

QUELQUES RESULTATS DE CALCUL DE COURBES DE DISPERSION
AVEC COLLISIONS.

Sommaire. - Des courbes de dispersion tenant compte de l'effet des collisions ont été calculées à l'aide d'un ordinateur IBM 7090 pour différents types de plasmas d'hydrogène se présentant au laboratoire ; les températures électroniques et ioniques envisagées ont été les suivantes :
 $T_e = T_i = 1 \text{ Ev}$; $T_e = 1 \text{ eV}$, $T_i = 0,1 \text{ eV}$; $T_e = 10 \text{ eV}$, $T_i = 2 \text{ eV}$;
 $T_e = 50 \text{ eV}$, $T_i = 10 \text{ eV}$; les pressions de neutres - de 10^{-1} , 10^{-3} et 10^{-4} mmHg ; les densités électroniques - de 10^{10} , 10^{13} et éventuellement de 10^{15} él/cc. Les fréquences de collision avec les neutres et entre électrons et ions ont été évaluées en fonction de ces données. Les équations de dispersion utilisées correspondant au traitement macroscopique. On présente les valeurs des parties réelle et imaginaire du nombre d'ondes K en fonction de valeurs réelles de la fréquence ω pour les ondes électrostatiques et électromagnétiques et pour les ondes é.m. se propageant parallèlement à un champ magnétique permanent de 500 gauss et de 12,5 kgauss.
1964 96 p.

Commissariat à l'Energie Atomique - France

SOME RESULTS OF A NUMERICAL CALCULATION OF PLASMA
DISPERSION CURVES. INCLUDING COLLISIONS.

Sommaire. - Dispersion curves including the effect of collisions have been calculated with a 7090 IBM computer for several types of laboratory hydrogen plasmas ; $T_e = T_i = 1 \text{ eV}$; $T_e = 1 \text{ eV}$, $T_i = 0,1 \text{ eV}$; $T_e = 10 \text{ eV}$, $T_i = 2 \text{ eV}$; $T_e = 50 \text{ eV}$, $T_i = 10 \text{ eV}$, with neutral gas pressures of 10^{-1} , 10^{-3} and 10^{-4} mmHg and electron densities of 10^{10} , 10^{13} and eventually 10^{15} el/cc. The corresponding collision frequencies with neutrals and between electrons and ions have been derived using appropriate relationships. The dispersion equations used correspond to the macroscopic treatment. The real and imaginary parts of the wave number K are presented as a function of real values of the frequency ω , for electrostatic and electromagnetic waves and for e.m. waves propagating parallel to a permanent magnetic field of 500 gauss and 12.5 Kgauss.

1964

96 p.

Commissariat à l'Energie Atomique - France

**QUELQUES RESULTATS DE CALCUL
DE COURBES DE DISPERSION
AVEC COLLISIONS**

par

Dimitri LEPECHINSKY — François PARLANGE

Rapport CEA - R 2493

1964
Ha

CENTRE D'ÉTUDES
NUCLÉAIRES DE SACLAY

Les rapports du COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE sont, à partir du n° 2200, en vente à la Documentation Française, Secrétariat Général du Gouvernement, Direction de la Documentation, 16, rue Lord Byron, PARIS VIIIème.

The C.E.A. reports starting with n° 2200 are available at the Documentation Française, Secrétariat Général du Gouvernement, Direction de la Documentation, 16, rue Lord Byron, PARIS VIIIème.

Services de Physique Appliquée

QUELQUES RESULTATS DE CALCUL DE COURBES DE DISPERSION
AVEC COLLISIONS

par

Dimitri LEPECHINSKY, François PARLANGE

Octobre 1964

1. INTRODUCTION :

Le présent travail constitue une application numérique au cas des plasmas de laboratoire des équations de dispersion avec collisions établies par un traitement macroscopique [1] avec les principales hypothèses simplificatrices suivantes :

- dans les équations de conservation de la quantité de mouvement, l'action du champ magnétique de l'onde sur les particules est négligée ; les termes (P_{en} et P_{in}) représentant les transferts de quantité de mouvement dus aux chocs des particules chargées avec les neutres et ceux (P_{ei} et P_{ie}) représentant ces transferts par collision entre électrons et ions sont par hypothèse définis comme suit :

$$\begin{aligned} P_{en} &= - \bar{n}_e m_e \nu_{en} \vec{v}_e \\ P_{in} &= - \bar{n}_i m_i \nu_{in} \vec{v}_i \\ P_{ei} &= - P_{ie} = - \bar{n}_e m_e \nu (\vec{v}_e - \vec{v}_i) \end{aligned} \quad (1)$$

où $\bar{n}_e$, $\bar{n}_i$, m_e , m_i , $\vec{v}_e$, $\vec{v}_i$, sont respectivement les densités moyennes masses et vitesses moyennes des électrons et des ions et ν_{en} , ν_{in} , les fréquences de collision avec les neutres, ν étant la fréquence de collision des électrons avec les ions ;

- les tenseurs de pression cinétique sont remplacés par les pressions scalaires p_e et p_i et les transformations produites par l'onde sont supposées adiabatiques, de sorte que :

$$\nabla p_{e,i} = m_{e,i} V_{e,i}^2 \nabla n_{e,i} \quad (2)$$

$V_{e,i}$ étant la vitesse thermique des électrons ou des ions.

....

Nous avons admis pour le calcul de ces vitesses $\gamma_e = \gamma_i = 3$ (compression dans la direction de propagation seulement) de sorte que :

$$V_{e,i}^2 = \frac{3K T_{e,i}}{m_{e,i}} \quad (3)$$

où K est la constante de Boltzmann.

Dans ces conditions, on arrive à partir des équations de Maxwell, des équations de conservation des particules et de celles de la quantité de mouvement à un système linéaire et homogène, de 9 équations à 9 inconnues dont la compatibilité s'exprime par l'annulation du déterminant du système ; la relation $\Delta = 0$ entre ω et K dans l'hypothèse où les paramètres de l'onde varient comme $\exp. j(\omega t - Kz)$, constitue la relation de dispersion cherchée.

- C'est en général une équation du 4ème degré en K^2 : les 4 racines correspondent à 4 modes de propagation en général distincts. A chaque racine K^2 correspondent deux nombres d'onde opposés $\pm K$, c'est-à-dire deux ondes identiques se propageant dans des directions opposées le long de Oz .

Le déterminant à calculer dans le cas le plus général (en présence d'un champ magnétique permanent et des collisions) est assez impressionnant; aussi nous sommes nous limités, tout en introduisant les collisions aux cas suivants :

(a) Absence de champ magnétique permanent :

- Résolution de l'équation de dispersion des ondes longitudinales (électroniques et ioniques). (Cette distinction étant permise par une particularité du déterminant).

- Résolution de l'équation de dispersion des ondes transverses (électromagnétiques).

(b) Présence d'un champ magnétique permanent parallèle au vecteur d'onde $\vec{K}$.

- Résolution de l'équation de dispersion des ondes transverses (l'équation de dispersion des ondes longitudinales demeurant la même que dans le cas précédent).

2. LES EQUATIONS DE DISPERSION UTILISEES :

Les équations de dispersion obtenues à partir du déterminant général pour chacun des 3 cas envisagés, sont les suivantes :

1er cas :

Ondes longitudinales, électroniques ou ioniques (avec ou sans champ magnétique permanent) :

$$\Delta_1 = \left(1 - \frac{\kappa^2 V_i^2}{\omega^2} - j \frac{\nu_{in}}{\omega}\right) \left(1 - \frac{\kappa^2 V_e^2}{\omega^2} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - j \frac{\nu_{en} + \nu}{\omega}\right) - \frac{\Omega_p^2}{\omega^2} \left(1 - \frac{\kappa^2 V_e^2}{\omega^2} - j \frac{\nu_{en} + \nu}{\omega}\right) = 0. (4)$$

2ème cas :

Ondes électromagnétiques transverses, absence de champ magnétique permanent :

$$\Delta_2 = \left(1 - \frac{\kappa^2 C^2}{\omega^2}\right) \left[1 - \frac{\nu_{in}(\nu_{en} + \nu)}{\omega} - j \frac{\nu_{en} + \nu_{in} + \nu}{\omega}\right] - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(1 - j \frac{\nu_{in}}{\omega}\right) - \frac{\Omega_p^2}{\omega^2} \left(1 - j \frac{\nu_{en} + \nu}{\omega}\right) = 0. (5)$$

3ème cas :

Ondes électromagnétiques en présence d'un champ magnétique permanent parallèle à K :

$$\begin{aligned} \Delta_3 = & \Delta_2^2 + \frac{\omega_L^2 \Omega_L^2}{\omega^4} \left(1 - \frac{\kappa^2 C^2}{\omega^2}\right)^2 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2} \left[\left(1 - \frac{\kappa^2 C^2}{\omega^2}\right) \left(1 - j \frac{\nu_{in}}{\omega}\right) - \frac{\Omega_p^2}{\omega^2} \right]^2 - \\ & - \frac{\Omega_L^2}{\omega^2} \left[\left(1 - \frac{\kappa^2 C^2}{\omega^2}\right) \left(1 - j \frac{\nu_{en} + \nu}{\omega}\right) - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right]^2 + 2 \frac{\omega_L \Omega_L \Omega_p^2}{\omega^4} \left[\frac{\omega_p^2}{\omega^2} - j \frac{\nu}{\omega} \left(1 - \frac{\kappa^2 C^2}{\omega^2}\right) \right] = 0. (6) \end{aligned}$$

où ω_p et Ω_p sont respectivement la fréquence plasma des électrons et des ions, $V_{e,i}$ la vitesse thermique des électrons et des ions et c la vitesse de la lumière dans le vide, $(*)\omega_c$ et Ω_c étant les fréquences cyclotron e, i.

Nous nous sommes proposés de déterminer la variation des parties réelles et imaginaires de K en fonction de la fréquence angulaire ω supposée réelle, dans divers cas particuliers de plasmas de laboratoire.

3. DETERMINATION DES FREQUENCES DE COLLISIONS ν_{en} , ν_{in} et ν .

- Les fréquences de collisions électrons-neutres, ν_{en} et ions-neutres ν_{in} ont été évaluées à partir de la relation générale :

$$\nu_{en} = \sigma_{en} n V_e, \quad (7)$$

où σ_{en} ou σ_{in} sont les sections efficaces de collisions correspondantes, n est le nombre de particules neutres.

$V_{e,i}$ la vitesse thermique des électrons ou des ions.

Dans le cas de l'hydrogène, que nous avons adopté, les valeurs de σ_{en} et σ_{in} ont été prises respectivement égales à $3 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$ et $7 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$ [2].

- Pour le calcul de n en fonction de la pression nous avons admis que les neutres étaient froids (300°K), de sorte qu'à une pression de 10^{-3} mm Hg , correspond un nombre de particules d'environ $3 \cdot 10^{13}$.

- Enfin pour le calcul de la fréquence de collisions électrons-ions qui devient prépondérante lorsque le gaz est fortement ionisé, nous avons adopté la relation [1] [3] :

$$\nu = 2,7 \frac{n_e}{T_e^{3/2}} \log A, \quad (8)$$

(*) Dans cette dérivation nous avons négligé le produit $\nu \frac{m_e}{m_i}$ (soit pour l'hydrogène $5,4 \cdot 10^{-4} \nu$) devant ν_{in} .

....

où $\text{Log } \Lambda$ varie entre 16 et 34 selon la valeur de la température électronique T_e (exprimée ici en °K) et celle de la densité électronique n_e .

4. LES PLASMAS CONSIDERES :

Nous avons considéré des plasmas d'hydrogène aux pressions de 10^{-1} , 10^{-3} et 10^{-4} mmHg de densités électroniques $n_e = 10^{10}$ él/cc. $n_e = 10^{13}$ él/cc. et éventuellement $n_e = 10^{15}$ él/cc., les températures électroniques et ioniques étant les suivantes :

- (1) $T_e = T_i = 1 \text{ eV}$
- (2) $T_e = 1 \text{ eV} ; T_i = 0,1 \text{ eV}$
- (3) $T_e = 10 \text{ eV} ; T_i = 2 \text{ eV}$
- (4) $T_e = 50 \text{ eV} ; T_i = 10 \text{ eV}$,

Les valeurs correspondantes des fréquences de collision ν_{en} , ν_{in} et ν ainsi que des vitesses thermiques sont indiquées dans le tableau récapitulatif de l'Annexe I. Les champs magnétiques permanents envisagés dans le 3ème cas ont été de 500 gauss, 12,5 kilogauss. A titre d'indication l'allure des courbes de dispersion sans collisions pour chacun des 3 cas est présentée dans l'Annexe II.

5. RESULTATS :

Les résultats sont présentés dans les figures annexées sous forme de courbes de dispersion $\omega = \phi(K_e)$ et $\omega = \varphi(K_i)$ obtenues par une calculatrice IBM 7090. Les courbes correspondantes pour $\nu_{en} = \nu_{in} = \nu = 0$ sont indiquées dans chacun des graphiques à titre de comparaison. Les diagrammes relatifs au 1er cas (ondes longitudinales) doivent en principe être limités à une valeur maximum de Kr imposée par la distance de Debye.

Les courbes sont classées :

- 1)(éventuellement) par valeur du champ magnétique,
- 2) par valeur de la densité électronique,
- 3) par valeurs de températures du plasma,
- 4) (éventuellement) par valeur de la pression.

ω est exprimé en radians par seconde,

K est exprimé en cm^{-1}

n en électrons/cm³,

B en gauss,

T en électron volts.

1er et 2ème cas :

Les courbes sont tracées sur papier semi-logarithmique dans 2 domaines :
 1) ω de l'ordre de ω_p ,
 2) ω de l'ordre de Ω_p .

Sur la même figure sont représentées les parties réelles (en trait plein, échelle inférieure) et les parties imaginaires (en pointillés, échelle supérieure) sans collisions (courbes indicées 0) et pour différentes valeurs de la pression: 10^{-4} mmHg (courbes indicées en 1)
 10^{-3} mmHg (" " en 2)
 10^{-1} mmHg (" " en 3)

Pour le 1er cas, les lettres K et K' correspondent aux branches électronique et ionique respectivement.

3ème cas :

Les courbes sont tracées sur papier logarithmique. Les échelles des parties réelles (en trait plein) et des parties imaginaires (en pointillés) sont les mêmes. La solution comporte deux branches (onde ordinaire et onde extraordinaire) : la première présente une résonance à la fréquence cyclotron des ions la seconde à la fréquence cyclotron des électrons.

REFERENCES

- (1) J. F. DENISSE, J. L. DELCROIX : Théorie des ondes dans les plasmas (Dunod 1961).
- (2) A. SIMON : Oak Ridge National Lab. Report 2285 (1957).
- (3) L. SPITZER : Physics of fully ionized gases (Intersc. Publishers N. Y. 1956).

Manuscrit reçu le 24 avril 1964

ANNEXE 1TABEAU RECAPITULATIF des CAS de PLASMAS ENVISAGES1er Cas.

$$\underline{T_e = T_i = 1 \text{ eV.}}$$

$$p = 10^{-1} \text{ mm Hg} \quad \begin{cases} n_e = 10^{10} \\ n_e = 10^{13} \\ n_e = 10^{15} \end{cases}$$

$$p = 10^{-3} \text{ mm Hg} \quad \begin{cases} n_e = 10^{10} \\ n_e = 10^{13} \end{cases}$$

$$p = 10^{-4} \text{ mm Hg} \quad n_e = 10^{10}$$

$\nu_{en} \text{ c/s}$	$\nu_{in} \text{ c/s}$	$\nu \text{ c/s}$	$V_e \text{ cm/s}$	$V_i \text{ cm/s}$
7.10^8	3.10^7	3.10^5 2.10^8 10^{10}	7.10^7	2.10^6
7.10^6	3.10^5	3.10^5 2.10^8	7.10^7	2.10^6
7.10^5	3.10^4	3.10^5	7.10^7	2.10^6
7.10^8	10^7	3.10^5 2.10^8 10^{10}	7.10^7	$5.5.10^5$
7.10^6	10^5	3.10^5 2.10^8	7.10^7	$5.5.10^5$
7.10^5	10^4	3.10^5	7.10^7	$5.5.10^5$

2ème Cas.

$$\underline{T_e = 1 \text{ eV}, T_i = 0,1 \text{ eV.}}$$

$$p = 10^{-1} \text{ mm Hg} \quad \begin{cases} n_e = 10^{10} \\ n_e = 10^{13} \\ n_e = 10^{15} \end{cases}$$

$$p = 10^{-3} \text{ mm Hg} \quad \begin{cases} n_e = 10^{10} \\ n_e = 10^{13} \end{cases}$$

$$p = 10^{-4} \text{ mm Hg} \quad n_e = 10^{10}$$

TABLEAU RECAPITULATIF (suite)3ème Cas.

$$T_e = 10 \text{ eV}, T_i = 2 \text{ eV}.$$

$$p = 10^{-1} \text{ mm Hg} \begin{cases} n_e = 10^{10} \\ n_e = 10^{13} \\ n_e = 10^{15} \end{cases}$$

$$p = 10^{-3} \text{ mm Hg} \begin{cases} n_e = 10^{10} \\ n_e = 10^{13} \end{cases}$$

$$p = 10^{-4} \text{ mm Hg} \quad n_e = 10^{10}$$

4ème Cas.

$$T_e = 50 \text{ eV}, T_i = 10 \text{ eV}.$$

$$p = 10^{-1} \text{ mm Hg} \begin{cases} n_e = 10^{10} \\ n_e = 10^{13} \\ n_e = 10^{15} \end{cases}$$

$$p = 10^{-3} \text{ mm Hg} \begin{cases} n_e = 10^{10} \\ n_e = 10^{13} \end{cases}$$

$$p = 10^{-4} \text{ mm Hg} \quad n_e = 10^{10}$$

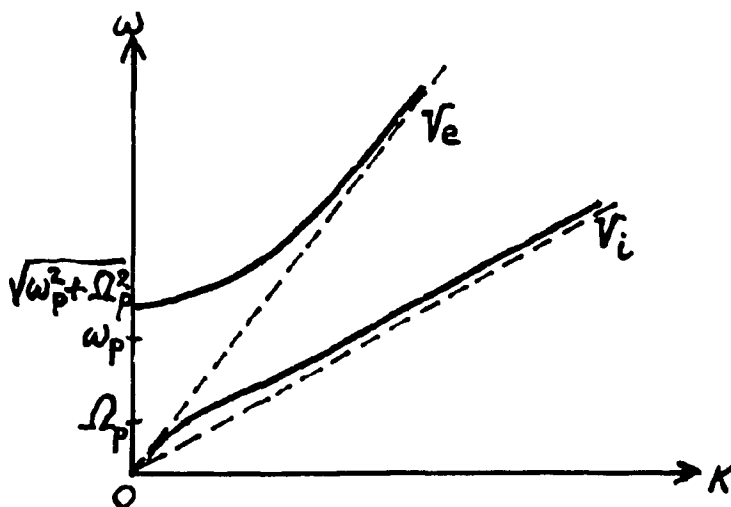
$\nu_{en} \text{ c/s}$	$\nu_{in} \text{ c/s}$	$\nu \text{ c/s}$	$V_e \text{ cm/s}$	$V_i \text{ cm/s}$
$2 \cdot 10^9$	$5 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^4$ 10^7 10^9	$2 \cdot 10^8$	$2,4 \cdot 10^6$
$2 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^4$ 10^7	$2 \cdot 10^8$	$2,4 \cdot 10^6$
$2 \cdot 10^6$	$5 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^8$	$2,4 \cdot 10^6$
$4,5 \cdot 10^9$	10^8	$1,4 \cdot 10^3$ 10^6 $8 \cdot 10^7$	$4,5 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^6$
$4,5 \cdot 10^7$	10^6	$1,4 \cdot 10^3$ 10^6	$4,5 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^6$
$4,5 \cdot 10^6$	10^5	$1,4 \cdot 10^3$	$4,5 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^6$

ANNEXE 2

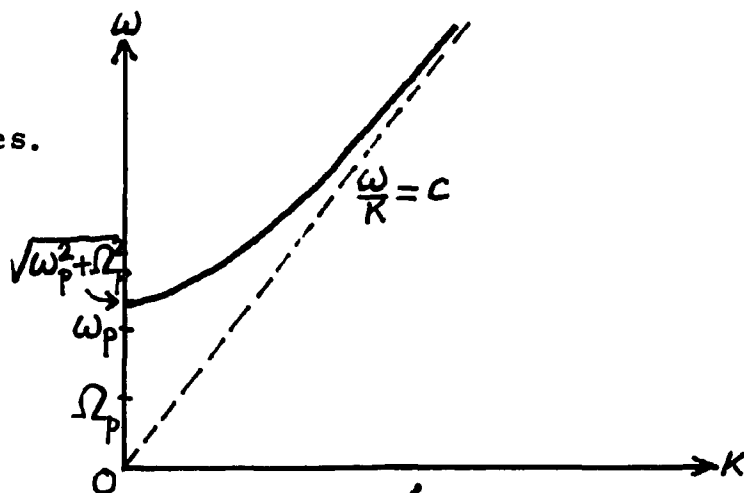
ALLURE DES COURBES DE DISPERSION SANS COLLISIONS DANS

LA REPRESENTATION $\omega = f(k)$.1er cas.

Ondes électrostatiques.

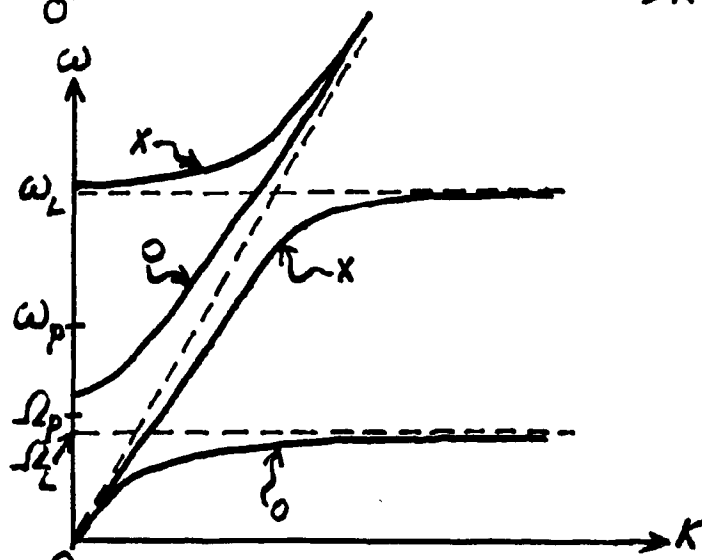
2ème cas.

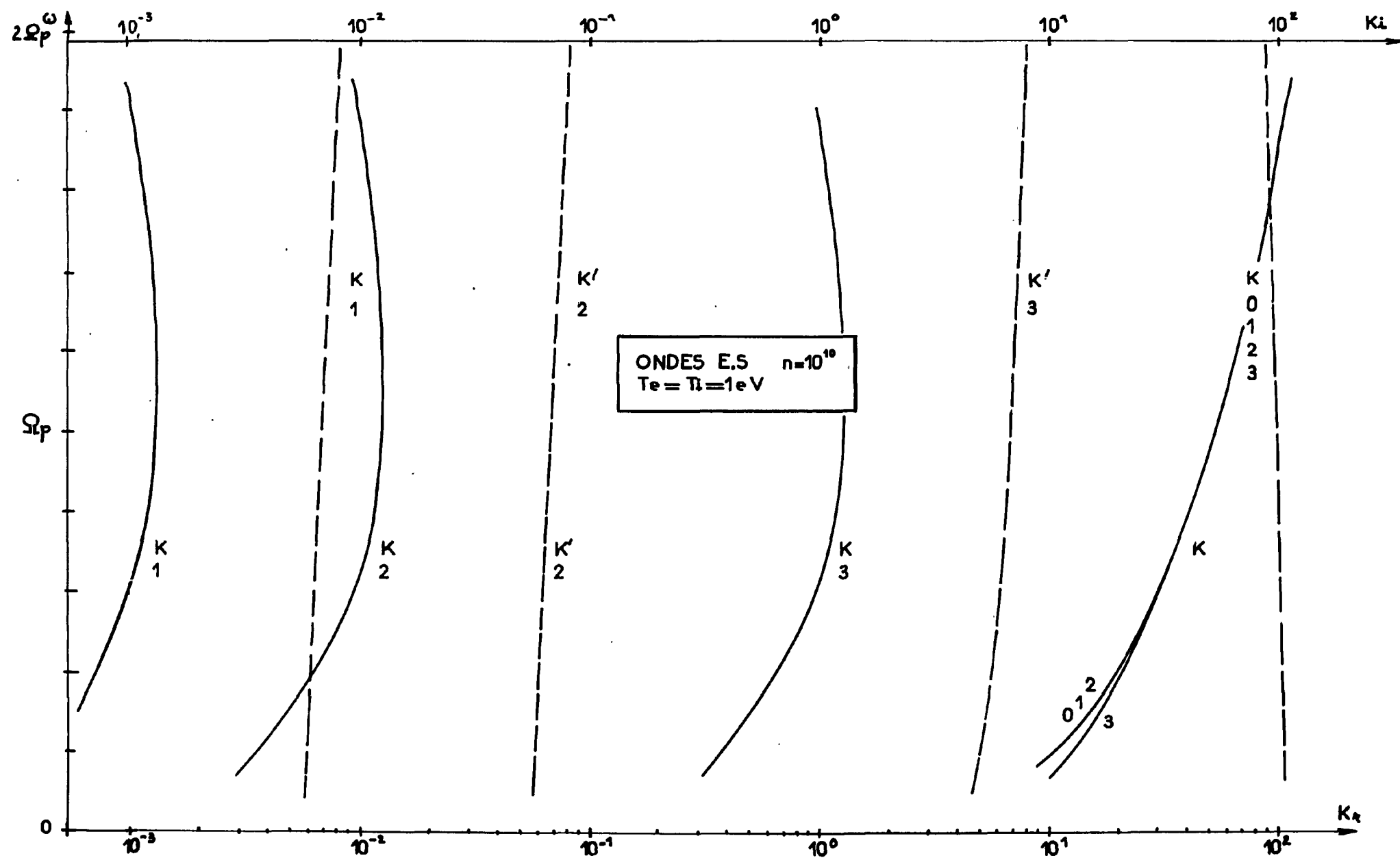
Ondes électromagnétiques.

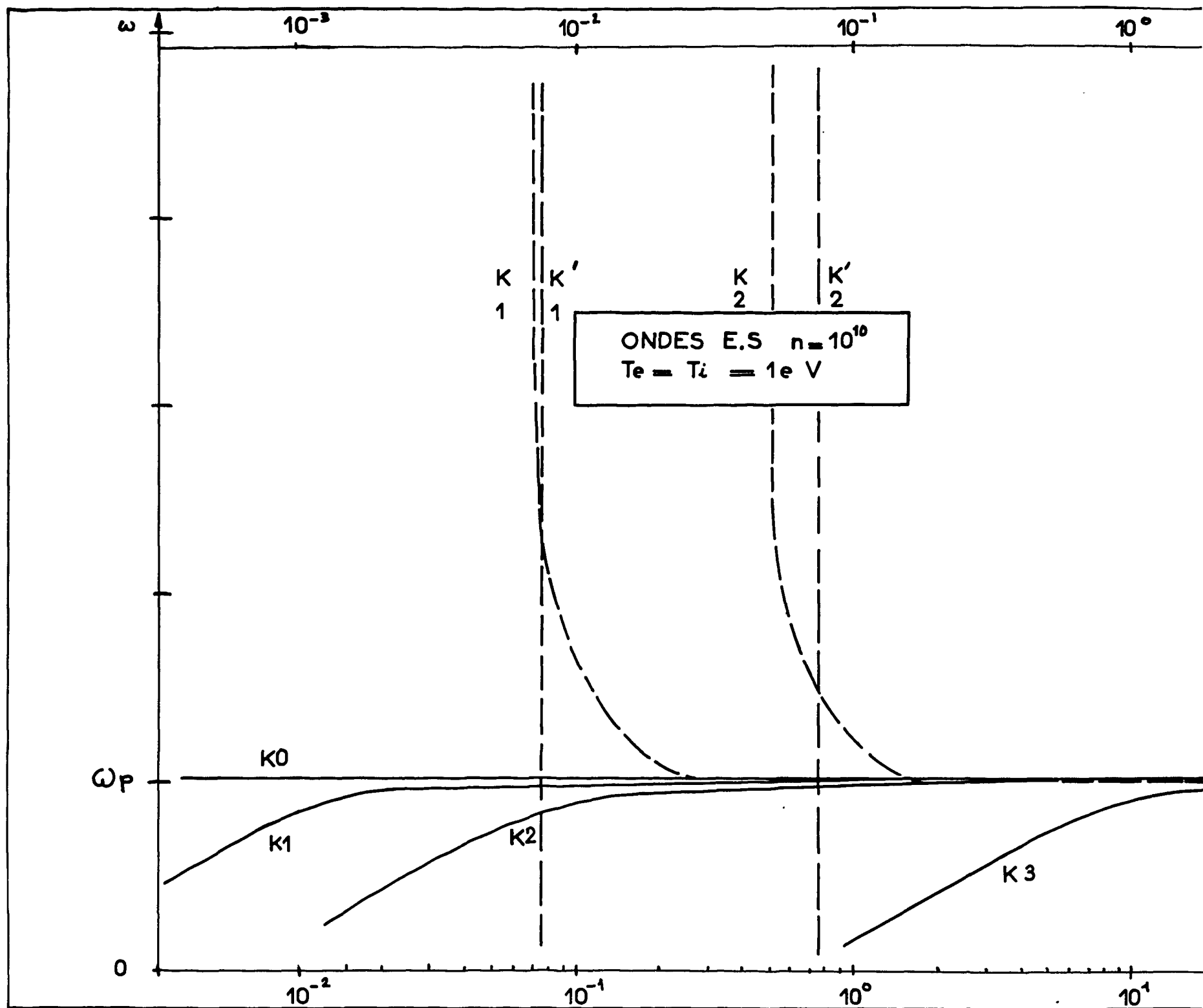
3ème cas.Ondes électromagnétiques
avec $K // B_0$

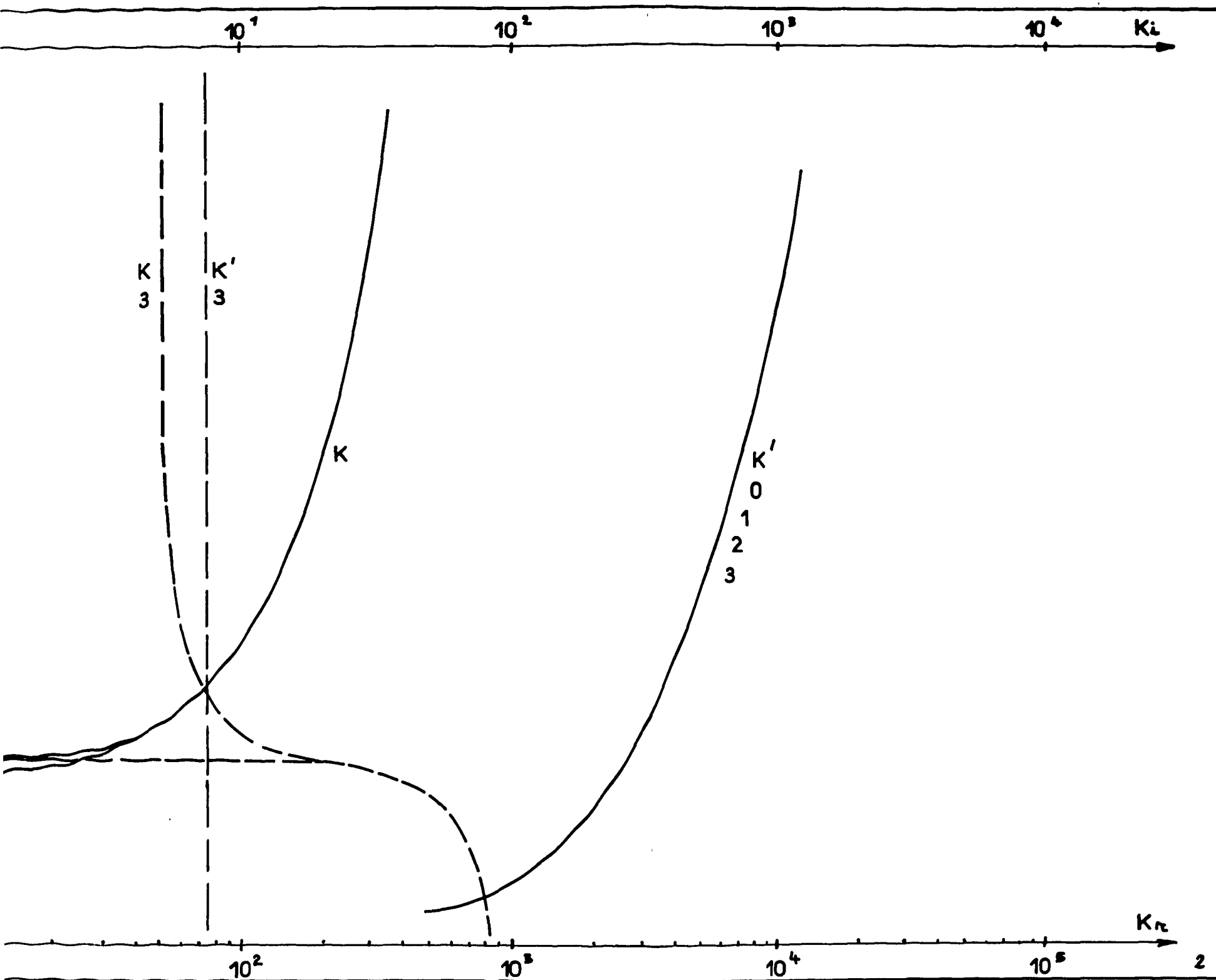
"O" onde ordinaire

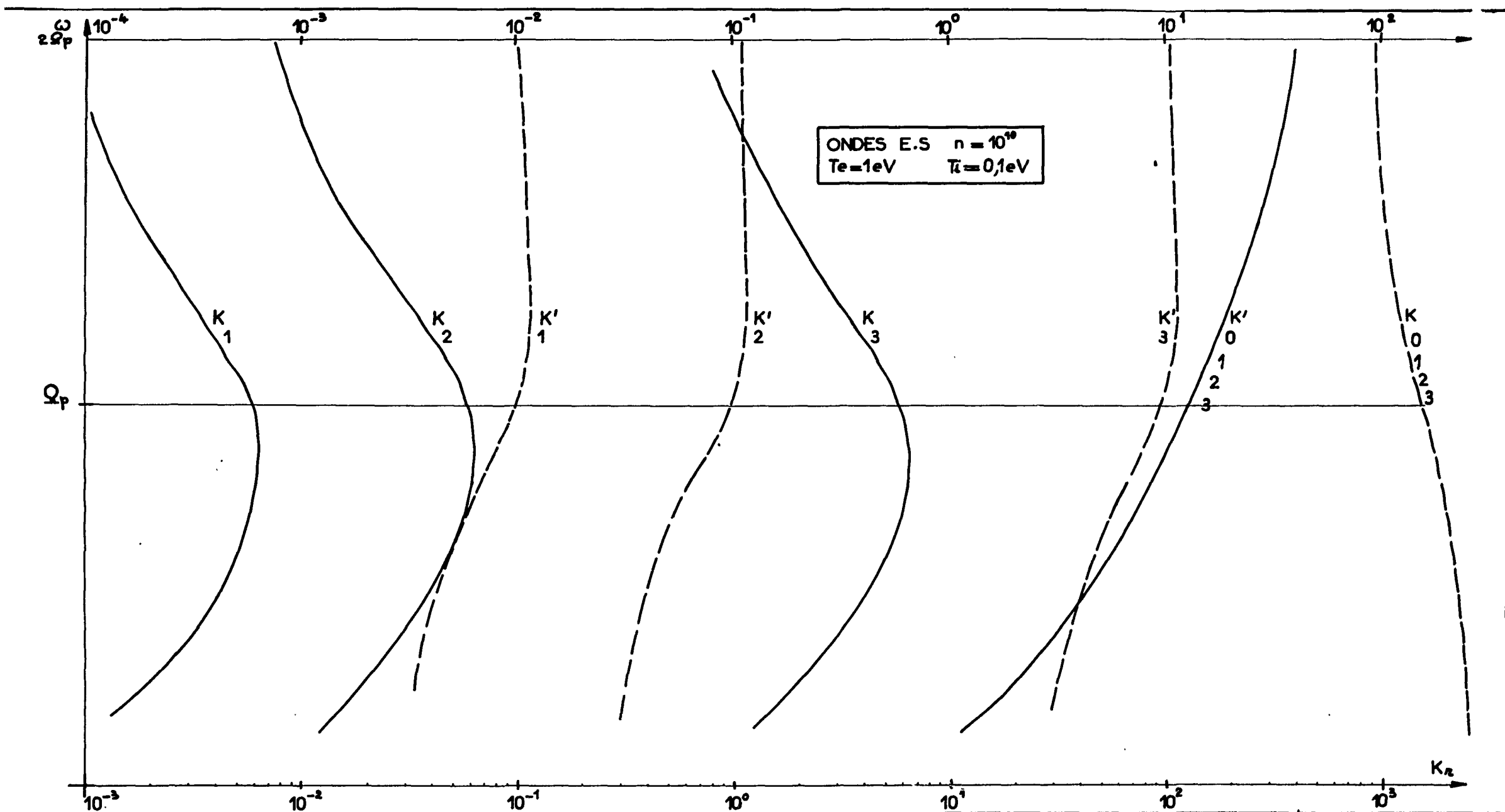
"X" onde extraordinaire

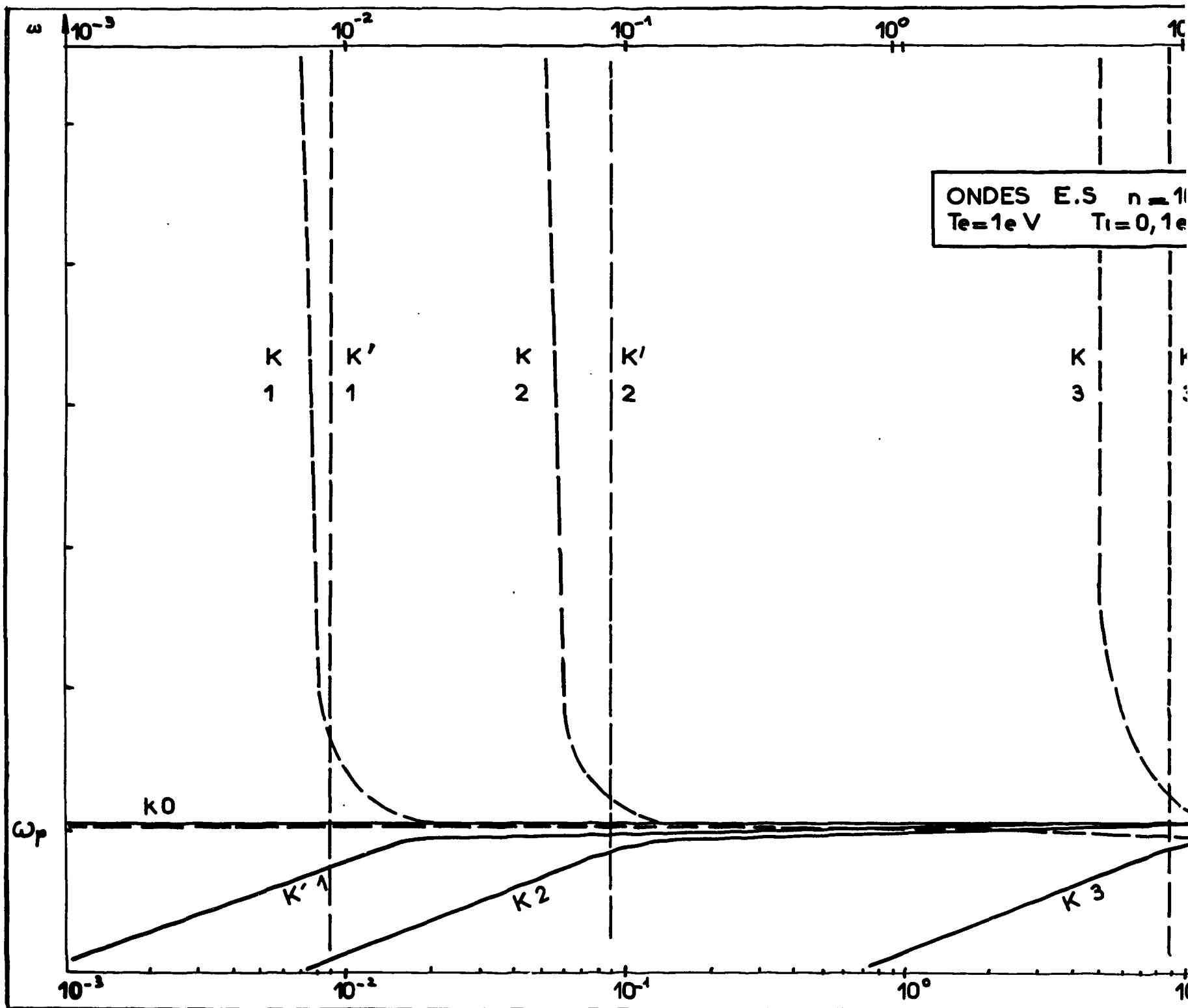


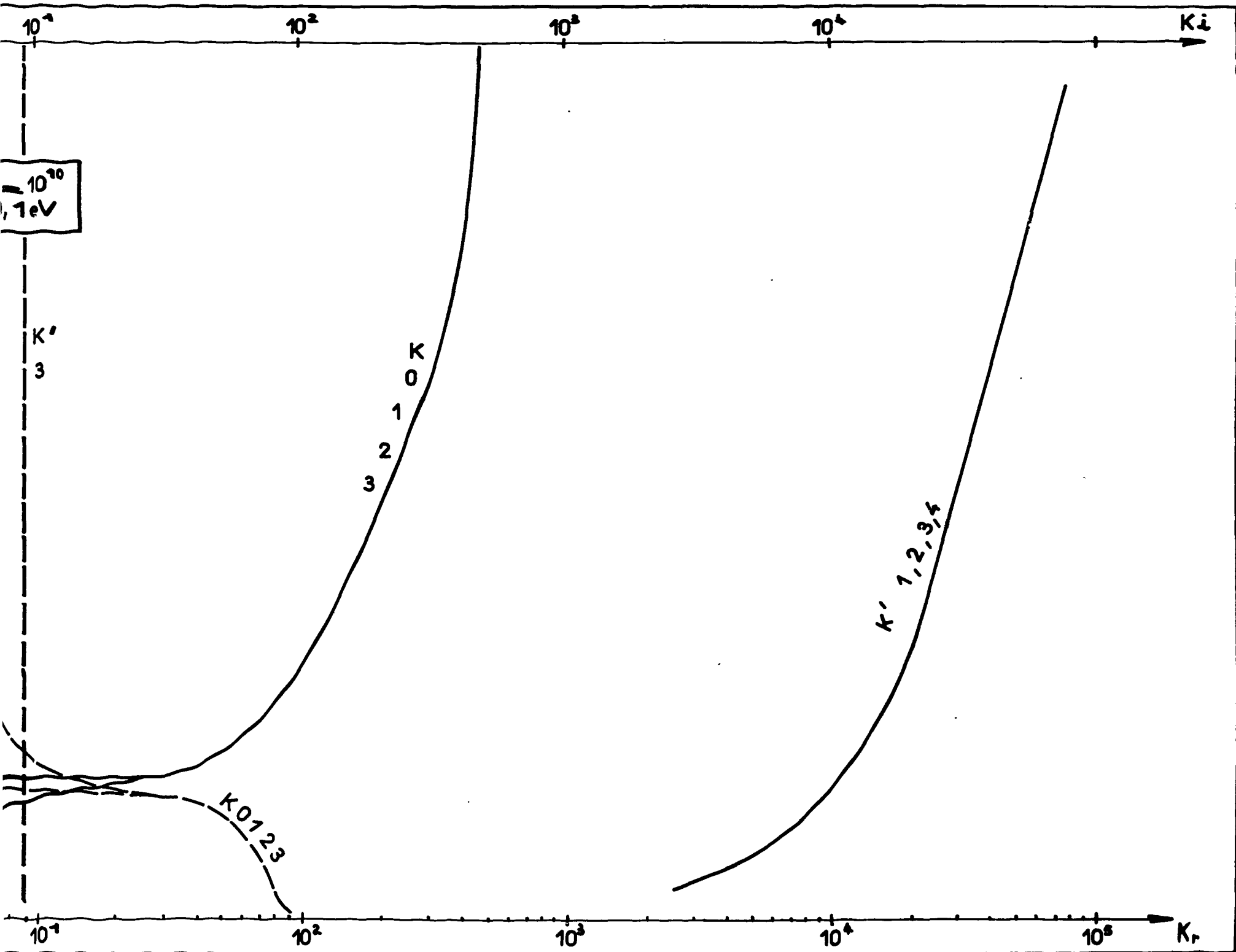


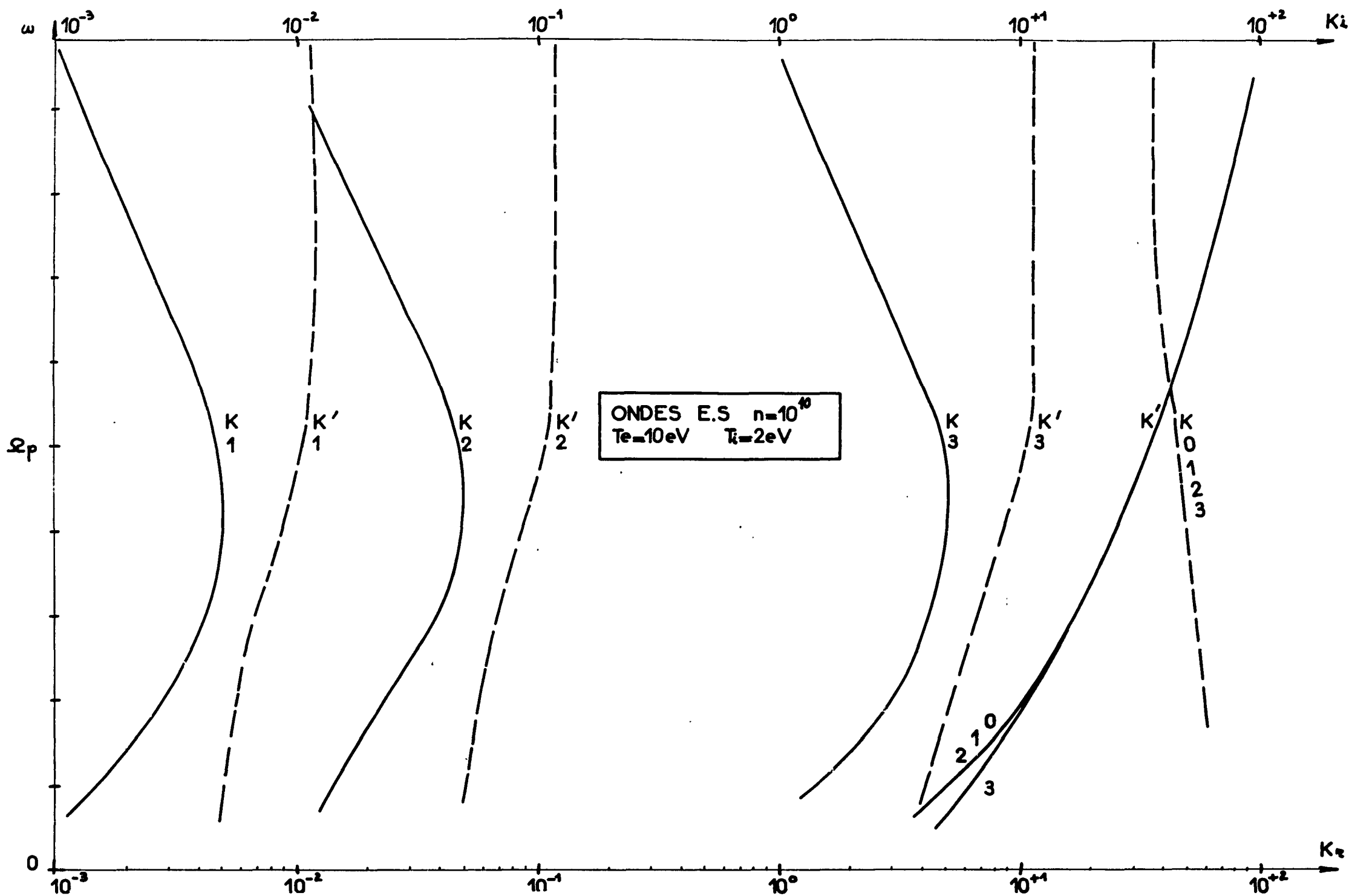


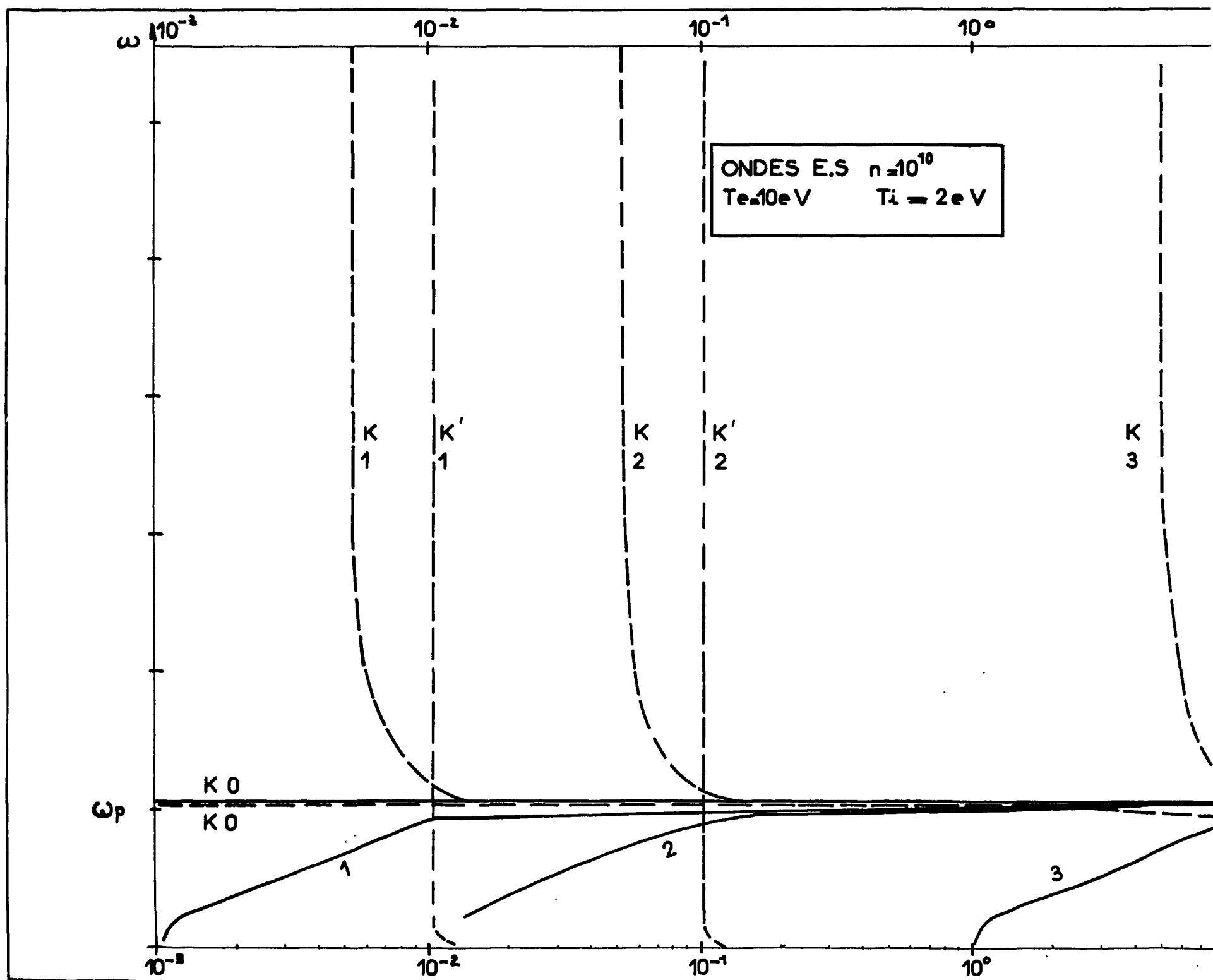


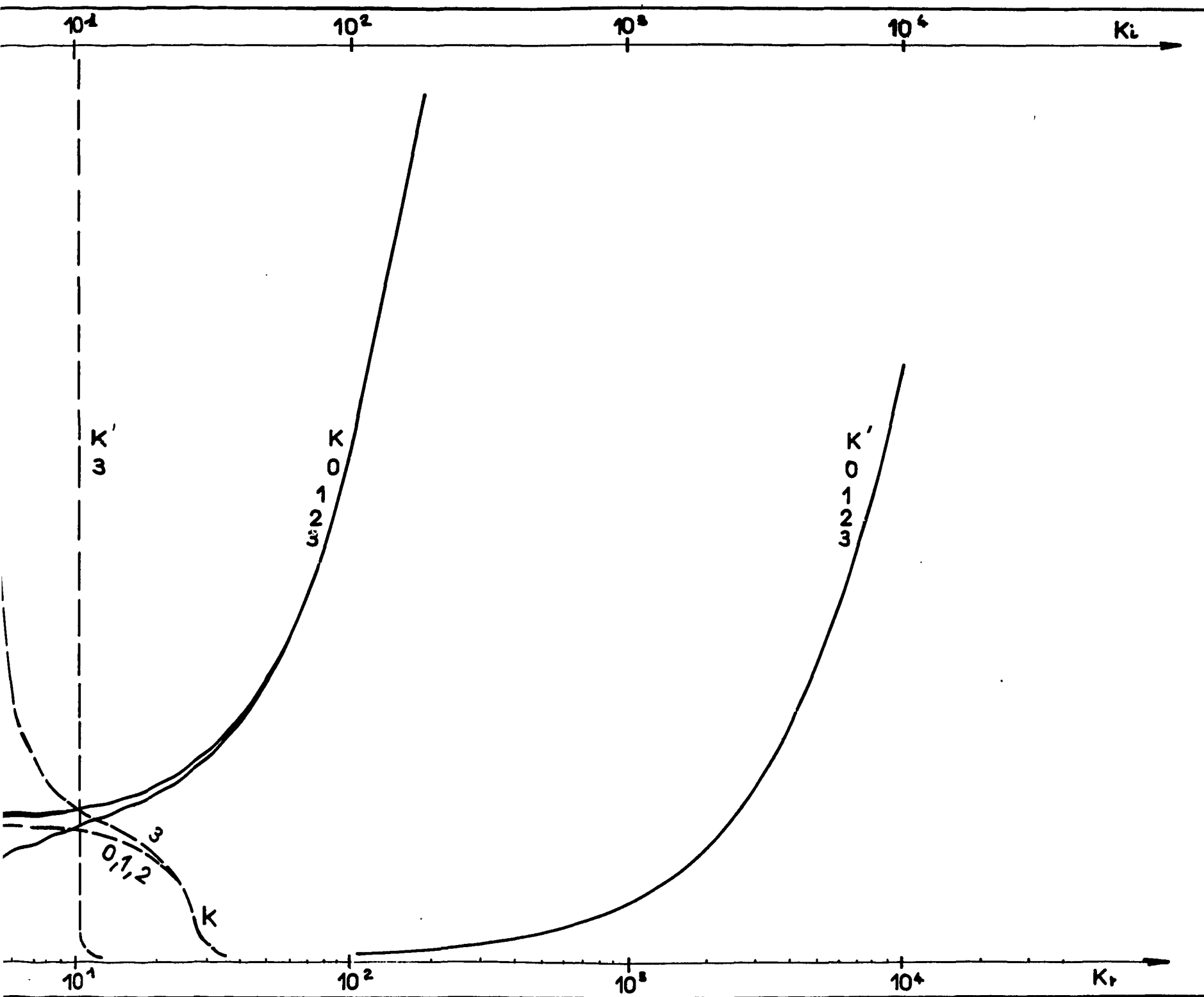


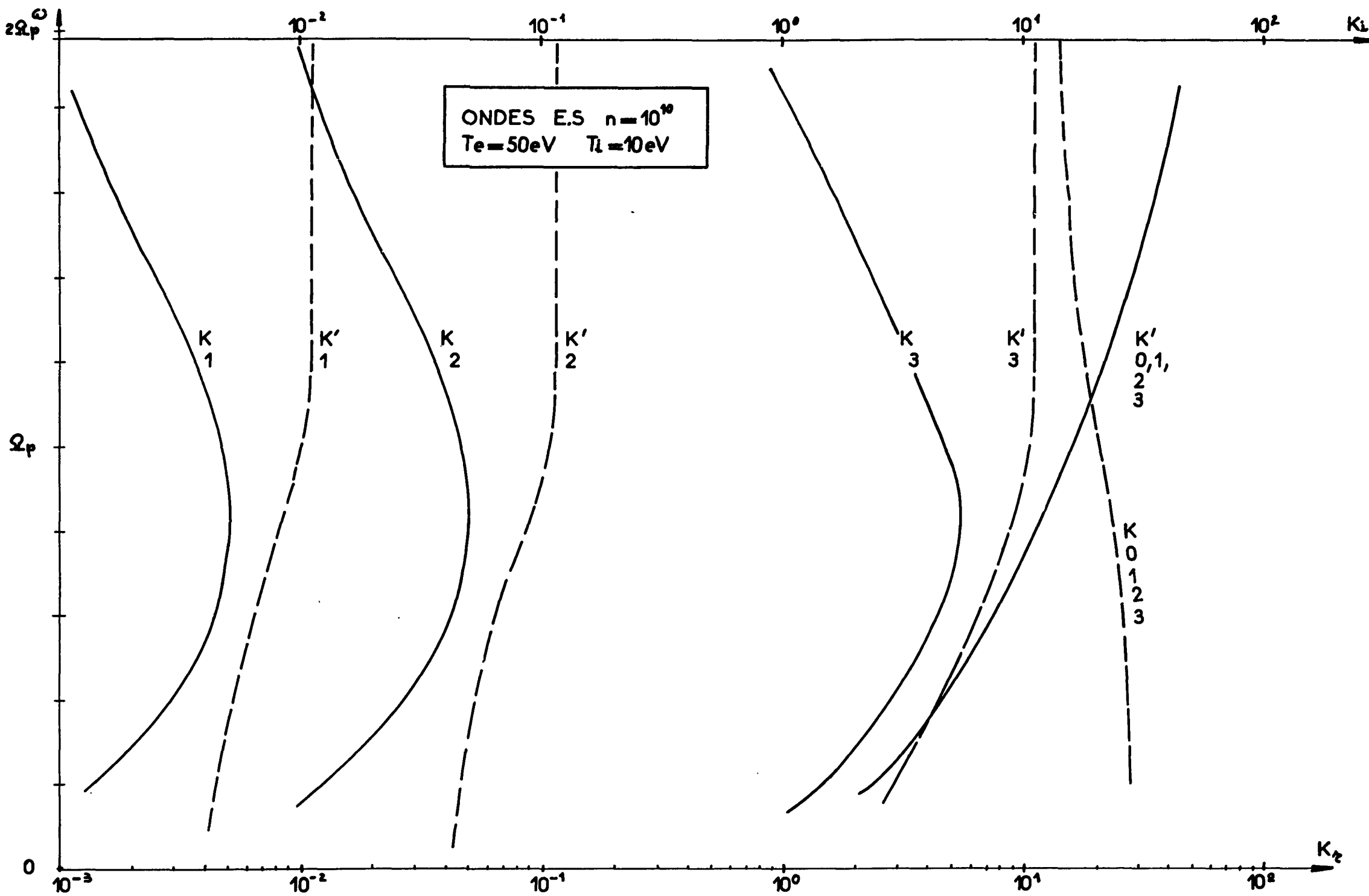


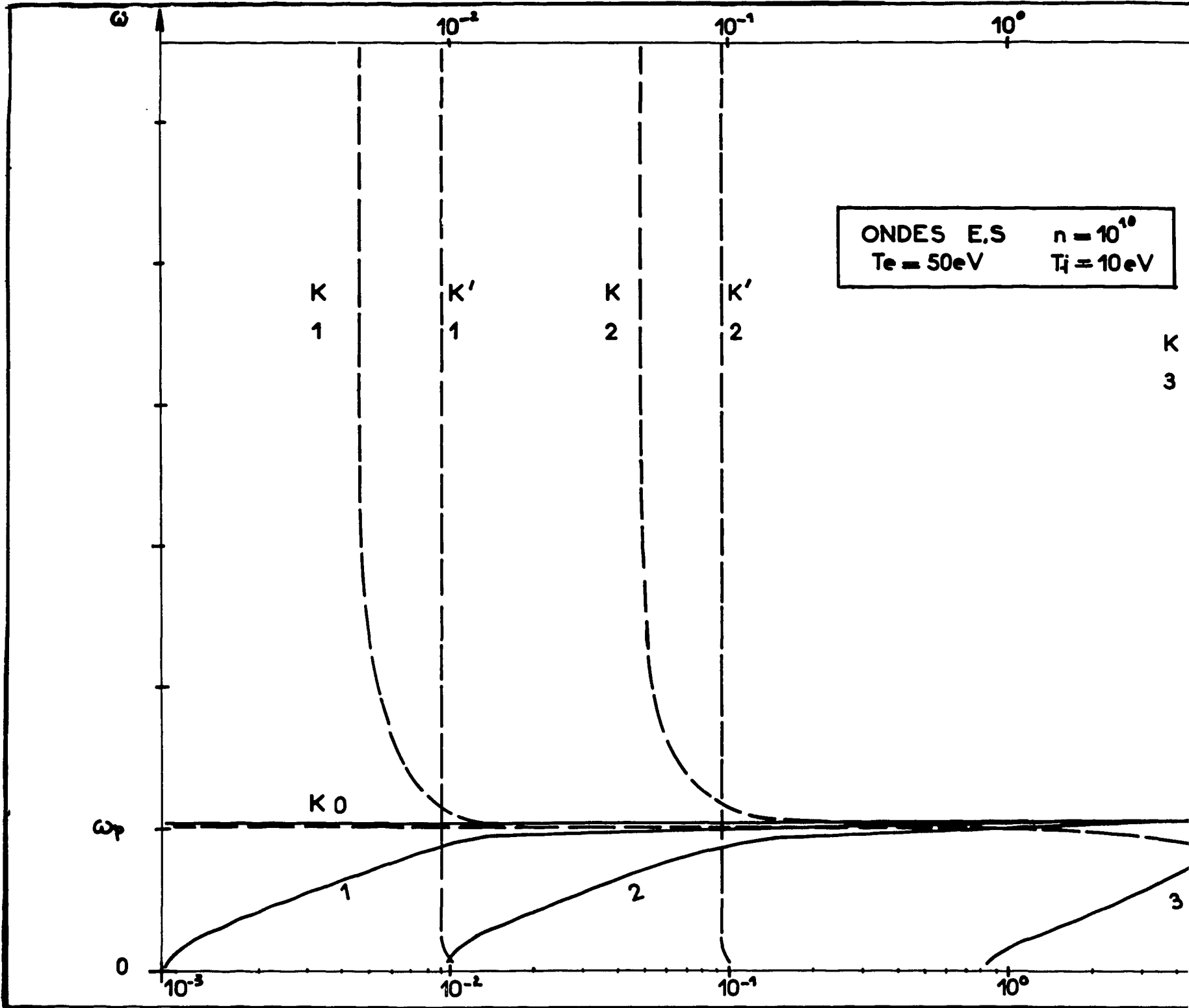


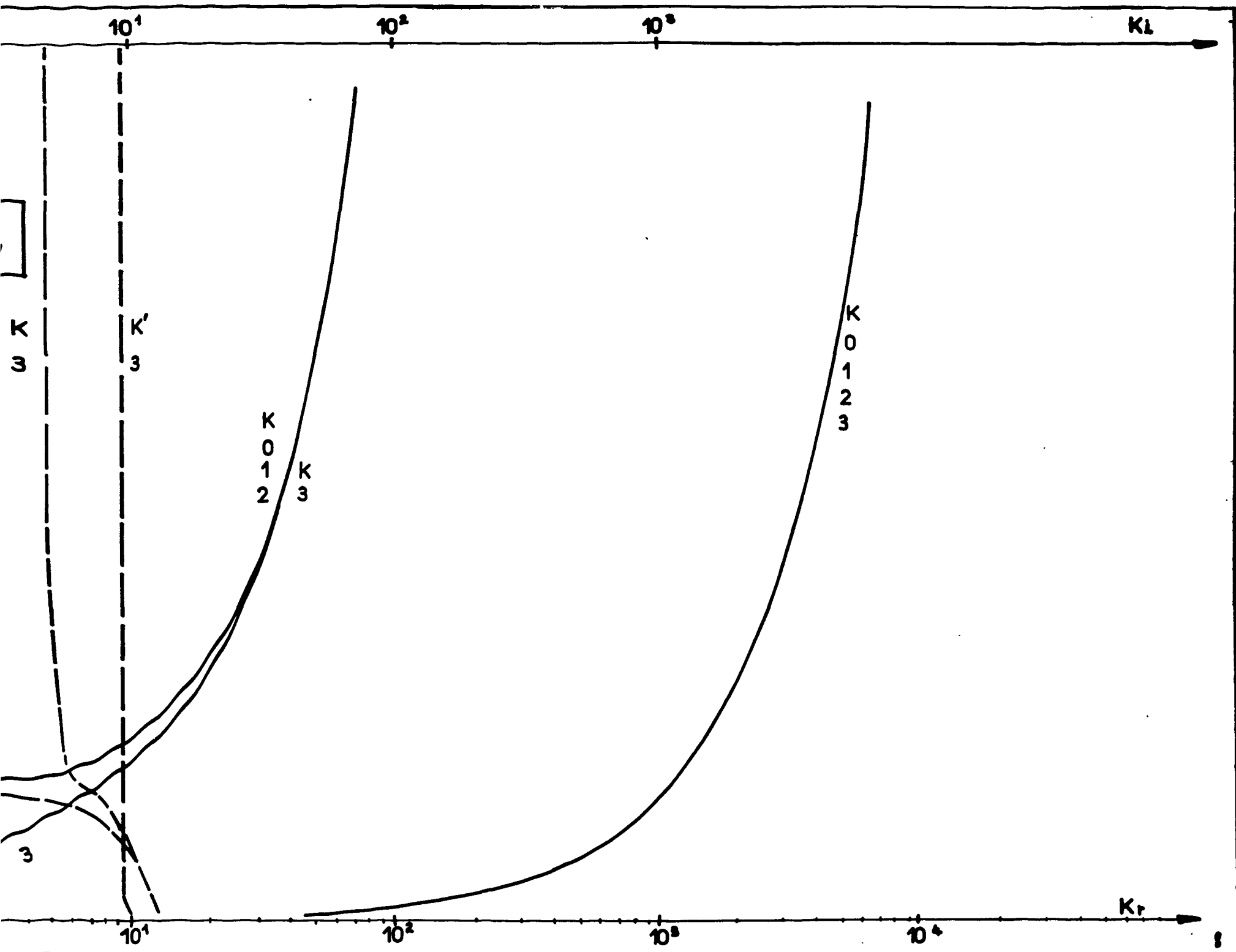


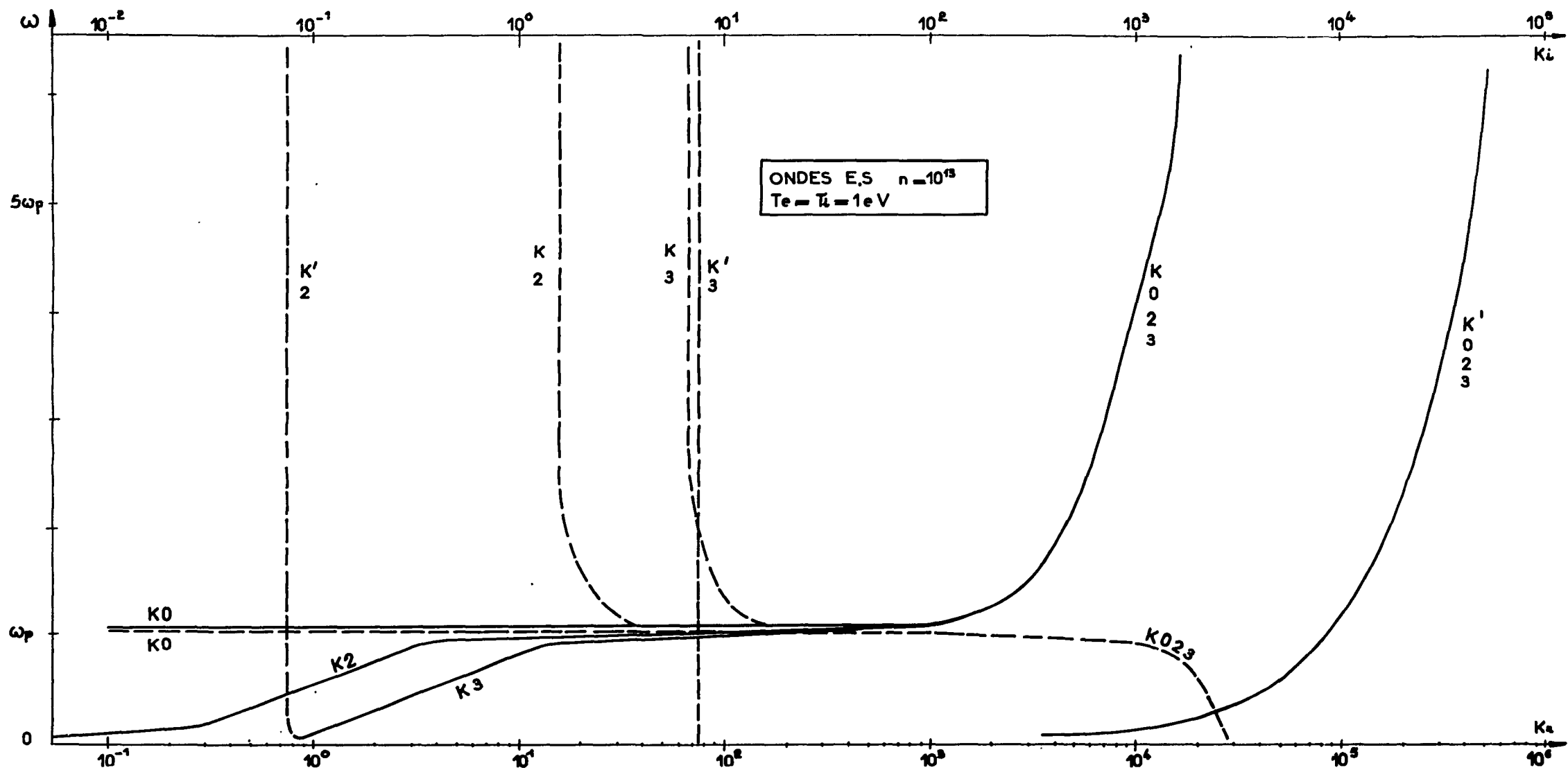


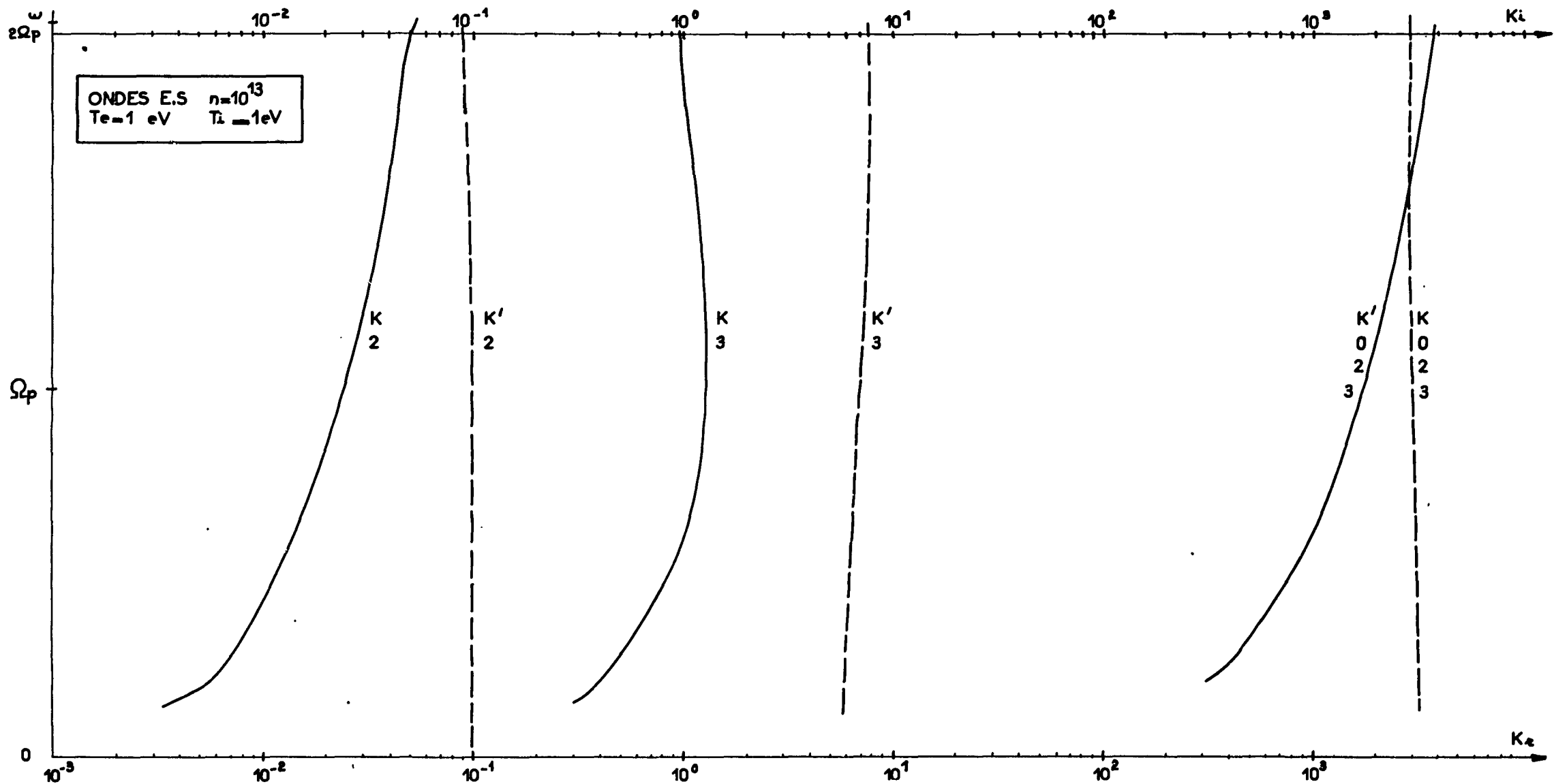


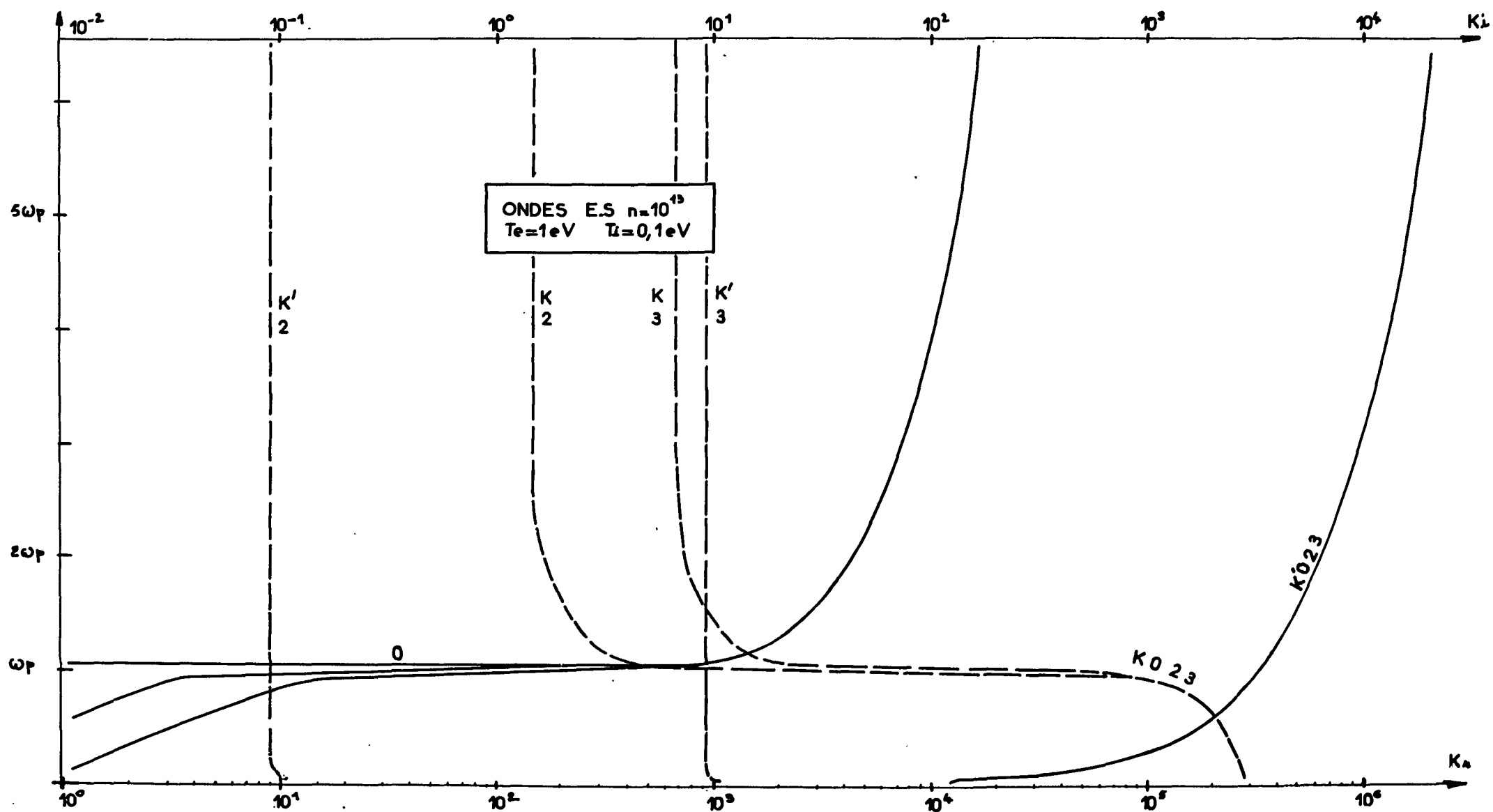


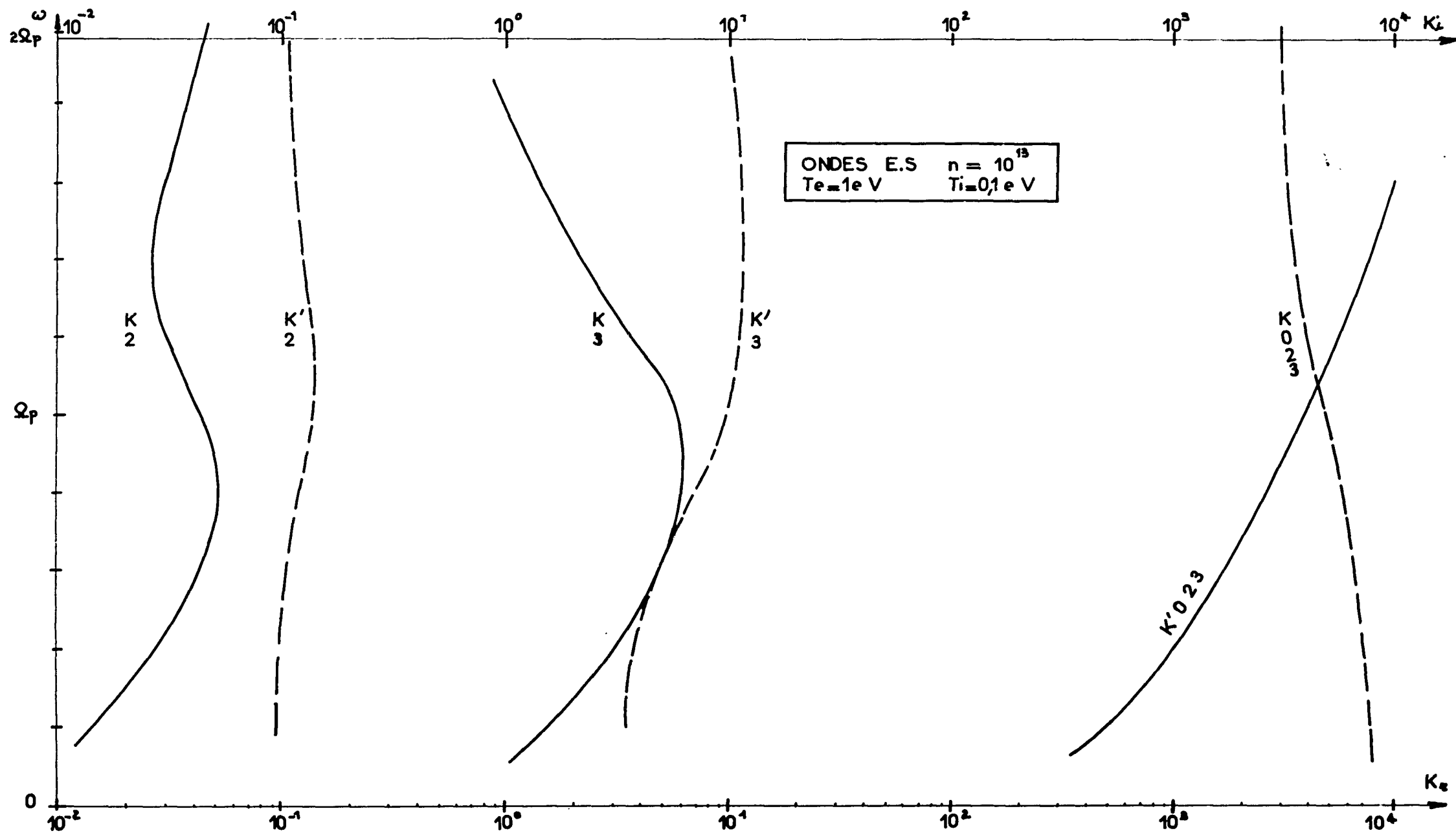


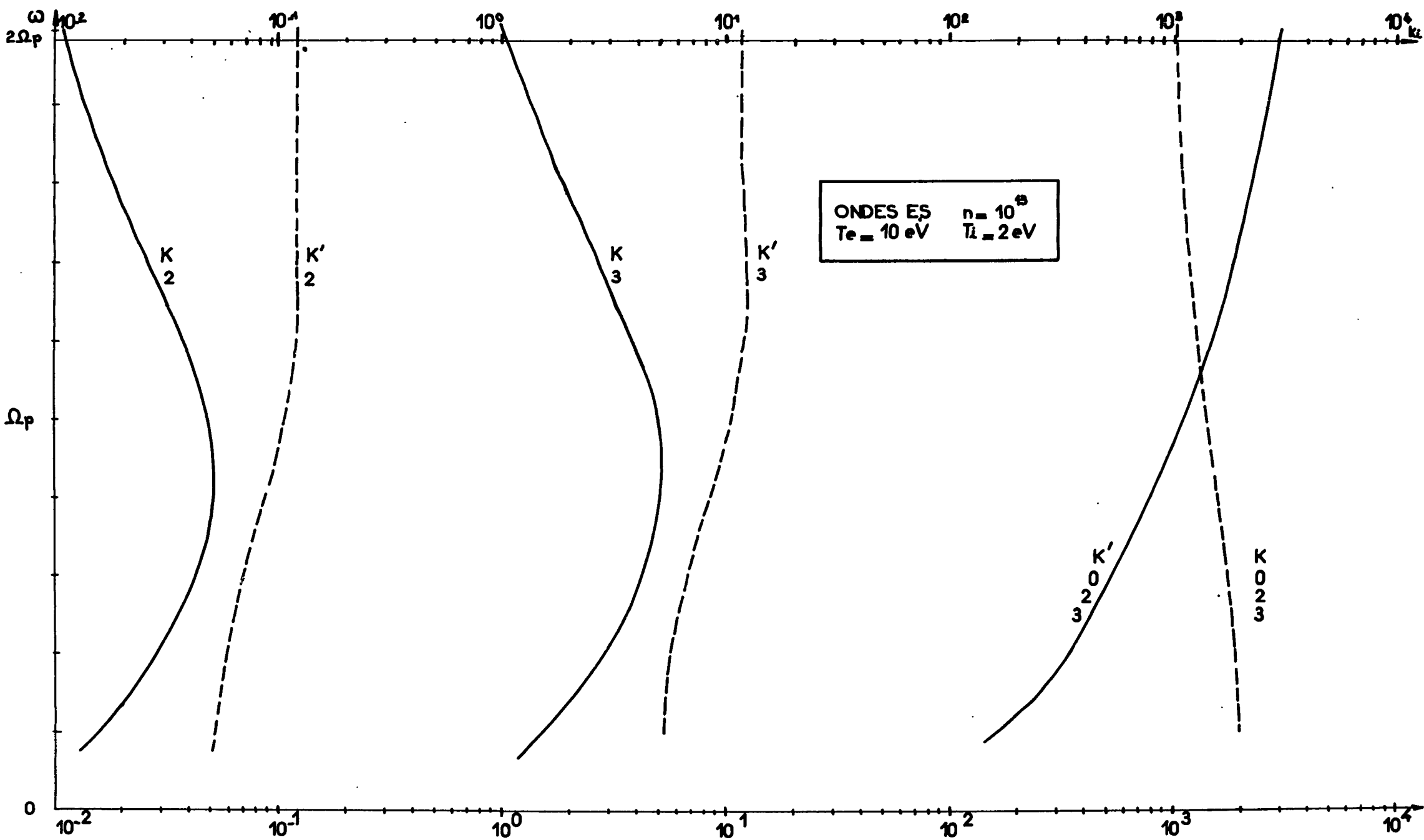


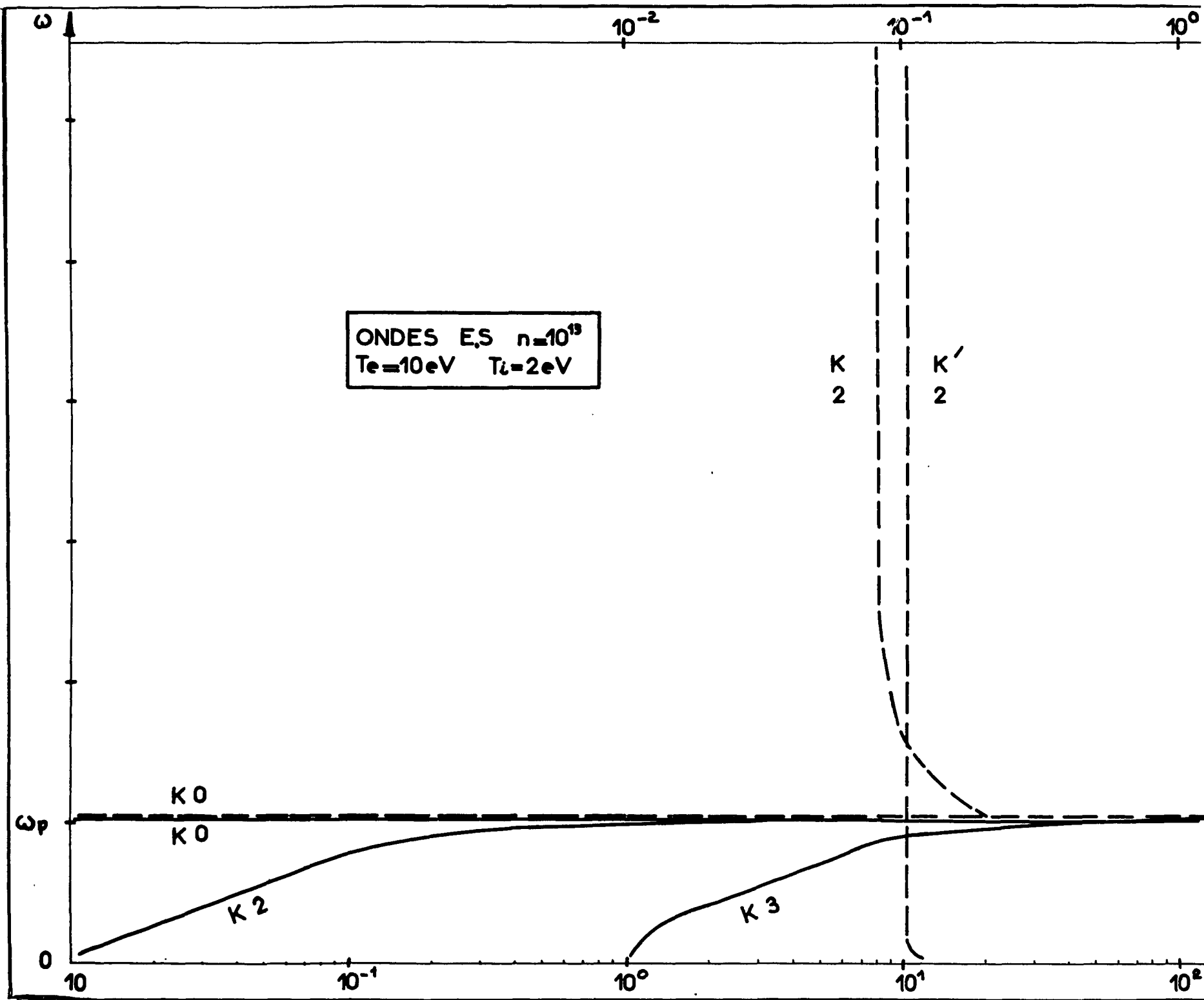


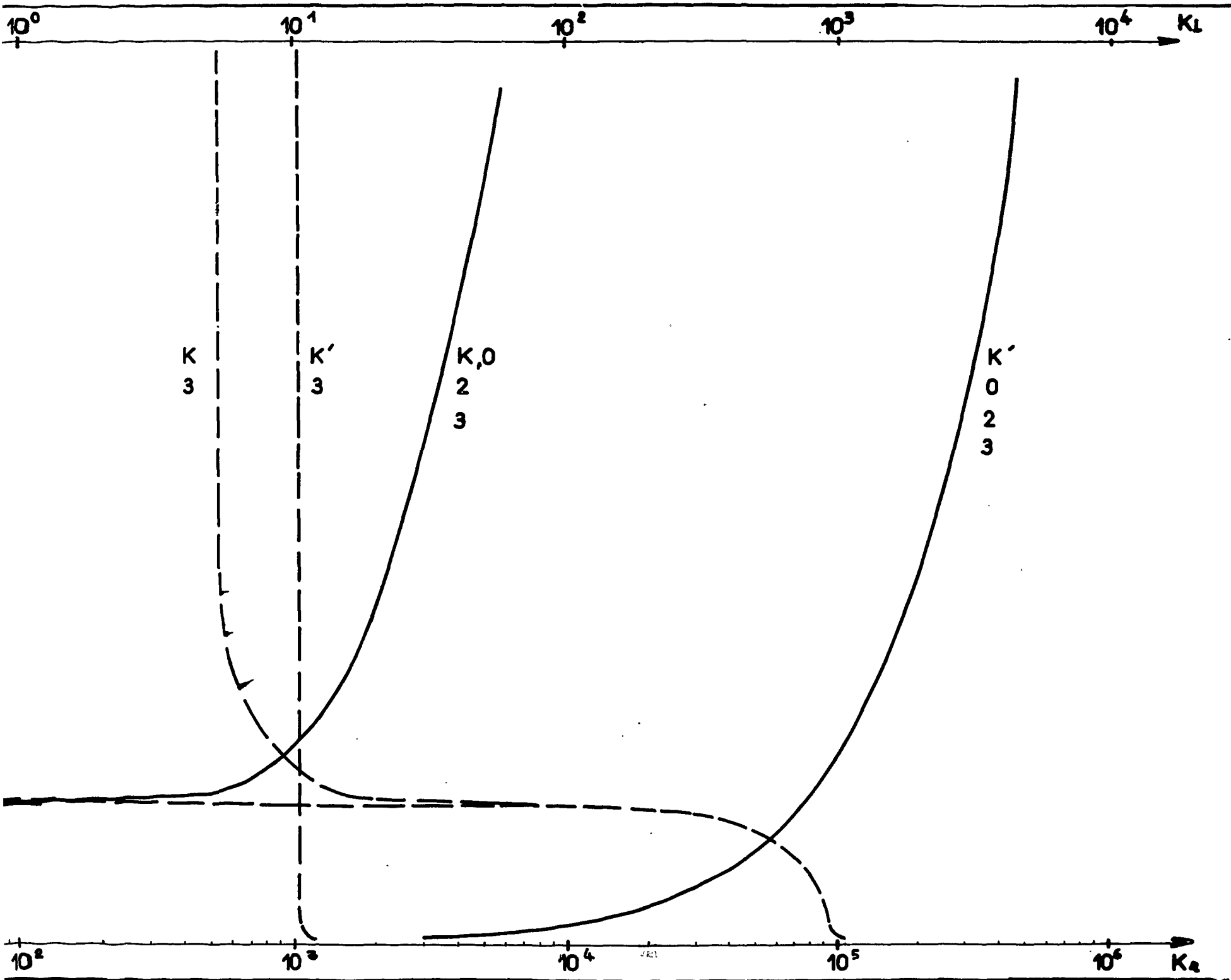


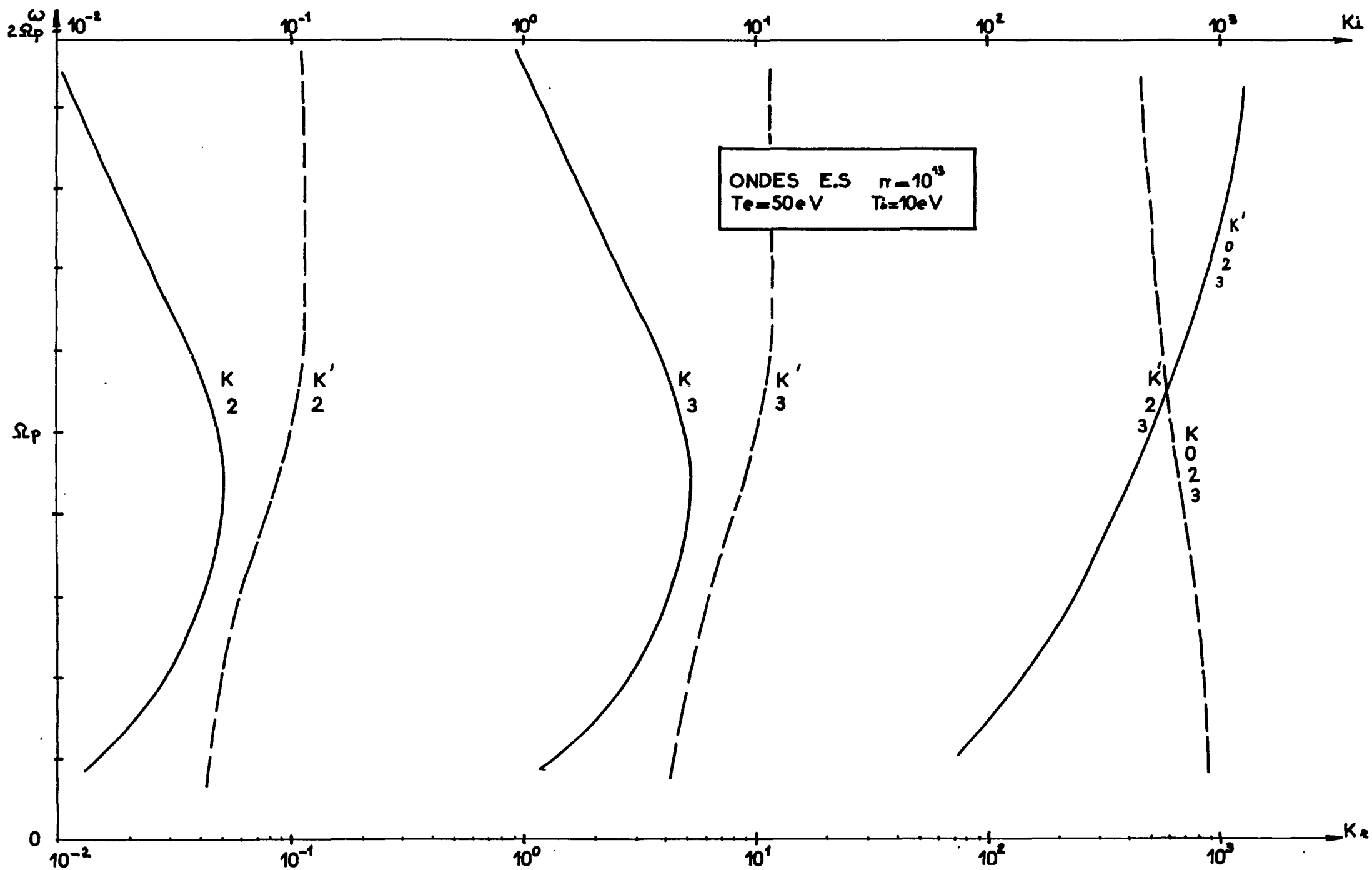


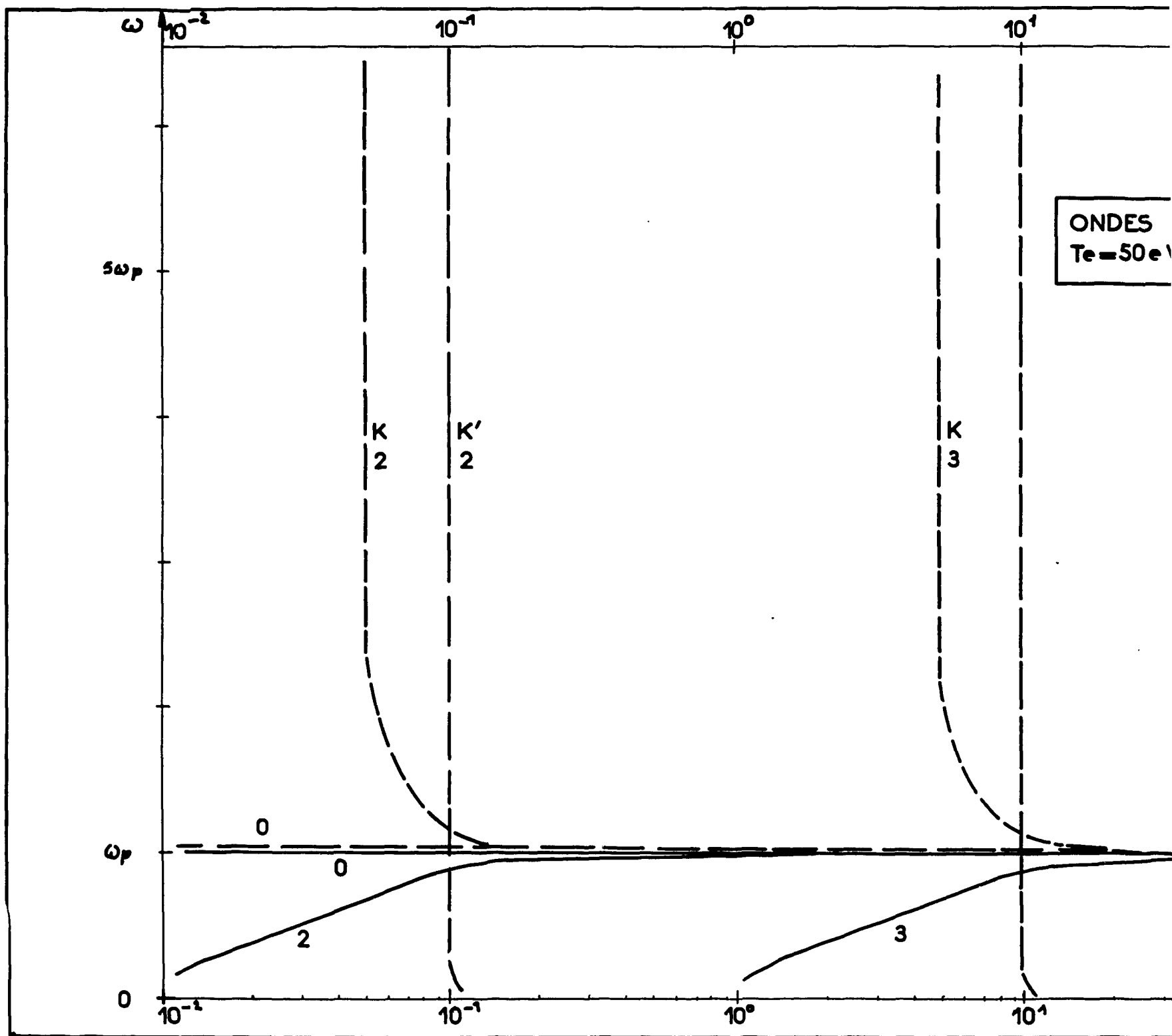


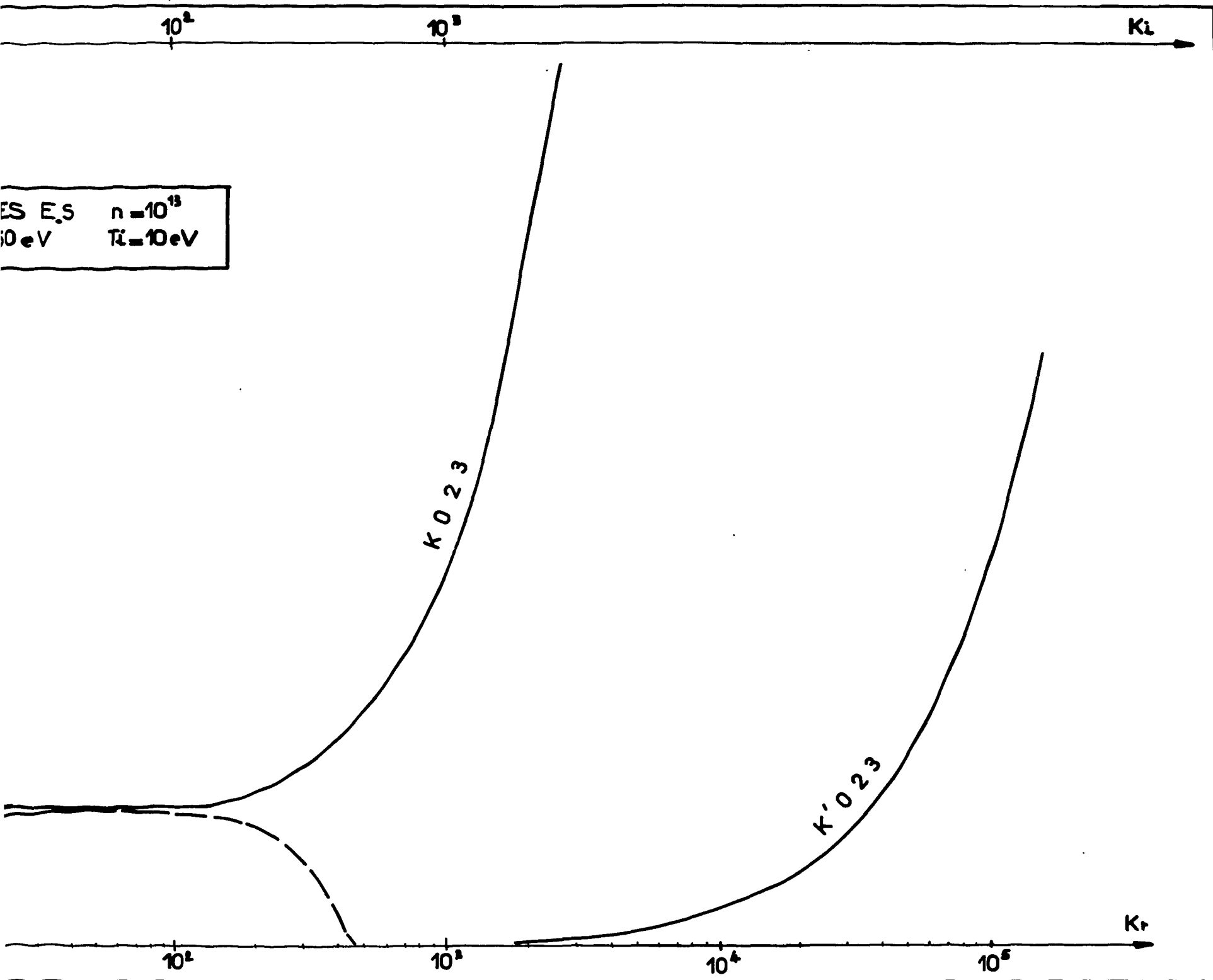


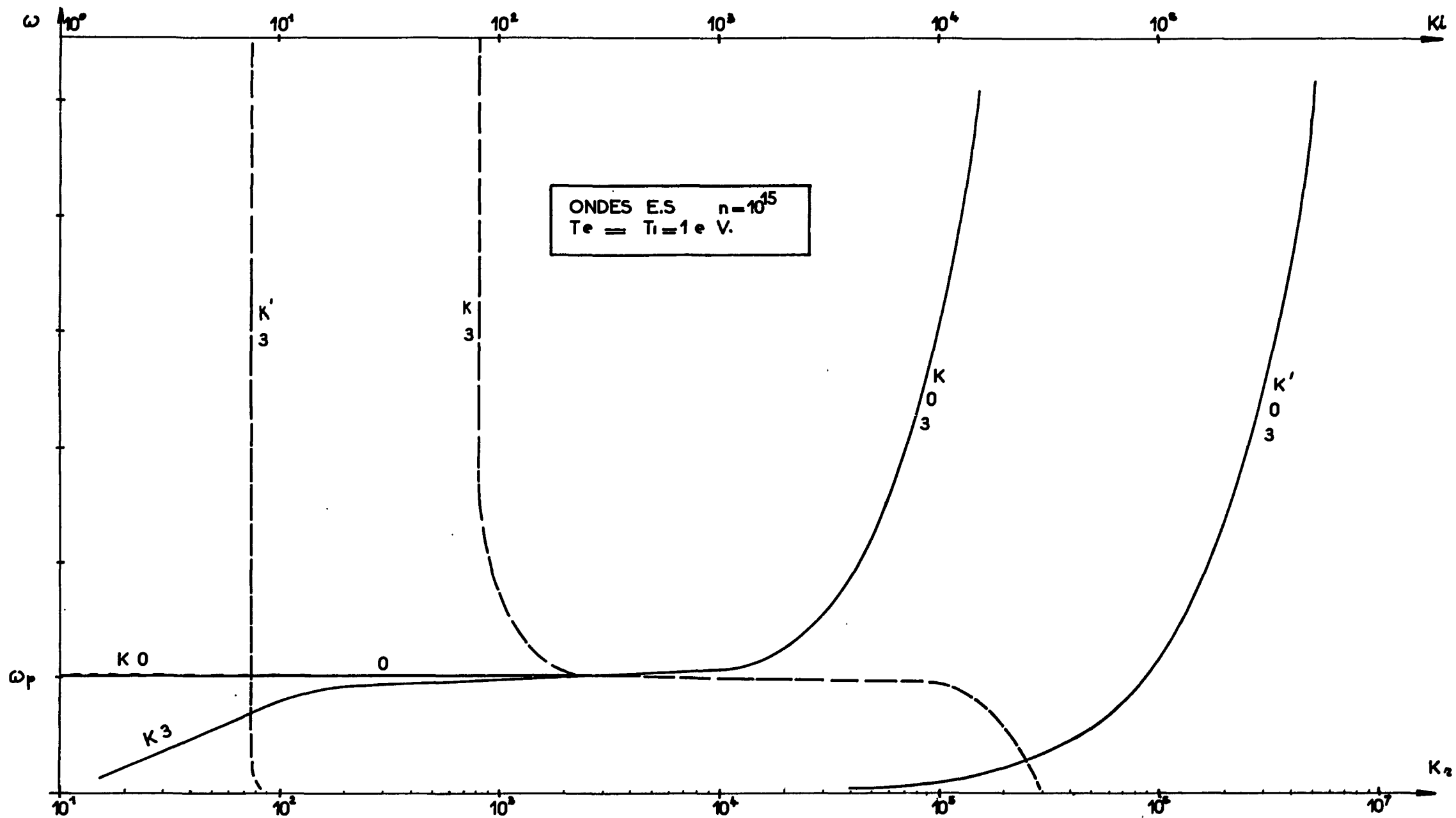


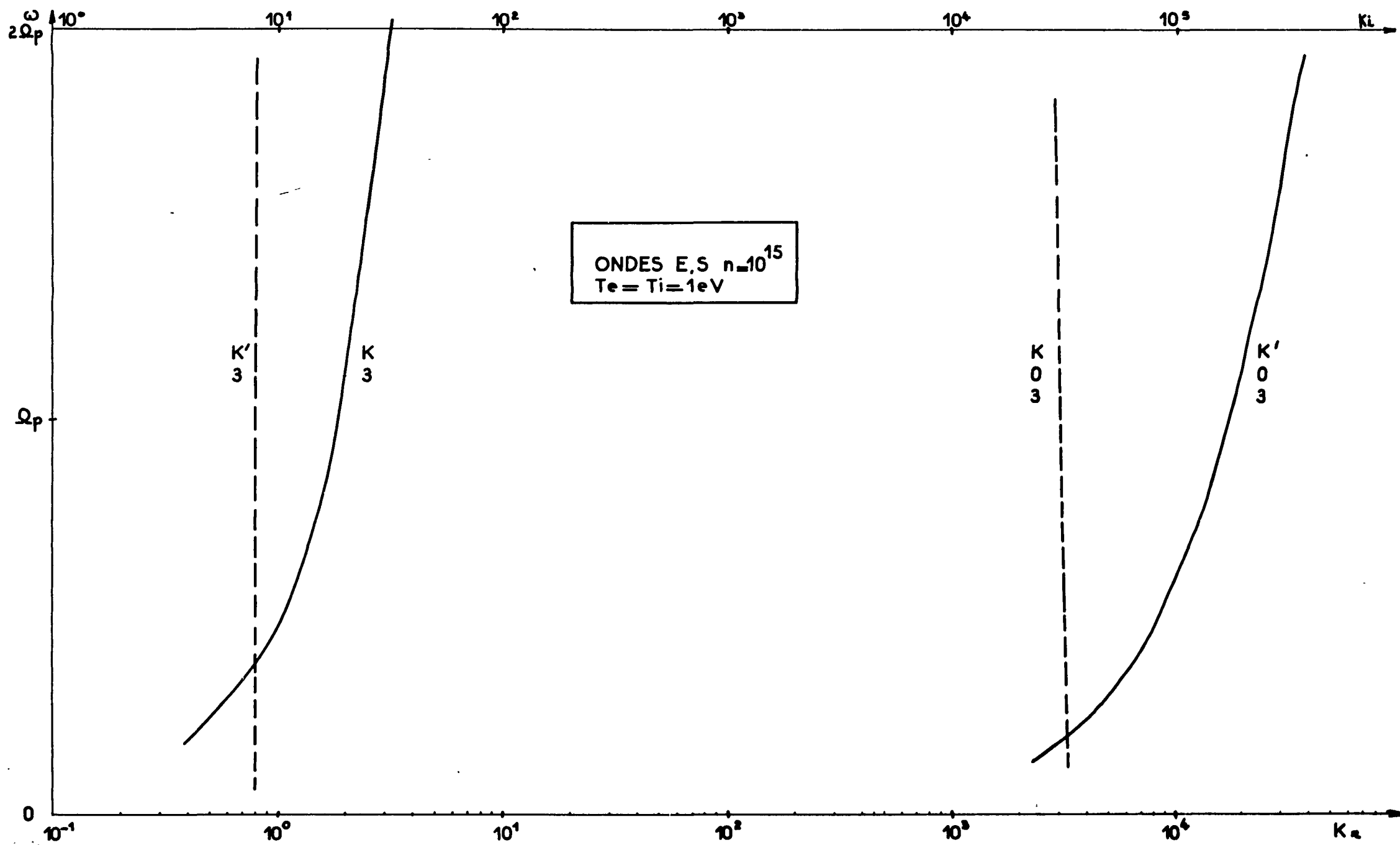


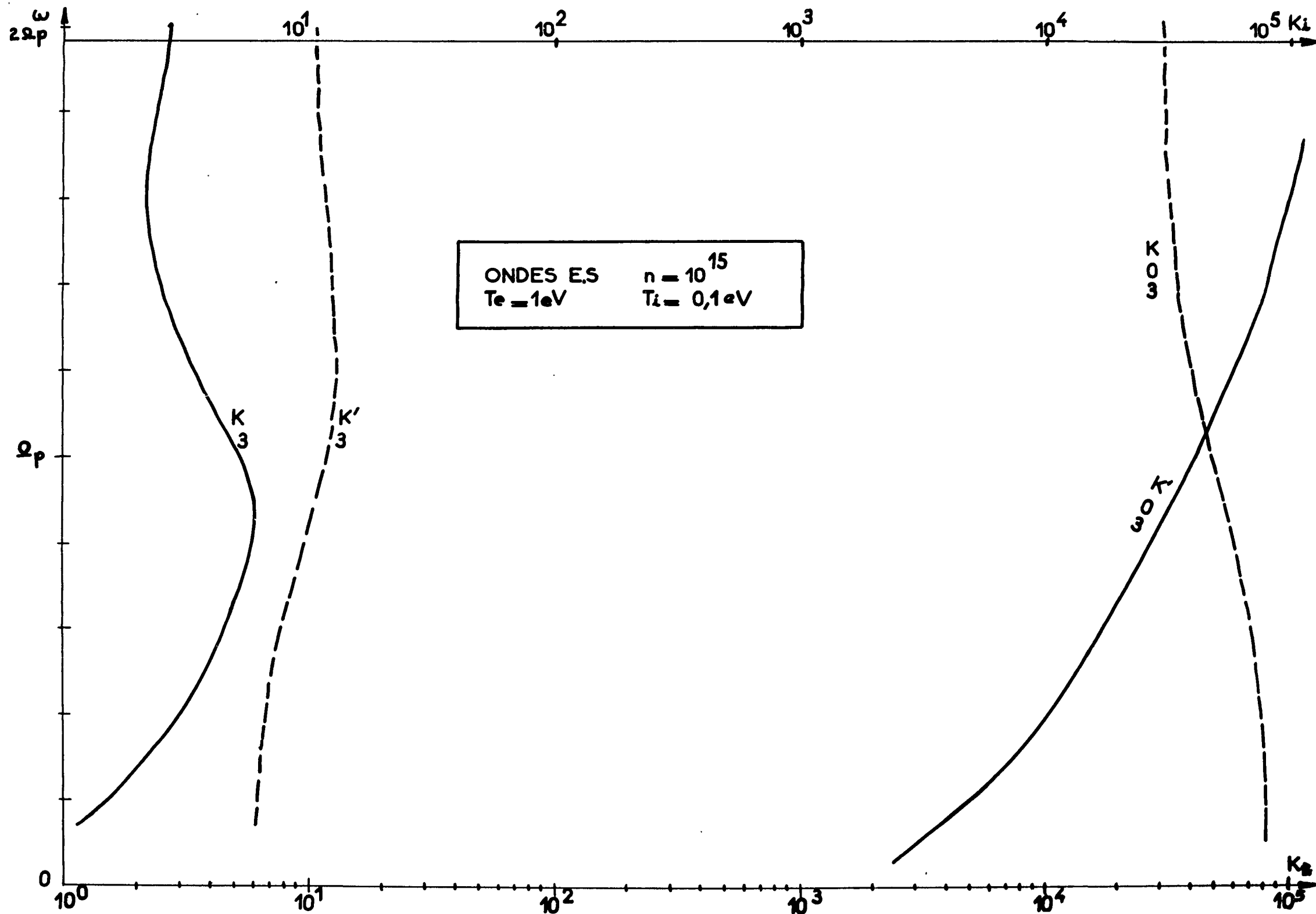


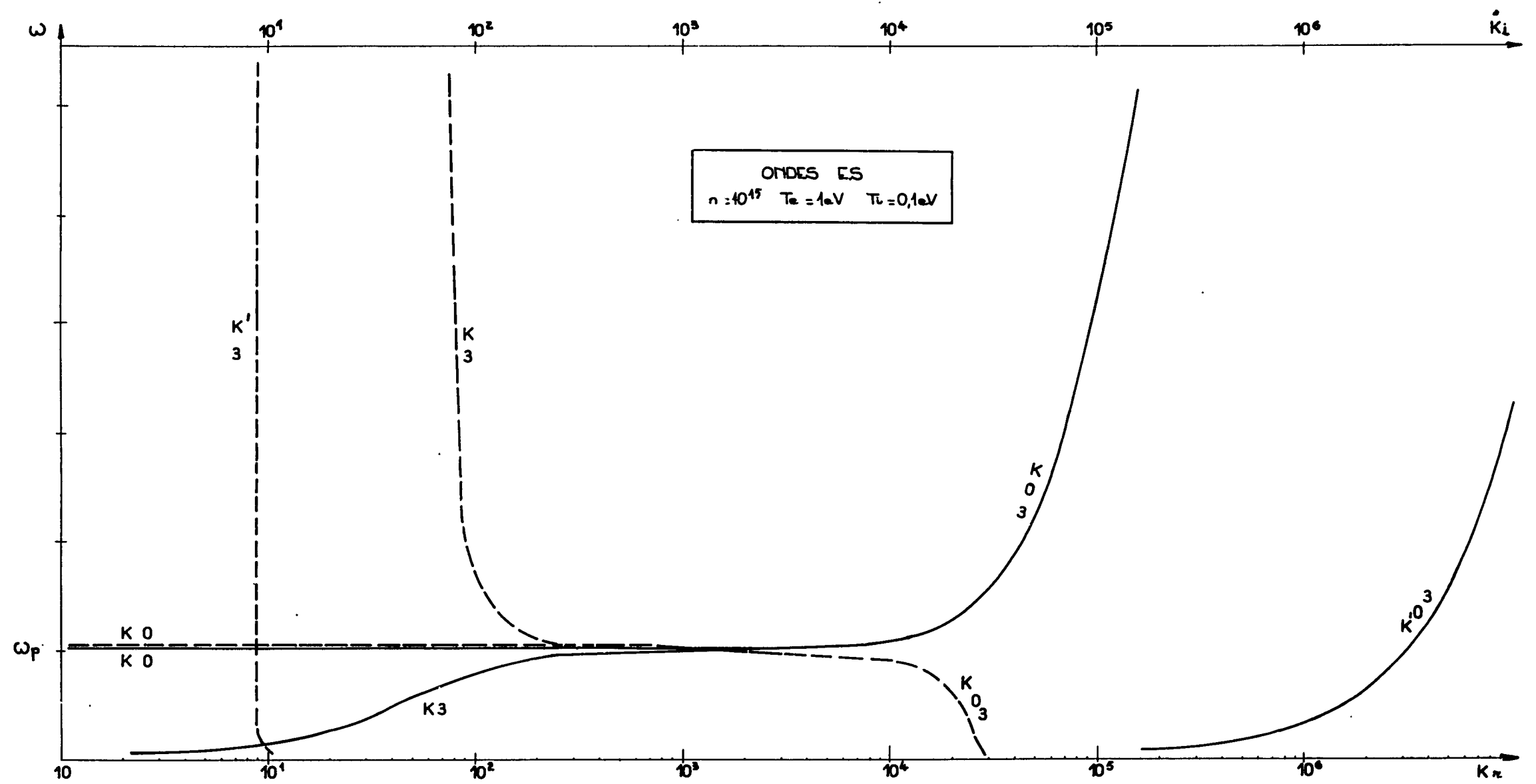


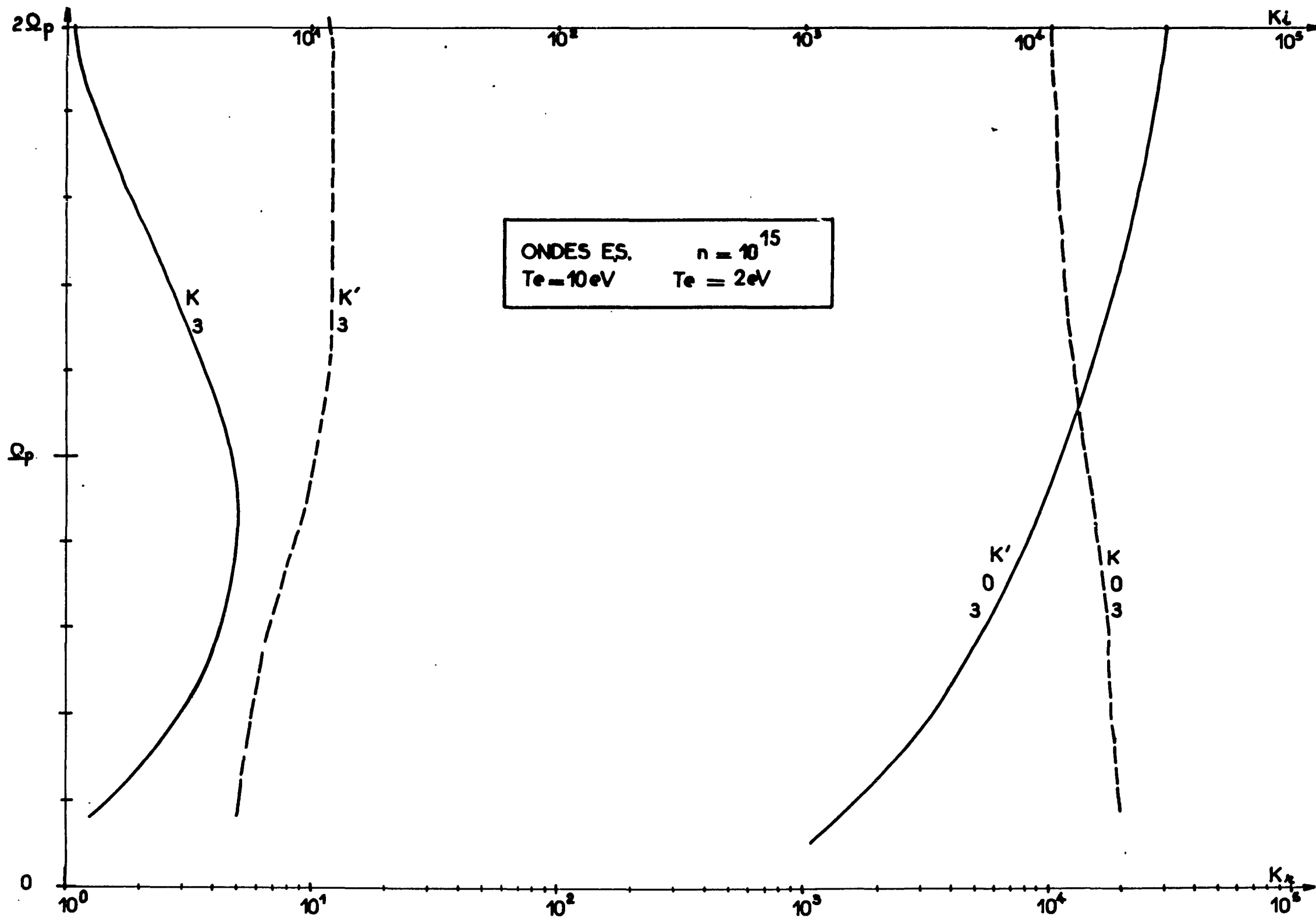


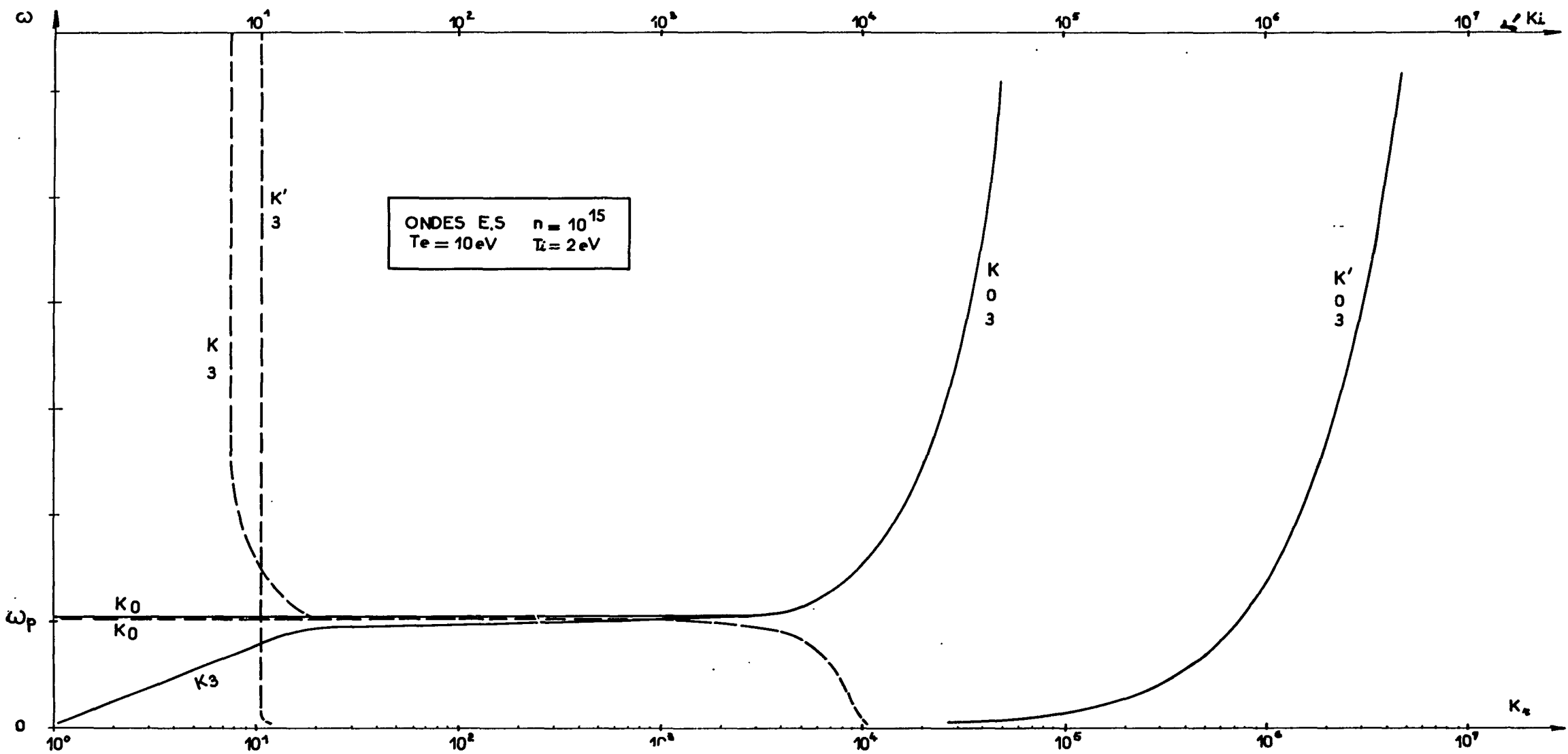


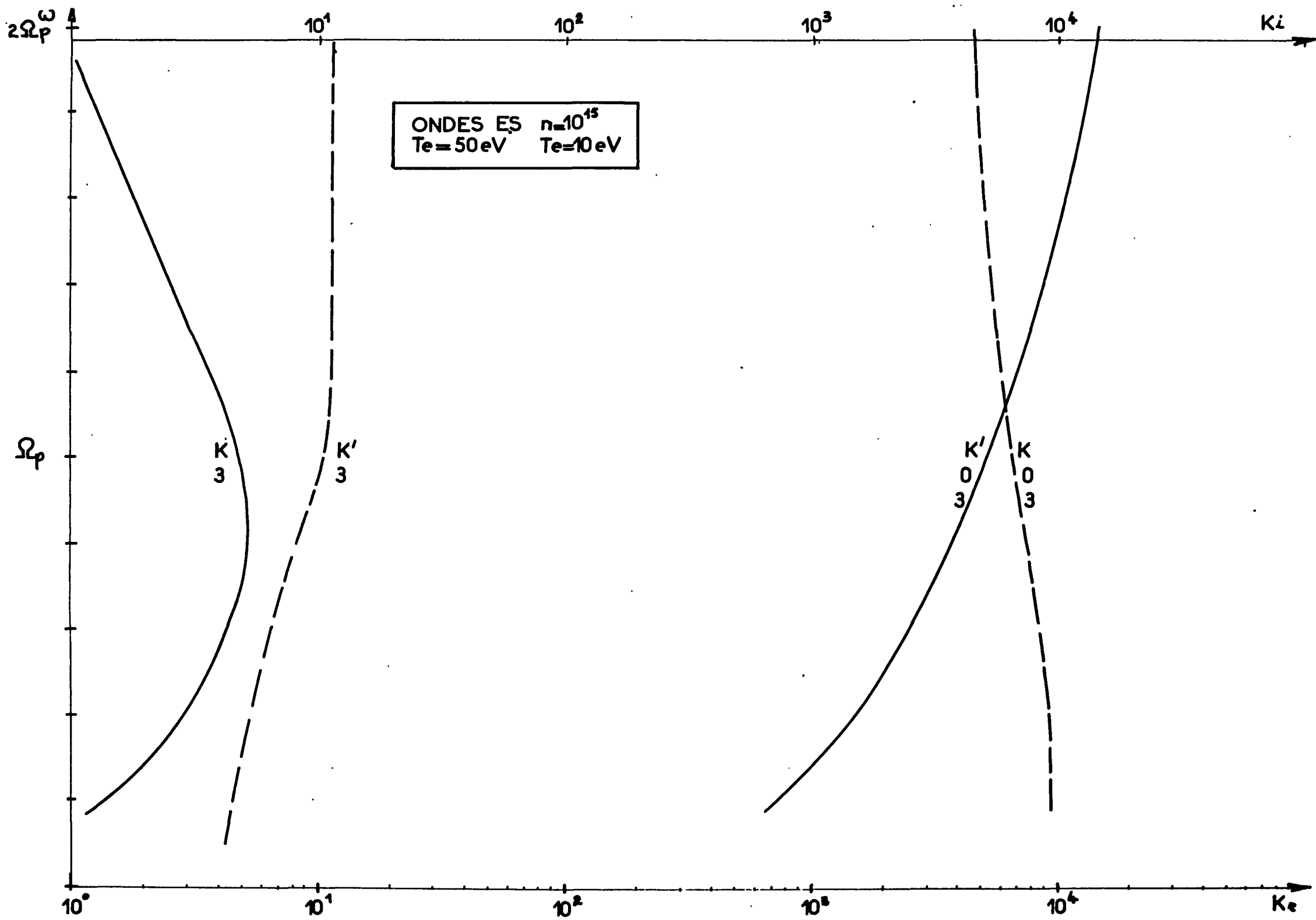


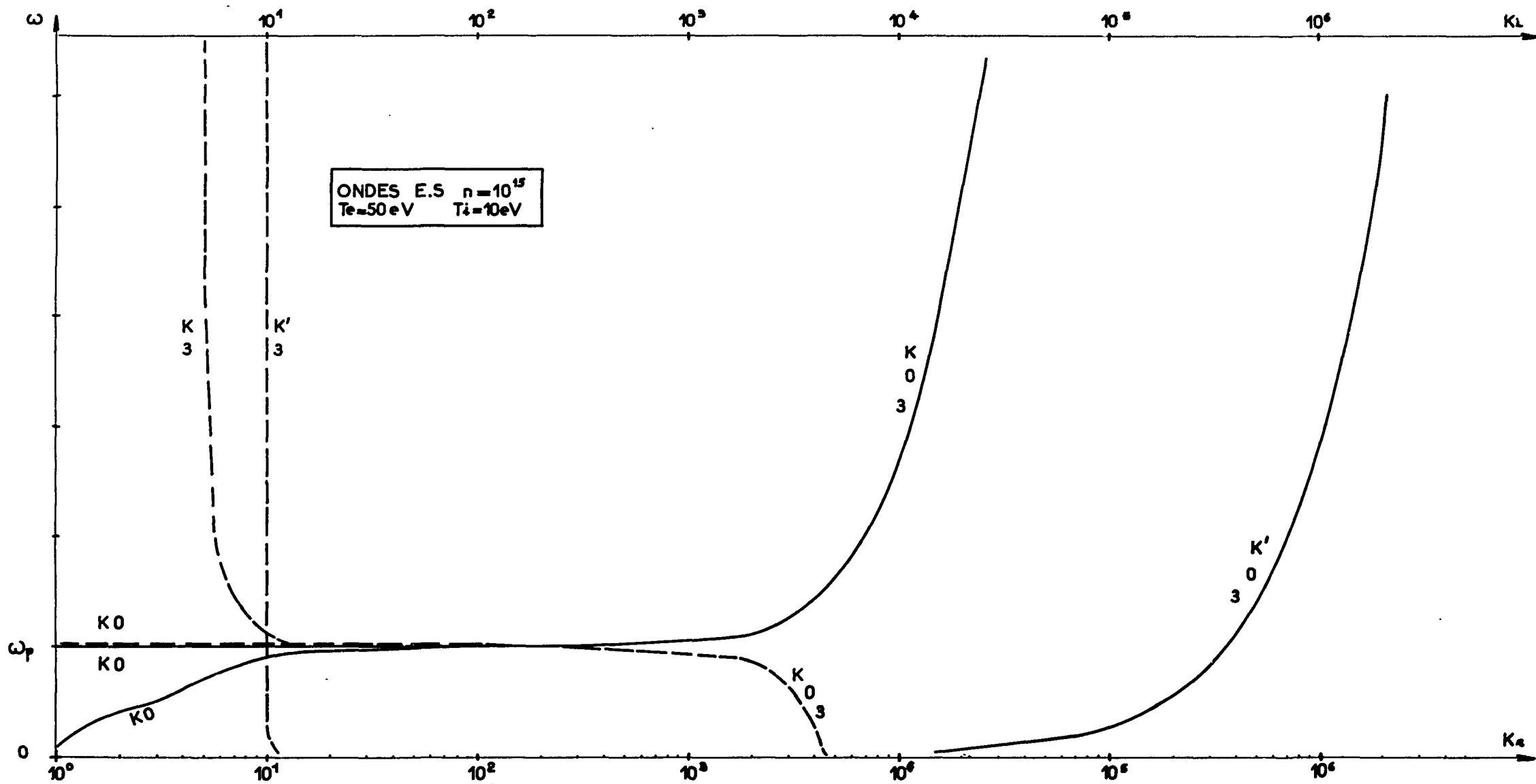


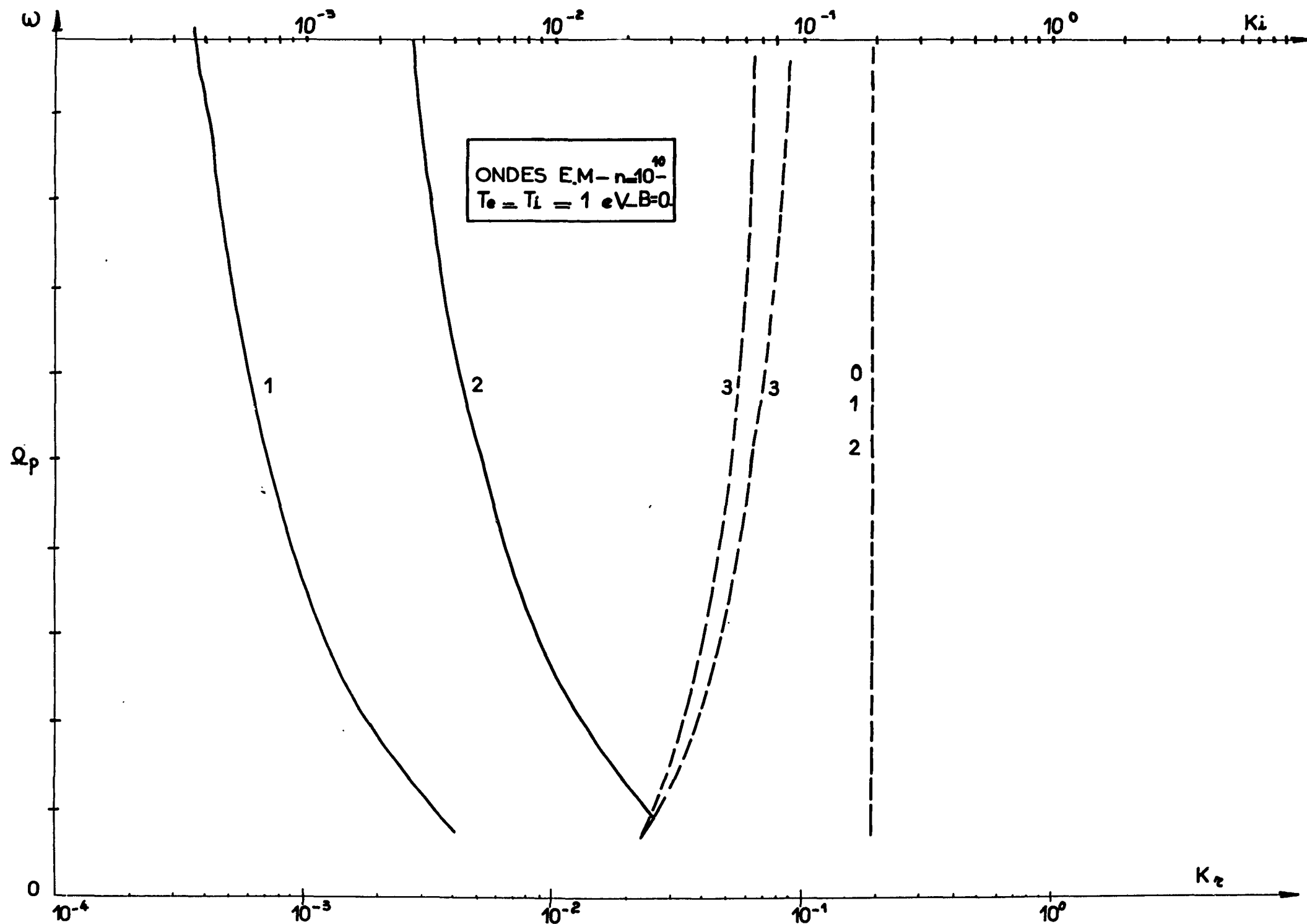


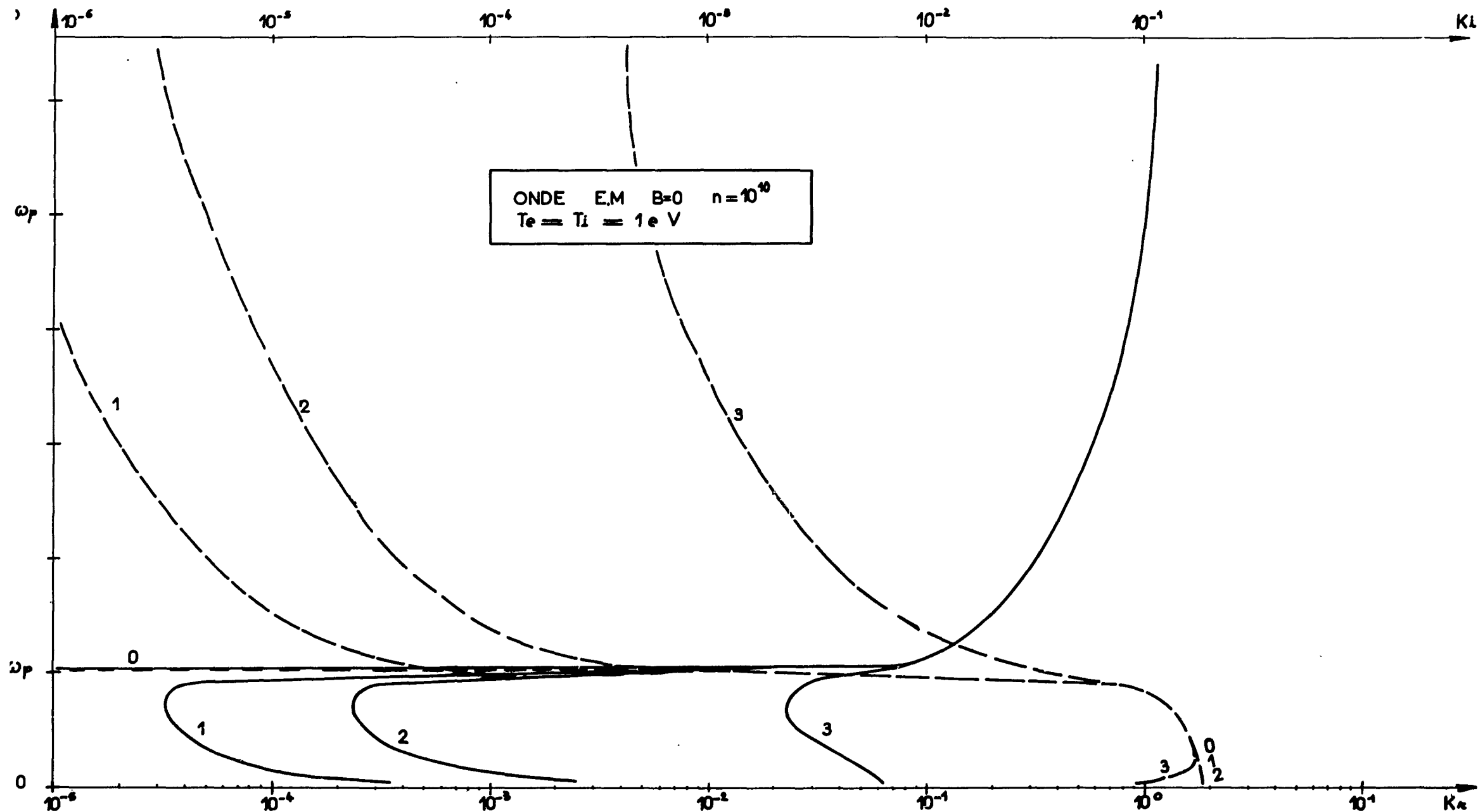


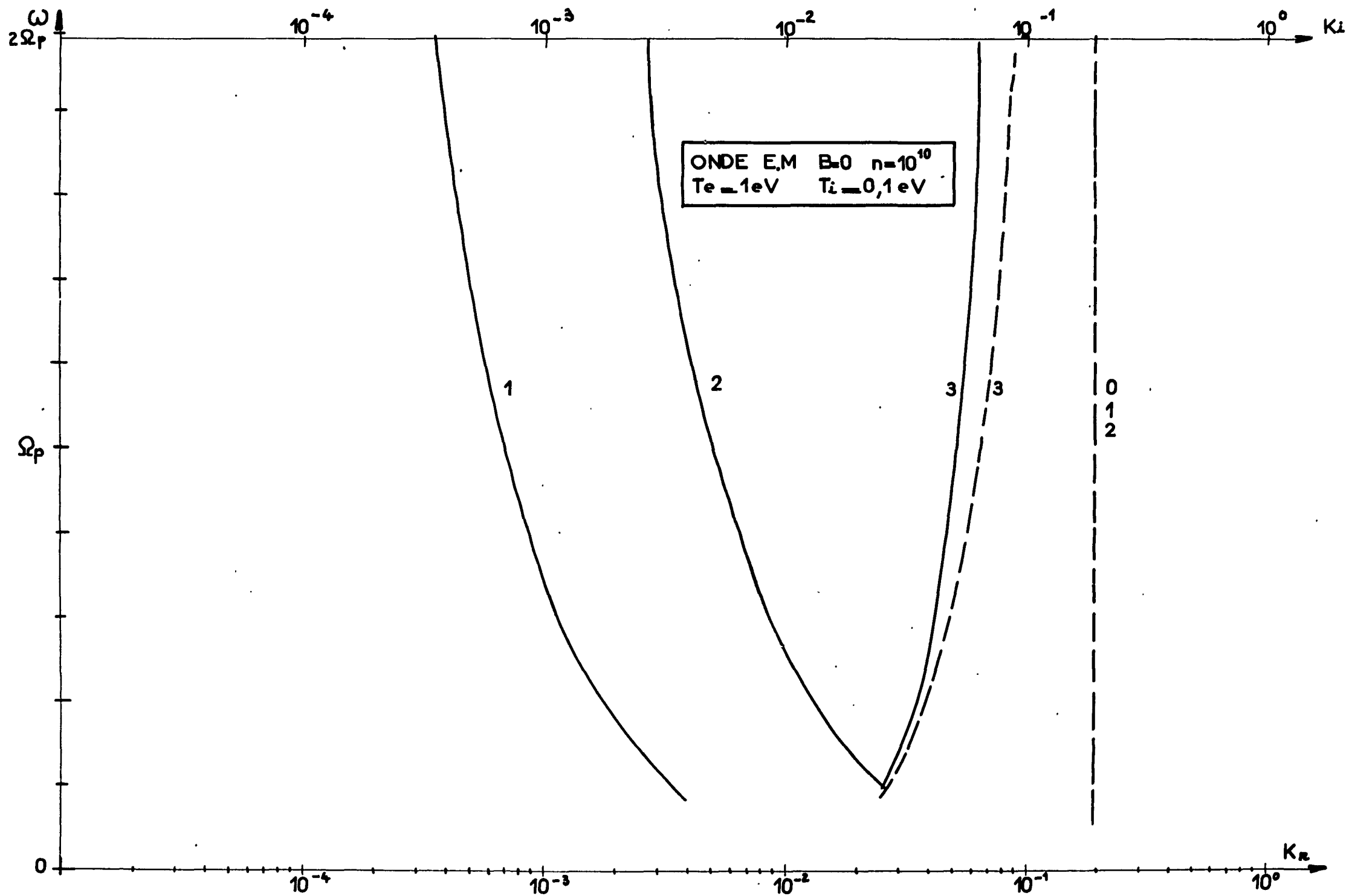


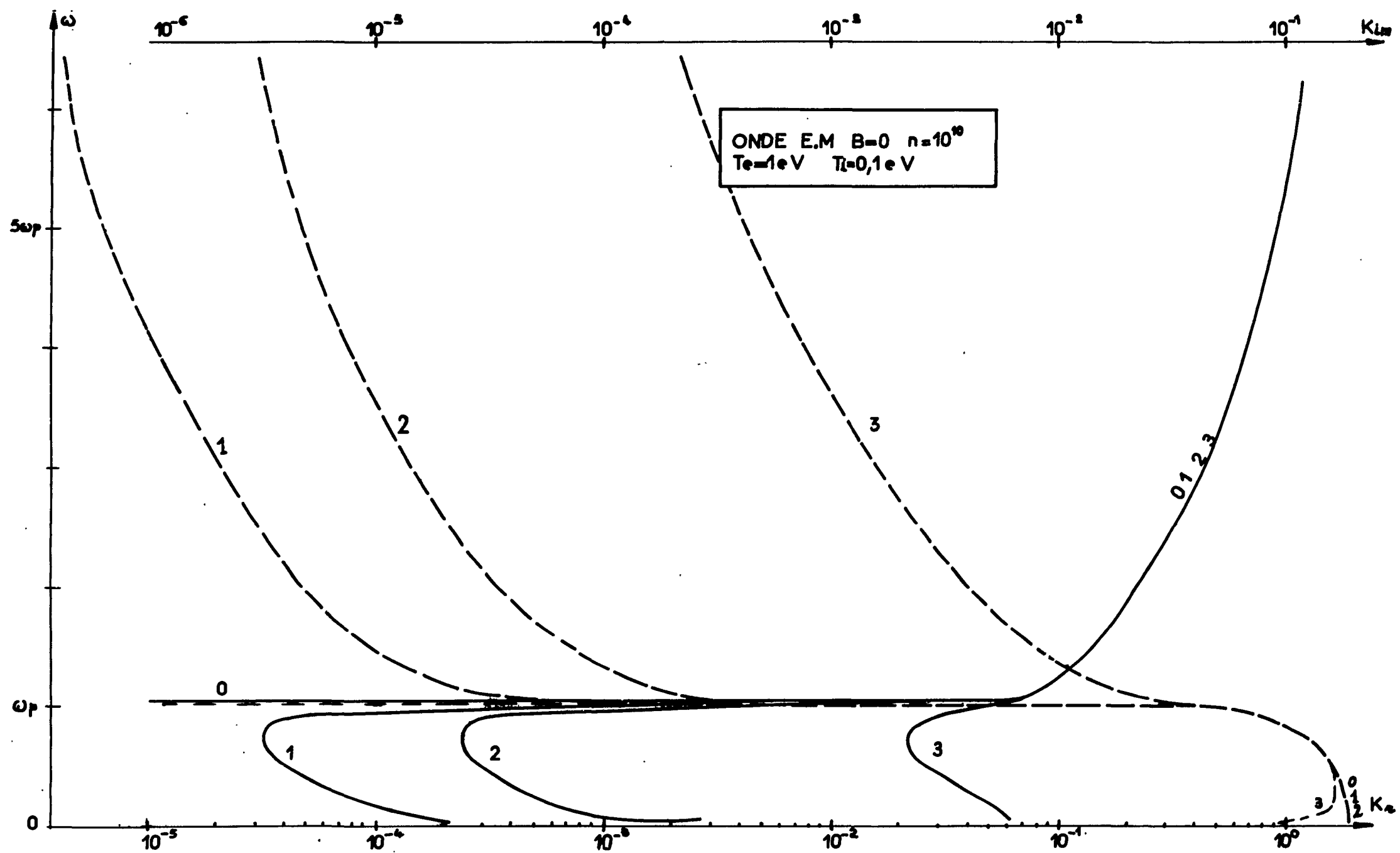


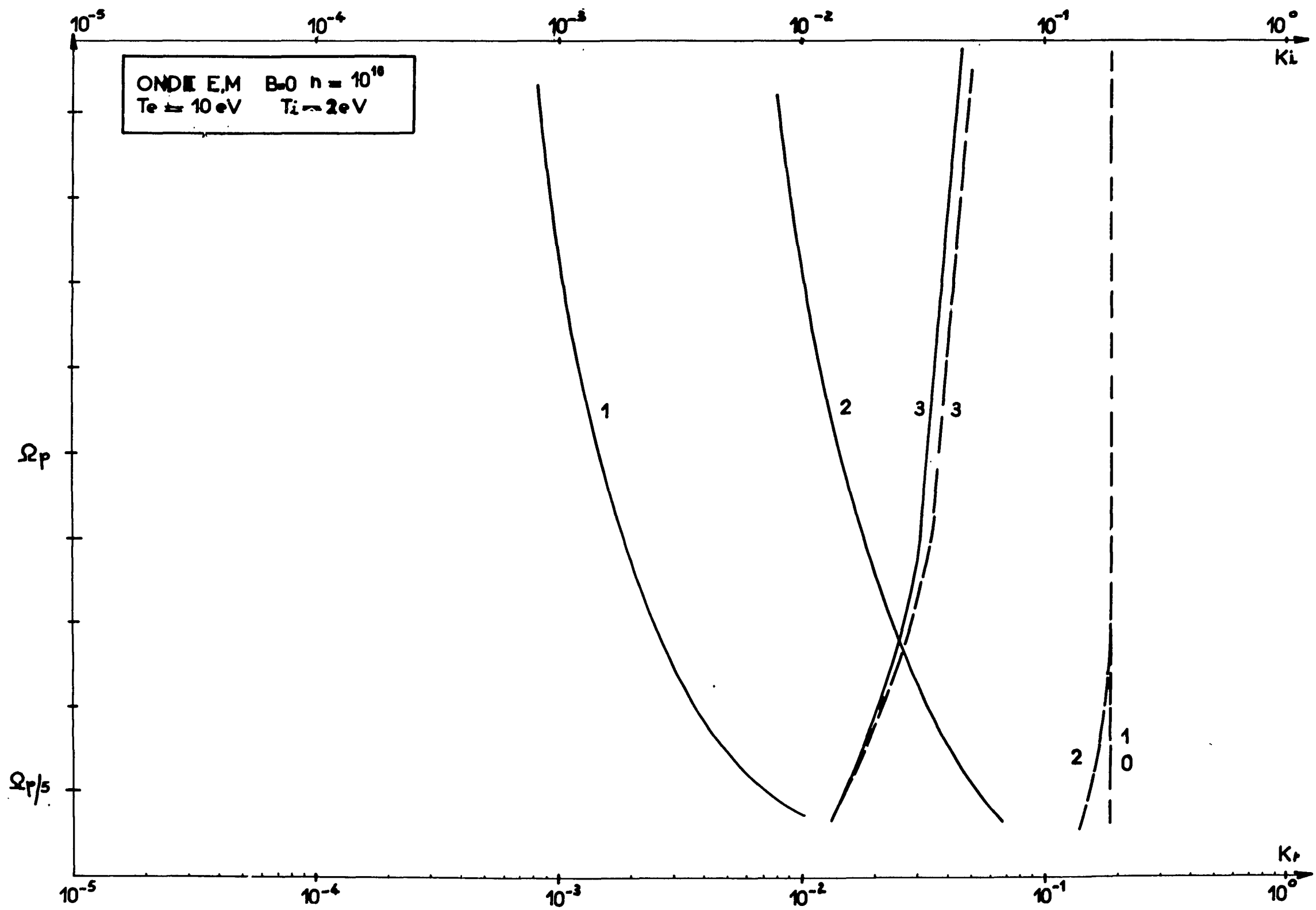


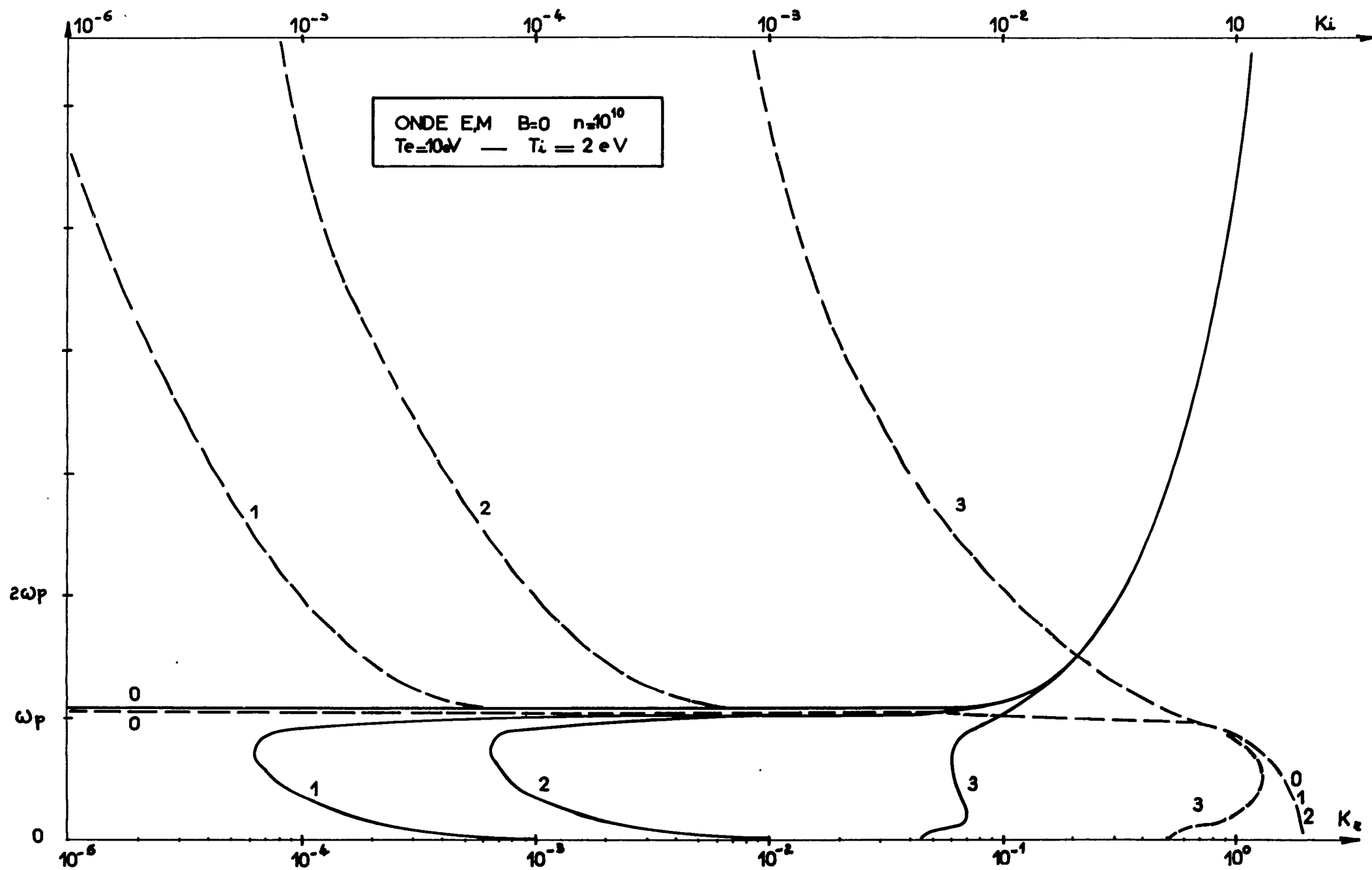


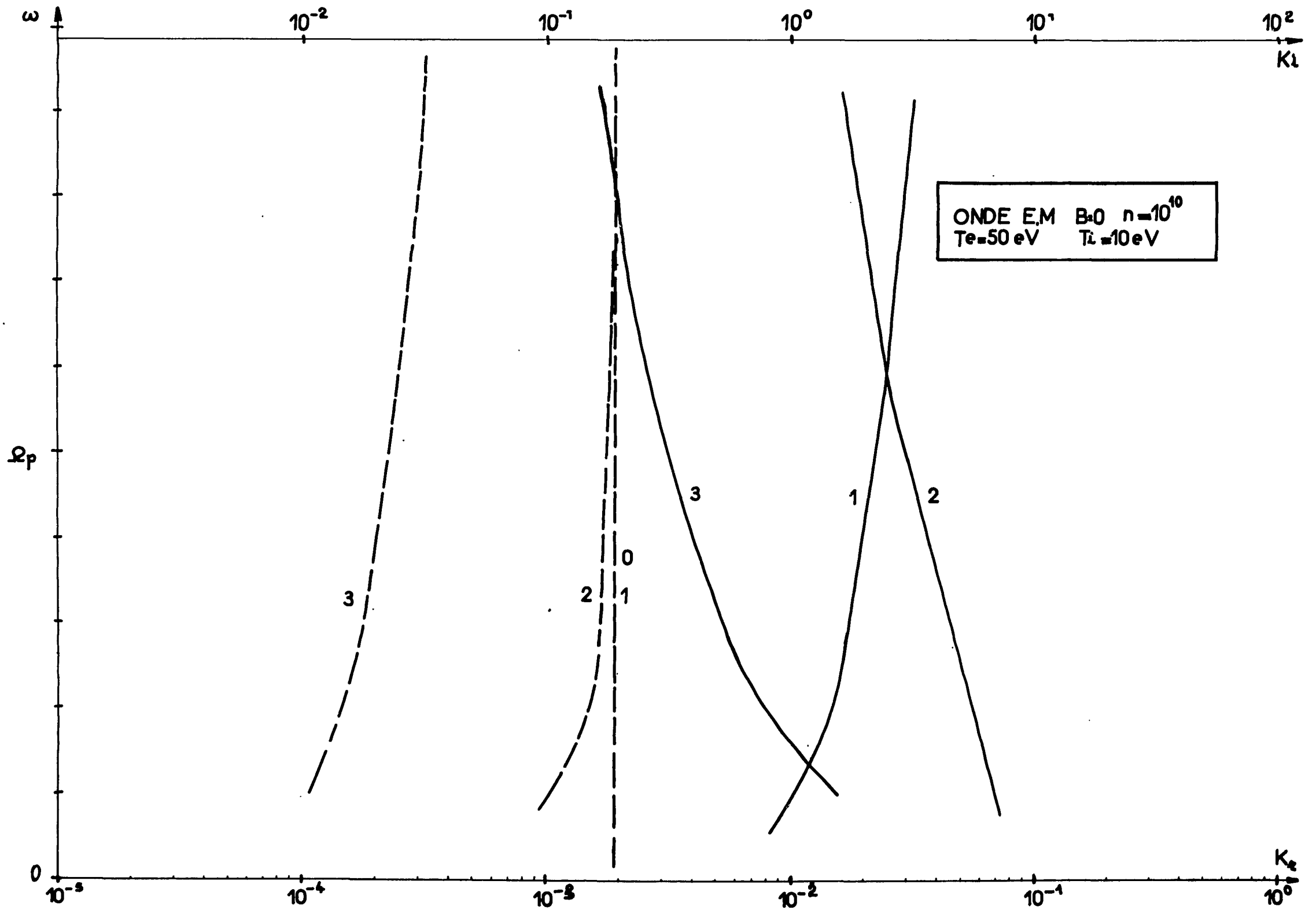


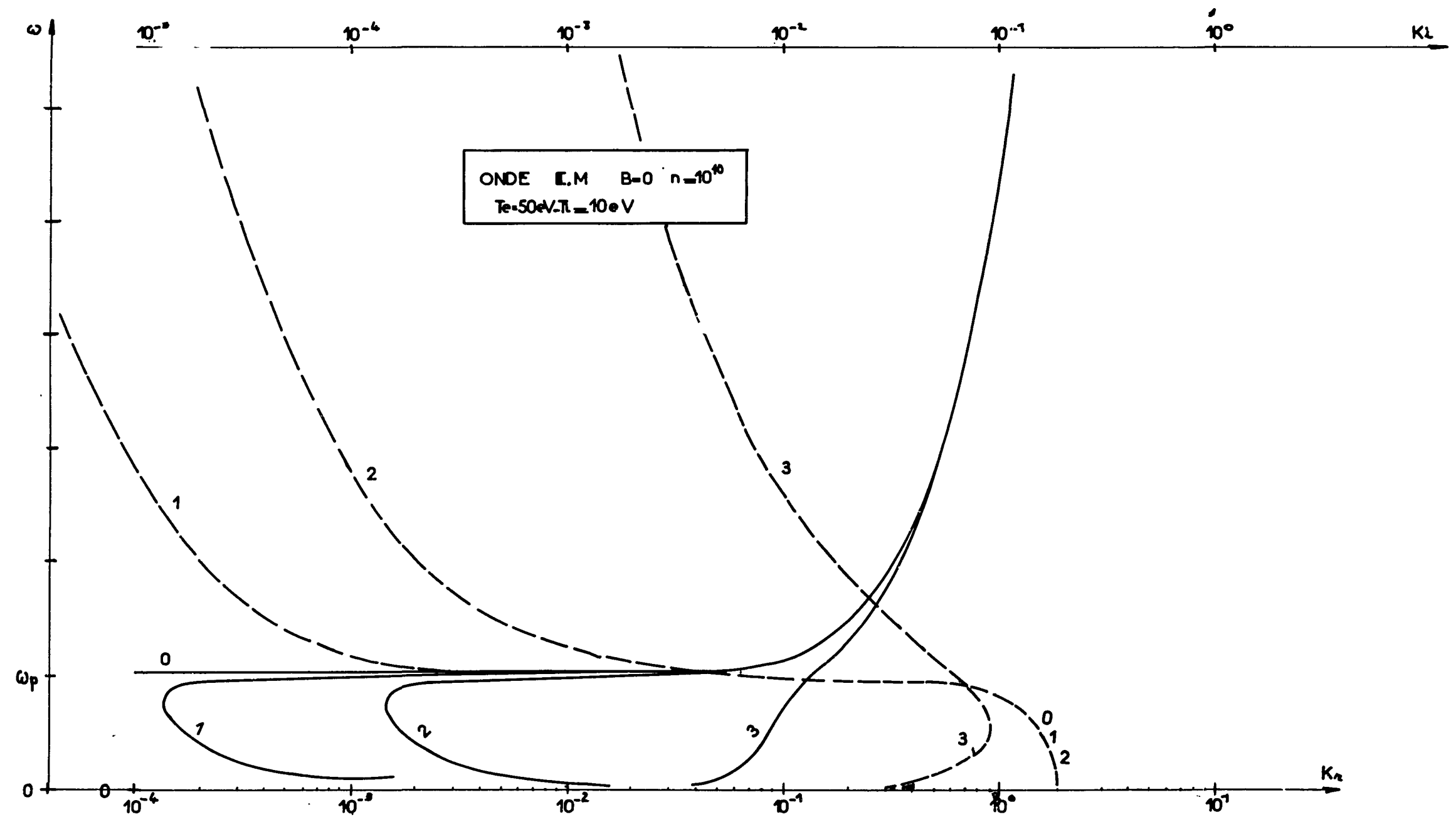


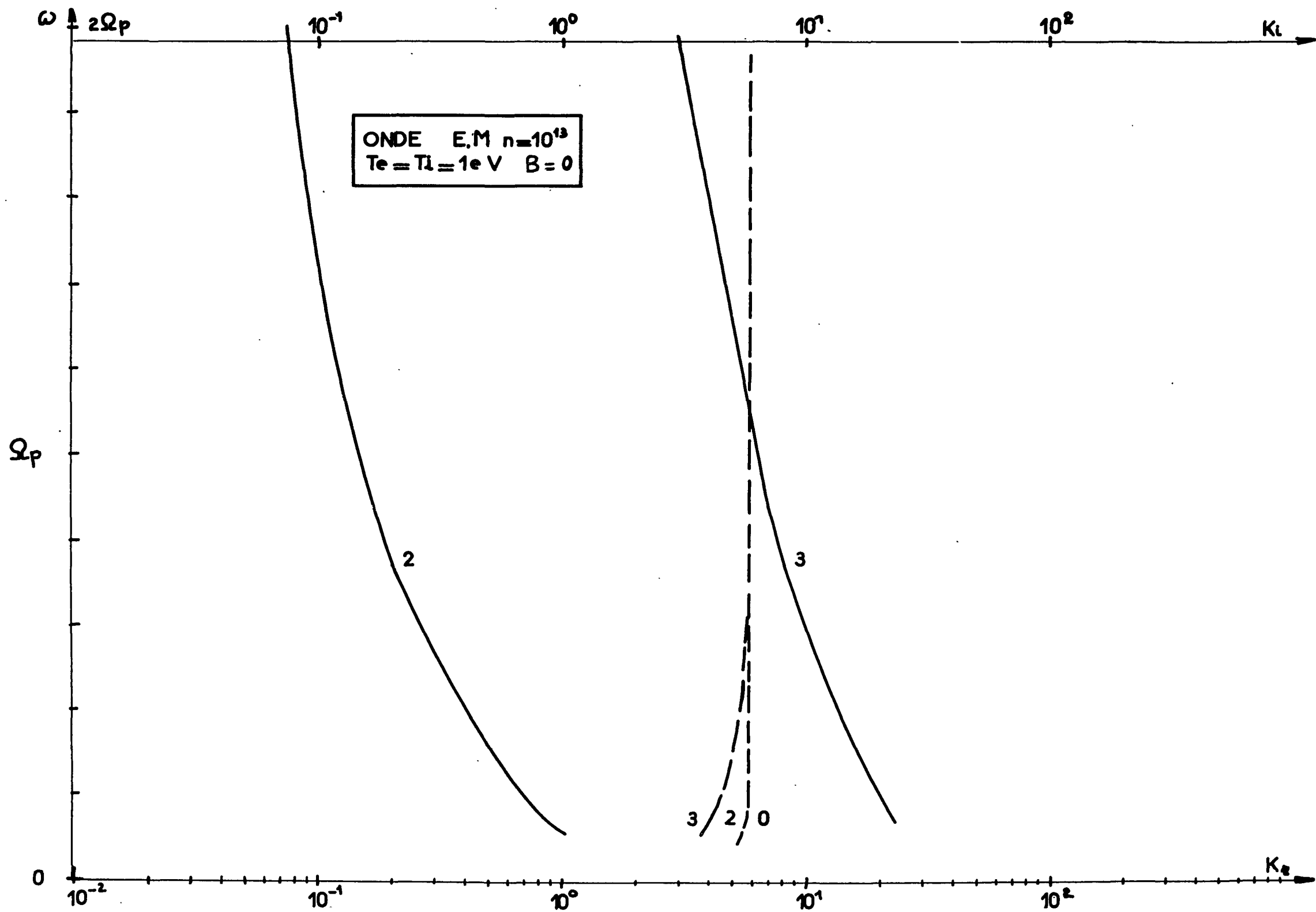


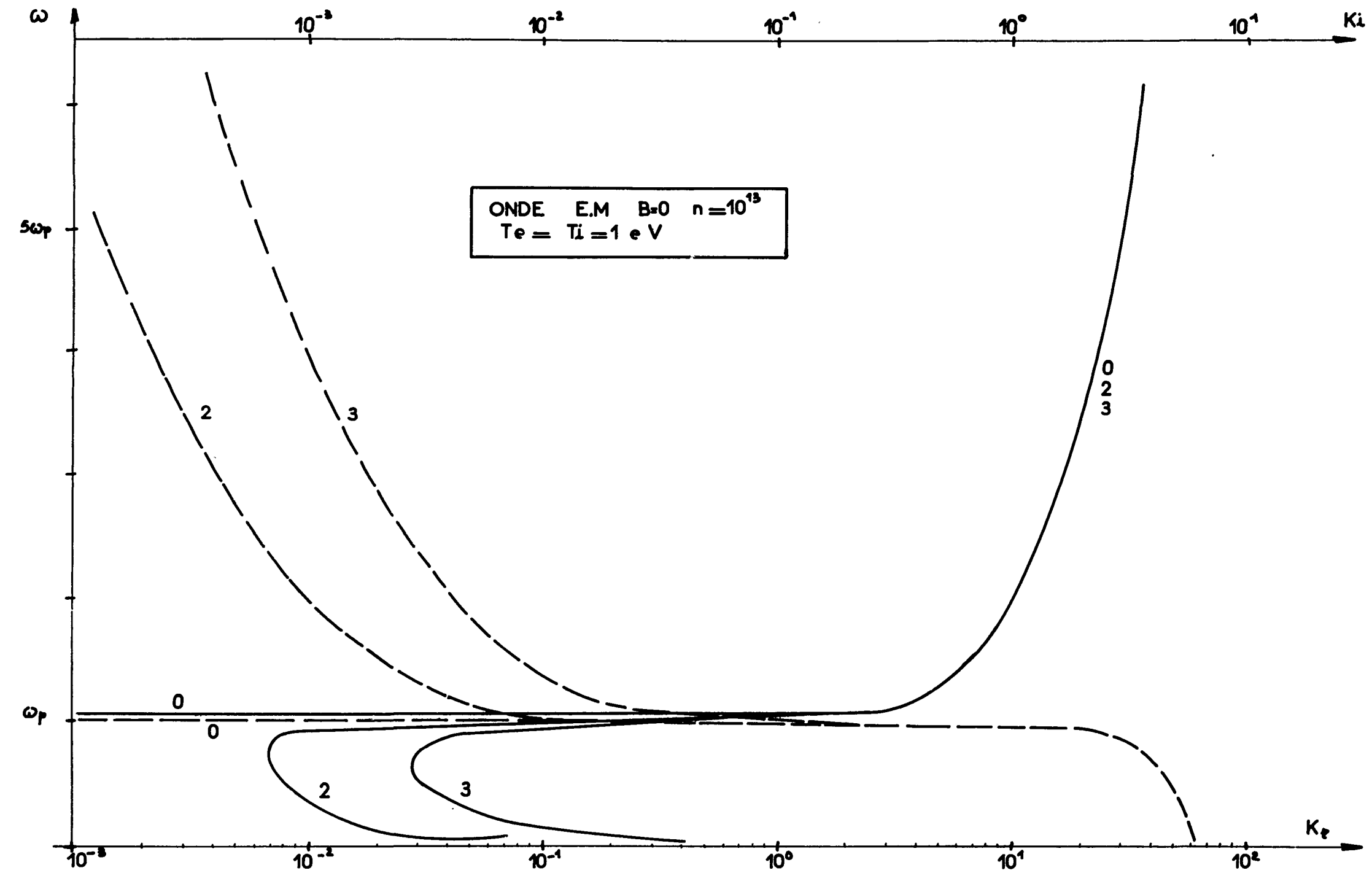


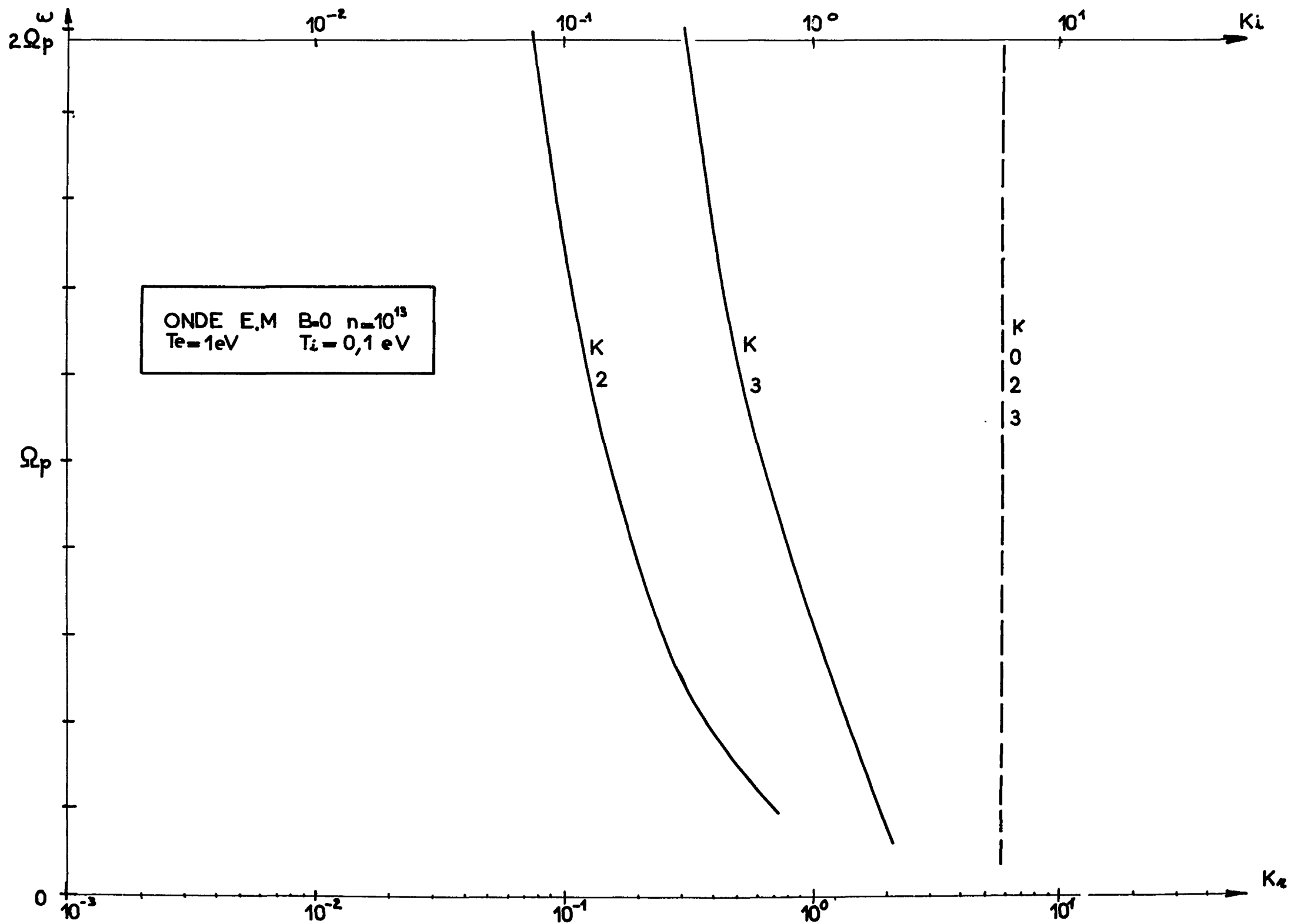


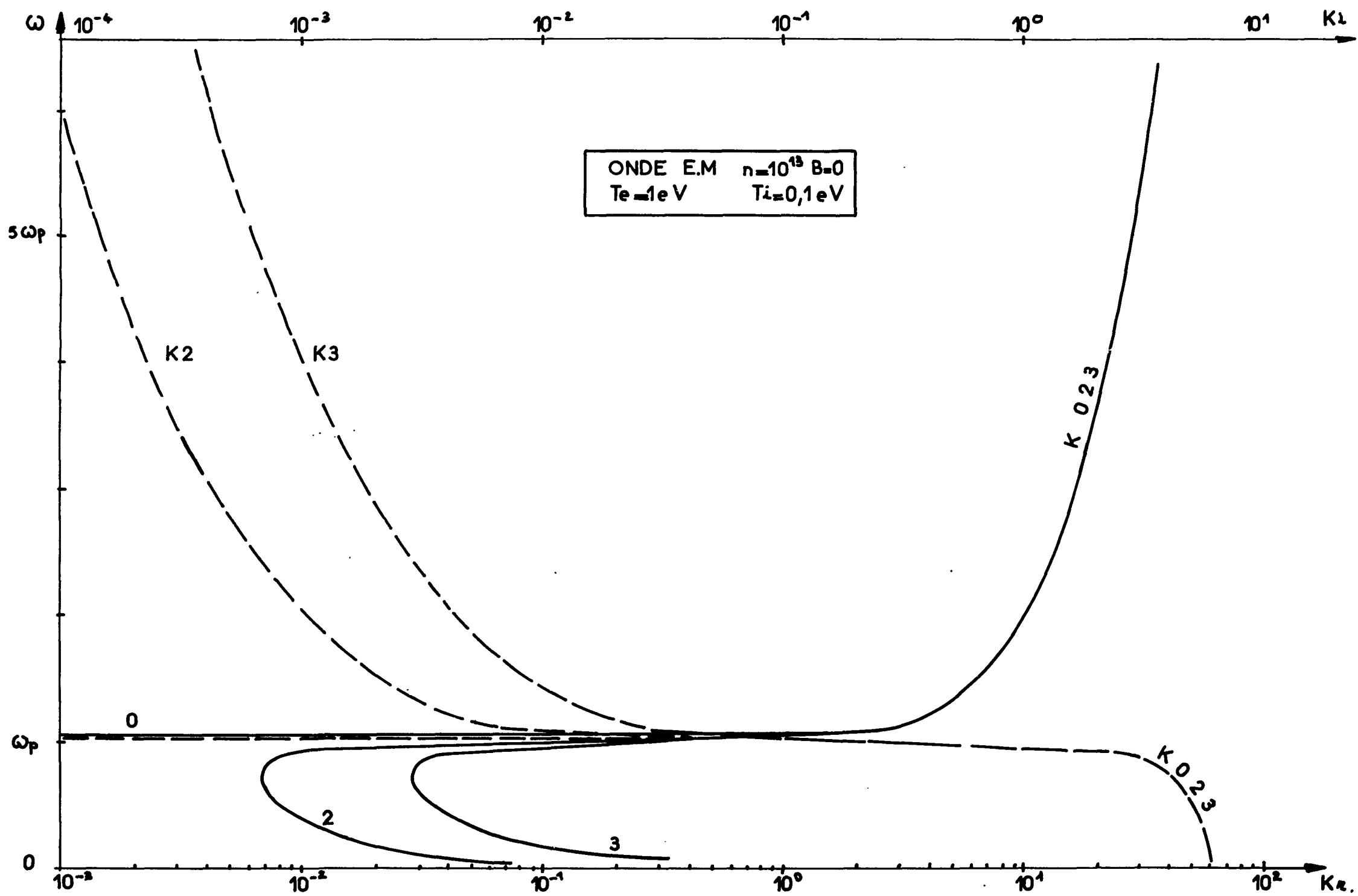


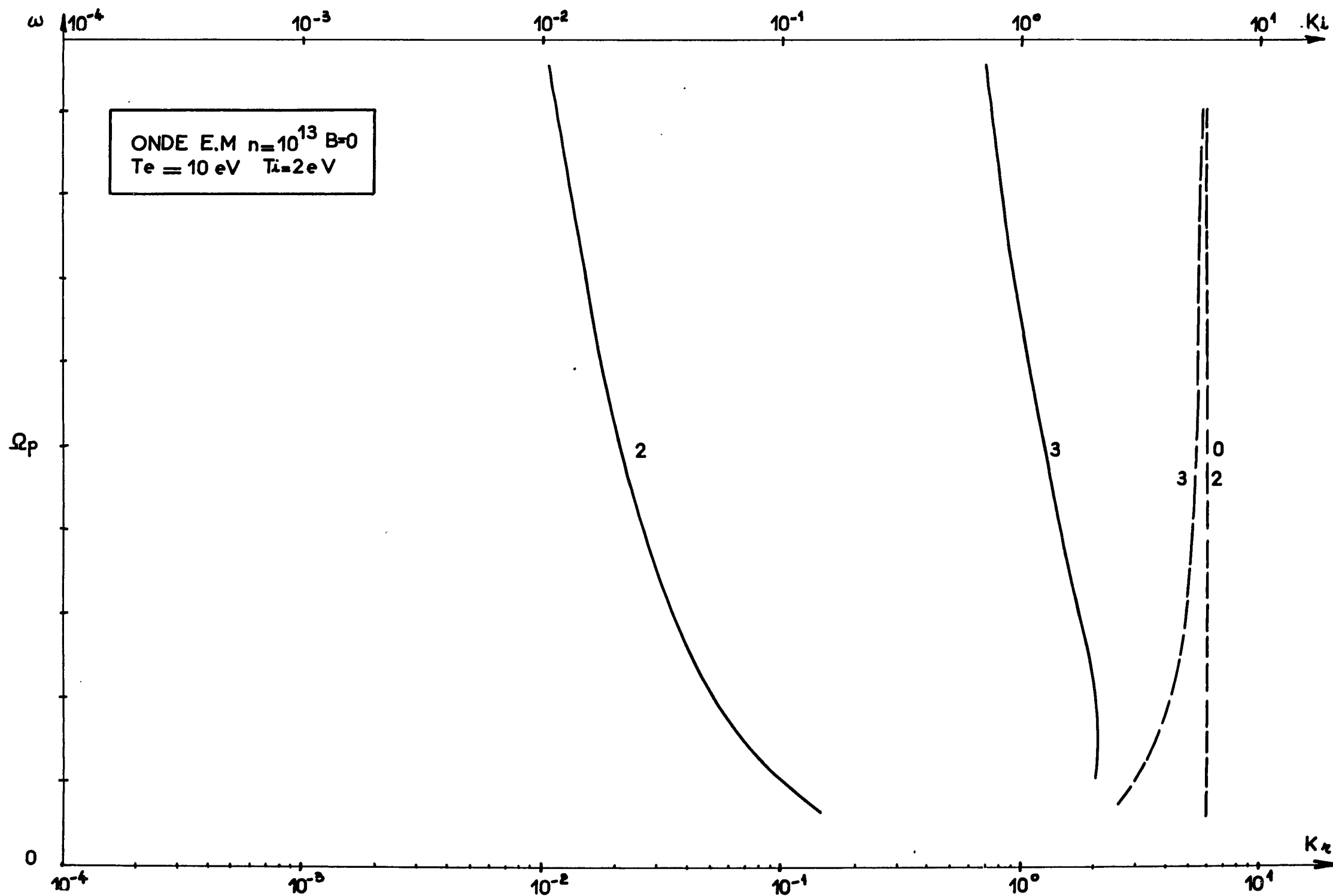


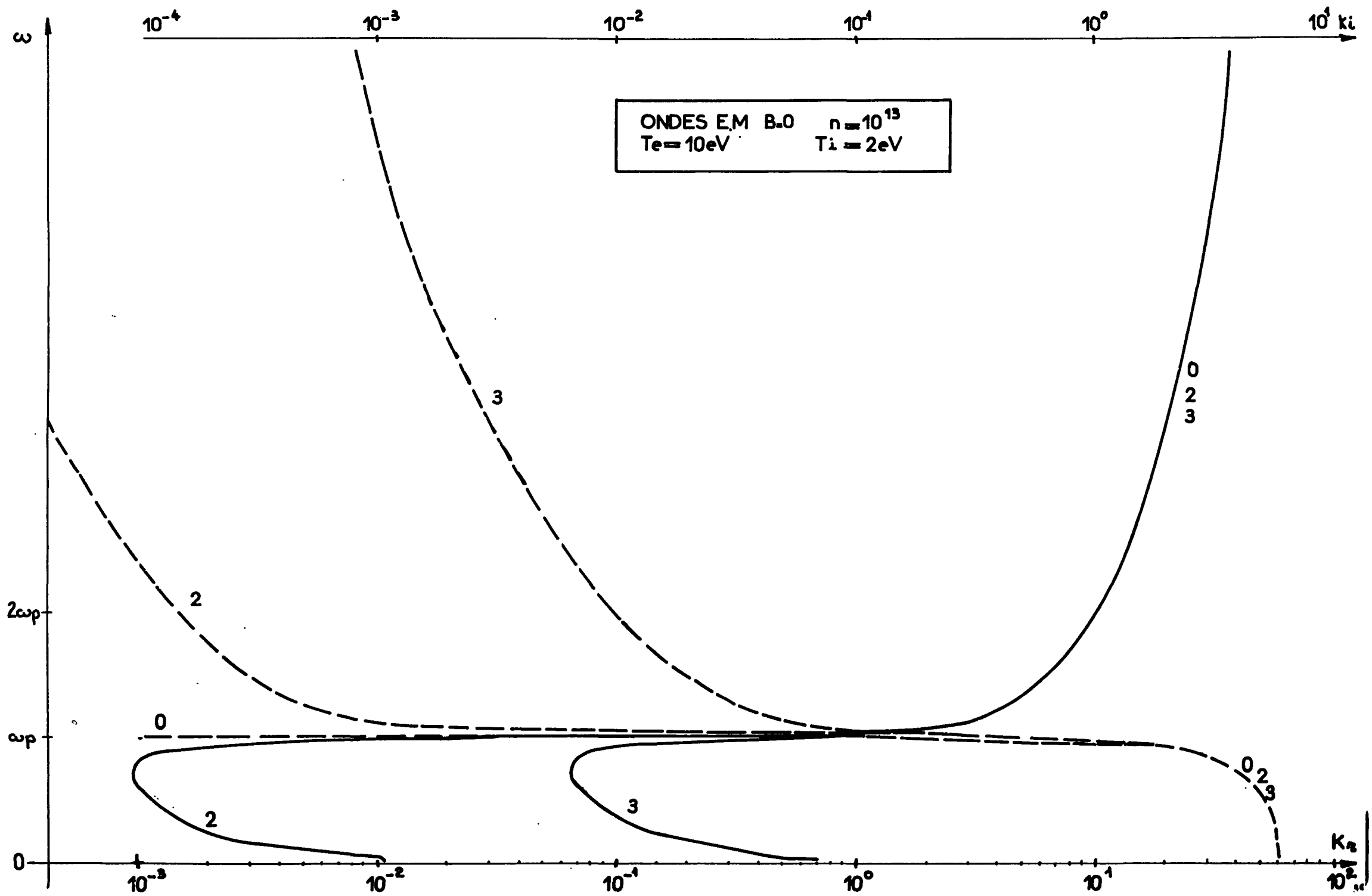


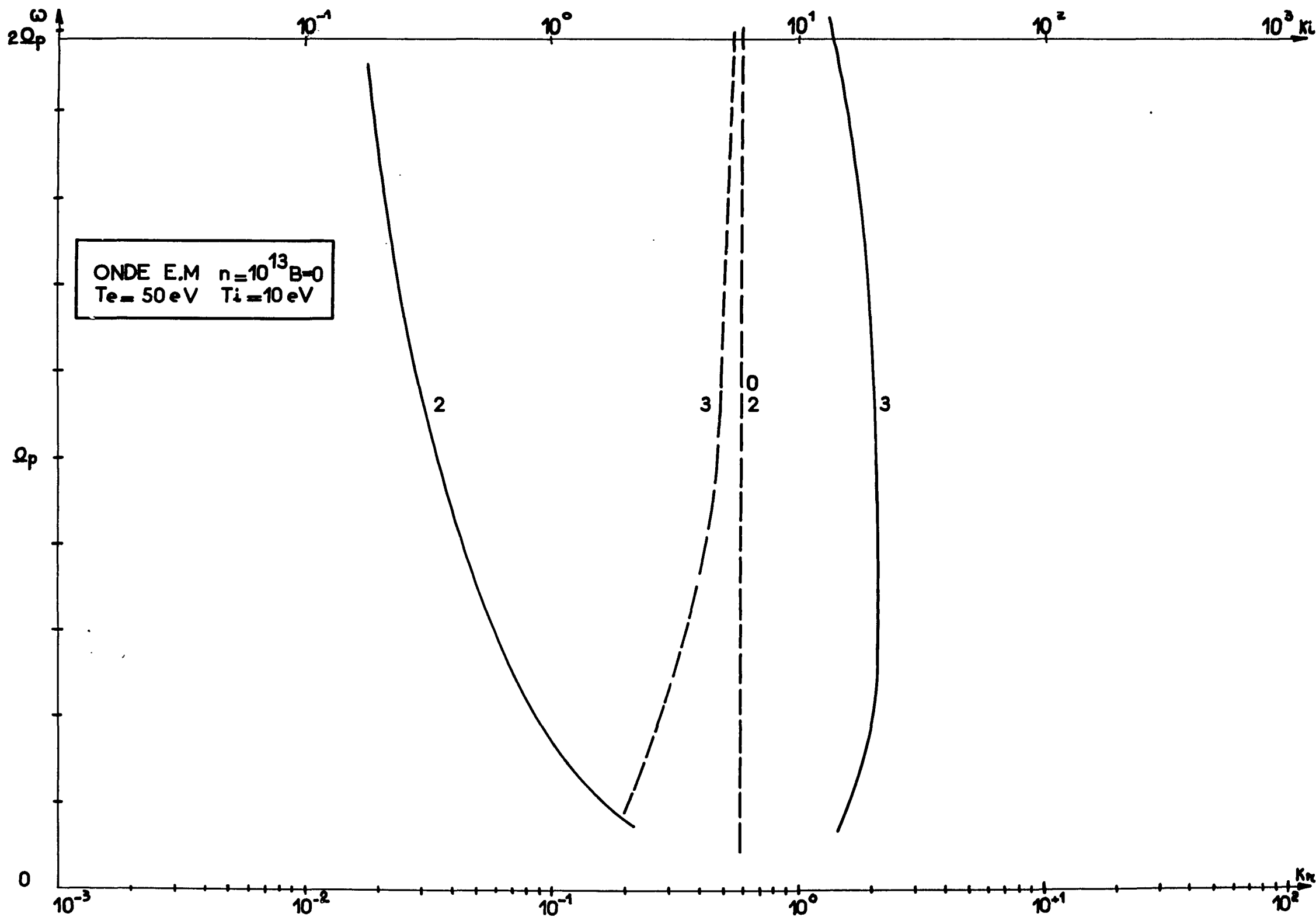


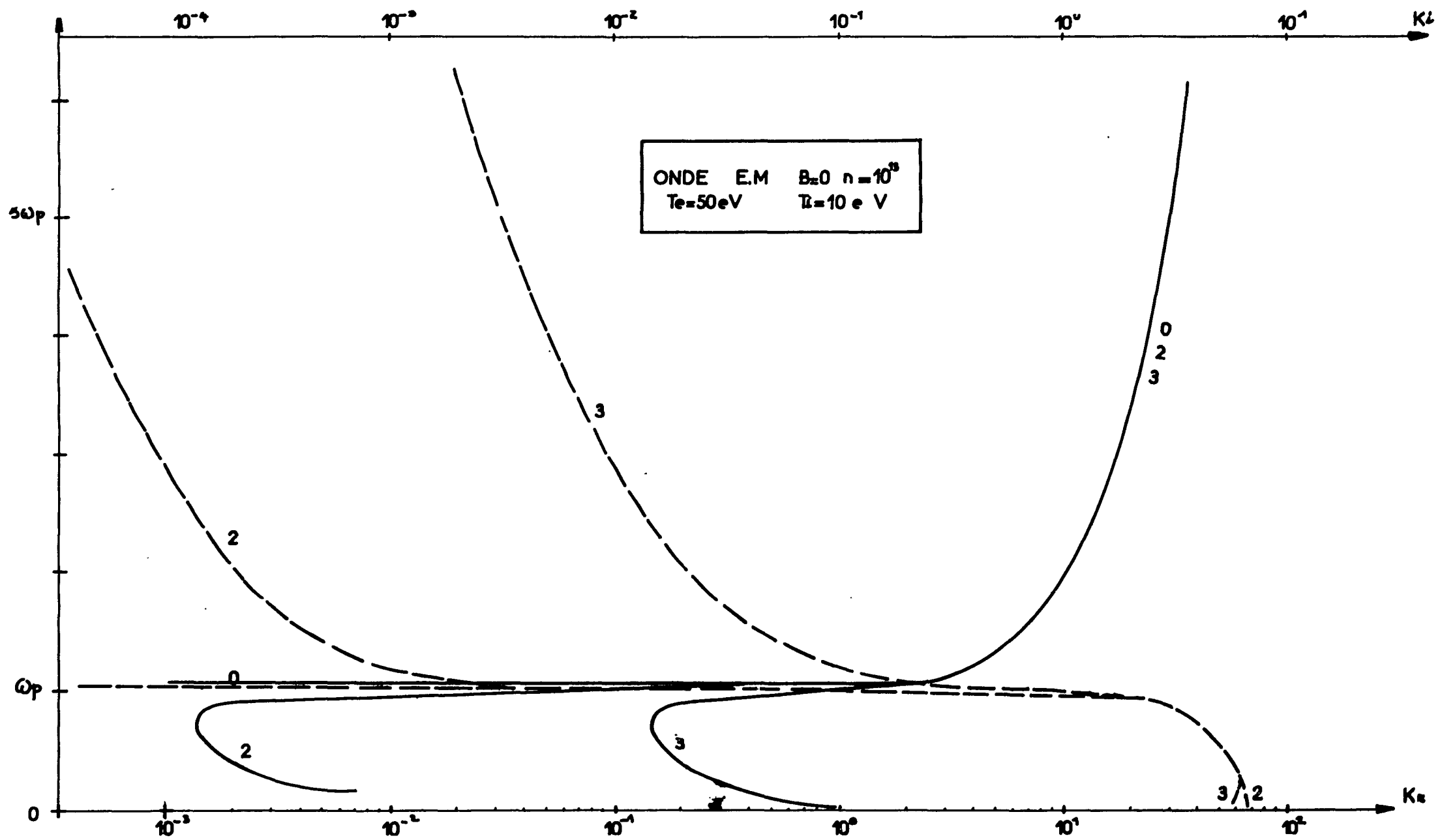


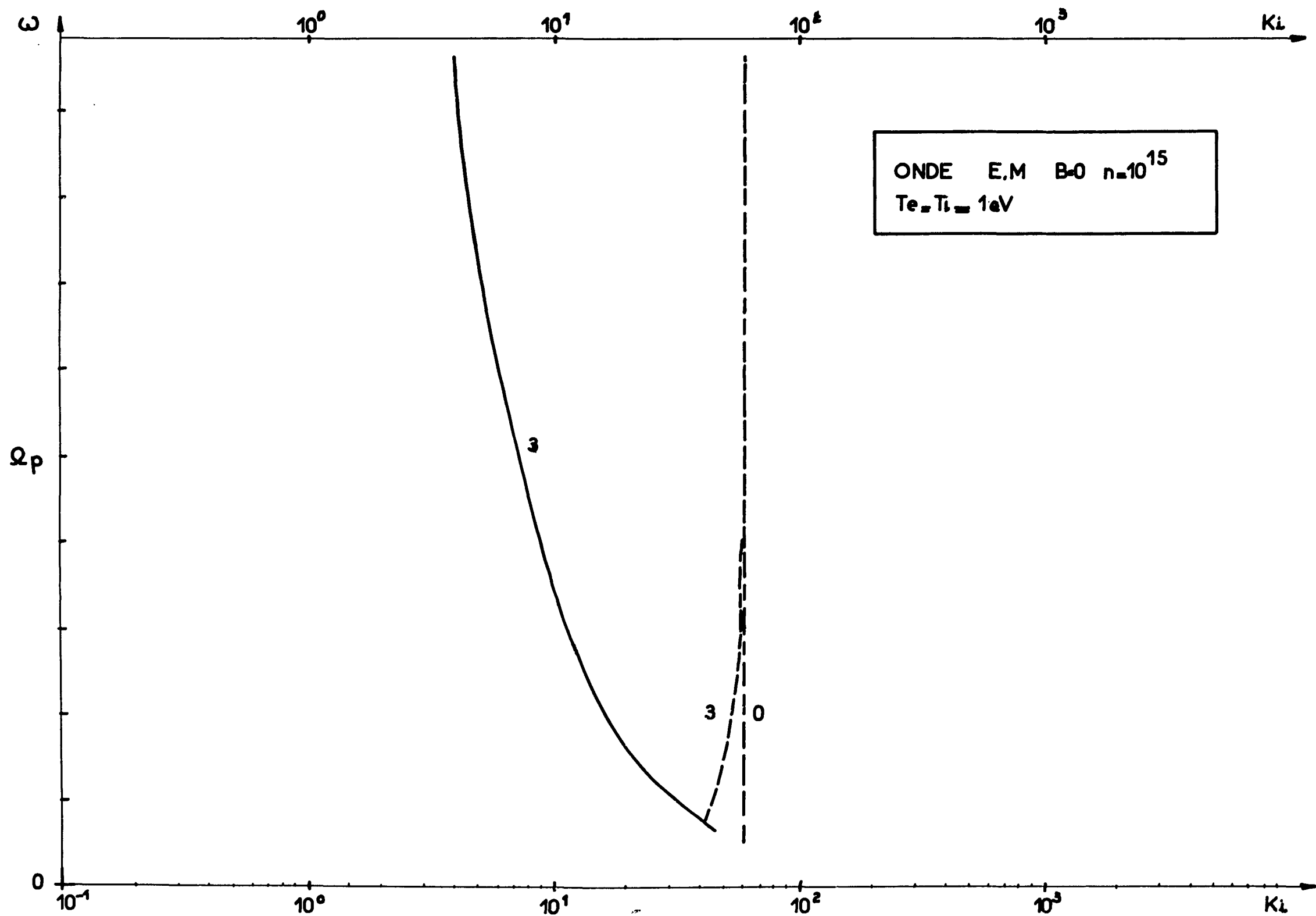


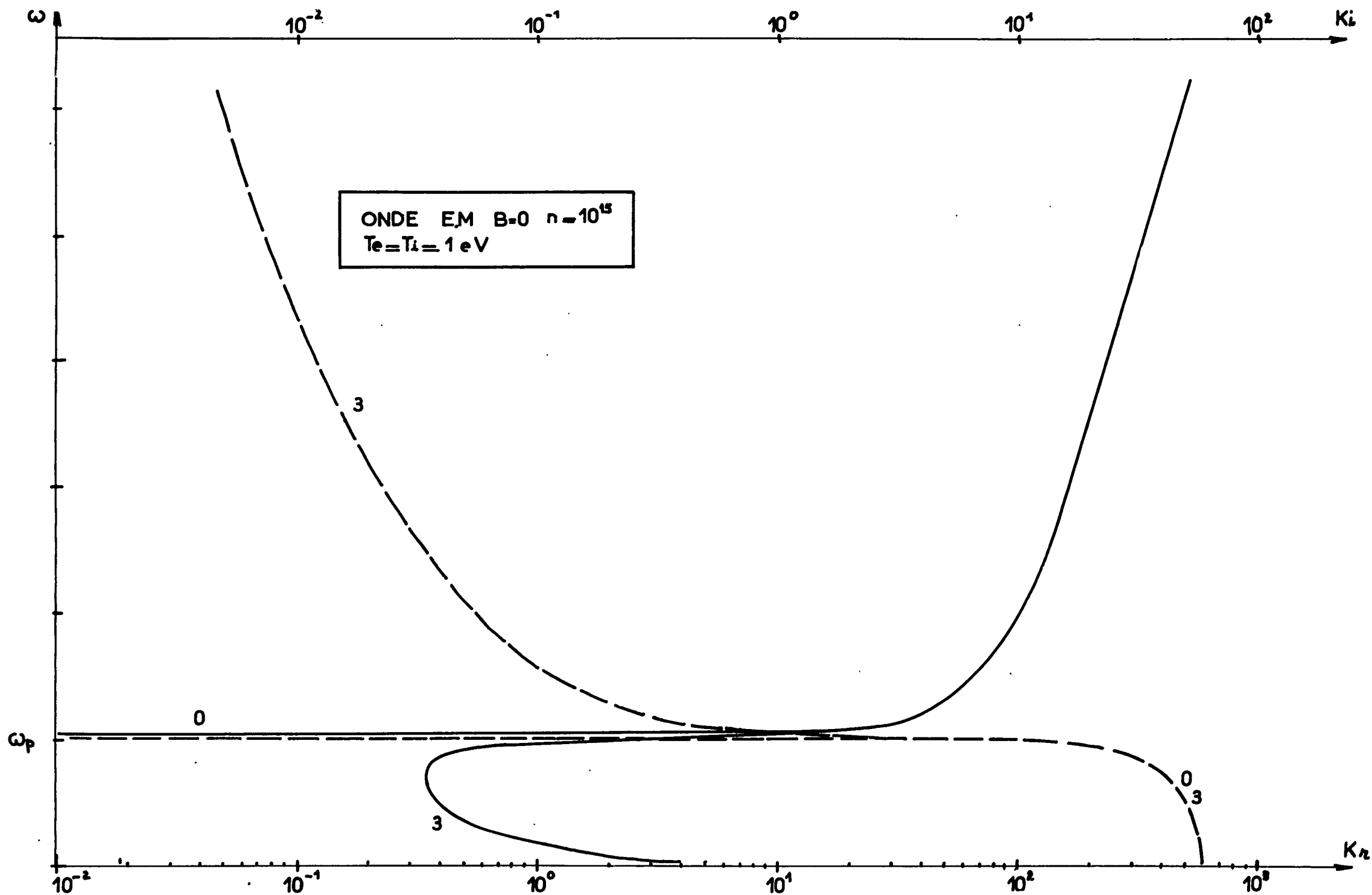


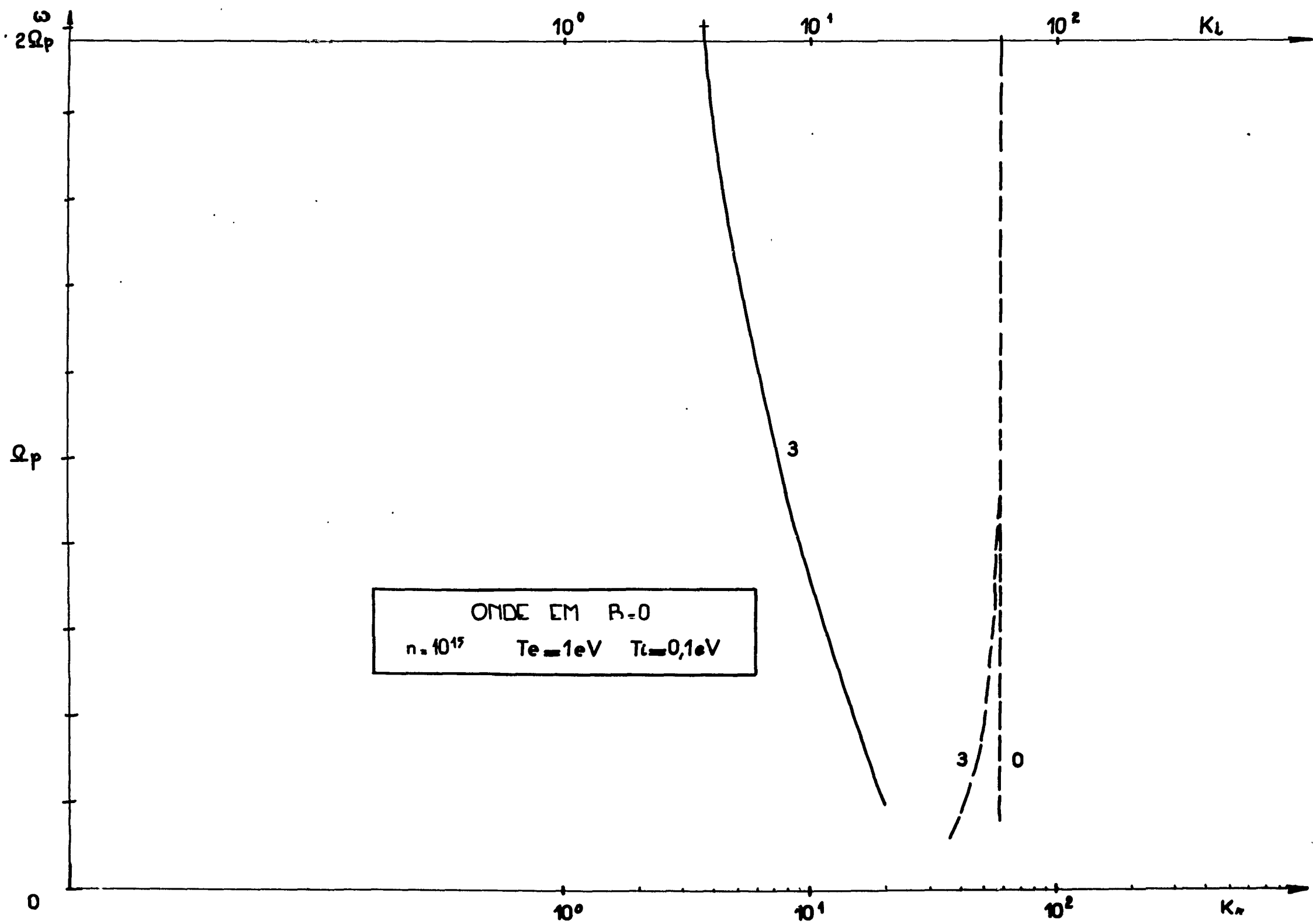


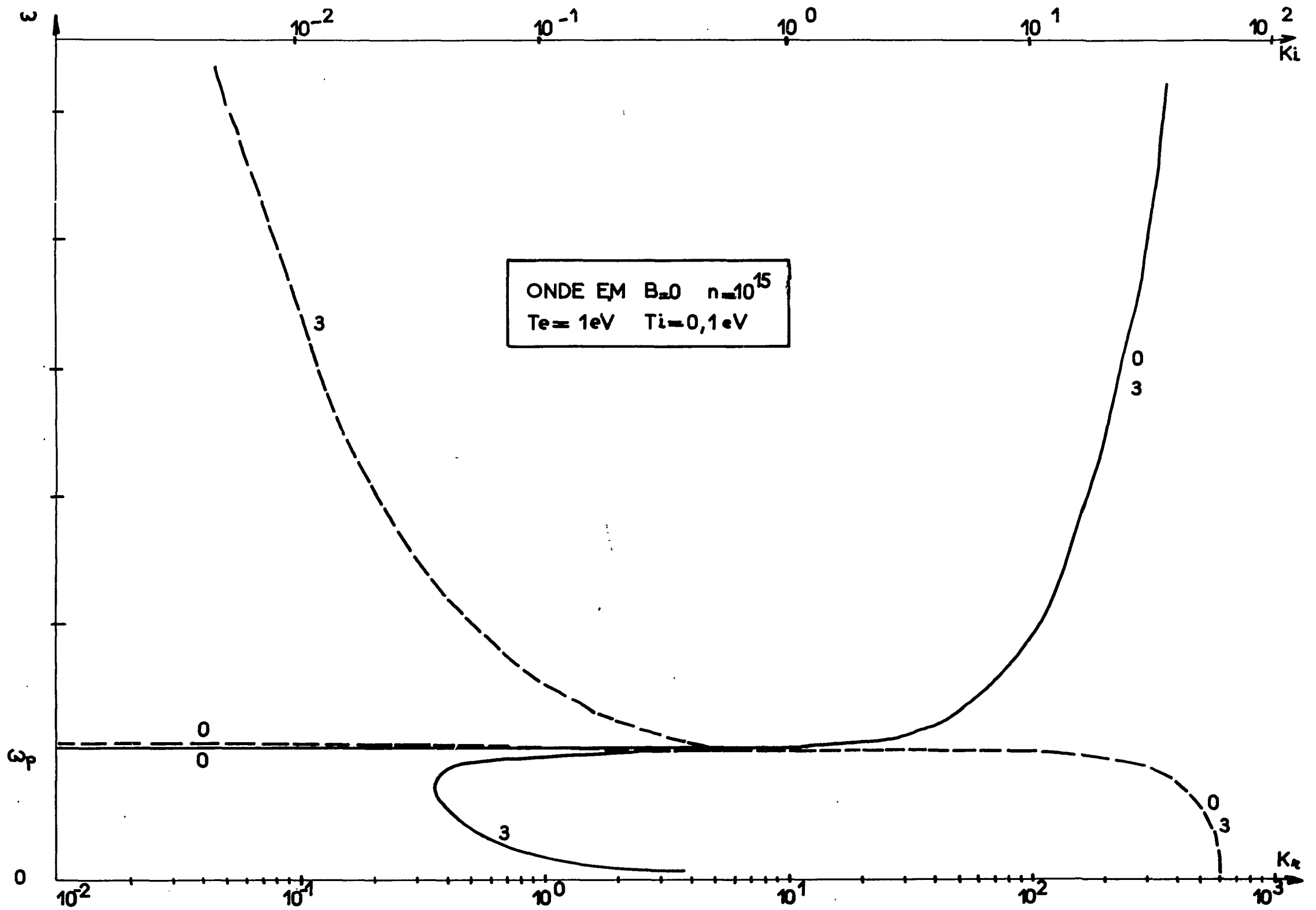


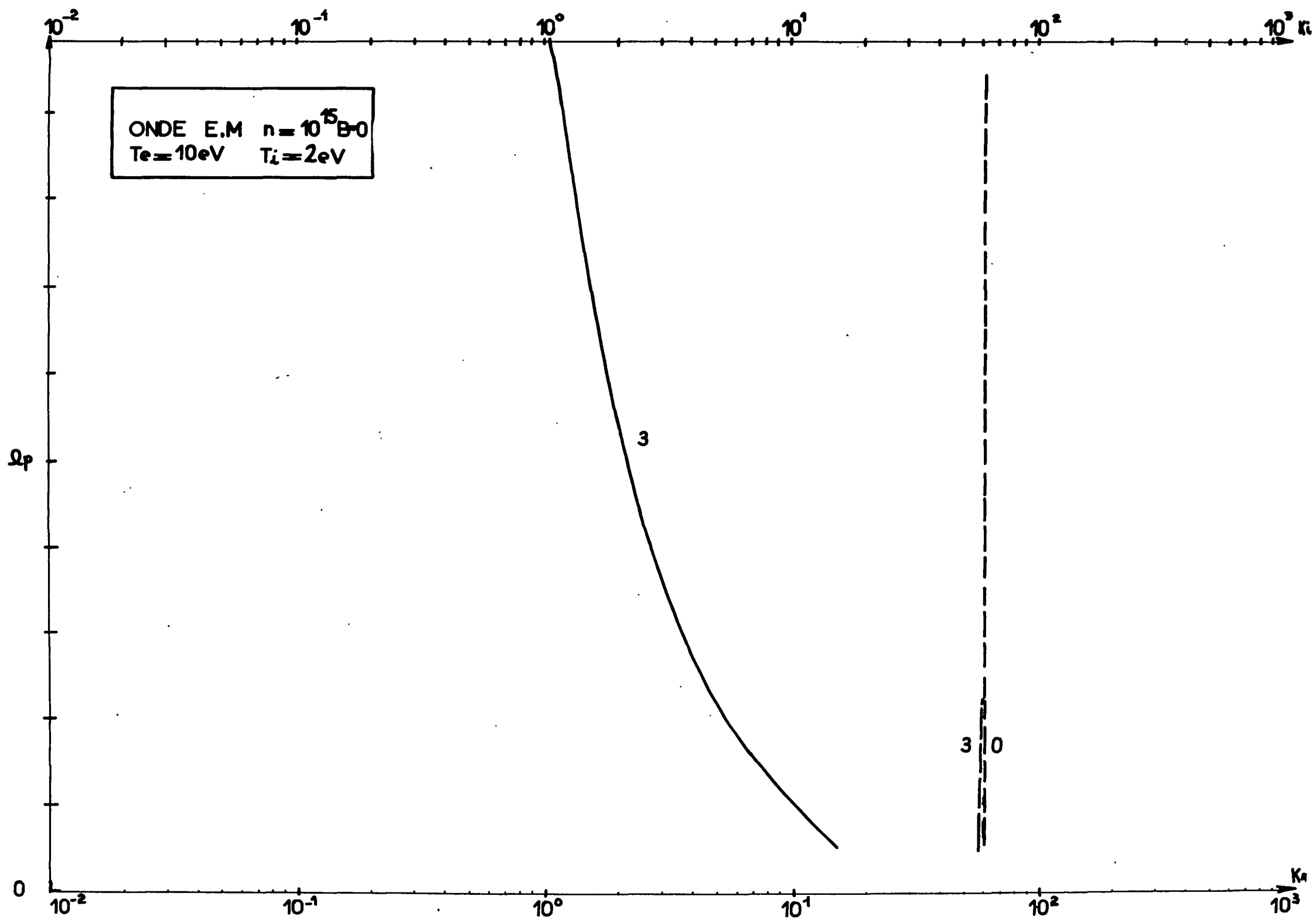




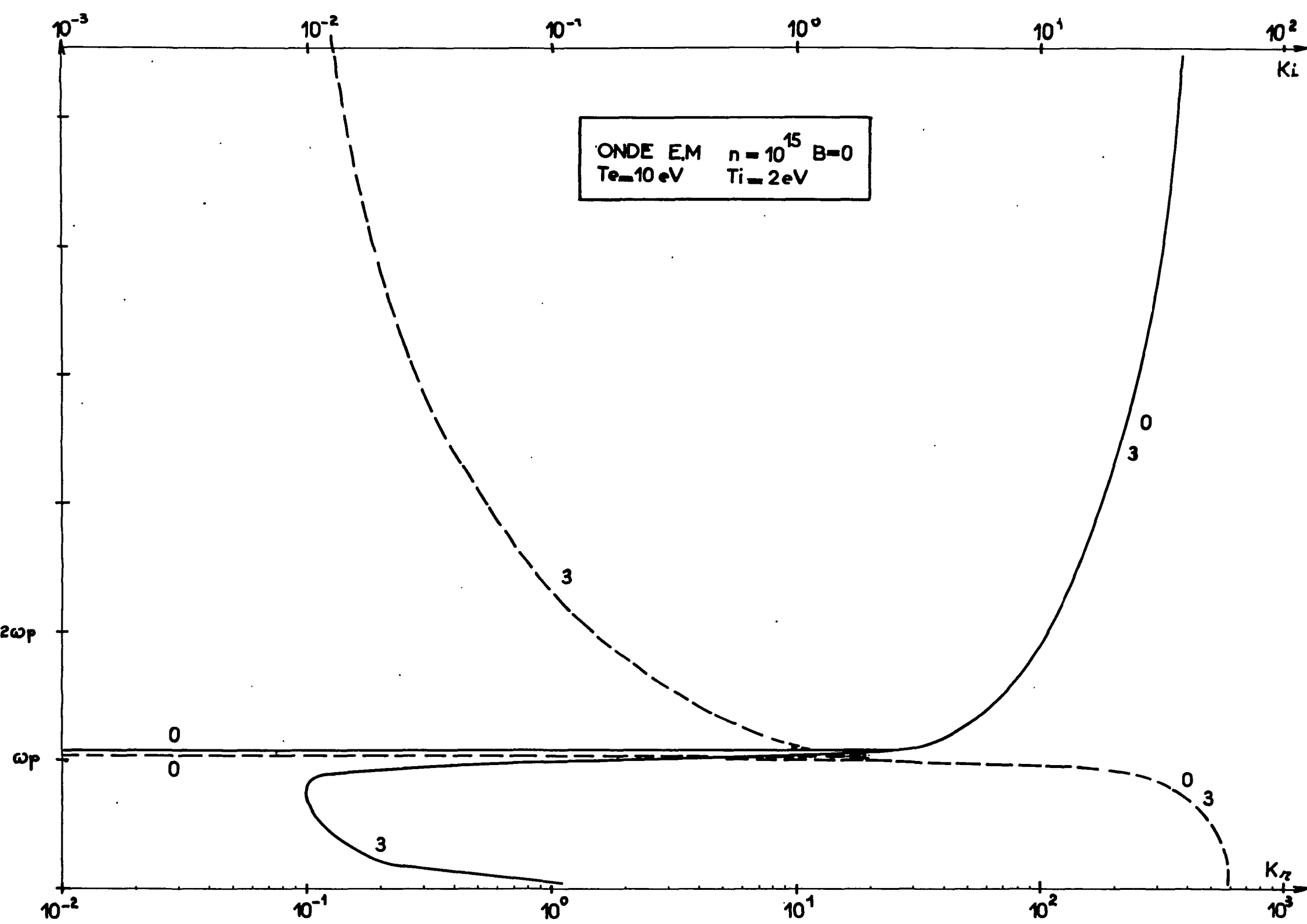


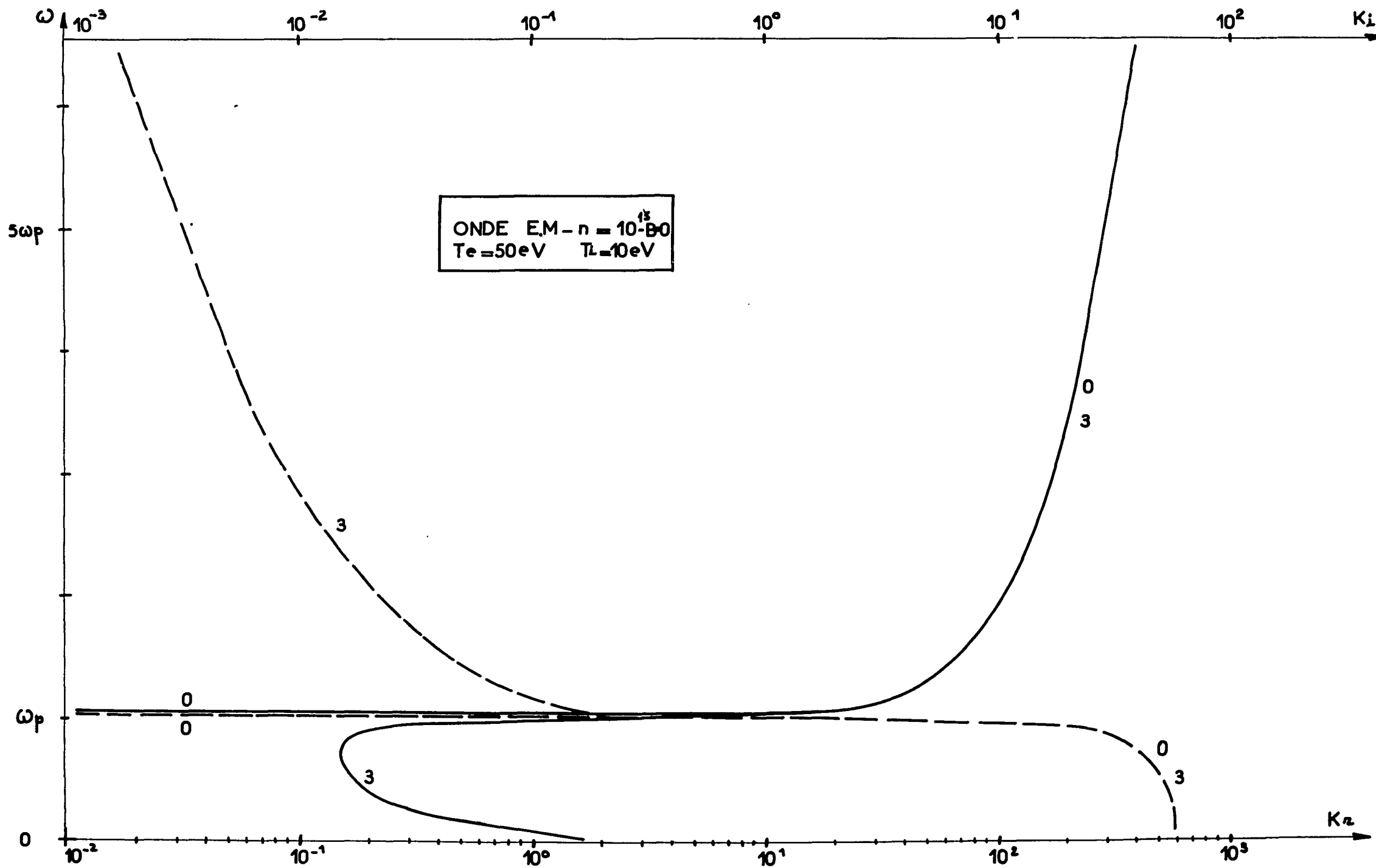


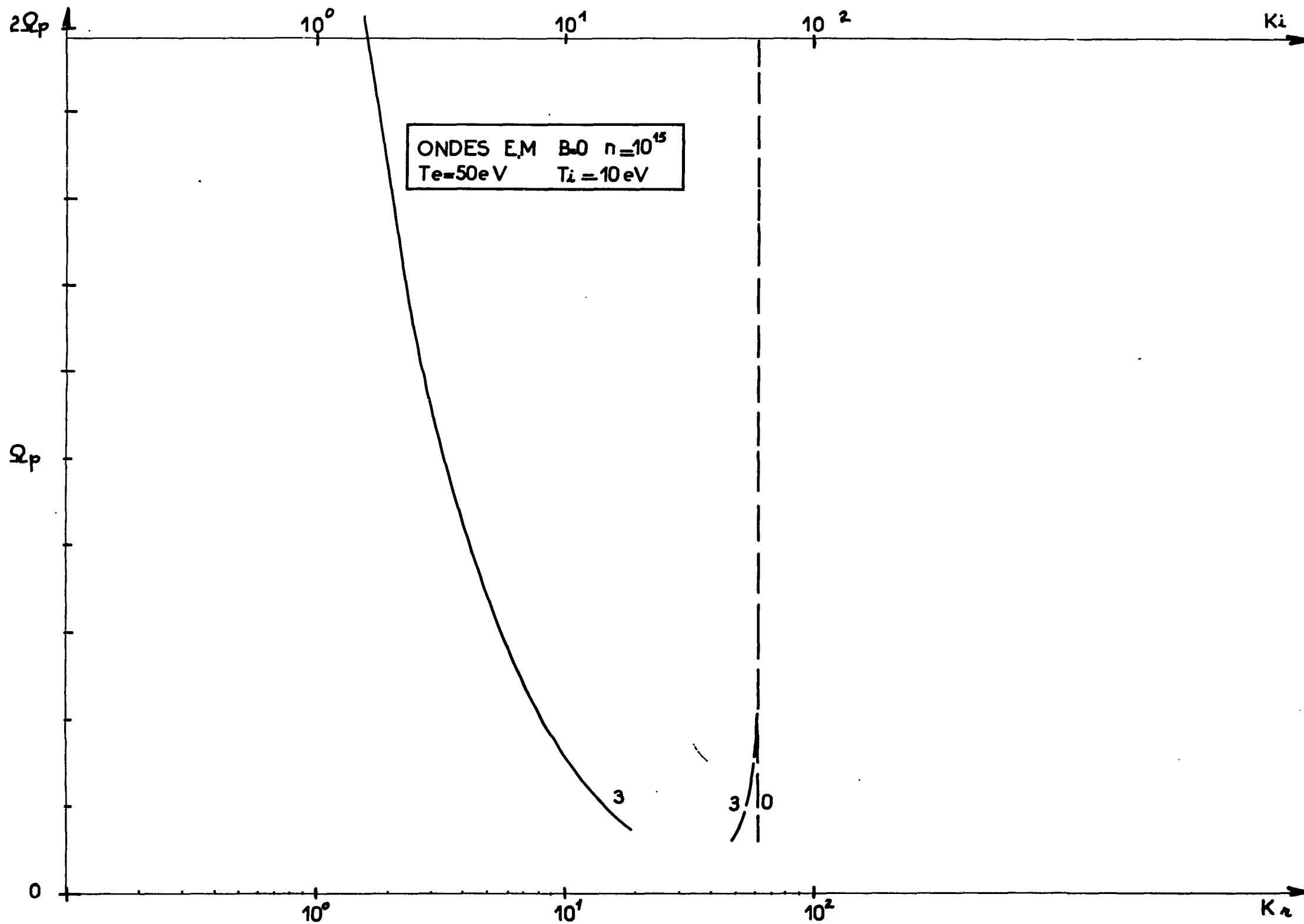


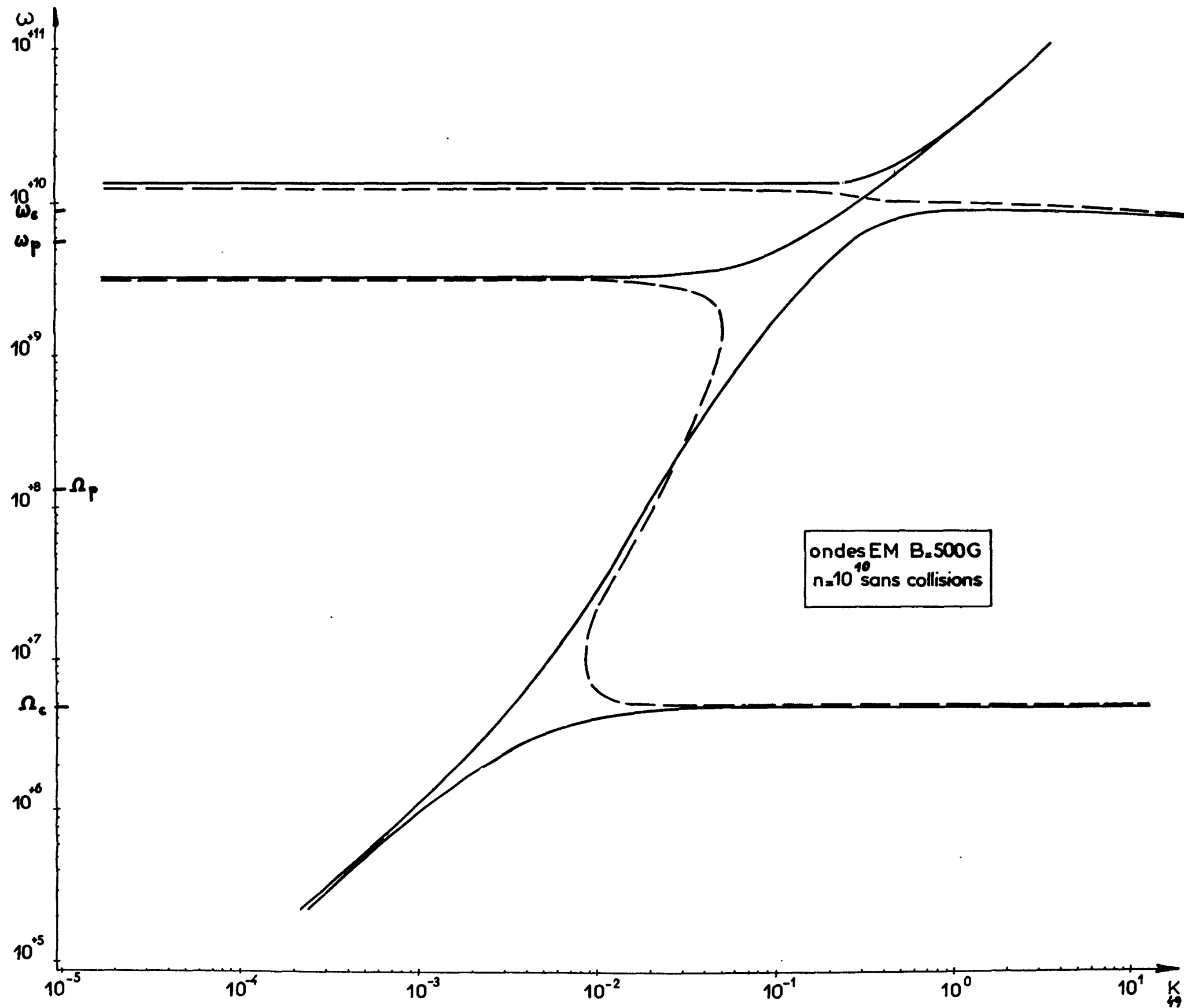


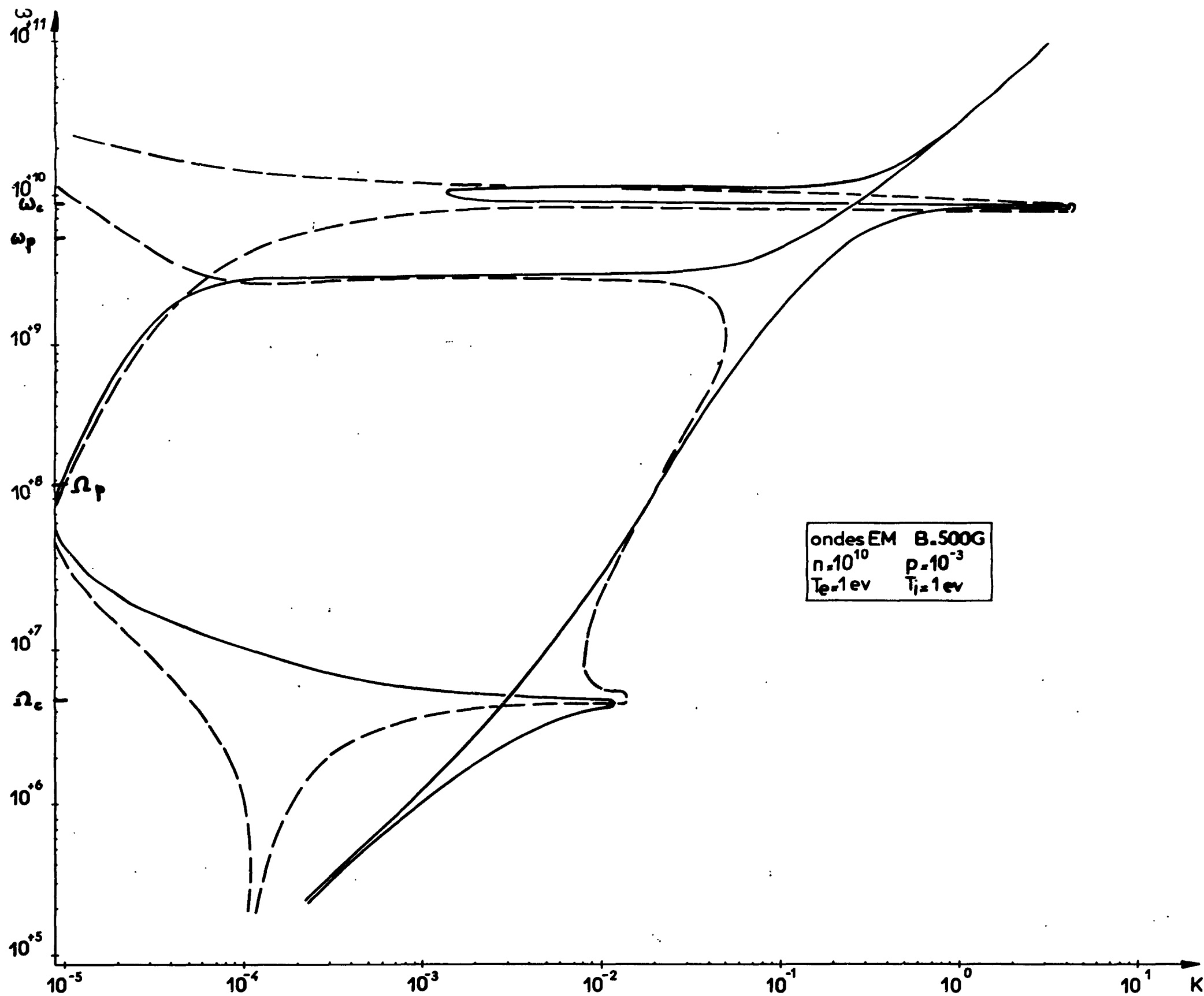
ONDE E.M $n = 10^{15}$ $B=0$
 $T_e = 10 \text{ eV}$ $T_i = 2 \text{ eV}$

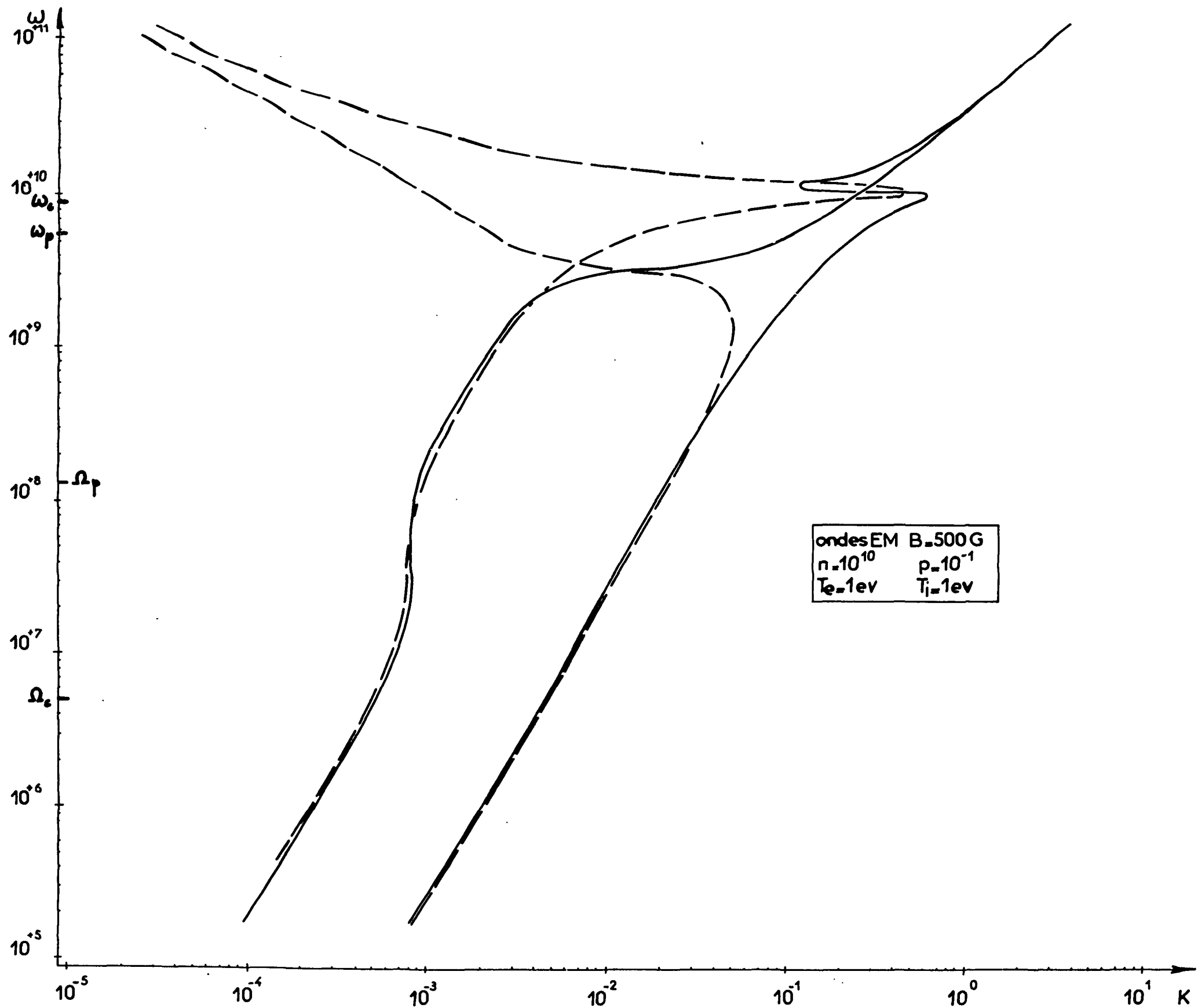


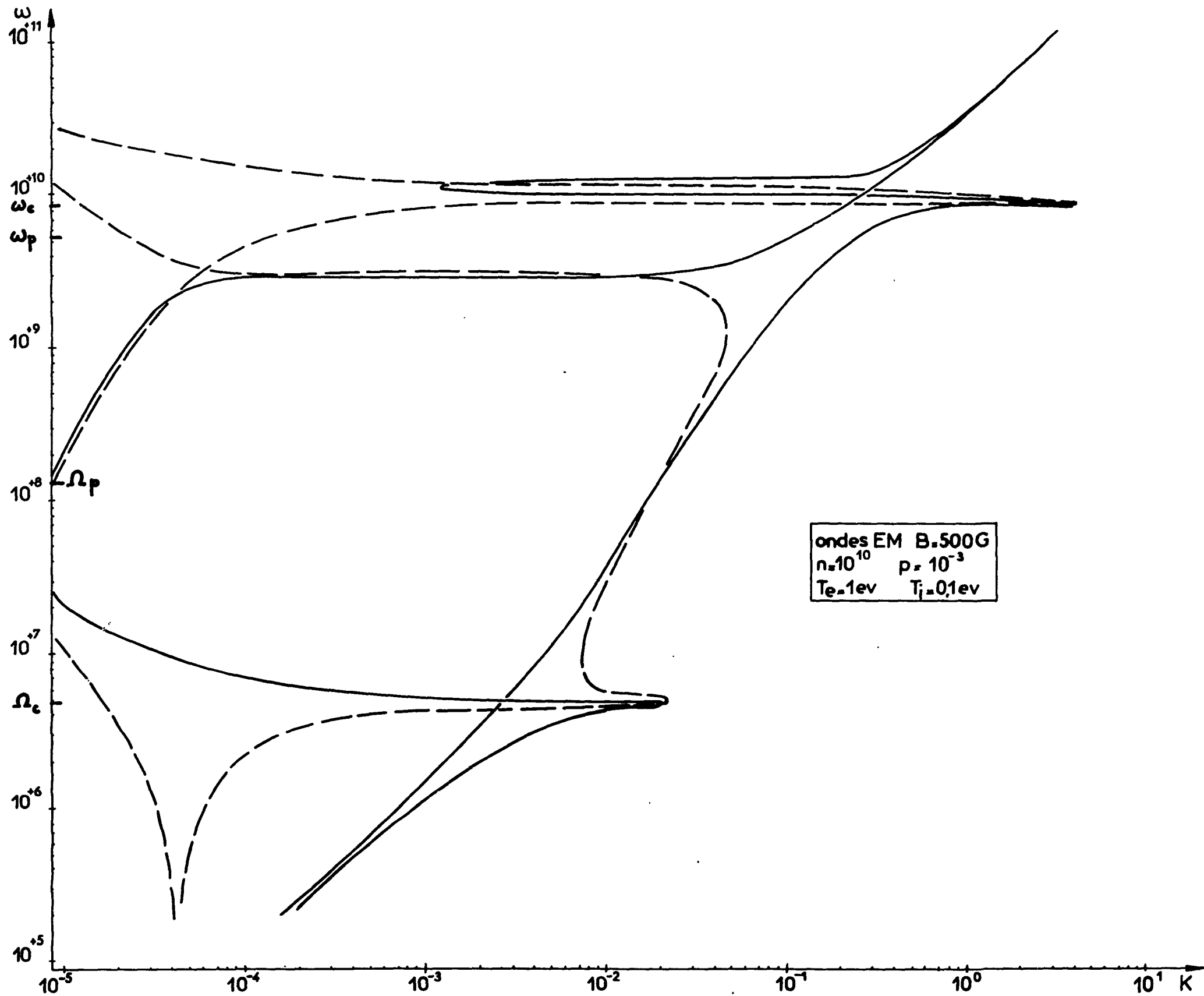


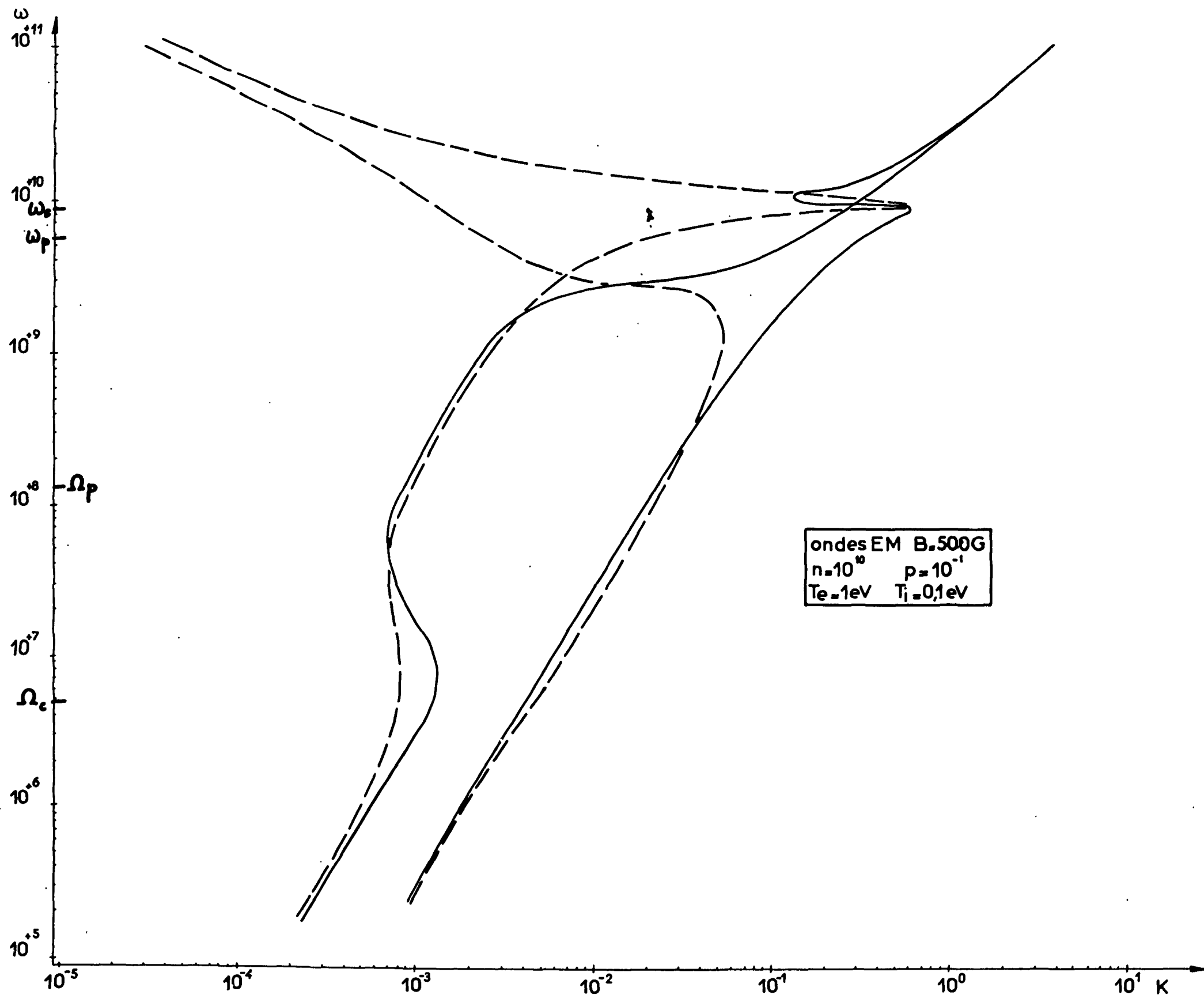


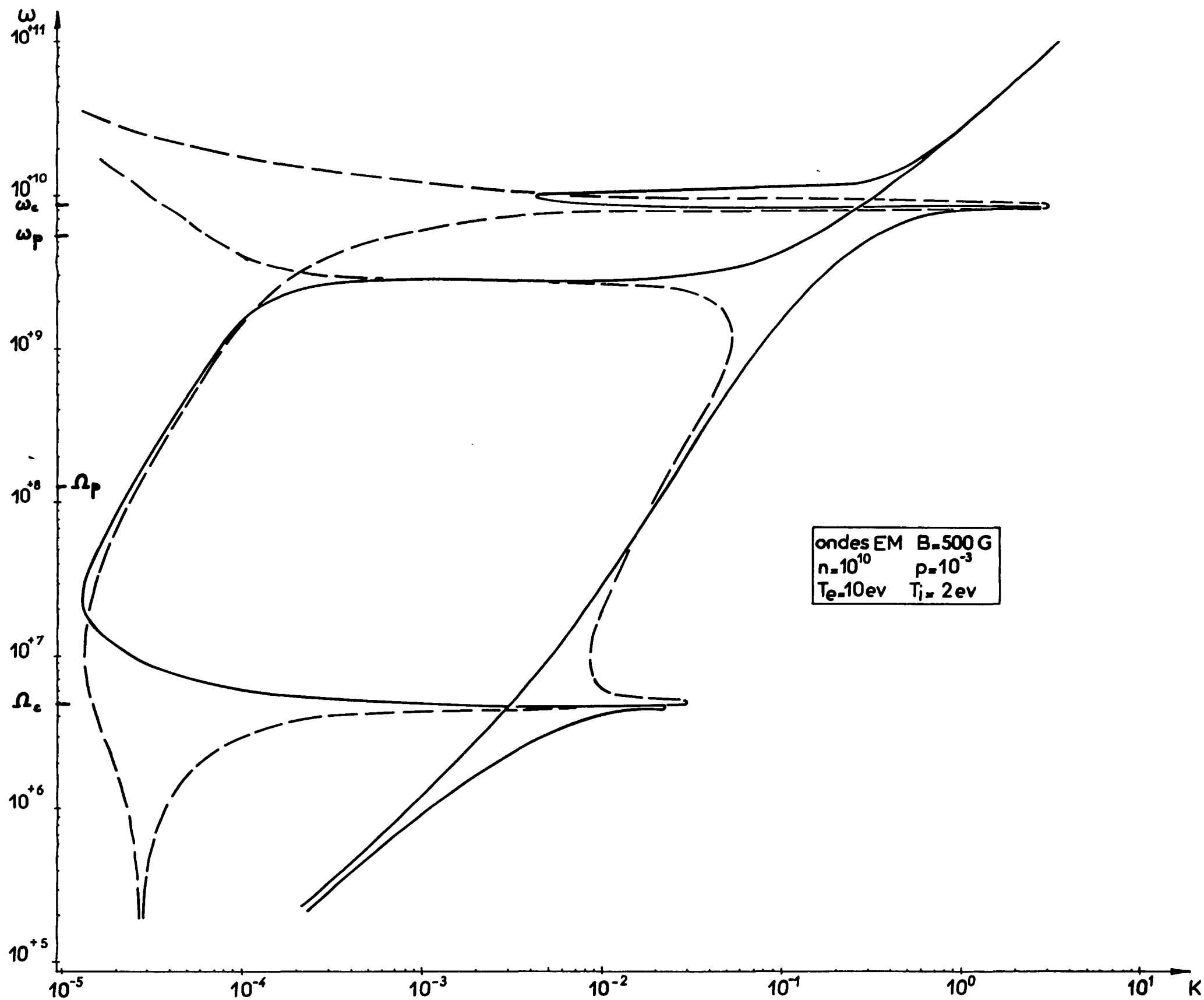


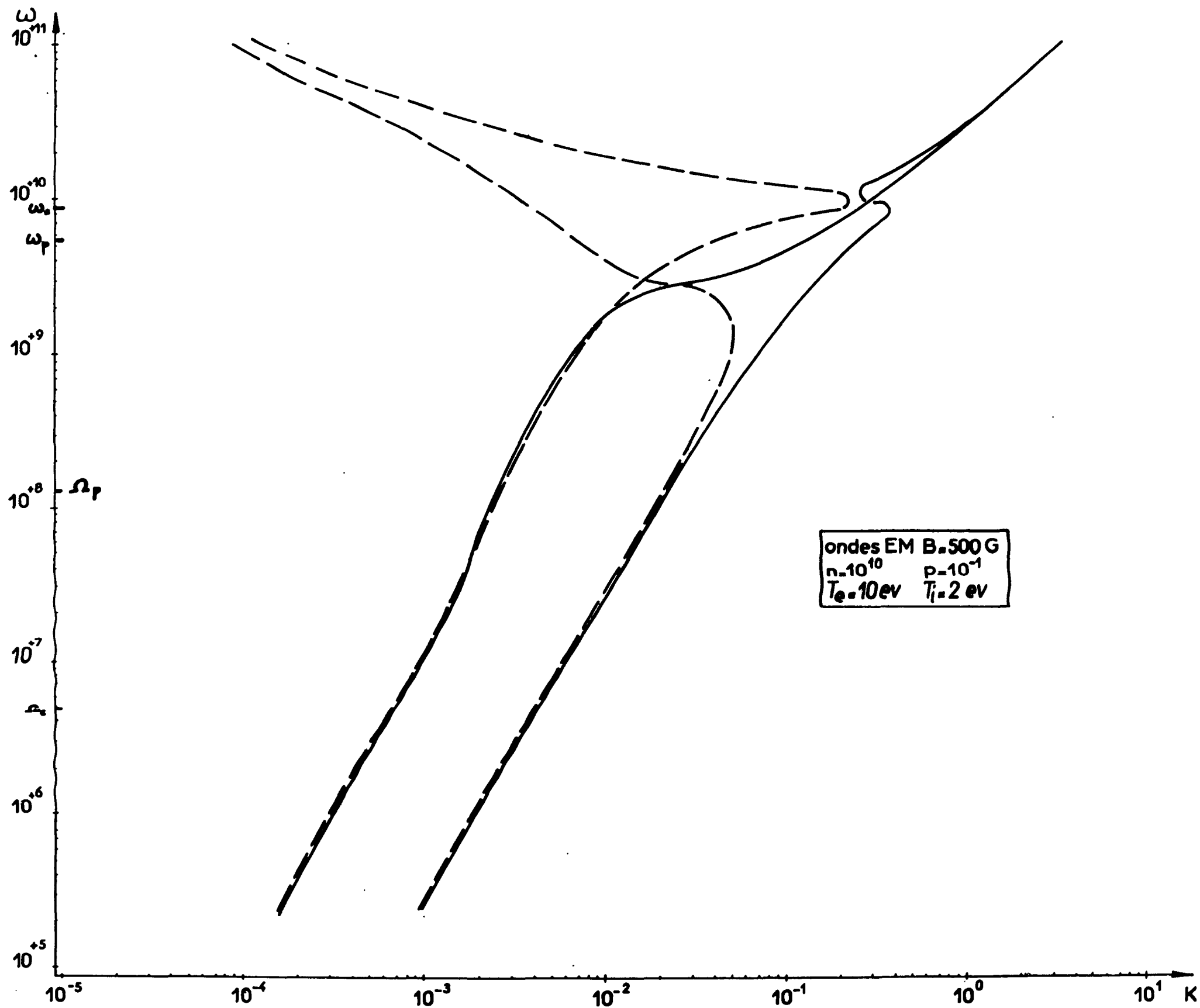


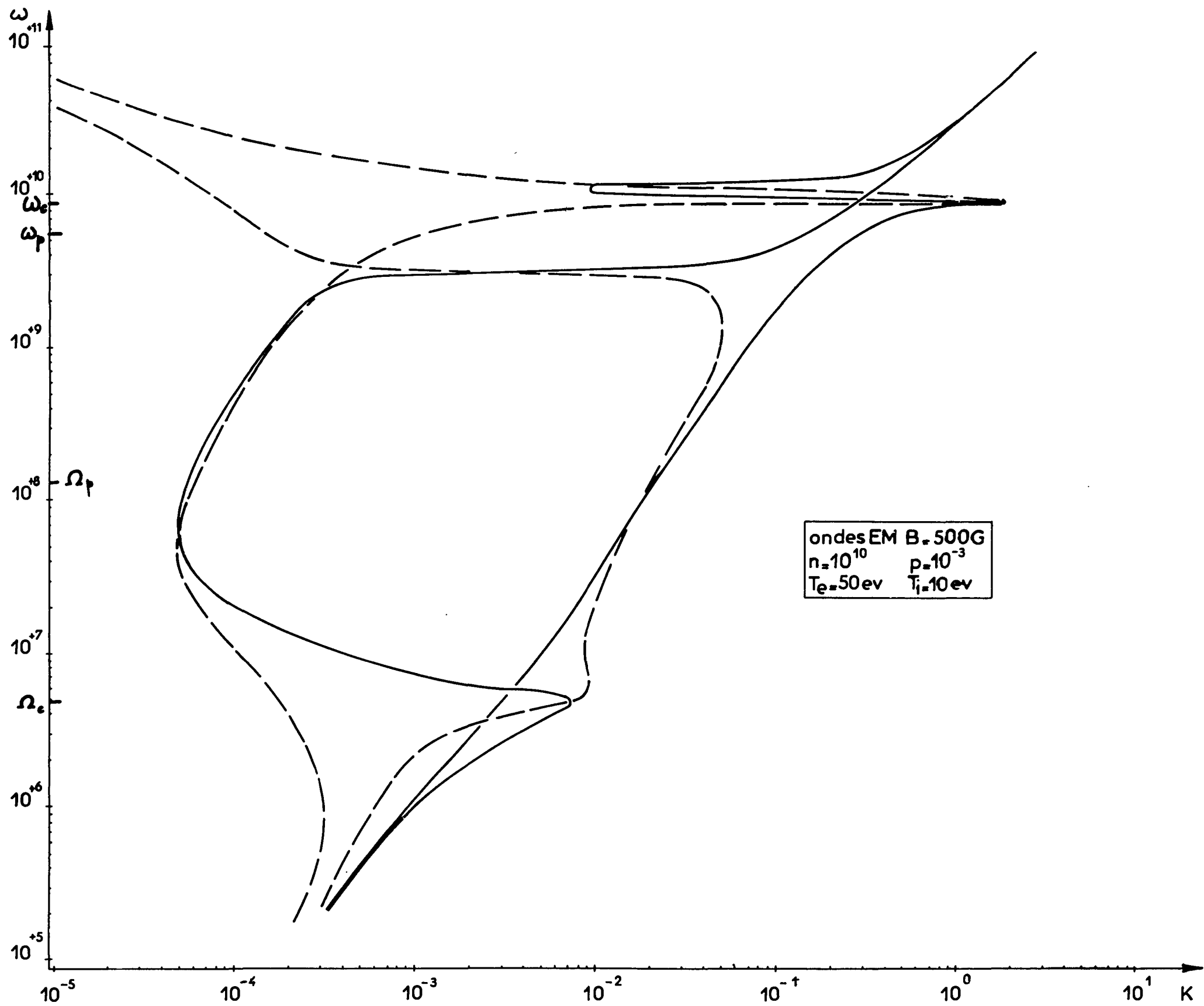


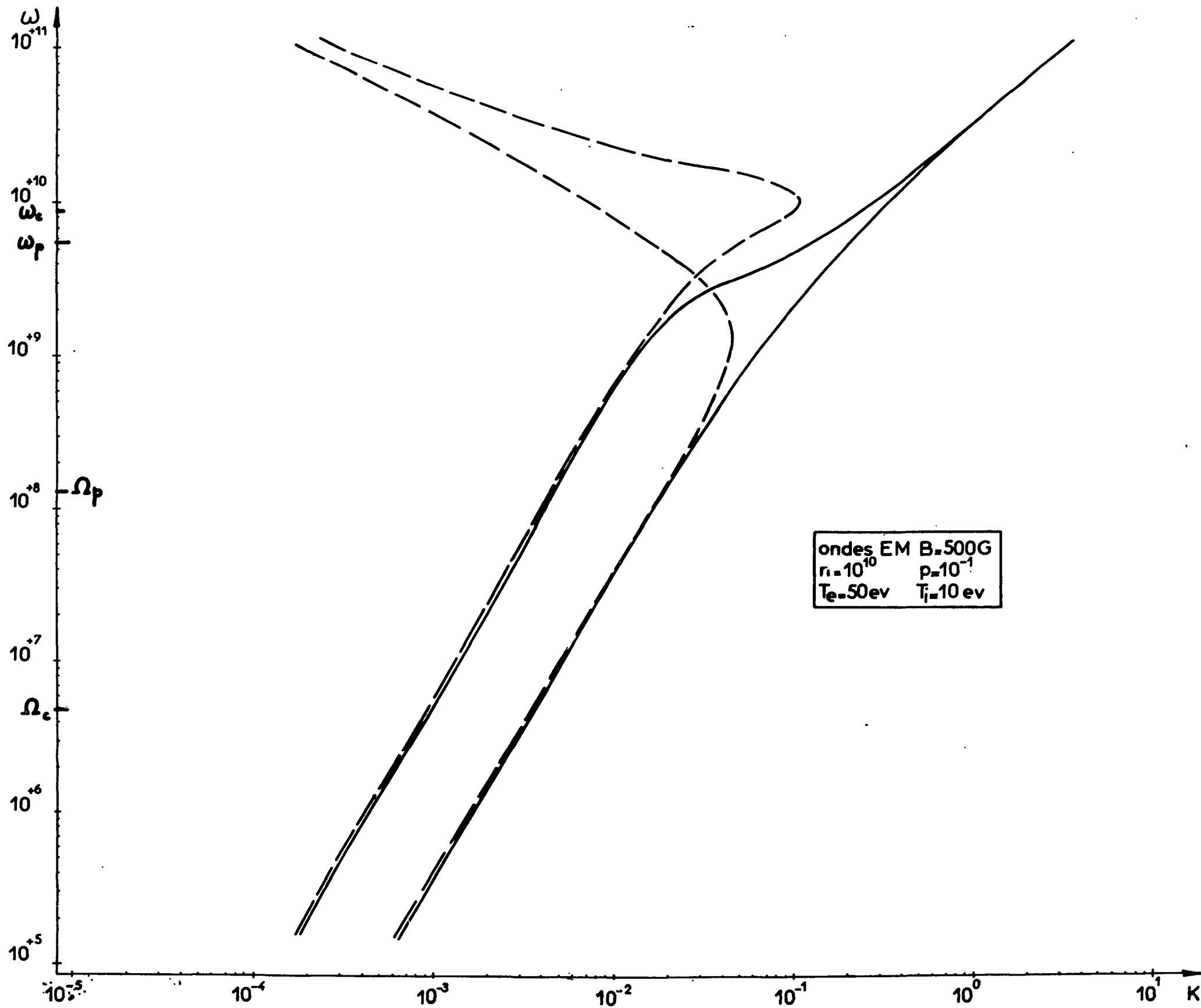


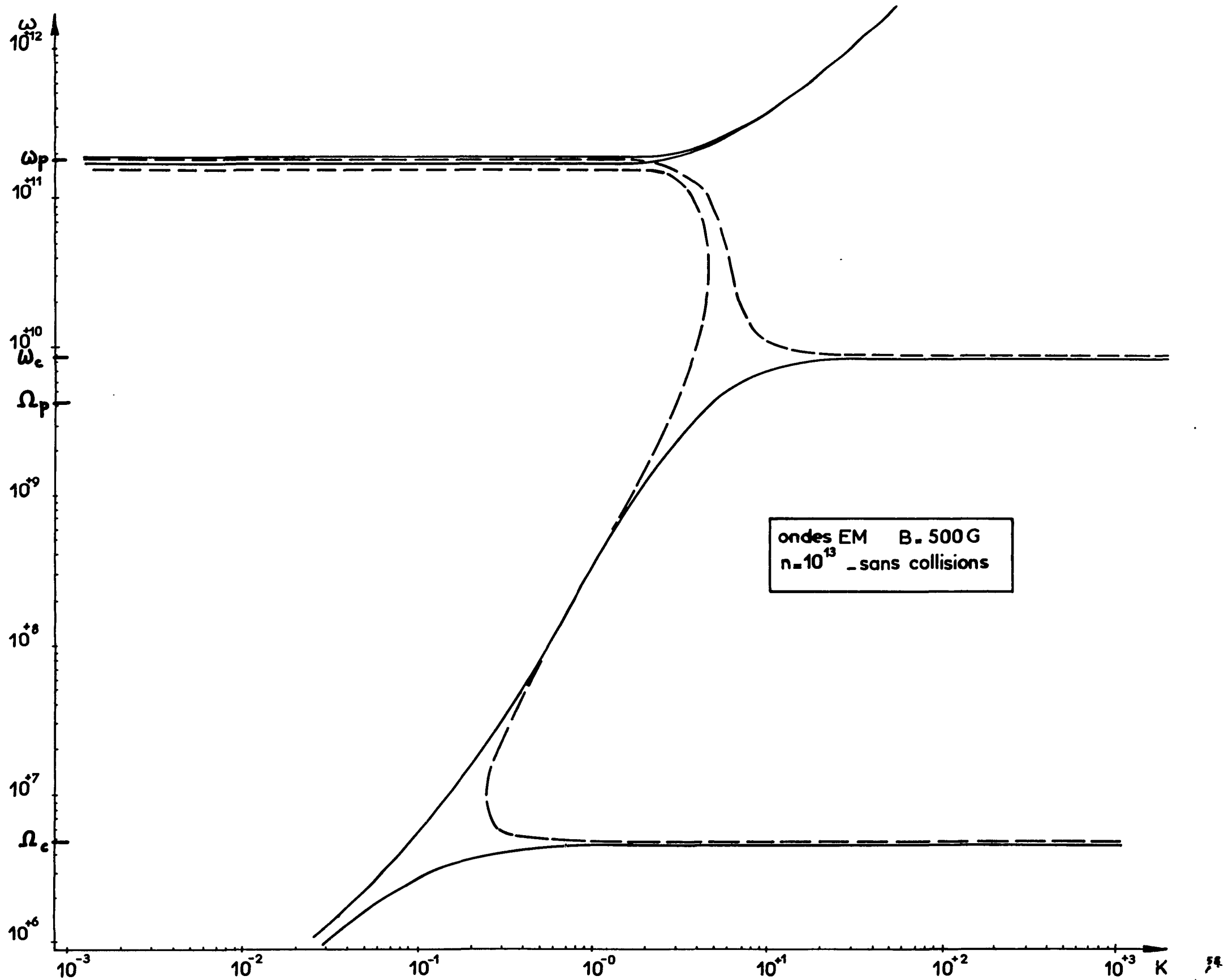


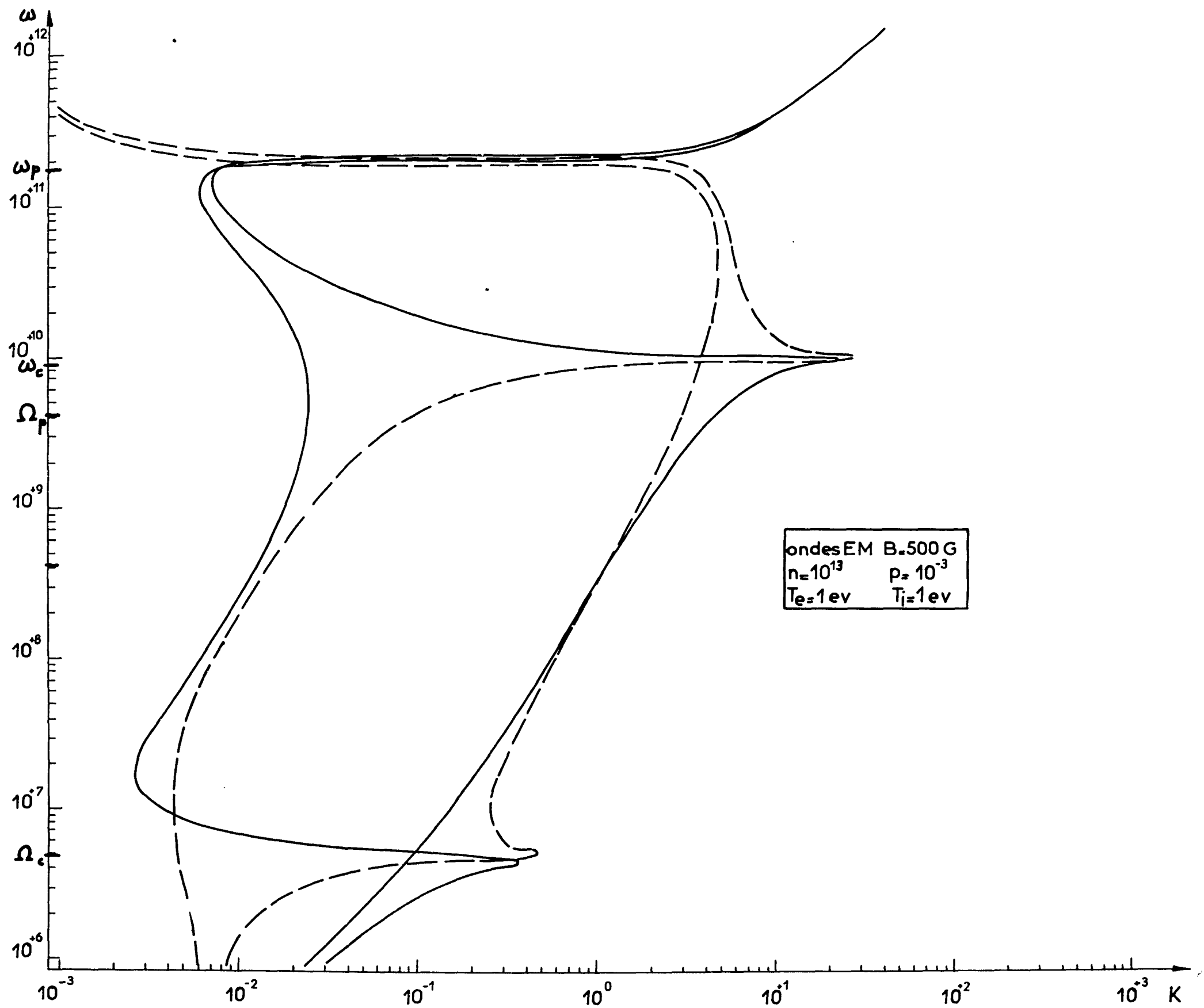


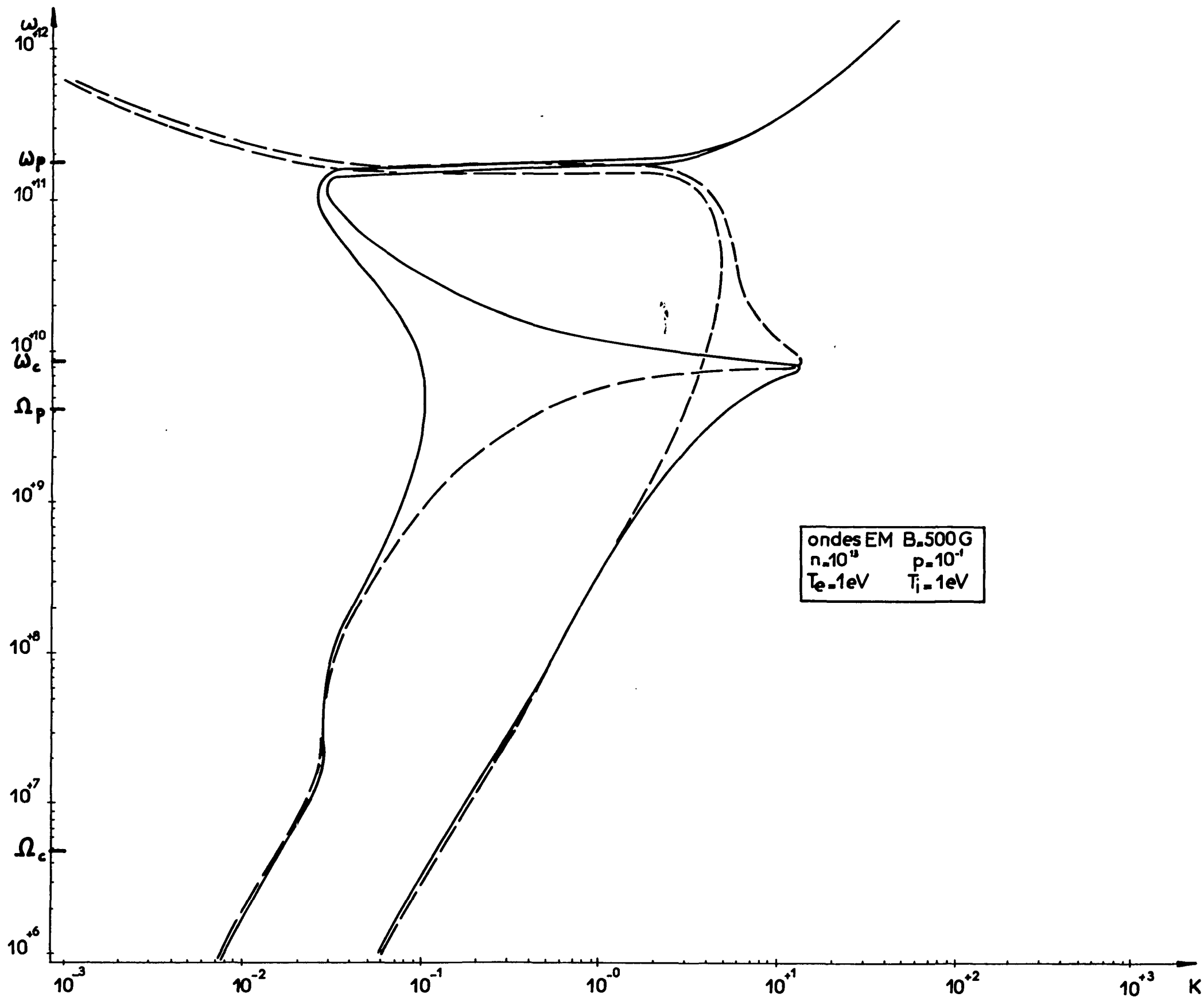


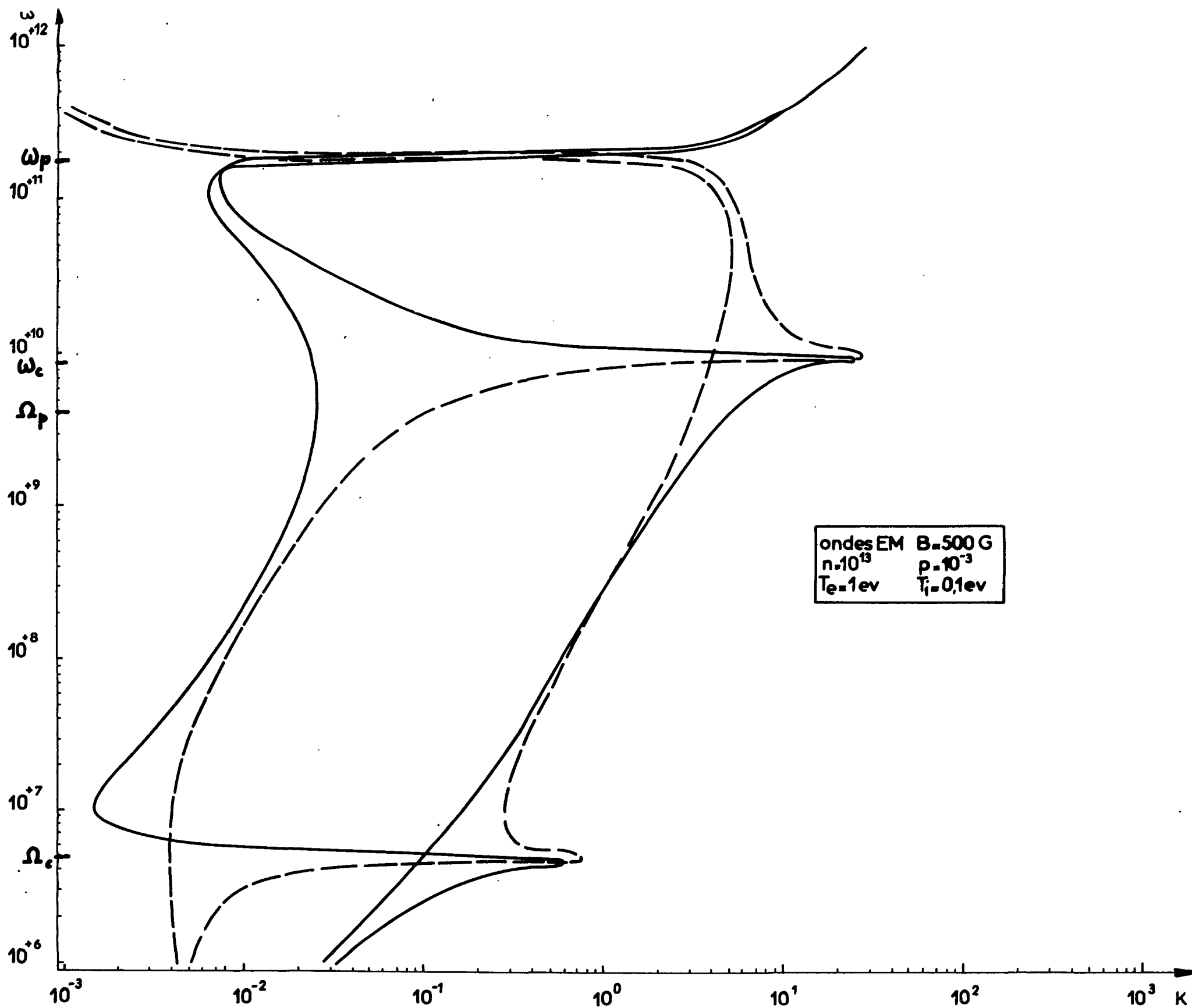


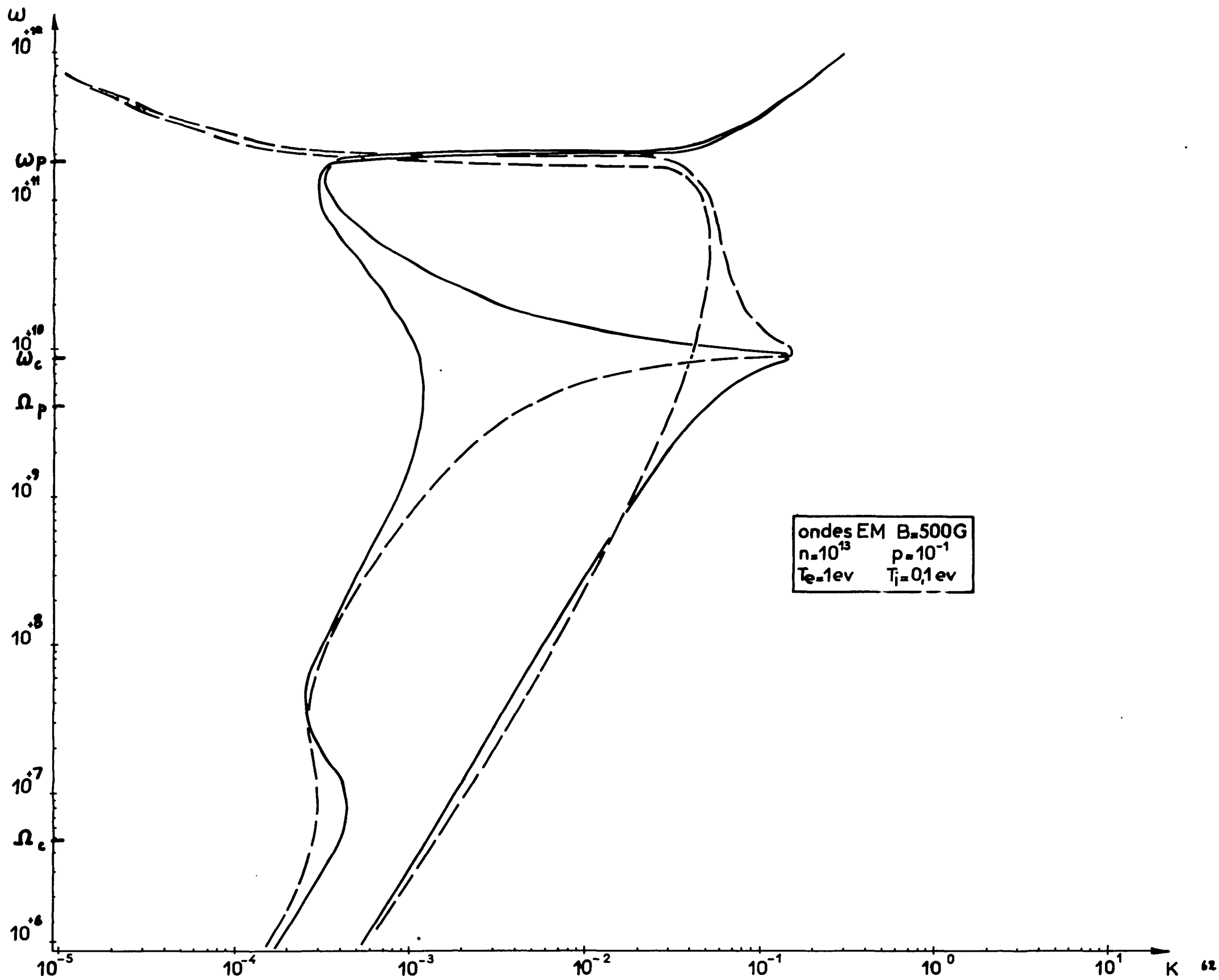


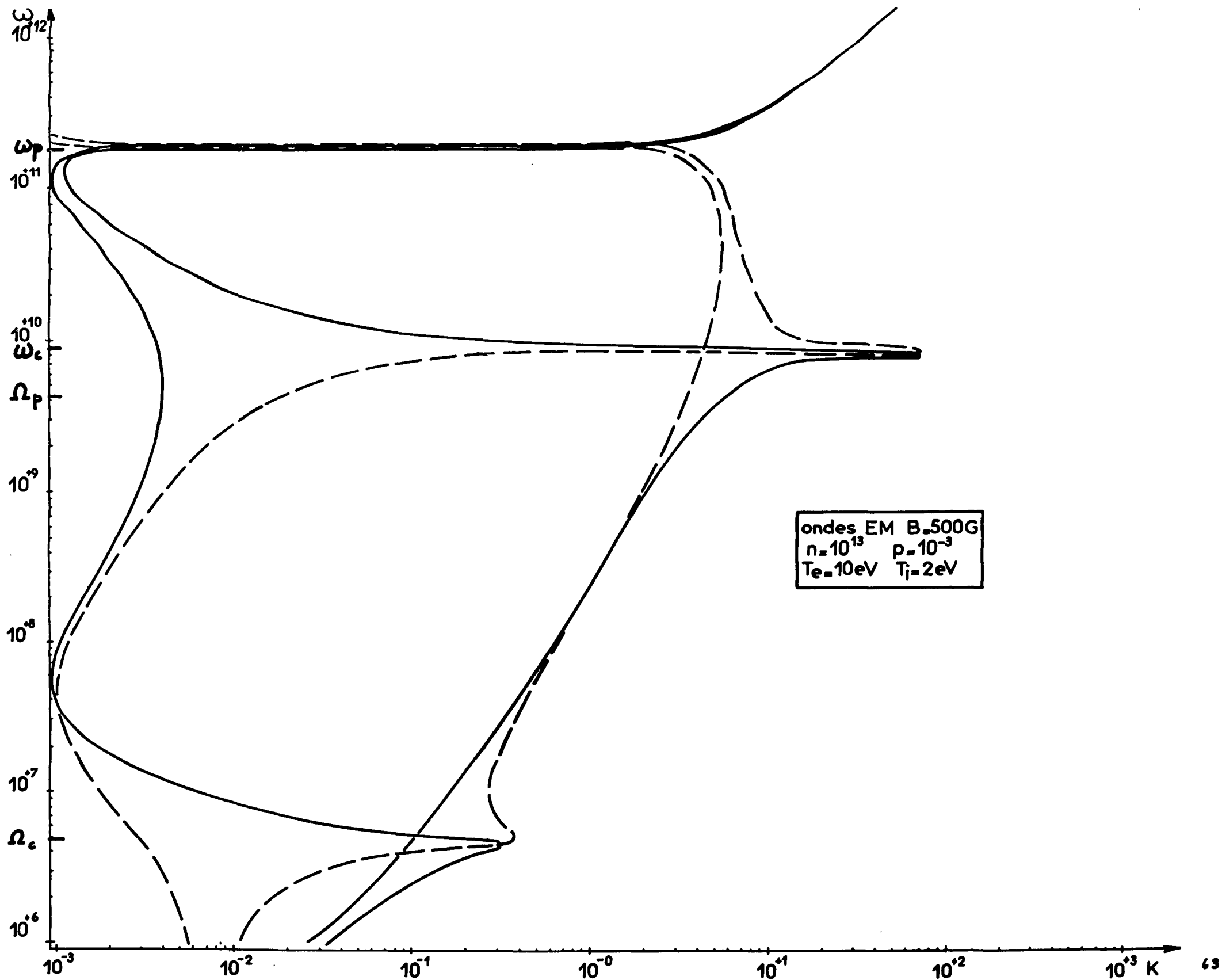


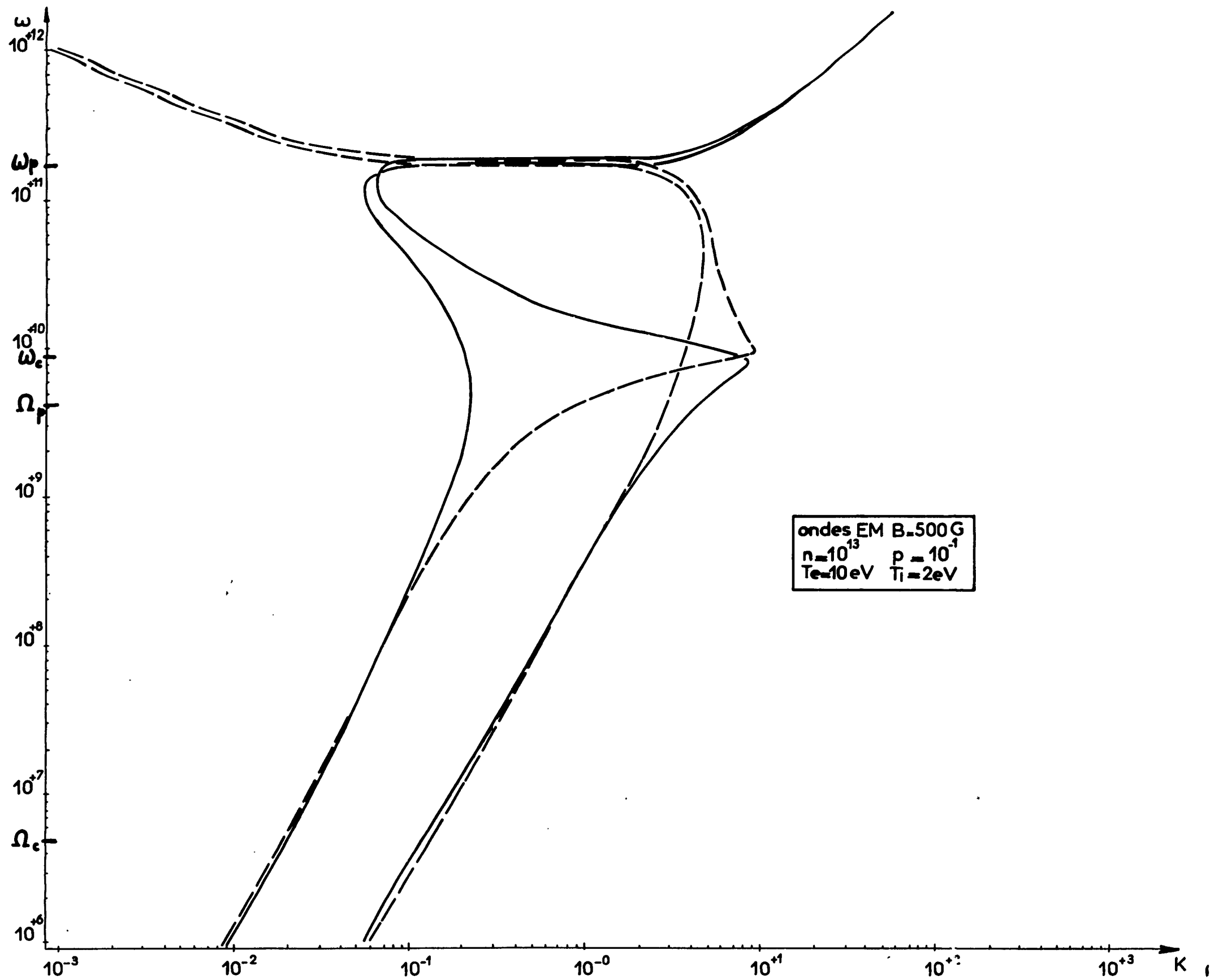


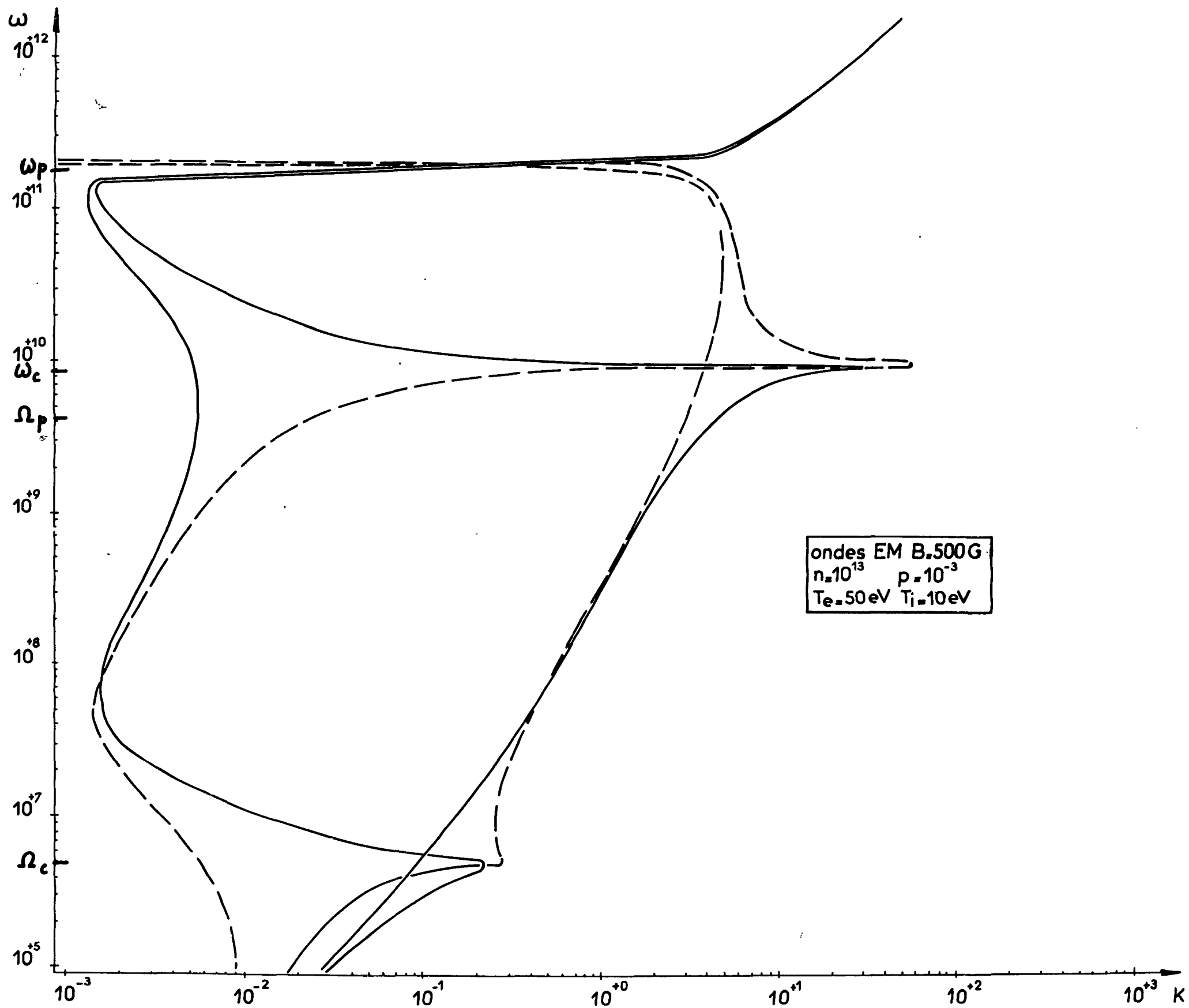


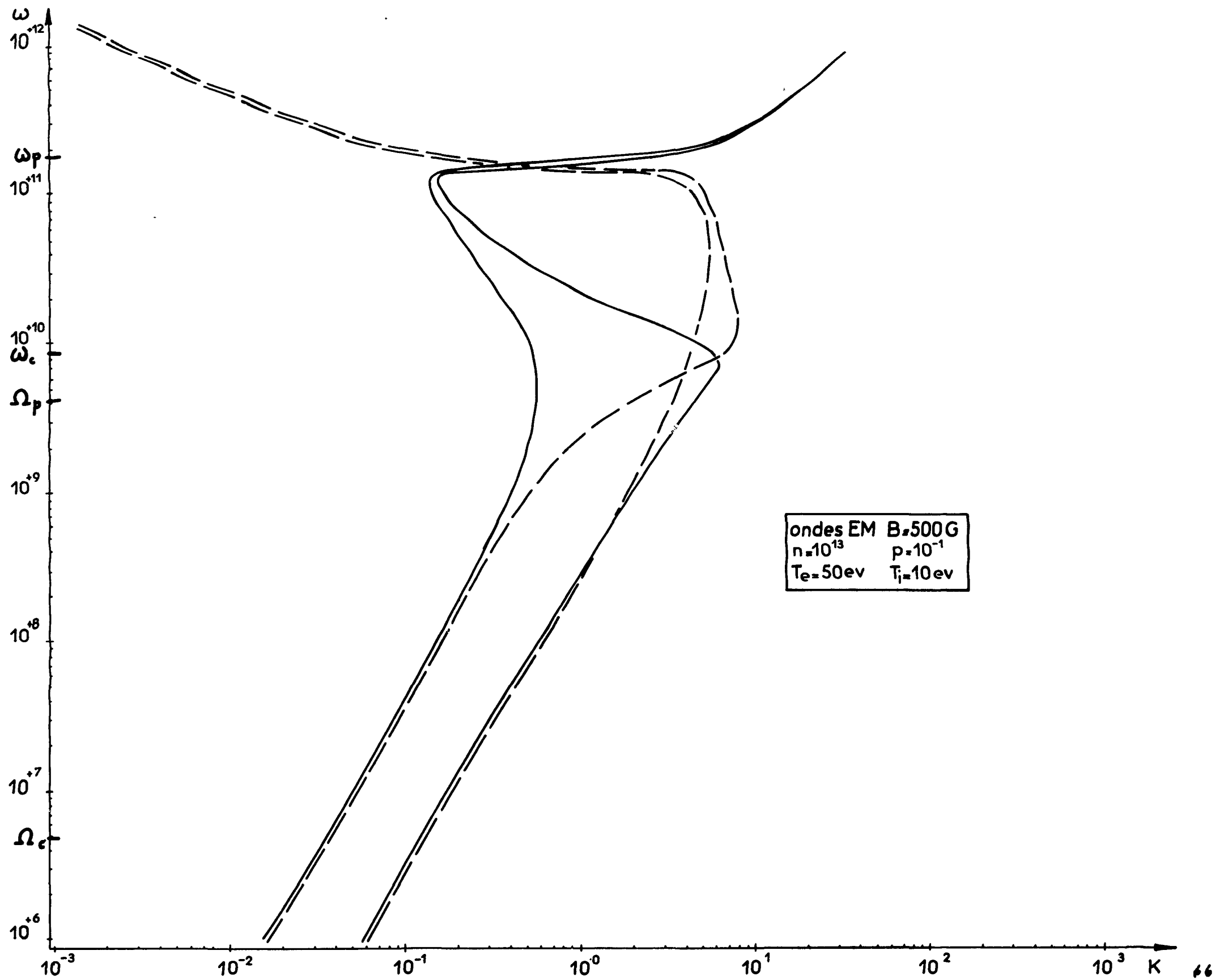


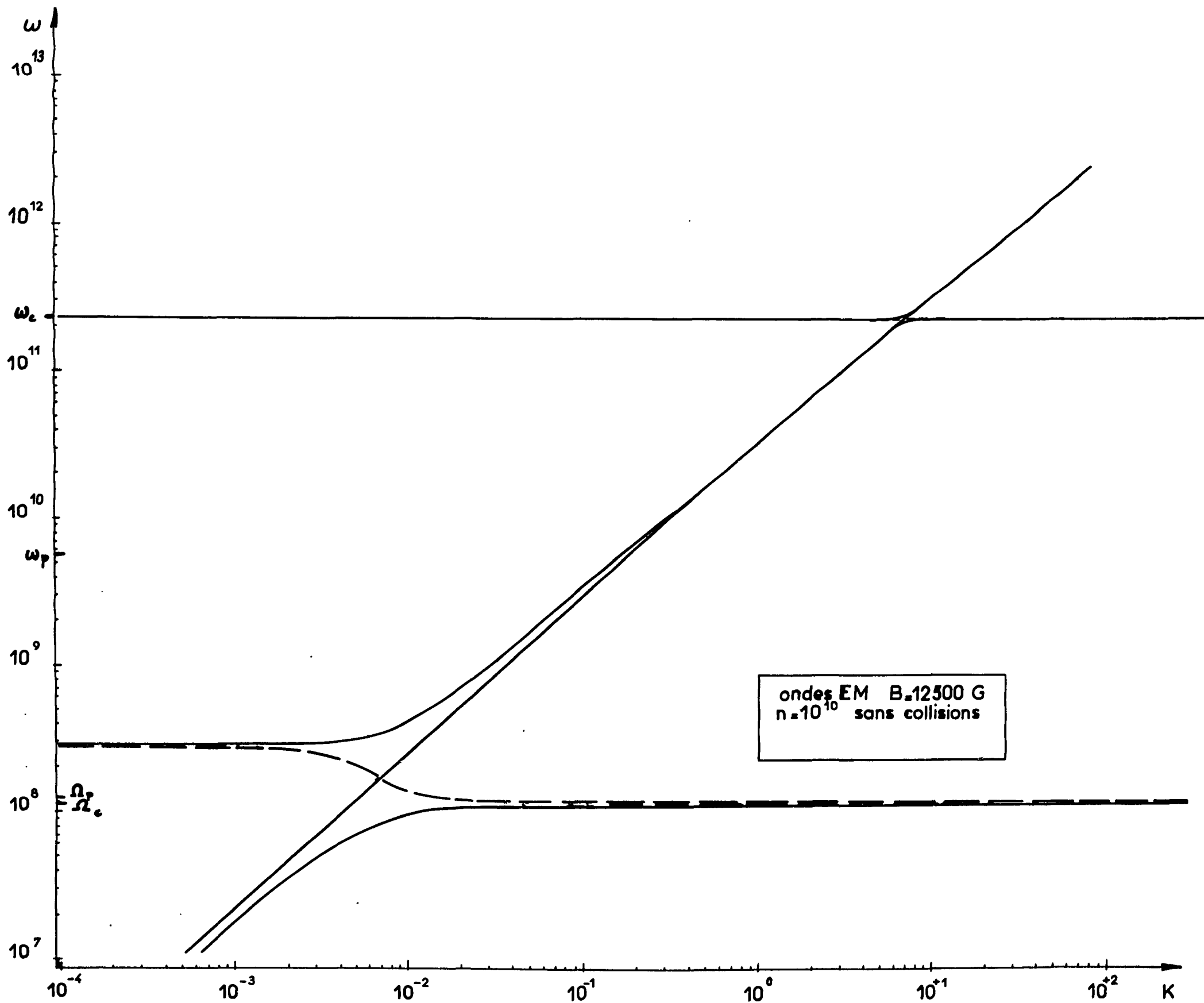


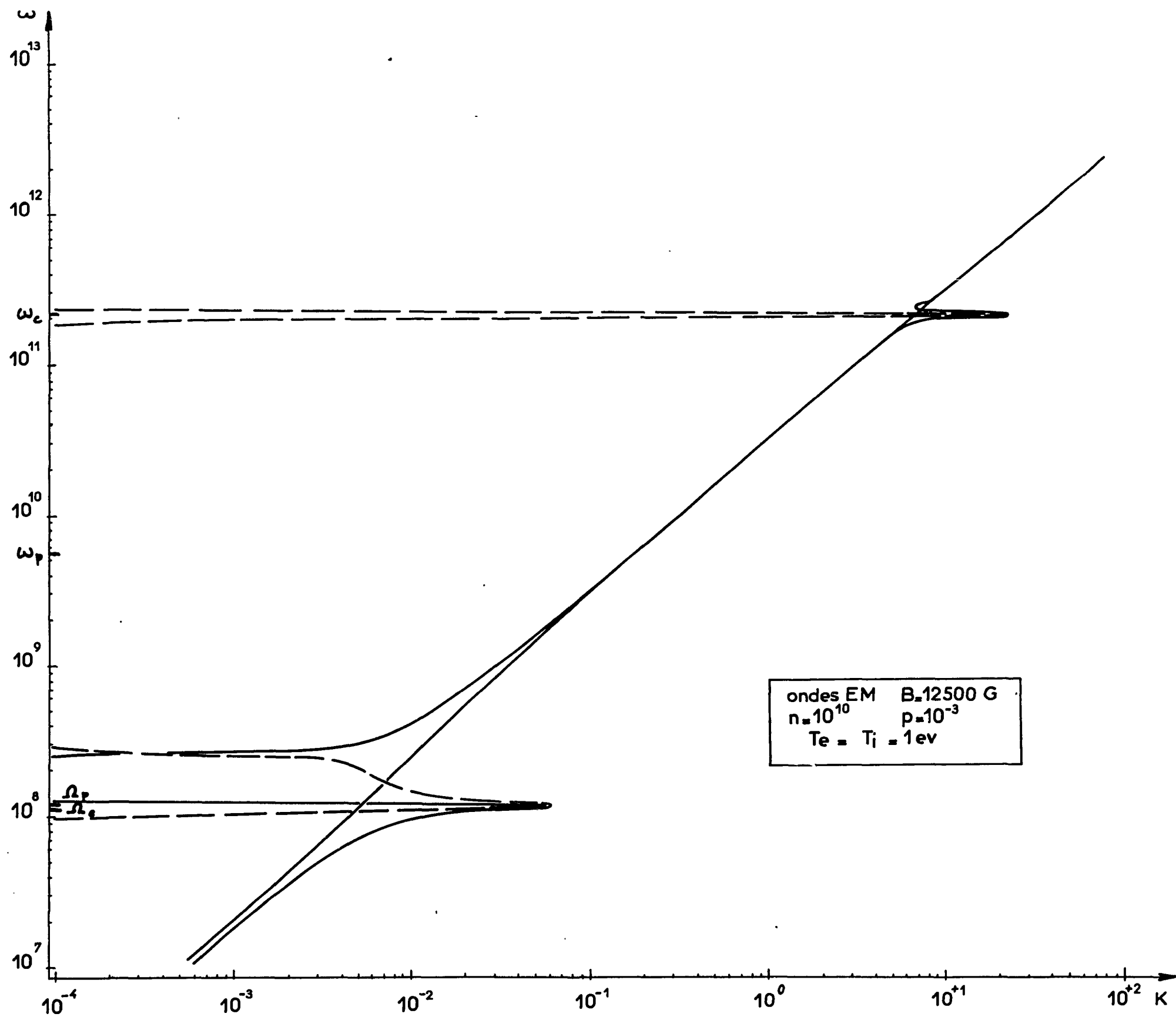


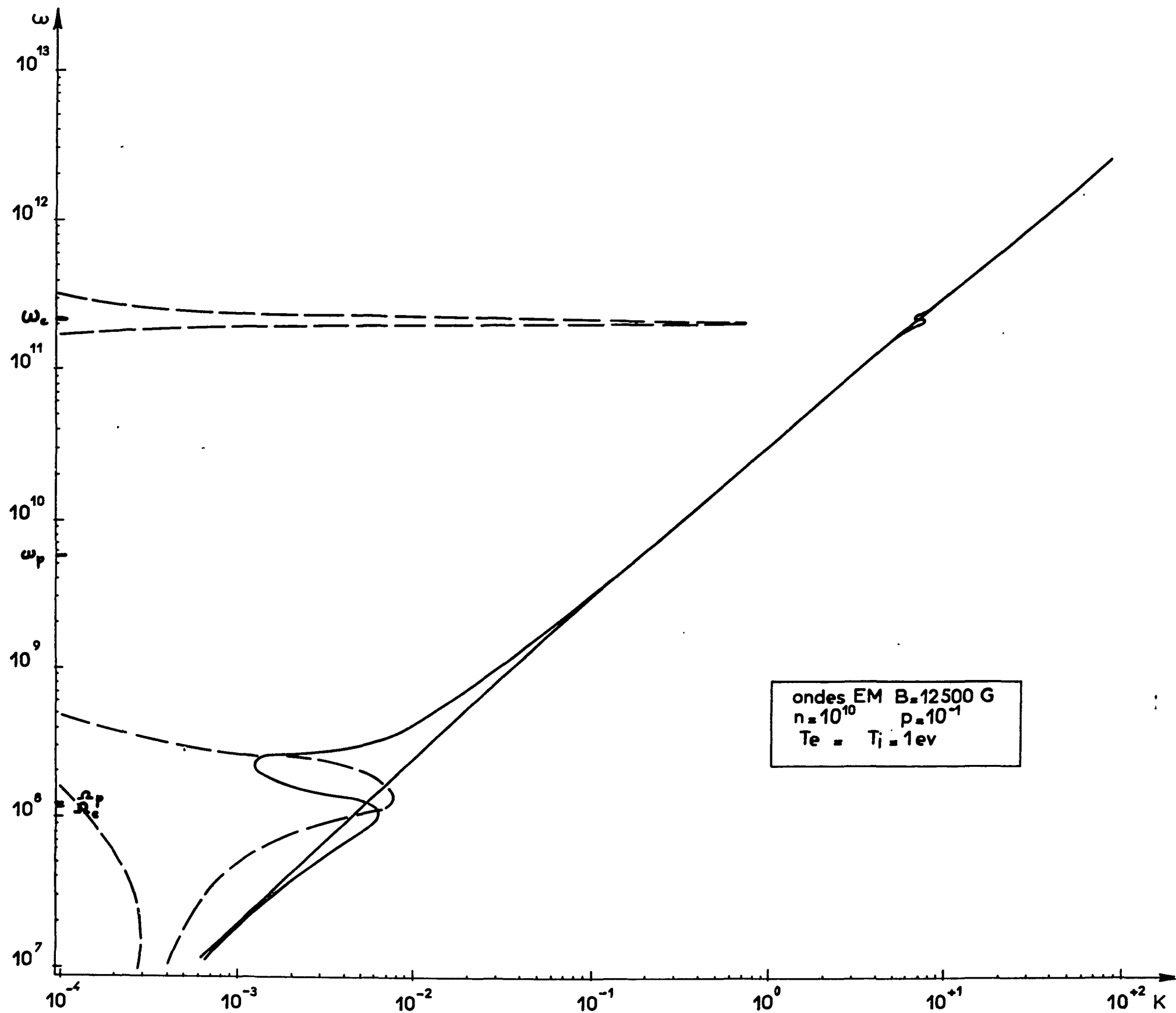


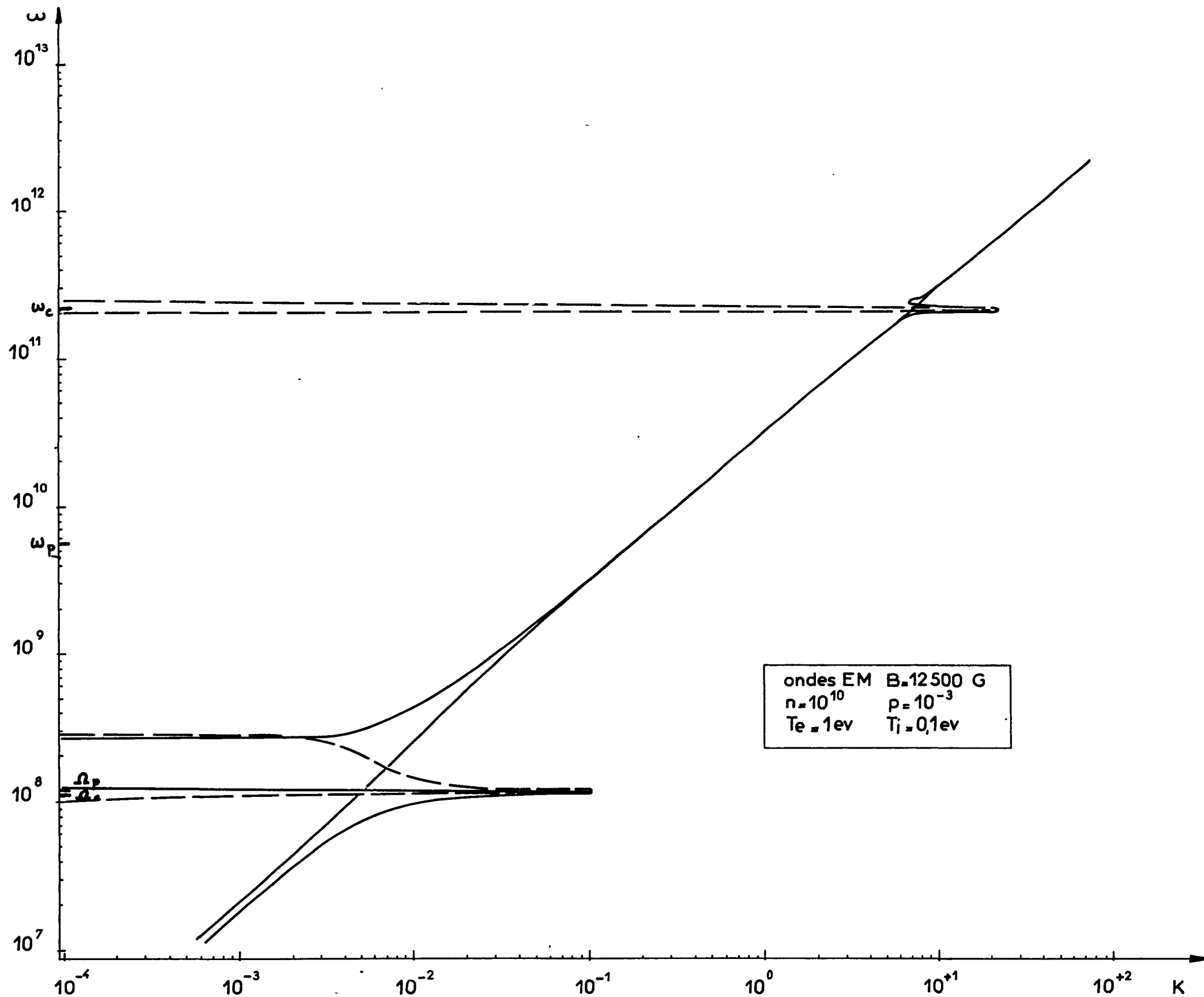


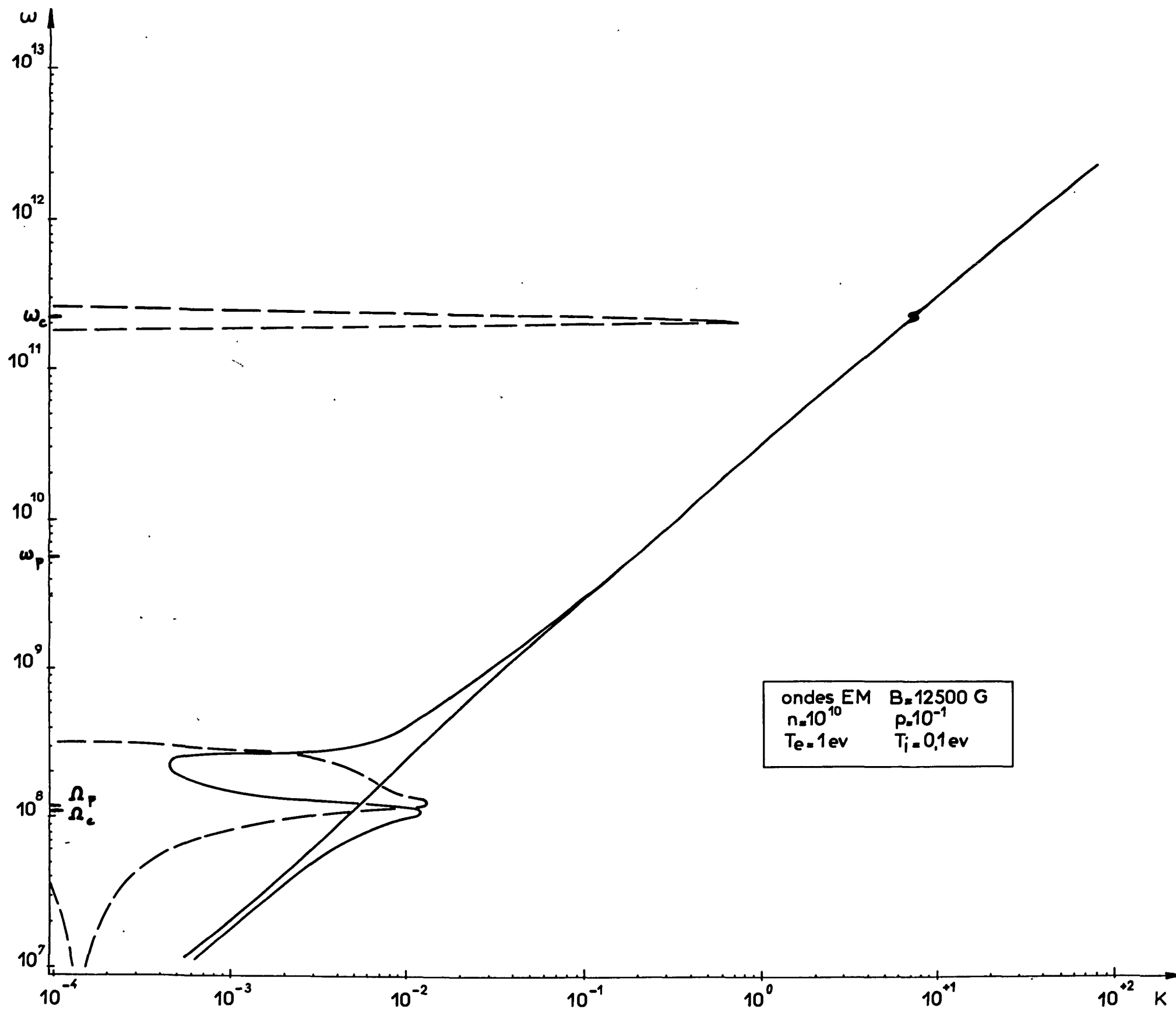


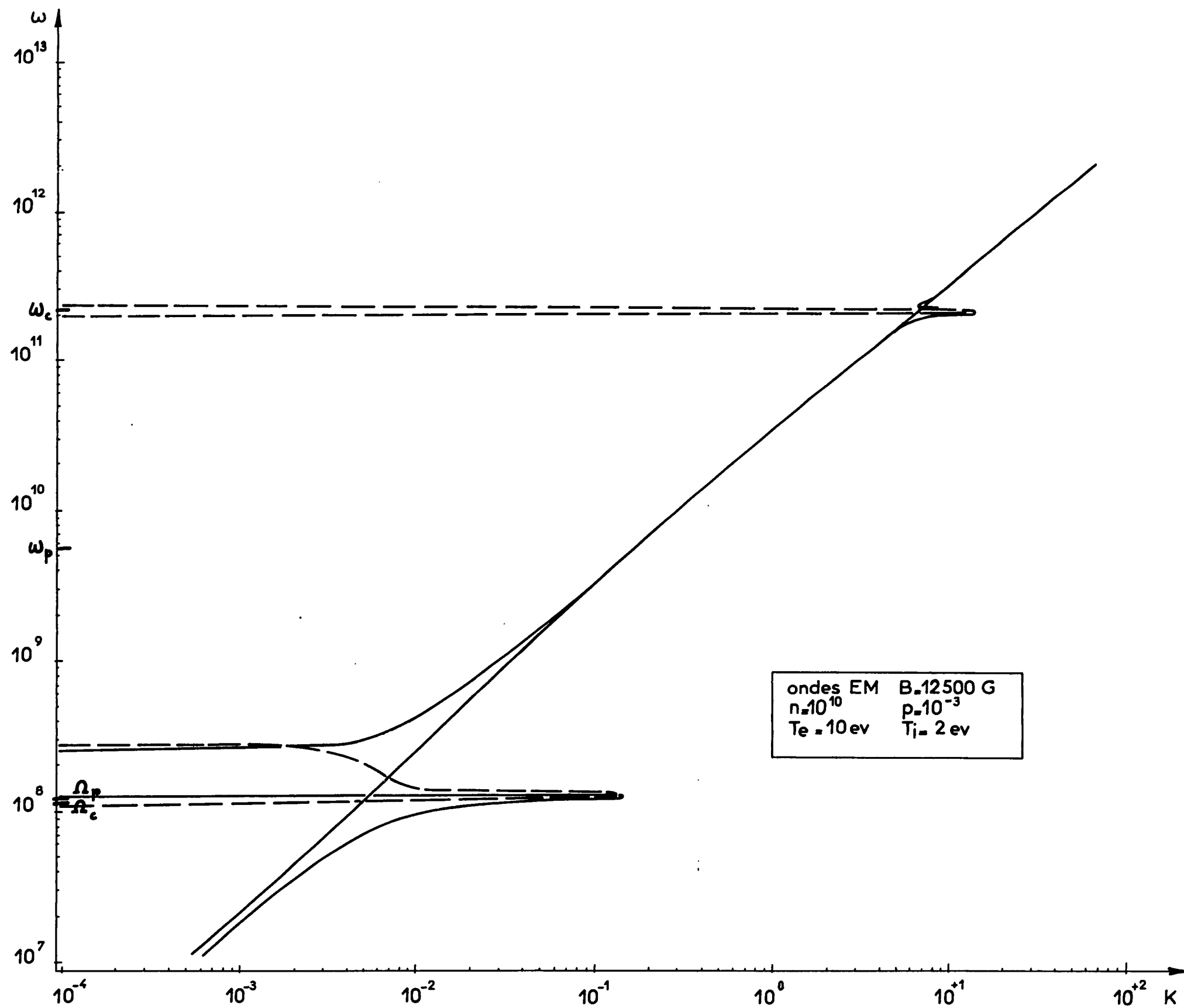


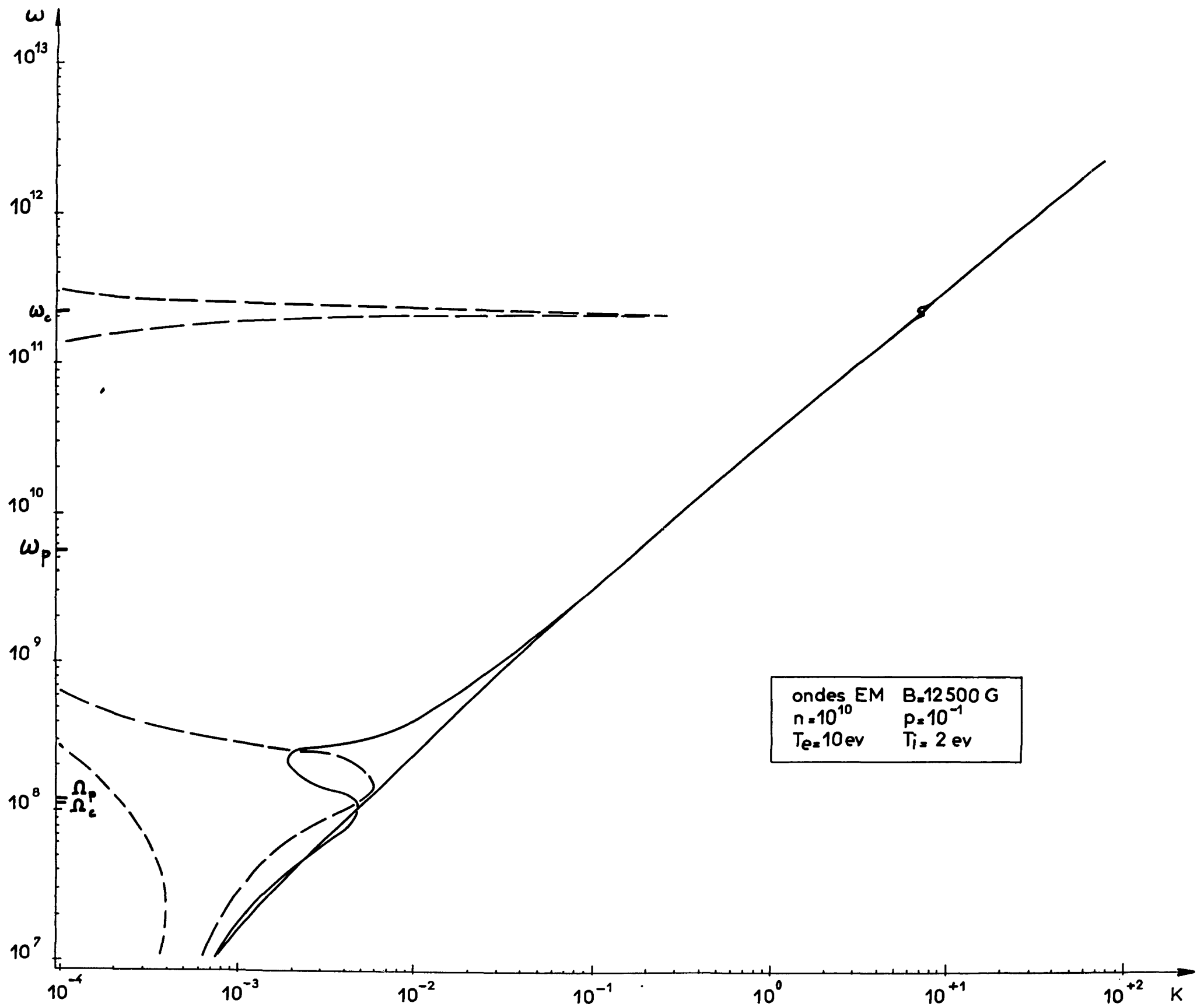


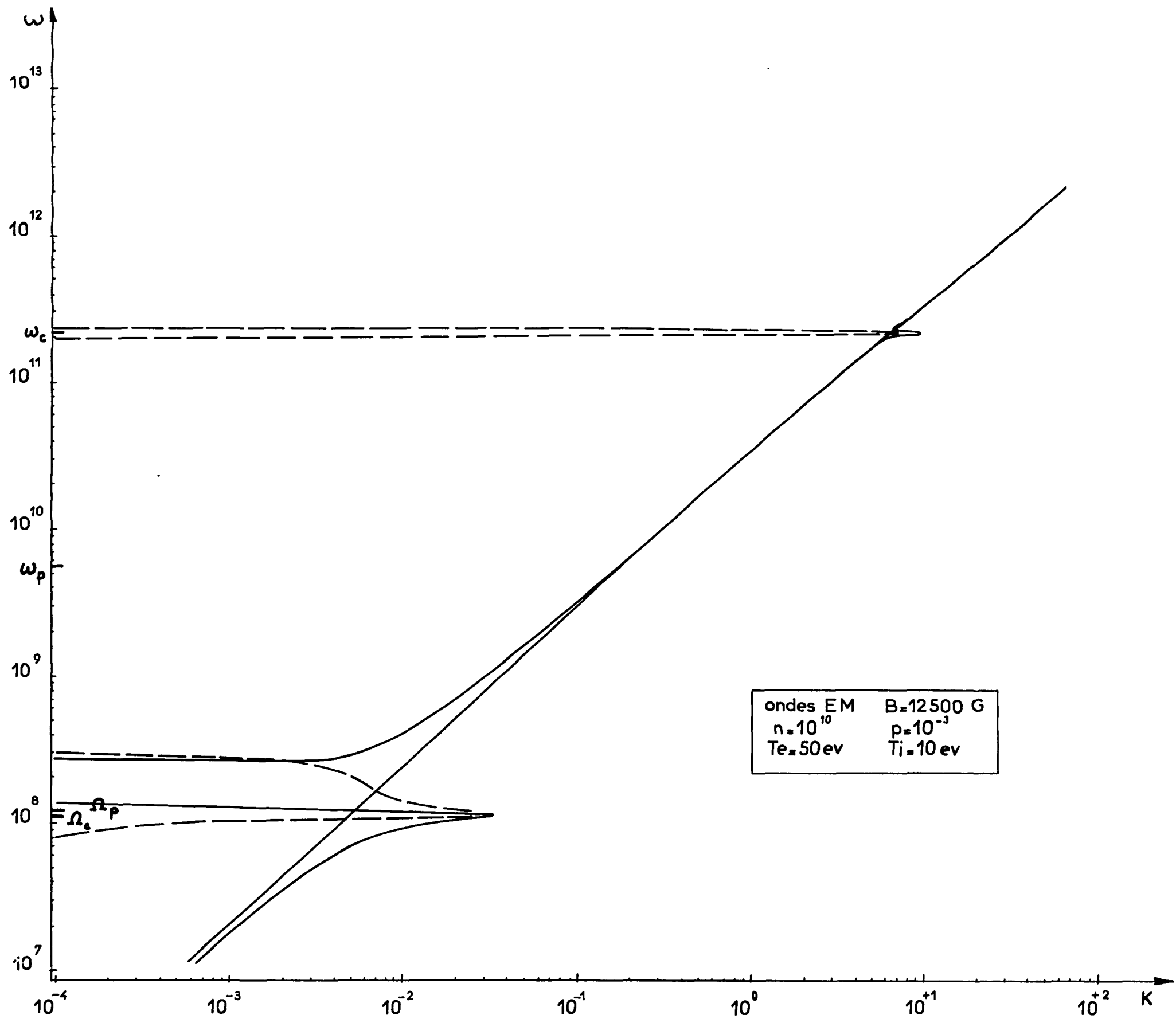


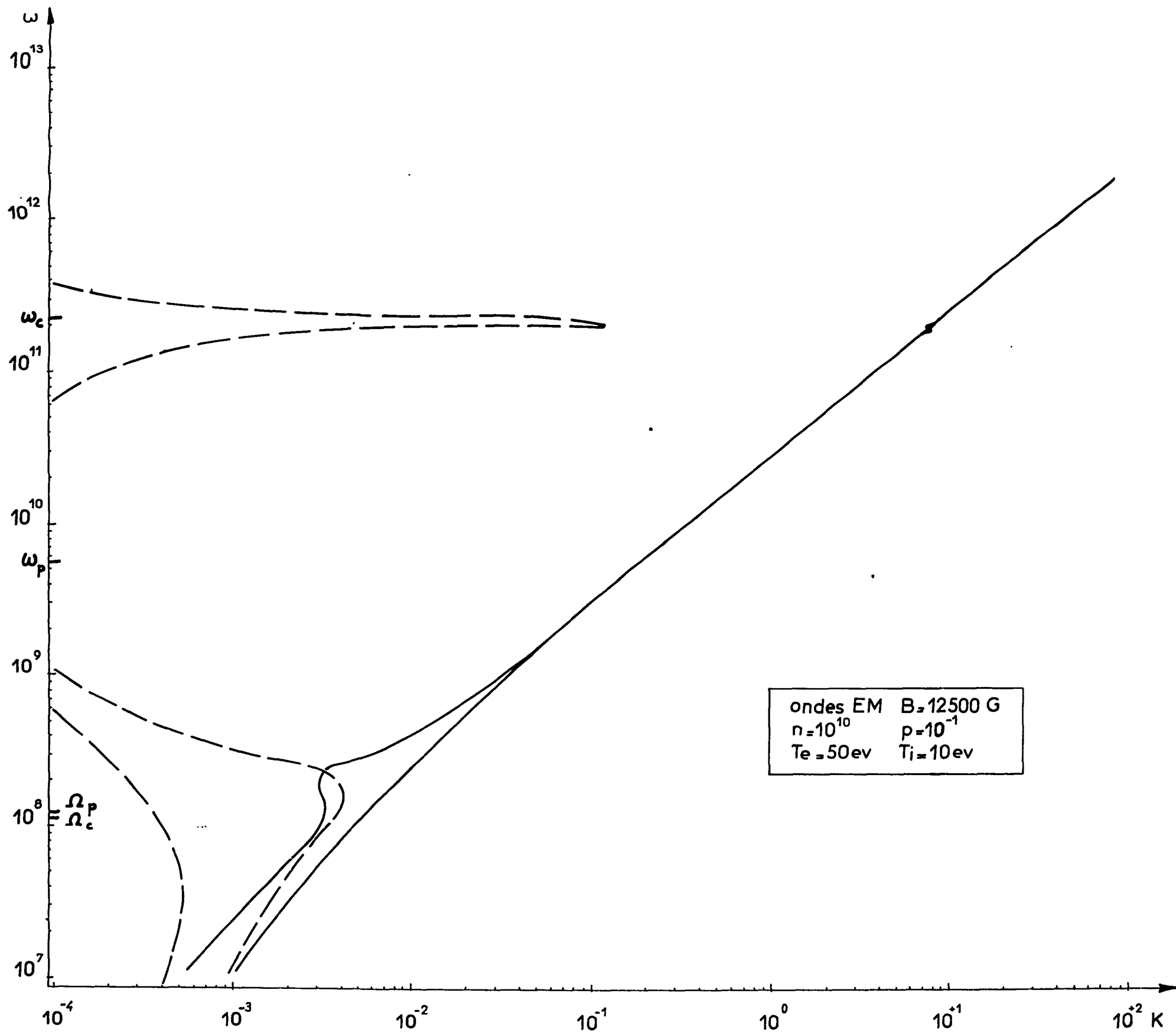


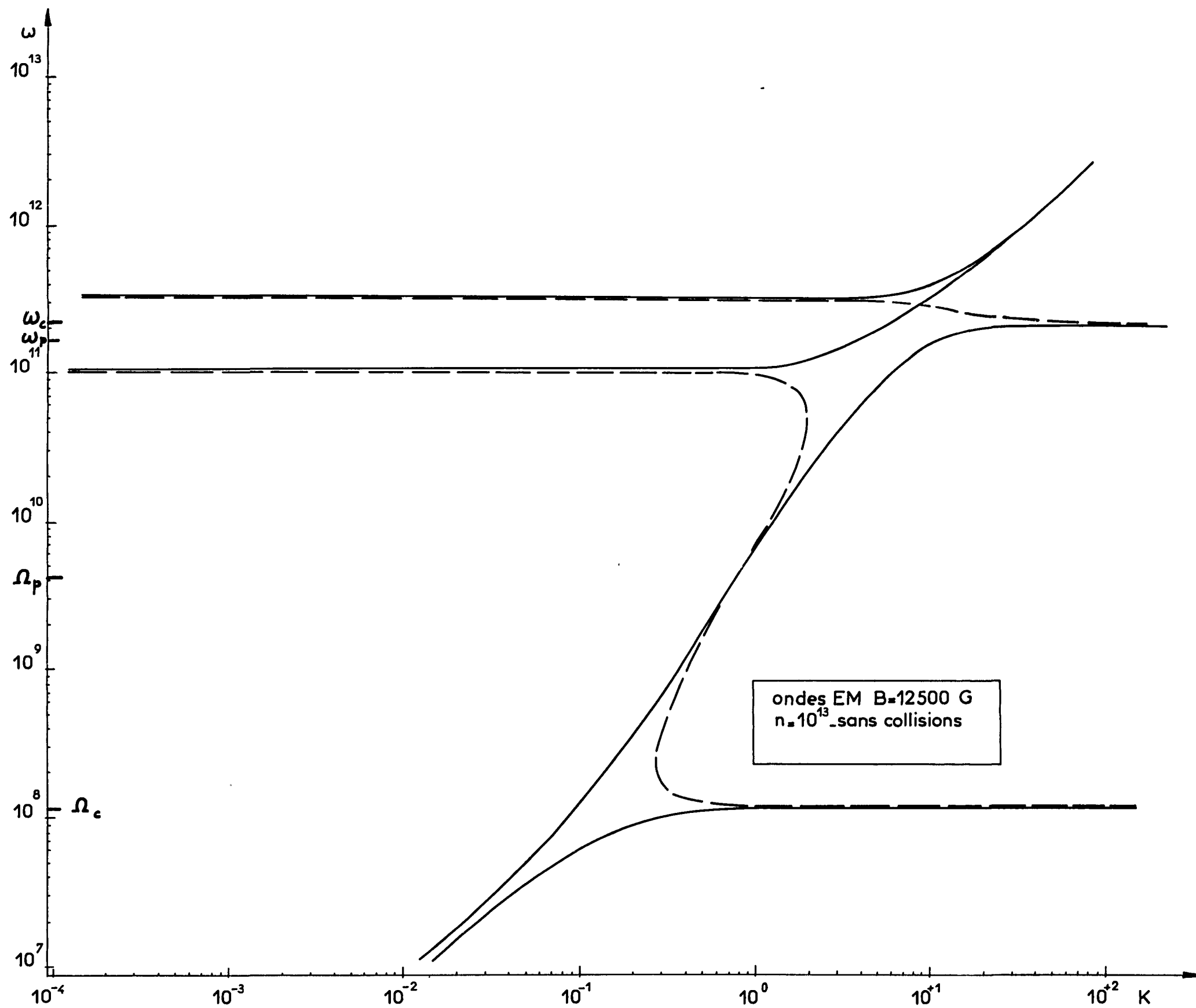


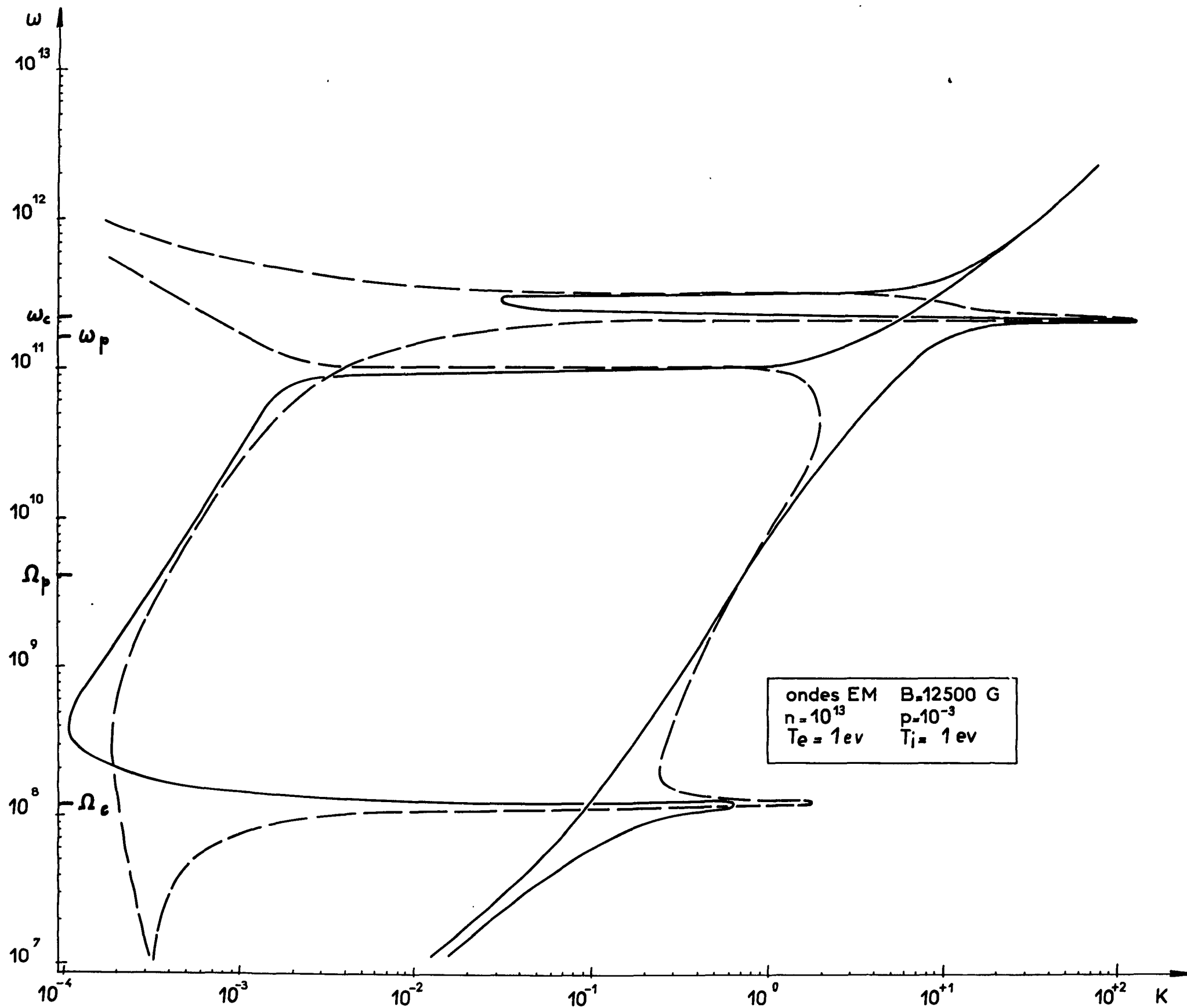


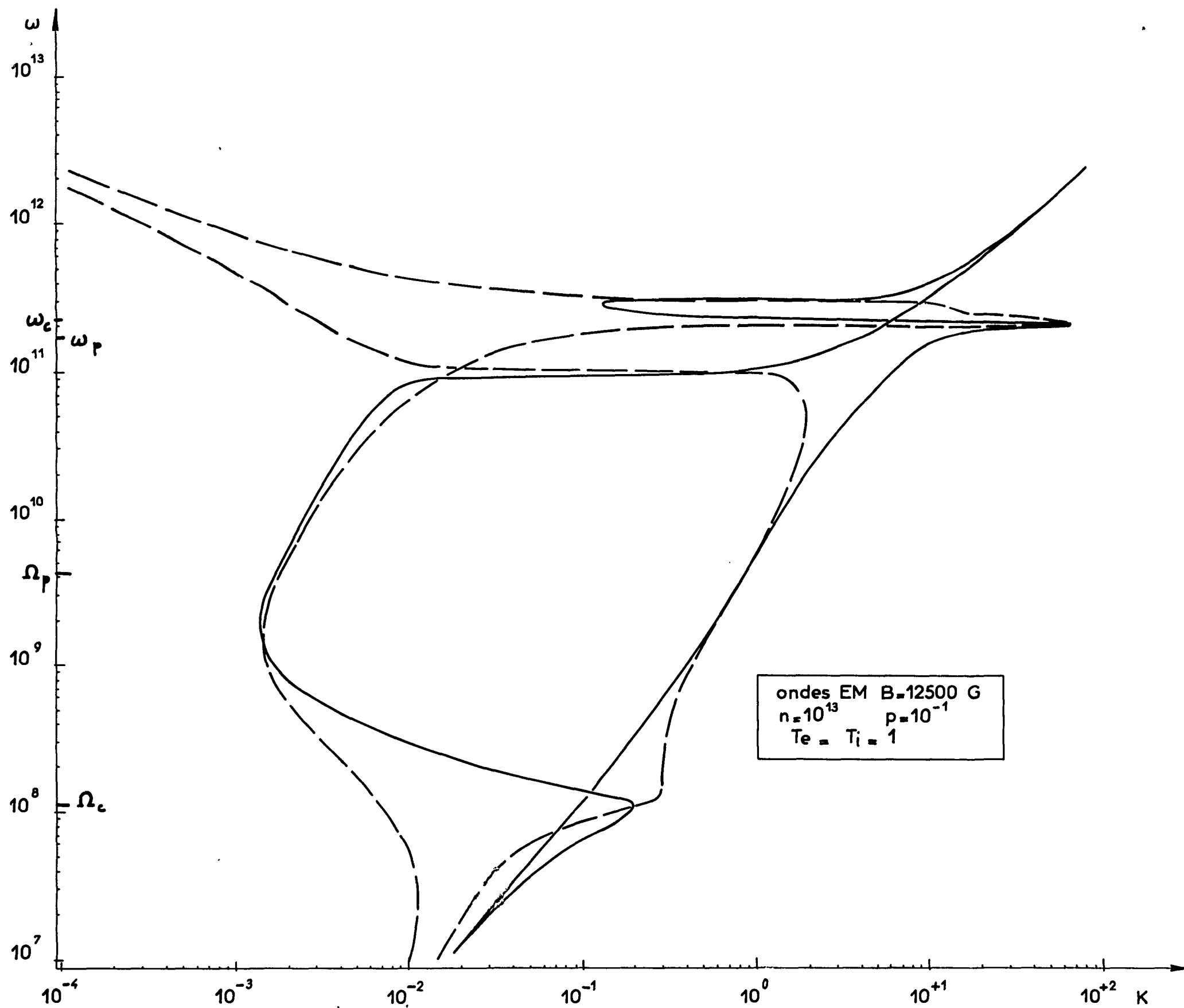


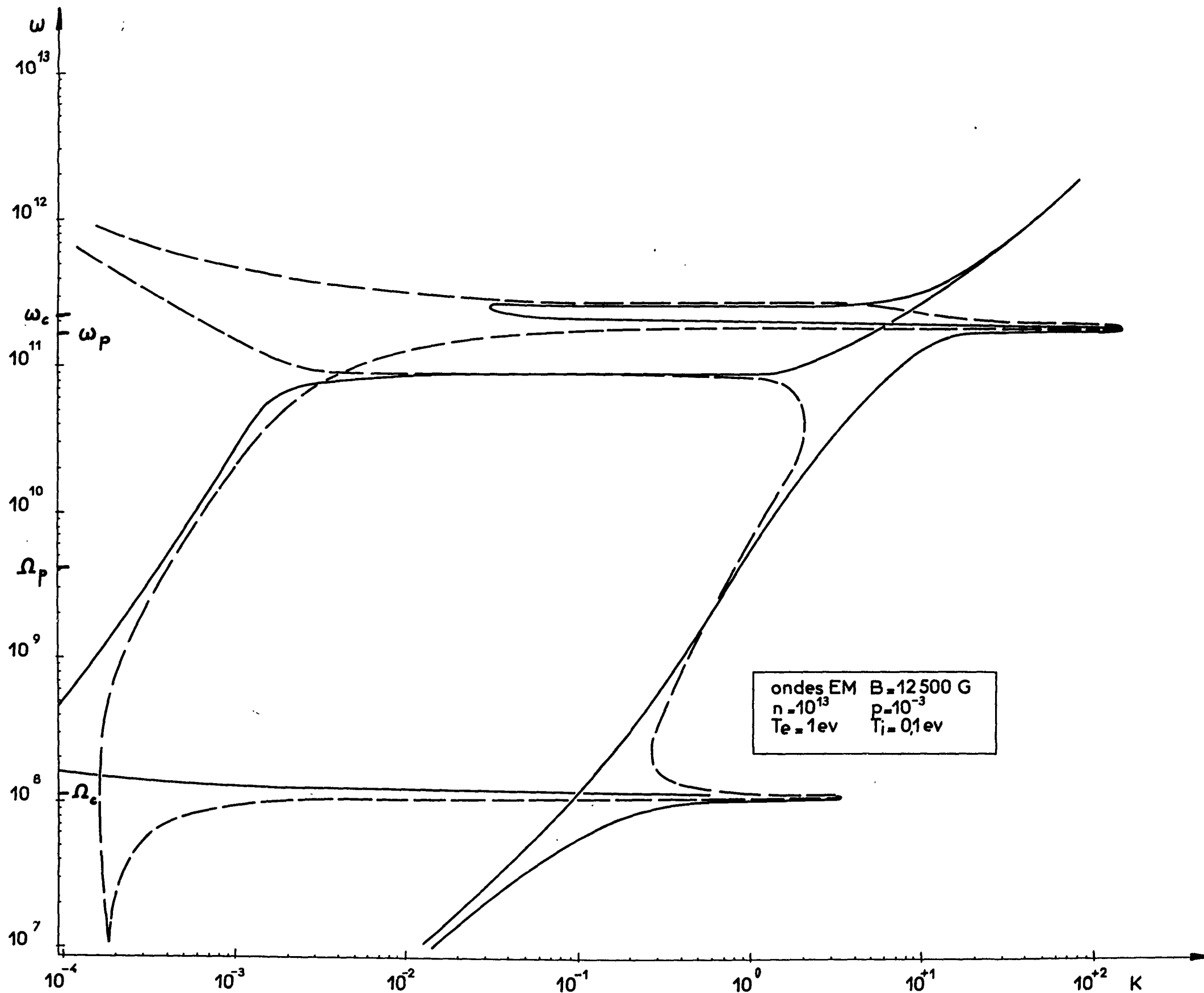


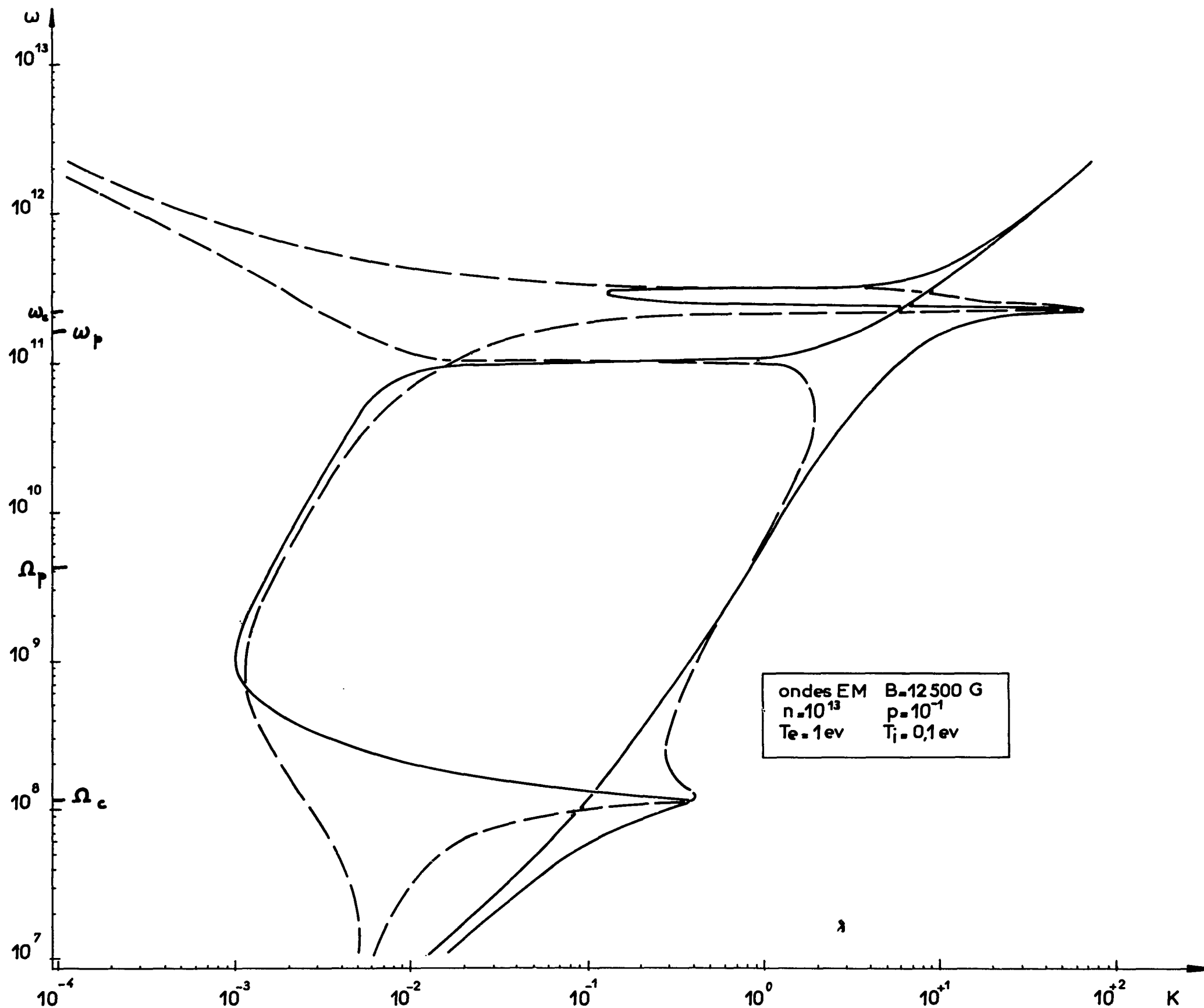


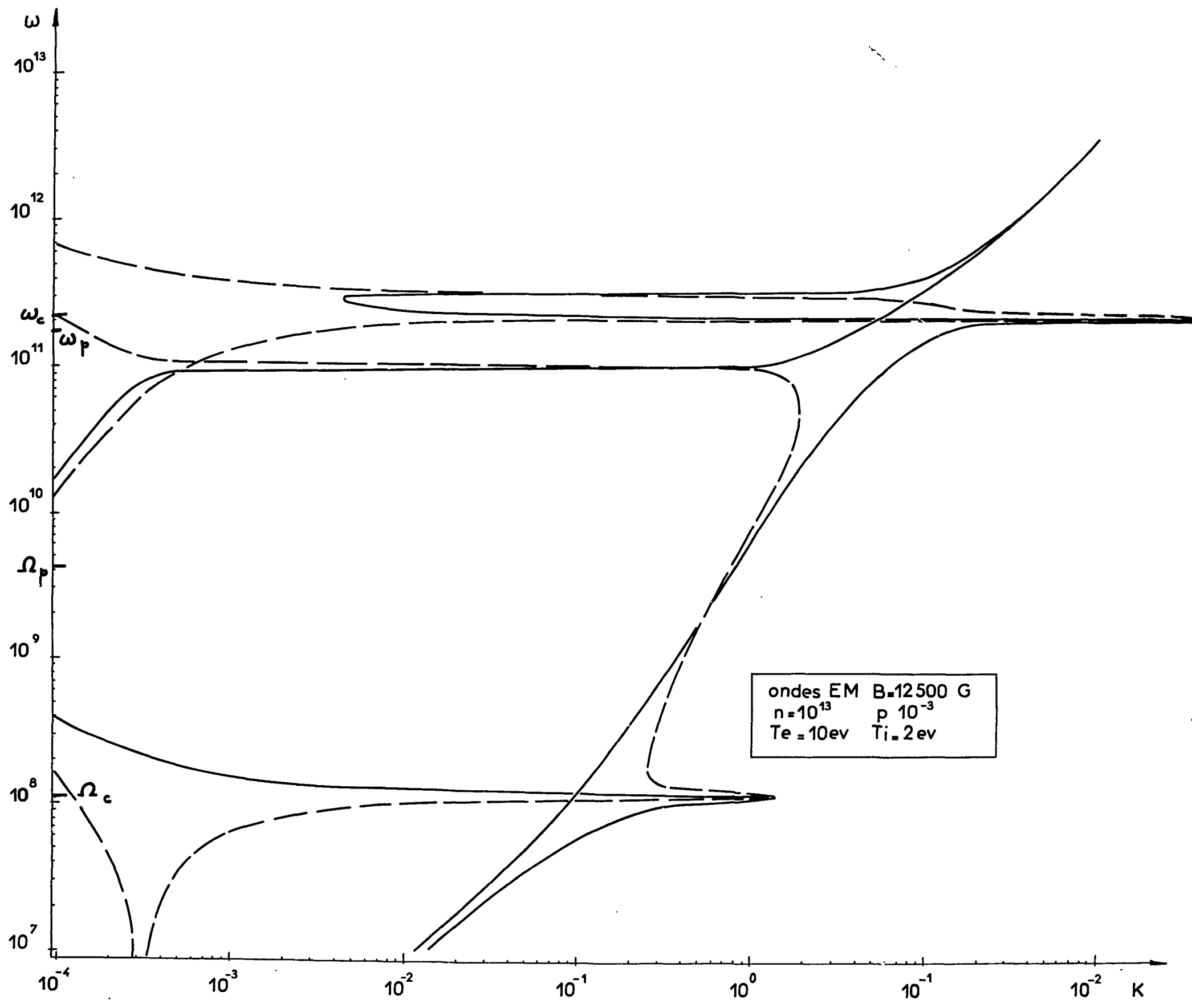


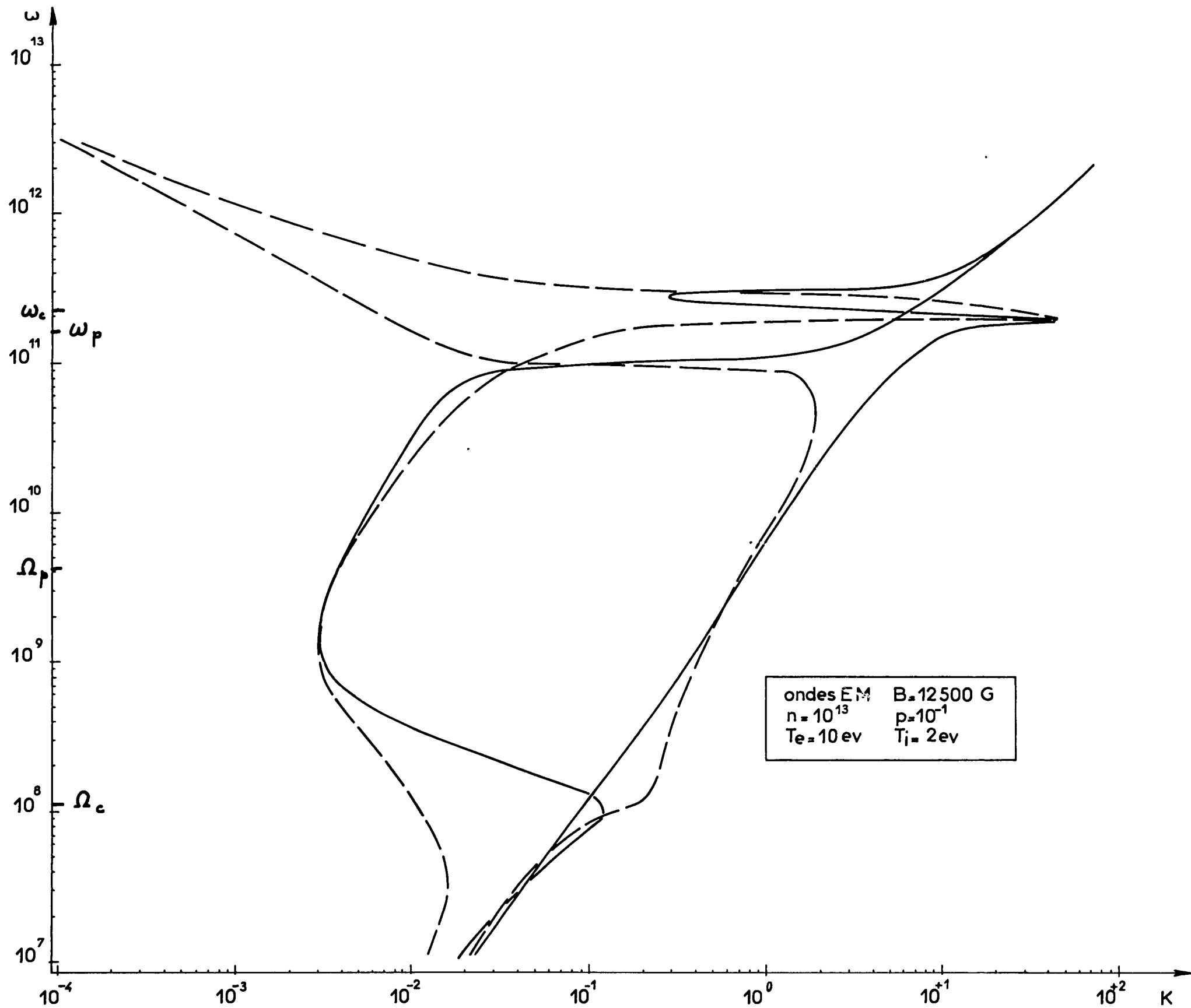


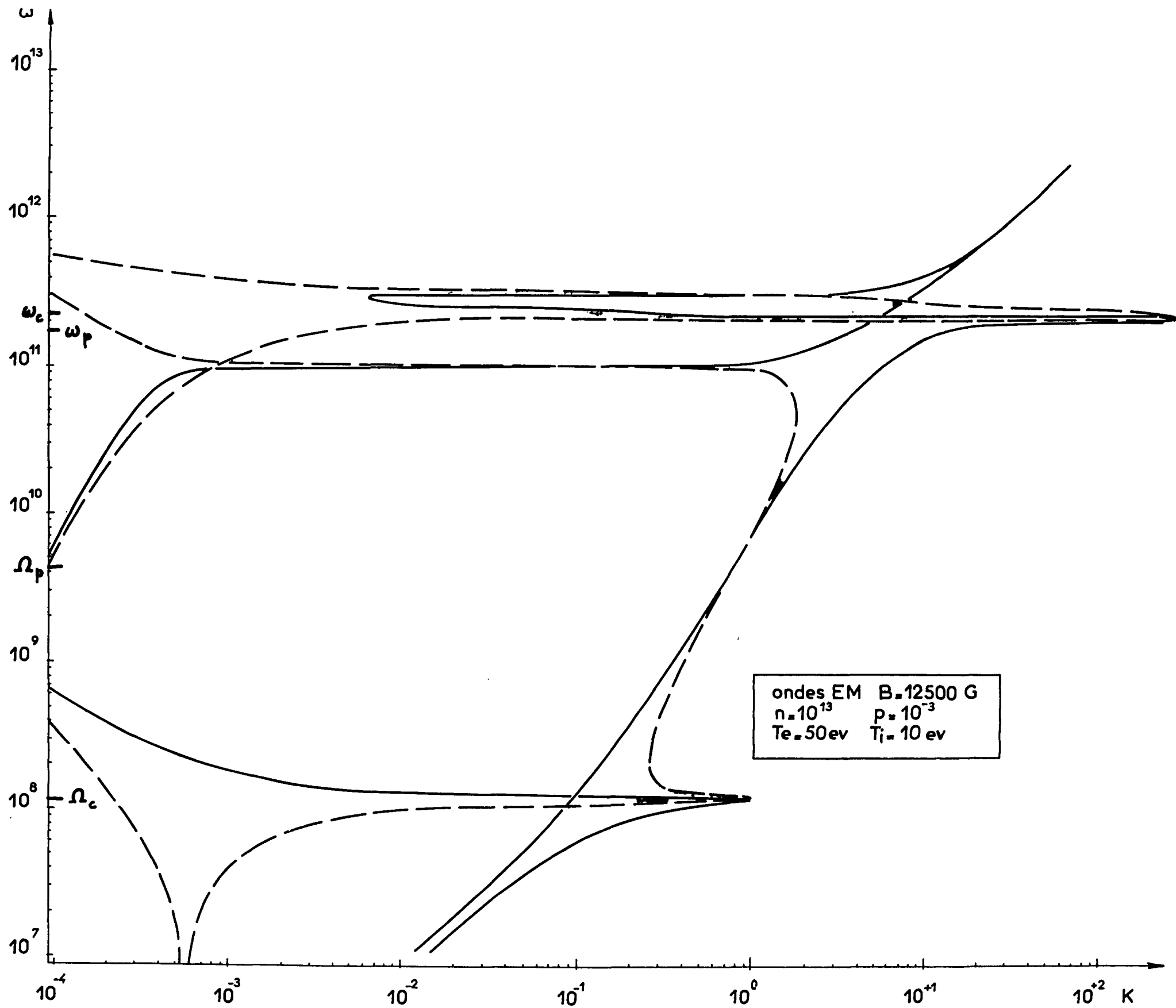


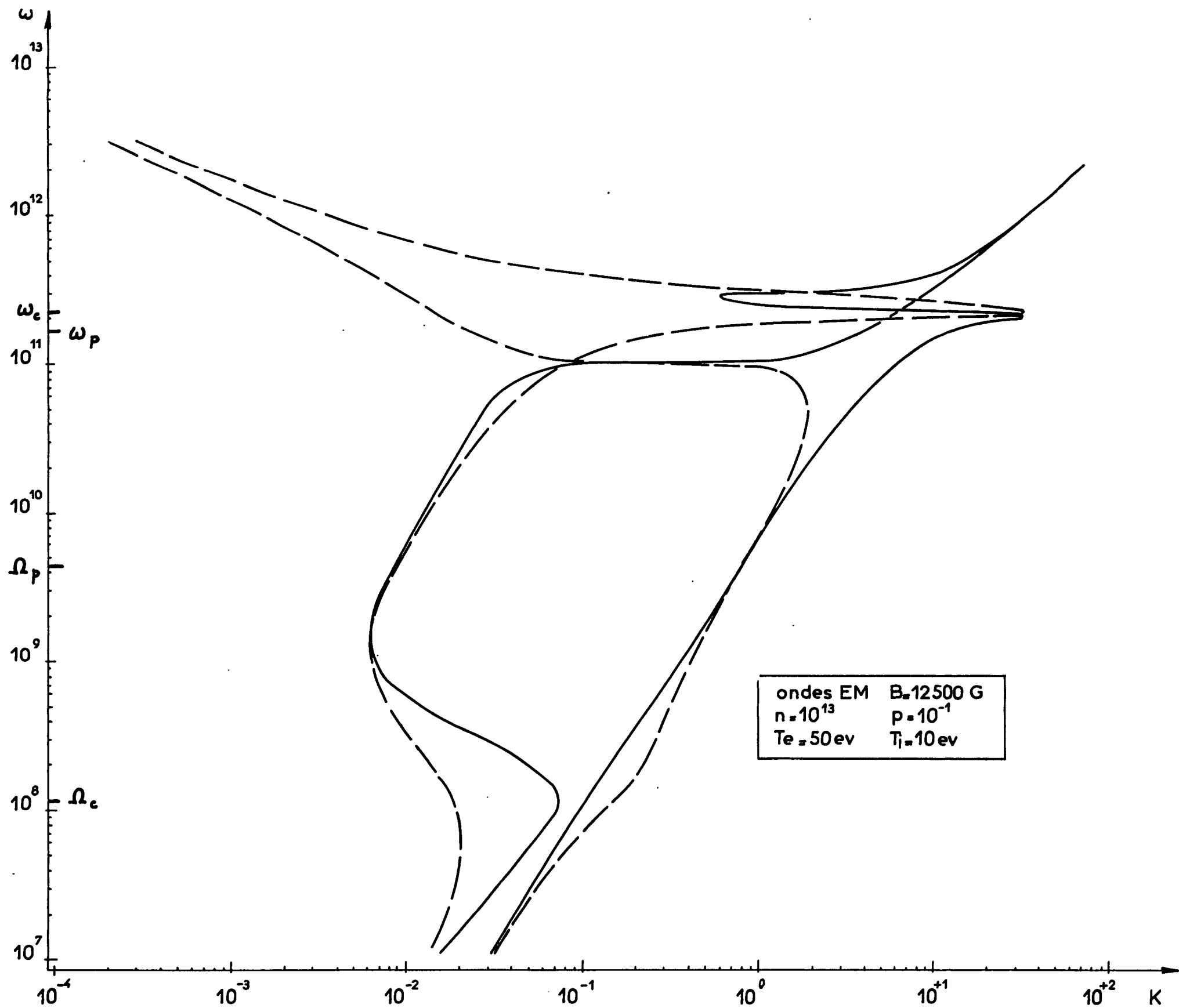












FIN