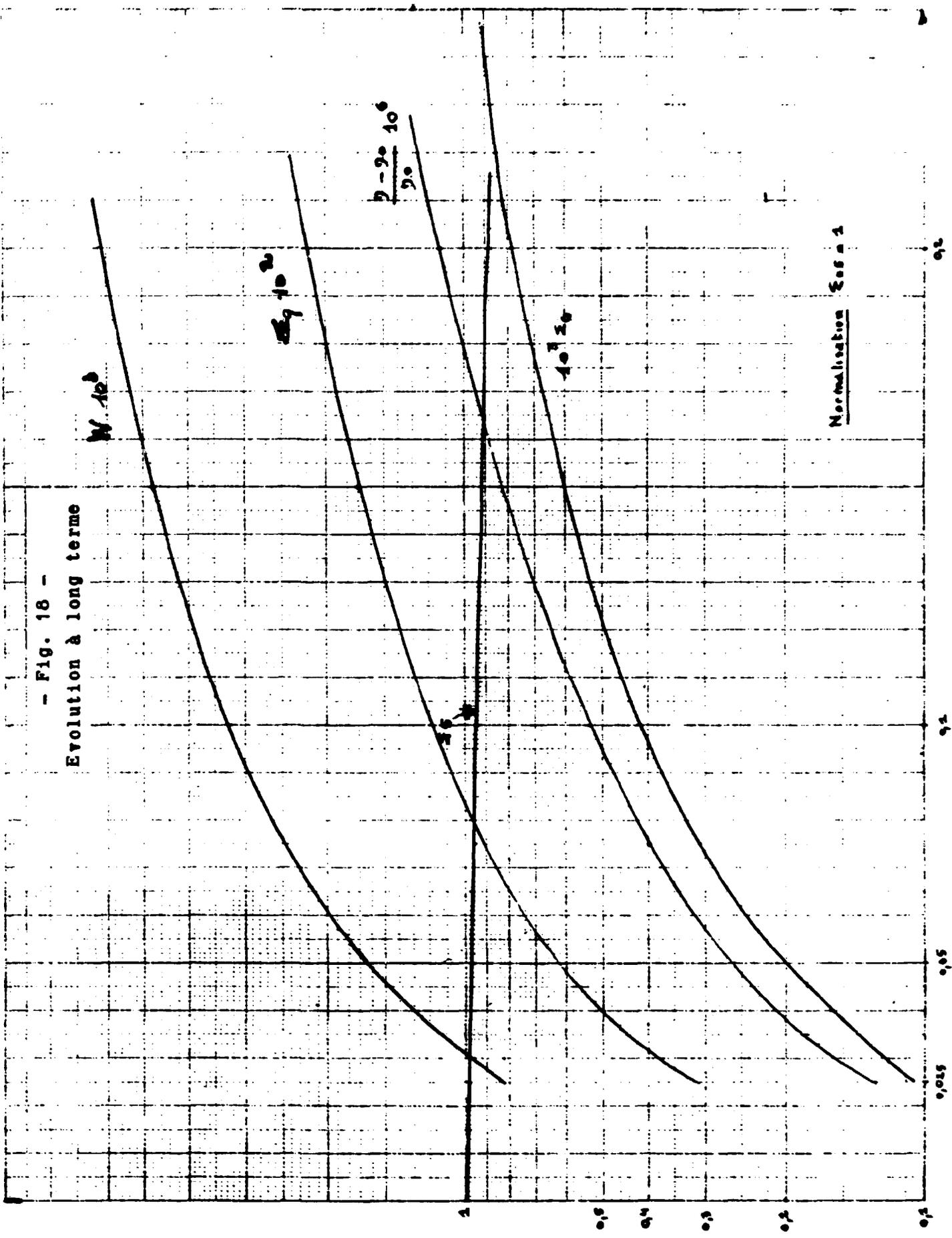
$$N_1^0 = 0$$

$$N_{pf}^0 = 0$$

Evolution à long terme

- Fig. 18 -

Evolution à long terme



Si l'intégration des 2 premières équations est simple, la présence du terme σ_g^x rend plus délicate l'étude du système.

Disparition de ^{235}U :

$$N_g = N_g^0 e^{-\sigma_g^x \phi t} = N_g^0 e^{-\sigma_g^x x}$$

Ces équations ont été programmées dans le Service de Physique Mathématique (rapport SPM à paraître).

Remarquons que la partie épithermique du terme σ_g^+ est énorme dans le cas de Mélusine.

$$\sigma_g^+ = 5,7 \sigma_g$$

Facteur de conversion initial :

$$\gamma_0 \neq 0,09$$

Le facteur de conversion est très faible, ce qui n'est pas surprenant pour une pile à uranium enrichi à 20 pour cent.

Le calcul a été passé sur programme IBM 650. Les valeurs numériques étaient prises pour une température de 40 °C.

A 2200 m/s nous adoptons pour les sections efficaces les valeurs suivantes :

$$\begin{array}{l}
 {}^{235}\text{U} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{235\text{U}} = 687 \text{ barns} \\ \sigma_f = 580 \text{ barns} \end{array} \right. \quad \eta_5 = 2,09 \quad \left\{ \begin{array}{l} {}^{236}\text{U} \sigma_a = 25 \text{ barns} \\ {}^{238}\text{U} \sigma_a = 2,75 \text{ barns} \end{array} \right. \\
 \\
 {}^{239}\text{Pu} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_a = 1027 \text{ barns} \\ \sigma_f = 738 \text{ barns} \end{array} \right. \quad \eta_1 = 2,03 \\
 \\
 {}^{241}\text{Pu} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_a = 1,365 \sigma_f \\ \sigma_f = 1100 \text{ barns} \end{array} \right. \quad \eta_1 = 2,13
 \end{array}$$

Les courbes d'évolution des divers paramètres sont tracées ci-contre.

CONCLUSION

La formation de plutonium est faible. Disons que pour un fonctionnement de 250 MW, il se forme dans le cas de la pile de 25 éléments 30 grammes environ de plutonium. Il disparaît dans ces conditions 340 grammes d'uranium-235 soit l'équivalent de deux éléments normaux.

C O N T R O L E

- 1° Barre centrale de compensation en cadmium
- 2° Barre centrale de compensation en cadmium mais creuse et remplie d'eau
- 3° Barre excentrée
- 4° Etude d'une barre de réglage en acier inoxydable
- 5° Effet de la longueur d'une barre et effet différentiel
- 6° Echauffement d'une barre de compensation

CONTROLE - ETUDE DE L'EFFICACITE DES BARRES DE SECURITE

Le réseau des barres de contrôle comprend 3 barres de sécurité, servant à la compensation et une barre de réglage.

BARRES DE COMPENSATION

Une feuille de cadmium de 1 mm d'épaisseur est insérée entre deux cylindres d'acier inoxydable de 1 mm d'épaisseur.

La hauteur de la feuille de cadmium est de 49 cm. Ces barres sont creuses et l'eau peut circuler à l'intérieur.

Le rayon moyen de la feuille de cadmium est $R = 2,16$ cm.

Ces barres doivent permettre d'absorber à froid au moins l'excédent de réactivité, qui peut compenser la formation de xénon, de samarium, l'effet de température, et l'effet des canaux expérimentaux lorsque le coeur passe du milieu de travail avec canaux, au milieu de travail sans canaux (réflecteur infini de tous côtés). Ce dernier effet est impossible à calculer d'une façon précise, il sera déterminé expérimentalement.

L'on peut chiffrer à environ 2900 p.c.m. la somme des effets xénon, samarium et température.

BARRE DE REGLAGE

La barre de réglage est en acier inoxydable creuse elle aussi, d'épaisseur 1,5 mm. Sa hauteur est de 54 cm environ.

Son effet doit être d'environ 400 p.c.m.. En fait nous nous sommes imposés comme règle impérative un effet nettement inférieur à 700 p.c.m..

Remarque : En régime normal, ces barres peuvent occuper par exemple sur un coeur de 25 éléments, 2 positions géométriques :



1° position dite en carré : les barres sont situées à 11,2 cm du centre ;



2° position dite en losange : les barres sont situées à 8 cm du centre.

Les calculs ont été conduits en géométrie cylindrique.

Nous avons étudié :

- 1° Efficacité d'une barre pleine en cadmium au centre de Mélusine ;
- 2° Efficacité d'une barre creuse (eau à l'intérieur de la barre), au centre du coeur ;
- 3° Efficacité d'une barre excentrée ;
- 4° Etude d'une barre de réglage en acier inoxydable ;
- 5° Effet de la longueur de la barre et effet différentiel ;
- 6° Echauffement d'une barre de compensation.

Nous avons exprimé l'efficacité des barres en ΔR_c , variation du rayon critique.

1° Etude d'une barre pleine en cadmium au centre du coeur de Mélusine

La théorie classique à plusieurs milieux permet d'obtenir les rayons critiques (programme machine IBM 650 SPM).

Hypothèses : limite de séparation cadmium-coeur :

La longueur d'extrapolation des neutrons thermiques est celle du corps noir (théorie de Davison).

La longueur d'extrapolation des neutrons rapides est supposée infinie.

Pour différents rayons de la barre R_b , l'on trouve :

R_b cm	2	2,16	3	3,5	4
λ thermique	0,565	0,56	0,546	0,5455	0,545
R_c cm	19,17	19,28	19,86	20,21	20,57

2° Etude de la barre creuse, située au centre du coeur

Les solutions à l'intérieur de la barre, des équations différentielles, que vérifient les flux, sont de la forme :

$$\phi_1 = A I_0 (X_1, \nu)$$

$$\phi_2 = S_2 A I_0 (X_1, \nu) + B I_0 (X_2, \nu)$$

avec

$$X_1^2 = \frac{1}{\nu H_2 O} + \alpha^2$$

$$X_2^2 = \frac{1}{L_2^2 H_2 O} + \alpha^2$$

A et B étant 2 coefficients

Les longueurs d'extrapolation λ sont définies ainsi :

λ thermique = celle du corps noir (Davison)

$$\lambda \text{ rapide} = \frac{I_0 (X_1, R_b)}{X_1 I_1 (X_1, R_b)}$$

l'on trouve :

pour $R_b = 2,16$ cm R critique = 20,02 cm

soit une amélioration de 25 pour cent environ sur l'efficacité $(\frac{\delta k}{k})$

Cas réel

L'acier inoxydable n'est pas en fait en contact avec l'élément combustible. L'on peut considérer que la barre est entourée extérieurement d'une pellicule d'eau de rayon extérieur équivalent à $R_{ex} = 3,15$ cm.

Nous avons trouvé :

R_b	2,16
R_{ex}	3,1516
R_c	20,25 cm

EVALUATION EN REACTIVITE

Il faut ici bien préciser les piles dont il est question.

La pile avec canal d'eau au centre et barre de sécurité a un rayon cri-

tique de 20,25 cm. Imaginons que nous enlevions la barre de sécurité et que nous remplissons le canal d'eau de combustible, cette pile est nettement surcritique. La variation de k_{∞} qui rendrait cette pile critique est :

$$\Delta k_{\infty} = 8600 \cdot 10^{-5}$$

Par contre la pile présentant en son centre seulement un canal d'eau de rayon 3,15 est critique ; un rayon externe de $R_c = 18,4$ cm. Si nous remplissons ce canal de combustible, elle devient surcritique et la variation du k_{∞} qui rendrait à nouveau cette pile critique est :

$$\Delta k_{\infty} = 2600 \cdot 10^{-5}$$

Nous dirons que l'efficacité réelle de la barre peut être représentée par :

$$\Delta k_{\infty} = 6000 \cdot 10^{-5}$$

BARRE EXCENTREE

Nous savons par la théorie des perturbations que l'influence d'un poison sur la réactivité est donnée par la formule :

$$\Delta k_{\infty} = \frac{\int_{\text{cœur}} \Sigma_a \phi_2 \phi_1^+ d\omega}{\int_{\text{cœur}} \Sigma_a \phi_1^+ \phi_2 d\omega}$$

d'où

$$\Delta k_{\infty} = \Delta k_{\infty \text{ centré}} \times \frac{(\phi_2 \phi_1^+)_{\text{excentré}}}{(\phi_2 \phi_1^+)_{\text{centré}}}$$

Si la distance des barres est pour les deux cas qui nous intéressent $d = 8$ cm et $11,12$ cm :

	$d = 8$ cm	11,2
$\frac{\phi_2 \phi_1^+}{\phi_1^+ \phi_2}$ exc.	0,755	0,56
$\frac{\phi_2 \phi_1^+}{\phi_1^+ \phi_2}$ centré		
$\frac{\delta k_{\infty}}{k_{\infty}}$ -p.c.m.	2.850	2.100

EFFET D'OMBRE

Une étude de l'effet d'ombre par une théorie analogue à celle de Codd et Rennie nous conduit dans le cas des barres distantes de 8 cm du centre à un effet d'ombre faible de l'ordre de 2 à 3 pour cent.

Par contre dans le cas où $d = 11,12$ nous avons trouvé un effet d'ombre positif de l'ordre de 15 pour cent.

Nous ne donnerons pas ici le détail des calculs, ni les hypothèses de calculs. Il ne faut voir dans les chiffres précisés ici que des ordres de grandeur, les canaux et les barres de sécurité créant dans le coeur des perturbations, de volume considérable comparé au volume du coeur.

Des expériences seront conduites de façon à confirmer ou à infirmer les hypothèses de calcul.

Remarque : il est à noter que des barres en carbure de bore auraient une efficacité plus grande que les barres de cadmium. Ceci est dû à la capture en $1/V$ du bore. La section efficace de capture du bore est plus grande que celle du cadmium pour les neutrons dont l'énergie est de l'ordre de quelques électronvolts.

EFFICACITE D'UNE BARRE DE REGLAGE

Cette barre, nous l'avons dit, se compose d'un cylindre creux d'acier inoxydable. Ce calcul a été conduit par la théorie de la "couche mince" et passé sur programme IBM n° 400 SPM Lago. L'hypothèse essentielle réside dans le fait que les flux thermiques et rapides sont supposés égaux de part et d'autre de la couche mince. Or, ici les épaisseurs considérées d'acier inoxydable sont faibles.

De plus, le nombre de neutrons thermiques absorbés et le nombre de neutrons en ralentissement devenant thermiques, sont respectivement proportionnels à $e\Sigma_{2b}$ et $e\Sigma_{1b}$ où e est l'épaisseur du cylindre d'acier inoxydable et Σ_{2b} et Σ_{1b} les sections macroscopiques de la barre pour le groupe thermique (capture) et rapide. Nous négligeons en fait ici Σ_{1b} .

Nous avons trouvé si $\Sigma_{2b} = 0,24 \text{ cm}^{-1}$ (acier inox 66 pour cent fer et 18,8 pour cent chrome Handbook p. 747).

e cm	0,1	0,2	0,25	0,3	0,4
rayon critique en cm	18,73	18,95	19,02	19,09	19,17

soit pour une épaisseur 0,1 cm

$$\Delta k_{\infty} = 1100$$

mais si elle est située à 11,12 cm du centre :

$$\frac{\Delta k_{\infty}}{k_{\infty}} = 390 \text{ p.c.m. } \neq 400 \text{ p.c.m.}$$

à 8 cm

$$\frac{\Delta k_{\infty}}{k_{\infty}} \neq 550 \text{ p.c.m.}$$

EFFET DE LA LONGUEUR DE LA BARRE ET EFFET DIFFERENTIEL

La longueur de la zone de cadmium est $\ell = 49$ cm soit z la cote du centre de gravité de la plaque de cadmium par rapport au plan horizontal médiateur du coeur. Pour $z = 0$ l'antiréactivité de la barre est maximum.

$$\rho = \rho_{\max}$$

Les répartitions axiales du flux réel et adjoint des neutrons thermiques sont dans le coeur :

$$\phi_{23} = \cos \alpha z + \frac{S_2}{S_1} \frac{C_2}{A_2} \operatorname{ch}(\nu_2 z)$$

$$\phi_{23}^+ = \cos \alpha z + \frac{S_2^+}{S_1^+} \frac{C_2^+}{A_2^+} \operatorname{ch}(\nu_2 z)$$

dans le réflecteur :

$$\phi_{23} = \frac{G_2}{S_1 A_2} e^{-k_{23} z} + \frac{S_2 F_2}{S_1 A_2} e^{-k_{13} z}$$

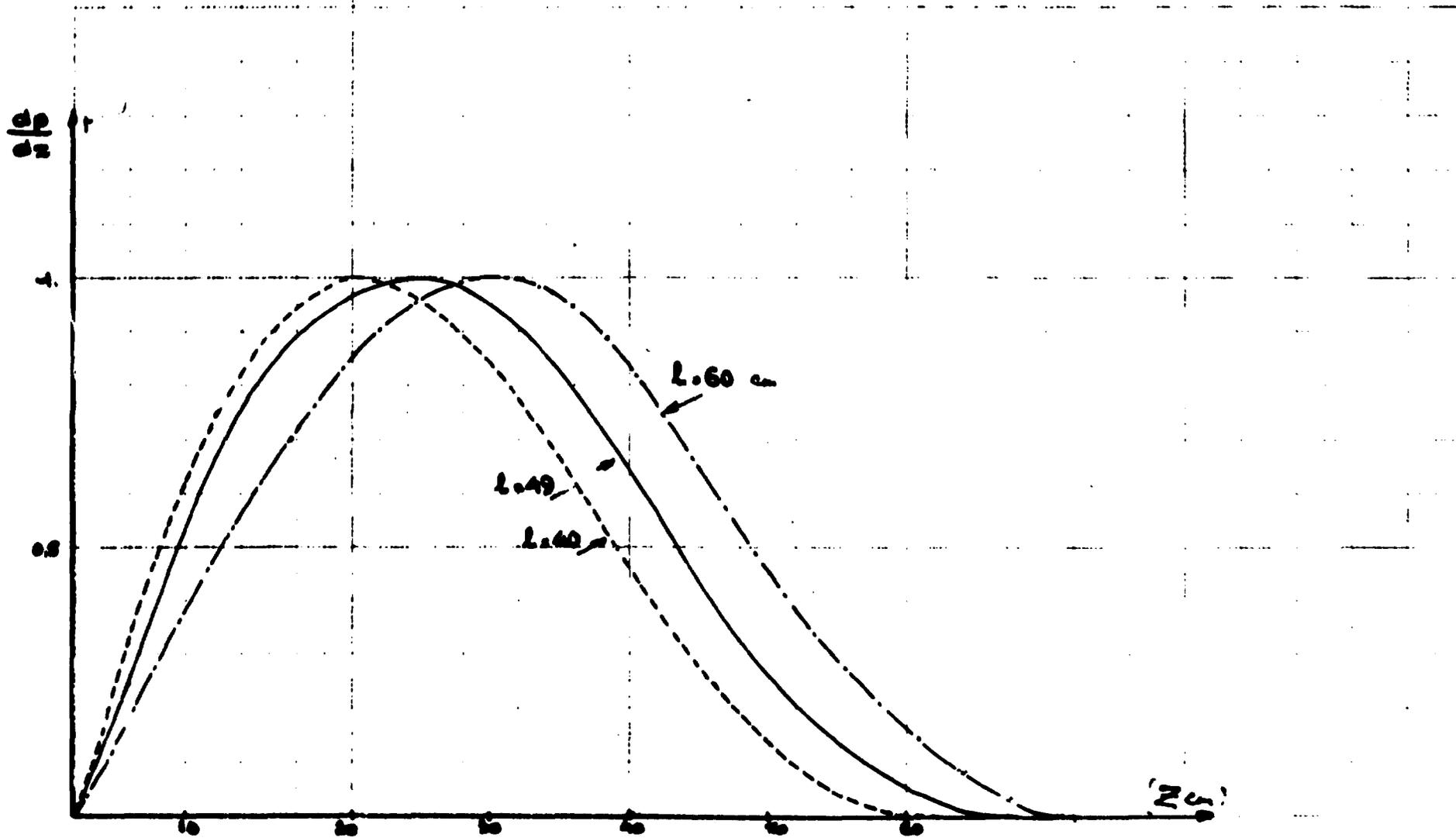
$$\phi_{23}^+ = \frac{S_2^+ F_2^+}{S_1^+ A_2^+} e^{-k_{23} z}$$

Valeurs numériques :

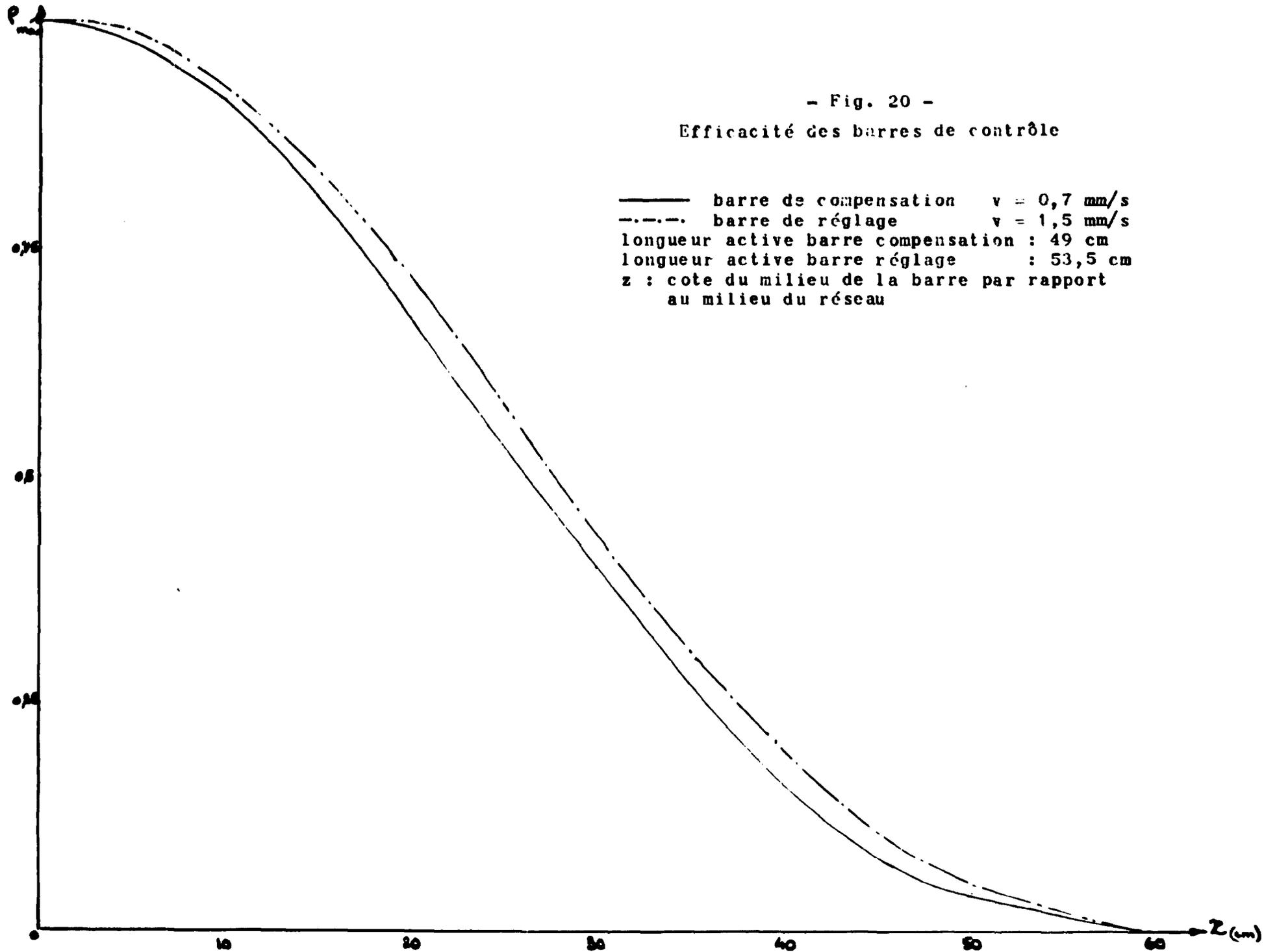
S_2	= - 3,1852	S_2^+	= - 22,072
S_1	= 0,23509	S_1^+	= 1,629
C_2	= - 0,428 10^{-9}	C_2^+	= 0,3809 10^{-10}
A_2	= 2,551	A_2^+	= 1,681
ν_2	= 0,650348	S_2^+	= - 2,863
α	= 0,04128	F_2	= 321,5
S_3	= 2,448	G_2	= - 0,7925 10^5

- Fig. 19 -

Effet différentiel de la barre de compensation pour différentes longueurs de barre



unités arbitraires



- Fig. 20 -

Efficacité des barres de contrôle

— barre de compensation $v = 0,7 \text{ mm/s}$
-.-.- barre de réglage $v = 1,5 \text{ mm/s}$
longueur active barre compensation : 49 cm
longueur active barre réglage : 53,5 cm
z : cote du milieu de la barre par rapport
au milieu du réseau

$$\begin{aligned} k_{1z} &= 0,20116 & F_z^+ &= - 0,1435 \cdot 10^5 \\ k_{2z} &= 0,3628 \end{aligned}$$

Pour chaque cote z de la barre, l'efficacité est proportionnelle à :

$$\frac{P(z)}{P_{\max}} \approx \frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{z+\frac{l}{2}} \phi_{2z} \phi_{2z}^+ dz}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \phi_{2z} \phi_{2z}^+ dz} \quad (\text{où } l = 49 \text{ cm})$$

or :

$$P_{\max} = P_{\infty} \frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \phi_2 \phi_2^+ dz}{\int_{-\infty}^{\infty} \phi_2 \phi_2^+ dz}$$

P_{∞} représentant l'antiréactivité d'une barre qui serait infiniment longue.

Le rapport des intégrales de l'expression précédente conduit à :

$$\boxed{\frac{P_{\max}}{P_{\infty}} = 0,9}$$

Les valeurs numériques de l'antiréactivité des barres de compensation trouvées précédemment sont donc pour le cas réel à multiplier par 0,9.

Nous avons construit pour une barre de 49 cm de long son antiréactivité en fonction de la cote z .

EFFICACITE DIFFERENTIELLE

Elle est définie par :

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \left(\phi_{2y} \left(y + \frac{l}{2} \right) \phi_2^+ \left(y + \frac{l}{2} \right) - \phi_2 \left(y - \frac{l}{2} \right) \phi_{2y}^+ \left(y - \frac{l}{2} \right) \right)$$

Nous avons construit cette courbe pour plusieurs longueurs de barres :

- l = 40 cm
- l = 49 cm
- l = 60 cm

ECHAUFFEMENT DE LA BARRE DE COMPENSATION (barre centrale)

La capture d'un neutron thermique par le cadmium provoque un certain nombre de γ . Nous pouvons considérer que l'énergie totale émise est de l'ordre de 8 MeV (note SPM J. BUSSAC 23/11/1953).

Ce calcul est conduit pour une barre de compensation au centre du coeur.

L'étude de la courbe des flux nous donne le flux sur la barre. Il est tel que :

$$\phi_b = 0,32 \quad \phi_{\max} = 0,32 \cdot 10^{13} \text{ n/cm}^2$$

Le courant J est égal à :

$$J = 0,135 \cdot 10^{13}$$

Si nous prenons comme coefficient moyen d'absorption :

- pour le cadmium $\mu = 0,22 \text{ cm}^{-1}$
- pour l'acier inoxydable $\mu = 0,16 \text{ cm}^{-1}$

et en tenant compte du fait que le cylindre de cadmium a une épaisseur de 1 mm en sandwich entre deux cylindres d'acier inoxydable d'épaisseur 1 mm chacun, nous trouvons une quantité de chaleur dégagée dans la barre :

$$Q = 0,25 \text{ W/cm}^2$$

Nous pouvons en déduire que, du fait de la circulation à l'intérieur et à l'extérieur de la barre, il n'y a pas de problème pour évacuer $0,25 \text{ W/cm}^2$.

PERTURBATIONS

- 1° Facteurs importances $\left\{ \begin{array}{l} \text{matériaux fissiles} \\ \text{poisons} \\ \text{effet de vide} \end{array} \right.$
- 2° Temps de vie
- 3° Etude du xénon
- 4° Etude du samarium
- 5° Coefficient de température

Il est intéressant de connaître l'effet sur la réactivité de matériaux fissiles, poisons et de "vides". Nous traiterons dans ce chapitre l'effet d'un échantillon absorbant, l'effet dû à l'apparition d'une bulle au centre du coeur de Mélusine. Nous terminerons par le calcul du temps de vie, l'évaluation des effets xénon et samarium et l'étude du coefficient de température.

DEFINITION DES FLUX ADJOINTS - EQUATIONS ADJOINTES

Pour calculer les effets sur la réactivité de diverses perturbations, il nous faut définir deux nouvelles fonctions ϕ_1^+ et ϕ_2^+ appelées flux rapides adjoint et flux thermique adjoint.

Ces deux fonctions sont solutions des équations

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{1c} \nabla \phi_1^+ - \Sigma_1 \phi_1^+ + \frac{1}{\beta} \Sigma_1 \phi_2^+ = 0 \\ D_{2v} \nabla \phi_2^+ - \Sigma_2 \phi_2^+ + \frac{k \Sigma_2}{\beta} \phi_1^+ = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} D_2 \rightarrow D_2 + \delta D_2 \\ \Sigma_2 \rightarrow \Sigma_2 + \delta \Sigma_2 \end{array}$$

Si une petite variation est introduite dans les constantes et si dès lors la pile évoluant, ϕ_1 et ϕ_2 sont de la forme $\phi_1(0) e^{\lambda t}$ et $\phi_2(0) e^{\lambda t}$:

$$\begin{array}{l} D_1 \rightarrow D_1 + \delta D_1 \\ \Sigma_1 \rightarrow \Sigma_1 + \delta \Sigma_1 \end{array} \quad \text{etc.}$$

$$\lambda = \frac{\int_V (-\delta \Sigma_2 \phi_2 \phi_2^+ - \delta \Sigma_1 \phi_1 \phi_1^+ + \delta (\frac{1}{\beta} \Sigma_1) \phi_1 \phi_2^+ + \delta (\frac{k \Sigma_2}{\beta}) \phi_2 \phi_1^+ - \delta D_2 \overrightarrow{grad} \phi_2^+ \overrightarrow{grad} \phi_2 - \delta D_1 \overrightarrow{grad} \phi_1^+ \overrightarrow{grad} \phi_1) dv}{\int_V \left(\frac{\phi_2^+ \phi_2}{v_2} + \frac{\phi_1^+ \phi_1}{v_1} \right) dv}$$

Notons qu'avant la perturbation la pile était critique donc $\lambda_0 = 0$.

Remarque : comme dans le cas des flux réels, il existe 3 coefficients de couplage adjoints S_1^+ , S_2^+ , S_3^+ dont les expressions sont d'ailleurs :

$$S_1^+ = -\frac{D_{1e}}{D_{2e}} \frac{1}{S_2} \qquad S_2^+ = -\frac{D_{1e}}{D_{2e}} \frac{1}{S_1} \qquad S_3^+ = -\frac{D_{1e}}{D_{2e}} \frac{1}{S_3}$$

EFFET SUR LA REACTIVITE D'UN ECHANTILLON DE MATIERE FISSILE

Introduisons en un point R'z' un échantillon de volume d_v qui change Σ_2 en $\Sigma_2 + \delta\Sigma_2$ et $\Sigma_{fission}$ en $\Sigma_{fission} + \delta\Sigma_f$ dans ce volume.

Cherchons la variation de ν , (cette perturbation sur ν est supposée faite d'une façon uniforme dans le coeur), qui compenserait exactement la perturbation effectuée dans le volume Δ_v . Nous avons :

$$0 = \int \delta \left(\frac{k\Sigma_2}{\nu} \right) \phi_1^+ \phi_2 \, dv - \int \delta\Sigma_2 \phi_2^+ \phi_2 \, dv$$

mais

$$\delta \left(\frac{k\Sigma_2}{\nu} \right) = \delta \left(\nu f \right) \Sigma_2 = \delta\nu \Sigma_f = \nu \delta\Sigma_f + \Sigma_f \delta\nu$$

soit :

$$\nu \delta\Sigma_f \int \phi_1^+ \phi_2 \, dv + \delta\nu \int_{\text{coeur}} \Sigma_f \phi_1^+ \phi_2 \, dv - \delta\Sigma_2 \int \phi_2^+ \phi_2 \, dv = 0$$

soit :

$$-\delta\nu = \frac{\nu \int \phi_1^+ \phi_2 \, \delta\Sigma_f - \phi_2^+ \phi_2 \, \delta\Sigma_2 \, dv}{k \int \frac{\Sigma_2}{\nu} \phi_1^+ \phi_2 \, dv}$$

Remarque : le calcul précédent suppose que l'introduction de l'échantillon n'a pas déplacé de molécules d'eau. En fait, si le volume dv est suffisamment important, il est facile de tenir compte de cet effet en perturbant toutes les constantes nucléaires : $\Sigma_f, D_f, D_2, \Sigma_2$.

EFFET SUR LA REACTIVITE DE POISONS

Nous trouvons de la même façon :

$$\frac{\delta k}{k} = - \frac{\delta\Sigma_2 \int \phi_2^+ \phi_2 \, dv}{k \int \frac{\Sigma_2}{\nu} \phi_1^+ \phi_2 \, dv}$$

EFFET DE VIDE

Nous pouvons écrire :

$$\left(-\delta \Sigma_1 \phi_1^+ \phi_1 + \delta (\mu \Sigma_1) \phi_2^+ \phi_1 - \delta \Sigma_2 \phi_2^+ \phi_2 - \delta D_1 \text{grad } \phi_1^+ \text{grad } \phi_1 - \delta D_2 \text{grad } \phi_2^+ \text{grad } \phi_2 \right) \Delta v + \delta \int_{\text{cœur}} \Sigma_f \phi_1^+ \phi_2 dv = 0$$

Le terme $\delta \Sigma_f$ n'existe pas puisque nous enlevons seulement l'eau

$$\text{donc } \begin{cases} \delta \Sigma_1 = -\Sigma_{1H_2O} \\ \delta \Sigma_2 = -\Sigma_{2H_2O} \end{cases}$$

Une difficulté se présente pour les termes en δD (grad ϕ^+ grad ϕ) dv , car dans un vide les δD deviennent infinis.

Soit $\Delta v'$ un élément de volume et supposons que dans cet élément de volume apparaisse un vide de volume Δv que nous répartirons d'une façon homogène dans $\Delta v'$.

Dès lors : $D' \longrightarrow D' + \delta D'$

$$\begin{cases} \delta D' = \frac{D_{H_2O}}{\omega} - D_{H_2O} \\ \Delta v' = \frac{\Delta v}{1-\omega} \end{cases} \quad \omega \text{ densité du volume } \Delta v'$$

$$\Delta v' \delta D' = \frac{\Delta v}{1-\omega} \left(\frac{D_{H_2O}}{\omega} - D_{H_2O} \right) = \Delta v \frac{D_{H_2O}}{\omega}$$

$$\Delta v' \delta D' \text{grad } \phi^+ \text{grad } \phi \longrightarrow \Delta v D_{H_2O} \text{grad } \phi^+ \text{grad } \phi$$

$\Delta v'$ et Δv sont supposés très faibles.

$$\frac{\delta k}{k} = \frac{-\Sigma_{1H_2O} (\phi_2^+ \phi_1 - \phi_1^+ \phi_2) + \Sigma_{2H_2O} \phi_2^+ \phi_2 - D_{1H_2O} \text{grad } \phi_1^+ \cdot \text{grad } \phi_1 - D_{2H_2O} \text{grad } \phi_2^+ \text{grad } \phi_2}{k \int_{\text{cœur}} \Sigma_f \phi_1^+ \phi_2 dv} \Delta v$$

TEMPS DE VIE DES NEUTRONS

Si nous supposons qu'il n'y a pas de neutrons retardés nous obtenons :

$$T_1 = \frac{\int_{\text{pile}} \phi_1^+ \phi_1 dv}{V_1 k \frac{\Sigma_f}{\mu} \int_{\text{cœur}} \phi_1^+ \phi_2 dv} \quad T_2 = \frac{\int_{\text{pile}} \phi_2^+ \phi_2 dv}{V_2 k \frac{\Sigma_f}{\mu} \int_{\text{cœur}} \phi_1^+ \phi_2 dv}$$

Applications numériques :

Nous donnerons ici le résultat des calculs effectués sur deux piles :

- 1° une pile pleine,
- 2° une pile dont l'élément central est enlevé.

Les valeurs trouvées sont groupées dans le tableau suivant. Elles correspondent à des perturbations centrales.

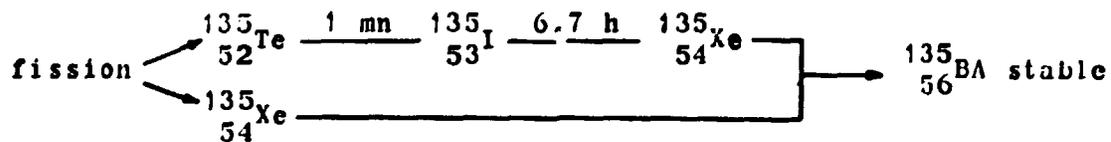
	Pile pleine	Pile ayant l'élément central enlevé
Matériau fissile ^{235}U $\frac{\delta k_{\text{eff}}}{\delta \Sigma_2 dv}$ p.c.m./cm ³	15	107
Absorbeur $\frac{\delta k_{\text{eff}}}{\delta \Sigma_2 dv}$ en p.c.m./cm ³	- 51	- 67
Vide $\frac{\delta k_{\text{eff}}}{dv}$ en p.c.m./cm ³	- 1,6	1,8

TEMPS DE VIE

	Pile pleine	Pile ayant l'élément central enlevé
T_1 en μs	14,7	14,8
T_2 en μs	54,8	59,8
T en μs	69,5 70	74,6 75

ETUDE DE L'EMPOISONNEMENT DE MELUSINE PAR LE XENON-135

Le processus de formation de $^{135}_{54}\text{Xe}$ à partir de la fission peut être ainsi schématisé :



Etant donné la courte période de désintégration du tellure, on peut négliger l'étape constituée par $^{135}_{52}\text{Te}$ et considérer fictivement que l'iode est en quelque sorte directement formé au cours de la fission.

ETABLISSEMENT DES EQUATIONS

Soient :

N_i le nombre de noyaux de $^{135}_{53}\text{I}$ présents par cm^3

N_x le nombre de noyaux de $^{135}_{54}\text{Xe}$ présents par cm^3

γ_i le taux de production par fission de l'iode

γ_x le taux de production par fission du xénon

λ_i la constante radioactive de l'iode

λ_x la constante radioactive du xénon

σ_x la section efficace microscopique d'absorption thermique du xénon

φ le flux thermique local

Σ_f la section efficace macroscopique de fission du combustible.

On néglige l'absorption des neutrons par $^{135}_{53}\text{I}$.

Pour l'iode : il y a formation par fission et disparition par désintégration radioactive, d'où l'équation :

$$\frac{dN_i}{dt} = \gamma_i \varphi \Sigma_f - \lambda_i N_i$$

Pour le xénon : il y a à la fois une formation directe par fission et une formation par désintégration radioactive à partir de l'iode. Les deux causes de disparition du xénon sont la désintégration radioactive et la capture de neutrons, d'où l'équation :

$$\frac{dN_x}{dt} = \gamma_x \varphi \Sigma_f + \lambda_i N_i - \lambda_x N_x - N_x \varphi \sigma_x$$

La résolution de ce couple d'équations fournit les expressions de N_i et N_x en fonction du temps.

Expression de N_i et N_x :

$$N_i = \frac{Y_i \varphi \Sigma_f}{\lambda_i} + \left(N_{i0} - \frac{Y_i \varphi \Sigma_f}{\lambda_i} \right) \exp(-\lambda_i t)$$

$$N_x = \frac{(Y_i + Y_x) \varphi \Sigma_f}{\lambda_x + \varphi \sigma_x} + \frac{Y_i \varphi \Sigma_f - N_{i0} \lambda_i}{\lambda_i - (\lambda_x + \varphi \sigma_x)} \exp(-\lambda_i t)$$

$$+ \frac{N_{x0} (\lambda_i - (\lambda_x + \varphi \sigma_x)) + N_{i0} \lambda_i + Y_x \varphi \Sigma_f - \lambda_i \frac{(Y_i + Y_x) \varphi \Sigma_f}{\lambda_x + \varphi \sigma_x}}{\lambda_i - (\lambda_x + \varphi \sigma_x)} \exp(-(\lambda_x + \varphi \sigma_x) t)$$

DEFINITION DE L'EMPOISONNEMENT

On définit l'empoisonnement P par l'expression :

$$P = \frac{N_x \sigma_x}{\Sigma_u}$$

où Σ_u est la section efficace macroscopique totale d'absorption du combustible c'est-à-dire pour nous l'uranium-235.

Expression de P

Afin d'avoir une expression simple pour P on posera :

$$P_1 = \frac{\sigma_x}{\Sigma_u} \frac{(Y_i + Y_x) \varphi \Sigma_f}{\lambda_x + \varphi \sigma_x} = \frac{\sigma_f}{\sigma_u} \frac{Y_i + Y_x}{\lambda_x + \varphi \sigma_x} \varphi \sigma_x$$

$$P_0 = \frac{\sigma_x}{\Sigma_u} N_{x0} \quad \text{avec } N_{x0} = (N_x)_{t=0}$$

$$P'_0 = \frac{\sigma_x}{\Sigma_u} \left(\frac{dN_x}{dt} \right)_{t=0}$$

On a alors :

$$P = P_1 + \frac{(\lambda_x + \varphi \sigma_x)(P_1 - P_0) - P'_0}{\lambda_i - (\lambda_x + \varphi \sigma_x)} \exp(-\lambda_i t) + \frac{\lambda_i (P_0 - P_1) + P'_0}{\lambda_i - (\lambda_x + \varphi \sigma_x)} \exp(-(\lambda_x + \varphi \sigma_x) t)$$

PONDERATION DES SECTIONS EFFICACES MACROSCOPIQUES D'ABSORPTION THERMIQUE ET APPLICATION A L'EMPOISONNEMENT

Considérons une variation $d\Sigma_2$ de la section efficace macroscopique d'absorption thermique Σ_2 d'un réacteur. Cette variation se présente dans le cas le plus général sous la forme d'une fonction d'espace. Cette perturbation est équivalente à celle constituée par une variation fictive Δk_{∞} du coefficient de multiplication k_{∞} du coeur, tous les autres paramètres restant par ailleurs constants.

La théorie de la perturbation montre que Δk_{∞} est donné par l'expression :

$$\frac{\Delta k_{\infty}}{k_{\infty}} = - \frac{\iiint_P \delta \Sigma_2 \varphi_2 \varphi_2^* d\tau}{\iiint_C \left(\frac{k_{\infty} \Sigma_2}{\lambda} \right)_C \varphi_2 \varphi_2^* d\tau}$$

où l'indice C est relatif au coeur et l'indice P relatif au domaine perturbé. Il est possible de définir une variation $\overline{\delta \Sigma_2}$ comme la variation de Σ_2 supposée uniforme dans le domaine perturbé qui équivaldrait au même Δk_{∞} .

On aurait alors :

$$\frac{\Delta k_{\infty}}{k_{\infty}} = - \frac{\delta \Sigma_2 \iiint_P \varphi_2 \varphi_2^* d\tau}{\iiint_C \left(\frac{k_{\infty} \Sigma_2}{\lambda} \right)_C \varphi_2 \varphi_2^* d\tau}$$

d'où :

$$\overline{\delta \Sigma_2} = \frac{\iiint_P \delta \Sigma_2 \varphi_2 \varphi_2^* d\tau}{\iiint_P \varphi_2 \varphi_2^* d\tau}$$

L'empoisonnement moyen est défini par :

$$\overline{\bar{P}} = \frac{\overline{\Sigma_{ax}}}{\Sigma_{ax}} = \frac{\sigma_{ax}}{\Sigma_{ax}} \overline{N_{ax}}$$

dépend du flux dans le cas de l'empoisonnement par le xénon.

EVOLUTION DU XENON EN FONCTION DU TEMPS, A FLUX CONSTANT, DANS UNE PILE INITIALEMENT VIERGE

On a $P_0 = 0$

$$P'_0 = \lambda_x^+ \frac{S_x}{S_i + S_x} P_1$$

$$P = P_1 + P_1 \frac{\lambda_x^+}{\lambda_i - \lambda_x^+} \frac{\gamma}{\gamma_i + \gamma_x} e^{-\lambda_i t} + P_1 \left[\lambda_x^+ \frac{\gamma_x}{\gamma_i + \gamma_x} - \lambda_i \right] \frac{e^{-\lambda_x^+ t}}{\lambda_i - \lambda_x^+}$$

$$\lambda_x^+ = \lambda_x + \sigma_x \varphi_2$$

Comme

$$P_1 = \frac{\sigma_f}{\sigma_a} \frac{\gamma_i + \gamma_x}{\lambda_x^+} \sigma_x \varphi_2$$

on a :

$$P = P_1 + \frac{\sigma_f \sigma_x}{\sigma_a} \gamma_i \frac{\iiint \frac{\varphi_2^+ \varphi_2^+ d\omega}{\lambda_i - \lambda_x^+} e^{-\lambda_i t} + \frac{\sigma_f \sigma_x}{\sigma_a} \frac{\iiint \left[\gamma_x - \frac{\lambda_i}{\lambda_x^+} (\gamma_i + \gamma_x) \right] \frac{\varphi_2^+ \varphi_2^+}{\lambda_i - \lambda_x^+} e^{-\sigma_x \varphi_2 t}}{\iiint \varphi_2 \varphi_2^+ d\omega} e^{-\lambda_x^+ t}$$

CAS PARTICULIER IMPORTANT : EFFET XENON A SATURATION

A saturation (t_{∞}) on a :

$$\bar{P}_1 = \frac{\sigma_f \sigma_x}{\sigma_a} (\gamma_i + \gamma_x) \frac{\iiint \frac{\varphi_2^+ \varphi_2^+}{\lambda_x^+ \varphi_2 \sigma_x} d\omega}{\iiint \varphi_2 \varphi_2^+ d\omega}$$

EVOLUTION DU XENON EN FONCTION DU TEMPS APRES ARRET DE LA PILE

On suppose la saturation précédemment atteinte.

Le flux φ étant nul on a donc :

$$N_x = -N_{i0} \frac{\lambda_i}{\lambda_i - \lambda_x} \exp(-\lambda_i t) + \left(N_{x0} + N_{i0} \frac{\lambda_i}{\lambda_i - \lambda_x} \right) \exp(-\lambda_x t)$$

D'autre part

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{x0} = \frac{\varphi_2 \Sigma_f (\gamma_i + \gamma_x)}{\lambda_x + \varphi \sigma_x} \\ N_{i0} = \frac{\varphi_2 \Sigma_f \gamma_i}{\lambda_i} \end{array} \right.$$

d'où

$$N_x = \frac{-\varphi_2 \Sigma_f \gamma_i}{\lambda_i - \lambda_x} \exp(-\lambda_i t) + \varphi_2 \Sigma_f \left(\frac{\gamma_i + \gamma_x}{\lambda_x + \varphi \sigma_x} + \frac{\gamma_i}{\lambda_i - \lambda_x} \right) \exp(-\lambda_x t)$$

$$\bar{P} = \frac{\sigma_f \sigma_x}{\sigma_a} \left[\left(\frac{\gamma_i}{\lambda_i - \lambda_x} \frac{\iiint \varphi_2^+ \varphi_2^+ d\omega}{\iiint \varphi_2 \varphi_2^+ d\omega} + (\gamma_i + \gamma_x) \frac{\iiint \frac{\varphi_2^+ \varphi_2^+}{\lambda_x + \varphi_2 \sigma_x} d\omega}{\iiint \varphi_2 \varphi_2^+ d\omega} \right) \exp(-\lambda_x t) - \frac{\gamma_i}{\lambda_i - \lambda_x} \frac{\iiint \varphi_2^+ \varphi_2^+ d\omega}{\iiint \varphi_2 \varphi_2^+ d\omega} \exp(-\lambda_i t) \right]$$

$\frac{dP}{dt} = 0$ pour :

$$t_m = \frac{1}{\lambda_i - \lambda_x} \log \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_x} \frac{\gamma_i \iiint \varphi_i^+ \varphi_i^+ d\omega}{\gamma_i \iiint \varphi_i^+ \varphi_i^+ d\omega + (\gamma_i + \gamma_x)(\lambda_i - \lambda_x) \frac{\varphi_i^+ \varphi_i^+ d\omega}{\lambda_x + \varphi_i^+ \sigma_x}} \right)$$

On a alors :

$$\bar{P}_{max} = \frac{\sigma_F \sigma_x}{\sigma_u} \left(\frac{\gamma_i \iiint \varphi_i^+ \varphi_i^+ d\omega}{\lambda_i - \lambda_x \iiint \varphi_i^+ \varphi_i^+ d\omega} + (\gamma_i + \gamma_x) \frac{\iiint \frac{\varphi_i^+ \varphi_i^+ d\omega}{\lambda_x + \varphi_i^+ \sigma_x}}{\iiint \varphi_i^+ \varphi_i^+ d\omega} \right) \frac{\lambda_i}{\lambda_x \gamma_i \iiint \varphi_i^+ \varphi_i^+ d\omega + (\gamma_i + \gamma_x)(\lambda_i - \lambda_x) \frac{\varphi_i^+ \varphi_i^+ d\omega}{\lambda_x + \varphi_i^+ \sigma_x}}^{\frac{\lambda_i}{\lambda_i - \lambda_x}}$$

$$- \frac{\gamma_i \iiint \varphi_i^+ \varphi_i^+ d\omega}{\lambda_i - \lambda_x \iiint \varphi_i^+ \varphi_i^+ d\omega} \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_x} \frac{\gamma_i \iiint \varphi_i^+ \varphi_i^+ d\omega}{\gamma_i \iiint \varphi_i^+ \varphi_i^+ d\omega + (\gamma_i + \gamma_x)(\lambda_i - \lambda_x) \frac{\varphi_i^+ \varphi_i^+ d\omega}{\lambda_x + \varphi_i^+ \sigma_x}} \right)^{\frac{\lambda_i}{\lambda_i - \lambda_x}}$$

On a aussi :

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = \frac{\sigma_F \sigma_x}{\sigma_u} \left(\gamma_i \frac{\iiint \varphi_i^+ \varphi_i^+ d\omega}{\iiint \varphi_i^+ \varphi_i^+ d\omega} - \lambda_x (\gamma_i + \gamma_x) \frac{\iiint \frac{\varphi_i^+ \varphi_i^+ d\omega}{\lambda_x + \varphi_i^+ \sigma_x}}{\iiint \varphi_i^+ \varphi_i^+ d\omega} \right)$$

Valuers numériques :

$$\begin{aligned} \gamma_i &= 0,056 \\ \gamma_x &= 0,003 \\ \lambda_i &= 2,9 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} \\ \lambda_x &= 2,1 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} \\ \sigma_x &= 2,5 \cdot 10^6 \text{ barns} \\ \frac{\sigma_F}{\sigma_u} &= \frac{580}{687} \end{aligned}$$

APPLICATION NUMERIQUE

Nous avons trouvé si $\phi_{max} = 10^{13} \text{ n/cm}^2/\text{s}$:

$$\bar{P}_i = 0,0214 \quad \bar{\Sigma}_w = 0,0178 \text{ cm}^{-1} \quad \rho = \frac{\delta k}{t} \approx -1700 \text{ pcm}$$

MONTEE APRES ARRET DE LA PILE

$$\bar{P}_{max} = 0,0236 \quad \Delta P \approx -170 \text{ pcm (très faible)}$$

TEMPS DE MONTEE

$$t_m \approx 4^h 10$$

EMPOISONNEMENT DU AU SAMARIUM

Le samarium se différencie du xénon par le fait qu'il est stable.

Nous pouvons écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN_p}{dt} = S_p - \lambda_p N_p \\ \frac{dN_s}{dt} = \lambda_p N_p - \sigma_s \phi N_s \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} N_p \text{ noyaux de prométhémiun} \\ N_s \text{ noyaux de samarium} \\ S_p = \gamma_p \sigma_f \phi N_u \end{array} \right.$$

A l'équilibre :

$$P_s = \frac{N_p \sigma_s}{\Sigma_{0s}} = \gamma_p \frac{\sigma_f}{\Sigma_{0s}}$$

cet empoisonnement ne dépend pas du flux

L'on trouve :

$$P = 0,044 \times \frac{587}{687} = 0,01196 \quad \text{soit} \quad \Sigma_a = 0,00097 \text{ cm}^{-1}$$

Effet sur la réactivité :

L'effet sur la réactivité est :

$$\rho = \frac{\delta k}{k} = 0,00097 \times \frac{\int_{\text{cœur}} \phi_2 \phi_2^+ d\tau}{\int_{\text{cœur}} \frac{k_{\infty} \Sigma_{a1} \phi_1^+ \phi_2 d\tau}{\rho}} = -920 \text{ pcm}$$

ETUDE DU COEFFICIENT DE TEMPERATURE DE MELUSINE

Dans l'étude du coefficient de température de Mélusine nous utiliserons la théorie des perturbations. Nous supposons que la température du "cœur" et du "réflecteur du réacteur" s'élève d'une façon uniforme d'une quantité δT . L'effet sur la réactivité peut s'écrire :

$$\frac{dk_{\infty}}{k_{\infty} \delta T} = \frac{\delta k_{eff}}{\delta T} = \int \frac{\delta(\rho \Sigma_1)}{\delta T} \phi_2^+ \phi_1 \, dv - \int \frac{\delta \Sigma_1}{\delta T} \phi_1^+ \phi_1 \, dv - \int \frac{\delta \Sigma_2}{\delta T} \phi_2^+ \phi_2 \, dv + \int \frac{\delta}{\delta T} \frac{(k \Sigma_{sc})}{\rho}$$

$$\frac{\phi_1^+ \phi_2 \, dv - \int \frac{\delta D_1}{\delta T} \text{grad } \phi_1^+ \text{ grad } \phi_1 \, dv - \int \frac{\delta D_2}{\delta T} \text{grad } \phi_2^+ \text{ grad } \phi_2 \, dv}{\int_{\text{cœur}} \frac{k \Sigma_{sc}}{\rho} \phi_1^+ \phi_2 \, dv}$$

Nous étudierons ici deux cas :

- 1° Pile pleine réflecteur d'eau ;
- 2° Pile ayant dans le cœur un canal central de rayon $R_i = 4,4585$ (élément combustible normal élevé).

ETUDE QUALITATIVE

Une élévation uniforme de température va provoquer une dilatation du cœur. La variation de volume correspondante du cœur sera définie (la conception des matériaux du cœur l'imposant) par la variation de volume due uniquement à la dilatation de l'aluminium. Les paramètres nucléaires Σ_1 , D_1 , Σ_2 , D_2 , etc. se trouvent perturbés pour deux raisons :

- 1° une variation de la température des neutrons,
- 2° une variation de la densité des différents constituants,

qui, dans le cas du modérateur, l'eau, s'accompagne de l'expulsion du cœur d'une certaine quantité du modérateur.

Un effet supplémentaire sera étudié ici. C'est l'augmentation de volume du cœur qui entraîne une diminution du laplacien géométrique.

Hypothèses

Les sections efficaces microscopiques de capture thermique sont supposées suivre une loi en $1/v$.

Les sections de transport microscopiques pour les neutrons thermiques

sauf celle de l'eau, sont constantes.

$\sigma_{2t}^{H_2O}$ pour la zone de température qui nous intéresse varie pratiquement selon une loi en $1/V$.

Les sections microscopiques pour le groupe rapide sont constantes.

ν est supposé indépendant de la température (nombre de neutrons libérés par fission).

ETUDIIONS POUR UNE AUGMENTATION T DE LA TEMPERATURE LES CONTRIBUTIONS DES DIFFERENTS PARAMETRES

Contribution de $\frac{k \Sigma_{2c}}{\rho}$

Le terme $\frac{k \Sigma_{2c}}{\rho}$ n'est autre que $\nu \Sigma_f$. ν étant supposé constant, la contribution de $\nu \Sigma_f$ n'est sensible que par la variation de Σ_f . Mais nous pouvons préciser que la contribution de $\nu \Sigma_f$ sera la même quel que soit la pile étudiée et ne dépendra pas de la géométrie. En effet $\delta(\nu \Sigma_f)$ apparaît dans le bilan sous la forme

$$\frac{\delta(\nu \Sigma_f)}{k \frac{\Sigma_{2c}}{\rho}} \frac{\int_{\text{coeur}} \phi_1^+ \phi_2 \, d\omega}{\int_{\text{coeur}} \phi_1^+ \phi_2 \, d\omega} = \frac{\delta(\nu \Sigma_f)}{k \frac{\Sigma_{2c}}{\rho}}$$

Nous verrons que cette contribution est négative Σ_f étant une fonction décroissante de la température.

Contribution de Σ_2

Coeur : Σ_{2c} diminue et sa contribution à $\frac{\delta k_{eff}}{\delta T}$ est positive

Réflecteur ou canaux d'eau : Σ_{2H_2O} ou Σ_{2r}

Σ_{2H_2O} diminue et sa contribution à $\frac{\delta k_{eff}}{\delta T}$ est aussi positive. Remarquons que pour une pile possédant un canal d'eau central, la contribution de Σ_{2H_2O} à $\frac{\delta k_{eff}}{\delta T}$ augmente avec l'augmentation du côté ou du rayon du canal.

Pour des réflecteurs en graphite, les effets sont plus faibles que dans le cas de l'eau.

La contribution de Σ_{2c} est beaucoup plus importante, ceci est dû au fait que l'importance des neutrons thermiques dans le coeur est plus grande.

Contribution de Σ_1

Σ_1 diminue à cause de l'effet de densité mais sa contribution dépendra du signe de l'expression $(\nu \phi_2^+ - \phi_1^+)$ et il peut être négatif ou positif.

Dans le coeur l'effet sur la réactivité est négatif, dans le réflecteur d'eau il est positif. Les neutrons dans le réflecteur qui ont le plus de chance de retourner dans le coeur sont les neutrons rapides, ceci se traduit pour les flux adjoints par :

$$\phi_1^+ > \phi_2^+$$

Une étude de Mélusine avec réflecteur de graphite a montré qu'au contraire dans le réflecteur l'effet sur la réactivité d'une augmentation de la température était négatif. Ceci provient de l'importance plus grande des neutrons thermiques. Cette étude ne sera pas insérée dans ce rapport.

Contribution de D_2

Lorsque la température croît, le coefficient de diffusion D_2 croît lui aussi et cet effet tend à permettre aux neutrons thermiques de traverser plus facilement le milieu dans lequel ils évoluent.

Ainsi, dans le cas d'un canal d'eau dans le coeur, la contribution de D_{2H_2O} sera positive.

De toute façon le signe de la contribution de D_2 sera imposé par le produit $\text{grad } \phi_2^+ \cdot \text{grad } \phi_2$, or le signe de ce produit varie selon la position.

Contribution de D_1

D_1 croît avec la température à cause de l'effet de densité dès lors ceci tend à augmenter les fuites rapides et à produire un effet négatif sur la réactivité.

Dans le cas d'un canal d'eau dans le coeur au contraire l'augmentation de D_1 tend à permettre plus facilement aux neutrons rapides de rentrer dans le coeur et à donner un effet positif sur la réactivité. Notons que le rayon du canal d'eau joue un rôle important sur le signe de la contribution de D_1 .

EFFET GEOMETRIQUE

Cet effet peut être négligé dans la plupart des piles. Mais dans le cas d'un réacteur piscine les fuites rapides sont considérables. Dans le cas de Mélusine 50 pour cent environ des neutrons rapides sont perdus en fuite pour

3 pour cent environ des neutrons thermiques.

On peut donc dire que l'augmentation du volume du coeur se répercutera par un effet positif sur la réactivité, comme nous le verrons, non négligeable.

Cet effet sera calculé par la théorie des perturbations :

ETUDE QUANTITATIVE

ρ densité

$$\frac{\delta D}{D \delta T} = - \frac{\delta \sigma_E}{\sigma_E \delta T} \frac{\delta \rho}{\rho \delta T}$$

$$\frac{1}{\sigma_E} \frac{\delta \sigma_E}{\delta T} = 0 \quad \text{seuf pour} \quad \frac{\delta \sigma_{\Sigma_{H_2O}}}{\sigma_{\Sigma_{H_2O}} \delta T} = - \frac{1}{\delta T}$$

$$\frac{1}{\Sigma} \frac{\delta \Sigma}{\delta T} = \frac{1}{\rho} \frac{\delta \rho}{\delta T} + \frac{1}{\sigma} \frac{\delta \sigma}{\delta T}$$

d'où :

Coeur

$$\frac{1}{\Sigma_{2c}} \frac{\delta \Sigma_{2c}}{\delta T} = - \left(\frac{\Sigma_{2H_2O}}{\Sigma_{2c}} \frac{V_{H_2O}}{V_c} (\alpha_{H_2O} - \alpha_{Mc}) + \alpha_{Mc} + \frac{1}{\delta T} \right)$$

$$\frac{1}{\Sigma_{1c}} \frac{\delta \Sigma_{1c}}{\delta T} = - \left(\frac{\Sigma_{1H_2O}}{\Sigma_{1c}} \frac{V_{H_2O}}{V_c} (\alpha_{H_2O} - \alpha_{Mc}) + \alpha_{Mc} \right)$$

$$\frac{1}{D_{2c}} \frac{\delta D_{2c}}{\delta T} = \alpha_{Mc} + \frac{D_{2c}}{D_{2H_2O}} \frac{V_{H_2O}}{V_c} (\alpha_{H_2O} + \frac{1}{\delta T} - \alpha_{Mc})$$

$$\frac{1}{D_{1c}} \frac{\delta D_{1c}}{\delta T} = \alpha_{Mc} + \frac{D_{1c}}{D_{1H_2O}} \frac{V_{H_2O}}{V_c} (\alpha_{H_2O} - \alpha_{Mc})$$

Réfecteur

$$\frac{1}{\Sigma_{2r}} \frac{\delta \Sigma_{2r}}{\delta T} = - \left(\alpha_{H_2O} + \frac{1}{\delta T} \right)$$

$$\frac{1}{\Sigma_{1r}} \frac{\delta \Sigma_{1r}}{\delta T} = - \alpha_{H_2O}$$

$$\frac{1}{D_{2H_2O}} \frac{\delta D_{2H_2O}}{\delta T} = \alpha_{H_2O} + \frac{1}{\delta T}$$

$$\frac{1}{D_{1H_2O}} \frac{\delta D_{1H_2O}}{\delta T} = \alpha_{H_2O}$$

α_{Al} } = $7,2 \cdot 10^{-5}$
 α_{H_2O} } sont les coefficients cubiques de dilatation de l'Al ou de l'eau

$$\frac{k \Sigma_{lc}}{k} = \nu \Sigma_1 \quad \text{d'où} \quad \frac{\delta \left(\frac{k \Sigma_{lc}}{k} \right)}{\delta T} \sim \frac{\nu \delta \Sigma_1}{\delta T} - \left(\frac{1}{\nu T} + \alpha_{Al} \right)$$

$$\frac{\delta(\nu \Sigma_1)}{\delta T} = \Sigma_1 \frac{\delta \nu}{\delta T} + \nu \frac{\delta \Sigma_1}{\delta T}$$

Calcul de : $\frac{\delta k}{\delta T}$

$$\text{Log } k = - \frac{N_B}{\Sigma_A} I_{eff} \quad \frac{\delta \text{Log } k}{\text{Log } k} = \frac{\delta \nu}{\nu \text{Log } k} = \frac{\delta N_B}{N_B} - \frac{\delta \Sigma_A}{\Sigma_A} + \frac{\delta I_{eff}}{I_{eff}}$$

$$\frac{\delta N_B}{N_B} = - \alpha_{Al} \delta T$$

$$\frac{\delta \Sigma_A}{\Sigma_A \delta T} = \left(\frac{\Sigma_{AH_2O}}{\Sigma_{Al}} \frac{V_{H_2O}}{V_c} (\alpha_{H_2O} - \alpha_{Al}) + \alpha_{Al} \right)$$

$$\frac{\delta I_{eff}}{I_{eff}} = - 0,415 (\alpha_{H_2O} - \alpha_{Al}) \frac{\Sigma_{AH_2O}}{\Sigma_{AH_2O} + \frac{V_{Al}}{V_{H_2O}} \Sigma_{Al}} + \frac{1}{I_{eff}} \left(\frac{\delta I_{eff}}{\delta T} \right)_{\text{doppler}} \delta T$$

Remarques : Ces calculs utilisent les relations suivantes :

$$\frac{V_{Al}}{V_{H_2O}} = \frac{V_{Al}}{V_c} = \frac{V_{H_2O}}{V_c} = \frac{1}{V_c} \frac{\delta V_c}{\delta T} = \alpha_{Al}$$

EFFET GEOMETRIQUE

Considérons le cas d'une pile ayant un canal central d'eau par exemple.

Après dilatation :

1° A la surface de séparation canal, coeur - Le coeur est remplacé par de l'eau ;

2° A la surface de séparation coeur-réacteur - Une quantité d'eau se trouve remplacée par du "coeur".

Montrons sur un paramètre (à titre d'exemple) comment se fait le calcul.
Prenons la capture thermique Σ_{2c}

Dans la formule des perturbations le terme correspondant s'écrira :

$$\frac{\int \Delta \Sigma_2 \phi_1^+ \phi_2 \, dv}{\int_{\text{coeur}} \frac{k \Sigma_{2c}}{\nu} \phi_1^+ \phi_2 \, dv}$$

<u>Région centrale</u>	{	capture initiale	Σ_{2c}	Rayon	R_i
		capture finale	Σ_{2H^2O}	Rayon	$R_i (1 + \beta)$

β étant le coefficient de dilatation linéaire de l'aluminium.

$$\int \Delta \Sigma_2 \phi_1^+ \phi_2 \, dv = (\Sigma_{2H^2O} - \Sigma_{2c}) \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_{R_i}^{R_i(1+\beta)} \phi_1^+ \phi_2 \, dv + (\Sigma_{2c} - \Sigma_{2H^2O}) \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_{R_2}^{R_2(1+\beta)} \phi_1^+ \phi_2 \, dv$$

$$+ \beta (\Sigma_{2c} - \Sigma_{2H^2O}) \int_{\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}(1+\beta)} \int_{R_i(1+\beta)}^{R_2(1+\beta)} \phi_1^+ \phi_2 \, dv$$

L'expression générale s'écrira donc :

$$\frac{\delta k_{eff}}{\delta T_{geom.}} = \frac{\int \delta(\nu \Sigma_2) \phi_1^+ \phi_2 \, dv - \int \delta \Sigma_2 \phi_1^+ \phi_2 \, dv + \int \delta \left(\frac{k \Sigma_{2c}}{\nu} \right) \phi_1^+ \phi_2 \, dv - \int \delta D_2 \text{grad} \phi_1^+ \text{grad} \phi_2 \, dv - \int \delta D_2 \text{grad} \phi_2^+ \text{grad} \phi_2 \, dv}{\frac{k \Sigma_{2c}}{\nu} \int_{\text{coeur}} \phi_1^+ \phi_2 \, dv}$$

Zone I

Zone II

Zone III

$$\left\{ \begin{aligned} \delta(\mu \Sigma_1) &= \Sigma_{1H_2O} - \mu \Sigma_{1c} \\ \delta \Sigma_1 &= \Sigma_{1H_2O} - \Sigma_{1c} \\ \delta \Sigma_2 &= \Sigma_{2H_2O} - \Sigma_{2c} \\ \delta \left(\frac{k \Sigma_{2c}}{\mu} \right) &= - \frac{k \Sigma_{2c}}{\mu} \\ \delta D_1 &= D_{1H_2O} - D_{1c} \\ \delta D_2 &= D_{2H_2O} - D_{2c} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \delta \mu \Sigma_1 &= \Sigma_{1c} - \Sigma_{1H_2O} \\ \delta \Sigma_1 &= \Sigma_{1c} - \Sigma_{1H_2O} \\ \delta \Sigma_2 &= \Sigma_{2c} - \Sigma_{2H_2O} \\ \delta \left(\frac{k \Sigma_{2c}}{\mu} \right) &= \frac{k \Sigma_{2c}}{\mu} \\ \delta D_1 &= D_{1c} - D_{1H_2O} \\ \delta D_2 &= D_{2c} - D_{2H_2O} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \delta \mu \Sigma_1 &= \Sigma_{1c} - \Sigma_{1H_2O} \\ \delta \Sigma_1 &= \Sigma_{1c} - \Sigma_{1H_2O} \\ \delta \Sigma_2 &= \Sigma_{2c} - \Sigma_{2H_2O} \\ \delta \left(\frac{k \Sigma_{2c}}{\mu} \right) &= \frac{k \Sigma_{2c}}{\mu} \\ \delta D_1 &= D_{1c} - D_{1H_2O} \\ \delta D_2 &= D_{2c} - D_{2H_2O} \end{aligned} \right.$$

Et

$$\frac{\delta k \phi_2}{k \phi_2} \neq \frac{1}{\frac{k \Sigma_{2c}}{\mu} \int_0^{\frac{H}{2}} \phi_1^+ \phi_2^+ v dv dz} \left(2\beta R_1^2 A_I + 2\beta R_2^2 A_{II} + \beta H A_{III} \right)$$

$$\text{avec } A_I = \left(\Sigma_{1H_2O} - \mu \Sigma_{1c} \right) \int_0^{\frac{H}{2}} \phi_2^+ \phi_1^+ dz + \left(\Sigma_{1H_2O} - \Sigma_{2c} \right) \int_0^{\frac{H}{2}} \phi_1^+ \phi_1^+ dz - \left(\Sigma_{2H_2O} - \Sigma_{2c} \right) \int_0^{\frac{H}{2}} \phi_2^+ \phi_2^+ dz - \frac{k \Sigma_{2c}}{\mu} \int_0^{\frac{H}{2}} \phi_1^+ \phi_2^+ dz - (D_{1H_2O} - D_{1c}) \int_0^{\frac{H}{2}} \text{grad } \phi_1^+ \text{ grad } \phi_1^+ dz - (D_{2H_2O} - D_{2c}) \int_0^{\frac{H}{2}} \text{grad } \phi_2^+ \text{ grad } \phi_2^+ dz$$

$$A_{II} = \left(\mu \Sigma_{1c} - \Sigma_{1H_2O} \right) \int_0^{\frac{H}{2}} \phi_2^+ \phi_1^+ dz + \left(\Sigma_{1c} - \Sigma_{1H_2O} \right) \int_0^{\frac{H}{2}} \phi_1^+ \phi_1^+ dz - \left(\Sigma_{2c} - \Sigma_{2H_2O} \right) \int_0^{\frac{H}{2}} \phi_2^+ \phi_2^+ dz + \frac{k \Sigma_{2c}}{\mu} \int_0^{\frac{H}{2}} \phi_1^+ \phi_2^+ dz - (D_{1c} - D_{1H_2O}) \int_0^{\frac{H}{2}} \text{grad } \phi_1^+ \text{ grad } \phi_1^+ dz - (D_{2c} - D_{2H_2O}) \int_0^{\frac{H}{2}} \text{grad } \phi_2^+ \text{ grad } \phi_2^+ dz$$

$$A_{III} = \left(\mu \Sigma_{1c} - \Sigma_{1H_2O} \right) \int_{R_1}^{R_2} \phi_2^+ \phi_1^+ v dv + \left(\Sigma_{1c} - \Sigma_{1H_2O} \right) \int_{R_1}^{R_2} \phi_1^+ \phi_1^+ v dv - \left(\Sigma_{2c} - \Sigma_{2H_2O} \right) \int_{R_1}^{R_2} \phi_2^+ \phi_2^+ v dv + \frac{k \Sigma_{2c}}{\mu} \int_{R_1}^{R_2} \phi_1^+ \phi_2^+ v dv - (D_{1c} - D_{1H_2O}) \int_{R_1}^{R_2} \text{grad } \phi_1^+ \text{ grad } \phi_1^+ v dv - (D_{2c} - D_{2H_2O}) \int_{R_1}^{R_2} \text{grad } \phi_2^+ \text{ grad } \phi_2^+ v dv$$

RESULTATS NUMERIQUES

	COEUR	REFLECTEUR EAU
$\frac{\delta \Sigma_1}{\Sigma_1 \delta T}$	$- 2,102 \cdot 10^{-4}$	$- 2,07 \cdot 10^{-4}$
$\frac{\delta \Sigma_2}{\Sigma_2 \delta T}$	$- 17,98 \cdot 10^{-4}$	$- 19,13 \cdot 10^{-4}$
$\frac{\delta D_2}{D_2 \delta T}$	$18,94 \cdot 10^{-4}$	$19,13 \cdot 10^{-4}$
$\frac{\delta D_1}{D_1 \delta T}$	$1,709 \cdot 10^{-4}$	$2,07 \cdot 10^{-4}$
$\frac{\delta \left(\frac{h \Sigma_{10}}{p} \right)}{\frac{h \Sigma_{10}}{p} \delta T}$	$- 17,785 \cdot 10^{-4}$	0

Nous négligeons l'effet Doppler

$$\frac{\delta p}{p \delta T}$$

CONTRIBUTIONS DES DIVERSES CONSTANTES NUCLEAIRES

$\frac{\delta k_{eff}}{\delta T}$ est donné ici en pcm

	Contribution de	Canal d'eau	Coeur	Réflecteur		Total
PILE PLEINE	1		- 6,5	0,41		
	$\frac{k \Sigma_{2c}}{P}$		- 177,85			
	Σ_2		173,5	10,9		
	D_1		- 2,68	- 2,61		
	D_2		0,94	- 0,1		
	B_g^2				1,6	- 2,39/2,4 pcm
PILE CANAL 4,4585	1	- 0,12	- 6	0,41		
	$\frac{k \Sigma_{2c}}{P}$		- 177,85			
	Σ_2	5,95	169,5	8,9		
	D_1	- 0,06	- 2,46	- 2,26		
	D_2	1,77	1,32	- 0,05		
	B_g^2				1,12	+ 0,1 pcm

Si nous mettons en évidence l'importance relative des divers facteurs physiques :

- 1° Effet d'expulsion d'eau
- 2° Effet de densité
- 3° Effet de la température des neutrons
- 4° Effet géométrique

Nous pouvons présenter le tableau suivant. Si $\frac{\delta k_{eff}}{\delta T}$ est exprimé en pcm.

	Expulsion d'eau	Température neutrons	Densité	Géométrie	Total
Pile pleine	- 3,88	4,47	- 4,6	1,6	- 2,4
Pile élément central enlevé	- 3,45	6,12	- 3,64	1,12	0,15

CONCLUSIONS

Les résultats montrent l'importance sur le coefficient de température de la température des neutrons. L'effet est positif et est dû à la diminution de la capture dans le réflecteur et le canal d'eau central.

D'autre part, il faut noter l'effet d'expulsion de l'eau du coeur qui se traduit par un effet négatif sur la réactivité. Ceci là encore s'explique en remarquant que le réseau de Mélusine est un réseau sous modéré (voir l'étude du laplacien en fonction du rapport $\frac{V_{A1}}{V_{H_2O}}$)

ECHANGES THERMIQUES DANS UN ELEMENT DE MELUSINE

Nous ne donnerons ici en fait que quelques considérations très simplifiées des échanges intéressant l'élément de volume situé au centre d'un coeur composé de 25 éléments. Le seul renseignement que nous cherchons est le flux maximum que nous pouvons espérer atteindre avec des vitesses d'écoulement de l'eau de l'ordre de 40 à 60 cm/s.

NOMBRE DE REYNOLDS

$$R = \frac{D_t G}{\mu}$$

avec : $D_t = 4 h = \frac{4 \text{ section de passage}}{\text{périmètre mouillé}} = \frac{4 \times 0,5 \times 6,65}{2 \times 6,65} \neq 1 \text{ cm}$

μ = viscosité du fluide pour l'eau à 45°

$$\mu = \frac{5994}{10^6} \neq 6 \cdot 10^{-3} \text{ poises}$$

$$G = v_g \left(\begin{array}{l} v = \text{vitesse d'écoulement du fluide} \\ g = \text{masse spécifique} \end{array} \right)$$

V m/s	0,15	0,20	0,30	0,40	0,45	0,60
R	2500	3330	5000	6666	7500	10000

COEFFICIENT D'ECHANGE h

$$\frac{h D_t}{\lambda} = 0,023 (R)^{0,8} (Pr)^{0,4}$$

(Pr nombre de Prandl = $\frac{C \mu}{\lambda}$ (sans dimension)
 pour l'eau à 45 °C Pr = 3,95
 D = 1 cm
 $\lambda = 0,4769 (1 + 0,002948) = 0,0116 \frac{\text{Watts}}{\text{cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$

$$h \frac{\text{watts}}{\text{cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}} = 2,533 \cdot 10^{-4} (R)^{0,8}$$

PRESSION AU CENTRE DU COEUR

Comme le coeur est surmonté d'une épaisseur d'eau de 6 mètres la pression au centre sera de l'ordre de :

$$P \approx \text{Atmosph} + p_h \approx 1,630 \text{ kg/cm}^2$$

La température d'ébullition sera telle que :

$$\left(\frac{t}{100}\right)^4 = P \longrightarrow t = 113 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{soit } t \approx 110 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Si nous appelons q le nombre de watts libérés dans 1 cm^3 du mélange U Al₁ dans la tranche d'épaisseur 1 cm qui nous intéresse, la quantité de chaleur à transmettre sera $q S_1$ (S_1 surface latérale) d'où :

$$\frac{q S_1}{2 d} = h \Delta \theta_{\text{film}}$$

Or $\Delta \theta_{\text{film}}$ soit au maximum égal à $110 \text{ } ^\circ\text{C} - 45 = 65 \text{ } ^\circ\text{C}$. Nous ferons le calcul pour les 2 cas suivants :

$$\Delta \theta = 55 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta \theta = 65 \text{ } ^\circ\text{C}$$

CALCUL DES FLUX MAXIMA QUE L'ON PEUT ATTEINDRE

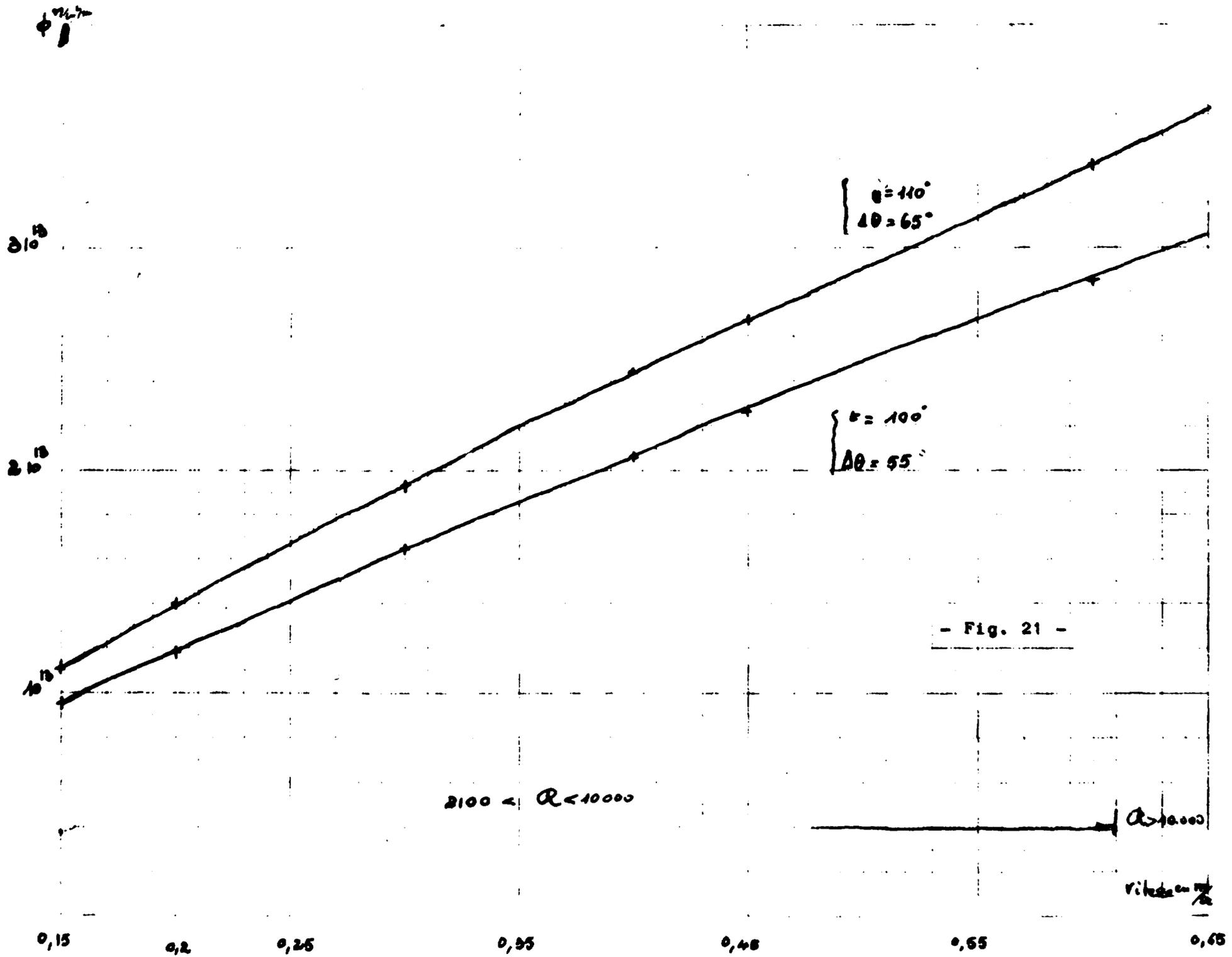
$$q = \frac{\sum_f \phi}{3,110} \cdot 10 \text{ watts/cm}^3$$

$$\text{soit : } \frac{\sum_f \phi S_1}{2 d \times 3,110 \cdot 10} = h \Delta \theta$$

$$\phi = \frac{h \Delta \theta \times 2 d \times 3,1 \cdot 10^{10}}{\sum_f S_1}$$

en remplaçant h par sa valeur

$$\phi = \frac{2,533 \cdot 10^{-4} (R)^{0,8} \Delta \theta \times 2 \times 6,65 \times 3,1 \cdot 10^{10}}{0,495 \times 0,10 \cdot 16 \times 6,35}$$



- Fig. 21 -

Cas où Δθ = 55°

$$\phi = 0,001798 \cdot 10^{13} (R)^{0,8} \neq 0,0018 \cdot 10^{13} (R)^{0,8}$$

Cas où Δθ = 65°

$$\phi = 0,002125 \cdot 10^{13} (R)^{0,8}$$

D'où le tableau résumant les différentes valeurs du flux.

	V m/s	(R) ^{0,8}	
0,15	523	0,95 · 10 ¹³	1,11 · 10 ¹³
0,20	658	1,18 · 10 ¹³	1,4 · 10 ¹³
0,30	910	1,64 · 10 ¹³	1,935 · 10 ¹³
0,40	1145	2,06 · 10 ¹³	2,44 · 10 ¹³
0,45	1260	2,26 · 10 ¹³	2,67 · 10 ¹³
0,60	1585	2,85 · 10 ¹³	3,37 · 10 ¹³

Rappelons à titre d'indication la valeur des vitesses en fonction du nombre d'éléments si nous supposons que seulement 75 pour cent du débit maximum passe dans les éléments.

	Nbre éléments	25	30	36
Débit 100 m ³ /h	Vitesse m/s	0,21	0,17	0,144
Débit 200 m ³ /h	Vitesse m/s	0,42	0,34	0,288
Débit 300 m ³ /h	Vitesse m/s	0,63	0,52	0,43

Rappelons que pour des régimes dont les nombres de Reynolds sont tels 2100 < R < 10 000 (zone de transition) Mac Adams conseille l'équation :

$$\frac{hD}{\lambda} = 0,023 \frac{DG}{\mu}^{0,8} \frac{C\mu}{\lambda}^{0,4}$$

Pour R > 10 000 (régimes turbulents)

$$\frac{h'D}{\lambda} = 0,023 \frac{DG}{\mu}^{0,8} \frac{C\mu}{\lambda}^{1/3} \quad (\text{Colburn})$$

Pour R = 10 000

$$\frac{h}{h'} = \frac{C\mu}{\lambda}^{(0,4 - 1/3)} = \frac{C\mu}{\lambda}^{0,067}$$

Si $\frac{C\mu}{\lambda} = 3,95$ $(3,95)^{0,067} \neq 1,095$

$h = 1,095 h'$

- BIBLIOGRAPHIE -

- [1] S. GLASSTONE et M.C. EDLUNG
"The elements of nuclear reactor theory"
- [2] V. RAJEWSKI, Service de Physique Mathématique, "Avant-projet EL3"
- [3] Selected reference material USA EC, Research reactor MTR page 207
- [4] Pigford rapport de Cleveland n° 154
- [5] AM. WEINBERG, TE. COLE, MM MANN, "La pile d'essai de matériaux (MTR) et les piles de recherche de même type" Confér. Genève P/490 p. 475
- [6] HL. McMURRY, J.M. WEBSTER, LL. MARSDEN et AV. GRIMAUD,
"Nuclear calculations for the RMF with spaced 200 GRAM fuel assemblies" IDO - 16184
- [7] P. BERTHIER, Programme IBM 650 de la théorie à 3 milieux
Rapports SPM n° 355, 356, 357
- [8] B. LAGO, Programme IBM 650 de la théorie à n milieux
Rapports SPM n° 393, 400
- [9] J. COLD et CA. RENNIE "Two group theory of control rods in a thermal reactor" A.E.R.E. R/R 818
- [10] J.M. WEBSTER "Perturbation theory" IDO - 16173
- [11] HL. McMURRY, "Perturbation theory and applications"
IDO - 16015 - PPco
- [12] C. BESSET, Table des sections efficaces - note C.E.A. n° 167
(Mai 1956)
- [13] W.H. Mac ADAMS "Heat transmission"
- [14] DS. CRAIG, RM. PEARCE "Predictions of physical properties of FTR
AECL 426 - CRRP 672
- [15] J. CHEROT, C. MEUNIER "La pile suisse de Würenlingen", Compte rendu de mission - note SPM n° 336

TABLE DES MATIERES

	Pages	
Description de Mélusine	1	
 ETUDE DU RESEAU		
Etude de la masse critique de Mélusine	5	
Etude du laplacien matière de Mélusine μ_0^2 et de la masse critique en fonction du rapport $\frac{VA1}{VH20}$	22	
Etude du minimum de la masse critique pour le rapport $\frac{VA1}{VH20} = 0,5$ en fonction de la masse d'uranium-235 par élément	24	
Etude des masses critiques de Mélusine avec réflecteur central	31	
 CONTROLE		
Etude de l'efficacité des barres de sécurité	37	
 PERTURBATIONS		
Effet sur la réactivité d'un échantillon de matière fissile	48	
Effet sur la réactivité de poisons	48	
Effet de vide	49	
Temps de vie des neutrons	49	
Etude de l'empoisonnement de Mélusine par le xénon-135	51	
Empoisonnement dû au samarium	56	
Etude du coefficient de température de Mélusine	57	
Résultats numériques	61	
 ECHANGE THERMIQUE DANS UN ELEMENT DE MELUSINE		61

FIN