PRÉSIDENCE DU CONSEIL

COMMISSARIAT A
L'ÉNERGIE ATOMIQUE

Application des méthodes mathématiques à l'étude des gisements d'uranium

par

P. FORMERY et V. ZIEGLER

Rapport CEA n° **1037**

CENTRE D'ÉTUDES
NUCLÉAIRES DE SACLAY
SERVICE DE DOCUMENTATION
Boite postale n° 2 - Gif-sur-Yvette (S.-et-O.)

FORMERY P., ZIEGLER V.

Rapport CEA n° 1037

Applicati n des méthodes mathématiqu s à l'étude d s gis m nts d'uranium.

S mmair . — On peut considérer en première approximation que les teneurs, les puissances et les accumulations se distribuent dans les gisements français d'uranium suivant une loi lognormale.

Cette propriété, associée aux hypothèses de De WIGE et de KRIGE, constitue un puissant instrument d'étude des gisements.

La correspondance des radioactivités et des teneurs s'effectue, en coordonnées bilogarithmiques, par une droite dont on étudie les propriétés.

Grâce aux travaux récents de MATHERON, associés aux données de la statistique classique ainsi qu'aux hypothèses énumérées plus haut, il est possible de compléter le calcul des réserves d'un gisement par une évaluation de l'erreur commise.

Les méthodes statistiques ont fait apparaître un paramètre aussi important pour caractériser un gisement, que la teneur moyenne : la dispersion absolue.

1958 18 pages

FORMERY P., ZIEGLER V.

Report CEA n° 1037

Application of mathematical methods to the investigation of uranium d posits.

Summary. — It may be considered approximately that grades, widths and accumulations (grade-width products), in french uranium deposits are distributed according to a lognormal law.

This property associated to KRIGE'S and de WIGE'S formulae make a powerful tool in ore deposits surveys.

The correlation between radioactivities and grades is realized, in logarithmic coordinates, through a straight line the properties of which are analysed in the paper.

MATHERON'S recent works, in association with data of classical statistics and the above mentioned formulae make possible to complete the ore reserves evaluation by computing the accuracy.

Statistical methods applied to ore deposits have given birth to a parameter which is as important as the mean grade for caracterisation of deposits : the absolute dispersion.

1958 18 pages

RAPPORT C.E.A. n° 1037

(CONF. 15/P/1246)

APPLICATION DES METHODES MATHEMATIQUES A L'ETUDE DES GISEMENTS D'URANIUM

par

P. FORMERY et V. ZIEGLER

Commissariat à l'Energie Atomique - France

ERRATA

Page 8, 12e et 13e ligne

au lieu de :

et comme : $\frac{x}{y}$ et x sont deux variables aléatoires indépendantes

on a : $\sigma_n^2 = \sigma_{\frac{x}{y}}^2 + \sigma_{\frac{2}{y}}$

lire :

et comme : $\frac{x}{y}$ et x sont deux variables aléatoires indépendantes

on a : $\sigma_x^2 = \sigma_{\frac{x}{y}}^2 + \sigma_x^2$

Page 9, en fin de page :

ajouter :

Variances des teneurs vraies :

Si l'estimation des teneurs Y est déduite de la connaissance des notations radiométriques et de la droite de correspondance, la variance des teneurs vraies doit être appréciée par :

$$\sigma_y^2 = \frac{\sigma_y^2}{r^2}$$

Page 11, à partir de la 22e ligne,

remplacer le texte :

Le fait de mesurer ..... d'une galerie de reconnaissance.

par :

Le fait de mesurer, non pas des teneurs vraies, mais des rayonnements, introduit, sur chaque échantillon, un élément de fluctuation résiduelle mesurée par la variance $\frac{(1 - r^2)}{r^2} \sigma_y^2$. La moyenne de l'ensemble des teneurs évaluées au moyen de la corrélation sera par suite affectée de la variance de "dispersion radiométrique résiduelle" :

$$\sigma_w^2 = \frac{\sigma_Y^2}{n} \left(\frac{1}{r^2} - 1\right) + \frac{\sigma_Y^4}{2n} \left(\frac{1}{r^4} - 1\right)$$

Il est d'ailleurs préférable d'incorporer directement l'effet de fluctuation radiométrique dans l'expression de la variance, en exprimant :

$$\sigma_y^2 \quad \text{par} \quad \frac{\sigma_Y^2}{r^2}$$

Nous pensons avoir ainsi mis en évidence 3 des facteurs primordiaux d'indétermination. Nous voudrions préciser l'expression et la combinaison des deux premiers σ_u^2 et σ_v^2 et dégager un élément global de fluxtuation.

Variance d'échantillonnage

a) échantillonnage discontinu

L'échantillonnage est parfois réalisé au moyen de "rainurages" de minerai prélevés à front, à intervalles à peu près réguliers lors de l'avancement d'une galerie de reconnaissance.

Page 12,

Remplacer le dernier paragraphe :

on adoptera ..... teneur moyenne de ces traçages.

par :

on adoptera pour estimateur de la teneur moyenne d'une formation reconnue par traçages la mpyenne :

$$\gamma_u \, e^{\frac{\sigma_u^2}{2}}$$

Page 13,

Remplacer les 10 premières lignes :

On démontre que..... , lié par u est :

par :

Or, on démontre que γ_u est égal à la moyenne des teneurs m

(Cf. paragraphe I : médiane des estimateurs de la moyenne).

L'estimateur de la teneur moyenne est donc égal à :

$$m \, e^{\frac{\sigma_u^2}{2}}$$

(estimateur biaisé).

Remplacer les 9 dernières lignes :

on peut admettre ..... fluctuation globale

par :

L'incidence globale des trois facteurs d'indétermination : échantillonnage, extension, fluctuation radiométrique résiduelle s'obtient en ajoutant la variance de "dispersion radiométrique résiduelle" à la variance précédente $\sigma_e^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$ d'où la possibilité d'exprimer les trois principales causes d'incertitude par un terme global.

Fluctuation globale = $\underline{\sigma_u^2 + \sigma_v^2 + \sigma_w^2}$

Expression de la précision d'une reconnaissance connaissant la valeur de la fluctuation globale.

APPLICATION DES METHODES MATHEMATIQUES A L'ETUDE DES GISEMENTS D'URANIUM

par P. FORMERY et V. ZIEGLER

Commissariat à l'Energie Atomique -France

Les travaux publiés depuis plusieurs années, en particulier par MM KRIGE et de WIJS, montrent que les teneurs des gisements d'or du Rand sont susceptibles d'une représentation log-normale.

Récemment M. Georges MATHERON a vérifié qu'il en était de même de certains gisements de plomb et de zinc d'ALGERIE.

Il a proposé une explication de la distribution log-normale des teneurs dans un gisement à partir de la notion assez intuitive suivante . dans un gisement le passage d'une teneur de 1% à une teneur de 1,1% et celui d'une teneur de 0,10% à 0,11% sont des phénomènes comparables Autrement dit la variation des teneurs paraît procéder de la notion "d'effet proportionnel". L'élément différentiel représentatif est non pas dx mais $\frac{dx}{x}$, c'est-à-dire la différentielle de Lx.

Les teneurs, relevant d'un grand nombre de "petits effets proportionnels", leurs logarithmes se distribuent selon la loi de GAUSS. Les teneurs obéissent par suite à une loi log-normale.

M. ALLAIS a justifié cette conception par l'intervention de la loi d'ACTION de MASSE, laquelle ne fait intervenir que des éléments différentiels logarithmiques - et a pu fort bien présider à la genèse et à la répartition des gisements métalliques.

A partir de cette théorie M. Georges MATHERON a pu proposer une méthode d'évaluation des gisements métalliques. Il l'a récemment enrichie par la résolution du problème fondamental de l'erreur introduite par l'extension des données des traçages, à la formation que ceux-ci sont destinés à reconnaître.

LA DIRECTION DES RECHERCHES ET EXPLOITATIONS MINIERES DU COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE ayant été intéressée par ces méthodes, M Georges MATHERON, à l'issue d'une étude préliminaire sur certains de nos gisements, a pu conclure au bien fondé de leur emploi

Nous nous sommes appliqués depuis lors à adapter ces techniques à nos problèmes particuliers.

Après un exposé sommaire des principaux résultats de la "théorie log-normale", nous présenterons les domaines où s'est exercé l'essentiel de notre effort :

- Questions relatives à la liaison des mesures radiométriques avec les teneurs, étude qui sera poursuivie dans une seconde note ("POSSIBILITES OUVERTES EN MATIERE ECONOMIQUE PAR SELECTION RADIOMETRIQUE DES MINERAIS") en ce qui concerne le seuil de coupure radiométrique le plus favorable et l'incidence de la dispersion radiométrique des appareils de coupure

- Questions relatives aux fluctuations d'échantillonnage, d'extension des données, de fluctuation résiduelle due à la détermination radiométrique des teneurs.

- composition de ces effets en une fluctuation globale.

I - GENERALITES

Il n'entre pas dans le cadre de cet exposé de traiter de la loi log-normale sur le plan général, nous nous contenterons de signaler les paramètres fondamentaux caractérisant cette loi, leur calcul et quelques propriétés particulières.

La loi log-normale est caractérisée par deux paramètres seulement, les autres s'en déduisant.

Médiane :

C'est la teneur qui a une égale probabilité d'être atteinte ou dépassée.

Elle est donnée par la formule :

$$\gamma \frac{\sum n_i \quad Lx_i}{n}$$

Afin d'en simplifier le calcul on classera les teneurs dans d s classes logarithmiques. En c s conditions n_i est le nombre d'individus de la classe contenant Lx_i Cette méthode ´vite le calcul des logarithmes des teneurs.

Variance :

On prendra comme paramètre "variance", non pas la variance des teneurs, mais la variance des logarithmes des teneurs.

La variance peut être calculée par la formule :

$$\sigma^2 = \frac{\sum n_i \ \overline{Lx_i}^2 - n \ \overline{L\gamma}^2}{n - 1}$$

Moy nne :

La moyenne se déduit de la médiane par la formule :

$$m = \gamma e^{\frac{\sigma^2}{2}}$$

La moyenne apparaît ainsi comme un paramètre secondaire issu d la médiane et de la variance.

Lorsque la médiane et la variance sont déterminées au moyen d'échantillons, l'estimateur de la moyenne apparaît comme une variable al´atoire.

On démontre aisément que la médiane des estimateurs d la moy nne est égale à la valeur expérimentale obtenue, au moyen des ´chantillons, pour la moyenne des teneurs.

Il est en outre fort important de connaître la variance des stimateurs de la moyenne :

C tte variance est égale à la variance de l'estimateur du logarithme de la médiane soit :

$$\frac{\sigma^2}{n}$$

augmentée de la variance de l'estimateur de la demi-variance des teneurs soit :

$$\frac{\sigma^4}{2n}$$

d'où

$$\text{Var.(estimateur moyenne)} = s^2 = \frac{\sigma^2}{n} + \frac{\sigma^4}{2n}$$

Il s'en déduit que l'on a une probabilité :

$$1 - 2G\ (q)$$

que la moyenne soit comprise entre les limites :

$$m\ e^{-qs} \qquad \text{et} \qquad m\ e^{qs}$$

II - PRINCIPES FONDAMENTAUX :

a) Principe de KRIGE :

Ce principe est encore appelé principe de la permanence de la log-normalité : étant donné un gisement de volume V, si des échantillons de volume v forment une population log-normale au sein de V, tous les volumes V_i de dimensions supérieures à v et inférieures à V forment également une population log-normale au sein de V

Autrement dit, si des rainures d'échantillonnage prélevées dans une formation obéissent à une loi log-normale, les teneurs relatives à des éléments de volume constitués par des berlines, ou des skips, ou encore par des piliers d'exploitation sont encore susceptibles d'une loi log-normale.

Désignant par :

$\sigma^2_{v/G}$ la variance des teneurs de l'échantillon, dans la population des teneurs constituée par le gisement.

$\sigma^2_{v/P}$ la variance des teneurs de l'échantillon dans la population des teneurs constituée par l pilier

$\sigma^2_{P/G}$ la variance des teneurs des piliers dans la population des teneurs constituée par l gisement.

On a :

$$\sigma^2_{v/G} = \sigma^2_{v/P} + \sigma^2_{P/G} \qquad \text{(formule de KRIGE)}$$

b) Notion de disp rsion absolue :

La formule de KRIGE met en lumière le fait que la varianc d'échantillons ou de piliers dans une formation est fonction des volumes respectifs, de l'échantillon ou du pilier, et de la formation.

Cependant la variance n'est pas seulement fonction des volumes mais encore d'un caractère intrinsèque de la minéralisation. Il est mesuré par une constante propre à chaque gisement, appelée "coefficient de dispersion absolue" et noté α. On démontre qu'il n'est en aucun cas supérieur à 1.

c) Principe de WIJS :

On peut préciser davantage l'influence du facteur volum

M. de WIJS admet le principe suivant dit "principe d similitude": la variance logarithmique des teneurs de volume v dans un volume V est la même que celle des teneurs de volume kv dans un volume kV du même gisement.

A partir de ce principe M. de WIJS a démontré la formule :

$$\sigma^2_{V/v} = \alpha L \frac{V}{v}$$

α étant la dispersion absolue.

La connaissance de cette dispersion α est précieuse, car elle permet de calculer la variance de piliers de la dimension voulue et par là de prévoir les effets de coupure en place, c qui est exposé dans la note "POSSIBILITES OUVERTES EN MATIERE ECONOMIQUE PAR LA SELECTION RADIOMETRIQUE DES MINERAIS".

Nous avons calculé la dispersion absolue pour la plupart d nos gisements.

- gisements filoniens de pechblende :
  - Ecarpiere (Vendée) α = 0,076
  - Les Brosses (S. et L.) α = 0,089
  - Les Sagnes (Hte Vienne) α = 0,10

- Gisement de pechblende en "amas" :

  Brugeaud $\alpha = 0,098$

- Gisements sédimentaires :

  Mounana (A.E.F.) $\alpha = 0,057$

  Ce gisement est constitué par une imprégnation dans une formation grèseuse (Francevillien, dans Précambrien moyen) de vanadates uranifères avec prédominance de francevillite.

  Teufelsloch (Ht Rhin)

  Le gisement est constitué de schistes houillers imprégnés d'uranium non exprimé minéralogiquement. L'étude statistique des carottes a mis en évidence l'existence de 3 populations de teneurs :

  La Grande Couche, à teneur moyenne élevée constituant la réserve principale du gisement $\alpha = 0,052$

  Le reliquat à teneur de l'ordre de 0,4‰ $\alpha = 0,0132$

  Les passes du toit et du mur $\alpha = 0,0167$

III - CORRELATION RADIOACTIVITE - TENEUR :

Les minerais d'uranium émettent un rayonnement gamma. C tte propriété, utilisée par tous les mineurs d'Uranium du monde permet d'obtenir très aisément une notion suffisamment approchée des teneurs.

Cependant, il n'existe pas entre les notations radiométriques x (population des x : médiane γ_x, variance σ_x^2) et les teneurs vraies y (population des y : médiane γ_y, variance σ_y^2) une liaison fonctionnelle, mais seulement une certaine corrélation (coefficient de corrélation r).

Nous nous proposons, par des voies théoriques d'établir une correspondance entre les notations radiométriques x et les teneurs vraies y permettant d'obtenir une évaluation de la teneur vraie connaissant la radioactivité. Il s'agit d'un problème d'étalonnage.

Nous formons l'hypothèse, que par ailleurs vérifie l'expérience, que le couple (Lx,Ly) obéit à une loi de GAUSS à deux variables.

Ceci nous incit à traiter l problèm en coordonné s logarithmiqu s En c s conditions, à chaque valeur de Lx correspond une population de Ly dont le lieu de la médiane est la droite de régression de Ly en Lx. La variance de cette population des Ly, à Lx fixé, est constante et égale à :

$$s^2 = (1 - r^2)\sigma_y^2$$

L'équation de la droite de régression, en coordonnées logarithmiqu s est :

$$\frac{LY - L\gamma_y}{\sigma_y} = r\,\frac{Lx - L\gamma_x}{\sigma_x}$$

La droite de régression passe par le point de coordonnées $(L\gamma_x\ ,\ L\gamma_y\ )$ et a pour pente :

$$p = r\,\frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

Il est préférable de faire correspondre à chaque valeur x, non pas la médiane des y, liés par x, mais la moyenne des y, liés par x

Désignant par $\overline{y}_x$ la moyenne des valeurs de y à x fixé, on a .

$$\overline{y}_x = Ye^{\frac{s^2}{2}}$$

$$L\,\overline{y}_x = LY + \frac{s^2}{2}$$

Il en résulte que la droite de correspondance radioactivité-teneur est une droite (D), déduite de la droite de régression par la translation

$$(1 - r^2)\ \frac{\sigma_y^{\ 2}}{2}$$

Les points (Lx, Ly) se distribuent en nuage autour de la droite de correspondance. La droite de correspondance est le lieu des valeurs moyennes de y pour une valeur donnée de x. De telles valeurs x et y liés par l'intermédiaire de la droite (D) seront dites "Correspondantes"

Le raisonnement précéd nt a été tenu n logarithmes népériens en pratique les papiers utilisés sont gradués en logarithmes décimaux, il faudra tenir compte de l'échelle, qui fait intervenir le logarithme népérien de 10.

Propriété du coefficient de corrélation r.

Des considérations théoriques et expérimentales montrent, que, généralement, le rapport radioactivité / teneur est indépendant de la radioactivité.

Nous référant à un raisonnement dû à Mr. G. MATHERON, on peut écrir

$$\sigma_{\frac{x}{y}}^{2} = \sigma_x^{2} + \sigma_y^{2} - 2\,r\,\sigma_x\,\sigma_y$$

et comme : $\frac{x}{y}$ et x sont deux variables aléatoires indépendantes

on a : $\sigma_x^{2} = \sigma_{\frac{x}{y}}^{2} + \sigma_y^{2}$

Additionnant les deux équations membre à membre on obtient :

$$r = \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$$

t l coefficient angulaire de la droite de correspondance :

$$p = r\,\frac{\sigma_y}{\sigma_x} = 1$$

Les droites de correspondance sont, dans cette hypothèse, parallèles à la première bissectrice

C'est ce que démontrent de façon très satisfaisante la plupart des études expérimentales de gisements français.

Que l'on accepte ou non cette propriété, le coefficient d corrélation peut être calculé d'une façon générale par l'une ou l'autr formul classique que nous rappelons :

$$r = \frac{\Sigma(Lx - L\gamma_x)(Ly - L\gamma_y)}{(n-1)\,\sigma_x\,\sigma_y}$$

ou encor , si l'on a été am né à étudi r systématiqu m nt l rapport $\frac{\text{radioactivité}}{\text{t neur}} = \frac{x}{y}$, par la formule :

$$r = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_{\frac{x}{y}}^2}{2\sigma_x\sigma_y}$$

Voici, à titre indicatif, les valeur de la pente $p = r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ d s droites de correspondance pour quelques uns des gisements français.

	Pente	
Ecarpière (Vendée)	1,13	berlines de 900 litres
La Chapelle Largeau (Vendée)	1,11	berlines de 400 litres
Brugeaud (Hte Vienne)	1,018	dumpers de 1800 litres
Brosses (S. et L.)	0,96	berlines de 400 litres
La Commanderie (Vendée)	1,09	berlines de 400 litres

Pour les sondages nous avons obtenu :

L Brugeaud	1,036	sondages percutants

IV - EVALUATION DES RESERVES

L'évaluation des réserves met en jeu une série d'opérations dont le but est de déterminer les valeurs de la teneur moyenne, des tonnages de minerai et de métal ainsi que la précision de ces estimations.

On est conduit à mener l'étude statistique de trois grandeurs liées à chaque élément d'aire du filon :

- La puissance minéralisée h
- La teneur y
- Le produit de la teneur par la puissance minéralisée correspondante : hy, que l'on a pris l'habitude de nommer "accumulation".

Ces trois grandeurs obéissent à des lois log-normales.

a) Evaluation du minerai : le tonnage de minerai est donné par l'intégration, à l'aire totale de la formation, des puissances minéralisées h. La variance σ_h^2 permet d'évaluer la précision de l'évaluation du minerai.

b) Evaluation du métal : On intègre les accumulations à l'aire totale de la formation. La variance des accumulations σ_{hy}^2 fournit ici encore la précision de l'évaluation.

c) Evaluation de la teneur moyenne : la teneur moyenne pondérée est donnée par le rapport de la moyenne des accumulations m_{hy} à la moyenne des puissances minéralisées m_h

Teneur pondérée : $m_y = \frac{m_{hy}}{m_h}$

En effet, il existe, très fréquemment, une corrélation nettement positive entre les puissances minéralisées et les teneurs : le filon est d'autant plus riche, en teneur, qu'il est plus puissant ; la moyenne des teneurs non pondérée m_y ne nous eût point donné une estimation correcte du contenu métallique de la formation.

Notons que, dans le cas où l'échantillonnage n'a pas pu être effectué à maille régulière, il importe en outre de pondérer les accumulations et les puissances par leur aire d'influence.

On obtient les quantités de minerai et de métal, en faisant la somme, étendue à l'aire de la formation des puissances et des accumulations pondérées.

PRECISION DE L'EVALUATION DE LA TENEUR D'UN GISEMENT

- D'une façon générale, pour évaluer un gisement on part de sondag s ou de prélèvements d'échantillons dans des galeries. C'est c qu l'on peut appeler "échantillonnage". Désignons par σ_u^2 la varianc d'échantillonnage.

- par la suite on attribue à une portion de gisement, ou au gis m nt entier, les données issues de l'échantillonnage des galeri s (ou bien les données des sondages).

  Ce faisant, on réalise une "extension", ou encore un xtrapolation d'un ensemble limité de renseignements à l'ensembl b aucoup plus considérable que constitue une portion de gisem nt ou un gisement entier.

  On effectue ainsi "un véritable saut dans l'inconnu" qui introduit un facteur supplémentaire d'incertitude.

  M. MATHERON a étudié et explicité ce facteur d'indét rmination supplémentaire qu'il définit par la variance de la t n ur vraie inconnue autour de la teneur estimée grâce aux traçages de r connaissance. Nous noterons cette variance σ_v^2

- En outre, l'échantillonnage des galeries est souvent chiffré au moyen de mesures radiométriques et avec l'aide de la droit d correspondance, dont nous avons exposé la théorie plus haut

  Le fait de mesurer, non pas des teneurs vraies, mais des rayonnements, introduit, sur chaque échantillon, un élément de fluctuation résiduelle mesurée par la variance $\sigma_w^2 = (1 - r^2)\,\sigma_y^2$. La moyenne de l'ensemble des teneurs évaluées au moyen de la corr'lation sera par suite affectée de la variance "de dispersion radiométrique résiduelle" σ_w^2.

Nous pensons avoir ainsi mis en évidence 3 des facteurs primordiaux d'indétermination. Nous voudrions préciser l'expression et la combinaison des deux premiers σ_u^2 et σ_v^2 et dégager un élément global de fluctuation.

Variance d'échantillonnage

a) échantillonnage discontinu

L'échantillonnage est parfois réalisé au moyen de "rainurages" de minerai prélevés à front, à intervalles à peu près réguliers, lors de l'avancement d'une galerie de reconnaissance

La variance de l'estimation de la moyenne de n échantillons est donnée en fonction de la variance σ^2 des échantillons par la formule :

$$\sigma_u^2 = \frac{\sigma^2}{n} + \frac{\sigma^4}{2n}$$

(cf § I : Variance des estimateurs de la moyenne)

Les rainurages sont en général analysés chimiquement et n'introduisent pas de variance de dispersion radiométrique résiduelle.

b) Echantillonnage continu

On tend, de plus en plus, à analyser la totalité des berlines extraites d'une galerie de reconnaissance. On réalise ainsi un échantillonnage continu (ou encore jointif) qui n'introduit pas de varianc d'échantillonnage dans le calcul de l'estimation de la moyenne.

Toutefois, cet échantillonnage est réalisé au moyen d'analyses radiométriques des berlines et introduit une variance de dispersion radiométrique résiduelle.

Variance d'extension

Le calcul de la variance d'extension a été résolu par M MATHERON Celui-ci fonde son étude sur le cas particulier d'un panneau tracé sur 4 côtés.

La variance d'extension est dans ce cas égale à la moitié du coefficient de dispersion absolue : $\frac{\alpha}{2}$

M. MATHERON a étudié ensuite la valeur de σ_v^2 pour tous les modes classiques de reconnaissance. Les formules donnant les valeurs de σ_v^2 s'expriment en fonction de α et du rapport $\frac{S}{L^2}$, de la surface reconnue au carré de la longueur totale des traçages qui reconaissent la formation.

Ces formules sont données en annexe de cette note.

Effets cumulés de "l'échantillonnage" et de "l'extension": Additivité des variances.

a) Estimateur adopté pour la teneur moyenne d'une formation.

On adoptera pour estimateur de la teneur moyenne d'une formation reconnue par traçages la médiane γ_u des estimateurs de la teneur moyenne de ces traçages.

On d´montre que γ_u st égal à la moyenne d s t n urs m (c.f § I : Médiane des estimateurs de la moyenne).

Le choix de la médiane $\gamma_u = m$ est dû au fait que la médiane est l'estimateur possédant une égale probabilité d'être dépassée ou atteinte.

b) Additivité des variances : soit e un estimateur aléatoir de la formation, on admet que le couple de variables aléatoires (Lu, Le) obéit à une loi normale à deux variables, ce qui revient à dir qu Lu et Le sont liées par une corrélation de coéfficient ρ_u

Dans ces conditions la variance de e, lié par u est :

$$\sigma^2_{e.u} = \sigma_e^2 \quad (1 - \rho_{ue}^2)$$

Or, d'après MM. KRIGE et MATHERON

$$\rho_{ue} = \frac{\sigma_u}{\sigma_e} \quad \text{(formule de KRIGE)}$$

d'où :

$$\sigma^2_{e.u} = \sigma_e^2 (1 - \rho^2_{ue}) = \sigma_e^2 - \sigma_u^2$$

or · $\sigma^2_{e.u}$ est précisément ce que nous avons appelé σ_v^2 : variance d'extension.

d'où la relation $\sigma_e^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$

Ce résultat apparaît ainsi comme une conséquence de la liaison d s variables u et e.

Variance globale de fluctuation :

On peut admettre que l'incidence globale des trois fact urs d'indétermination : échantillonnage, extension, fluctuation radiom´trique résiduelle s'obtient approximativement en ajoutant la variance d "dispersion radiométrique résiduelle" à la variance précédente $\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$ d'où la possibilité d'exprimer les trois principales causes d'incertitude par un terme global.

$$\text{Fluctuation globale} = \sigma_u^2 + \sigma_v^2 + \sigma_w^2$$

Expression de la précision d'une reconnaissance connaissant la valeur de la fluctuation globale:

Ayant estimé la variance globale de fluctuation

$$\sigma_u^2 + \sigma_v^2 + \sigma_w^2$$

l'écart type global de fluctuation est égal à :

$$\sqrt{\sigma_u^2 + \sigma_v^2 + \sigma_w^2}$$

On a la probabilité :

$$G(-q)$$

que la teneur du gisement soit supérieure à :

$$m\ e^{-q.\text{écart type global}}$$

ou encore la probabilité :

$$1 - 2\,G(q)$$

que la teneur du gisement soit comprise entre :

$$m\ e^{-q.\text{écart type global}}$$

et

$$m\ e^{q.\text{écart type global}}$$

Catégories de certitudes:

L'expérience avait jadis conduit à définir les catégories de certitudes :

"à vue" - "probable" - "possible"

à l'intérieur desquelles on classait les portions de gisement selon le degré de reconnaissance dont elles avaient fait l'objet (densité et position des traçages).

L'inconvénient d'un tel système de classification était d'être purement qualitatif.

La connaissance de la fluctuation globale, c'est-à-dire de la loi probabiliste de répartition de l'estimateur de la teneur moyenne permet d'asseoir les catégories précédentes sur des bases quantitatives et de définir chaque catégorie par un intervalle de probabilités.