



RS06RA410

II
JUGOSLOVENSKI SIMPOZIJUM
IZ REAKTORSKE FIZIKE

Deo I

Herceg Novi
Septembar, 27—29
1966god.

II JUGOSLOVENSKI SIMPOZIJUM IZ REAKTORSKE FIZIKE

HERCEG NOVI
Septembar 27-29
1966.

Organizacioni odbor:

Stevan Takač

Radovan Martinc

Danilo Obradović

Redakcioni odbor:

Dr Nenad Raišić

Dr Miodrag Petrović

Mr Stevan Takač

Mr Radovan Martinc



RS06RA250

II JUGOSLOVENSKI SIMPOZIJUM IZ REAKTORSKE FIZIKE

a

SRF-2/1R

S. Jovanović, Institut "B.Kidrič", Vinča
B. Stormark, Institut u Kjeleru, Norveška

IZMERENJE REAKTORSKIH PARAMETARA REAKTORA "NORA"
METODOM ANALIZE ŠUMA - POWER SPECTRAL DENSITY

HERCEG NOVI
Septembar 27-29
1966.

MERENJE REAKTORSKIH PARAMETARA REAKTORA "NORA"
METODOM ANALIZE ŠUMA-POWER SPECTRAL DENSITY
(St. Jovanović^o i E. Stormark^{oo})

Izneta su merenja na reaktoru "NORA" metodom Power Spectral Density (PSD). Za kritičan reaktor ovom je metodom direktno meren odnos β/ℓ gde je β efektivni prinos zakasnelih neutrona a ℓ efektivni život neutrona. Za podkritičan reaktor merene su vrednosti $\alpha = \frac{\beta - \rho}{\ell}$ gde je ρ negativna reaktivnost.

Izlazni PSD meren je pomoću filtra i ISAC-om. Rezultati dobijeni filtrom su fitovani metodom najmanjih kvadrata. ISAC-om je snimljen PSD kao i autokorelaciona funkcija.

U V O D

Cilj ovih merenja bio je određivanje kinetičkih parametara reaktora "NORA" (Kjeller-Norveška) metodom analize šuma-Power Spectral Density (PSD). Prednost ove metode nad perturbacionim metodama je u tome što se merenje obavlja bez uticaja na rad reaktora - što će reći samo analizom statističkih fluktuacija u reaktoru. Merenja su izvršena na rešetci sa korakom 2.314 cm, gorivom obogaćenim U²³⁵

^o - Institut "Boris Kidrič" - stipendista MAAE u Kjeller-u

^{oo} - Institut for Atomenergi-Kjeller

od 3.41% i H_2O kao moderatorom. Korišćena je instrumentacija kompletirana u Kjeller-u kao i NORATOM-ov instrument ISAC (Instrument for Statistical Analogue Computation).

Na reaktoru "NORA" se i ranije merilo metodom PSD^{1,2,3}. Ova merenja su izvršena sa jonizacionom komorom u centru reaktora za kritičan i podkritičan reaktor. Za podkritičan reaktor mereno je sa i bez spoljnjeg neutrons-kog izvora. Takodje, za kritičan reaktor mereno je sa jonizacionom komorom u reflektoru. Cilj zadnje pomenutih merenja bio je da se reaktor "NORA" koristi kao izvor belog šuma (Bennett⁴).

Rezultati merenja su fitovani metodom najmanjih kvadrata. Korišćena je jonizaciona komora AKJ-3-01 proizvedena u Swierk-u (Poljska). Komora je nekompenzovana. Merenja ISAC-om izvršena su sa jonizacionom komorom u centru reaktora za kritičan reaktor.

T E O R I J A^(5,6,7)

Opšta jednačina izlazno-ulazne karakteristike sistema za PSD data je sa:

$$P(w)_{out} = |G(jw)|^2 P(w)_{in} \quad (1)$$

gde su $P(w)_{out}$ i $P(w)_{in}$ izlazni i ulazni PSD respektivno i $G(jw)$ transfer funkcija sistema (TF). PSD se definiše kao snaga signala šuma sadržana u propusnom opsegu Δw na jedinicu učestanosti.

Iz blok šeme na slici 1 a u tački 1 ima se:

$$P(w)_{in_1} = P(w)_n |G(jw)_1|^2 + P(w)_d$$

gde su $P(w)_n$ i $P(w)_d$ ulazni PSD koji potiče od neutrona u reaktoru i PSD detektora respektivno a $G(jw)_1$ i $G(jw)_2$ transfer funkcija reaktora i transfer funkcija jonizacione komore sa instrumentacijom respektivno.

Saglasno sa jed. 1 i prema sl.1 biće na izlazu:

$$P(w)_{out} = |G(jw)_1|^2 |G(jw)_2|^2 P(w)_n + |G(jw)_2|^2 P(w)_d \quad (2)$$

Deleći jed. 2 sa $|G(jw)_2|^2$ i uzimajući u obzir da su $P(w)_n$ i $P(w)_d$ konstantni u frekventnom opsegu koji je od interesa, jed.2 postaje:

$$\frac{P(w)_{out}}{|G(jw)_2|^2} = a_0 + a_1 |G(jw)_1|^2 \quad (3)$$

gde su a_0 i a_1 konstante:

a_0 - šum detektora

a_1 - koeficijent korelativnog dela spektra

Normalizovana transfer funkcija nultog reaktora data je jednačinom⁶:

$$G(jw)_1 = \frac{1}{jw \frac{\ell}{\beta} \left[1 + \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i / \beta}{\frac{\ell}{\beta} (jw + \lambda_i)} \right]}$$

gde je: w - kružna učestanost u rad/sec

λ_i - konstanta raspada zakasnelih neutrona i-te grupe

β_i - efekt. prinos zakasnelih neutrona i-te grupe

Za $w \gg \lambda_i$, tj. za $w > 1$ rad/sec gornja jednačina može sasvim dobro da se aproksimira sa:

$$G(jw)_1 = \frac{1}{\alpha + jw}$$

Sa ovim jed. 3 postaje:

$$\frac{P(w)_{out}}{|G(jw)_2|^2} = a_0 + a_1 \frac{1}{1 + (\frac{\omega}{\alpha})^2} \quad (4)$$

Oblik krive jed. 4 dat je na sl. 2. Takođe je pokazan način odredjivanje tzv. break frequency za kritičan reaktor $w_b = \alpha_0 = \frac{\beta}{\ell}$ kada je ρ jednako nula ili za podkritičan reaktor gde je u opšte $\alpha = \frac{\beta - \rho}{\ell}$. Fitovanjem podataka dobivenih merenjem sa jed. 4 metodom najmanjih kvadrata moguće je odrediti tri parametra: α , a_1 i a_0 . Podaci su fitovani na CDC 3600 računskoj mašini u Kjeller-u. Program je izradio Mr. Holte.

Efikasnost detektora je računata iz jed. 5⁵:

$$\epsilon = \frac{a_1}{a_0} \frac{\bar{\nu}^2}{\nu(\nu-1)} \quad (5)$$

gde je ν - broj neutrona emitovanih po fisiji.

EKSPERIMENTALNI UREDJAJI

Horizontalni presek jezgra sa označenim položajima detektora pokazan je na sl.3. Jezgro je prvo H₂O jezgro reaktora NORA. Da bi se kompenzovao uticaj jonizacione komore u centru reaktora, dodato je 44 gorivna elementa na periferiju reaktorskog jezgra. Kada je jonizaciona komora stavljana u reflektor (položaji b,c,d,e,f) veliki BF₃ brojač je stavljan u centar reaktora radi depresije neutrons-kog fluksa. Korišćena jonizaciona komora je AKJ-3-01 sa osetljivošću 1.5×10^{-13} A/nv/proizvod-Poljska/¹². Na sl. 4 data je radijalna raspodela neutrons-kog fluksa i položaji jon. komore.

Podkritično stanje reaktora je postizano spuštanjem nivoa vode.

Blok šema instrumentacije kompletirane u Kjelleru za merenje PSD pokazana je na sl.5 - svi elementi su specificirani. Frekventna karakteristika sistema bez jonizacione komore merena je pomoću solartronovog generatora. Kako je sistem znatno zavisio od solartronovih pojačavača, naročito kod viših učestanosti, ove su karakteristike merene i pokazane na sl.6b. Vrlo veliko pojačanje (reda 10^3 ili veće) je korišćeno za male signale i to samo za podkritičan reaktor bez spoljašnjeg izvora.

Frekventna karakteristika Krohn Hite band pass filtra-mod. 330 A⁹ je specijalno merena u propusnom opsegu od 2 do 35 c/s. Merenje je izvršeno pomoću Gaussian Noise Generator NG Model 44200 na analognom računaru PACE. Razlog za ovo merenje bila je činjenica da su svi dijagrami PSD dobijeni merenjem na NORI imali "rupu" baš u okolini break (prelomne) učestanosti reaktora. Ovo je dovodilo do neizvesnosti u odredjivanju tog parametra iz eksperimentalnih krivih. Karakteristika filtra je merena na isti način kao i merenje PSD na reaktoru podešavajući nisku f_L i visoku f_H učestanost filtra na istu učestanost ($f_L = f_H$). Pri tome se dobija najuži propusni opseg filtra. Karakteristike su pokazane na sl.6a.

ISAC (Instrument for Statistical Analogue Computation) je tranzistorizovan instrument proizvodnje NORATOM za praktičnu primenu kod statističkih metoda i specijalno za brza merenja¹⁰. Simultano je moguće snimati tri ulazna signala na magnetnu traku. Frekventni opseg instrumenta je 0-200c/s. Za snimanje postoje dve standardne dužine loop-a

magnetne trake: kratka i dugačka sa najmanjim vremenom upisivanja od 5 sec i 15 sec, respektivno. Rezultati se prezentiraju na XY pisaču u vrlo kratkom vremenu (reda minuta).

Blok šeme za reprodukciju PSD i korelacione funkcije su date na sl.7 a i b. Moguće je posebno izabrati svaki kanal za dobijanje PSD. Amplitudni spektar kao i PSD dobijaju se kontinualnom promenom učestanosti i filtriranjem band pass filtrom. Power spectar se dobija iz amplitudnog spektra kada se signal propusti kroz uredjaj za kvadriranje. Brzina kojom će da se izvrši snimanje može da se izabere.

Korelaciona funkcija se definiše kao:

$$\phi_{xy} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) y(t + \tau) dt$$

T

gde je integraciono vreme T kod ISAC-a određeno dužinom magnetne trke i izabrane brzine reprodukcije. Vremenski korak je dobijen pomoću pokretne glave B. Ova glava se pokrene u napred za jedan korak kod svakog punog obrtaja magnetne trake. Prema tome ϕ_{xy} se dobija ne kao kontinualna kriva već tačka po tačku. Proizvod xy se formira u specijalnom kolu a integracija se vrši jednosmernim pojačavačem sa reakcijom. Na kraju svakog integracionog ciklusa vrednost se dobija kao tačka na pisaču. Start i stop impulsi za početak i završetak jednog cikla dobijaju se automatski pomoću dve rupice na magnetnoj traci i sijalice.

R E Z U L T A T I

U tablicama I-III date su vrednosti za α , ϵ i odnos a_1/a_0 . Jedna od merenih krivih PSD data je na sl.8 za snagu reaktora od 5W. Takodje je pokazana fitovana kriva kao i standardna devijacija za a_1 , a_0 i α_0 .

Pokušaj da se NORA reaktor iskoristi kao izvor belog šuma nije u potpunosti uspeo. Najbravija kriva je dobijena za položaj jonizacione komore e (60 cm od centra reaktora). Varijacije u PSD dobijene krive bile su $\approx 2\text{db}$. U ovom slučaju korekcije za vrednost a_0 nisu uzete u obzir. Najbolji metod danas koji se koristi za eliminisanje detektorskog šuma je CPSD (cross power spectral densiti)⁸. Pozicije d i f su dale vrlo loše rezultate zbog vrlo velikih korekcija i slabog signala, kao i uticaja reaktora (poz.d).

Na sl. 9 date su PSD krive za položaj jonizacione komore b i c.

Nalaženje drugog harmonika koji potiče od reflektora, kao što je mereno Rossi- α eksperimentom¹¹ praktično je bilo nemoguće zbog korekcija u visokofrekventnom opsegu.

Tabela I daje vrednosti α_0 za kritičan reaktor snage: 0.7W, 2W i 5W. Razlike su manje od 4%.

ϵ vrednosti za sva tri stanja su vrlo bliska jedna drugoj. Uzimajući u obzir da je za sva tri stanja položaj komore bio isti bile su i očekivane slične vrednosti za ϵ (efikasnost detektora).

Tabela II daje vrednosti α_0 za kritičan reaktor sa komorom u reflektoru: 1/ pozicija detektora b (na granici jezgra) i 2/35 cm od centra reaktora. Standardna

devijacija je manja od 6%. ϵ vrednosti su očigledno manje nego sa komorom u centru reaktora i razlikuju se jedna od druge zbog različitog položaja komore.

Tabela III je za podkritičan reaktor i korišćeni $^{10}\text{P}_0\text{B}_e$ neutronske izvor na dno reaktorskog tanka.

Vrednosti za ϵ lagano se smanjuju sa podkritičnošću.

Rezultati za podkritičan reaktor bez korišćenja spoljnog neutronske izvora nisu dati. Za njih se može da kaže da su dosta "raštrkani" u odnosu na one kada se koristio spoljni neutronske izvor. Pretpostavlja se da su rezultati slabi zbog malog signala i kratkog vremena za merenje. Prema tome trebalo bi meriti duže vreme da bi se dobila bolja statistika. Vrednosti za ϵ su takodje "raštrkane". Sugerira se CPSD koja daje bolje rezultate od PSD sa jednom komorom koji se obično naziva APSD (auto-power spectral density)⁸.

Merenja ISAC-om su izvršena samo za kritičan reaktor a za sledeće snage reaktora:

0.4w, 0.7w, 2w, 5w, 8w, 10w, 12w, 13w.

Prilikom merenja korišćen je Krohn Hite filter na ulazu u ISAC sa postavljenim frekventnim opsegom koji odgovara ISAC-u.

Reprodukcija je vršena sa različitim konstantama instrumenta.

α_0 vrednosti za kritičan reaktor iz ovih merenja bile su približno 200 sec^{-1} sa devijacijom od $\pm 20\%$ za oba merenja PSD i autokorelacionnu funkciju. Predpostavlja se da ova velika devijacija dolazi do ograničenog frekventnog

opsega instrumenta (0-200 c/s) i kratkog loop-a magnetne trake.

Auto-korelaciona kriva dobijena ISAC-om za snagu reaktora od 0.7w data je na sl. 10.

Z A K L J U Č A K

Merenje Auto-Power Spectral Density instrumentacijom kompletiranom u Kjeller-u daje zadovoljavajuće rezultate za određivanje reaktorskog parametra α tj. α_0 . Ova metoda je manje tačna od Rossi α i Feynman-ove metode. Prednost ove metode je mogućnost direktnog određivanja α_0 , tj. odnosa β/ℓ . Sa pomenute dve metode neophodno je da se izvrši ekstrapolacija radi određivanja β/ℓ . Tačnost određivanja α kod PSD bila je sa greškom od 10% zavisno od položaja komore kao i od snage reaktora, tj. intenziteta spoljnjeg neutronskeg izvora kod podkritičnog stanja reaktora. Tačnost bi se poboljšala korišćenjem CPSD metode gde se meri samo korelativni deo šuma.

Za podkritičan reaktor merenje APSD metodom daje bolje rezultate sa korišćenjem spoljnjeg neutronskeg izvora nego bez njega.

Sa jonizacionom komorom osetljivosti reda 1.5×10^{-13} A/nv kao što je AKJ-3-01 moguće je dobiti vrlo dobre rezultate sa komorom van reaktorskog jezgra.

Merenja ISAC-om su pogodna samo za brza merenja i kao mogućnost za komparaciju rezultata. Rezultati dobijeni ovom metodom jesu sa velikom greškom - reda 20%.

Tabela I. APSD - reaktor kritičan, jonizaciona komora u centru, pozicija a.

snaga reaktora (w)	0.4	2	5
α_0 (sec ⁻¹)	179.8 ± 5.7	193.7 ± 2.7	206.2 ± 8
a_1/a_0	52.6	57.2	57
ξ [det/fiss.]	4.45x10 ⁻³	4.9x10 ⁻³	4.8x10 ⁻³

Tabela II. APSD - reaktor kritičan, jonizaciona komora u reflektoru.

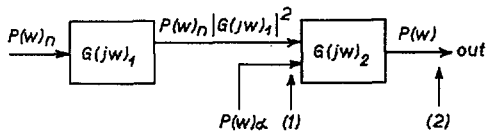
rastojanje od centra R. (cm)	22 pos. b	35 pos. c	60 pos. e
α_0 (sec ⁻¹)	215.9 ± 6.2	217.2 ± 15	ravna 2db
a_1/a_0	41.3	8.66	-
ξ [det./fiss.]	3.5x10 ⁻³	7.3x10 ⁻⁴	-

Tabela III. APSD - reaktor podkritičan, jon. komora u centru, sa spoljašnim neutr.izvorom

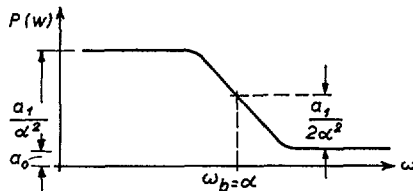
H (cm)	0.055	0.6	3	5
α (sec ⁻¹)	217.9 ± 13	237.9 ± 6.7	331.3 ± 8.4	388 ± 13.8
a_1/a_0	31.6	44.8	19.3	10.7
ξ [det/fiss]	2.6x10 ⁻³	3.8x10 ⁻³	1.6x10 ⁻³	0.9x10 ⁻³

L I T E R A T U R A

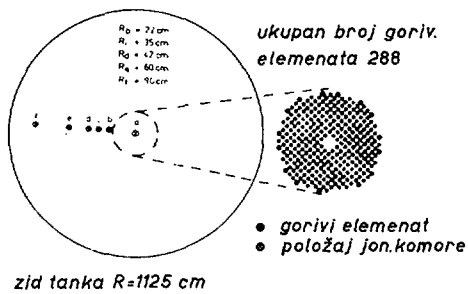
1. Christensen H., Jovanović et all:
A Review of "NORA" project Noise Experiments-paper presented to the Symposium of Neutron Noise, Waves and Pulse Propagation, Gainesville, Florida, february 14-16, 1966.
2. Foulke and Thue-NORA Noise Measurements, Dynamic Section Memo 4 1962.
3. W.Suwalski-NORA First H₂O core Noise Measurements, Part 2: Power Spectrum Density Method,NORA Lab. Memo 119.
4. Bennett-The Rice Formulation of Pile Noise-Nuc.Sci. and Eng. 8, 51-63, 1964.
5. Thie J.- Reactor Noise, Rowman and Littlefield, Inc.-- New York 1963.
6. Badgley R. and Uhrig R. - Nuc.Sci. and Eng. 19, 158-163, 1964.
7. Griffin C.W. and J.G.Lundholm, JR. - NAA - 3765(1959).
8. W.Seifritz, D.Stegemann and W.Väth - Two Detector Crosscorrelation Experiments in the Fast-thermal Argonaut Reactor Stark - Paper presented at the International symposium on Neutron Noise, Waves and Pulse Propagation held at Gainesville, Florida, February 14-16, 1966.
9. Krohn Hite Band Pass Filter-Technical Manuel
10. ISAC (Instrument for Statistical Analogue Computations) - Operating Instructions - IX.1964.
11. W.Suwalski - NORA H₂O Core Noise Measurements - Part I, Rosi- Method.
12. L.Gasirowski, L.Labno: Frequency Response of AKJ-3 Neutron Sensitive Current Ion Chamber - NPY-P-35.
13. M.Petrović, Lj.Veličković, V.Marković i St.Jovanović: Analiza šumova reaktora RB-IX Konferencija ETAN-a, Bled, XI.1964.



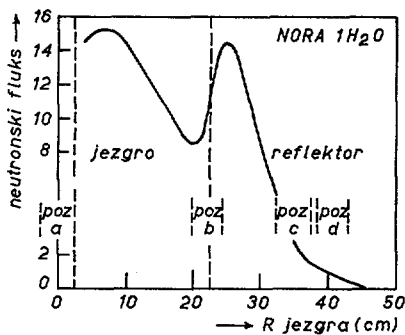
Sl. 1 Ulazno-izlazna karakteristika sistema preko PSD



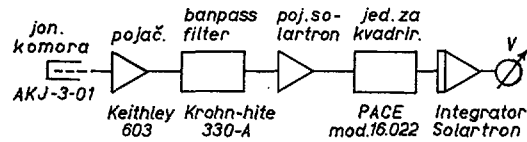
Sl. 2 Određivanje ω_b



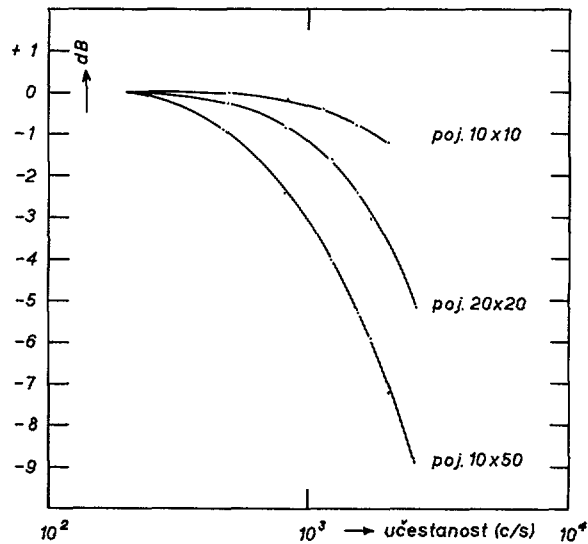
Sl. 3 Horizontalni presek jezgra $1H_2O$ NORA



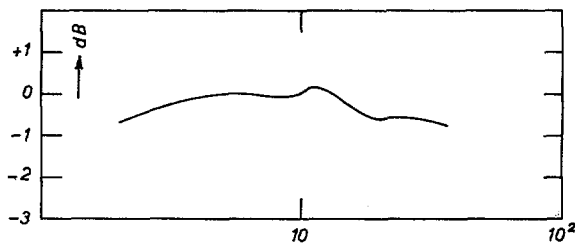
Sl. 4 Radijalna raspodela fluksa i položaj jon. komore



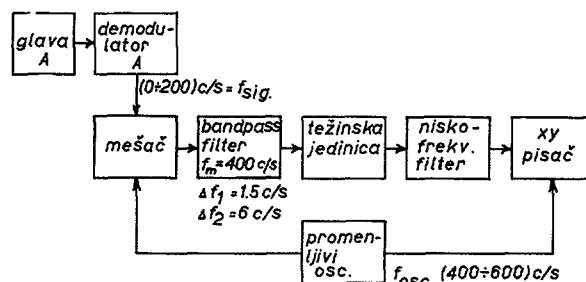
Sl. 5 Blok šema instrumentacije za merenje PSD



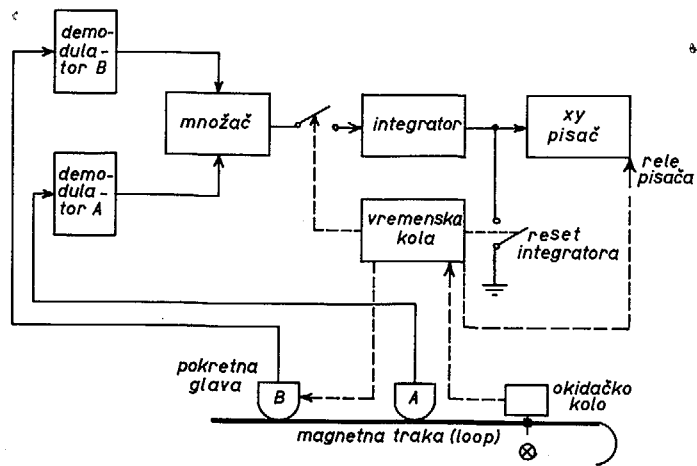
Sl. 6b Frekventna karakteristika SOLARTRON-ovih pojačav.



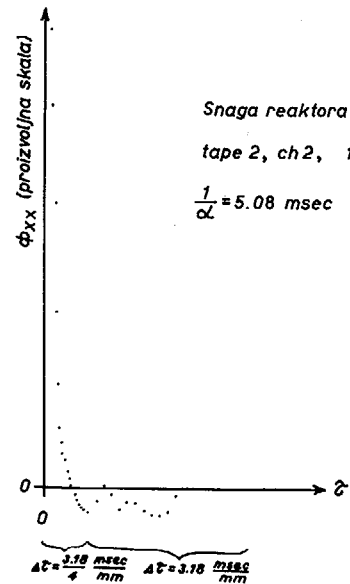
Sl. 6a Frekventna karakteristika Krohn Hite band pas filtra od 2 do 35 c/s



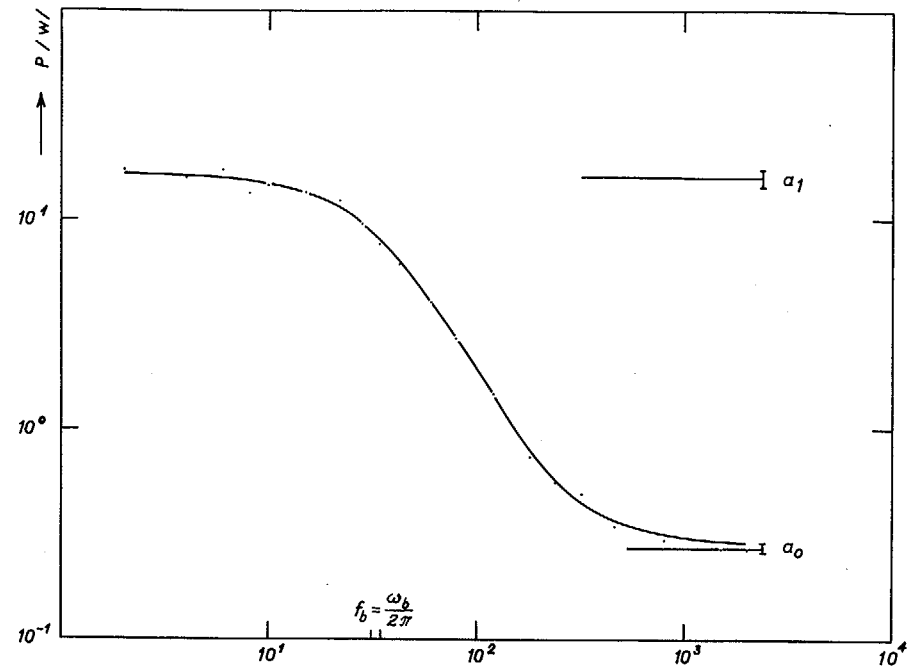
Sl. 7a Blok šema ISAC-a za dobijanje PSD



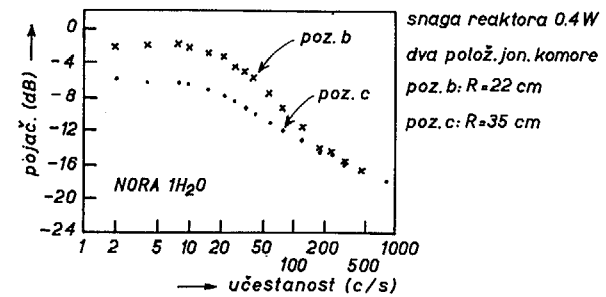
Sl.7b Blok šema ISAC-a za dobijanje korelacione funkcije



Sl.10 Autokorelaciona funkcija dobijena preko ISAC-a



Sl.8 Power Spectral Density-NORA 1H₂O - Snaga reaktora 5W



Sl.9 PSD krive za b i c položaj jon. komore



RS06RA251

II JUGOSLOVENSKI SIMPOZIJUM IZ REAKTORSKE FIZIKE

Lj. Veličković

SRF-2/2R

Lj. Veličković
Institut "B. Kidrič", Vinča

JEDAN STOHAISTIČKI FIZIČKO-MATEMATIČKI
MODEL ZA ANALIZU REAKTORSKE KINETIKE

HERCEG NOVI
Septembar 27-29
1966.

Stohastički model reaktora nulte snage aproksimiran jednom grupom zakasnelih neutrona

Sadržaj

I Uvod

- II 3. Osnovni verovatni balans u slučaju tačkasto-kinetičkog modela reaktora nulte snage.
- 6. Osnovne veličine stohastičkog modela i njihova veza sa generirajućom funkcijom verovatnoće.
- 7. Definisanje vremenskih promena osnovnih fizičkih veličina u reaktoru nulte snage i ostvarivanje veze stohastičkog modela i standardnih jednačina tačkaste kinetike.
- 9. Statistički tretman u slučaju kritičnog reaktora.
- 11. Stohastički model za tačkastu reaktorsku kinetiku aproksimiran jednom grupom zakasnelih neutrona (slučaj kritičnog reaktora)
- 12. Autokorelaciona funkcija i funkcija spektralne gustine.
- 15. Proširenje stohastičkog modela uvođenjem svih šest grupa zakasnelih neutrona.

III Zaključci

IV Literatura

JEDNOGRUPNI STOHAŠTIČKI MODEL REAKTORA NULTE SNAGE

U V O D

Kinetičke metode reaktorske fizike proučavaju promene stanja reaktora izazvane raznim oblicima promene reaktivnosti. Kod impulsne neutronske metode kratki impulsi brzih neutrona koji iz spoljnog impulsnog izvora dospevaju u multiplikativnu sredinu remete uobičajeni tok procesa, izazivajući svojim usporavanjem i umicanjem eksponencijalno opadanje snage. Oscilatorna tehnika periodičnim kretanjem absorbera u aktivnoj zoni reaktora izaziva periodičnu promenu snage reaktora. Zajedničko obema metodama je što delovanjem na jedan isti sistem raznim tehnikama dovode u jednom trenutku u sistem višak reaktivnosti i prate promene koje se potom dešavaju u njemu. Ponašanje sistema koje sledi ove promene nosi u sebi suštinske oblike sistema. Treća kinetička metoda, metoda šuma, proučava sistem ne izazivajući nikakvo spoljno perturbovanje. Ona polazi od fizičkih procesa koji se dešavaju u reaktoru, uočava sličnost sa pojavama koje prate prva dva oblika perturbovanja i dovodi do sličnih rezultata. Statističke fluktuacije broja neutrona oko srednjeg ukazuju na mogućnost da reaktorski sistem sam sebe perturbuje fisionim neutronima na način koji je identičan raspodeli osnovnog moda kod impulsne neutronske metode. Tom prilikom je izbegnuto suviše generiranje viših harmonika i omogućeno lakše određivanje fizičkih karakteristika sistema.

Celokupna nuklearna fizika, reaktorska fizika i teorija transporta neutrona zasnovane su na procesima koji se odigravaju sa većom ili manjom verovatnoćom. U osnovi svih

mikro fizičkih procesa leži verovatnoća. To i omogućuje definisanje stanja reaktorskog sistema verovatnim balansom raznih prelaznih stanja.

Polazeći od osnovnih stohastičkih procesa, a preko generirajućih funkcija verovatnoće došlo se do uprošćenog jednogrupnimrazmatranjima teoriskog modela koji koristi statističku suštinu da dodje do osnovnih relacija vremenskog ponašanja reaktora nulte snage.

Standardne kinetičke jednačine opisuju srednje vremenski zavisno ponašanje reaktora izazvano vremenski zavisnom promenom reaktivnosti. Stohastička analiza reaktorske kinetike proučava statističku prirodu fluktuacije oko njihovih srednjih vrednosti. Fluktuacije su određene srednjim vrednostima, varijancama, autokorelacionim funkcijama i funkcijama spektralnih gustina.

OSNOVNI VEROVATNI BALANS U SLUČAJU TAČKASTO-KINETIČKOG MODELA REAKTORA NULTE SNAGE

Eksperimentalni prilaz statističkim procesima u reaktoru ostvaruje se postavljenjem detektora u multiplikativni medijum i proučavanjem njegovog odziva u odredjenom rešimu rada reaktora.

Teorijski prikaz date eksperimentalne postavke dovodi do pojma grupe funkcije raspodele $P(N, C_1, \dots, C_j; t + \delta t)$ koja definiše verovatnoću da u reaktoru bude u trenutku $t + t$, N neutrona i C_i atoma emitera zakasnelih neutrona tipa i kao i verovatnoću da detektor pokaže Z detekcija u vremenu od nula do $t + \delta t$. Drugu stranu izraza predstavljaju efekti koji potiču od:

- 1° spoljnog izvora
- 2° raspada atoma emitera i -tog tipa
- 3° gubitka neutrona umicanjem ili ne fisionom kaptažom
- 4° fisije
- 5° statističke prirode procesa detekcije
- 6° u vremenu od t do $t + \delta t$ nije se desio ni jedan događaj od onih pod (1 - 5), pa je stanje u reaktoru ostalo nepromenjeno.

$$\begin{aligned}
 P(N, C_1, \dots, C_j; t + \delta t) = & P(N-1, C_1, \dots, C_j, Z; t) \cdot S \delta t + \\
 & + \sum_{i=1}^j P(N-1, C_1, \dots, C_{i-1}, \dots, C_j, Z; \delta t) \cdot (C_{i-1}) \lambda_i \delta t \\
 & + P(N+1, C_1, \dots, C_j, Z; t) \cdot (N+1) \Lambda_c \cdot \delta t \\
 & + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m_1=0}^{\infty} \dots \sum_{m_j=0}^{\infty} P(N-n+1, C_1-m_1, \dots, C_j-m_j, Z; t) \cdot (1) \\
 & \cdot (N-n+1) \cdot \Lambda_f \cdot p(n, m_1, \dots, m_j) \delta t + P(N+1, C_1, \dots, C_j, Z-1; t) \cdot \\
 & \cdot (N+1) \Lambda_d \cdot \delta t + P(N, C_1, \dots, C_j, Z; t) \cdot \\
 & \cdot \left[1 - \left\{ S + \sum_{i=1}^j \lambda_i C_i + N(\Lambda_c + \Lambda_f + \Lambda_d) \right\} \delta t \right].
 \end{aligned}$$

U gornjem izrazu $\Lambda d \cdot N \cdot \delta t$ predstavlja verovatnoću da neutron bude detektovan u vremenu δt , a $p(n, m_1, \dots, m_j)$ verovatnoću da n trenutnih neutrona i m_j atoma emitera zakasnelih neutrona budu proizvedeni jednim fisionim događajem u reaktoru u vremenu δt . Definisanje verovatnoće da neutron udje u reaktor u vremenu δt zbog konstantnosti spoljnog izvora nameće Poisson-ovu raspodelu.

Korisne informacije iz izraza za verovatni balans dobijaju se njegovim prevodjenjem u oblik generirajućih funkcija verovatnoće. Definišu se dve osnovne generirajuće funkcije:

$$F(x, y_1, \dots, y_j; z; t) = \sum_{N=0}^{\infty} \sum_{C_1=0}^{\infty} \dots \sum_{C_j=0}^{\infty} \sum_{Z=0}^{\infty} x^N \cdot y_1^{C_1} \dots y_j^{C_j} \cdot z^Z \cdot P(N, C_1, \dots, C_j, Z; t) \quad (2)$$

$$f(x, y_1, \dots, y_j) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m_1=0}^{\infty} \dots \sum_{m_j=0}^{\infty} x^n \cdot y_1^{m_1} \dots y_j^{m_j} \cdot p(n, m_1, m_2, \dots, m_j)$$

gde su $x, y_1, \dots, y_j$ iz pozitivne kontinualne promenljive.

Za razvoj osnovne jednačine bilo kog statističkog razmatranja treba jednačinu (1) pomnožiti sa $x^N \cdot y_1^{C_1} \dots y_j^{C_j} \cdot z^Z$, zatim izvršiti sumiranje preko svih mogućih vrednosti N, C_i, Z . Za određivanje granične vrednosti kad $\delta t \rightarrow 0$ koriste se relacije (2). Tako se dolazi do osnovnog izraza stohastičke interpretacije

$$\frac{\partial F}{\partial t} = (x-1)SF + \sum_i (x-y_i)A_i \frac{\partial F}{\partial y_i} + \left[A_c(1-x) + A_f(f-x) + A_d(z-x) \right] \frac{\partial F}{\partial x} \quad (3)$$

koji u sebi i svojim parcijalnim izvodima sadrži sve parametre koji opisuju statistički reaktor.

Statistički parametri neophodni za stohastički prikaz pojava u reaktoru su srednje vrednosti broja neutrona i

koncentracije jezgra emitera zakasnelih neutrona kao i razni tipovi standardnih devijacija - mera fluktuacija fizičkih veličina. Njihovim odredjivanjem formira se stohastički model. Generirajuća funkcija verovatnoće F ima osobinu da su srednje vrednosti N , C_i i Z njeni parcijalni izvodi u odnosu na x , y_i , z respektivno, razvijeni u tački $x=y_1=y_2=\dots=y=z=1$. Shodno tome parcijalni izvodi druge funkcije generatriše f , koja predstavlja matematičku sliku stohastičke prirode pojedinog fisionog niza, u jediničnoj tački definisani su sa v_0 i v_i respektivno. Fizički v_0 je srednji broj trenutnih neutrona po fisiji, a v_i je broj zakasnelih neutrona tipa i koji su formirani po jednom fisionom događaju. Ukupan srednji broj neutrona po fisiji je:

$$\bar{v} = v_0 + \sum_{i=1}^J v_i \quad (4)$$

OSNOVNE VELIČINE STOHAISTIČKOG MODELA I NJIHOVA VEZA SA GENERIRAJUĆOM FUNKCIJOM VEROVATNOĆE

Stohastički model ponašanja nekog sistema određuje srednje vrednosti statističkih promenljivih sistema, njihove varijance, autokorelacione funkcije.

Verovatna analiza fizičkih procesa u reaktoru nulte snage definiše srednji broj neutrona i srednji broj jezgara emitera tipa i relacijama:

$$\begin{aligned}\bar{N} &= \sum_N \sum_{C_1} \dots \sum_{C_Z} N \cdot P(N, C_1, C_2, \dots; t) \\ \bar{C}_i &= \sum_N \sum_{C_1} \dots \sum_{C_Z} C_i \cdot P(N, C_1, C_2, \dots; t)\end{aligned}\quad (5)$$

a fluktuacije osnovnih fizičkih veličina izrazima:

$$\begin{aligned}\mu_{NN} &= \bar{N}^2 - \bar{N}^2 = \sum_{N, C_1, \dots, Z} N^2 \cdot P(N, C_1, \dots, t) - \left[\sum_{N, C_1, \dots, Z} N \cdot P(N, C_1, \dots, t) \right]^2 \\ &= \sum_{N, C_1, \dots, Z} N \cdot P(N, C_1, \dots, t)\end{aligned}$$

$$\mu_{NC_i} = \overline{NC_i} - \bar{N} \bar{C}_i = \sum_{N, C_1, \dots, Z} NC_i \cdot P(N, C_1, \dots, t) - \left[\sum_{N, C_1, \dots, Z} N \cdot P(N, C_1, \dots, t) \right] \cdot \left[\sum_{N, C_1, \dots, Z} C_i \cdot P(N, C_1, \dots, t) \right]$$

$$\mu_{C_i C_j} = \overline{C_i C_j} - \bar{C}_i \bar{C}_j = \sum_{N, C_1, \dots, Z} C_i C_j \cdot P(N, C_1, \dots, t) - \left[\sum_{N, C_1, \dots, Z} C_i \cdot P(N, C_1, \dots, t) \right] \cdot \left[\sum_{N, C_1, \dots, Z} C_j \cdot P(N, C_1, \dots, t) \right]$$

U funkciji generirajućih funkcija verovatnoće gornje veličine dobijaju oblik:

$$\bar{N} = \frac{\partial F}{\partial x} \quad \bar{C}_i = \frac{\partial F}{\partial y_i}$$

$$V_N = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad V_i = \frac{\partial^2 F}{\partial y_i^2}$$

$$\mu_{NN} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2$$

$$\mu_{NC_i} = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y_i} - \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \frac{\partial F}{\partial y_i}$$

$$\mu_{C_i C_j} = \frac{\partial^2 F}{\partial y_i \partial y_j} - \frac{\partial F}{\partial y_i} \cdot \frac{\partial F}{\partial y_j} \quad (6)$$

Svi gornji izvodi odnose se na jediničnu tačku $x=y_i=z=1$.

Definisanje vremenskih promena osnovnih fizičkih veličina u reaktoru nulte snage i ostvarivanje veze stohastičkog modela i standardnih jednačina tačkaste kinetike

Brzina promene srednjeg broja neutrona, koncentracije emitera zakasnelih neutrona kao i brzine detekcije određuje se parcijalnim diferenciranjem vremenskog izvoda funkcije generatriše u jediničnoj tački u odnosu na x , y_i i z respektivno.

To dovodi do relacija:

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{N}}{dt} &= [\lambda_f(\quad) \cdot \lambda_d - \lambda_c] \bar{N} - \sum_{i=1}^I \lambda_i \bar{C}_i + S \\ \frac{d\bar{C}_i}{dt} &= \lambda_f v_i \bar{N} - \lambda_i \bar{C}_i \\ \frac{d\bar{I}}{dt} &= \lambda_d \bar{N}\end{aligned}\tag{7}$$

Da bi se jednačina (7) prevela u odgovarajući oblik jednačina tačkaste kinetike potrebno je eliminisati proces detekcije iz gornjih relacija i identifikovati multiplikativnu konstantu

$$k = \frac{\sum \lambda_f}{\lambda_f + \lambda_c}, \text{ trenutni život } l = \frac{1}{\lambda_f + \lambda_c}, \text{ zakasnele neutrone}$$

$$v_i = v_0 \frac{\beta_i}{1 - \beta}$$

Gornjim identifikovanjem dolazi se do osnovnih kinetičkih jednačina u vidu:

$$\frac{d\bar{N}}{dt} = \frac{K(\beta-1)}{L} \bar{N} + \sum_{i=1}^J \lambda_i \bar{C}_i + S$$

$$\frac{d\bar{C}_i}{dt} = \frac{K \beta_i}{L} \bar{N} - \lambda_i \bar{C}_i \quad (8)$$

Efikasnost detektora ϵ , definiše se kao odnos brzina detekcije i fisije. Ona simboliše statističku prirodu procesa detekcije.

Posle zamene vrednosti λ_d u jednačini (7) brzina detekcije dobija oblik:

$$\frac{d\bar{Z}}{dt} = \epsilon \lambda_f \bar{N} \quad (9)$$

Da bi se uprostio matematički aparat, a ipak sačuvala fizička suština procesa u radu se prišlo aproksimativnom tretiranju jednom grupom zakasnelih neutrona. Time se vremenski izvod funkcije generatriše uprošćuje oblikom:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = (x-1)SF + (x-y)\lambda \frac{\partial F}{\partial y} + [\Lambda_c(t-x) + \Lambda_f(f-x) + \Lambda_d(z-x)] \frac{\partial F}{\partial x} \quad (10)$$

a osnovne veličine stohastičkog modela izrazima:

$$\frac{d}{dt} \mu_{NN} = 2[\Lambda_f(-1-\epsilon) - \Lambda_c] \mu_{NN} + \Lambda_f \cdot v_{00} \bar{N} + 2\lambda \mu_{NC}$$

$$\frac{d}{dt} \mu_{ZZ} = 2\epsilon \Lambda_f \mu_{NZ}$$

$$\frac{d}{dt} \mu_{NZ} = [\Lambda_f(v_0-1-\epsilon) - \Lambda_c] \mu_{NZ} + \lambda \mu_{ZC} + \epsilon \Lambda_f \mu_{NN} + \bar{N} \cdot \epsilon \cdot \Lambda_f$$

$$\frac{d}{dt} \mu_{CZ} = -\lambda \mu_{CZ} + \Lambda_f \cdot v_0 \mu_{NZ} + \Lambda_d \mu_{NC}$$

$$\frac{d}{dt} \mu_{NC} = [\Lambda_f(v_0-1-\epsilon) - \Lambda_c - \lambda] \mu_{NC} + \lambda \mu_{CC} + \Lambda_f \cdot v_{01} \cdot \bar{N} +$$

$$+ \Lambda_f \cdot v_1 \mu_{NN} \quad \frac{d}{dt} \mu_{00} = -2\lambda \mu_{CC} + 2\Lambda_f \cdot v_1 \mu_{NC} + \Lambda_f \cdot \bar{N} \cdot v_{11}$$

gde je v_1 broj zakasnelih neutrona po fisiji, v_0 broj trenutnih neutrona po fisiji, a

$$V_{01} = \overline{v_0 \cdot v_1} = \overline{v_0} \cdot \overline{v_1}$$

$$V_{11} = \overline{v_1 \cdot v_1} = \overline{v_1^2}$$

Statistički tretman u slučaju kritičnog reaktora

Pošto se u eksperimentalnom radu na reaktoru "RB" u analizi šuma do sada uglavnom radilo sa kritičnim reaktorom, to je i dati stohastički model prilagodjen toj eksperimentalnoj situaciji.

Kada reaktor radi na konstantnoj snazi svi vremenski izvodi u jednačinama (8) i (10) su nule sem veličina ko je u sebi sadrže veličinu Z, jer nikakav režim rada ne može da utiče na suštinsku statističku prirodu procesa detekcije.

Konstantne vrednosti ne Z zavisnih veličina mogu da se odrede direktno iz jednačina (8) i (10)

$$\bar{N} = \frac{\lambda_f}{1 - \beta}$$

$$\bar{L} = \frac{\beta \bar{N}}{\lambda_f}$$

$$\mu_{MH} = \frac{\lambda_f v_{00} \bar{N} + 2 \lambda_f \mu_{NC}}{2 [\lambda_c - \lambda_f (v_0 - 1 - \beta)]}$$

$$\mu_{CC} = \frac{\sum \lambda_f v_i \mu_{NC} + \lambda_f \bar{N} \cdot v_{11}}{\sum \lambda} \quad (11)$$

$$\mu_{NC} = \frac{\mu_{MH} \lambda_f v_1 + \lambda_f \bar{N} \cdot v_{11} + \lambda_f v_{01} + \lambda_f \mu_{CC}}{\lambda_c + \lambda_1 - \lambda_f (v_0 - 1 - \beta)}$$

a promenljive veličine obrazuju sistem diferencijalnih jednačina prvog reda

$$\frac{d\bar{N}}{dt} = \lambda_d \cdot \bar{N}$$

$$\frac{d}{dt} M_{zz} = \epsilon \lambda_f \cdot \mu_{NZ}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mu_{NZ} = & \left[\lambda_f (V_0 - 1 - \epsilon) - \lambda_c \right] \mu_{NZ} + \lambda \mu_{zC} + \epsilon \lambda_f \mu_{NN} + \\ & + \bar{N} \epsilon \lambda_f \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt} \mu_{cZ} = -\lambda \mu_{cZ} + \lambda_f \cdot V_1 \cdot \mu_{NZ} + \lambda_d \cdot \mu_{NC}$$

čija se rešenja dobijaju Laplace-ovom transformacijom u vidu:

$$\mu_{NZ}(p) = \frac{\frac{\lambda}{p+\lambda} \cdot \lambda_d \mu_{NC} + \epsilon \lambda_f \mu_{NN}}{p - \left[\lambda_f (V_0 - 1 - \epsilon) - \lambda_c \right] - \frac{\lambda}{p+\lambda} \cdot \lambda_f V_0}$$

$$\mu_{cZ}(p) = \frac{\lambda_f \cdot V_0 \cdot \mu_{NZ} + \lambda_d \cdot \mu_{NC}}{p + \lambda}$$

$$\mu_{zz}(p) = \frac{\epsilon (\epsilon \lambda_f)^2 \left[\mu_{NN} + \frac{\lambda}{p+\lambda} \mu_{NC} \right]}{p - \left[\lambda_f (V_0 - 1 - \epsilon) + \lambda_c - \frac{\lambda \lambda_f V_0}{p+\lambda} \right]} \quad (13)$$

Inverzna transformacija relacija (10) daje vremensku promenu veličina:

$$\mu_{zz}(t) = A + B_1 t + C_1 e^{-(\lambda + \frac{\epsilon}{\tau})t}$$

$$\mu_{NZ}(t) = A_1 + B_1 e^{-(\lambda + \frac{\beta}{\tau})t}$$

$$\mu_{cZ}(t) = A_2 + B_2 e^{-\lambda t} + C_2 e^{-(\lambda + \frac{\epsilon}{\tau})t}$$

(14)

gde su A_i i B_i veličine koje zavise od osnovnih karakteristika fisija, detekcije i kaptaže.

Numerički prikaz gornjih veličina imao bi za cilj da numerički odredi i grafički prikaže promenu ovih osnovnih matematičkih veličina u datoj eksperimentalnoj situaciji, kao i da obrazloži korišćenu eksperimentalnu postavu u vidu nove mogućnosti u eksperimentalnom radu.

Tehnika korišćena u eksperimentalnom radu na reaktoru "RB" je autokorelaciona, zato je i dati stohastički model podesan zbog povezanosti između odnosa varijacije i srednje vrednosti detektovanih neutrona sa jedne strane i autokorelacione funkcije sa druge strane

$$\frac{\mu_{zz}(t)}{\bar{z}(t)} + 1 = \frac{2}{\bar{z}(t)} \int_0^t \int_0^{t_2} \psi(t_1, t_2) dt_1 dt_2 \quad (15)$$

Stohastički model za tačkastu reaktorsku kinetiku aproksimiran jednom grupom zakasnelih neutrona (slučaj kritičnog reaktora)

$$\mu_{NN} = \frac{\Lambda_f \cdot v_{00} \cdot \bar{N} + 2\lambda \cdot \mu_{NC}}{2[\Lambda_c - \Lambda_f(v_0 - 1 - \epsilon)]} = \Lambda_f \cdot \bar{N} \cdot \frac{v_{00} + 2\lambda \frac{v_{11} - v_1 + 2v_{01}}{(\beta/\epsilon) + 2\lambda}}{2 \cdot \frac{\beta}{\epsilon}} \quad (16)$$

$$\mu_{NC} = \frac{\Lambda_f \cdot \bar{N} (v_{11} - v_1 + 2v_{01})}{2[\Lambda_c + \Lambda_d + \lambda \cdot \Lambda_f (v_0 - 1)] - \Lambda_f \cdot v_1} = \frac{\Lambda_f \cdot \bar{N} (v_{11} - v_1 + 2v_{01})}{\beta/\epsilon + 2\lambda} \quad (17)$$

$$\mu_{CC} = \frac{\mu_{NC} [\Lambda_c + \Lambda_d + \lambda \cdot \Lambda_f (v_0 - 1)] - \Lambda_f \cdot v_{01} \cdot \bar{N}}{\lambda} = \frac{\mu_{NC} (\frac{\beta}{\epsilon} + 1) - \Lambda_f \cdot v_{01} \cdot \bar{N}}{\lambda} \quad (18)$$

$$\mu_{Nz}(t) = A_1 + B_1 \cdot e^{-(\lambda + \frac{\beta}{\ell})t}$$

$$A_1 = \frac{\lambda(\lambda d \cdot \mu_{NC} + \lambda f \cdot \mu_{NN})}{\lambda + \frac{\beta}{\ell}} \quad (19)$$

$$B_1 = \frac{-(\lambda d \cdot \mu_{NC} + \lambda f \cdot \mu_{NN}) \cdot \lambda + e \lambda f \cdot \mu_{NN}}{\lambda + \frac{\beta}{\ell}}$$

$$\mu_{cz}(t) = A_2 + B_2 \cdot e^{-\lambda t} + C_2 \cdot e^{-(\lambda + \frac{\beta}{\ell})t}$$

$$A_2 = \frac{\lambda d \cdot \mu_{NC} + \lambda f \cdot \mu_{NN}}{\lambda + \frac{\beta}{\ell}} \quad (20)$$

$$B_2 = \frac{(e \lambda f \cdot \mu_{NN} - A_2 \ell) \ell}{\beta} - A_2$$

$$C_2 = \frac{A_2 \lambda - e \lambda f \cdot \mu_{NN}}{\beta} \cdot \ell$$

$$\mu_{zz}(t) = \left\{ A + Bt + C \cdot e^{-(\lambda + \frac{\beta}{\ell})t} \right.$$

$$A = \frac{\mu_{NN} - B\ell}{\ell\lambda + \beta} \quad B = \frac{(\mu_{NN} + \mu_{NC})\lambda}{\beta} \quad C = \frac{B\ell - \mu_{NN}}{\ell\lambda + \beta} \quad (21)$$

Autokorelaciona funkcija i funkcija spektralne gustine

Za stohastičku funkciju $\alpha(t)$ koja je stacionarna autokorelaciona funkcija je definisana kao:

$$\varphi(\tau) = \frac{\overline{\alpha(t) \cdot \alpha(t+\tau)} - \bar{\alpha}^2}{\bar{\alpha}^2 - \bar{\alpha}^2} \quad (22)$$

Ne normalizovana autokorelaciona funkcija, autokovarijansa, označava se sa:

$$\Psi(\tau) = \overline{\alpha(t) \cdot \alpha(t+\tau)} - \bar{\alpha}^2 \quad (23)$$

U frekventnom domenu ne normalizovana funkcija spektralne gustine $G(\omega)$ može da se napiše u izrazima $\lambda(t)$ ili $\psi(\tau)$.

$$G(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left| \int_{-T}^T \lambda(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \right|^2$$

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\tau) \cdot e^{-j\omega \tau} d\tau \quad (24)$$

Veza izmedju odnosa varijanci i srednje vrednosti detektovanih neutrona kao funkcija vremena detekcije i autokovarijanse razvija se korišćenjem:

$$\lambda(t) = \epsilon \lambda_f \cdot N(t)$$

gde je:

$$\int_0^t \lambda(t') dt'$$

a relacija koja ih povezuje data je sa:

$$\frac{N_{ZZ}}{\bar{Z}}(t) + 1 = \frac{2}{\bar{Z}(t)} \int_0^t \int_0^{t_2} \psi dt_1 dt_2 \quad (25)$$

Teoriska funkcija autokovarijanse dobija se korišćenjem relacija (25) i (24) u obliku:

$$\psi(\tau) = A\tau + Be^{-(\lambda + \frac{\beta}{\ell})\tau} \quad (26)$$

$$(\tau > 0)$$

Zaključci

Razvijeni teoriski model odnosi se na slučaj detektora Bf_3 brojača postavljenog u multiplikativni medijum reaktora niske snage (nekoliko stotina mW) gde su statistički neutronske efekti najizraženiji. U našim eksperimentima situacija je nešto izmenjena. Kao detektor je korišćena jonizaciona komora čiji je izlaz dvostrukim semplovanjem jednom u ADC, a drugi put u vremenskom analizatoru pretvoren u povorku impulsa. Zanemarujući procese kojima podleže signal na putu od detektora do izlaza iz vremenskog analizatora, aproksimativno smatramo da je i naš detektor impulsnog tipa, s tim što veličina ϵ , efikasnost detekcije, uključuje sve slučajne fenomene koji se dešavaju i u detektoru i elektronici koja ga prati. Svrha ovog modela nije bila da da neko tačno numeričko izračunavanje, već da obrazloži fizičku suštinu metode i pojma korelacije. Njegovim proširivanjem uvođenjem svih šest grupa zakasnelih neutrona i eventualno foton neutrona dobila bi se nešto realnija slika. Sistem diferencijalnih jednačina sveo bi se na sistem od 44 diferencijalnih jednačina prvog reda i mogle bi da se uspostave interrelacije između svih promenljivih sistema. Ovakav tretman vodi do zaključka o komplikovanosti interrelacije sistemskih promenljivih.

Proširenje stohastičkog modela uvođenjem svih šest
grupa zakasnelih neutrona

$$\frac{d\mu_{NCi}}{dt} = -\lambda_i \cdot \mu_{NCi} + \Lambda_f \cdot v_i \cdot \mu_{NN} + \Lambda_f \cdot v_{0i} \cdot \bar{N} + [\Lambda_f (v_0 - 1 - \epsilon) - \Lambda_c] \cdot \mu_{NCi} + \sum_{j=1}^J \lambda_j \cdot \mu_{Ci} \cdot c_j \quad (1, \dots, 6)$$

$$\frac{d\mu_{CiZ}}{dt} = -\lambda_i \cdot \mu_{CiZ} + \Lambda_f \cdot v_i \cdot \mu_{NZ} + \Lambda_d \cdot \mu_{NCi} \quad (7 \dots 12)$$

$$\frac{d\mu_{CiCj}}{dt} = -(\lambda_i - \lambda_j) \mu_{CiCj} + \Lambda_f \cdot v_{ij} \cdot \bar{N} + \Lambda_f \cdot v_j \cdot \mu_{NCi} + \Lambda_f \cdot v_i \cdot \mu_{NCj} \quad (13 \dots 34)$$

$$\frac{d\mu_{NZ}}{dt} = [\Lambda_f (v_0 - 1 - \epsilon) - \Lambda_c] \cdot \mu_{NZ} + \epsilon \Lambda_f \cdot \mu_{NN} + \sum_i \lambda_i \cdot \mu_{ZCi} \quad (35)$$

$$\frac{d\mu_{NN}}{dt} = 2[\Lambda_f (v_0 - 1 - \epsilon) - \Lambda_c] \cdot \mu_{NZ} + \epsilon \Lambda_f \cdot \mu_{NN} + \sum_i \lambda_i \cdot \mu_{NCi} \quad (36)$$

$$\frac{d\mu_{ZZ}}{dt} = 2\epsilon \Lambda_f \cdot \mu_{NZ} \quad (37)$$

$$\frac{d\bar{N}}{dt} = \frac{k(1-\beta) - 1}{\ell} \cdot \bar{N} + \sum_i \lambda_i \bar{C}_i + S \quad (38)$$

$$\frac{d\bar{C}_i}{dt} = \frac{k \cdot \beta_i}{\ell} \cdot \bar{N} - \lambda_i \bar{C}_i \quad (39, \dots, 44)$$

LITERATURA

1. J.Bendat: Principles and Applications of Random Noise Theory New York. John Wiley 1958.
2. Thie: ~~Reactor Noise~~ Reactor Noise, AEC Monograph, 1963.
3. Horst Borqwaldt, Dieter Stegemann
A Common Theory for Neutronic Noise
Analysis Experiments in Nuclear Reactors
"Nukleonik" 7, Band, 6, Heft, 1965.
4. W.Matthes: Statistical Fluctuations and their
Correlation in Reactor Neutron Distribu-
tions EURATOM
5. V.Raievski: Fluctuations Statistiques dans les piles
Rapport CEA No 1673.
6. M.Ash: Nuclear Reactor Kinetics
Mc Graw-Hill, 1965.
7. Ph.Pluta: Probabilistic Analysis of Reactor Kinetics
Symposium on Reactor Kinetics held at the
University of Arizona March 25-27, 1963.
8. J.B.Dragt: Analysis of Reactor Noise Measured in a
Zero-Power Reactor and Calculations on
its Accuracy

Paper presented at the Symposium on
Neutron Noise, Waves and Pulse Propagation
held at the University of Florida, February
14-16, 1966.



RS06RA252

II JUGOSLOVENSKI SIMPOZIJUM IZ REAKTORSKE FIZIKE

SRF-2/3R

M.V.Mataušek
Institut "B.Kidrič", Vinča

ODREDJIVANJE PROSTORNO ENERGETSKE
RASPODELE FLUKSA TERMALNIH NEUTRONA
U HETEROGENOJ ČELIJI REAKTORA

HERCEG NOVI
Septembar 27-29
1966.

A b s t r a k t

Za odredjivanje raspodele fluksa termalnih neutrona u elementarnoj ćeliji reaktora odabrana je kombinacija multigrupnog postupka i P_3 aproksimacije metode sfernih harmonika. Primenom ovih postupaka problem rešavanja složene transportne jednačine svodi se na problem integracije jednog nehomogenog sistema od šest običnih diferencijalnih jednačina prvog reda. Predložen je postupak kojim se izbegava numeričko rešavanje ovog sistema, već se izvesnim aproksimacijama on svodi na oblik za koji se može dati analitičko rešenje. Na osnovu ovog postupka izradjeni su programi za računsku mašinu ZUSE Z-23: program SIGMA računa grupne konstante za dati materijal; program MULTI koristi rezultate programa SIGMA kao ulazne podatke i računa prostornu i energetsku raspodelu fluksa termalnih neutrona u datoj reaktorskoj ćeliji. Izvršeni su proračuni spektra termalnih neutrona u više ćelija i rezultati su upoređjeni sa rezultatima poznatim iz literature. Slaganje je u svim slučajevima bilo zadovoljavajuće.

1. U v o d

Postoji više opšte usvojenih postupaka za određivanje prostorno energetske raspodele fluksa termalnih neutrona u elementarnoj ćeliji reaktora. Najčešće se primenjuje Honeckov postupak numeričkog rešavanja integralne transportne jednačine /1,2/. Multigrupni S_n postupak /3,4/ primenjuje se redje jer je vreme potrebno za proračun znatno duže, a multigrupni P_3 metod primenjivali su jedino ruski autori Marčuk i dr. /5,6,7/. Svi ovi postupci realizovani su na velikim digitalnim mašinama kao što su IBM 704, IBM 7090, CDC 3600 i dr., čiji kapacitet je i do 30 puta veći od sadašnjeg kapaciteta mašine ZUSE Z-23 kojom mi raspolažemo, a vreme računanja, grubo procenjeno, 500 do 10000 puta kraće. Vrlo ograničene mogućnosti naše mašine bile su osnovna teškoća pri rešavanju postavljenog problema.

U ovom radu za određivanje spektra termalnih neutrona u reaktorskoj ćeliji odabran je multigrupni P_3 metod. Problem rešavanja složene transportne jednačine svodi se u ovom slučaju na problem integracije jednog nehomogenog sistema od šest linearnih diferencijalnih jednačina prvog reda. Za razliku od ruskih autora /5/, koji su ovaj sistem rešavali primenom metode konačnih razlika i metode matrične faktorizacije, predložen je ovde postupak kojim se izbegava numeričko rešavanje pomenutog sistema, već se uz izvesne aproksimacije on svodi na oblik za koji se može dati analitičko rešenje. Na osnovu ovog postupka izradjeni su programi za našu računsku mašinu: program SIGMA koji računa grupne konstante za dati reaktorski

materijal i program MULTI koji rezultate programa SIGMA koristi kao ulazne podatke i računa prostornu i energetsku raspodelu fluksa termalnih neutrona u datoj reaktorskoj ćeliji. Ovim programima izvršeni su proračuni spektra u više reaktorskih ćelija. Zadovoljavajuće slaganje sa rezultatima poznatim iz literature potvrdilo je opravdanost učinjenih aproksimacija i ispravnost predloženog postupka.

2. Proračun spektra termalnih neutrona u ćeliji reaktora

Stvarna ćelija reaktora aproksimira se kod teorijskih razmatranja cilindričnom ćelijom beskonačne visine, tako da se prostorna zavisnost neutronskega fluksa u ćeliji svodi na zavisnost od radijusa r . Ćeliju čine više koncentričnih prstenastih zona. Pojedine zone su homogene i izotropne te efikasni preseki u domenu jedne zone ne zavise od prostorne koordinate. Transportna jednačina se postavlja za svaku zonu posebno, a veza se uspostavlja preko graničnih uslova. Ova jednačina glasi:

$$\vec{\Omega} \nabla \varphi(r, v, \vec{\Omega}) + \Sigma(v) \varphi(r, v, \vec{\Omega}) =$$

$$= \int_{v=0}^{v^*} dv' \int_{\vec{\Omega}} \Sigma_s(v' \vec{\Omega}' \rightarrow v \vec{\Omega}) \varphi(r, v', \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}' + S(v) \quad (1)$$

v', v = brzina termalnog neutrona pre i posle sudara.

$\vec{\Omega}'$ = jedinični vektor pravca kretanja neutrona; $v \vec{\Omega} = \vec{v}$.

$\varphi(r, v, \vec{\Omega})$ = fluks termalnih neutrona.

$\Sigma(v)$ = totalni makroskopski efikasni presek.

$\Sigma_s(v, \vec{\Omega} \rightarrow v, \vec{\Omega})$ = makroskopski efikasni presek za promenu brzine termalnog neutrona od $v, \vec{\Omega}$ na $v, \vec{\Omega}$.

v^* = granična brzina termalne oblasti.

$S(v)$ = spoljašnji izvor termalnih neutrona; različit je od nule samo u moderatoru; pretpostavljeno je da je izotropan i da ne zavisi od radijusa.

Smatra se da je posmatrana ćelija deo beskonačnog sistema sličnih ćelija tako da je rezultujuća struja neutrona kroz spoljašnju površinu jedne ćelije jednaka nuli.

Primenom multigrupnog postupka svodi se jednačina (1) na sistem multigrupnih jednačina:

$$\Sigma^j \varphi^j(r, \vec{\Omega}) = \sum_{\substack{i=1, \dots, J \\ i \neq j}} \int \Sigma^i(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}') \varphi^i(r, \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}' + S^j \quad (2)$$

$j=1, 2, \dots, J$

Operator $\underline{L}^j$ definisan je relacijom:

$$\underline{L}^j \varphi^j(r, \vec{\Omega}) = \vec{\Omega} \cdot \nabla \varphi^j(r, \vec{\Omega}) + \Sigma^j \varphi^j(r, \vec{\Omega}) - \int \Sigma^j(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}') \varphi^j(r, \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}' \quad (3)$$

j ili l su indeksi energetskih grupa; J je ukupni broj grupa.

Grupne vrednosti fluksa i spoljašnjeg izvora termalnih neutrona definisane su relacijama:

$$\varphi^j(r, \vec{\Omega}) = \int_{v_j}^{v_{j-1}} \varphi(r, v, \vec{\Omega}) dv \quad (4)$$

$$S^j = \int_{v_j}^{v_{j-1}} S(v) dv$$

(5)

Grupe su numerisane od većih brzina prema manjim tako da je v_{j-1} gornja, a v_j donja granica grupe j . Grupne vrednosti efikasnog preseka, Σ^j , i grupne vrednosti funkcije rasejanja, $\Sigma^{l \rightarrow j}(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}')$, računane su u ovom radu prema formulama:

$$\Sigma^j = \frac{1}{(v_{j-1} - v_j)} \int_{v_j}^{v_{j-1}} \Sigma(v) dv \quad (6)$$

$$\Sigma^{l \rightarrow j}(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}') = \frac{1}{(v_{j-1} - v_j)} \int_{v_l}^{v_{l-1}} dv \int_{v_j}^{v_{j-1}} \Sigma_s(v' \vec{\Omega}' \rightarrow v \vec{\Omega}) dv \quad (7)$$

Sistem multigrupnih jednačina (2) nije moguće rešiti direktno, već se mora primeniti neki iteracioni postupak. Izabrana je iteraciona šema data u ref. /5/:

$$\varphi_n^j = \sum_{l=1}^{j-1} \int_{\vec{\Omega}} \Sigma^{l \rightarrow j}(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}') f_0^l(r, \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}' + \sum_{l=j+1}^J \int_{\vec{\Omega}} \Sigma^{l \rightarrow j}(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}') \varphi_{n-1}^l(r, \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}' + c_{n-1} S^j \quad (8)$$

n je indeks iteracije. Princip ove iteracione šeme je da se uvek koristi maksimum novih informacija. Kada se vrši proračun za grupu j u n -tom iteracionom ciklusu, onda se koriste već poznate funkcije, φ_n^l za $l < j$, iz tog isto ciklusa, a ostale funkcije, φ_{n-1}^l za $l > j$, iz prethodne iteracije. c_n je konstanta normiranja koja treba da ubrza konvergenciju iteracionog postupka. Predviđeno je da se računa posle svakog završe-

nog ciklusa iz uslova da ukupni broj termalnih neutrona apsorbovanih u ćeliji mora biti jednak ukupnom broju neutrona stvorenih iz spoljašnjih izvora, tj. usporavanjem. Početak iteracionog ciklusa definisan je na sledeći način:

$$c_0 \equiv 1$$

$$\varphi_0^j(r, \vec{\Omega}) = \varphi_0(r, \vec{\Omega}) \int_{v_j}^{v_{j+1}} \phi_M(v) dv \quad (9)$$

$\varphi_0(r, \vec{\Omega})$ je rezultat jednogrupnog P_3 proračuna za datu ćeliju, a $\phi_M(v)$ je Maxwelllova raspodela za neutrone na temperaturi moderatora. Ovim je određen i ceo tok iteracionog postupka: polazi se od prve grupe (najveća brzina), zatim slede druga, treća, itd. Pošto je izvršen proračun prema jednačini (8) za sve grupe, računa se konstanta normiranja c_n , njome se množi izvor u (8) i započinje se sledeći iteracioni ciklus. Postupak se nastavlja sve dok se ne postigne željena tačnost.

Pošto je definisan iteracioni postupak, metod sfernih harmonika može se primeniti na jednačinu (8) na isti način kao što se primenjuje na jednobrzinsku transportnu jednačinu /8/. U P_3 aproksimaciji i pod pretpostavkom da je rasejanje izotropno u laboratorijskom sistemu prevodi se jednačina (8) u sistem od šest običnih diferencijalnih jednačina prvog reda po promenljivoj r :

$$\prod_{j=1}^J \varphi_n^j(r) = R_n^j(r) \quad (10)$$

$\prod_n^j(r)$ je matrica vektor čije su komponente mogući (u P_3 aproksimaciji) momenti ugaonog fluksa:

$$\psi_n^j(r) = \begin{pmatrix} (\psi_n^j)_{00}(r) \\ (\psi_n^j)_{20}(r) \\ (\psi_n^j)_{22}(r) \\ (\psi_n^j)_{11}(r) \\ (\psi_n^j)_{31}(r) \\ (\psi_n^j)_{33}(r) \end{pmatrix} \quad (11)$$

M^j je matrični diferencijalni operator:

$$M^j = \begin{pmatrix} \sum_0^j & 0 & 0 & \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r & 0 & 0 \\ 0 & 5 \sum^j & 0 & -\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r & \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{6} \sum^j & r \frac{d}{dr} \frac{1}{r} & -\frac{r}{6} \frac{d}{dr} \frac{1}{r} & \frac{1}{12} \frac{1}{r^3} \frac{d}{dr} r^3 \\ \frac{d}{dr} - \frac{d}{dr} & \frac{1}{2r^2} \frac{d}{dr} r^2 & 3 \sum_1^j & 0 & 0 & \\ 0 & \frac{d}{dr} - \frac{1}{12r^2} \frac{d}{dr} r^2 & 0 & \frac{7}{6} \sum^j & 0 & \\ 0 & 0 & r^2 \frac{d}{dr} \frac{1}{r^2} & 0 & 0 & \frac{7}{15} \sum^j \end{pmatrix} \dots\dots\dots (12)$$

gde su:

$$\sum_0^j = \sum^j - \sum_0^{j \rightarrow j} ; \quad \sum_0^{j \rightarrow j} = \int_{-1}^1 \sum^{j \rightarrow j}(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}') d(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}') \quad (13)$$

R_n^j je matrica vektor:

$$R_n^j = \begin{pmatrix} (R_n^j)_{00}(r) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$(R_n^j)_{00}(r) = c_{n-1} S^j + \sum_{l=1}^{j-1} \sum_{0}^{l \rightarrow j} (\varphi_n^l)_{00}(r) + \sum_{l=j+1}^J \sum_{0}^{l \rightarrow j} (\varphi_n^l)_{00}(r)$$

Kada se tretira višezona ćelija reaktora sistem jednačina (10) postavlja se za svaku zonu pojedinačno, a preko graničnih uslova uspostavlja se veza između rešenja u pojedinim zonama. Granični uslovi su: konačnost fluksa i simetrija u odnosu na tačku $r=0$, kontinualnost svih harmonika fluksa na graničnim površinama između pojedinih zona i nulta vrednost ukupne struje neutrona kroz spoljašnju površinu ćelije.

U zonama koje nemaju karakteristike moderatora sistem jednačina (10) postaje homogen jer je $S^j = 0$ za svako j i $\sum_{l \rightarrow j} = 0$ za $l \neq j$ (nije moguć prelaz iz jedne energetske grupe u drugu). Rešenje homogenog sistema jednačina

$$\underline{M}^j \varphi_n^j(r) = 0 \quad (15)$$

je poznato /8/ i može se dati u analitičkom obliku:

$$(\varphi_n^j)_{st \text{ hom}}(r) = \sum_{i=1}^3 A_{st}^{ji} \left[(a_n^j)^i I_t(k^{ji}r) + (-1)^t (b_n^j)^i \cdot K_t(k^{ji}r) \right] \dots \dots \dots (16)$$

I_t i K_t su modifikovane Besselove funkcije prve i druge vrste reda t . k^{ji} su svojstvene vrednosti operatora $\prod_j$. A_{st}^{ji} su poznati koeficijenti odredjeni presecima $\sum_0^j$ i $\sum^j$. $(a_n^j)^i$ i $(b_n^j)^i$ su integracione konstante koje se odredjuju iz graničnih uslova.

Kada se zna opšte rešenje homogenog sistema diferencijalnih jednačina onda se uvek, metodom varijacije konstanta, može dobiti opšte rešenje odgovarajućeg nehomogenog sistema izraženo preko prostih integrala. U slučaju sistema (10) kao podintegralne funkcije figurisali bi količnici višestrukih proizvoda Besselovih funkcija različitih argumenata, te bi rešavanje ovih integrala i uz pomoć računске mašine bio suviše težak posao. Medjutim, kada je slobodni član (14) oblika

$$\begin{pmatrix} C_n^j \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

gde je C_n^j konstanta koja može imati različite vrednosti za svaku grupu i u svakom iteracionom ciklusu, odgovarajuće partikularno rešenje je poznato:

$$\begin{pmatrix} C_n^j / \sum_0^j \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (18)$$

Pretpostavićemo sada da se svaka zona ćelije reaktora u kojoj je $R_n^j \neq 0$ može zameniti izvesnim brojem podzona i da fluks $(\varphi_n^j)_{oo}$ koji figuriše u $R_n^j(r)$ u svakoj pojedinoj podzoni ne zavisi od r i ima vrednost jednaku srednjoj vrednosti fluksa u toj podzoni. Drugim rečima, aproksimiraćemo funkciju $(R_n^j)_{oo}(r)$ stepenastom funkcijom koja ima konstantnu vrednost u domenu pojedinih podzona. Ovako uvedene podzone tretiraćemo u daljem radu kao i stvarne zone. Sistem diferencijalnih jednačina (10) postavićemo posebno za svaku zonu u kojoj je $R_n^j = 0$ i za svaku podzonu onih zona u kojima je $R_n^j \neq 0$. Slobodni član (14) se u svakoj podzoni svodi na oblik za koji je partikularno rešenje sistema (10) poznato, te se opšte rešenje za fluks može dati u analitičkom obliku:

$$(\varphi_n^j)(r) = (\varphi_n^j)_{hom}(r) + (\varphi_n^j)_{part} \quad (19)$$

gde je $(\varphi_n^j)_{hom}$ dato sa (16), a $(\varphi_n^j)_{part}$ je prema (18) jednako:

$$(\varphi_n^j)_{part} = \begin{pmatrix} (\varphi_n^j)_{oo part} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(\varphi_n^j)_{oo part} = 1/\sum_0^j \left[c_{n-1} S^j + \sum_{l=1}^{j-1} \sum_{\sum_0^l}^{1 \rightarrow j} \overline{(\varphi_n^j)_{oo}} + \sum_{l=j+1}^J \sum_{\sum_0^l}^{1 \rightarrow j} \right]$$

$$\cdot \overline{(\varphi_{n-1}^j)_{oo}} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$\overline{(\varphi_n^j)_{oo}}$ su srednje vrednosti fluksa $(\varphi_n^j)_{oo}(r)$ u posmatranoj podzoni.

U svim podzonama jedne zone preseči $\sum_0^j$ i $\sum^j$, pa prema tome i veličine k^{ji} i A_{st}^{ji} , imaju istu vrednost, dok se integracione konstante razlikuju. Za svaku podzonu, kao i za svaku zonu u kojoj je $R_n^j = 0$, potrebno je iz graničnih uslova odrediti po šest integracionih konstanti. Jedino za centralnu zonu iz uslova konačnosti fluksa odmah sledi $(b_n^j)^i = 0$, te preostaju samo tri nepoznate $(a_n^j)^i$. Broj algebarskih jednačina koje daju granični uslovi jednak je broju nepoznatih integracionih konstanti; ako je g ukupni broj novoodređenih zona u ćeliji, onda u svakom iteracionom ciklusu i za svaku grupu treba rešiti sistem od $(6g - 3)$ algebarskih jednačina.

Aproksimativno rešenje (19) može se u principu učiniti proizvoljno bliskim tačnom rešenju ukoliko se usvoji dovoljno veliki broj podzona. Medjutim, kako je broj podzona ograničen kapacitetom mašine i vremenom računanja, primenljivost izloženog postupka zavisi od toga kojom brzinom aproksimativno rešenje konvergira tačnom rešenju kada se broj podzona uvećava.

Kod multigrupnog P_3 proračuna fluksa u svakom iteracionom koraku i za svaku grupu rešava se problem koji se od odgovarajućeg problema kod jednogrupnog proračuna razlikuje po tome što spoljašnji izvor neutrona nije konstanta već poznata funkcija radijusa. Ova funkcija, $R_n^j(r)$, jednaka je zbiru jednog konstantnog člana, $c_{n-1} S^j$, i jednog člana koji zavisi od r po zakonu:

$$\sum_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^J \frac{1 \rightarrow j}{\sum_0^j} (\varphi_n^j)_{00}(r).$$

Skalarni fluks $(\varphi_n^j)_{oo}(r)$ je reda veličine izvora S^j , a promena fluksa od jedne do druge granice moderatora praktično nikada nije veća od 50%. Presek $\sum_0^{j \rightarrow j}$ je reda veličine preseka za rasejanje. Presek za prelaz između dve susedne grupe $\sum_0^{j-1 \rightarrow j}$ ili $\sum_0^{j+1 \rightarrow j}$ je kod standardnih moderatora otprilike za red veličine manji (za broj grupa 10 do 15). Uopšte se može reći da je presek $\sum_0^{1 \rightarrow j}$ približno za onoliko reda veličine manji od preseka $\sum_0^{j \rightarrow j}$ koliko grupa deli grupu 1 od grupe j . Odavde sledi: prvo, $(\varphi_n^j)_{oo}(r)$, kao sporo promenjiva funkcija, može se dobro aproksimirati stepenastom funkcijom; drugo, greška koja se ovom aproksimacijom čini množi se sa $\varphi_0^{1 \rightarrow j}$, brojem koji je uvek manji od jedinice, a za grupe koje nisu susedne čak i znatno manji od jedinice.

Da bi se procenila konvergencija rešenja (19) ka tačnom rešenju s obzirom na broj podzona, za jednu standardnu trozonu reaktorsku ćeliju uz pomoć ranije izradjenog jednogrupnog P_3 programa /9/ određena je približno funkcija $R^j(r)$, za proizvoljno izabranu grupu j . Moderator je zatim podeljen na dve, pet, sedam i devet podzona, određene su srednje vrednosti funkcije $R^j(r)$ u pojedinim podzonama i izvršen je jednogrupni proračun raspodele fluksa kao da se radi o ćelijama sa ukupno četiri, sedam, devet, odnosno jedanaest zona. Pri tome su se moderatorske zone razlikovale samo po vrednosti spoljašnjeg izvora neutrona. Upoređeni su odnosi fluksa na spoljašnjoj granici ćelije prema fluksu u centru. Pokazalo se da se ovaj odnos u slučaju samo dve podzone razlikuje od iste veličine za slučaj devet podzona za oko 0,1%, a za slučaj pet i sedam podzona za 0,01% i 0,005%. Na ovaj način je utvrđeno da je konvergencija ka tačnom rešenju s obzirom na broj podzona vrlo dobra, odnosno da se dobri rezultati mogu dobiti i sa relativno malim brojem podzona tako da ceo postupak ima smisla.

Interesantno je uporediti predloženi postupak rešavanja sistema diferencijalnih jednačina (10) sa metodom konačnih razlika koji su primenjivali Marčuk i dr. /5/. Prednost metode konačnih razlika svakako je u tome što dozvoljava i tretiranje anizotropije rasejanja, tj. slučaj kada pored nultog postoje i viši harmonici preseka za rasejanje. Uporedićemo sada ova dva postupka sa čisto računskog stanovišta. Broj algebarskih jednačina koje se rešavaju kod predloženog načina za trozonu ćeliju sa osam podzona u moderatoru (kao što je već rešeno, dovoljno je i manje podeoka) je 63, a kod metode konačnih razlika 60 jednačina se rešava ako se uzme deset prostornih tačaka. Svaka nova podzona kod prvog postupka, kao i svaka nova prostorna tačka kod drugog, nosi sa sobom po šest dodatnih algebarskih jednačina. Medjutim, dok u slučaju metode konačnih razlika to znači da je i rešenje poznato samo u ovim tačkama, kod predloženog postupka rešenje je analitičko. Šta više, ovo rešenje je i integrabilno tako da se kod računanja srednjih vrednosti fluksa i faktora termalnog korišćenja - veličina koje nas konačno interesuju - ne unosi naknadna greška.

Konačno, treba reći nešto i o graničnim uslovima. Uslov nulte struje neutrona kroz spoljašnju površinu ćelije ne znači kod P_3 aproksimacije istovremeno i uslov nultog gradijenta fluksa. Kada je radijus posmatrane ćelije veliki onda ovaj uslov obezbeđuje da izvod skalarnog fluksa $(\varphi_n^j)_{\infty}(r)$ na spoljašnjoj granici ćelije bude jednak nuli. Medjutim, kada je radijus ćelije mali, primena uslova nulte struje dovodi do nerealnog porasta veličine $(\varphi_n^j)_{\infty}(r)$, za vrednosti r bliske radijusu ćelije. Prema Clendeninu /12/, a o tome je bilo reći i u ref. /9/, izabran je umesto uslova nulte struje sledeći granični uslov:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{d(\varphi_n^j)_{00}(r)}{dr} \\ & (\varphi_n^j)_{11}(r) \\ & (\varphi_n^j)_{31}(r) + (\varphi_n^j)_{33}(r) \end{aligned} \right|_{r=R} = 0 \quad (21)$$

Na slici 1. data je radijalna raspodela fluksa u ćelijama istih karakteristika, a različitog poluprečnika. Za male korake rešetke uslov nultog gradijenta obezbedjuje pravilno ponašanje fluksa, a za veće korake daje iste rezultate kao i uslov nulte struje.

3. Programi za računsku mašinu i rezultati proračuna

Zbog vrlo ograničenog kapaciteta naše računске mašine predviđeno je da se proračun spektra termalnih neutrona u reaktorskoj ćeliji vrši u dve faze sa dva nezavisna programa. Prvi program SIGMA računa grupne konstante za dati reaktorski materijal koji može biti i hemijsko jedinjenje ili smeša više elemenata, odnosno izotopa; drugi program MULTI koristi rezultate programa SIGMA kao ulazne podatke i na osnovu izloženog postupka računa prostornu i energetsku raspodelu fluksa termalnih neutrona u datoj reaktorskoj ćeliji. Oba programa tako su organizovana da se izlazna traka programa SIGMA direktno, bez ikakvih izmena ili dopuna, koristi kao ulazna za program MULTI.

Grupne vrednosti efikasnog preseka za apsorpciju $\sum_a^j$ i totalnog efikasnog preseka $\sum^j$ računane su prema formuli (6), grupne vrednosti funkcije rasejanja $\sum_0^{1 \rightarrow j}$ prema (7) i (13), a grupne vrednosti izvora termalnih neutrona S^j prema (5). Za odredjivanje funkcija $\sum(v)$ i $\sum_s(v' \rightarrow v)$ primenjen je model monoatomskog gasa, odnosno Brown - St. Johna /11/; funkcija izvora $S(v)$ odredjena je prema

Fermijevom modelu usporavanja.

Vreme računanja programom SIGMA iznosi nekoliko minuta za sve grupne konstante izuzev grupnih vrednosti funkcije rasejanja. Znatno više vremena potrebno je za numeričko integraljenje dvostrukog integrala u formuli (7); na primer, računanje matrice grupnih vrednosti funkcije rasejanja za jedan elemenat i za 15 energetskih grupa traje oko petnaest sati. Važno je, međjutim, uočiti da grupne konstante računane prema (6) i (7) ne zavise od spektra termalnih neutrona u posmatranom sistemu već samo od karakteristika materijala, tako da se, jednom proračunate, mogu koristiti uvek kada se taj materijal nađe u sastavu date reaktorske ćelije. Za slučaj 15 energetskih grupa i $v^* = 8,8 \cdot 10^5$ m/sec proračunate su programom SIGMA grupne konstante za sve najčešće korišćene reaktorske materijale i tako stvorena "biblioteka" ulaznih podataka za program MULTI.

Program MULTI počinje jednogrupnim P_3 proračunom prostorne raspodele fluksa u datoj reaktorskoj ćeliji. One zone koje imaju karakteristike moderatora dele se na dati broj podzona i određuju se srednje vrednosti jednogrupno određenog fluksa u svakoj podzoni i prema (9) grupne vrednosti $\frac{\varphi}{\varphi_0}^j$ sa kojima se započinje iteracioni ciklus. Prema izloženom postupku računa se zatim prostorna raspodela fluksa po pojedinim energetskim grupama, $\varphi_n^j(r)$, i prostorna raspodela ukupnog termalnog fluksa, odnosno energetska raspodela u svakoj prostornoj tački i u J energetskih tačaka.

Vreme računanja programom MULTI zavisi od broja zona posmatrane ćelije, broja energetskih grupa i broja iteracija potrebnih da se postigne željena tačnost. Za jednu grupu u jednom iteracionom koraku proračun prostorne raspodele traje najviše pola sata; vreme potrebno za kompletan proračun za jednu standardnu reaktorsku ćeliju, za slučaj 15 energetskih grupa, iznosi od 30 do 50 sati.

Ovako dugo vreme potrebno za proračun otežava širu primenu izradjenih programa. Do sada je izvršeno samo nekoliko kompletnih proračuna i to pre svega sa ciljem da se provere ispravnost i tačnost predloženog postupka i da se uoče eventualne mogućnosti za poboljšanje i ubrzanje načina računanja. U ovom radu biće dati rezultati proračuna za tri tipične reaktorske ćelije za koje je iz literature bila poznata prostorna i energetska raspodela termalnih neutrona dobijena sličnim postupcima: multigrupnim P_3 proračunom Marčuka /5/, Honeckovim THERMOS kodom /1/ i jednom verzijom Honeckovog postupka, K-7 THERMOS kodom /10/.

Na slikama 2. i 3. prikazana je energetska raspodela termalnog fluksa u centru i na spoljašnjoj granici ćelije uran - aluminijum - grafit tretirane u ref. /5/. Na slici 4. data je prostorna raspodela ukupnog termalnog fluksa u istoj ćeliji. Karakteristike ove ćelije su: poluprečnik goriva 1,75 cm, debljina košuljice 0,25 cm, ekvivalentni poluprečnik ćelije 7 cm. U ref. /5/ proračun je vršen sa 14 termalnih i jednom epitermalnom grupom. Proračun programom MULTI vršen je sa 10 energetskih grupa, a moderator je podeljen na 5 podzona. I u jednom i u drugom slučaju granična brzina termalne oblasti je bila $8,8 \cdot 10^5$ m/sec.

Na slikama 5., 6. i 7. dati su na isti način rezultati za trozonu teškovođnu ćeliju tretiranu u ref. /1/. Poluprečnik goriva kod ove ćelije iznosi 1,27 cm, debljina aluminijumske košuljice 0,1 cm, ekvivalentni poluprečnik ćelije 5,19 cm. Proračun THERMOS kodom vršen je sa 14 prostornih i 30 energetskih tačaka, a programom MULTI sa 15 energetskih grupa i 5 podzona u moderatoru. Gornja granica termalne oblasti bila je u prvom slučaju 3×2200 m/sec, a u drugom 4×2200 m/sec.

Na slikama 8. i 9. data je energetska raspodela termalnog fluksa u centru i na spoljašnjoj granici trozone teškovodne ćelije reaktora RB, a na slici 10. prostorna raspodela ukupnog termalnog fluksa u istoj ćeliji. Poluprečnik goriva ove ćelije je 1,25 cm, debljina aluminijske košuljice je 0,1 cm, ekvivalentni poluprečnik je 4,51 cm. I proračun K-7 THERMOS kodom^{*} i proračun programom MULTI vršeni su sa 15 energetskih grupa, a kao gornja granica termalne oblasti uzeta je u oba slučaja brzina $8,8 \cdot 10^5$ m/sec.

Ova tri slučaja dovoljna su da se uoče neke opšte karakteristike primenjenog postupka računanja spektra i programa MULTI. Postupak korišćen u programu MULTI razlikuje se od postupka primenjenog u ref. /5/ po načinu rešavanja sistema jednačina (10), po metodi primenjenoj za određivanje grupnih konstanti za grafit i po načinu uračunavanja spoljašnjeg izvora termalnih neutrona. Međutim, pošto se u suštini radi o istoj metodi - multigrupni P_3 proračun - bitno je utvrditi da li izvesna odstupanja u rezultatima koja se mogu uočiti na slikama 2, 3. i 4. treba pripisati neadekvatnom načinu određivanja grupnih vrednosti efikasnih preseka, funkcije rasejanja i spoljašnjeg izvora termalnih neutrona ili nedovoljnoj tačnosti postupka rešavanja sistema diferencijalnih jednačina (10) koji je primenjen u ovom radu.

*

K-7 THERMOS kod je jedna verzija Honeckovog THERMOS koda izradjena u Norveškoj /12/. U okviru saradnje Norveška - Poljska - Jugoslavija proračunate su ovim programom sve rešetke reaktora RB u Vinči.

Neslaganje energetske raspodele u blizini gornje granice termalne oblasti sigurno je posledica suviše uprošćenog načina računanja spoljašnjeg izvora termalnih neutrona. Slično odstupanje javlja se sistematski u svim proračunima koji su vršeni programom MULTI, što ukazuje na to da način na koji se uračunava usporavanje iz epitermalne oblasti treba svakako izmeniti. Izuzimajući ovo neslaganje u "repu" krivih, energetska raspodela fluksa u centru ćelije dobijena programom MULTI vrlo se dobro slaže sa odgovarajućom raspodelom iz reference /5/, dok se kod fluksa na spoljašnjoj granici ćelije javlja izvesno odstupanje u pomeraju od Maxwelllove raspodele. Pošto se ovo odstupanje uopšte ne javlja u drugim slučajevima koji su tretirani programom MULTI, gde je moderator bio teška voda i gde model Brown - St. Johna daje dobre vrednosti efikasnog preseka i funkcije rasejanja, može se sa sigurnošću tvrditi da je ono u slučaju grafitne ćelije posledica samo nerigiroznog tretiranja termalizacije u moderatoru, a ne i postupka rešavanja sistema jednačina (10) koji je primenjen u ovom radu.

Na isti način može se objasniti i odstupanje radijalne raspodele fluksa dobijene programom MULTI od Marčukove u blizini spoljašnje granice ćelije. U druga dva slučaja izvesno odstupanje javlja se i u gorivu. Radijalna raspodela dobijena programom MULTI u gorivu je viša, a u moderatoru niža od raspodele koju daje Honeckov postupak. Odstupanje, međjutim, nigde ne prelazi 1%. Eksperimentalni rezultati za ćeliju reaktora RB, koji na slici (10) nisu dati, u gorivu su bliži rezultatima programa MULTI, a u moderatoru raspodeli koja je proračunata Honeckovim postupkom.

Na slici 7. data je i radijalna raspodela određena jednogrupnim P_3 programom. Upoređena sa multigrupno određenim fluksom ova raspodela na spoljašnjoj granici ćelije

odstupa čitavih 10%. Odstupanje bi bilo znatno manje ukoliko bi se ova raspodela uporedila sa multigrupno odredjenom redijalnom raspodelom gustine neutrona.

4. Zaključak

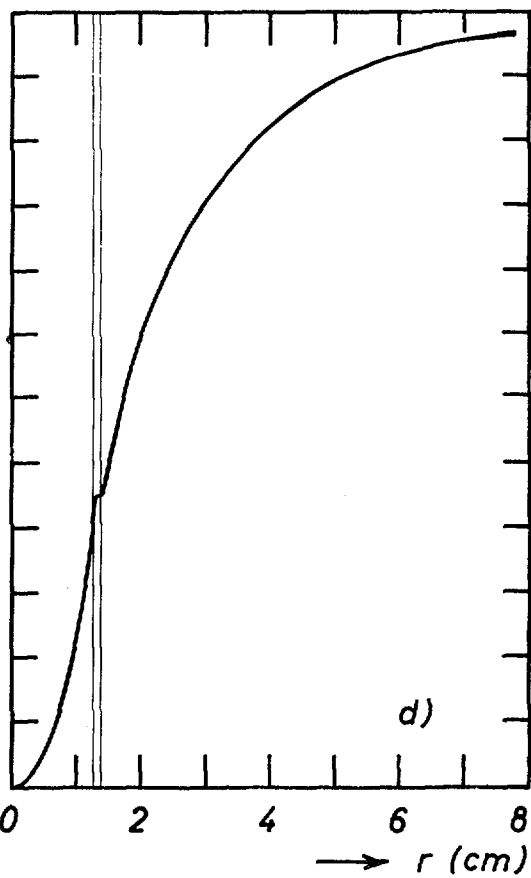
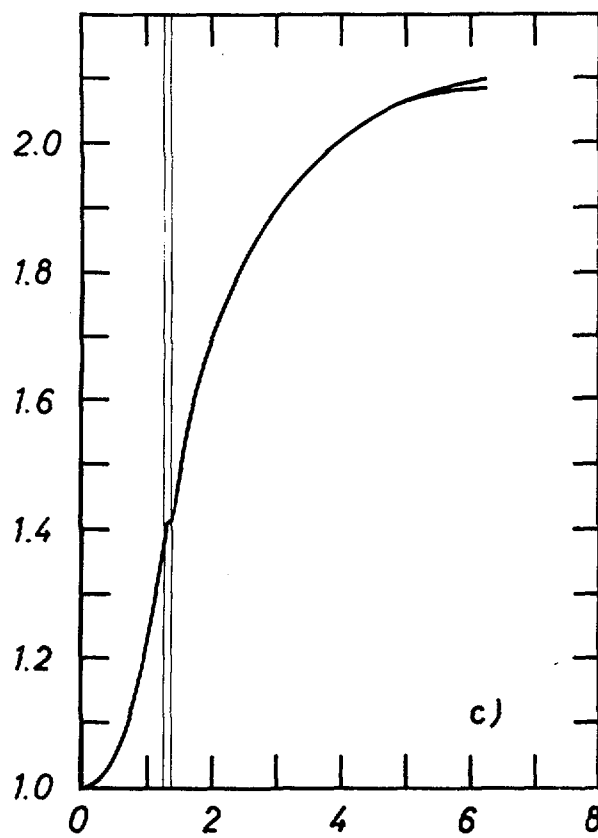
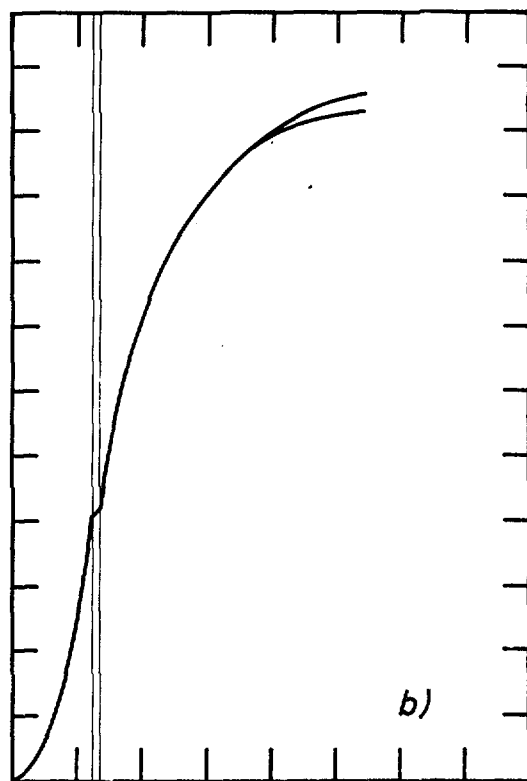
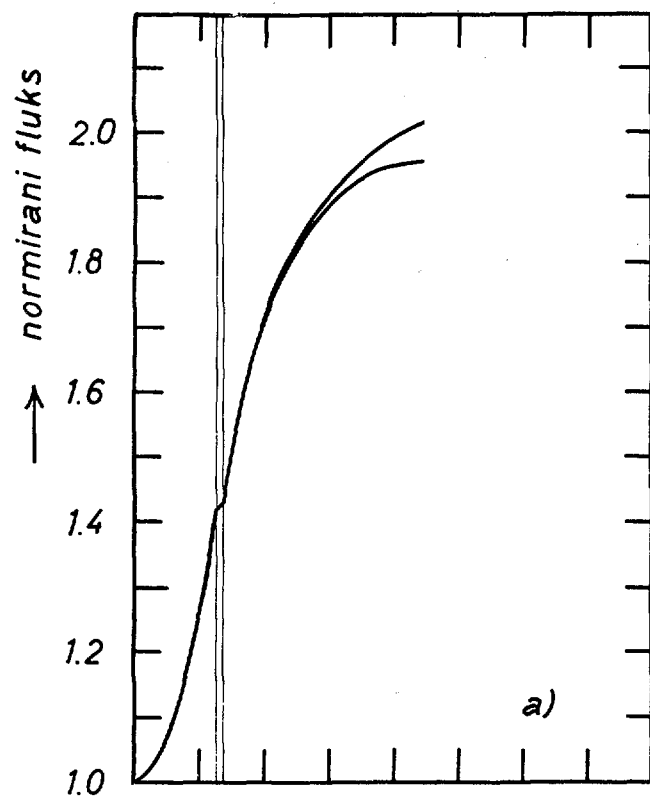
I pored vrlo ograničenog kapaciteta naše računске mašine problem odredjivanja spektra termalnih neutrona u elementarnoj ćeliji reaktora rešen je generalno i sa zadovoljavajućom tačnošću. Uporedjenje dobijenih rezultata sa rezultatima poznatim iz literature potvrđuje ispravnost primenjenog postupka proračuna. Za sada je primena izradjenih programa otežana zbog jako dugog vremena potrebnog za proračun. Medjutim, ovaj nedostatak biće otklonjen sa proširivanjem kapaciteta računске mašine ZUSE Z-23 koje se uskoro očekuje.

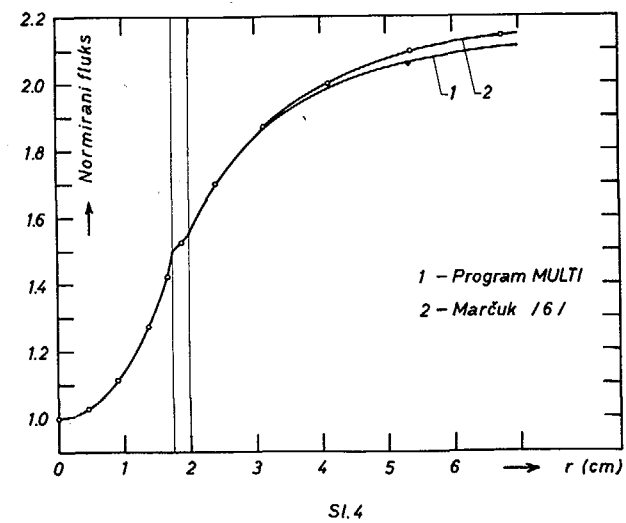
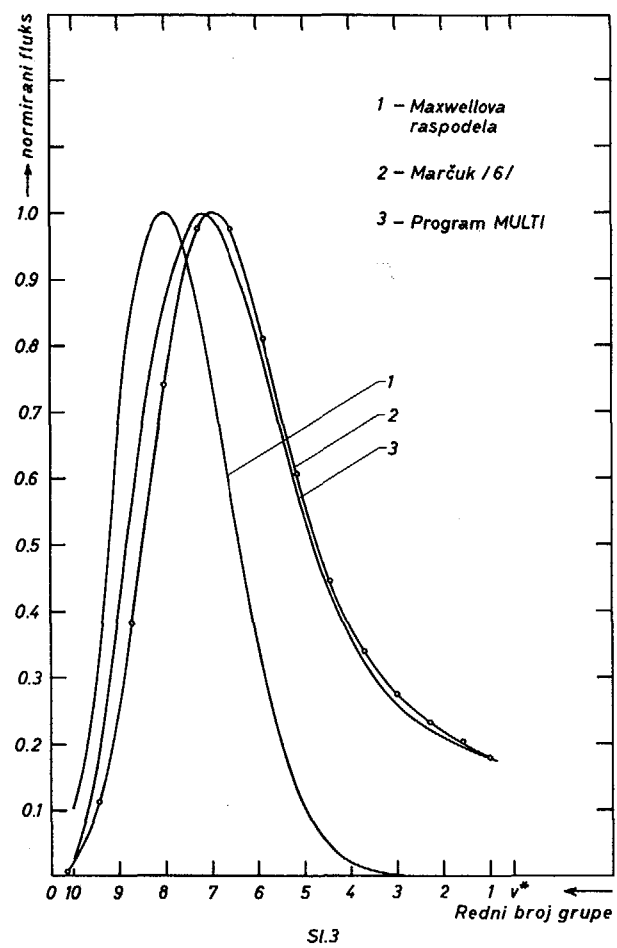
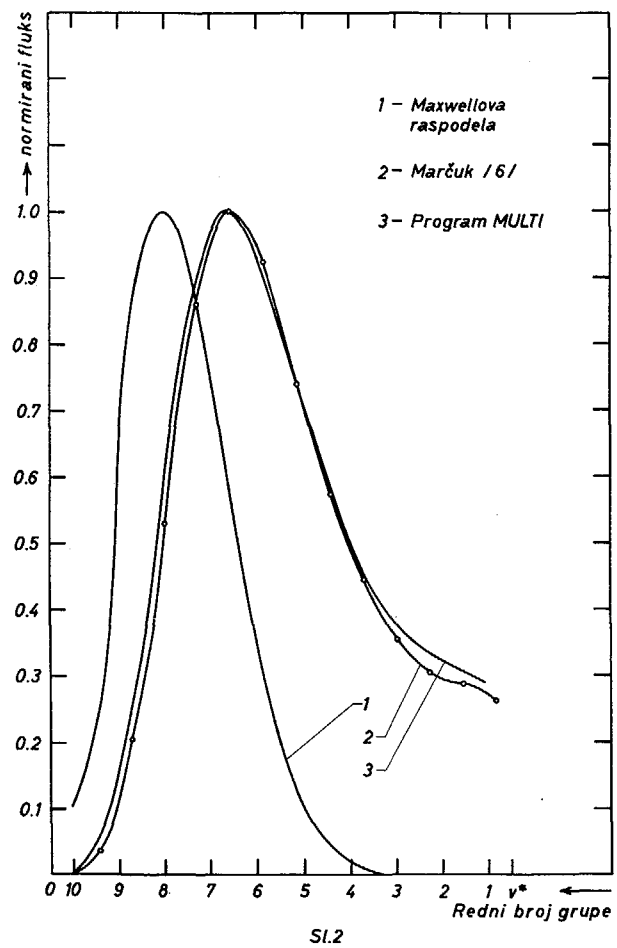
Dalji rad na problemu odredjivanja prostorno energetske raspodele termalnog neutronskeg fluksa treba usmeriti, s jedne strane, na povećanje tačnosti rezultata rigoroznijim odredjivanjem grupnih konstanti, a, s druge strane, na povećanje brzine računanja, što se verovatno može postići podesnijom definicijom iteracionog postupka.

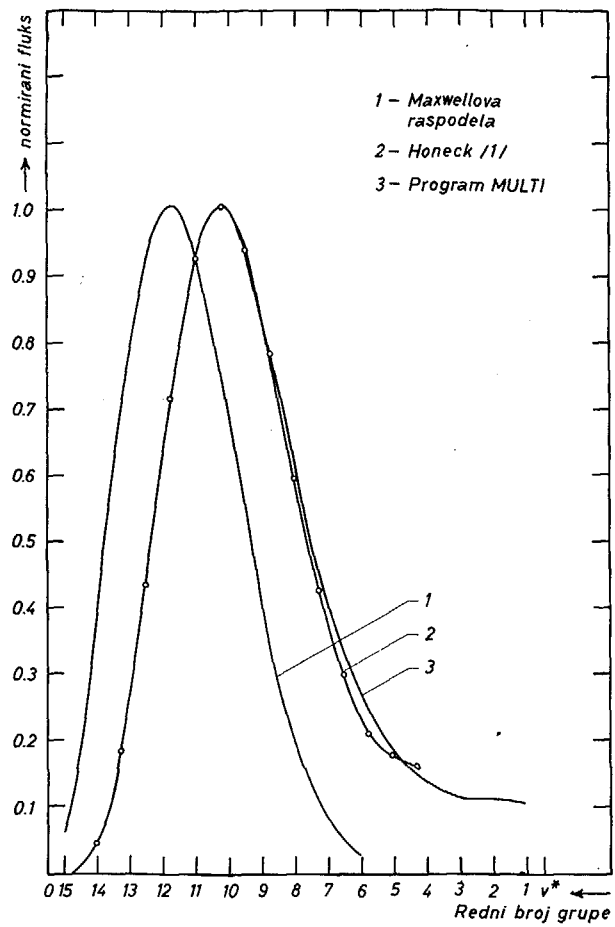
R e f e r e n c e

1. Honeck, H.C.
The Distribution of Thermal Neutrons in Space and
Energy in Reactor Lattices
NSE, 8, 193-202 (1960)
2. Honeck, H.C.
A Review of the Methods for Computing Thermal Neutron
Spectra BNL 821
3. Carlson, B.G.
The S_n Method and the SNG Code
LAMS - 2201
4. Carlson, B.G.
Numerical Formulation and Solution of Neutron Transport
Problems LA - 2996
5. Marčuk, G.I. et al.
Methods of Computing Slow Neutron Spectra
Proc. Brockhaven Conf. in Neutron Thermalization 2,
706 (1962)
6. Marčuk, G.I.
Metodi rasčeta jadernih reaktorov
Gosatomizdat, 1961
7. Marčuk, G.I. et al.
Calculation of Slow Energy Neutron Spectra
A/Conf. 28/P/365

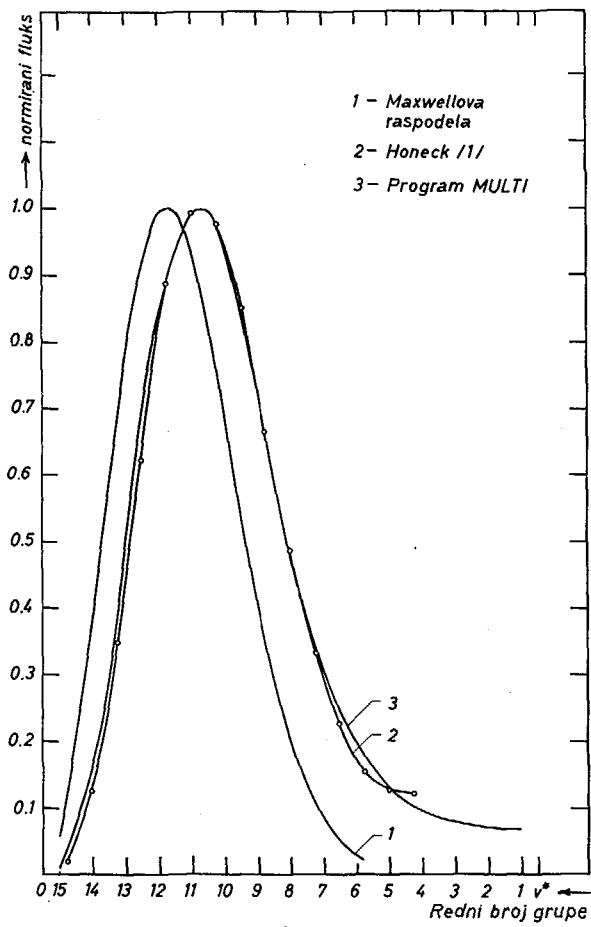
8. Davison, B.
Neutron Transport Theory
Oxford Univ. Press, 1957
9. Jocković, M. et al.
Odredjivanje fine raspodele fluksa u višeregionalnoj
ćeliji reaktora primenom metode sfernih harmonika
ETAN, Bled 1964
10. Stamm'ler, R.J.J.
K-7 Thermos Neutron Thermalization in a Heterogeneous
Cylindrically Symmetric Reactor Cell
Kjeller report 47
11. Brown, H. i St. John, D.
Neutron Energy Spectrum in D_2O
DP - 33
12. Clendenin, W.W.
Effect of Zero Gradient Boundary Conditions on Cell
Calculations in Cylindrical Geometry
NSE 14, 103 (1962)



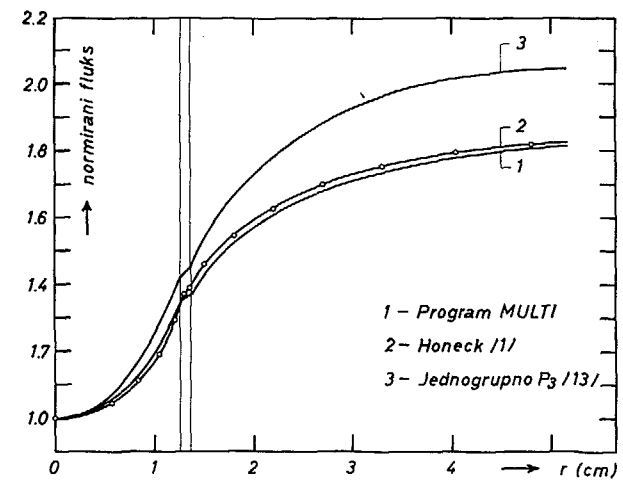




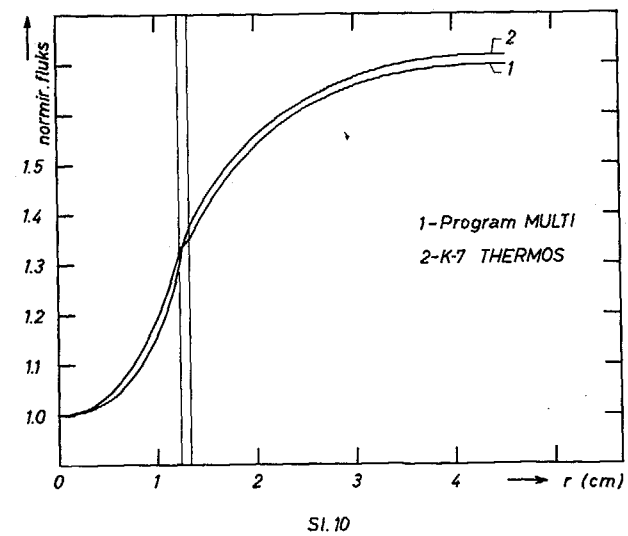
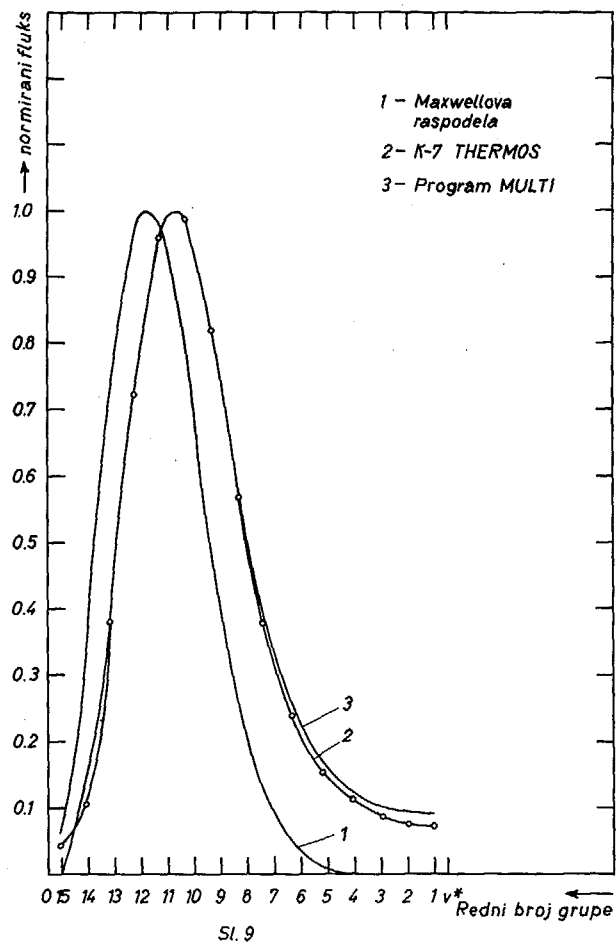
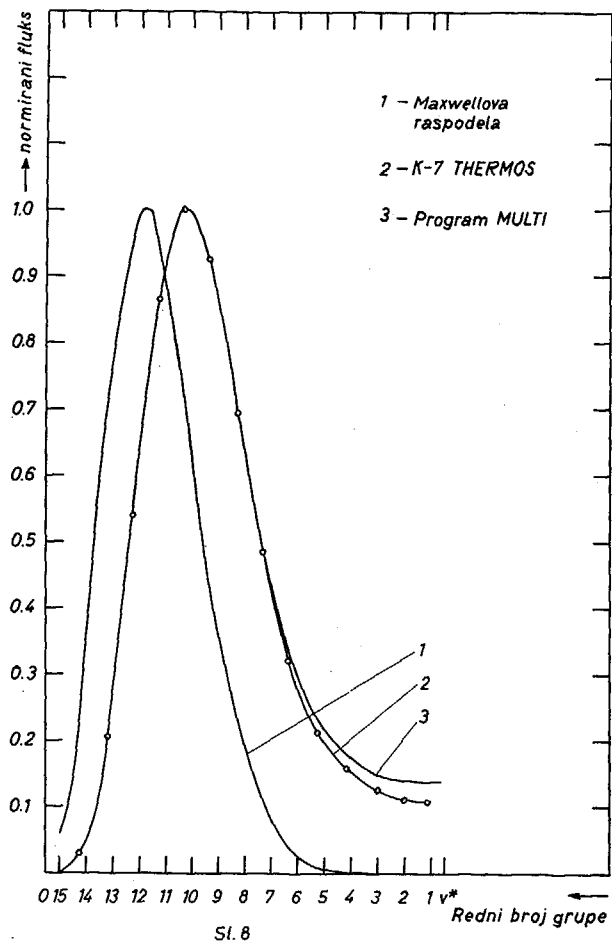
SI.5



SI.6



SI.7





RS06RA253

II JUGOSLOVENSKI SIMPOZIJUM IZ REAKTORSKE FIZIKE

SRF-2/7R

D. Obradović
Institut "B.Kidrič" - Vinča
PROBLEMI PROSTORNO-VREMENSKOG
PONAŠANJA NUKLEARNIH REAKTORA

HERCEG NOVI
Septembar 27-29
1966.

PROBLEMI PROSTORNO-VREMENSKOG PONAŠANJA NUKLEARNIH REAKTORA

Dat je pregled literature i matematičkih metoda koje se koriste prilikom tretiranja prostorno-vremenskog ponašanja nuklearnih reaktora. Pregled literature ograničen je uglavnom na reaktore nulte snage. Ukazano je na još nerešene probleme i pravce u kojima su danas usmerena istraživanja u ovoj oblasti fizike nuklearnih reaktora.

I UVOD

Odredjivanje dinamičkog ponašanja nekog sistema može se vršiti na različite načine. Medjutim sve metode mogu da se svrstaju u tri grupe

- a) frekventna analiza
- b) analiza prelaza iz jednog stacionarnog stanja u drugo (analiza prelaznog režima
- c) statistička analiza

Sa frekventnom analizom usko je povezan i pojam prenosnih funkcija. Koncept prenosnih funkcija nuklearnih reaktora /1/ vrlo je pogodan za

- analizu stabilnosti sistema korišćenjem već dobro poznatih analitičkih i grafičkih metoda /2, 3, 4/
- projektovanje sistema automatske kontrole /2, 3, 4/
- interpretaciju eksperimentalnih rezultata /5,6,7,8/

Naime, može se reći da je jedan od najvažnijih kinetičkih i dinamičkih istraživanja upoznavanje vremenskog ponašanja sistema pod različitim uslovima eksploatacije, kako bi se dobili neophodni elementi za projektovanje sistema automatske kontrole. Sinteza odgovarajućeg sistema automatske kontrole ide preko /3/:

- odredjivanja odgovarajućih kriterijuma i operacionih zahteva koje sistem mora zadovoljiti

- konstrukcije odgovarajućeg matematičkog modela, koji će opisivati dinamičko ponašanje pojedinih komponenti sistema. Model treba da bazira na matematičkim jednačinama koje treba da opisuju sistem i rezultatima dinamičkih eksperimenata

- analize dinamičkog modela u cilju odredjivanja stabilnosti sistema, kao i uticaja promene pojedinih parametara na stabilnost

- i na kraju sinteze kontrolnog sistema koji će pridoneti model da zadovolji postavljene kriterijume.

Iz izloženog se jasno ocrtava potreba za što potpunijim poznavanjem sistema i posedovanjem što adekvatnijeg matematičkog modela za sistem, kako bi se mogao ostvariti takav sistem automatske kontrole koji će pod najrazličitijim uslovima eksploatacije održavati sistem u željenim uslovima. Razvoj matematičkog modela i upoznavanje prirode sistema još više dolazi do izražaja kad se napomene da je eksperiment moguće prirediti samo na već sagrađenom sistemu. Recimo ovde još i to da je stabilnost reaktora vrlo osetljiv problem i da u tom pogledu ne može biti reči o tolerancijama, pa i najmanji zahtev u cilju poboljšanja stabilnosti može dovesti do znatnih izmena u konstrukciji sistema. No, međutim, upoznavanje procesa i usavršavanje teorijskih modela ide preko analize i interpretacije eksperimentalnih podataka dobijenih na već sagrađenim sistemima.

Uobičajeno je da se prenosne funkcije nuklearnih reaktora (ili vremensko ponašanje reaktora) odredjuju iz vremenski zavisne difuzione (ili transportne) jednačine, pošto se zavisnost od prostornih koordinata eliminiše pretpostavkom da ras-

podela fluksa u reaktoru sledi osnovni harmonik /9/. Reaktor se posmatra onda kao sistem sa koncentrisanim parametrima. Ovako dobijena prenosna funkcija daje izvanredno dobre rezultate na "niskim" učestanostima (učestanosti ispod nekoliko rad/s).

Medjutim, nuklearni reaktor nije sistem sa koncentrisanim parametrima, a pretpostavka da prostorna raspodela neutronske fluksa u reaktoru sledi osnovni harmonik predstavlja vrlo grubu aproksimaciju, koja je opravdana samo u ograničenom broju specijalnih slučajeva (stacionarno stanje, eksponencijalna promena neutronske populacije, dovoljno male perturbacije reaktorskih parametara tj. dovoljno spori prelazi iz jednog stacionarnog stanja u drugo). Rastojanje između "ulaza" i "izlaza" kao i njihov relativan položaj u sistemu mogu imati bitnog uticaja na pojačanje i fazu prenosne funkcije reaktora. Kada su u pitanju visoke učestanosti (učestanosti iznad nekoliko rad/s), ili brzi prelazi iz jednog stanja u drugo, za adekvatno opisivanje vremenskog ponašanja reaktora i interpretaciju eksperimentalnih rezultata potrebno je uzeti u obzir i uticaj viših harmonika (uticaj prostornih efekata). Uticaj prostornih efekata naročito dolazi do izražaja kod reaktora velikih geometrijskih dimenzija (reaktora čije su geometrijske dimenzije znatno veće od srednje dužine slobodnog puta za neutrone), kao i kod višezonih reaktora.

Savremena energetska nuklearna postrojenja u svom sastavu imaju reaktore vrlo velikih dimenzija, kod kojih su prostorni efekti naročito izraženi. Ovi efekti mogu imati bitan uticaj na stabilnost sistema, pa prema tome i na konstrukciju sistema automatske kontrole. Dalje, kod nekoliko eksperimentalnih tehnika za merenje nekih osnovnih parametara reaktorskog jezgra i verifikaciju egzaktnosti teorijskih modela dolazi do

bitnog uticaja prostornih harmonika, pa je za interpretaciju eksperimentalnih podataka o njima neophodno voditi računa (ovde se imaju u vidu modulaciona metoda, impulsna metoda, metoda ubacivanja šipki i izvora, analiza šumova). Zbog toga su danas istraživanja u oblasti kinetike i dinamike nuklearnih reaktora i usmerena u pravcu prevazilaženja modela sa koncentrisanim parametrima (prostorno nezavisnog modela, modela jedne tačke) i iznalaženju što adekvatnijih teorijskih modela. Teorijski prilaz proučavanju prostornih efekata moguć je sa različitih aspekata, pa je zbog toga u literaturi razvijeno više, mahom numeričkih metoda. No, sve one mogu da se svrstaju u tri grupe

- 1) Adijabatska metoda
- 2) Nodalna analiza
- 3) Modalna analiza

II ADIJABATSKA METODA

U slučaju kada su perturbacije parametara jezgra nuklearnih reaktora dovoljno male, tako da se oblik prostora raspodele neutronskog fluksa ne menja sa vremenom, može se izvršiti razdvajanje prostornih i vremenskih koordinata. U tom slučaju je vremensko ponašanje reaktora opisano uobičajenim prostorno-nezavisnim kinetičkim jednačinama /9/:

$$\begin{aligned}\frac{dn}{dt} &= \frac{k_{ef}(1-\beta)-1}{\ell} n + \sum_i \lambda_i c_i + S \\ \frac{dc_i}{dt} &= \frac{\beta_i k_{ef}}{\ell} n - \lambda_i c_i\end{aligned}\tag{2.1}$$

gde je

- n - neutronska populacija
- k_{ef} - efektivni faktor umnožavanja
- ℓ - vreme života trenutnih neutrona
- c_i - koncentracija emitera zakasnelih neutrona
- λ_i - konstanta raspada emitera zakasnelih neutrona
- β_i - prinos zakasnelih neutrona ($\beta = \sum_i \beta_i$)

Međutim prostorni oblik neutronskog fluksa, kod prelaza iz jednog stacionarnog stanja u drugo, uvek se menja sa vremenom. Posledica ove promene je da su parametri u jednačinama (2.1) k_{ef}, β, ℓ , funkcije vremena; no, i pored toga oblik kinetičkih jednačina ostaje nepromenjen. Pa je logičan put za poboljšanje prostorno nezavisnog modela uzimanje u obzir ove vremenske zavisnosti kinetičkih parametara. Jedan od mogućih prilaza ovom problemu je adijabatska metoda.

Suština adijabatske metode sastoji se u tome da se iz serije statičkih proračuna odredi trenutni prostorni ob-

lik raspodele neutronskeg fluksa, koji odgovara trenutnim vrednostima nuklearnih parametara reaktorskog jezgra. Zatim se za tako dobijene prostorne raspodele neutronskeg fluksa odrede odgovarajući parametri koji ulaze u kinetičke jednačine (2.1), k_{ef} , β , ℓ . Sa tako odredjenim parametrima se onda sukcesivno određuje vremensko ponašanje fluksa u reaktoru.

Prema tome adijabatska metoda bazira na pretpostavci da prostorna raspodela fluksa u reaktoru trenutno prati promene u nuklearnim svojstvima reaktorskog jezgra (pa se adijabatska metoda naziva još i metoda trenutnog iskrivljenja, instantaneous tilt method). Medjutim zbog postojanja zakasnelih neutrona promene prostorne raspodele neutronskeg fluksa, kao i ukupni nivo snage u reaktoru, nešto zaostaju za promenama u nuklearnim svojstvima /11, 12, 13/. Zbog toga je primenljivost ove metode ograničena naročito kada su u pitanju reaktori velikih geometrijskih dimenzija.

III NODALNA ANALIZA

Osnovna ideja ove metode sastoji se u tome da se reaktor izdeli na konačan broj oblasti (nadova) i odredi vremensko ponašanje nekog srednjeg fluksa u svakoj oblasti. Metoda konačnih razlika kod koje se pretpostavlja da su oblasti veoma male i gusto pakovane pretstavlja granični slučaj nodalne analize.

Kada je reaktor podeljen na nekoliko velikih oblasti nameće se potreba za određivanjem parametara interakcije pojedinih oblasti (parametri isticanja neutrona iz jedne oblasti u drugu). Uobičajena su dva prilaza ovom problemu:

- Avery-eva teorija spregnutih reaktora, kada se problem svodi na određivanje "uzajamnih faktora umnožavanja" /15/

- Wachpress-ova višekanalna sinteza fluksa, kada se problem svodi na određivanje "prenosnih koeficijenata kanala" /16, 17/.

Nodalnu analizu primenio je G.C.Baldvin /18/ za opisivanje prostorno vremenskog ponašanja reaktora ARGONAUT, a R.A. Danofsky i R.E.Uhrig /19/ i A.Belleni-Morante /20/ za opisivanje prostorno-vremenskog ponašanja neutronske fluksa kod reaktora UTR-10. Za opisivanje vremenskog ponašanja reflektovanih reaktora nodalnu analizu iskoristili su C.E.Cohn /21/ i W.R. Keatin i W.C.Griffin /22/. R.L.Seal /23/ primenio je Avery-ovu teoriju za određivanje prenosnih funkcija reaktora koji se sastoje od više slabospregnutih jezgara, dok su, metodu za računanje interakcionih koeficijenata razvili G.E.Hansen i A.A. Sandmayer /24/. P.T.Hansson i L.R.Foulke /25/ iskoristili su metodu konačnih razlika za interpretaciju eksperimentalnih rezultata dobijenih prilikom merenja frekventnog odziva reaktora

NORA. U slučaju kada su "ulaz" i "izlaz" bliski (njihovo rastojanje manje od oko 50 cm) slaganje između teorijski i eksperimentalno dobijenih rezultata je samo kvalitativno.

J.B.Yasinski i A.F.Henry u radu /26/ vršili su numeričko poredjenje rezultata dobijenih primenom prostorno nezavisnog modela, adijabatske metode i nodalne analize. Poredjenja su vršena za dva tipa reaktora sa slabo i jako spregnutim nodovima. Oni su pokazali da prostorno nezavisni model daje vrlo slabe rezultate, da adijabatska metoda daje znatno bolje rezultate od prostorno nezavisnog modela, ali i nešto slabije rezultate od nodalne analize.

Primena nodalne analize znači kvalitativan skok u odnosu na adijabatsku metodu. Međutim, zbog obimnosti računskih operacija zahtevaju se brze računске mašine velikog kapaciteta, pa se zbog toga prilikom računanja obično koristi samo jedna prostorna koordinata i samo jedna energetska grupa neutrona /10/.

IV MODALNA ANALIZA

Modalna analiza je svakako najpogodnija metoda i metoda koja najviše obećava u analizi prostorno-vremenskog ponašanja reaktora. Osnovna ideja ove metode sastoji se u aproksimiranju nepoznate prostorno vremenske funkcije linearnom kombinacijom poznatih prostornih funkcija (modova, harmonika) sa nepoznatim vremenski zavisnim koeficijentima

$$\phi(\vec{r}, t) = \sum_{n=1}^N A_n(t) \psi_n(\vec{r}) \quad 4.1$$

Prostorni deo problema sastoji se u odabiranju ili konstrukciji harmonika, dok se vremenski deo problema sastoji u određivanju vremenski zavisnih koeficijenata.

Od više verzija ove metode najpogodnije je razvijanje po svojstvenim funkcijama. Moguće je odabrati nekoliko tipova svojstvenih funkcija

- svojstvene funkcije reaktivnosti (ili λ - modovi)
- svojstvene funkcije periode (ili ω - modovi)
- prostorne svojstvene funkcije

Razvoj po svojstvenim funkcijama reaktivnosti diskutovao je L.N.Usačov /27/, dok je razvoj po svojstvenim funkcijama periode diskutovao R.Cohn /28/. Razvoj po prostornim svojstvenim funkcijama pruža najviše mogućnosti, zbog mogućnosti odabiranja različitih prostornih harmonika. Međutim, do sada je skoro isključivu primenu našao razvoj po svojstvenim funkcijama Helmholtz-ovog operatora sa Dirichlet-ovim graničnim uslovima. Ovaj postupak razradjen je u radovima H.L.Garabedian-a /29,30/ i W.Loewe-a /31/.

Kod modalne analize je ustvari najveći problem odabiranje takvih prostornih harmonika koji obezbeđuju najbržu

konvergenciju. U radu /32/ S.Kaplan je pokazao da ako se prostorni harmonici odaberu tako da su u razvoju (4.1) za $N = K$ i za $N = K + M$ koeficijenti $A_1(t), \dots, A_K(t)$ isti (tj. koeficijenti u razvoju su isti nezavisno od toga koliko broj harmonika se uzima u obzir - property of finality) obezbedjuje se najbrža konvergencija.

Za odredjivanje odziva reaktora nulte snage na oscilovanje apsorbera u reaktorskom jezgru modalnu analizu primenili su A.Weinberg i H.Schweinler /33/ još 1949.god. Za odredjivanje prenosnih funkcija nuklearnih reaktora modalnu analizu primenili su A.Takeda /34/ i C.B.Guppy /35/. U cilju odredjivanja prenosnih funkcija i rasprostiranja "neutronske talase", kada je pobudna funkcija promena intenziteta spoljnog neutronskog izvora modalnu analizu za Fermi-ev model usporavanja primenili su Ch.D.Kylstra i R.E.Uhrig /36/ a u P_1 aproksimaciji G.Mortensen i H.Smith /37, 38/.

Primena razvoja po svojstvenim funkcijama daje izvanredne rezultate mada sa matematičke tačke gledišta nije u potpunosti rešeno pitanje potpunosti i prirode skupa svojstvenih funkcija. Rešavanju ovog problema G.Birkhof prilazi primenom metoda apstraktne algebre (teorije grupa i teorije rešetki) /39,40/, dok I.A.Bahtin /41/ koristi topološke metode M.A.Martino /42, 43/, izučavajući spektralna svojstva difuzionog operatora dolazi do značajnih zaključaka o identičnosti spektra difuzionog i njemu konjugovanog operatora.

Već je rečeno da razvoj po svojstvenim funkcijama nije jedina varijanta modalne analize. Tako je varijacioni račun, koji je u reaktorsku fiziku uveo D.S.Selengut /44/, našao vrlo široku primenu u izučavanju prostorno-vremenskog ponašanja reaktora. U radovima J.Lewinsa /45,46/, A.N.Nohavandi-a i R.F.Van Hollen-a /47/, W.H.Köhler-a /48/, G.P.Pom-

raninga /49/ i dr. D.E. Dougherty i C.N. Shen /50/ primenom varijacionog principa vremenski zavisnu difuzionu jednačinu izrazili su u integralnom obliku, a potom integraciono jezgro - "Green-ovu funkciju" - razvili po prostorima modovima, pošto su predhodno reaktor izdelili na zone. U radovima S.Kaplana i dr. /51,52/ razvijena je, tzv. metoda prostorno vremenske sinteze fluksa. Naime pretpostavljeno je da se zavisnost neutronskog fluksa od prostora i vremena u prelaznom režimu može izraziti linearnom kombinacijom neutronskih flukseva u početnom (ϕ_i) i krajnjem (ϕ_f) stanju

$$\phi(\vec{r}, t) = a_i(t)\phi_i(\vec{r}) + a_f(t)\phi_f(\vec{r}) \quad 4.2$$

Vremenski zavisni koeficijenti odredjuju se primenom varijacionog računa. M.Becker /53/ je pokazao da metoda prostorno vremenske sinteze fluksa koju su predložili S.Kaplan i dr. ima dublju matematičku podlogu nego što je to u prvi mah izgledalo.

T.Goshino i dr. /54/ su vremenski zavisnu difuzionu jednačinu primenom Laplace-ove transformacije preslikali na kompleksnu ravan i tako dobijenu jednačinu rešavali razvojem u Neumann-ov red. Njihova metoda omogućuje relativno brzu konvergenciju i ne zahteva direktno računanje svojstvenih vrednosti operatora.

Modalna analiza još nije dala poslednju reč, još uvek se radi na razvoju ove analize, a i iz objavljenih radova nemože se još doći do zaključka kojoj od varijanti ovog prilaza dati prednost.

V DISKUSIJA

Napred su izložene tri metode (adijabatska metoda, nodalna i modalna analiza) koje se danas koriste za izučavanje prostorno-vremenskog ponašanja nuklearnih reaktora. Mada još uvek nije stečeno dovoljno iskustvo u primeni ovih metoda ipak se mogu izvući neki najopštiji zaključci. Uobičajeni prostorno nezavisni model, iako još uvek ima široku primenu, predstavlja vrlo grubu aproksimaciju i u pogledu tačnosti daje vrlo slabe rezultate. Adijabatska metoda, kao logičan razvoj prostorno nezavisnog modela, u samoj osnovi ne leži na egzaktnim fizičkim pretpostavkama, što joj samim tim ograničava tačnost. Dalje, za komplikovanije geometrije reaktorskog jezgra primena adijabatske metode zahteva veliki broj statičkih proračuna što znatno poskupljuje primenu metode. U pogledu tačnosti ova metoda predstavlja kvalitativan skok u odnosu na prostorno nezavisni model, ali i daje znatno slabije rezultate od nodalne i modalne analize.

Nodalna analiza postala je privlačna zbog svoje jednostavnosti čak kada je u pitanju i više kola povratne sprege. Najveću teškoću kod primene ove metode predstavlja računanje interakcionih koeficijenata između nodova. S obzirom na mogućnost odabiranja velikog broja nodova uvek se u primeni ove metode može postići željena tačnost. No, u tom slučaju se zahtevaju vrlo brzi računari velikog kapaciteta, pa primena metode postaje ekonomski neopravdana.

Za tretiranje prostorno-vremenskog ponašanja nuklearnih reaktora najčešće se koristi modalna analiza. Prema postojećim numeričkim podacima izgleda da ova metoda daje najbolje rezultate uzimajući u obzir željenu tačnost i cenu

koštanja proračuna. Međutim, u pojedinim slučajevima računanje koeficijenata razvoja postaje vrlo teško ili se pak zahteva, za dobru tačnost, veliki broj modova. Međutim, današnje tendencije u istraživanjima u ovoj oblasti idu u smeru iznalaženja takvih razvoja koji će obezbediti znatno bržu konvergenciju, nego što je to danas slučaj.

Na kraju, kao najopštiji zaključak može se reći da je rad na izučavanju prostorno vremenskog ponašanja nuklearnih reaktora poslednjih nekoliko godina bio vrlo intenzivan i da su postignuti značajni rezultati. Međutim, veći na objavljenih radova tretira obično samo jednu prostornu koordinatu i slučajeve bez povratnih sprega (reaktore nulte snage). Sa izuzetkom ksenonske povratne sprege koja je u literaturi dosta iscrpno tretirana, o uticaju ostalih povratnih sprega (temperaturnih, hidrauličkih, ključanja, i td.) postoji vrlo malo (svega nekoliko) objavljenih radova. Još uvek ne postoji dovoljno numeričko, a ni eksperimentalno, iskustvo u pogledu primene pojedinih metoda tako da se ni jednoj metodi ne može dati isključiva prednost.

VI LITERATURA

1. Franz, J.P., "Pile Transfer Functions", AECD-3260 (1949)
2. Truxal, J., "Control Engineers' Handbook", McG.Hill.Comp. N.Y. (1958).
3. M'Pherson, "The Use of Complex Plane Method in the Analysis of Plant Dynamics and the design of Automatic Control System, AEEW-R120 (1961).
4. M'Pherson, P.K., "The role of the Dynamic Model in Nuclear Reactor Control Studies" AEEW-r 121 (1961).
5. PROCEEDINGS of the Conference on TRANSFER FUNCTION MEASUREMENTS and REACTOR STABILITY ANALYSIS, ANL-6205 (1960)
6. D.Obradović, "Merenje reaktivnosti", magistarski rad, IBK-252
7. M.Petrović, D.Obradović, "Prenosne funkcije nuklearnih reaktora", IV kongres matematičara, fizičara i astronoma Jugoslavije, Sarajevo, 1965, IBK-277.
8. D.Obradović, M.Petrović, "Measurement of Low Reactivities Using a Reactor Oscillator", biće objavljeno u Biltenu Instituta za nuklearne nauke "Boris Kidrič", IBK-384
9. Henry, A.F., Nucl.Sci. Eng. 3 (1958) 52
10. Kaplan S. i dr., "Space - Time Reactor Dynamics", A (conf 28) P-271 (maj 1964)
11. Radkowsky A., "Naval Reactor Physics Handbook", poglavlje "Reactor Kinetics", USAEC, 1964.
12. Henry, A.F., Curlee, N.J., Nuclear Sci.Eng, 4 (1958) 272
13. Curlee, N.J., Nucl.Sci. Eng., 6 (1959), 1
14. Kaplan S., Margolis, S.G., Nucl.Sci. Eng., 7 (1960) 277
15. Avery R., "Theory of Coupled Reactors", A (Conf 15) P-1858 (1958)
16. Wachspres, E.L., "Digital Computation of Space-Time Variation of Neutron Fluxes", KAPL-2090 (1960)
17. Wachspres, E.L., i dr., Nucl.Sci.Eng., 12 (1962) 381
18. Baldwin, G.C., Nucl.Sci.Eng., 6 (1959) 320
19. Danofski, R.A., Uhrig, R.E., Nucl.Sci. Eng., 16 (1963) 131
20. Cohn, C.E., Nucl.Sci.Eng., 13 (1962) 12
21. A. Belleni-Morante, J.Nucl.Eng. part A/B, 18 (1964) 547

22. Keaten, W.R., Griffin, W.C., "Reflected Reactor Kinetics", NAA-SR-7263 (1963)
23. Seal, R.L., "Coupled Core Reactors", LAMS-2697 (1964)
Investigation of Coupled Rover Cores", LAMS-2698
24. Hansen, G.E., Sandmeir, H.A., Nucl. Sci. Eng., 22 (1965) 315
25. Hansson, P.T., Foulke, R.L., Nucl. Sci. Eng., 17 (1963) 528
26. Yasinsky, J.B., Henry, A.F., Nucl. Sci. Eng., 22 (1965) 171
27. Usačev, L.N., "Uravnjenije dlja cenosti nejtronov, kinetika reaktora i teorija vozmašćenij" u zborniku "Reaktorostrojenije i teorija reaktorov", str. 251, Moskva 1955 (referat na prvoj ženevskoj konferenciji 1955.god.)
28. Cogn R., "Some Topics in Reactor Kinetics", A (Conf.15)
P- (1958)
29. Garabedian, H.L., A. Foderaro, Nucl. Sci., Eng., 8 (1960) 44
30. Garabedian, H.L., u zborniku "Proceedings of Simposia in Applaied Mathematics", Vol IX (1961), ruski prevod st.248
31. Loewe, E.W., Nucl. Sci. Eng., 21 (1965) 536
32. Kaplan S., Nucl. Sci. Eng., 9 (1961) 357
33. Weinberg A., Schweinler, H.C., Phys. Rev., 74 (1948) 851
34. Takeda A., "A Method of Analysis of Reactor Spatial Kinetics of Colder Hall Type Reactors" i "A Study of the Transfer Functions of Spatial Kinetics in the Nuclear Reactor", AERE-trans-888 (1962)
35. Guppy, C.B., "Transfer Function Syntesis for Reactor Spatial Dynamics Using the modal Approach", AEEW-R 197 (1962)
36. Ch. Kylstra, R. Uhrig, Nucl. Sci. Eng., 22 (1965) 191
37. Mortensen, G.A., Ph.D. Thesis (1963)
38. Mortensen, G.A., H.P. Smith, jr., Nucl. Sci. Eng., 22 (1965) 321
39. G. Birkhoff, "Reactor Criticality in Transport Theory", Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. 45 (1959) 567
40. G. Birkhoff, u zborniku "Proceedings of Simposia in Applaied Mathematics", Vol. IX, 1961, ruski orevod, st.132
41. I. A. Bahtin, Dokladi akad. nauk SSSR, 167 (1966) 16
42. M. A. Martino, "Coserning Multigroup Diffusion Operator", KAPL-1864

43. G.I.Gabetler, M.A.Martino, u zborniku "Proceedings of Symposia in Applied Mathematics", Vol.IX, 1961, ruski prevod, s. 145
44. D.S.Belengut, "Variational Analysis of Multi-Dimensional System" HW-59 126, str. 89
45. J.Lewins, Nucl.Sci. Eng., 8 (1960) 95
46. J.Lewins, Nucl. Sci. Eng., 9 (1961) 399
47. A.N.Nahavandi, R.F.Van Hollen, Nucl. Sci. Eng., 18, 1964, 335
48. W.H.Köhler, Nukleonik 8, 1966, 203
49. G.C.Pomraning, Nucl.Sci. Eng., 24, 1966, 291
50. D.F.Dougherty, C.N.Shen, Nucl.Sci.Eng., 13, 1962, 141
51. Kaplan S., J.A.Bewick, "Space and Time Syntesis by the Variational Method", WAPD-BT-28 (1963)
52. S.Kaplan, J.A.Bewick, O.J.Marlowe, Nucl.Sci.Eng., 18, 1964, 163
53. M.Becker, Nucl.Sci.Eng., 22 (1965) 384
54. T.Hoshino, J.Wakabayashi, S.Hayashi, Nucl.Sci.Eng., 23, 1965, 170.



RS06RA254

II JUGOSLOVENSKI SIMPOZIJUM IZ REAKTORSKE FIZIKE

SRF-2/8R

D.Obradović, V.Jevtović
Institut "B.Kidrič", Vinča

ODZIV TERMALNIH MULTIZONIH REAKTORA
NA LOKALNU PERTURBACIJU REAKTIVNOSTI

HERCEG NOVI
Septembar 27-29
1966.

ODZIV MULTIZONIH NUKLEARNIH REAKTORA NA LOKALNU PERTURBACIJU REAKTIVNOSTI

U radu je primenjena modalna analiza, razvoj po prostornim svojstvenim funkcijama, za rešavanje vremenski zavisne difuzione jednačine u dvogrupnoj aproksimaciji, kada je presek za apsorpciju u termalnoj grupi funkcija vremena. Kao rezultat rešavanja vremenski zavisne difuzione jednačine dobijeni su izrazi za prenosne funkcije radijalno multizonih reaktorskih sistema i homogenih reaktorskih sistema. Dati su i neki numerički rezultati primene ove metode.

I. UVOD

Uobičajeno je da se za dinamičku analizu nuklearni reaktor posmatra kao sistem sa koncentrisanim parametrima. U tom slučaju vremensko ponašanje nuklearnih reaktora opisano je uobičajenim prostorno nezavisnim kinetičkim jednačinama. Međutim, nuklearni reaktor nije sistem sa koncentrisanim parametrima, već je odziv reaktora na lokalnu perturbaciju nekog od njegovih parametara zavisan od položaja i veličine perturbacije kao i od položaja detektora. Ova prostorna zavisnost odziva reaktora na lokalne perturbacije njegovih parametara naročito je izražena kod reaktora velikih geometrijskih dimenzija (reaktora čije su geometrijske dimenzije znatno veće od srednje dužine slobodnog puta za neutrone), kao i kod više-zonih reaktora.

U radu /1/ diskutovana je potreba proučavanja prostorno vremenskog ponašanja nuklearnih reaktora za iznalaženje što boljeg dinamičkog modela u cilju sinteze što

adekvatnijeg sistema automatske kontrole, kao i interpretaciju eksperimentalnih podataka. U radu /1/ su takodje diskutovani i različiti matematički prilazi ovoj oblasti.

U ovom radu za rešavanje vremenski zavisne difuzione jednačine primenjena je Laplace-ova transformacija i modalna analiza i to razvoj po prostornim svojstvenim funkcijama /2,3/ u cilju iznalaženja prenosne funkcije (odnosno frekventnog odziva) multizonih reaktorskih sistema.

II. TEORIJA

Jednačine koje opisuju prostorno vremensko ponašanje reaktora nulte snage mogu se napisati u obliku.

$$[\hat{D} + \nu(1-\beta)\hat{M}]\phi + \sum_i \lambda_i \Gamma_i = \hat{\nu}^{-1} \frac{\partial}{\partial t} \phi \quad 2.1a$$

$$\beta_i \nu M \phi - \lambda_i \Gamma_i = \frac{\partial}{\partial t} \Gamma_i \quad 2.1b.$$

gde je u dvogrupnoj aproksimaciji

$$D = \begin{bmatrix} D_1(\vec{r}) - \Sigma_1(\vec{r}) & 0 \\ 0 & D_2(\vec{r}) - \Sigma_2(\vec{r}) \end{bmatrix} \quad 2.2a$$

$$M = \begin{bmatrix} 0 & \Sigma_f \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 2.2b$$

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \quad \Gamma_i = \begin{bmatrix} 0 \\ C_i \end{bmatrix} \quad 2.3.$$

$$\hat{\nu}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/\nu_1 & 0 \\ 0 & 1/\nu_2 \end{bmatrix} \quad 2.4.$$

Indeks "1" se odnosi na brzu, a "2" na termalnu grupu neutrona, dok ostale oznake imaju uobičajena značenja.

Lokalna perturbacija reaktivnosti se obično postiže oscilovanjem apsorbera u nekoj tački $\vec{r}_0$ u reaktoru. U tom slučaju je apsorpcioni presek u termalnoj grupi dat sa /4/.

$$\Sigma_2 = \Sigma_{20} + S_a \int (\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot e^{j\omega t} \quad 2,5$$

Prenosna funkcija koja odgovara ovoj promeni apsorpcionog preseka u termalnoj grupi daje korektne vrednosti za fazni pomeraj kod frekventnog odziva i dobra je za direktno poredjenje sa eksperimentom. Medjutim, poredjenje pojačanja ovako dobijenog frekventnog odziva sa pojačanjem koje se dobija iz prenosne funkcije dobijene na osnovu prostorno nezavisnog modela nije pogodno već je potrebno uspostaviti vezu između promene apsorpcionog preseka i promene reaktivnosti. Ako pretpostavimo da promena apsorpcionog preseka data izrazom 2.5 izaziva promenu reaktivnosti

$$\rho(\vec{r}_0, t) = \rho_s(\vec{r}_0) \cdot e^{j\omega t} \quad 2.6$$

onda je na osnovu dvogrupne perturbacione teorije /5/

$$\rho_s(\vec{r}_0) = - \frac{S_a \phi_2^+(\vec{r}_0) \phi_2(\vec{r}_0)}{\int_{\vec{r}} \phi_1^+(\vec{r}) \nabla \Sigma_f(\vec{r}) \phi_2(\vec{r}) d\vec{r}} \quad 2.7$$

gde je $\phi^+ = [\phi_1^+ \quad \phi_2^+]$ rešenje konjugovane jednačine.

Prenosna funkcija nuklearnih reaktora definiše se kao

$$G(q) = \frac{\mathcal{L}[\delta \ln \phi(t)]}{\mathcal{L} \rho(t)} \quad 2.8$$

gde $\mathcal{L}$ označava Laplace-ovu transformaciju, a q - transformisani argument. U konkretnom slučaju kada se rasmatraju i prostorne koordinate prenosna funkcija reaktora ima oblik

$$G(\vec{r}, \vec{r}_0, q) = \frac{\mathcal{L} \phi_2(\vec{r}, t)}{\mathcal{L} \phi_2(\vec{r}_0, t)} = \frac{\phi_2(\vec{r}, q)}{\phi_2(\vec{r}_0, q)}$$

Određimo sada ovu prenosnu funkciju. Kao posledica perturbacije apsorpcionog preseka u termalnoj grupi, date izrazom, 2.5, može se pisati da je

$$\hat{D}(\vec{r}, t) = \hat{D}_0(\vec{r}) + \delta \hat{D}(\vec{r}, t) \quad 2.10a$$

$$\phi(\vec{r}, t) = \phi_0(\vec{r}) + \delta \phi(\vec{r}, t) \quad 2.10b$$

$$\Gamma_i(\vec{r}, t) = \Gamma_{i0}(\vec{r}) + \delta \Gamma_i(\vec{r}, t) \quad 2.10c$$

Uvrštavajući izraze 2.10 u jednačinu 2.1 smatrajući da je

$$\delta \hat{D}(\vec{r}, t) \delta \phi(\vec{r}, t) \ll \hat{D}_0(\vec{r}) \delta \phi(\vec{r}, t)$$

korišćenjem početnih uslova

$$[\hat{D}_0 + \nu(1 - \beta) \hat{M}] \phi_0(\vec{r}) + \sum_i \lambda_i \Gamma_{i0}(\vec{r}) = 0$$

$$\beta_i \nu \hat{M} \phi_0(\vec{r}) - \lambda_i \Gamma_{i0}(\vec{r}) = 0$$

i Laplace-ove transformacije dobija se

$$[\hat{D}_0 - q \hat{V}^{-1} + c(q) \hat{M}] \phi(\vec{r}, q) = \phi_0(\vec{r}) \delta D(q) \delta(\vec{r}, \vec{r}_0) \quad 2.11.$$

gde je

$$c(q) = 1 - q \sum_i \frac{\beta_i \lambda_i}{q + \lambda_i}$$

$$\delta \hat{D}(q) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{S_0}{q - j\omega}$$

Jednačinu 2.11 ćemo rešiti pretpostavljajući da se $\phi(\vec{r}, q)$ može izraziti u obliku

$$\phi(\vec{r}, q) = \sum_k A_k(q) \cdot Z_k(\vec{r}) \quad (2.12)$$

gde nepoznati vektor

$$A_k(q) = \begin{bmatrix} A_{1k}(q) \\ A_{2k}(q) \end{bmatrix}$$

treba odrediti, dok funkcije $Z_k(\vec{r})$ predstavljaju rešenje Helmholtz-ove jednačine

$$\nabla^2 Z_k(\vec{r}) + B_k^2 \cdot Z_k(\vec{r}) = 0 \quad 2.14a$$

sa homogenim graničnim uslovima Dirichlet-a

$$Z_k(\vec{R}) = 0 \quad 2.14b$$

/ $\vec{R}$ - vanjska granica vektora /

Radi pogodnosti normalizovaćemo skalarni proizvod^{*} / funkcija Z_l i Z_k tako da je ispunjen uslov

$$\int_{\vec{r}} g(\vec{r}) Z_k(\vec{r}) \cdot Z_l(\vec{r}) d\vec{r} = \delta_{kl} \quad 2.15$$

Rasmatraćemo multizoni reaktorski sistem. U ovom slučaju se prostorna zavisnost parametara u izrazima 2.1, 2.2, 2.3, 2.4 odnosno 2.11 može izraziti kao

$$O(\vec{r}) = O_0 + \sum_{r=1}^m \Delta O_r H(\vec{r}, \vec{r}_r) \quad 2.16$$

gde je:

^{*}Ovde je skalarni proizvod definisan izrazom 2.15 pošto je operator u jednačinama 2.14 samokonjugovan.

O_0 -vrednost parametra u nultoj /osnovnoj/zoni

O_r - vrednost parametra u $(r+1)$ zoni

$m+1$ - broj zona

$$\Delta O_r = O_r - O_0$$

$$H(\vec{r}, \vec{r}_r) = h(\vec{r}, \vec{r}_{r+1}) - h(\vec{r}, \vec{r}_r)$$

$$h(\vec{r}, \vec{r}_r) = \begin{cases} 0, & \text{za } \vec{r} \leq \vec{r}_r \\ 1, & \text{za } \vec{r} \geq \vec{r}_r \end{cases} \quad \text{- Heaviside-ova funkcija}$$

$\vec{r}_r$ - vanjska površina $r-1$) zona

Simbolom O označeni su parametri koji figurišu u pomenutim jednačinama tj. $D_i, \sum_i, 1/v_i^n$ ($i, n=1, 2$), $\sum_f$ ili $p \leq 1$.

Uvrštavajući 2.16 i 2.14 u 2.11 uzimajući skalarni proizvod tako dobijene jednačine i funkcije $Z_I(\vec{r})$ dobija se

$$\begin{aligned} [D_{(0)} = qV_{(0)}^{-1} + c(q) \cdot M_{(0)}] A_k \delta_{lk} + \sum_{r=1}^m [D_r(1) + M_r + V_r^{-1}] A_k h_{lk}^{(r)} \\ + \sum_{r=1}^m D_r(2) \cdot e_{lk} \cdot A_k = \phi_0(r_0) \cdot Z_1(r_0) \cdot \delta D(q) \end{aligned} \quad 2.17$$

gde je

$$-D_{(0)} = \begin{bmatrix} D_{10} B_k^2 + \sum_{10} & 0 \\ -(p \leq 1) & D_{20} \cdot B_k^2 - \sum_{20} \end{bmatrix} \quad 2.18a$$

$$D_{r(1)} = \begin{bmatrix} -\Delta(\sum_1)_r & 0 \\ \Delta(p \leq 1)_r - \Delta(\sum_2)_r \end{bmatrix} \quad 2.18b$$

$$D_{r(2)} = \begin{bmatrix} \Delta(D_1)_r & 0 \\ 0 & \Delta(D_2)_r \end{bmatrix} \quad 2.18e$$

$$M_{(0)} = \begin{bmatrix} 0 & \nabla \sum f_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 2.19a$$

$$M_{r(1)} = \begin{bmatrix} 0 & (\nabla \sum f)_r \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 2.19b$$

$$V_{(0)}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/v_1 & 0 \\ 0 & 1/v_2 \end{bmatrix} \quad 2.20a$$

$$V_r^{-1} = \begin{bmatrix} \Delta(1/v_1)_r & 0 \\ 0 & (1/v_2)_r \end{bmatrix} \quad 2.20b$$

$$e_{lk}^{(r)} = \int_{\vec{R}} g(\vec{r}) Z_l(\vec{r}) \cdot \nabla H(\vec{r}, \vec{r}_r) \cdot \nabla Z_k(\vec{r}) \, d\vec{r} \quad 2.21a$$

$$h_{lk}^{(r)} = \int_{\vec{R}} g(\vec{r}) \cdot Z_l(\vec{r}) \cdot H(\vec{r}, \vec{r}_r) \cdot Z_k(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \quad 2.21b$$

Da bismo rešili sistem algebarskih jednačina 2.17 i našli komponente vektora A_k jednačinu 2.17 napisaćemo u obliku:

$$[(\hat{E}_1 - \hat{D}_1 - \hat{F}_1) - q(\hat{V}_1 + \hat{B}_1)] A_1 + c(q) \cdot \hat{T}_1 A_2 = 0 \quad 2.22a$$

$$\hat{T}_2 A_1 + [\hat{E}_2 - \hat{D}_2 - \hat{F}_2 - q(\hat{V}_2 + \hat{B}_2)] A_2 = \frac{S_2 \nabla_2(\vec{r}_0, 0) \cdot Z(\vec{r}_0)}{q - jw} \quad 2.22b)$$

gde su:

$$A_i = \begin{bmatrix} A_{i1} \\ A_{i2} \\ \vdots \\ A_{ik} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad Z(\vec{r}) = \begin{bmatrix} Z_1(\vec{r}) \\ Z_2(\vec{r}) \\ \vdots \\ Z_k(\vec{r}) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (i=1,2) \quad 2.23$$

dok su matrice elementi ostalih matrica (označeni odgovarajućim malim slovom) dati sa :

$$e_{ilk} = \sum_{r=1}^m \Delta D_{ir} \cdot e \quad 2.24a$$

$$a_{ilk} = (D_{io} B_k^2 + \sum_{io}) \delta_{lk} \quad 2.24b$$

$$f_{ilk} = \sum_{r=1}^m (D_{ir} \cdot B_k^2 + \Delta \sum_{ir}) \cdot h_{lk}^{(r)} \quad (i=1,2) \quad 2.24c$$

$$t_{ilk} = (\sum_f)_o \delta_{lk} + \sum_{r=1}^m \Delta (\sum_f)_r \cdot h_{lk}^{(r)} \quad 2.24d$$

$$t_{2ilk} = (p \sum_l)_o \delta_{lk} + \sum_{r=1}^m \Delta (p \sum_l)_r \cdot h_{lk}^{(r)} \quad 2.24e$$

$$v_{ilk} = (1/v_{io}) \cdot \delta_{lk} \quad 2.24f$$

$$b_{ilk} = \sum_{r=1}^m \Delta (1/v_i)_r \cdot h_{lk}^{(r)} \quad 2.24g$$

označavajući

$$\hat{K}_i = \hat{E}_i - \hat{D}_i - \hat{F}_i + q(\hat{V}_i + \hat{B}_i) \quad (i=1,2) \quad 2.25$$

iz jednačina 2.22a nalazimo da je

$$A_2 = \frac{S_{a2}(\vec{r}_o, o)}{q - j\omega} \left[\hat{K}_2 - c(q) \cdot \hat{T}_2 \cdot \hat{K}_1^{-1} \cdot \hat{T}_1 \right]^{-1} \cdot Z(\vec{r}_o) \quad 2.26$$

S obzirom na izraz 2.23 moguće je napisati

$$\oint \phi_i(\vec{r}, q) d\vec{r} = Z(\vec{r})^T \cdot A_i(q) \quad (i=1,2) \quad 2.27$$

gde $Z(\vec{r})^T$ - označava transponovani vektor, pa je prema definiciji 2.9 prenosna funkcija reaktora data sledećim izrazom

$$G(\vec{r}, \vec{r}_0, q) = [1/\phi_2(\vec{r}, 0) \cdot \oint(\vec{r}_0, q)] \cdot Z(\vec{r})^T \cdot A_2(q)$$

odnosno, uzimajući u obzir 2.26 i 2.6 i 2.7 nalazimo da je

$$G(\vec{r}, \vec{r}_0, q) = - \frac{\int_{\vec{r}} \phi_1^+(\vec{r}) \nu \Sigma_f \phi_2(\vec{r}) d\vec{r}}{\phi_2^+(\vec{r}_0) \cdot \phi_2(\vec{r})} \cdot Z(\vec{r})^T [\hat{K}_2 - c(q) \hat{T}_2 \hat{K}_1^{-1} \hat{T}_1]^{-1} Z(\vec{r}_0) \quad 2.28$$

Prenosna funkcija reaktora ima isti oblik i kada se umesto difuzione koristi P_1 aproksimacija (videti DODATAK I), samo u tom slučaju matrice u izrazu 2.28 imaju nešto drugačije matrične elemente.

$$G(\vec{r}, \vec{r}_0, q) = \frac{\int_{\vec{r}} \phi_1^+(\vec{r}) \nu \Sigma_f \phi_2(\vec{r}) d\vec{r}}{\phi_2^+(\vec{r}_0) \cdot \phi_2(\vec{r})} \cdot$$

$$\sum_k \frac{Z_k(\vec{r}_0) \cdot Z_k(\vec{r})}{\frac{p \Sigma_1 \cdot \nu \Sigma_f \cdot c(q)}{[(D_1 B_k^2 + \Sigma_1 + q(1/\nu_1))]} - [(D_2 B_k^2 + \Sigma_2 + q(1/\nu_2))]} \quad 2.29$$

Lako se pokazuje da se uzimajući u obzir samo prvi harmonik, tj. smatrajući da raspodela fluksa u reaktoru uvek sledi prvi harmonik, izraz 2.29 svodi na dobro poznati izraz za prenosnu funkciju reaktora dobijen na osnovu prostorno-nezavisnog modela.

$$G(q) = \frac{1}{1 + q \cdot l - c(q)} \quad 2.30$$

gde je

$$f = \frac{1}{v_2 \cdot 2 \cdot (L^2 B^2 + 1)}$$

2.30

Prilikom izvodjenja izraza 2.30 pretpostavljeno je i da je

$$q/v_1 \ll D_1 B^2 + \Sigma_1$$

što je ispunjeno u širokom frekventnom opsegu.

III. CILINDRIČNI RADIJALNO-MULTIZONI SISTEM

Sada ćemo primeniti napred izloženu teoriju na cilindrični radijalno-multizoni sistem. U ovom slučaju, pretpostavljajući ugaonu simetriju, vektor položaja $\vec{r}$ sastoji se iz dve komponente radijalne r i aksijalne z . U ovom slučaju je onda

$$Z_k(\vec{r}) = \sqrt{\frac{2}{H}} \sqrt{\frac{2}{R^2}} \sum_{m=1} \sin \frac{m\pi}{H} z \cdot \sum_{n=1} \frac{1}{J_1(\nu_n)} J_0\left(\frac{\nu_n}{R} r\right)$$

(k - je u ovom slučaju dvostruki indeks- m, n) 3.1

gde je

H - ekstrapolisana visina reaktora

R - ekstrapolisani radijus reaktora

n - n -ta nula J_0 -funkcije

tako da je s obzirom na izraze 2.21

$$e_{rk}^{(r)} = \frac{2\nu_k}{R^3 \cdot J_1(\nu_k) J_1(\nu_{r+1})} \left\{ r_{r+1} J_0\left(\frac{\nu_{r+1}}{R} r_{r+1}\right) \cdot J_1\left(\frac{\nu_k}{R} r_{r+1}\right) - \right. \\ \left. - r_r \cdot J_0\left(\frac{\nu_r}{R} r_r\right) \cdot J_1\left(\frac{\nu_k}{R} r_r\right) \right\} \quad 3.2$$

$$h_{\ell k}^{(r)} = \frac{2}{R(\nu_{\ell}^2 - \nu_k^2) J_1(\nu_{\ell}) \cdot J_1(\nu_k)} \left\{ r_{r+1} \left[J_1\left(\frac{\nu_{\ell}}{R} r_{r+1}\right) \cdot J_0\left(\frac{\nu_k}{R} r_{r+1}\right) - \right. \right. \\ \left. - J_0\left(\frac{\nu_{\ell}}{R} r_{r+1}\right) J_1\left(\frac{\nu_k}{R} r_{r+1}\right) \right] - r_r \left[J_1\left(\frac{\nu_{\ell}}{R} r_r\right) J_0\left(\frac{\nu_k}{R} r_r\right) - \right. \\ \left. - J_0\left(\frac{\nu_{\ell}}{R} r_r\right) J_1\left(\frac{\nu_k}{R} r_r\right) \right] \right\} \quad (\ell \neq k) \quad 3.3$$

$$h_{\ell \ell}^{(r)} = \lim_{k \rightarrow \ell} (h_{\ell k}^{(r)}) = \frac{1}{R^2 \nu_{\ell} \cdot J_1^2(\nu_{\ell})} \left\{ r_{r+1}^2 \left[J_1^2\left(\frac{\nu_{\ell}}{R} r_{r+1}\right) + J_0^2\left(\frac{\nu_{\ell}}{R} r_{r+1}\right) \right] \right. \\ \left. - \frac{R \cdot r_{r+1}}{\nu_{\ell}} J_0\left(\frac{\nu_{\ell}}{R} r_{r+1}\right) \cdot J_1\left(\frac{\nu_{\ell}}{R} r_{r+1}\right) - r_r^2 \left[J_1^2\left(\frac{\nu_{\ell}}{R} r_r\right) + J_0^2\left(\frac{\nu_{\ell}}{R} r_r\right) \right] \right. \\ \left. + \frac{R \cdot r_r}{\nu_{\ell}} J_0\left(\frac{\nu_{\ell}}{R} r_r\right) J_1\left(\frac{\nu_{\ell}}{R} r_r\right) \right\} \quad 3.4$$

Sa navedenim izrazima za $e_{\ell k}^{(r)}$, $h_{\ell k}^{(r)}$ i $h_{\ell \ell}^{(r)}$ (3.2, 3.3

i 3.4 i za $q = j\omega$ izraz 2.28 programiran je za digitalnu računsku mašinu ZUSE-23. Tekući dijagram programa nazvanog DFZPT-RMZS dat je na sl. 1. Radi razjašnjenja sl. 1, s obzirom da su u izrazu 2.28 matrice K_i kompleksne navešćemo i numerički postupak primenjen za računanje prostorno-zav-
ne prenosne funkcije za cilindričan radijalno multizoni si-
stem. Označavajući

$$K_i = R_i + jI_i \quad 3.5$$

lako se pokaže da je

$$K_i^{-1} = -(I_i^{-1} - j R_i^{-1}) (R_i I_i^{-1} + I_i^{-1} R_i)^{-1} \quad 3.6$$

Koristeći izraz 3.6 i označavajući

$$P = R_2 - T_2 (R_1^{-1} I_1 + I_1^{-1} R_1)^{-1} (c_r I_1^{-1} - c_i R_1^{-1}) \cdot T_1 \quad 3.7$$

$$J = I_2 + T_2 (R_1^{-1} I_1 + I_1^{-1} R_1)^{-1} (c_r R_1^{-1} + c_i I_1^{-1}) T_1 \quad 3.8$$

dobija se

$$G(\vec{r}, \vec{r}_0, j\omega) = R(G) + jI(G) = \frac{\phi_2^+(\vec{r}_0)}{\int_R \phi_1^+(\vec{r}) \phi_2^+(\vec{r}) d\vec{r}} \quad 3.9$$

$$= Z^T(\vec{r}) (P^{-1}J + J^{-1}P)^{-1} J^{-1} Z(\vec{r}_0) - j Z^T(\vec{r}) (P^{-1}J + J^{-1}P)^{-1} P^{-1} Z(\vec{r}_0)$$

pa je ustvari izraz 3.9 programiran za digitalnu računsku mašinu.

Mada postoji mogućnost računanja prostorno zavisne prenosne funkcije za uniformni sistem i pomoću programa PZPF - RMZS, za uniformni sistem napravljen je poseban program na osnovu izraza 2.29 koji, pošto PZPF -RMZS zahteva računanje velikog broja inverznih matrica, ima vreme računanja mnogostruko kraće (računanje prostorno zavisne prenosne funkcije za jednu učestanost upotrebom programa PZPF-RMZS za prvih 15 harmonika zahteva vreme od oko 12 časova, dok program za uniformni sistem traje svega nekoliko minuta).

Ilustracije radi na sl. 2 i 3 data je prostorno zavisna prenosna funkcija (pojačanje i faza) računata po programu za uniforman reaktor za sistem čiji parametri približno odgovaraju parametrima za reaktor RB za rešetku koraka 11,3 cm i 44 gorivna elementa 2% obogaćena U^{235} i koji su dati u tabeli 3.1 /6/.

Parametar	Aktivna zona	reflektor	jedinica
D_1	1,306	1,289	cm
D_2	0,84155	0,838	cm
Σ_1	0,01056	0,011166	cm ⁻¹
Σ_2	0,007688	0,000168	cm ⁻¹
v_1	$2 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^6$	cm/s
v_2	$2,2 \cdot 10^5$	$2,2 \cdot 10^5$	cm/s
$\nu \Sigma_f$	0,011636	o	neutron/fisija.cm
$P \Sigma_i$	0,009939	0,011166	cm ⁻¹

TABELA. 3.1. Vrednosti parametara korišćenih
za računanje prostorno zavisne
prenosne funkcije

Navedimo još i ostale neophodne parametre:

$H.$ = 133,4 cm - ekstrapolisana visina

r_a = 42,32 cm - poluprečnik aktivne zone

r_f = 100 cm - poluprečnik vanjske granice reaktora

$R.$ = 72,3 cm - efektivni radijus reaktora (koristi
se kod programa za uniforman reaktor)

Pretpostavljeno je da se perturbacija vrši u tački čiji je
radijus vektor $\vec{r}_0$ ($r_0 = 0$ cm i $z_0 = 93$ cm) a da se odziv
reaktora detektuje u tački sa radijus vektorom $\vec{r}$ ($z=101$ cm,
i $r = 8, 32$ i 56 cm).

Na sl. 4 prikazana je brzina konvergencije tangensa
faze prostornozavisne prenosne funkcije za nekoliko učesta-
nosti.

IV. DISKUSIJA I ZAKLJUČCI

Rezultati prikazani na slikama 2 i 3 ^{pokazuju} da je za veće učestanosti (iznad nekoliko rad/s) tj. za brze prelaze iz jednog stacionarnog stanja u drugo prostorno-nezavisni model neadekvatan i da može dovesti do znatnih grešaka, koje sa povećanjem učestanosti i smanjenjem rastojanja između položaja perturbacije i detektora postaju sve znatnije. Zbog toga je za ovakve slučajeve neophodna primena modela koji omogućuju iznalaženja odziva reaktora u bilo kojoj tački sistema bez obzira na položaj i vrstu perturbacije.

Metoda izložena u ovom radu omogućuje iznalaženje odziva multizonih reaktora na lokalnu perturbaciju nekog od njihovih parametara. Sl. 4 pokazuje da je za vrlo brze prelaze (visoke učestanosti) u rasmatranje potrebno uzeti znatan broj harmonika. Poznavanje neophodnog broja harmonika neobično je važno za analizu stabilnosti sistema.

U cilju provere opisanog teorijskog modela neophodno je izvršiti niz eksperimenata. Inače i u literaturi je objavljen vrlo mali broj eksperimentalnih podataka u vezi sa prostorno zavisnom prenosnom funkcijom. Sada je upravo u toku serija eksperimenata na reaktoru RB u Institutu za nuklearne nauke "B. Kidrič" koji imaju za cilj proveru izloženog teorijskog modela.

V. LITERATURA

1. D.Obradović: "Problemi prostorno-vremenskog ponašanja nuklearnih reaktora", SRF-2/7
2. Garabedian, H.L., u zborniku "Proceedings of Symposia in Applied Mathematics", Vol. IX /1961/, ruski prevod strana 248
3. Loewe, E.W., Nucl. Sci. Eng. 21 /1965/ 536
4. Weinberg, A., Schweinler, H.C., Phys. Rev. 74 /1948/ 851
5. Weinberg, A., Wigner E., "The Physical Theory of Neutron Chain Reactors", University of Chicago Press, 1958
6. R. Martinc, neobjavljeno

VI. DODATAK

PROSTORNO ZAVISNA PRENOSNA FUNKCIJA U P_1 APROKSIMACIJI

Za opisivanje prostorno vremenskog ponašanja nuklearnih reaktora u P_1 aproksimaciji koriste se jednačine 2.1 s tim što je kod P_1 aproksimacije

$$\hat{V}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1+3D_1\Sigma_1}{V_1} + \frac{3D_1}{V_1^2} \frac{\partial}{\partial t} & 0 \\ 0 & \frac{1+3D_2\Sigma_2}{V_2} + \frac{3D_2}{V_2^2} \frac{\partial}{\partial t} \end{bmatrix} \quad \text{D.1}$$

Koristeći istu proceduru kao i kod difuzione aproksimacije dobija se analogan izraz za prenosnu funkciju multizonih reaktora, s tim što u izrazima 2.24 d_{ik} , f_{ik} , b_{ik} , v_{ik} imaju sledeća značenja:

$$d_{ik} = (D_{io} B_k^2 + \Sigma_{io} + \frac{3\omega^2 D_{io}}{V_{io}^2}) \delta_{ik} \quad \text{D.2a}$$

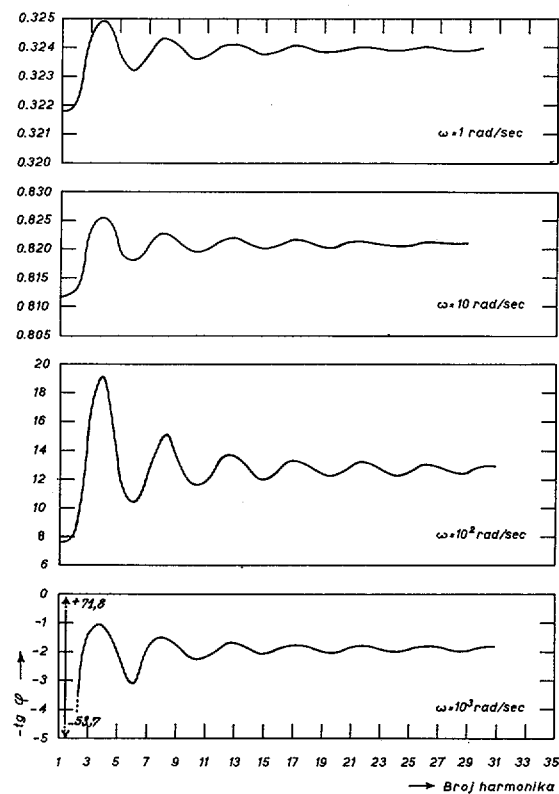
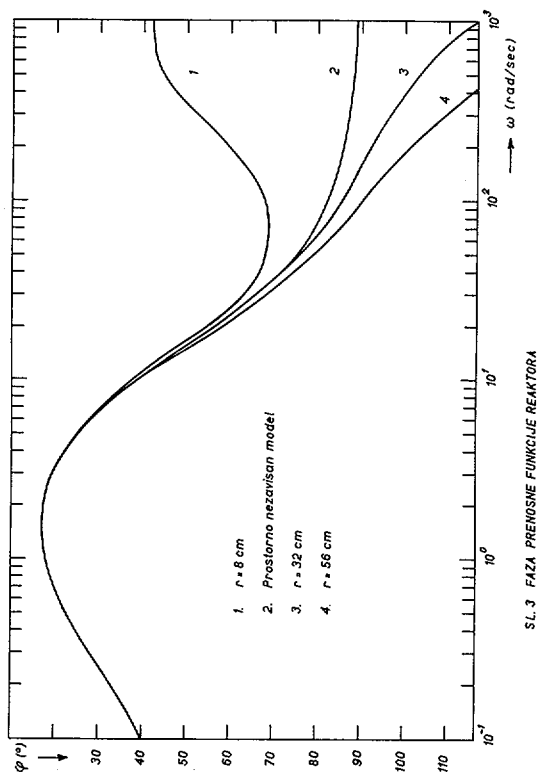
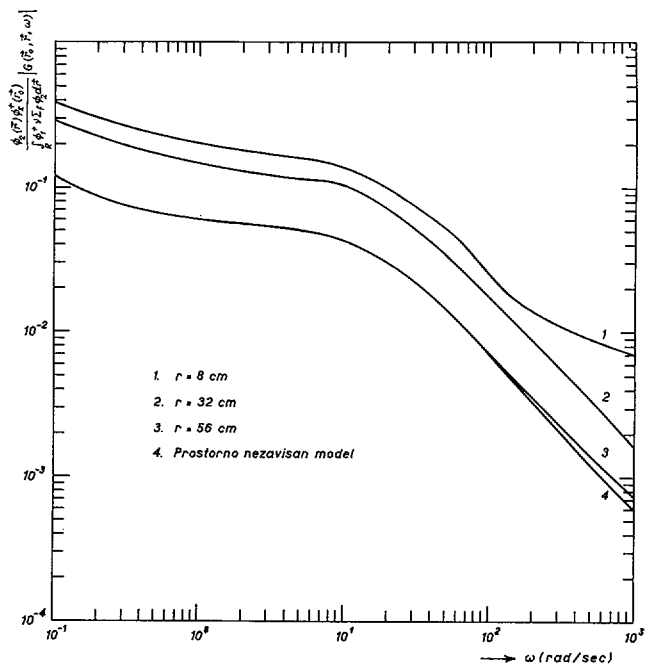
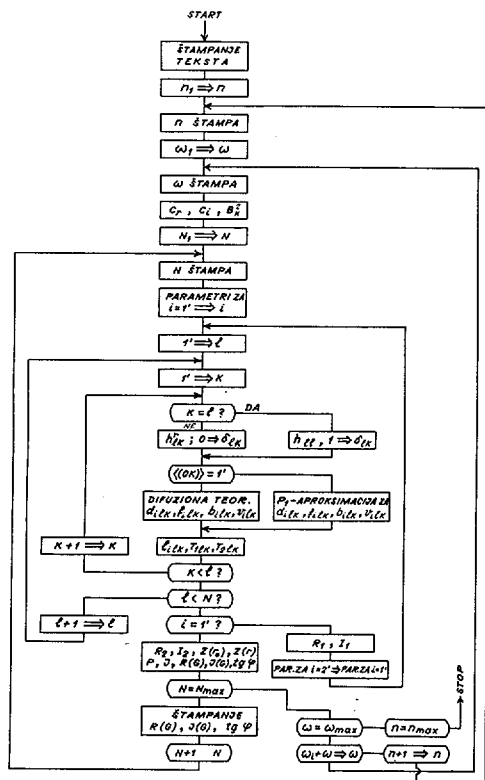
$$f_{ik} = \sum_{r=1}^m \left[\Delta D_{ir} B_k^2 + \Delta \Sigma_{ir} + 3\omega^2 (D_{io} \Delta(\frac{1}{V_i^2})_r + \frac{\Delta D_{ir}}{V_{io}^2} + \Delta D_{ir} \Delta(\frac{1}{V_i})_r) \right] h_{ek}^{(r)} \quad \text{D.2b}$$

$$v_{ik} = (\frac{1}{V_{oi}} + \frac{3D_{io} \Sigma_{io}}{V_{io}}) \delta_{ik} \quad \text{D.2c}$$

$$b_{ik} = \sum_{r=1}^m \left[\Delta(\frac{1}{V_i})_r + 3(\frac{\Sigma_{io}}{V_{io}} \Delta D_{ir} + D_{io} \Sigma_{io} \Delta(\frac{1}{V_i})_r + \frac{D_{io}}{V_{io}} \Delta \Sigma_{ir} + \frac{1}{V_{io}} \Delta \Sigma_{ir} \Delta D_{ir} + D_{io} \Delta \Sigma_{ir} \Delta(\frac{1}{V_i})_r + \Sigma_{io} \Delta D_{ir} \Delta(\frac{1}{V_i})_r + \Delta D_{ir} \Delta \Sigma_{ir} \Delta(\frac{1}{V_i})_r) \right] h_{ek}^{(r)} \quad (i=1,2) \quad \text{D.2d}$$

Za uniformni slučaj u P_1 aproksimaciji prenosna funkcija ima oblik: $G(\vec{r}, \vec{r}_0, q) = - \frac{\int_{\vec{r}} \phi_1^+(\vec{r}) v \Sigma_f \phi_2(\vec{r}) d\vec{r}}{\phi_2^+(\vec{r}_0) \phi_2(\vec{r})}$

$$\frac{\int_{\vec{r}} \frac{Z_k(\vec{r}_0) Z_k(\vec{r})}{\Sigma_f \phi_1^+ \phi_2} d\vec{r}}{\frac{1}{D_1 B_k^2 + \Sigma_1 + 3\omega^2 D_1/V_1^2} + q(1/V_1 + 3D_1 \Sigma_1/V_1)} - \frac{1}{[D_2 B_k^2 + \Sigma_2 + \frac{3\omega^2 D_2}{V_2^2} + q(\frac{1}{V_2} + \frac{3D_2}{V_2})]} \quad \text{D.3}$$





RS06RA255

II JUGOSLOVENSKI SIMPOZIJUM IZ REAKTORSKE FIZIKE

SRF-2/9R

M. Petrović, A. Tošić
Institut "B. Kidrič", Vinča

AKVIZITER REAKTORSKIH EKSPERIMENTALNIH PODATAKA

NERCEG NOVI
Septembar 27-29
1966.

1. U V O D

U upoznavanju dinamičkog ponašanja nuklearnog postrojenja jedan od bitnih koraka je eksperimentalna provera postavljenog modela i njegove aproksimacije. Osnovni eksperimentalni podatak je obično neutronska fluks. Neutronska fluks obzirom na stohastičku prirodu procesa nastajanja, difuzije i nestajanja nije konstantan već je vremenski promenljiv. Analizom registrovanog promenljivog fluksa dobijaju se određene informacije o nuklearnom reaktoru. Još više informacija se dobija ako se vrši promena, slučajna ili periodična, nekog od parametara reaktorskog sistema. Analizom registrovanog signala pobude i raznih registrovanih signala odziva, biće moguća eksperimentalna provera teorijskih dinamičkih modela sistema kao i direktno upoznavanje sa njegovim ponašanjem.

U ovom radu se analiziraju mogući eksperimenti i odgovarajući eksperimentalni uređaji za detekciju, registraciju i analizu signala pobude i odziva. Dalje se iznosi koncepcija našeg sistema za detekciju i registraciju podataka pogodnog za naš program istraživanja. Netipični detalji pojedinih kola akvizitera takodje se iznose u radu.

2. PREGLED I ANALIZA POSTOJEĆIH SISTEMA. (1,2)

Sistematizacijom i sintezom do sada radjenih eksperimenata dobija se jedna opšta šema data na slici 1. Kod ove blok šeme vide se tri grupe instrumenata: detektori, akviziteri i analizatori.

Analiza reaktorskih signala može se vršiti u toku eksperimenta ili pak kasnije koristeći jednom memorirane signale. U tom slučaju radi se bez dela za akviziciju podataka. Reaktor treba da radi celo vreme analize i to stabilno, što je u slučajevima kad se u toku pogona menjaju parametri sistema neizvodljivo. Ovde se postavlja i pitanje ekonomije, jer reaktorski signal u sebi sadrži obilje informacija a direktnom analizom se koristi samo mali deo. Iz svega ovog proizilazi da akvizicija podataka omogućava precizniju, obimniju i ekonomičniju analizu reaktorskih signala.

Veći broj signala koji treba da se registruju u toku eksperimenta uslovljava to da ovi sistemi imaju u delu detektora i registraciji veći broj kanala.

Kod detektora se razlikuju dve grupe: jedna grupa detektora detektuje događaje a druga gustinu događaja.

Detektori događaja su pogodniji tamo gde je broj događaja mali a i odnos promene gustine događaja prema srednjoj vrednosti veliki. Detektori događaja se mogu napraviti selektivnim prema raznim vrstama zračenja bilo direktno bilo preko dodatnih diskriminacionih elektronskih kola. Ovakva selektivnost je teško ostvarljiva kod detektora gustine događaja. Detektori gustine događaja su pogodni tamo gde je odnos promenljivog signala prema srednjoj vrednosti mali, jer se srednja vrednost može lako komparatorom odstraniti. Ovi detektori su takodje pogodni tamo gde se zahteva visoka efikasnost detekcije događaja a ne poseduju se brza elektronska impulsna kola ($T_d \approx 10^{-8}$ sec).

Između detektora i registratora postoje elektronska kola koja pretvaraju signale događaja u gustinu događaja i obrnuto. Ovim pretvaračima se optimizira način detekcije i

registracije prema eksperimentu i načinu analize.

Akviziteri podataka se razlikuju po načinu memoriranja signala i to: direktni, frekventno modulisani, direktni digitalni i kodirani digitalni. Takođe se razlikuju i tehnike memoriranja: pisači, magnetne trake, bubnjevi, bušene papirne trake i kartice, magnetna jezgra... Način memoriranja signala se bira prema eksperimentu i mogućnostima analize. Analiza signala registrovanog jednim od prva tri načina vrši se u specifičnim analognim računskim ^{mašinama} izuzev prostijih eksperimenata gde se analiza može vršiti i na univerzalnim analognim mašinama. Četvrti oblik, digitalno kodiran omogućava korišćenje univerzalnih digitalnih računskih mašina i način analize je teorijski neograničen.

U pogledu tehnike memoriranja najpogodnije su one koje omogućavaju direktno prenošenje podataka u računске mašine.

Magnetna traka se može koristiti za memoriranje na bilo koji od četiri načina i omogućava relativno veliku brzinu registracije velikog broja informacija. Perforirani papir je pogodan samo za digitalno kodirane signale. Brzina registrovanja je za dve potence manja od one kod magnetne trake. Traka je pak pogodna obzirom da većina digitalnih računskih mašina ima ulazne organe za traku. Magnetna jezgra su pogodna tamo gde je potrebna velika brzina registracije. Međutim, kapacitet je ograničen i mnogo je manji od prethodnih dveju tehnika. Kod ove tehnike kao i kod ostalih nepogodnost je i u tome da se informacije ne mogu preko standardnih ulaznih organa direktno prenositi u računsku mašinu.

3. NAŠ PROGRAM ISTRAŽIVANJA

Istraživanja u oblasti dinamike reaktora koja se kod nas vrši ili su u programu priprema mogu se svesti na sledeće:

1) Odredjivanje kinetičkih parametara reaktora analizom šumova bez i sa pobudom sa strane.

2) Merenje gustine spektra kod reaktora snage u cilju iznalaženja kriterija o stabilnosti sistema.

3) Merenje raznih prenosnih funkcija kod reaktora snage s ciljem provere dinamičkih modela i valjanosti aproksimacija.

4) Merenje prostiranja neutronske talase s ciljem provere prostorno zavisnih kinetičkih modela reaktora.

5) Merenje kros spektara kod reaktora snage u cilju iznalaženja izvora oscilacija, tj. nestabilnosti.

6) Merenje prenosnih funkcija kod modela gorivnog elementa u cilju provere hidro i termo dinamičkih modela.

Ova istraživanja imaju za cilj razvoj metoda za merenje kinetičkih parametara budućeg postrojenja, odredjivanje izvora nestabilnosti i granične stabilne snage pogona. (1,2,5)

Ovim istraživanjima se takodje stiče pouzdanost u izboru aproksimacija dinamičkog modela nuklearnog postrojenja, najtežeg koraka u ovom poslu projekta automatske kontrole i zaštite. (3,4,6)

Prve četiri grupe istraživanja su u toku dok se ostale pripremaju.

Obzirom da se radi sa sporim termalnim reaktorima, to se ne zahteva širok opseg učestanosti. Većina fenomena biće zapažena u oblasti učestanosti od DC - 100 Hz, Za ovaj opseg učestanosti treba imati magnetnu traku u akviziteru. Bušena traka smanjuje spektar na desetak herca a magnetnim jezgama ograničava se potrebna širina spektra, obzirom da širina merenog opsega zavisi od broja kanala.

Istraživanja pod 3, 4, 5 i 6 zahtevaju jednovremeno registrovanje više vremenski promenljivih signala. Ovaj zahtev takodje navodi na izbor magnetnog registratora sa više kanala. Registrator sa magnetnom trakom takodje omogućava registraciju u bilo kom obliku što time čini akviziter univerzalnijim. Zavisno od eksperimenta, analiza će se moći da vrši na digitalnoj, ili analognoj računskoj mašini kao i posebno napravljenim analizatorima; sistemom filtra propusnika opsega ili digitalnim analizatorom izdvajanja osnovnog harmonika signala.

4. AKVIZITER PODATAKA

Iz pregleda sistema za registraciju i analizu podataka kao i našeg programa rada vidi se da je digitalno kodirana akvizicija najbolji izbor. Ovaj izbor najviše odgovara i karakteru našeg rada, istraživanjima, jer se programi analize mogu raditi prema problemima kako budu nailazili.

U izboru kada digitalne registracije polazi se od toga da se najoptimalnije reši prenos podataka u našu računsku mašinu. Pošto ulaznog organa sa magnetnom trakom naša mašina ZUSE nema to su moguće dve varijante: siemensov kod sa pet paralelnih bitova ili binarni redni kod. Rešenje sa

binarnim kodom je jednostavnije kada se struktura digitalne računске mašine poznaje. Moguće je rešenje da se podaci iz akvizitera prenose u mašinu direktno mimo postojećeg ulaznog organa.

Našem programu istraživanja odgovaraju detektori analognog tipa; detektori gustine događaja. Pojačani signal iz detektora pretvara se dalje u digitalnu formu i u flip-flop kolima kodira.

Između (ADC) analogno-digitalnog pretvarača i binarnog registra (R) postavlja se (i) kolo. Učestanost otvaranja ovog kola bira se prema problemu koji se istražuje oscilatorom (OSC).

U izboru broja bitova u registru polazi se od karakteristika računске mašine, frekventnog opsega istraživanja i postojećih pretvaračkih kola. Da bi se maksimalno koristile memorije računске mašine TZSE Z-23, treba imati 40, 20, 10 ... bitova u registru. ADC prevarači se rade u opsegu do 10^5 imp/sec. Prema ovome 20 bita u registru bi bilo previše obzirom na frekventno područje istraživanja, a 5 bita malo obzirom na statističku odredjenost amplitude pojedine tačke. Deset bita u registru je prema tome optimalno rešenje.

Blok šema akvizitera koja je iz prethodnih zaključaka proizišla data je na slici 2.

Na osciloskopu (KO) se može posmatrati željeni signal i imati uvid u to šta se registruje, tj. kako eksperiment teče. Dva paralelna kanala u akviziteru omogućavaju prevazilaženje grešaka koje nastaju zbog prelaznih stanja u biračima u analognom delu. Birači i i kola su fazno pomereni za 90° tako da se podaci sakupljaju u registre unutar stacionarnih stanja.

Binarni registri i sinhronizacije su rešene po logici i sa modulima koji se koriste na računskoj mašini ZUSE Z-23.

DC pojačavači (DCA) i analogno frekventni pretvarači (ADC) su komercijalni instrumenti (DY2460 i DY2211). Detaljne šeme akvizitera izneti su u posebnoj publikaciji IBK

Veza jonizacione komore sa prvim stepenom pojačanja (UO) i kompenzacija jednosmerne komponente (AT) rešena je na način prikazan na slikama 3 i 4. Ovim vezama se postiže visoka dinamika signala, mali nivo spoljnih šumova i korekcija DC komponente.

4.1. Registrator

Izabrano frekventno područje istraživanja i broj jednovremenih paralelnih kanala naveli su na rešenje da registrator u akviziteru bude sa magnetnom trakom. Za brzine sempliranja od 1000 sepl/sec i ADC pretvarač od 10^5 imp/sec gornje frekventno područje magnetnog registratora treba da je reda 100 kHz. Ove zahteve ispunjavaju instrumentalni magnetni pisači kao napr. PI 6200, Ampex SP-300, Snaborn 3900... Potreba da registrator bude prenosan izdvaja prve dve, a da registracija na traci bude standardna (IRIG), tako da se traka može koristiti tamo gde ima ulaznih organa sa magnetnom trakom, izdvaja Ampex SP-300. Sa sedam kanala koliko ih ovaj registrator ima moći će da se snime pet signala u FM obliku i N digitalnih. Ovim registratorom moći će bez prekida se prati dispartiment u toku osmočasovnog rada. Registrator ima četiri brzine sa maksimalnim odmorom 1:8. Ovo omogućava ekspanziju ili kompresiju vremenske

koordinate, tj. širi frekventno područje i ubrzava analizu. Promena brzine takođe omogućava prilagođavanje i optimalno unošenje podataka u računsku mašinu.

4.2. Sistem spoljne pobude

U eksperimentima sa spoljnom pobudom pojedinog parametra snima se u akviziteru i funkcija perturbacije. U koliko se radi sa periodičnom pobudom onda je pogodnije raditi sa sinhronizacijom između pobude i učestanosti sempliranja podataka. Izvedeno je kolo sa deliteljem učestanosti za sinhrono pobudjivanje bilo brzog oscilatora reaktivnosti bilo kog drugog parametra (protok...). Na slici 5 data je šema kola kojim se pobudjuje brzi oscilator.

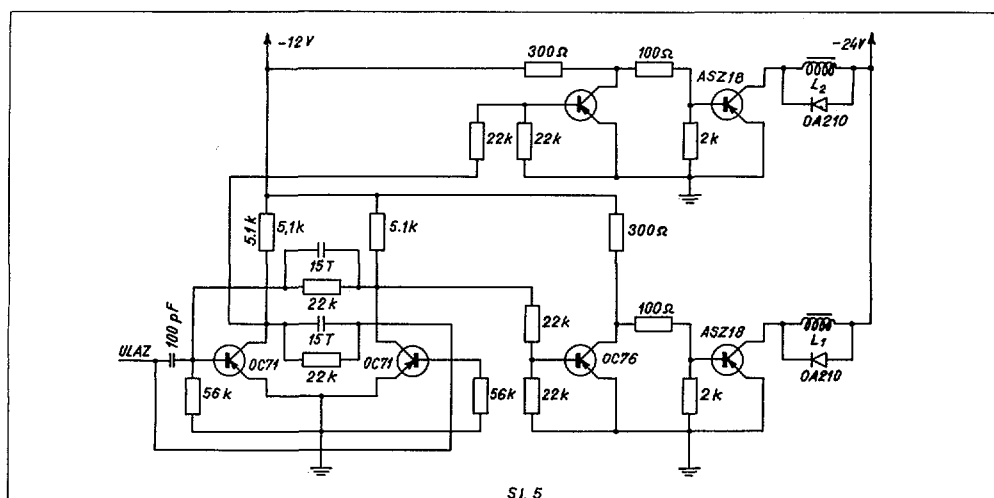
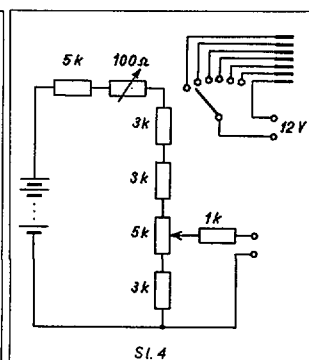
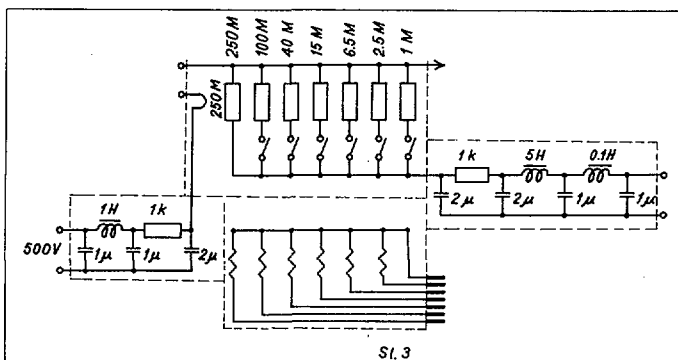
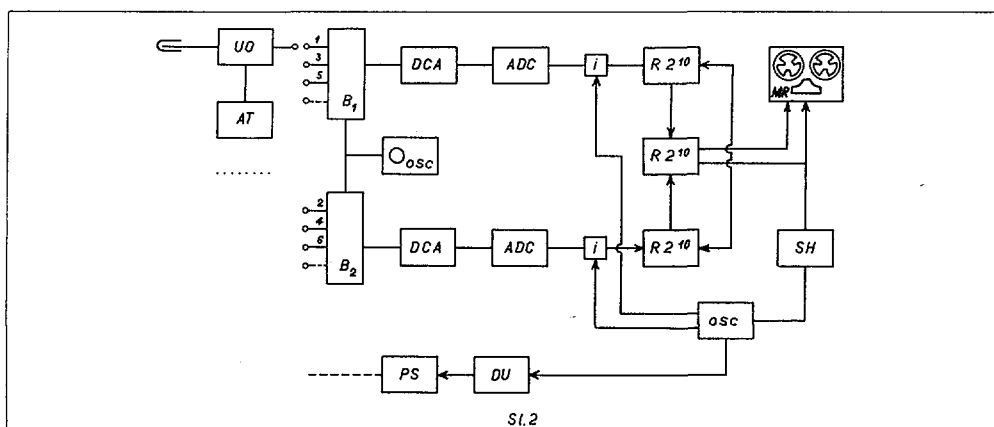
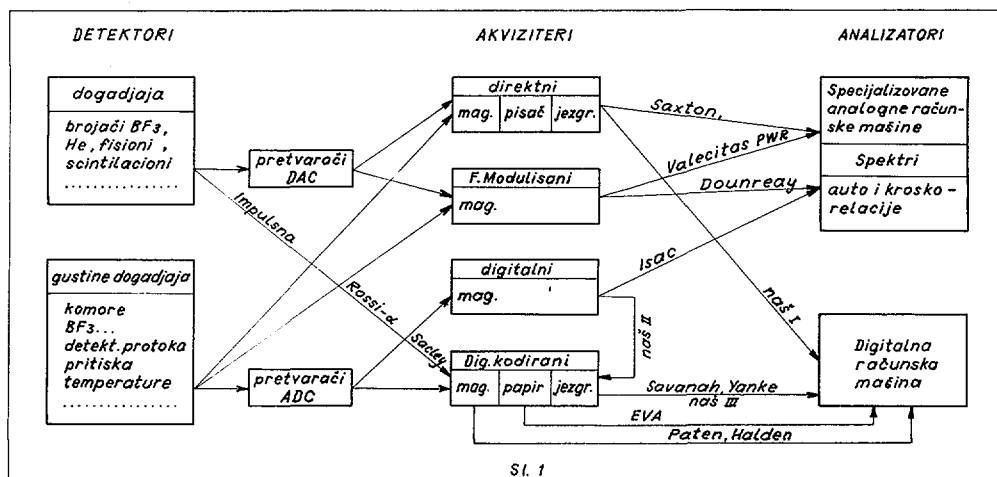
5. ZAKLJUČAK

Akviziter podataka omogućava širok spektar istraživanja u dinamici reaktora, preciznije i efikasnije nego što se to do sada moglo da uradi. Veći broj podataka u jednom kontinuiranom eksperimentu, veći broj paralelnih mernih kanala i direktno unoženje podataka u računске mašine predstavlja kvalitetan skok u mogućnostima istraživanja.

Komponente akvizitera podataka se nalaze na reku i kombinacijom veza, kao na tabli analogne računске mašine, mogući su razni programi prerade, obrade i akvizicije podataka.

6. LITERATURA

1. Reactor Kinetics and control, Proc. of symposium. U. of Arizona 1963 TID 7662
2. Noise analyzis. Proc. of a Symposium U. of Florida 1964. TID 7679





RS06RA256

II JUGOSLOVENSKI SIMPOZIJUM IZ REAKTORSKE FIZIKE

SRF-2/10R

A.Kocić, V.Marković
Institut "B. Kidrič", Vinča

MERENJE EFEKTIVNOG REZONANTNOG INTEGRALA ZIRCONIUMA
METODOM REAKTORSKOG OSCILATORA

HERCEG NOVI
Septembar 27-29
1966.

2. U v o d

U reaktorskoj tehnologiji, posebno u teškovodnim sistemima, zirkonium i zircaloy legura vrlo su važni konstruktivni materijali iz dva razloga:

- a) vrlo mali absorpcioni presek
- b) vrlo dobra mehanička svojstva

Debljina zirconiuma i zircaloy-a u različitim primenama varira od nekoliko desetih od milimetra do desetak milimetra. Za fizičke proračune reaktorskih sistema važno je poznavanje efektivnog absorpcionog preseka za ovaj raspon debljina. Termalni absorpcioni presek za ove materijale je mali i vrlo malo varira sa debljinom, što nije slučaj sa efektivnom rezonantnom absorpcijom. Osim toga, rezonantni parametri za zirkonium su slabo poznati, tako da eksperimentalno određivanje efektivnog rezonantnog integrala postaje vrlo važno. Rezonantni integral zirconiuma merilo je više autora, ali dobiveni rezultati su vrlo različiti i variraju od 0,5 do 3,6 (b), tako da se pojavljuje potreba preciznijeg određivanja ove vrednosti.

3. Metod merenja

Zirconium ima pet izotopa, od kojih efektu absorpcije najviše doprinosi Zr 91, koji zahvatom neutrona prelazi u stabilan Zr 92. S toga je aktivaciona tehnika unapred isključena. Iz tog razloga je oscilatorna tehnika usvojena za merenje rezonantnog integrala. U ovim merenjima orijentisali smo se na merenja u neutronsom reaktorskom spektru sa pravougaonom formom oscilacija uzorka. Metod merenja u neutronsom spektru u odnosu na merenja preko kadmijumskog filtra ima prednosti jer je u drugom slučaju:

- a) neutronske spektar ozbiljno perturbovan, i
- b) signal odziva reaktora mali

Što se tiče forme oscilovanja uzorka pogodnije su oscilacije pravougaonog oblika zbog velikog odnosa Σ_s / Σ_a kod zirconiuma.

Amplituda signala odziva reaktora srazmerna je efektivnom absorpcionom preseku i veličini uzorka

$$A = KN \sigma_{eff} \quad (1)$$

K - konstanta proporcionalnosti

N - ukupni broj jezgara absorbera u uzorku

- efektivni absorpcioni presek za materijal uzorka

Ako se uzme u obzir Westcott-ova konvencija (2) jednačina (1) se piše

$$\sigma_{eff} = \frac{1}{K} \frac{A}{N} = f_1 \sigma_0 + f_2 \Delta R I \quad (2)$$

- f_1 - faktor samozaštite za termalne neutrone
- f_2 - " " za rezonantne neutrone
- g - faktor koji pokazuje odstupanje od $1/v$ zakona
- σ_0 - absorpcioni presek za 2200 m/sec neutrone
- RI - rezonantni integral
- λ - indeks koji govori o odnosu epitermalnog fluksa prema ukupnom fluksu

Za dobijanje veličine σ_{eff} potrebno je odrediti konstante $1/K$ i λ . Prva se određuje preko bornog standarda, a druga preko standarda zlata.

Dobijanjem vrednosti efikasnog preseka u funkciji debljine uzorka i ekstrapolacijom iste na nultu debljinu, tj., $d \rightarrow 0$, $f_1 \rightarrow f_2 \rightarrow 1$, sledi na osnovu jednačine (2):

$$RI = \frac{\sigma_{eff} - \sigma_0}{\lambda} \quad (3)$$

gde je σ_{eff} efektivni presek za beskonačno razblaženje uzorka.

4. Eksperimentalni aranžman

Uzorci su od zircaloy-2 u obliku ploča dužine 200 mm i širine 36 mm, dok debljina varira od 0,30 mm do 3,85 mm. Tabela I prikazuje sastav i nečistoće ove legure (3). Oscilovanje uzorka vršeno je u vertikalnom eksperimentalnom kanalu teškovodnog sistema reaktora "RB". Dijametar vertikalnog kanala je 41 mm. Snaga za vreme oscilovanja uzorka je konstantna i iznosi 5 W. Vremenska funkcija oscilovanja uzorka je približno pravougaonog oblika sa periodom od 36 sec, i prelaznim vremenom manjim od 1 sec. Uzorak osciluje između dva položaja: centar reaktora i van reaktora.

Tabela I

a) Sastav legure (%)

Sn	1.41
Fe	0.155
Cr	0.098
Ni	0.056
Fe+Cr+Ni	0.309

b) Nečistoće (ppm)

Al	22
B	0.25
Ca	20
Cd	0.25
Co	10
Cu	20
Hf	88
Mg	10
Mn	20
Mo	20
Na	10
Pb	20
Si	33
Ti	20
V	20
W	20
U	0.2

Da bi se minimizirao signal od nosača uzorka konstruisan je oscilator sa "beskonačnom" sajlom, PP-2 (4), tako da uneta perturbacija potiče uglavnom od uzorka. Način izdvajanja amplitude prvog harmonika već ranije je opisan

detaljnije (5). Blok šema rada uređaja data je na slici 1. Ionizacijska komora, kao detektor, postavljena je izvan reaktora. Posle jednosmernog pojačavača, signal se vodi na komparator, zatim na korelator, a integraljenje se vrši posredstvom dva analogno digitalna konvertora i četiri skaleri.

5. Odredjivanje konstante proporcionalnosti i spektralnog indeksa

Za odredjivanje konstante proporcionalnosti kao standard su korišćeni uzorci bora u obliku B_2O_3 . Isti je homogeno nanet na filter papir i pakovan u aluminijumsku foliju. Zavisnost amplitude odziva signala reaktora u funkciji koncentracije bora dobija se na osnovu jednačine /1/, odakle sledi:

$$\frac{1}{K} = \frac{S_0}{\frac{dA}{dN}} \quad (4)$$

Koncentracije uzoraka uzete su dovoljno male, tako da je kalibraciona kriva prava linija, a koeficijent pravca pravce daje direktno vrednost konstante $1/K$.

$$\frac{1}{K} = (0,2017 \pm 0,0010) \cdot 10^{+19} \text{ /b/A/}$$

Za S_a^B usvojena je vrednost:

$$S_0^B = (759 \pm 2) \text{ (b) (BNL-325, sup.2,1964).}$$

Spektralni indeks λ odredjen je merenjem efektivnog preseka zlata u funkciji debljine folije i iteracijom na nultu debljinu, preko formule

$$\lambda = \frac{S_{eff} - S_0}{RI} \quad (5)$$

Veličine zlatnih folija bile su 25x100 mm sa debljinama od 2,65 do 17 (μ). Usvojene su sledeće veličine za zlato:

$$= (98,9 \pm 0,2) \quad (b) \quad (\text{BNL-325, 1958})$$

$$= 1,0053 \quad (2)$$

$$RI = (1540 \pm 30) \quad (b) \quad (\text{Phys.Rev. 120, 1960})$$

i dobivene vrednosti za:

$$= (196,7 \pm 1,5) \quad (b)$$

$$= 0,0637 \pm 0,0012$$

6. Eksperimentalni rezultati

Za merenje efektivnog absorpcionog preseka upotrebljene su ploče zircaloy-2 debljine od 0,30 mm do 3,85 mm. Eksperimentalno dobivene vrednosti date su u funkciji debljine ploča (sl.4). Na osnovu poznavanja sastava zircaloy-2, usvojenog preseka za termalne neutrone i formule /3/ dobiven je rezonantni integral za zirconium:

$$RI = (1,04 \pm 0,10) \quad (b)$$

Na slici 5 dat je efektivni rezonantni integral zirconiuma u funkciji efektivne debljine ploče. Pod efektivnom debljinom se podrazumeva debljina beskonačne ploče koja ima odnos površine prema masi, S/M , kao i konkretna ploča.

Dobivene su sledeće vrednosti

$d_{\text{eff}}(\text{mm})$	0,30	0,54	1,06	1,56	2,05	2,52	2,98	3,43
$RI_{\text{eff}}(b)$	0,89	0,82	0,65	0,53	0,46	0,43	0,40	0,38

Za termalnu absorpciju uzeto je da je faktor samozaštite jednak jedinici na osnovu procene prema K. Case (6).

7. Diskusija

Mali absorpcioni presek i vrlo veliki odnos Σ_a/Σ_s za zirconium imaju kao posledicu mali signal odziva reaktora i veliki efekat rasejanja. Signal se može povećati povećanjem dužine uzoraka. Međutim, dužina uzoraka je ograničena dužinom na kojoj se u centru reaktora fluks može približno uzeti zaravnjenim. Merenjem raspodele fluksa ustanovljeno je da se za uzorke dužine do 200 mm ne mora vršiti korekcija.

Veliki odnos Σ_a/Σ_s uzorka dvostruko utiče na veličinu signala odziva reaktora:

- a) preko efekta strujanja neutrona kroz eksperimentalni kanal.
- b) rasejanje neutrona za vreme prelaznog perioda između dve pozicije oscilovanja.

Drugi efekat je mali zbog malog prelaznog vremena u odnosu na periodu oscilovanja, a s druge strane ovaj signal je dvostruke učestanosti pa se eliminiše analizom signala.

Prvi efekat je teško odrediti, i s toga je bolje ako se pogodnim aranžmanom učini što manjim; na pr: da je eksperimentalni kanal što manjeg dijametra, izbor rešetke takav da je kritični nivo što viši, i po mogućstvu prostor eksperimentalnog kanala od istog moderatora kao i oko kanala. U našem slučaju dijametar kanala je 41 mm. Prema eksperimentima koje je izvršio E. Hellstrand (1), ovaj efekat bi iznosio oko 1 mb sa našim eksperimentalnim aranžmanom.

Efekat moderacije, koji se takodje pojavljuje kao efekat koji se teško može odrediti, procenjen je da je u okviru eksperimentalnih grešaka. Proizvod , kome je srazmeran ovaj efekat, iznosi 0,136 (b). Medjutim, kako je konstanta proporcionalnosti za ovaj efekat (1) reda 10^{-3} , to je ovaj efekat takodje reda eksperimentalnih grešaka.

Zbog što manje statističke greške posvećena je posebna pažnja stabilnosti reaktora, vršen je dovoljno veliki broj merenja, a za smanjenje osnovnog signala reaktora konstruisan je oscilator sa "beskonačnom" sajlom.

Na ovaj način efekti postaju dovoljno mali, a eksperiment postaje "čistiji" i rezultati pouzdaniji.

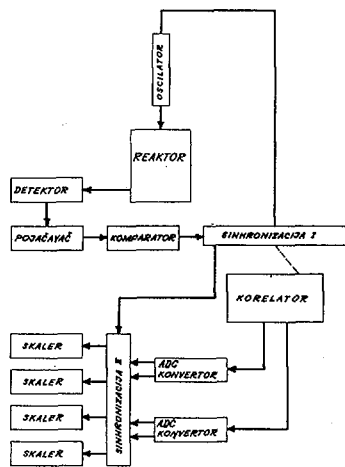
Na kraju, tabela II daje pregled vrednosti rezonantnog integrala beskonačnog razblaženja za zirconium, koje su dobivene od ranijih autora, i poredi sa našim merenjem:

Tabela II

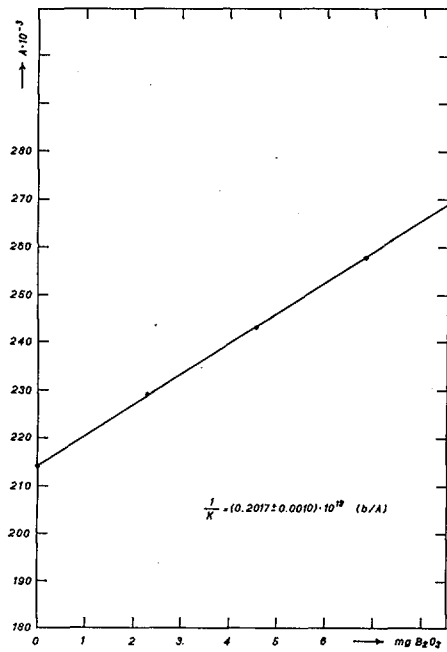
Reference	RI (b)
1. Macklin i Pomerance	3
2. Klimentov et al	$3,6 \pm 0,5$
3. Dobrynin et al	$2,3 \pm 0,5$
4. Tattersall et al	$0,6 \pm 0,09$
5. Feiner	0,5
6. Hellstrand et al	$0,85 \pm 0,15$
7. Naše merenje	$1,04 \pm 0,10$

REFERENCE

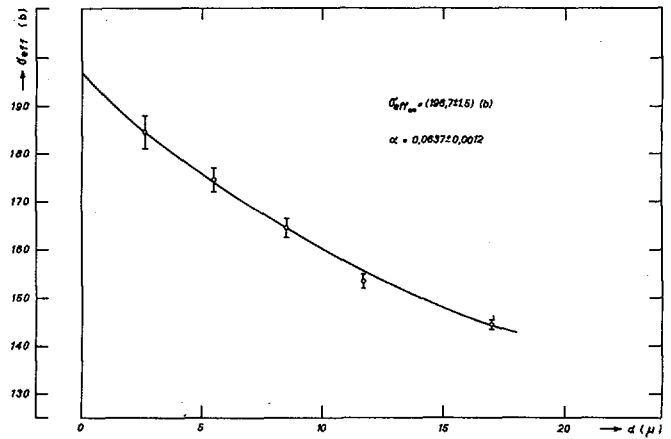
1. E.Hellstrand et al: Arkiv för fysik, Bd20 ur 41, 1961.
2. C.H.Westcott: A Conf. 15/P/202/1958
3. Atest firme SANDVIK
4. Mehanički oscilator PP-2: biće objavljeno
5. M.Petrović et al: IBK-359, 1965.
6. K.Case et al: Introduction to the theory of neutron difusion, vol I, 1953.



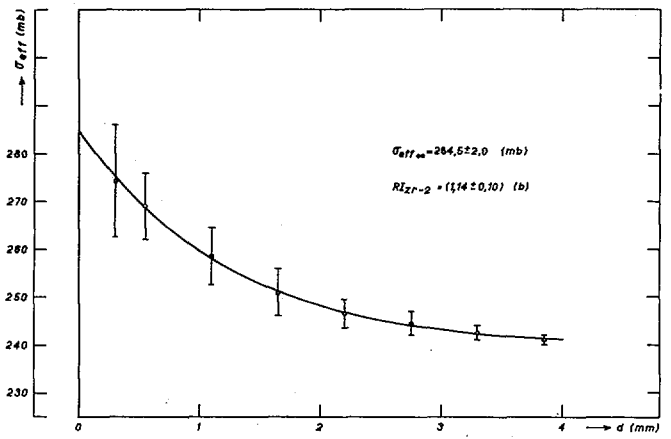
SL.1 FUNKCIONALNA ŠEMA RADA



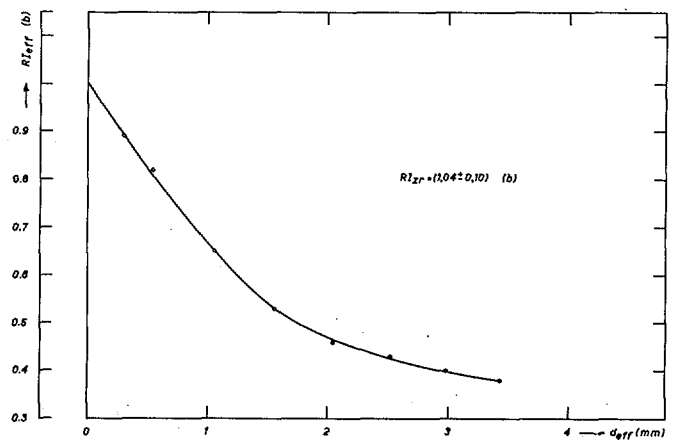
SL.2 EFEKTIVNI PRESEK BORA U FUNKCIJI KONCENTRACIJE



SL.3 EFEKTIVNI PRESEK ZLATA U FUNKCIJI DEBLJINE FOLIJE



SL.4 EFEKTIVNI PRESEK ZIRCALOY-2 U FUNKCIJI DEBLJINE PLOČE



SL.5 EFEKTIVNI REZONANTNI INTEGRAL U FUNKCIJI EFEKTIVNE DEBLJINE PLOČE



RS06RA257

II JUGOSLOVENSKI SIMPOZIJUM IZ REAKTORSKE FIZIKE

SRF-2/11R

S.Krčevinac, S.Takač
Institut "B. Kidrič", Vinča

MEASUREMENT OF THE EFFECT
OF THE LATTICE PITCH ON THE
EFFECTIVE RESONANCE INTEGRAL
OF NATURAL URANIUM

HERCEG NOVI
Septembar 27-29
1966.

MEASUREMENT OF THE EFFECT OF THE LATTICE PITCH ON THE EFFECTIVE RESONANCE INTEGRAL OF NATURAL URANIUM

by

S.Krčevinac and S.Takač

INTRODUCTION

The analytical theory of resonance absorption, as well as the numerical Monte Karlo method, allows calculation of the resonance integral. However, it is based on specific approximations so it may be used accurately enough in a limited number of cases. Likewise, insufficiently accurate knowledge of the basic nuclear constants (e.g. resonance parameters, etc.) used as input data in analytical calculation, leads to inaccurate determination of the resonance integral.

Therefore, experimental determination of the effective resonance integral is still indispensable. In some cases the experimental results are used as the exclusive source of information, or as the basis for the semiempirical technique of calculation, and in others as a check of the new theoretical procedures.

There are several experimental methods of direct determination of the resonance integral: the activation method (1,2), the reactor oscillator and the danger coefficient method. Indirectly, using the results of critical experiments, it is possible to determine correlated values of the effective resonance integral.

The present work investigates the dependence of the effective resonance integral on the lattice pitch. Theoretically, the dependence is determined starting from Wigner's

rational approximation in which the lattice is characterized by the effective ratio $(S/M)^{\frac{1}{2}}$. Later this allows correlation between the lattice resonance integral and the resonance integral of the single rod (the rod in infinite medium). Using two approximations for Dancoff's factor we give the measured functional dependence of the effective resonance integral on the effective $(S/M)^{\frac{1}{2}}$ ratio.

To determine the resonance integral experimentally we used the activation method and the differential technique of measuring absorption distribution in U^{238} . Since, because of the use of cadmium in determining the cadmium ratio in the fuel rod the effective lattice pitch cannot be defined with certain reliability, besides other perturbing effects, the method of comparing thermal activations of U^{238} and a suitable thermal detector are used to determine the cadmium ratio

1. THEORY OF EXPERIMENT

Thermal reactors have an epithermal flux which changes with energy approximately like $1/E$. For such flux distribution the resonance integral is defined in the following way:

$$(RI)_{tot} = \int_{E_0}^{\infty} \sigma_{a\text{eff}} \frac{dE}{E} \quad (1)$$

where

$$\sigma_{a\text{eff}} = \frac{1}{V} \int_V F(E,r) f(E,T,A) \sigma_a(E) dr \quad (2)$$

$F(E,r)$ - flux depression factor in the rod

$f(E,T,A)$ - factor assuming Doppler's effect

V - absorber volume

Defining the cadmium ratio by

$$R_{Cd} = \frac{A_b}{A_{Cd}}$$

we obtain

$$\frac{\phi_{tot}}{\phi_{epi}} = \frac{R_{Cd} - 1}{\sigma_o} (RI)_{tot}$$

The relation allows determination of RI provided the thermal to epithermal flux ratio in the reactor is known. By measuring the cadmium ratio for a material of a known resonance integral it is possible to determine this ratio and obtain the equation

$$(RI)^x = \frac{(R_{Cd}-1)^{st}}{(R_{Cd}-1)^x} \frac{\sigma_o^x}{\sigma_o^{st}} (RI)_{tot}^{st} \quad (3)$$

where:

x - material of unknown RI

st - material of known RI

σ_o - effective cross-section for absorption 2200 m/s

$(RI)_{tot}$ thus defined also includes $1/v$ component of the effective cross-section.

The above relation is derived under the following assumptions:

1. The epithermal flux varies approximately like $1/E$
2. The unknown sample and the standard have an absorption cross-section which is changed according to the $1/v$ law in the thermal region.
3. Self shielding for thermal neutron is neglectable.
4. For the standard the self-shielding for resonance neutrons is also neglectable.

In the given case the above assumption were fulfilled or corresponding corrections were made. Gold was chosen as the standard because it has the most precisely determined resonance integral.

In measuring R_{Cd} for the fuel rod, the use of cadmium induces well known perturbing effects, hence we chose the method of measuring the cadmium ratio which is based on the comparison of thermal absorptions in U^{238} with the thermal absorptions in U^{238} with the thermal absorptions in a suitable thermal detector /5,6/.

The method consists in the following:

According to the definition the cadmium ratio of the fuel rod is:

$$R_{Cd}^U = \left(\frac{A_b^U}{A_{Cd}^U} \right)_r$$

where:

- r - irradiation in the lattice in which the cadmium ratio of the fuel rod is determined
- k - irradiation in pure thermal neutron flux, in our case in the thermal column of the Vinča RA reactor

U - fuel element, natural uranium rod

Dy - dysprosium foil.

It follows:

$$\frac{R_{Cd}^U - 1}{R_{Cd}^U} = \frac{A_{th}^U}{A_b^U} \quad (4)$$

It is seen from relation (4) that if we want to determine R_{Cd}^U , besides activity A_b^U , we should also know A_{th}^U . To determine A_{th}^U we directly use a suitable thermal detector, i.e. in our case Dy^{164} . For dysprosium we analogously have:

$$\frac{R_{Cd}^{Dy} - 1}{R_{Cd}^{Dy}} = \frac{A_{th}^{Dy}}{A_b^{Dy}} \quad (5)$$

The relation of the saturation activities of uranium and dysprosium is expressed by:

$$\left(\frac{A_{th}^U}{A_{th}^{Dy}} \right)_k = \left(\frac{N_V^U \phi_{th}^U}{N_V^{Dy} \phi_{th}^{Dy}} \right)_r \quad (6)$$

By irradiating the same samples in a well-thermalized flux we obtain:

$$\left(\frac{A_{th}^U}{A_{th}^{Dy}} \right)_k = \left(\frac{N_V^U \phi_{th}^U}{N_V^{Dy} \phi_{th}^{Dy}} \right)_k \quad (7)$$

combining the above equations we finally have:

$$\left(\frac{R_{Cd}^U - 1}{R_{Cd}^U} \right)_r = \left(\frac{A_b^U}{A_b^{Dy}} \right)_r \left(\frac{R_{Cd}^{Dy} - 1}{R_{Cd}^{Dy}} \right)_r \left(\frac{A_b^U}{A_b^{Dy}} \right)_k \left(\frac{R_{Cd}^U - 1}{R_{Cd}^U} \right)_k \left(\frac{R_{Cd}^{Dy} - 1}{R_{Cd}^{Dy}} \right)_k^G \quad (8)$$

defining Gas:

$$G = \left(\frac{\sigma_o^U \phi_{th}}{\sigma_o^{Dy} \phi_{th}} \right)_r \left(\frac{\sigma_o^{Dy} \phi_{th}}{\sigma_o^U \phi_{th}} \right)_k \quad (12)$$

Using the fact that factor G slightly depends on the temperature (5) involves an error which is neglectably small compared to the error of the result. In factor G, U^{238} is considered as an $1/v$ absorber.

The dependence of the resonance integral in function of the lattice pitch is interpreted by using two approximations for Dancoff's factor in Wigner's rational approximation. It is known that in this approximation the effective resonance integral of the uranium rod in a lattice is correlated with the resonance integral of the single rod. This correlation is based on the effective $(S/M)^*$ ratio of the rod in the lattice.

In Wigner's approximation we gave the well-known relation for this ratio

$$\left(\frac{S}{M} \right)^* = \left(\frac{S}{M} \right) (1-C)$$

where $(1-C)$ is Dancoff's factor and S/M the surface to mass ratio of the single rod. The accuracy of determining this factor depends on the fuel geometry and the configuration of the fuel element. Using Bell's approximation Dancoff's factor is expressed by

$$1 - C = \left[1 + \frac{S_1}{4 \sum_1 V_1} \right]^{-1}$$

where:

S_1/V_1 - moderator surface to moderator volume ratio

$\sum_1$ - macroscopic cross-section for moderator scattering.

2. EXPERIMENTAL PROCEDURE

2.1. Detectors

To determine the absorption distribution in U^{238} , foils of 40% alloyed slightly depleted uranium and aluminium, 10 mm in diameter and 0.04 mm thick, were used. The thermal neutron distribution was measured with Dy foils of 5% alloyed dysprosium and aluminium, 4 mm in diameter and 0.14 mm thick. All the foils were intercalibrated with a statistical error of 0.7 and 0.1% respectively. The induced β - activity of the foils was measured with the same set of GM counters. The results obtained were corrected on a computer for a decay and dead time.

As the standard two kinds of gold foils were used; one was of 0.05% alloyed gold and aluminium, 10 mm in diameter and 0.1 mm thick, and the other of pure gold, 10 mm in diameter and 20 microns thick. The former had neglectable self shielding and they were intercalibrated in the thermal column of the RA reactor. The statistical error was 0.5%. The pure gold foil were intercalibrated by measuring their weight on a precise balance. They had considerable self shielding so that the cadmium ratio had to be corrected using data from the literature /4/. The results obtained from both types of foils were in good agreement. The epithermal irradiations were performed in 0,76 mm thick walled Cd boxes.

2.2. Description of the experimental technique

The resonance integral was measured in the natural uranium - heavy water system. The fuel element had the form of a rod, 25 mm in diameter, coated with 1 mm thick aluminium.

The absorption distribution of U^{238} was measured by the differencial technique on a specially prepared fuel

element with a radial hole of 11 mm in diameter. In a copper tube with 0.45 mm thick walls, the U-Al foils were positioned in a sandwich array in the way shown in Fig. (1). Each foil was placed between two 0.05 mm thick aluminium catcher foils. This was done so as to avoid deposition of the fission products from natural uranium spacers placed between the foils. The diameter of the spacers was 10 mm and they had different thicknesses. Thicknesses less than 1 mm were machined on a lathe and spacers thinner than 0.05 mm were rolled on a special roller with high rolling accuracy. To obtain as best detection statistics as possible, 10 mm dia U-Al foils were used. To avoid wrong positioning of the foils on the fuel surface the spacer placed at about 10 mm from the centre of the rod was specially treated so that one of its surfaces was flat and the other had such a radius that the foils arranged towards the rod surface were slightly bent so that the surface foil exactly followed the surface of the rod. To obtain highest possible accuracy and determine the possible asymmetry in positioning, the foils on the surface and next to the surface had their symmetric foils arranged as is shown in Fig. 1.

The thermal neutron distribution was measured with Dy-Al foils by newly developed method described in details in paper (7). In our case one Dy-Al foil placed on the surface of the aluminium coating was simultaneously irradiated with the U-Al foils. Using the thermal distribution from paper (7) we obtained integral activity.

Together with the above foils we irradiated bare and cadmium-covered gold foils which were placed on the surface of the aluminium coating and were therefore irradiated by the incoming resonance flux. Care was taken that bare and

cadmium covered foils would be in the same flux. The gold foils were at least 30 cm far from the hole in which the U-Al foils were placed so that possible perturbation induced by cadmium would be avoided.

The measurements were made for the single rod, i.e. for the rod placed in the centre of the thermal pit 40 cm in diameter and in the system of 7,8, and 11.3 cm lattice pitches.

2.3. Sample measurements

The activity of all the foils was measured on a set of four GM counters. Each set was automatically controlled which considerably facilitated the measurement and improved the accuracy.

The β -activity decay of the U-Al foils was followed usually after 30 minutes after the completion of irradiation. Care was taken that each foil would be measured on the same counter on which it had been calibrated so as to avoid the necessary intercalibration of the counters. To obtain as best statistics as possible the central and the surface foils were measured permanently on two counters while the rest of the foils were measured on the other two counters alternately in cycles. The decay of U^{239} was usually followed for 10 periods and then the decay of Np^{239} was followed during the next week when the activity fell on the background.

The activities did not originate only from U^{239} and Np^{239} which is proved by the fact that they did not follow the decay corresponding to the cited isotopes. The undesired activity originated from fission products because the U-Al foils were slightly depleted and they contained 0.22% U^{235} . Therefore, the cited activities had to be corrected.

The calibration factor which allows comparison of the thermal activations in U^{238} and Dy^{164} was determined in the thermal column of the RA reactor.

2.4. Correction to fission product decay

The undesired activity of the fission products from insufficiently depleted foils made impossible accurate determination of R_{Cd}^U . In order that the measured activity would be corrected in some way we used the following procedure.

In the time interval from 30-230 minutes after the completion of irradiation the activity of the foils decay according to the law:

$$A_m^{(1)} = A_U e^{-\lambda_U t} + A_{Np} e^{-\lambda_{Np} t} + A_f t^{-1.2} + B \quad (12)$$

and after 230 minutes according to the law:

$$A_m^{(2)} = A_{Np} e^{-\lambda_{Np} t} + A_f t^{-1.2} + B \quad (13)$$

In the above two relations the symbols denote:

- $A_m^{(1)}$ - measured activity in the time interval from 30-230 minutes.
- $A_m^{(2)}$ - measured activity after 230 minutes
- A_u - initial activity of U^{239}
- λ_u - decay constant of U^{239}
- A_{Np} - initial activity of Np^{239}
- λ_{Np} - decay constant of Np^{239}
- A_f - initial activity of fission products
- B - foil background plus counter background

In the above decay laws the fission products are assumed to decay according to the law $t^{-1,2}$.

According to equations (12) and (13) a programme was made for the ZUSE Z-23 computer which consisted in the following. The value for A_{Np} was graphically guessed from the measured activities of $A_m^{(2)}$. It was used as the initial input value in equation (12) where the activity of A_f iteratively varied until the criterion that the obtained activity satisfies the decay constant λ_u is fulfilled. Such value for A_f was introduced in equation (13) where iteration of B was allowed until the value obtained satisfied the decay constant λ_{Np} . The obtained values for A_{Np} and B were again introduced in (12) where A_f iterated again until the criterion required is satisfied. From this point the whole procedure was repeated and iterations lasted until both criteria were satisfied.

As output of the programme we obtained the required activities of A_u and A_{Np} , as well as A_f and B. An example of such results is given in Table I.

Besides corrections to fission products the programme made corrections to radioactive decay and dead time as well. It should be noted that equation (12) is not exactly valid, because Np^{233} is the daughter product of U^{239} , but we think that the possible error which is introduced owing to this fact is small, because Np^{239} has a long half-life compared with U^{239} .

3. EXPERIMENTAL RESULTS

To find the mean value of the fuel rod activity on the basis of the results of the programme, graphical integration was performed. The distributions normalized to the centre of the fuel and the calculated mean fluxes are shown in Table II. The measured distributions are also shown in Fig. 3. It is obvious that the gradient of the measured distribution very quickly increases with decreasing lattice pitch. This is natural with respect to the increase of absorption on the rod surface with relative increase of the epithermal component in relation to the thermal component by decreasing the lattice pitch. Since the distributions have a rather low gradient starting from the centre of the rod, the use of a large number of foils near the centre was not necessary neither was the requirement for exact positioning so strict as it was for foils near the surface. According to our estimation the positioning error was 0.01 mm taking into account the tolerances with which the U-spacers and the experimental arrangement were made. This error could have caused the value of the flux on the surface to be inaccurate even up to 10% in the case of the densest lattices. However, this error has very little influence on the mean flux because of the very sharp gradient near the surface of the fuel.

Correction of the saturation activities due to the presence of fission products was even up to 25% depending on the place of the foils. This induced the greatest uncertainty in the result. Because of the low statistics of the measurement of Np^{239} decay the values for saturation activities had a statistical error even up to 7%. This error could be avoided only by increasing the reactor power or the irradiation time. However, for the sake of security of operation of the

RB reactor, the irradiation was limited to maximum 20 Wh. If it is limited only to the measurement of U^{239} it is better to take the shortest possible time at the highest possible power.

For the above reasons the mean fluxes and therefore the activities of $(A_b^U)_r$ used in the formula for R_{Cd}^U have an error of 3-4% in dependence on the lattice pitch. Due to the high statistics of measurement the activities of A_b^{Dy} have an error of 0.1%. The error in factor G is determined on the basis of work (5) and its maximum is 0.5%.

The error of measuring the resonance integral was calculated using the expression:

$$\frac{\Delta(RI)_{tot}}{(RI)_{tot}} = \frac{\Delta R_{Cd}^{Au}}{R_{Cd}^{Au}-1} + \frac{\Delta R_{Cd}^U}{R_{Cd}^U-1}$$

It may be seen that the error of determining the nuclear constants was not taken into account.

The error in determining R_{Cd}^{Au} using two kinds of gold foils was 1%.

The cadmium ratios as a function of the lattice pitch and the resonance integrals obtained are shown in Table III. $(RI)_{tot}$ denotes the total resonance integral and RI the resonance integral in which the $1/v$ component is subtracted. Since the cadmium ratio for the uranium rod is determined without the use of cadmium, the $1/v$ contribution is taken to be 1,1 b as usual.

The values with which R_{Cd}^U is determined are given in Table IV. The resonance integral as a function of the lattice pitch is shown in fig. 4. The effective resonance integral of the single rod is correlated with the lattice

resonance integral using two expression for Dancoff's factor. Numerical data from ANL-5800 and well-known Bell's expression were used. A plot of the effective resonance integral against the effective $(S/M)^*$ ratio is shown in Fig. 5.

4. DISCUSSION

Measurement of the resonance integral is one of the most complicated intracellular measurements. The effect of perturbation should be avoided in a way solved in ref. 7. The relatively great number of corrections increases the uncertainty of the results. In our case the greatest uncertainty in the results was induced by the detector of absorption in U^{238} because the interference activity of fission products was relatively high. The correction made by analysing the complex decay are considered correct with the following remarks. In the most unsuitable cases the corrections were even up to 25% which is considered rather high. Furthermore, in analysing the complex decay the $t^{-1,2}$ law was used. To check this law we measured the decay of fission products using aluminium catchers. The purpose of the experiment was first to determine the time the activity takes to fall to minimum so as to determine the most suitable time for Np^{239} measurement. The decay obtained did not correspond strictly to the $t^{-1,2}$ law. This was the reason for suspicion of the worthiness of using the $t^{-1,2}$ law in our case. We consider that special attention should be paid to this in future, because, by using natural uranium foils and by accurate analysis of the complex decay it would be possible to separate the group of interfering activities. To prove the advantages of the differential over the integral technique we made integral measurements. The results obtained are constantly considerably higher than those obtained by the integral technique. However, since the results were badly reproducible we cannot give them a definite weight.

The method of comparing thermal activities in determining R_{Cd}^U has shown, besides the above advantages, that particular attention should be paid to the determination of the calibration factor by performing the irradiation in the thermal column. Since irradiation in complete thermal flux is concerned, the activity due to thermal absorption is comparable with the interfering activity of fission products. Therefore, the corrections here are the highest so they cause most of the errors of the results. The statistics with which this factor is determined should also be increased.

By using completely depleted foils and measuring the gamma activities in U^{239} and Np^{239} , the correction would be completely reduced so the uncertainty of the results would be considerably reduced too.

To investigate the variation of the resonance spectrum as a function of the lattice pitch, i.e. deviation from asymptotic behaviour of $1/E$, special measurements of the neutron flux spectrum should be made in future work and the resonance integrals correlated with this variation.

ACKNOWLEDGEMENT

We would like to express our thanks to Dr Nenad Raišić for the useful discussions and valuable suggestions. We also thank B. Mitrović for her assistance in measurements and the staff of the RB reactor and R. Hajdarević for their cooperation.

REFERENCES

1. E. Hellstrand: "Measurements of Effective Resonance Integral in Uranium Metal and Oxide in Different Geometries", Journal of Appl. Phys. Vol. 28, No. 12, 1957.
2. E. Hellstrand: "Experimental Studies of Resonance Integrals" in "Heavy Water Lattices" IAEA Panel, 1963.
3. J. Hardy et al.: "Effective U^{238} Resonance Capture Integrals in Rods and Lattices" in "Naval Reactor Physics Handbook" p. 1276.
4. G. Jacks: "A Study of Thermal and Resonance Neutron Flux Detectors" DP-608.
5. S. Laryin et al.: "Methods for Determination of 28 and 28 Based on Chemical Separation of Np^{239} and Mo^{59} from Uranium and Fission Products" KIR - N 26.
6. R. Lewis et al.: "Thermal Activation Method for 28 Measurements in Slightly Enriched Uranium Oxide Lattices", BAW - 1268.
7. S. Takač and S. Krčevinac: "Extrapolation Method for Measurements of Neutron Flux Distribution in Reactor Cell" - to be published.

TABLE I

Calculation of the complex decay

$$Z_m = A_1 (\text{Exp}) (-L_1 t) + A_2 (\text{Exp}) (-L_2 t) + A_3 t^{-1,2} + B$$

Foil N ^o	B	A ₃	A ₁	SA ₁	L ₁	SL ₁
"	B	A ₃	A ₂	SA ₂	L ₂	SL ₂
"	B	A ₃	A ₁	SA ₁	L ₁	SL ₁
23	147.0	11.7	12054.3	0.83/-01	0.29/-01	0.65/-05
23	151.8	11.7	168.4	0.98/-02	0.20/-03	0.18/-09
23	151.8	11.7	10002.5	0.41/-01	0.26/-01	0.32/-05
23	151.8	13.9	11638.0	0.57/-01	0.29/-01	0.69/-05
23	151.8	13.9	166.0	0.97/-02	0.20/-03	0.17/-09
23	151.8	13.9	11372.5	0.80/-01	0.29/-01	0.63/-05
23	151.8	14.06	11550.7	0.86/-01	-0.29/-01	0.68/-05
23	151.8	14.01	165.8	0.97/-02	-0.20/-03	0.17/-09
23	151.8	14.01	11533.8	0.86/-01	-0.29/-01	0.67/-05

TABLE II

1/r	0	0.5	1.000	1.067	1.191	1.210	1.229	1.250	∅
7 cm	1.0000	1.1608	1.4366	1.4606	2.5631	3.5547	5.2874	9.5137	1.7856
8 cm	1.0000	1.1645	1.3827	1.5603	2.5171	2.8556	3.6112	7.7602	1.6862
11.3 cm	1.0000	1.1585	1.2351	1.3546	1.7520	2.3570	3.7467	4.6158	1.5238
∞	1.0000	1.1600	1.2100	1.2478	1.2801	1.3400	1.4997	1.9003	1.2476

TABLE III

ℓ	G	R_k	R	$\left(\frac{A_b^{Dy}}{A_b^U}\right)_r$	$\left(\frac{A_b^U}{A_b^{Dy}}\right)_k$	$\bar{\phi}_{Dy}$	ϕ_{A1}^{Dy}
7 cm	1.021	0.998	0.960	62.55	0.0100	1.1747	1.4652
8 cm	1.015	0.998	0.971	68.45	0.0100	1.1861	1.4750
11.3 cm	1.009	0.998	0.588	81.02	0.0100	1.2004	1.5060
oo	1.001	0.988	0.995	95.48	0.0100	1.2115	1.510

TABLE IV

l	R_{Cd}^U	R_{Cd}^{Au}	$(RI)_{tot}$	RI
7 cm	$2.58 \pm 3\%$	$1.390 \pm 1\%$	$10.70 \pm 8.4\%$	$9.60 \pm 8.4\%$
8 cm	$3.053 \pm 3\%$	$1.521 \pm 1\%$	$10.97 \pm 7.5\%$	$9.87 \pm 7.5\%$
11.3 cm	$5.150 \pm 5\%$	$2.089 \pm 1.5\%$	$11.32 \pm 7.2\%$	$10.22 \pm 7.2\%$
∞	$20.48 \pm 4.5\%$	$6.20 \pm 2.5\%$	$11.53 \pm 7.3\%$	$10.43 \pm 7.3\%$

FIG. 1

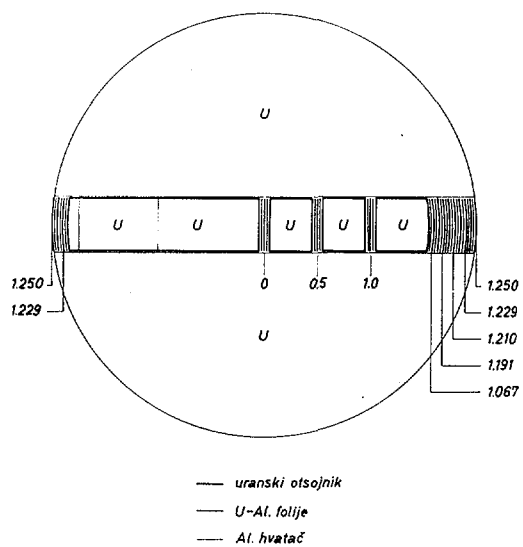


FIG. 3

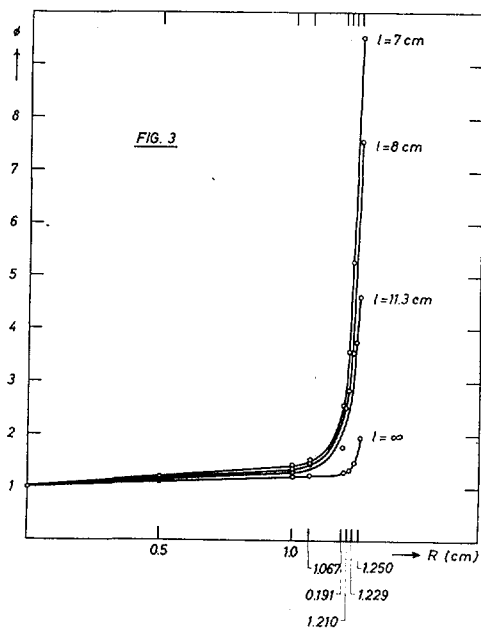


FIG. 4

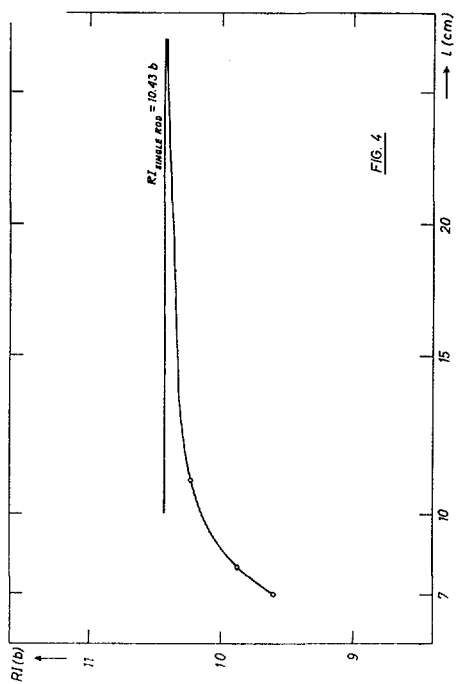
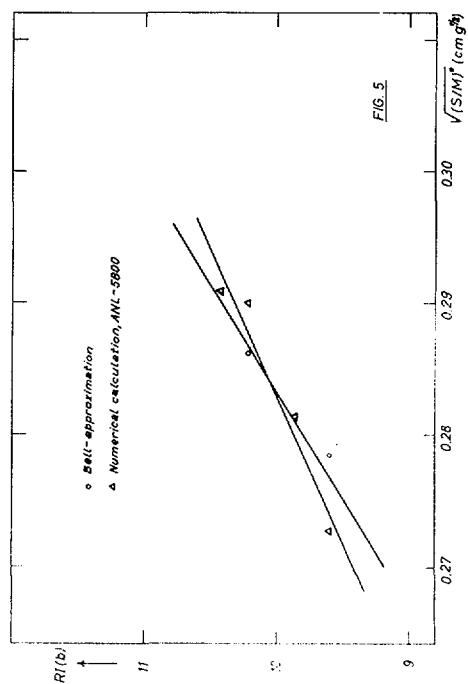


FIG. 5





RS06RA258

II JUGOSLOVENSKI SIMPOZIJUM IZ REAKTORSKE FIZIKE

SRF-2/14R

J. Pop-Jordanov
Institut "B. Kidrič", Vinča

FAKTORI MIKRODASPODELE NEUTRONA
U TEŠKOVODNIM I LAKOVODNIM REŠETKAMA

HERCEG NOVI
Septembar 27-29
1966.

FAKTORI MIKROKORASPODELE NEUTRONA
U TEŠKOVODNIM I LAKOVODNIM REŠETKAMA

J. Pop-Jordanov

1. U v o d

U ranijim radovima /1/, /2/ razvijena je analitička metoda tretiranja termalizacije neutrona u heterogenim reaktorima, u kojoj se primenom energetski zavisnih graničnih uslova izbegava difuziona aproksimacija u gorivu. Pri tome su u moderatoru primenjeni model teškog gasa i difuziona aproksimacija uz zanemarivanje apsorpcije u višim članovima razvoja. Ovakvo tretiranje moderatora čini metodu neadekvatnom za slučaj lakovodnih rešetki, pa su u pomenutim radovima računati samo teškovodni i grafitni sistemi. Pri tome su obzirom na jednostavnost metode korišćene stolne računске mašine.

U ovom radu su primenom iste metode analizirane po nekoliko teškovodnih i lakovodnih rešetki, a pored toga izvršeni su računi i po jednobrzinskoj metodi Amouyal-Benoist-a. Pri tome su obe metode programirane za računsku mašinu ZUSE Z-23. Rezultati za faktore mikroraspodele (disadvantage faktore) su zatim upoređjeni sa rezultatima koje daje jednobrzinska P_3 aproksimacija i multigrupni K7-THERMOS program.

2. Programi

Program ANTER (analitičko tretiranje termalizacije) izračunava disadvantage faktore goriva i moderatora primenom pomenute analitičke metode. Energetska zavisnost preseka predstavljena je Loranovim redovima. U termalnoj oblasti (od 0 do 16 kT) korišćeno je 40 energetskih tačaka, pa su vrednosti preseka u ovim tačkama uzete iz /3/. Integracije za koeficijente k_{mn} vrše se Simpsonovim pravilom. Detaljniji opis programa dat je u /4/.

Program AB-3 izračunava disadvantage faktore goriva i moderatora primenom jednobrzinske metode Amouyal-Benoist za trozonalnu ćeliju. Detaljniji opis programa dat je u /5/.

3. Rezultati

Analizirane su rešetke jugoslovenskog reaktora RB i norveškog reaktora NORA sledećeg sastava:

Reaktor RB: gorivo - metalni prirodni uran (poluprečnik šipke 1,25 cm), obloga - aluminijum (debljine 0,1 cm), moderator - teška voda čistoće 99,5%.

Reaktor NORA: gorivo - 3,4% obogaćen UO_2 (poluprečnik šipke 0,635 cm), obloga - nerđajući čelik (debljine 0,055 cm), moderator - laka voda.

Rezultati proračuna dati su u tablicama 1 i 2. Računi po metodi Amouyal-Benoist izvedeni su u dve varijante: sa transportnim presecima (što je uobičajeno) i sa presecima za rasejanje. Radi poredjenja navedeni su i rezultati koje daju jednobrzinska P_3 aproksimacija /6/ i K-7-THERMOS /7/.

Tablica 1.

Disadvantage faktori za razne korake rešetke reaktora RB

Korak rešetke a (cm)	Jednobrezinski			Energetski zavisno		
	AB ($\sum_{sc}$)	AB ($\sum_{tr}$)	P_3	ANTER gustine	K7-TH gustine	K7-TH fluks
8	1,569	1,556	1,551	1,642	1,614	1,464
9,9	1,631	1,610	1,614	1,707	1,696	1,536
11,3	1,670	1,646	1,655	1,749	1,745	1,579
14	1,738	1,706	1,722	1,820	1,818	1,644
16	1,782	1,750	1,766	1,866	1,862	1,683

Tablica 2.

Disadvantage faktori za razne korake rešetke reaktora NORA

Korak rešetke a (cm)	Jednobrezinski			Energetski zavisno		
	AB ($\sum_{sc}$)	AB ($\sum_{tr}$)	P_3	ANTER gustine	K7-TH gustine	K7-TH fluks
1,9	1,418	1,372	1,486	1,483	1,457	1,327
2,314	1,536	1,452	1,602	1,610	1,576	1,423
2,687	1,636	1,523	1,701	1,716	1,658	1,490

4. Diskusija

Rezultati koji su navedeni u dvema zadnjim kolonama kod obe tablice (K7-THERMOS) dobijeni su numeričkom Honeck-ovom metodom /8/, koja je jedna od najtačnijih metoda, ali zahteva mašine velikog kapaciteta. Ovi rezultati se mogu smatrati kalibracionim.

Poredjenjem prve dve kolone sa rezultatima K7-THERMOS dolazi se do zaključka da kod oba tipa rešetki metoda Amouyal-Benoist daje vrednosti koje leže između stvarnih vrednosti za gustinu i fluks, odstupajući od jednih i drugih sa po nekoliko procenata. Pošto su, obzirom na vezu između gustine i fluksa, vrednosti za disadvantage faktore fluksa uvek ispod onih za gustine, to će računi po AB sa transportnim presecima davati vrednosti bliže odnosima fluksa, dok će računi sa presecima za rasejanje davati vrednosti bliže odnosima gustina.

Rezultati sa jednobrzinskom P_3 aproksimacijom su kod teškovodnih rešetki slični sa AB rezultatima, s tim što nešto brže rastu sa korakom rešetke (pa su za guste rešetke bliži AB rezultatima sa transportnim presecima, a za veće korake bliži AB rezultatima sa presecima rasejanja). Kod lakovodnih rešetki jednobrzinskom P_3 aproksimacijom dobijeni su rezultati koji leže iznad ne samo AB rezultata već i onih po THERMOS-u.

Rezultati ANTER-a se sasvim dobro slažu sa THERMOS-om za slučaj teškovodnih rešetki, dok kod lakovodnih rešetki leže iznad THERMOS-ovih (od 1,8 do 3,5%). Obzirom na aproksimacije koje sadrži ANTER, a koje smo pomenuli u uvodu, ovakvi rezultati su se mogli i očekivati. (Sl.1 i 2).

U slučaju teškovodnih rešetki pomenute aproksimacije se ne bi mogle smatrati grubim. Jedino je difuziona aproksimacija u moderatoru za male korake rešetke manje opravdana, čime se može objasniti porast odstupanja sa smanjenjem koraka rešetke. Pa, ipak, ovo odstupanje ostaje za sve korake, sa izuzetkom najmanjeg ispod 1%.

U slučaju lakovodnih rešetki pomenute aproksimacije su znatno manje opravdane. Primena difuzione aproksimacije u moderatoru utiče na povećanje disadvantage faktora. Zanemarivanje apsorpcije u višim članovima razvoja daje mekši spektar od stvarnog, što opet rezultira u porast disadvantage faktora. S druge strane, pretpostavka o konstantnosti proizvoda $\sum_s \sqrt{\epsilon}$ (koji ustvari raste za male energije) daje tvrdji spektar, međjutim, ovaj efekat je suviše mali da bi kompenzovao prethodne.

Reference

- /1/ Pop-Jordanov J., ITEF 133, Moskva (janvar 1963)
- /2/ Pop-Jordanov J., P/705, III United Nation ICPUAE, Geneva (1964).
- /3/ IFA Handbook, Kjeller, Norway (1966).
- /4/ ANTER - program za izračunavanje faktora mikroraspodele neutrona u heterogenim reaktorima analitičkim tretiranjem termalizacije, Vinča (1966).
- /5/ AB-3 - program za izračunavanje faktora mikroraspodele neutrona u heterogenim reaktorima metodom Amouyal-Benoist, Vinča (1966).
- /6/ M.Jocković i dr., Odredjivanje fine raspodele fluksa u višeregionalnoj ćeliji reaktora primenom metode svernih harmonika, ETAN, Bled (1964).
- /7/ R.Stammler, Kjeller, biće objavljeno.
- /8/ H.C. Honeck, Nucl. Sci. and Engng 8 (1960)193/209.

