

CEA-R 2480 - CAILLY Jean-Louis

LES INSTABILITES SPATIALES DU FLUX ET LEUR CONTROLE DANS LES
REACTEURS DE PUISSANCE GRAPHITE-GAZ.

Sommaire. - Les instabilités spatiales du flux dans les réacteurs graphite-gaz, radiales et azimutales d'une part, axiales d'autre part, sont étudiées au moyen d'une formulation analytique. Les résultats sont confrontés avec ceux que fournissent des modèles cinétiques à deux dimensions (r , z et r , θ) programmés sur IBM 7094. On donne enfin les conclusions relatives au contrôle de ces instabilités que ces modèles ont permis de dégager.

1964

P.

Commissariat à l'Energie Atomique - France

CEA-R 2480 - CAILLY Jean-Louis

SPATIAL FLUX INSTABILITIES, AND THEIR CONTROL IN THE GRAPHITE-
GAS POWER REACTORS.

Summary. - Radial-azimuthal and axial spatial flux instabilities in graphite-gas reactors are studied by means of an analytical approach. Results are checked with those which are given by two dimensionnal (r , z and r , θ) kinetic models programmed for an IBM 7094 computer. At last, conclusions on the control of instabilities obtained from these models are reported.

1964

P.

Commissariat à l'Energie Atomique - France



**LES INSTABILITÉS SPATIALES DU FLUX ET
LEUR CONTROLE DANS LES RÉACTEURS DE
PUISSANCE GRAPHITE-GAZ**

par

Jean-Louis CAILLY

Rapport CEA - R 2480

1964
Ca

CENTRE D'ÉTUDES
NUCLÉAIRES DE SACLAY

Les rapports du COMMISSARIAT A L'ÉNERGIE ATOMIQUE sont, à partir du n° 2200, en vente à la Documentation Française, Secrétariat Général du Gouvernement, Direction de la Documentation, 16, rue Lord Byron, PARIS-8°.

The C.E.A. reports starting with n° 2200 are available at the Documentation Française, Secrétariat Général du Gouvernement, Direction de la Documentation, 16, rue Lord Byron, PARIS-8°.

- Rapport C.E.A. n° 2480 -

LES INSTABILITES SPATIALES DU FLUX ET LEUR CONTROLE DANS

LES REACTEURS DE PUISSANCE GRAPHITE - GAZ

par

Jean-Louis CAILLY

- 1964 -

LES INSTABILITES SPATIALES DU FLUX ET LEUR CONTROLE DANS

LES REACTEURS DE PUISSANCE GRAPHITE - GAZ

L'étude des instabilités spatiales du flux dans les réacteurs de puissance a fait l'objet de nombreuses publications (1 - 5).

Le but du présent rapport est de rappeler l'analyse des phénomènes, et de fournir les conclusions résultant de la simulation de ces phénomènes au moyen de modèles cinétiques à deux dimensions (r, Z et τ, θ) programmés sur ordinateur électronique.

INTRODUCTION

Dans un réacteur de puissance, le coefficient de multiplication k en un point est une fonction du flux régnant en ce point du fait des coefficients de réactivité associés aux températures de l'uranium (α_u) et du modérateur (α_m) et à la concentration du Xénon (α_x).

Dans les réacteurs graphite-gaz à uranium naturel, les ordres de grandeur de ces coefficients de réactivité sont les suivants :

$$\alpha_u = - 2 \text{ pcm}/^\circ\text{C}$$

α_m varie de $- 3 \text{ pcm}/^\circ\text{C}$ à $+ 15 \text{ pcm}/^\circ\text{C}$ en fonction de l'irradiation du combustible.

$$\alpha_x = - 3100 \text{ pcm.}$$

Une variation locale du flux entraîne :

- une variation de même signe des températures, donc une variation de k qui est de signe contraire ou de même signe suivant que le coefficient de température est négatif ou positif.

- une variation de signe contraire de la concentration en Xénon (puisque la variation de la destruction est immédiate alors que la variation de la formation a une constante de temps de plusieurs heures), donc une variation de k qui est de même signe;

- une variation de même signe des fuites de neutrons.

On voit donc apparaître, concernant l'évolution de cette variation locale du flux,

- deux effets stabilisants : la température d'uranium et la diffusion des neutrons;

- un effet déstabilisant : la concentration en Xénon;

- un effet stabilisant ou déstabilisant : la température de modérateur, suivant que α_m est négatif ou positif.

L'étude quantitative de la superposition de ces différents effets, en vue de savoir si la distribution spatiale du flux est stable ou instable, nécessite une mise en équations qui peut être abordée de deux manières différentes :

- ou bien on cherche une formulation aussi simple que possible, ne rendant compte que des phénomènes fondamentaux, dans le but de trouver une solution analytique approchée permettant de dégager les paramètres importants. C'est ce qui sera fait dans la première partie de ce rapport.

- ou bien on écrit une formulation détaillée permettant de décrire finement les phénomènes et conduisant à un système d'équations dont la résolution ne peut être envisagée que numériquement par programmation sur ordinateur électronique. On aboutit ainsi à la constitution de modèles cinétiques dont l'exploitation fournit des conclusions qui feront l'objet de la deuxième partie.

I.- FORMULATION SIMPLIFIEE - ETUDE ANALYTIQUE

Dans cette formulation, il est légitime de négliger les constantes de temps de l'établissement de la distribution du flux (vie moyenne des neutrons prompts de l'ordre de la milli seconde, vie moyenne des neutrons retardés de l'ordre de la seconde) de la température d'uranium (quelques secondes) et de la température de modérateur (quelques minutes) devant celles qui sont associées à la cinétique de l'iode et du Xénon (quelques heures), à condition, bien entendu, de limiter en conséquence le domaine de validité des résultats qui en seront déduits.

Désignant alors, en dehors des notations déjà définies, par :

- ϕ le flux neutronique
 M^2 l'aire de migration
 T_u la température d'uranium
 T_m la température de modérateur
 T_f la température de gaz
 A_u le coefficient d'échange uranium-gaz
 A_m le coefficient d'échange modérateur-gaz
 q le débit du gaz
 C la chaleur spécifique du gaz
 B_u le rapport de la puissance linéaire dans l'uranium au flux neutronique
 B_m le rapport de la puissance linéaire dans le modérateur au flux neutronique
 λ_I la constante de décroissance de l'iode 135
 λ_X la constante de décroissance du Xénon 135
 σ_X la section efficace d'absorption du Xénon 135
 X la concentration du Xénon 135 rapportée à la concentration correspondant à un flux infini, et par des lettres minuscules les variations par rapport à un état stationnaire, les équations décrivant ces variations au premier ordre près sont les suivantes

$$M^2 \nabla^2 \phi + (k-1) \phi + \delta k \phi = 0 \quad (1)$$

$$\delta k = \alpha_u t_u + \alpha_m t_m + \alpha_x x \quad (2)$$

$$t_u = t_f + \frac{B_u}{A_u} \phi \quad (3)$$

$$t_m = t_f + \frac{B_m}{A_m} \phi \quad (4)$$

$$t_f = \frac{1}{qC} \int_0^Z (B_u + B_m) \phi \, du \quad (5)$$

$$\frac{di}{dt} = \sigma_X \phi - \lambda_I i \quad (6)$$

$$\frac{dx}{dt} = \lambda_I i - X \sigma_X \phi - x (\lambda_X + \sigma_X \phi) \quad (7)$$

En remarquant que les équations (3) (4) (5) s'appliquant également à l'état stationnaire on peut écrire :

$$\sigma_k \phi = (\alpha_u T_u + \alpha_m T_m) \phi + \frac{\alpha_u + \alpha_m}{qC} \left[\phi \int_0^Z (B_u + B_m) \phi \, du - \phi \int_0^Z (B_u + B_m) \phi \, du \right]$$

Si φ a la même distribution axiale que θ , le deuxième terme est nul, et on peut alors se borner à l'étude dans un plan r, θ en utilisant des quantités convenablement pondérées. La valeur de δk en un point ne dépend que du flux en ce point.

Au contraire, si l'on s'intéresse à des déformations de la distribution axiale du flux, on voit apparaître dans δk , du fait du transport axial de la chaleur par le gaz, un terme dépendant de cette distribution. Ceci introduit une différence fondamentale entre l'étude des instabilités radiales et azimutales et l'étude des instabilités axiales.

En fait, dans un réacteur en fonctionnement, il existe toujours une action extérieure par des barres de contrôle destinée à maintenir constante la puissance totale du réacteur. Ces barres de contrôle se déplaçant parallèlement à l'axe, toute perturbation naissant dans le réacteur entraîne ainsi indirectement une modification de la distribution axiale du flux.

Lorsqu'on ne s'intéresse qu'à l'étude des instabilités radiales et azimutales, on peut légitimement ne pas tenir compte de cette action du contrôle, dont l'effet ne se traduit que par une légère variation de la loi de pondération des différentes quantités intervenant dans le calcul.

Au contraire, dans l'étude des instabilités axiales, l'action du contrôle doit impérativement être prise en compte.

1) INSTABILITES RADIALES ET AZIMUTALES

Les équations s'écrivent donc :

$$\begin{aligned}
 M^2 \nabla^2 \varphi + (k-1) \varphi + (\alpha_u T_u + \alpha_m T_m) \varphi + \alpha_{Xx} \theta &= 0 \\
 \frac{di}{dt} &= \sigma_X \varphi - \lambda_I i \\
 \frac{dx}{dt} &= \lambda_I i - X \sigma_x \varphi - x (\lambda_x + \sigma_x \theta)
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Décomposons φ , i et x suivant le système de fonctions propres orthogonales g_n définies par

$$\begin{aligned}
 (M^2 \nabla^2 + k - 1) g_n &= \nu_n g_n && \text{(avec } \nu_n = M^2 (B_1^2 - B_n^2) \text{ où } B_1^2 \text{ et } B_n^2 \\
 \text{soit } \varphi &= \sum_n \theta_n g_n && \text{désignent respectivement le laplacien du} \\
 &&& \text{fondamental et de l'harmonique l'ordre } n)
 \end{aligned}$$

$$i = \sum_n I_n g_n$$

$$x = \sum_n X_n g_n$$

Les solutions du système (8) seront de la forme

$$\varphi_n = \varphi_n e^{\omega_n t}$$

$$I_n = i_n e^{\omega_n t}$$

$$X_n = x_n e^{\omega_n t}$$

d'où

$$\sum_n e^{\omega_n t} g_n [(\nu_n + \alpha_u T_u + \alpha_m T_m) \varphi_n + \alpha_x \varphi x_n] = 0$$

$$\sum_n e^{\omega_n t} g_n [(\lambda_I + \omega_n) i_n - \sigma_x \varphi_n] = 0$$

$$\sum_n e^{\omega_n t} g_n [(\lambda_x + \sigma_x \varphi + \omega_n) x_n + X \sigma_x \varphi_n - \lambda_I i_n] = 0$$

Multiplions chacune de ces équations par g_1 et intégrons sur la surface du réacteur. Il vient, puisque $\int g_n g_1 dS = 0$

$$\text{et } \int g_1^2 dS = 1$$

$$\begin{aligned} e^{\omega_1 t} \nu_1 \varphi_1 + \sum_n e^{\omega_n t} \int [(\alpha_u T_u + \alpha_m T_m) \varphi_n + \varphi \alpha_x x_n] g_n g_1 dS &= 0 \\ e^{\omega_1 t} [(\lambda_I + \omega_1) i_1 - \sigma_X \varphi_1] &= 0 \\ e^{\omega_1 t} [(\lambda_X + \omega_1 \lambda) x_1 - \lambda_I i_1] + \sum_n e^{\omega_n t} \sigma_X \int (\varphi x_n + X \varphi_n) g_n g_1 dS &= 0 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l}) \\) \\) \\) \\) \end{array} \right\} (9)$$

Nous admettrons que α_u , α_m , α_x sont constants dans le réacteur. Par ailleurs, dans une pile de puissance où la distribution radiale de débit coïncide avec la distribution radiale du flux, T_u et T_m sont pratiquement consyants, et comme cette distribution radiale du flux est très aplatie les intégrales $\int \varphi g_n g_1 dS$ et $\int X g_n g_1 dS$ sont très faibles et nous les négligerons. Le système (9) s'écrit dont, en éliminant i_1 entre les deux dernières équations et

en posant $\bar{\theta}_1 = \int \theta g_1^2 dS$ et $\bar{x}_1 = \int x g_1^2 dS$

$$(v_1 + \alpha_u T_u + \alpha_m T_m) \varphi_1 + \alpha_x \bar{\theta}_1 x_1 = 0$$

$$\sigma_x (\bar{x}_1 - \frac{\lambda_I}{\lambda_I + \omega_1}) \varphi_1 + (\lambda_x + \omega_x \bar{\theta}_1 + \omega_1) x_1 = 0$$

On trouve ainsi, pour chaque harmonique, une équation donnant ω_1

$$(v_1 + \alpha_u T_u + \alpha_m T_m) (\lambda_x + \sigma_x \bar{\theta}_1 + \omega_1) - \alpha_x \sigma_x \bar{\theta}_1 (\bar{x}_1 - \frac{\lambda_I}{\lambda_I + \omega_1}) = 0$$

soit, en posant $y_1 = \frac{v_1 + \alpha_u T_u + \alpha_m T_m}{\alpha_x \sigma_x \bar{\theta}_1}$

$$y_1 \omega_1^2 + [(\lambda_I + \lambda_x + \sigma_x \bar{\theta}_1) y_1 - \bar{x}_1] \omega_1 + \lambda_I [(\lambda_x + \sigma_x \bar{\theta}_1) y_1 + 1 - \bar{x}_1] = 0 \quad (10)$$

Le déterminant de cette équation est

$$[\lambda_I - (\lambda_x + \sigma_x \bar{\theta}_1)]^2 y_1^2 - 2[\lambda_I (2 - \bar{x}_1) + (\lambda_x + \sigma_x \bar{\theta}_1) \bar{x}_1] y_1 + \bar{x}_1^2$$

Il a toujours deux racines positives y_{1_1} et y_{1_2}

Donc si $y_{1_1} < y_1 < y_{1_2}$, l'équation (10) a deux racines imaginaires dont la partie réelle est :

$$\omega_{1r} = \frac{\bar{x}_1 - (\lambda_I + \lambda_x + \sigma_x \bar{\theta}_1) y_1}{2y_1}$$

y_1 étant positif, on voit que l'harmonique 1 est stable ou instable suivant que $\bar{x}_1 - (\lambda_I + \lambda_x + \sigma_x \bar{\theta}_1) y_1$ est négatif ou positif.

Le seuil d'instabilité est ainsi défini par la condition

$$C_1 = v_1 + \alpha_u T_u + \alpha_m T_m - \frac{\alpha_x \sigma_x \bar{\theta}_1 \bar{x}_1}{\lambda_I + \lambda_x + \sigma_x \bar{\theta}_1} = 0 \quad (11)$$

Si C_1 est négatif, l'harmonique est stable

Si C_1 est positif, l'harmonique est instable.

On voit apparaître quantitativement la compétition entre les différents effets énumérés dans l'introduction :

- deux termes négatifs, donc stabilisants ν_1 et $\alpha_u T_u$
- un terme positif, donc déstabilisant $-\frac{\alpha_X \sigma_X \bar{\theta}_1 \bar{X}_1}{\lambda_r + \lambda_X + \sigma_X \bar{\theta}_1}$
- un terme de signe variable $\alpha_m T_m$

Il est clair qu'un harmonique est d'autant plus stable que son ordre est plus élevé. Pour un réacteur donné, la question qui se pose est donc de savoir pour quelle valeur de α_m les différents harmoniques deviennent instables et de calculer la période de l'exponentielle réelle en fonction de α_m .

Avant d'aller plus loin, il faut revenir sur l'équation (10). Lorsque $y_{1,2} < y < 0$, cette équation a deux racines réelles positives, ce qui signifie que l'instabilité; au lieu d'être de type oscillatoire, devient purement exponentielle. En outre l'une de ces racines tend vers l'infini lorsque $y \rightarrow 0$. La traduction en termes physiques serait que l'instabilité devient infinie lorsque C_1 privé du terme Xénon devient nul. Ceci est évidemment dépourvu de sens et cette absurdité provient de ce qu'alors le retard de l'effet de température de modérateur, qui a été négligé dans la formulation, joue en fait un rôle prépondérant.

Il est par conséquent nécessaire de reprendre la formulation.

- Soient C_u la capacité calorifique de l'uranium
- C_m la capacité calorifique du modérateur
- C_f la capacité calorifique du gaz
- H la hauteur du coeur

Les équations thermiques s'écrivent :

$$C_u \frac{dt_u}{dt} = - A_u (t_u - t_f) + B_u \varphi$$

$$C_f \frac{dt_f}{dt} = - \frac{2qC}{H} t_f + A_u (t_u - t_f) + A_m (t_m - t_f)$$

$$C_m \frac{dt_m}{dt} = - A_m (t_m - t_f) + B_m \varphi$$

Exploitant l'indépendance des différents harmoniques établie précédemment, et désignant par t_{u_1} , t_{f_1} et t_{m_1} les composantes de t_u , t_f et t_m sur la fonction propre g_1 , il vient :

$$- (A_u + \omega_1 C_u) t_{u_1} + A_u t_{f_1} = - B_u \varphi_1$$

$$A_u t_{u_1} - (A_u + A_m + 2 \frac{qC}{H} + \omega_1 C_f) t_{f_1} + A_m t_{m_1} = 0$$

$$A_m t_{f_1} - (A_m + \omega_1 C_m) t_{m_1} = - B_m \varphi_1$$

Compte tenu de ce que $T_u = \vartheta \left(\frac{B_u}{A_u} + \frac{B_u + B_m}{\frac{2 qC}{H}} \right)$

$$T_m = \vartheta \left(\frac{B_m}{A_m} + \frac{B_u + B_m}{\frac{2 qC}{H}} \right)$$

On établit aisément, en négligeant $\omega_1 C_u$ devant A_u et $\omega_1 C_f$ devant $A_u + A_m + 2 \frac{qC}{H}$, c'est-à-dire en ne tenant compte que de l'inertie thermique du modérateur, que

$$t_{u_1} = \varphi_1 T_u \frac{1 + U \omega_1}{1 + V \omega_1}$$

$$t_{m_1} = \varphi_1 T_m \frac{1}{1 + V \omega_1}$$

où

$$U = \frac{C_m}{A_m} \frac{B_u (A_u + A_m + 2 \frac{qC}{H})}{(B_u + B_m) A_u + B_u \frac{2 qC}{H}}$$

$$V = \frac{C_m}{A_m} \left(1 + \frac{A_m}{\frac{2 qC}{H}} \right)$$

c'est-à-dire, en première approximation, $U = V = \frac{C_m}{A_m} = \tau_m$

d'où

$$t_{u_1} \vartheta = \varphi_1 T_u$$

$$t_{m_1} \vartheta = \varphi_1 T_m \frac{1}{1 + \tau_m \omega_1}$$

La première équation est, comme il fallait s'y attendre, inchangée, et la seconde est modifiée par la présence de τ_m constante de temps de la température de modérateur.

Il en résulte que l'équation caractéristique de chaque harmonique devient

$$[(v_1 + \alpha_u T_u) (1 + \tau_m \omega_1) + \alpha_m T_m] (\lambda_X + \sigma_X \bar{\rho}_1 + \omega_1) (\lambda_I + \omega_1) + \alpha_X \sigma_X \bar{\rho}_1 [\lambda_I (1 - \bar{X}_1) - \bar{X}_1 \omega_1] (1 + \tau_m \omega_1) = 0$$

c'est-à-dire, en posant toujours

$$y_1 = \frac{v_1 + \alpha_u T_u + \alpha_m T_m}{\alpha_X \sigma_X \bar{\rho}_1}$$

et en définissant en outre

$$z_1 = \frac{v_1 + \alpha_u T_u}{\alpha_X \sigma_X \bar{\rho}_1}$$

$$\begin{aligned} & \tau_m z_1 \omega_1^3 + \left\{ y_1 + \tau_m [(\lambda_I + \lambda_X + \sigma_X \bar{\rho}_1) z_1 - \bar{X}_1] \right\} \omega_1^2 \\ & + \left\{ (\lambda_I + \lambda_X + \sigma_X \bar{\rho}_1) y_1 - \bar{X}_1 + \tau_m \lambda_I [(\lambda_X + \sigma_X \bar{\rho}_1) z_1 + 1 - \bar{X}_1] \right\} \omega_1 \\ & + \lambda_I [(\lambda_X + \sigma_X \bar{\rho}_1) y_1 + 1 - \bar{X}_1] = 0 \end{aligned}$$

qui se réduit bien à l'équation (10) lorsque $\tau_m = 0$.

La discussion de l'équation (12) ne peut se faire que numériquement. Nous allons en donner les résultats pour l'harmonique le plus instable, c'est-à-dire le 1er harmonique azimutal d'un réacteur typique graphite-gaz à uranium naturel, en fonction du paramètre α_m , les valeurs des autres quantités étant les suivantes :

$$\begin{aligned} \lambda_I &= 2,9 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} \\ \lambda_X &= 2,1 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} \\ \sigma_X &= 3 \cdot 10^{-18} \text{ cm}^2 \\ \alpha_X &= -0,031 \\ \bar{\rho} &= 1,63 \cdot 10^{13} \text{ n/cm}^2/\text{s} \\ \bar{X} &= 0,7 \\ v &= -0,01 \\ T_u &= 275 \text{ }^\circ\text{C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha_u &= -1,8 \cdot 10^{-5}/^{\circ}\text{C} \\ T_m &= 150 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ \tau_m &= 10^3 \text{ s}\end{aligned}$$

d'où l'équation

$$\begin{aligned}-15 \omega^3 + (150 \alpha_m - 15,45 \cdot 10^{-3}) \omega^2 + (150 \alpha_m - 4,95 \cdot 10^{-3}) 10^{-4} \omega \\ + (3150 \alpha_m - 0,45) 10^{-10} = 0\end{aligned} \quad (13)$$

La figure 1 donne, pour $-5 < \alpha_m < 20$ pcm/ $^{\circ}\text{C}$, les valeurs des racines réelles et de la partie réelle des racines imaginaires de cette équation ainsi que de celles de l'équation du 2ème degré correspondant à $\tau_m = 0$, qui s'écrit

$$(150 \alpha_m - 15 \cdot 10^{-3}) \omega^2 + (150 \alpha_m - 4,5 \cdot 10^{-3}) 10^{-4} \omega + (3150 \alpha_m - 0,45) 10^{-10} = 0 \quad (14)$$

L'équation (13) fournit une racine supplémentaire réelle négative qui correspond à un transitoire s'éteignant rapidement, et met en évidence des seuils d'instabilité α_{m_i} et de passage du régime oscillatoire au régime exponentiel α_{m_e} très voisins de ceux que donne l'équation (14) :

τ_m	α_{m_i}	α_{m_e}
0	$3 \cdot 10^{-5}$	$7,1 \cdot 10^{-5}$
10^3	$3,16 \cdot 10^{-5}$	$7,7 \cdot 10^{-5}$

La valeur de la partie réelle des racines imaginaires est pratiquement identique pour les deux équations tant que α_m est inférieur à 5 pcm/ $^{\circ}\text{C}$. Pour les grandes valeurs de α_m , en revanche, l'introduction de τ_m change radicalement la valeur de la racine réelle positive qui varie relativement peu en fonction de α_m : on passe d'une valeur du temps de doublement de 38 minutes pour $\alpha_m = 10$ pcm/ $^{\circ}\text{C}$ à 18 minutes pour $\alpha_m = 15$ pcm/ $^{\circ}\text{C}$.

On voit donc que, pour un réacteur typique de la filière graphite-gaz à uranium naturel, l'instabilité du premier harmonique azimutal apparaît dès que la charge de combustible est peu irradiée et que, à l'équilibre du cycle de combustible, le temps de doublement de l'instabilité est de l'ordre d'un quart d'heure, ce qui nécessite un dispositif de contrôle susceptible de réagir avec une constante de temps de l'ordre de la minute.

Les autres harmoniques pouvant être instables sont le deuxième harmonique azimutal et le premier harmonique radial. On obtient en première approximation leur seuil d'instabilité en

changeant uniquement la valeur de ν qui devient respectivement de l'ordre de - 0,03 et - 0,045 : on obtient environ 15 pcm/°C et 25 pcm/°C. La distribution radiale est donc généralement stable.

REMARQUE :- La condition donnant le seuil d'instabilité associé à l'équation (12) s'obtient en écrivant que la somme de deux des racines est nulle soit

$$\tau_m z_1 \lambda_I [(\lambda_X + \sigma_X \bar{\theta}_1) y_1 + 1 - \bar{x}_1] - \left\{ y_1 + \tau_m [(\lambda_I + \lambda_X + \sigma_X \bar{\theta}_1) z_1 - \bar{x}_1] \right\} \\ \left\{ (\lambda_I + \lambda_X + \sigma_X \bar{\theta}_1) y_1 - \bar{x}_1 + \tau_m \lambda_I [(\lambda_X + \sigma_X \bar{\theta}_1) z_1 + 1 - \bar{x}_1] \right\} = 0$$

Moyennant quelques approximations justifiées par les valeurs numériques de différents termes, cette expression se met sous la forme

$$C_1 = C_1 + \tau_m \frac{[(\nu_1 + \alpha_u \tau_u) (\lambda_I + \lambda_X + \sigma_X \bar{\theta}_1) - \alpha_X \sigma_X \bar{\theta}_1 \bar{x}_1]^2}{\alpha_X \sigma_X \bar{\theta}_1 \bar{x}_1} = 0$$

C_1 étant donné par l'équation (11). Le second terme est toujours très faible, et il est parfaitement justifié de le négliger, c'est-à-dire d'ignorer l'inertie thermique du modérateur, dans l'établissement du critère d'instabilité.

La figure 2 donne, pour différentes valeurs de α_m , la relation approchée entre ν_1 et $\bar{\theta}_1$ fournie par $C_1 = 0$ en prenant $\bar{x}_1 = \frac{\sigma_X \bar{\theta}_1}{\lambda_X + \sigma_X \bar{\theta}_1}$, les autres paramètres conservant les valeurs indiquées ci-dessus.

2) INSTABILITES AXIALES

Utilisant maintenant des quantités pondérées dans le plan r, θ et désignant par δk_c la réactivité mise en jeu par le contrôle, dont l'action maintient constante la puissance totale, les équations (1) à (7) restent valables, à l'exception de l'équation (2) qui devient :

$$\delta k = \alpha_u t_u + \alpha_m t_m + \alpha_X x + \delta k_c \quad (2') \\ = \left(\alpha_u \frac{Bu}{Au} + \alpha_m \frac{Bm}{Am} \right) \varphi + \frac{\alpha_u + \alpha_m}{qC} \int_0^Z (Bu + Bm) \varphi du + \alpha_X x + \delta k_c$$

d'où le système d'équations (H désignant la hauteur du réacteur)

$$M^2 \nabla^2 \varphi + (k-1)\varphi + \left[\left(\alpha_u \frac{Bu}{Au} + \alpha_m \frac{Bm}{Am} \right) \varphi + \frac{\alpha_u + \alpha_m}{qC} \int_0^Z (Bu+Bm) \varphi du \right. \\ \left. + \alpha_X x + \delta_{kC} \right] \varphi = 0$$

$$\frac{di}{dt} = \sigma_X \varphi - \lambda_I i$$

$$\frac{dx}{dt} = \lambda_I i - X \sigma_X \varphi - x (\lambda_X + \sigma_X \varphi)$$

$$\int_0^H (Bu + Bm) \varphi du = 0$$

(15)

Procédant comme dans le § 1 (décomposition de φ , i et x suivant le système de fonctions propres g_n et recherche de solutions de forme exponentielle), il vient, en utilisant les mêmes notations,

$$\sum_n e^{\omega_n t} g_n \left\{ \left[v_n + \left(\alpha_u \frac{Bu}{Au} + \alpha_m \frac{Bm}{Am} \right) \varphi \right] \varphi_n + \alpha_X \varphi x_n \right\} \\ + (\alpha_u + \alpha_m) \frac{Bu + Bm}{qC} \varphi \sum_n \varphi_n e^{\omega_n t} \int_0^Z g_n du + \delta_{kC} \varphi = 0$$

$$\sum_n e^{\omega_n t} g_n [(\lambda_I + \omega_n) i_n - \sigma_X \varphi_n] = 0$$

$$\sum_n e^{\omega_n t} g_n [(\lambda_X + \sigma_X \varphi + \omega_n) x_n + X \sigma_X \varphi_n - \lambda_I i_n] = 0$$

$$\sum_n \varphi_n e^{\omega_n t} \int_0^H (Bu + Bm) g_n du = 0$$

Multiplions chacune des trois premières équations par g_1 et intégrons sur la hauteur H

$$e^{\omega_1 t} v_1 \varphi_1 + \sum_n e^{\omega_n t} \varphi_n \left\{ \int_0^H \left(\alpha_u \frac{Bu}{Au} + \alpha_m \frac{Bm}{Am} \right) \varphi g_n g_1 dz \right. \\ \left. + \int_0^H (\alpha_u + \alpha_m) \frac{Bu + Bm}{qC} \varphi \left(\int_0^Z g_n du \right) g_1 dz \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_n e^{\omega n t} x_n \int_0^H \alpha_X \vartheta g_n g_1 dZ + \int_0^H \delta k_c \vartheta g_1 dZ = 0 \\
 e^{\omega t} [(\lambda_I + \omega_1) i_1 - \sigma_X \varphi_1] & = 0 \\
 e^{\omega t} [(\lambda_X + \omega_1) x_1 - \lambda_I i_1] + \sum_n e^{\omega n t} \sigma_X \int_0^H (\vartheta x_n + X \varphi_n) g_n g_1 dZ & = 0
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

Admettons toujours l'indépendance spatiale de α_u , α_m , α_x et en outre de B_u et B_m (Ce qui revient à se limiter à l'étude d'un réacteur nu et homogène). Posons $\alpha_u \frac{B_u}{A_u} + \alpha_m \frac{B_m}{A_m} = U$ et $(\alpha_u + \alpha_m) \frac{B_u + B_m}{qC} = V$. En éliminant i_1 entre les deux dernières équations, on obtient le système

$$\begin{aligned}
 e^{\omega t} v_1 \varphi_1 + \sum_n e^{\omega n t} \varphi_n \left\{ U \int_0^H \vartheta g_n g_1 dZ + V \int_0^H \vartheta \left(\int_0^Z g_n du \right) g_1 dZ \right\} \\
 + \alpha_x \sum_n e^{\omega n t} x_n \int_0^H \vartheta g_n g_1 dZ + \int_0^H \delta k_c \vartheta g_1 dZ = 0 \\
 e^{\omega t} [(\lambda_X + \omega_1 \lambda) x_1 - \frac{\lambda_I}{\lambda_I + \omega_1} \sigma_X \omega_1] \\
 + \sigma_X \sum_n e^{\omega n t} (x_n \int_0^H \vartheta g_n g_1 dZ + \varphi_n \int_0^H X g_n g_1 dZ) = 0
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

et la condition

$$\sum_n \varphi_n e^{\omega n t} \int_0^H g_n du = 0$$

Si $\vartheta = \psi \sin \frac{\pi Z}{H}$, on a $g_n = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin \frac{n \pi Z}{H}$ et

$$\begin{aligned}
 I_{n1}^1 & = \frac{1}{\psi} \int_0^H \vartheta g_n g_1 dZ = \frac{2}{\pi} \left(1 + \frac{1}{4l^2 - 1} \right) \quad \text{si } l = n \\
 & = 0 \quad \text{si } l - n \text{ est impair} \\
 & = \frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{(1+n)^2 - 1} - \frac{1}{(1-n)^2 - 1} \right] \\
 & \quad \text{si } l - n \text{ est pair}
 \end{aligned}$$

$$I_{nl}^2 = \frac{1}{\psi} \int_0^H \varphi \left(\int_0^Z g_n du \right) g_l dz = \frac{H}{n\pi} \quad \text{si } l = 1$$

$$= 0 \quad \text{si } l \neq 1$$

On voit donc qu'il existe, contrairement à ce qui se passait dans le plan r, θ , un couplage important entre les différents harmoniques qui enlève tout espoir de trouver une solution analytique simple.

Pour dégager au moins approximativement la manière dont les différents paramètres influent sur la stabilité, des approximations supplémentaires sont nécessaires.

Puisque la concentration en Xénon a un effet déstabilisant, nous majorerons cet effet en admettant que celle-ci est uniformément égale à sa valeur maximale X_ψ correspondant à la valeur ψ du flux.

Nous admettrons d'autre part que le contrôle agit uniquement en un point Z_c et nous poserons :

$$\int_0^H \delta k_c \varphi g_l dz = \rho_c \varphi (Z_c) g_l (Z_c)$$

Le système (17) devient donc

$$e^{\omega_1 t} v_1 \varphi_1 + \psi \sum_n e^{\omega_n t} \varphi_n (U I_{nl}^1 + V I_{nl}^2)$$

$$+ \alpha_x \psi \sum_n e^{\omega_n t} x_n I_{nl}^1 + \rho_c \psi \sqrt{\frac{2}{H}} \sin \frac{\pi Z_c}{H} \sin \frac{l\pi Z_c}{H} = 0$$

$$e^{\omega_1 t} \left[(\lambda_x + \omega_1) x_1 + \left(X_\psi - \frac{\lambda_I}{\lambda_I + \omega_1} \right) \sigma_x \varphi_1 \right]$$

$$+ \sigma_x \psi \sum_n e^{\omega_n t} x_n I_{nl}^1 = 0$$

Enfin, nous limiterons le développement à $l = 3$, ce qui conduit au système

$$\begin{aligned}
 & \left(v_1 + \psi u \frac{2}{\pi} \frac{4}{3} + \psi v \frac{H}{\pi} \right) \varphi_1 e^{\omega_1 t} + \psi v \frac{H}{2\pi} \varphi_2 e^{\omega_2 t} + \left(\psi v \frac{H}{3\pi} - \psi u \frac{2}{\pi} \frac{4}{15} \right) \varphi_3 e^{\omega_3 t} \\
 & + \alpha_x \psi \frac{2}{\pi} \frac{4}{3} x_1 e^{\omega_1 t} - \alpha_x \psi \frac{2}{\pi} \frac{4}{15} x_3 e^{\omega_3 t} + \psi \rho_c \cdot \sqrt{\frac{2}{H}} \sin^2 \frac{\pi z c}{H} = 0 \\
 & \left(X_\psi - \frac{\lambda_I}{\lambda_I + \omega_1} \right) \sigma_x \varphi_1 e^{\omega_1 t} + (\lambda_x + \sigma_x \psi \frac{2}{\pi} \frac{4}{3} + \omega_1) x_1 e^{\omega_1 t} - \sigma_x \psi \frac{2}{\pi} \frac{4}{15} x_3 e^{\omega_3 t} = 0 \\
 & \left(v_2 + \psi u \frac{2}{\pi} \frac{16}{15} \right) \varphi_2 e^{\omega_2 t} + \alpha_x \psi \frac{2}{\pi} \frac{16}{15} x_2 e^{\omega_2 t} + \psi \rho_c \sqrt{\frac{2}{H}} \sin \frac{\pi z c}{H} \sin \frac{2\pi z c}{H} = 0 \\
 & \left(X_\psi - \frac{\lambda_I}{\lambda_I + \omega_2} \right) \sigma_x \varphi_2 e^{\omega_2 t} + (\lambda_x + \sigma_x \psi \frac{2}{\pi} \frac{16}{15} + \omega_2) x_2 e^{\omega_2 t} = 0 \\
 & - \psi u \frac{2}{\pi} \frac{4}{15} \varphi_1 e^{\omega_1 t} + \left(v_3 + \psi u \frac{2}{\pi} \frac{36}{35} \right) \varphi_3 e^{\omega_3 t} \\
 & - \alpha_x \psi \frac{2}{\pi} \frac{4}{15} x_1 e^{\omega_1 t} + \alpha_x \psi \frac{2}{\pi} \frac{36}{35} x_3 e^{\omega_3 t} + \psi \rho_c \sqrt{\frac{2}{H}} \sin \frac{\pi z c}{H} \sin \frac{3\pi z c}{H} = 0 \\
 & \left(X_\psi - \frac{\lambda_I}{\lambda_I + \omega_3} \right) \sigma_x \varphi_3 e^{\omega_3 t} - \sigma_x \psi \frac{2}{\pi} \frac{4}{15} x_1 e^{\omega_1 t} + (\lambda_x + \sigma_x \psi \frac{2}{\pi} \frac{36}{35} + \omega_3) x_3 e^{\omega_3 t} = 0 \\
 & \varphi_1 e^{\omega_1 t} + \frac{1}{3} \varphi_3 e^{\omega_3 t} = 0
 \end{aligned} \tag{18}$$

La compatibilité de ce système conduit à l'annulation d'un déterminant du 7ème ordre, c'est-à-dire à des calculs très lourds. Nous nous bornerons donc à examiner le cas où $\varphi_1 = \varphi_3 = 0$.

L'examen du système (18) montre qu'il en sera ainsi si

$$\sin \frac{3\pi z c}{H} = 0$$

Cette condition impose, dans le cadre du traitement très simplifié que nous faisons, deux

positions possibles à l'action du contrôle

$$\frac{Z_c}{H} = \frac{1}{3} \text{ ou } \frac{2}{3} \quad (19)$$

La compatibilité du système (18) conduit alors à la seconde condition

$$\begin{vmatrix} \psi v \frac{H}{2\pi} & 0 & \sin^2 \frac{\pi Z_c}{H} \\ v_2 + \psi u \frac{2 \cdot 16}{\pi \cdot 15} & \alpha_x \psi \frac{2 \cdot 16}{\pi \cdot 15} & \sin \frac{\pi Z_c}{H} \sin \frac{2\pi Z_c}{H} \\ (X_\psi - \frac{\lambda_I}{\lambda_I + \omega_2}) \sigma_x & \lambda_x + \sigma_x \psi \frac{2 \cdot 16}{\pi \cdot 15} + \omega_2 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

qui s'écrit, compte tenu de (19)

$$\begin{aligned} & (\lambda_I + \omega_2) (\lambda_x + \sigma_x \psi \frac{2 \cdot 16}{\pi \cdot 15} + \omega_2) (v_2 + \psi u \frac{2 \cdot 16}{\pi \cdot 15} \pm \psi v \frac{H}{2\pi}) \\ & - \alpha_x \sigma_x \psi \frac{2 \cdot 16}{\pi \cdot 15} [X_\psi \omega_2 - \lambda_I (1 - X_\psi)] = 0 \end{aligned}$$

En posant

$$\Delta T_u = T_u(\psi) - T_f(\psi) \quad \text{Chute de température uranium-gaz dans le plan médian}$$

$$\Delta T_m = T_m(\psi) - T_f(\psi) \quad \text{Chute de température modérateur-gaz dans le plan médian}$$

et en désignant par Θ_f l'échauffement du gaz dans le réacteur, la parenthèse contenant U et V se met sous la forme

$$v_2 + \frac{32}{15\pi} (\alpha_u \Delta T_u + \alpha_m \Delta T_m) \pm \frac{1}{4} (\alpha_u + \alpha_m) \Theta_f$$

Posons $\bar{\theta}_2 = \frac{32}{15\pi} \psi$

et
$$y_2 = \frac{v_2 + \frac{32}{15\pi} (\alpha_u \Delta T_u + \alpha_m \Delta T_m) \pm \frac{1}{4} (\alpha_u + \alpha_m) \theta_f}{\alpha_x \sigma_x \bar{\theta}_2}$$

On obtient l'équation

$$y_2 \omega_2^2 + [(\lambda_I + \lambda_x + \sigma_x \bar{\theta}_2) y_2 - X_\psi] \omega_2 + \lambda_I [(\lambda_x + \sigma_x \bar{\theta}_2) y_2 + 1 - X_\psi] = 0 \quad (20)$$

qui est formellement identique à l'équation (10)

La condition (11) donnant le seuil d'instabilité est remplacée par

$$C_2 = v_2 + \frac{32}{15\pi} (\alpha_u \Delta T_u + \alpha_m \Delta T_m) \pm \frac{1}{4} (\alpha_u + \alpha_m) \theta_f - \frac{\alpha_x \sigma_x \bar{\theta}_2 X_\psi}{\lambda_I + \lambda_x + \sigma_x \bar{\theta}_2} = 0 \quad (21)$$

Si C_2 est négatif la distribution axiale est stable.

Si C_2 est positif elle est instable.

On voit que, par rapport au cas des instabilités radiales et azimutales, les différences sont les suivantes.

- Les températures d'uranium et de modérateur interviennent par une pondération axiale de leurs écarts avec la température de gaz régnant à la même cote au lieu d'intervenir par leur différence avec la température d'entrée du gaz.

- Il existe un terme supplémentaire faisant intervenir le coefficient global de température avec un signe dépendant de la position du contrôle. Il en résulte que la valeur de α_m correspondant au seuil d'instabilité pour un réacteur donné dépend considérablement de cette position.

Avec $v_2 = -0,03$

$\Delta T_u = 200 \text{ }^\circ\text{C}$

$\Delta T_m = 75 \text{ }^\circ\text{C}$

$\theta_f = 160 \text{ }^\circ\text{C}$

$\psi = 3 \cdot 10^{13} \text{ n/cm}^2/\text{s}$

$\alpha_u = -1,8 \cdot 10^{-5} /^\circ\text{C}$

l'équation (21) fournit

$$\alpha_{m_i} = 188 \cdot 10^{-5} \text{ /}^\circ\text{C pour } \frac{Zc}{H} = \frac{1}{3}$$

$$\alpha_{m_i} = 24,4 \cdot 10^{-5} \text{ /}^\circ\text{C pour } \frac{Zc}{H} = \frac{2}{3}$$

Les figures 3 et 4 donnent, dans les deux hypothèses de contrôle, la relation existant au seuil d'instabilité respectivement entre H et ψ pour $\alpha_m = 15 \cdot 10^{-5} \text{ /}^\circ\text{C}$ et entre α_m et ψ pour H = 1000 cm, avec $M^2 = 1050 \text{ cm}^2$ et les valeurs ci-dessus des températures et de α_u .

Compte tenu des nombreuses approximations qui ont dû être faites pour établir l'équation (21), il ne faut accorder à ces résultats qu'une valeur indicative, mais il apparaît en tous cas que la distribution axiale du flux est extrêmement stabilisée lorsque les barres de contrôle agissent vers le tiers de la hauteur en partant de l'entrée du gaz.

II.- FORMULATION DETAILLEE - MODELES CINETIQUES

La nécessité d'une formulation détaillée apparaît à la fois pour confirmer les conclusions des analyses précédentes, pour tenir compte de paramètres supplémentaires, tels que l'hétérogénéité du réacteur, la présence de chemises supportant les éléments combustibles, etc..., et pour étudier le dispositif de contrôle destiné à annihiler les instabilités spatiales. La masse et la nature des équations auxquelles on aboutit conduisent à une résolution purement numérique par une méthode aux différences finies.

Il est clair que le modèle le plus satisfaisant est un modèle à trois dimensions, qui permet de prendre en compte tous les phénomènes sans approximations autres que celles qui résultent de la méthode numérique. Mais il apparaît que ces approximations deviennent vite inadmissibles dès que le nombre de points au moyen desquels est décrit le réacteur n'est pas très élevé. Pour qu'un modèle à trois dimensions ne conduise pas à une précision illusoire, il est donc nécessaire que ce soit un outil extrêmement lourd conduisant à des temps de calcul considérables.

Le couplage entre les phénomènes axiaux d'une part, radiaux et azimutaux d'autre part, apparaissant très faible lorsque la distribution axiale est très stable, ce qui est sans doute

le cas, moyennant éventuellement une pénétration convenable des barres de contrôle, il est très tentant de construire deux modèles à deux dimensions, l'un en géométrie r, Z qui permet, avec des approximations mineures, de s'assurer de la stabilité de la distribution axiale du flux, l'autre, en géométrie r, θ , qui permet, en utilisant des quantités pondérées calculées par le modèle r, Z , d'étudier les phénomènes radiaux et azimutaux avec des approximations certainement plus grossières mais néanmoins valables. C'est ce que nous avons fait.

La description de ces modèles figure en annexe.

Nous nous bornerons à faire ici une remarque.

L'équation cinétique de la diffusion écrite rigoureusement, sans négliger le temps de vie moyen des neutrons prompts, soit

$$M^2 \nabla^2 \phi + H \phi + D = 1 \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

s'intègre par la méthode des directions alternées sans itérations. Mais la faible valeur de 1 , de l'ordre de 10^{-3} s, impose alors dans tous les cas un pas d'intégration très court, de l'ordre de 10^{-2} s si l'on veut atteindre une précision satisfaisante. Ceci conduit évidemment à des temps de calcul tout à fait prohibitifs.

C'est pourquoi nous avons supprimé le second membre, ce qui revient à admettre, lors d'une perturbation, une variation instantanée du flux, alors que cette variation possède en réalité une constante de temps de l'ordre de β/λ soit 10^{-1} s, avant que le phénomène ne soit régi par les neutrons retardés (6).

L'intégration de l'équation nécessite alors des itérations, mais l'augmentation du pas de calcul est considérable et ceci d'autant plus que la variation du flux est plus lente : pour la même précision ce pas varie de 1 s pour l'étude des transitoires rapides à 50 ou 100 s pour l'étude des phénomènes lentement variables.

1.- ETUDE DE LA STABILITE SPATIALE

On cherche le comportement cinétique du réacteur soumis à une perturbation locale de réactivité et piloté de manière à ce que la valeur moyenne de la température de sortie du gaz soit maintenue constante.

- ETUDE AXIALE

La figure 5 est relative à l'exemple qui a servi d'application numérique à l'équation (21) avec $Z_c/H = 2/3$. Afin d'éliminer tout effet radial qui fausserait la comparaison entre les résultats de ce traitement numérique et du traitement analytique, on a décrit radialement le réacteur au moyen d'un seul point, en imposant un laplacien radial nul (ce qui permet en outre au calcul de s'effectuer beaucoup plus rapidement). Dans ce cas et dans ceux qui suivent on a imposé une perturbation initiale du flux de l'ordre de 1%. On voit que le seuil d'instabilité correspond à une valeur de α_m à peine supérieure à 20 pcm/°C, alors que le calcul analytique indiquait 24,4 pcm/°C, valeur pour laquelle l'oscillation est en fait nettement divergente. L'influence du couplage des harmoniques d'ordre élevé est ainsi mise en évidence, puisque le calcul analytique majorait l'effet Xénon.

L'examen de la figure 6 correspondant aux valeurs $\frac{Z_c}{H} = \frac{2}{3}$, $\frac{Z_c}{H} = \frac{1}{2}$ et $\frac{Z_c}{H} = \frac{1}{3}$ confirme que la stabilité est considérablement accrue par le déplacement vers l'entrée du gaz du point où agit le contrôle.

Les figures 7, 8 et 9 correspondent à des couples ψ, H pris sur les courbes de la figure 3. Puisque ces couples correspondent au seuil d'instabilité fourni par le critère analytique (21) on devrait obtenir une oscillation entretenue. On obtient en fait une oscillation légèrement convergente pour $\frac{Z_c}{H} = \frac{2}{3}$ et nettement convergente et d'amplitude beaucoup plus faible pour $\frac{Z_c}{H} = \frac{1}{3}$. Le critère analytique (21) fournit par conséquent, surtout pour $\frac{Z_c}{H} = \frac{2}{3}$, des résultats assez précis.

Les études précédentes étaient toutes effectuées à partir d'une distribution axiale de flux en cosinus et une valeur uniforme de α_m . Dans la pratique, la distribution axiale du flux est rendue dissymétrique par différents effets : température, irradiation et coefficient de température variables, pénétration des barres de contrôle. On a examiné séparément l'influence de la forme des distributions axiales du flux et de α_m dans le cas $\frac{Z_c}{H} = \frac{2}{3}$.

Les figures 11 et 12 sont relatives respectivement aux distributions de flux axial A et B de la figure 10, avec $\alpha_m = 24,4$ pcm/°C, et sont à comparer aux courbes 4 et 4' de la figure 5. On voit que le déplacement du maximum de la distribution axiale du flux vers la sortie du gaz a un effet stabilisant marqué. Compte tenu de la relation qui existe entre la forme de la distribution axiale du flux et la pénétration des barres de contrôle, il en résulte, dans un réacteur à circulation de gaz ascendante, une atténuation de la variation de stabilité en fonction de $\frac{Z_c}{H}$.

La comparaison de ces mêmes courbes 4 et 4' de la figure 5 avec celles de la figure 13 montre l'influence de la distribution axiale de α_m : la figure 13 est relative à la distribution $\alpha_m(z) = \alpha_{m_0} \sin \frac{\pi z}{H}$

avec
$$\frac{\int_0^H \alpha_m (Z) \sin^2 \frac{\pi Z}{H} dz}{\int_0^H \sin^2 \frac{\pi Z}{H} dz} = 24,4 \cdot 10^{-5}$$

soit $\alpha_{m_0} = 28,75 \cdot 10^{-5}$

On constate que cette influence est faible, la distribution sinusoïdale conduisant à une oscillation légèrement plus stable que la distribution uniforme.

- ETUDE EN GEOMETRIE τ, θ

On obtient une confirmation très satisfaisante des conclusions de l'étude analytique tant en ce qui concerne les valeurs des seuils d'instabilité oscillatoire et exponentielle que celles des périodes asymptotiques qui s'établissent au bout de quelques heures, lorsque la contribution des harmoniques d'ordre supérieur s'est éteinte.

La présence des chemises supportant les éléments combustibles a pour effets d'augmenter la température du modérateur et d'introduire un coefficient de réactivité supplémentaire α_c agissant avec un retard de l'ordre du dixième de celui qui est associé à α_m , donc d'accroître l'instabilité. Le calcul analytique tient compte du premier effet mais non du second, qui n'est sensible que dans le cas de l'instabilité exponentielle. La figure 14 donne les résultats du calcul numérique relatif au réacteur EDF 2 avec $\alpha_m = 15 \text{ pcm}/^\circ\text{C}$ dans les deux cas $\alpha_c = 0$ et $\alpha_c = 2 \text{ pcm}/^\circ\text{C}$. Les temps de doublement de l'instabilité exponentielle sont respectivement 29 mn et 23 mn. La différence entre ces deux résultats met en évidence l'erreur que l'on commet dans le calcul analytique en négligeant le coefficient de température associé à la chemise.

2.- ETUDE DU CONTROLE SPATIAL

On a vu que, pour les réacteurs actuellement en construction ou en projet, aucun contrôle de la distribution axiale du flux n'est nécessaire.

En revanche un contrôle des distributions azimutale et éventuellement radiale s'impose.

Ce contrôle doit maintenir constante la puissance, ce qui est réalisé le plus simplement, compte tenu de la stabilité axiale, en maintenant constante la température de sortie du gaz, dans un certain nombre de régions pilotées indépendamment au moyen de barres pénétrant en régime d'équilibre jusqu'au plan médian du réacteur. Dans les réacteurs EDF 2 et EDF 3, par exemple, où seul le premier harmonique azimutal est instable et où le réseau est hexagonal, il suffit de diviser le réacteur en 6 secteurs égaux.

Les calculs effectués au moyen du modèle cinétique r, θ montrent :

- a) que ce contrôle spatial agit avec le maximum d'efficacité lorsqu'il est implanté au voisinage du maximum du 1er harmonique azimutal, c'est-à-dire sensiblement à mi-rayon du coeur;
- b) que la réactivité maximale à mettre en jeu dans un secteur est alors légèrement supérieure à la valeur de la perturbation permanente existant dans ce secteur. Dans les réacteurs EDF 2 et EDF 3 ceci conduit à prévoir une efficacité par secteur de l'ordre de ± 50 pcm répartie, afin de minimiser les déformations locales du flux, entre 3 ou 4 barres;
- c) qu'il est équivalent que ce contrôle agisse de façon continue ou discontinue, le deuxième mode, retenu dans les réacteurs EDF 2 et EDF 3, consistant en la possibilité d'une action à intervalle de temps égaux, de l'ordre de la minute, cette action n'ayant lieu que si, pour deux intervalles de temps successifs, l'écart entre la température moyenne de sortie du gaz et sa valeur de consigne est à la fois de même signe et en valeur absolue supérieure à une valeur donnée.
- d) que dans le cas où ce contrôle agit de manière continue, on peut lui faire assumer également le pilotage général (c'est-à-dire en fait supprimer les barres de pilotage général) à condition de renforcer son efficacité.

Dans un réacteur dont la stabilité axiale serait précaire, cette solution aurait cependant l'inconvénient d'astreindre l'ensemble de ces barres à agir uniquement dans la moitié inférieure (si le gaz circule de bas en haut) d'où un investissement plus important pour une même réactivité disponible.

Si le premier harmonique radial est instable, ou si sa marge de stabilité est assez faible pour qu'il puisse donner lieu à des variations transitoires importantes, il est évidemment nécessaire de prévoir une région de contrôle supplémentaire entourant l'axe du réacteur.

Dans le cas où l'on s'orienterait dans l'avenir vers des réacteurs nettement plus hauts et de puissance spécifique très élevée, la distribution axiale du flux pourrait également devenir instable. Le modèle cinétique r, Z a permis d'établir qu'on obtiendrait alors un contrôle très satisfaisant de cette distribution axiale en faisant agir, au voisinage du plan $\frac{Z}{H} = \frac{1}{4}$

l'origine étant toujours l'entrée du gaz, des barres ramenant à une valeur de consigne la quantité.

$$r = \frac{t_g(Z) - t_e}{t_s - t_e} \quad (\text{où } t_e \text{ et } t_s \text{ désignent les températures d'entrée et de sortie du gaz et } t_g(Z) \text{ la température de gaine dans le plan de cote } Z)$$

qui est un paramètre caractérisant bien la forme de la distribution axiale du flux. Pour une perturbation de cette distribution de la forme $A \psi \sin \frac{2\pi Z}{H}$, c'est en effet au voisinage du plan $\frac{Z}{H} = \frac{1}{4}$ que la variation de $t(Z)$ est maximale. Elle est de l'ordre de 1 °C pour $A = 0,01$.

La connaissance de r nécessiterait évidemment l'implantation supplémentaire d'un certain nombre de thermocouples de gaine, en plus des thermocouples donnant les températures de sortie de gaz déjà requis par les autres types de contrôle, mais on voit que la précision à en exiger pourrait être assez faible.

C O N C L U S I O N S

L'étude de la stabilité spatiale du flux dans un réacteur graphite-gaz à uranium naturel peut se faire avec une bonne précision au moyen d'un traitement analytique simple. Cette étude montre qu'un contrôle de la distribution du flux dans un plan perpendiculaire à l'axe du réacteur est indispensable et que la stabilité axiale dépend de façon cruciale de l'endroit où agissent les barres de contrôle maintenant constante la puissance totale du réacteur. Pour un réacteur de type classique, une faible marge de stabilité existe quelle que soit la position de ces barres et cette marge est considérablement accrue si on limite leur zone d'action à la moitié froide du réacteur. Dans ce cas aucun contrôle de la distribution axiale du flux n'est nécessaire. Ce ne serait toutefois plus vrai pour un réacteur à la fois très haut et de puissance spécifique très élevée.

La définition du contrôle spatial s'obtient aisément au moyen des modèles cinétiques à deux dimensions. Sa réalisation à partir de mesures de température ne semble pas présenter de difficulté, mais nécessite une instrumentation et un investissement en réactivité importants.

R E F E R E N C E S

- (1) D. RANDALL et D.S. St JOHN - Xenon spatial oscillations.
Nucleonics Mars 1958
- (2) G.J. TYROR - Controlling instabilities in graphite power reactors
Nuclear Power Juin 1959
- (3) A. HITCHCOCK - Nuclear reactor stability, Temple Press, 1960
- (4) A. HITCHCOCK et B.E. ROBERTS - Axial stability of the neutron flux distribution.
DEG Report 128 (R) UKAEA 1960.
- (5) R.I. VAUGHAN et W.J. PICKERING - Axial flux instability in gas cooled power reactors
Nuclear Power avril 1961.
- (6) S. GLASSTONE et H.C. EDLUND. The elements of Nuclear Reactor theory, D. Van Nostrand
Company, P. 305.

o
o o

A N N E X E

DESCRIPTION DES MODELES CINETIQUES

1.- FORMULATION

Le réacteur est décrit, dans le plan (r, z) ou dans le plan (r, θ) , par un maillage de pas constant sur chacun des axes. Il est divisé en un certain nombre de régions.

A chaque point sont associés :

- le flux ϕ
- une quantité proportionnelle à la concentration du p ème groupe de neutrons retardés D_p
- la somme des différents D_p , soit D
- la concentration de l'iode I
- la concentration du Xénon X
- les températures (repérées par rapport à la température d'entrée du fluide TE)
 - d'uranium T_u
 - de gaine T_g
 - de gaz T_f
 - de chemise T_c
 - de modérateur T_m
- une perturbation de réactivité δk ou, en géométrie (r, z) , de débit δQ .
- la réactivité introduite par le contrôle général S_G (à partir d'un ordre ρ_G)
- la réactivité introduite par le contrôle local S_L (à partir d'un ordre ρ_L).

A chaque région sont associées :

- les valeurs moyennes du flux et des températures
- en géométrie (r, Z) , la valeur moyenne \bar{r}_L de $r = \frac{T_{gL}}{T_{sf}}$
(T_{gl} température de gaine à une certaine cote
 T_{sf} température de sortie du gaz) et sa mesure r_L
- en géométrie (r, θ) , la température moyenne du gaz \bar{T}_{fL} et sa mesure T_L

A l'ensemble du réacteur sont associées :

- les valeurs moyennes du flux et des températures
- en géométrie (r, Z) , la température moyenne de sortie du gaz \bar{T}_{sf}
- en géométrie (r, θ) , la température moyenne du gaz \bar{T}_f
- la mesure de \bar{T}_{sf} ou de \bar{T}_f , T

Le système d'équations ci-dessous, écrit avec des notations classiques, où l'indice 0 désigne les valeurs initiales, est intégré en chaque point par une méthode aux différences finies.

$$M^2 \Delta^2 \phi + H \phi + D = 0$$

$$H = H_0 + \delta k + \alpha_u (T_u - T_{u0}) + \alpha_m (T_m - T_{m0}) + \alpha_c (T_c - T_{c0}) \\ + \alpha_x (X - X_0) - S_G - S_L$$

$$\frac{\partial D_p}{\partial t} = - \lambda_p D_p + B_p \lambda_p \phi$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \sigma_x \phi - \lambda_I I$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \lambda_I I - (\lambda_x + \sigma_x \phi) X$$

$$Cu \frac{\partial T_u}{\partial t} = - A_u (T_u - T_g) + B_u \phi$$

$$C_g \frac{\partial T_g}{\partial t} = - A_g (T_g - T_f) + A_u (T_u - T_g)$$

$$C_f \frac{\partial T_f}{\partial t} = - Q_{cf} \frac{\partial T_f}{\partial Z} + A_g (T_g - T_f) + A_c (T_c - T_f) \quad \text{en } (r, Z)$$

$$C_f \frac{\partial T_f}{\partial t} = - \frac{2Q_{cf}}{H} T_f + A_g (T_g - T_f) + A_c (T_c - T_f) \quad \text{en } (r, \theta)$$

$$C_c \frac{\partial T_c}{\partial t} = - A_c (T_c - T_f) + A_m (T_m - T_c) + B_c \emptyset$$

$$C_m \frac{\partial T_m}{\partial t} = - A_m (T_m - T_c) + B_m \emptyset$$

$$\tau \frac{\partial T}{\partial t} = \bar{T}_{sf} - T \quad \text{en } (r, Z)$$

$$\tau \frac{\partial T}{\partial t} = \bar{T}_f - T \quad \text{en } (r, \theta)$$

$$\frac{\partial \rho_G}{\partial t} = C \frac{T - \bar{T}_{fo}}{\bar{T}_{fo}} + \frac{D}{\bar{T}_{fo}} \frac{\delta T}{\delta t}$$

$$\tau' \frac{\partial S_G}{\partial t} = \rho_G - S_G$$

En géométrie (r, Z) , S_L est calculé par les équations :

$$\tau_{IL} \frac{\partial r_L}{\partial t} = \bar{r}_L - r_L$$

$$\frac{\partial \rho_L}{\partial t} = C_{IL} \frac{r_L - r_{Lo}}{r_{Lo}} + \frac{D_I}{r_{Lo}} \frac{\partial r_L}{\partial t}$$

$$\tau'_{IL} \frac{\partial S_L}{\partial t} = \rho_L - S_L$$

soit par une loi discontinue essentiellement caractérisée par le fait que S_L ne peut varier qu'à intervalles de temps égaux et si $|r_L - r_{Lo}|$ est supérieur à une valeur donnée.

En géométrie (r, θ) , S_L est calculé soit par des équations

$$\tau_L \frac{\partial T_L}{\partial t} = \bar{T}_{fL} - T_L$$

$$\frac{\partial \rho_L}{\partial t} = c_L \frac{T_L - T_{fLo}}{\bar{T}_{fLo}} + \frac{D_L}{T_{fLo}} \frac{\partial T_L}{\partial t}$$

$$\tau'_L \frac{\partial S_L}{\partial t} = \rho_L - S_L$$

soit par une loi discontinue essentiellement caractérisée par le fait que S_L ne peut varier qu'à intervalles de temps égaux et si $|T_L - \bar{T}_{fLo}|$ est supérieur à une valeur donnée.

En géométrie (r, θ) , les contrôles général et local peuvent être homogènes ou ponctuels.

En géométrie (r, Z) , ils simulent chacun la variation d'enfoncement d'une couronne absorbante, de rayon quelconque, pénétrant initialement dans le réacteur jusqu'à une cote quelconque, et il peut en outre exister une compensation, invariable au cours de l'évolution, réalisée soit par un rideau absorbant d'enfoncement quelconque, soit par une couronne absorbante de rayon et d'enfoncement quelconques.

Afin d'éviter les effets de différences, le calcul est en fait conduit non sur les quantités elles-mêmes mais sur leurs variations par rapport à l'état initial. Cet état initial est défini de la façon suivante :

- le réacteur est en équilibre,
- en géométrie (r, θ) , les perturbations et les réactivités introduites par les contrôles sont nulles; le flux est isotrope en θ . On impose la distribution radiale du flux, d'où l'on déduit H_0 .
- en géométrie (r, Z) , les perturbations sont nulles. On impose la répartition radiale du flux. On en déduit H_0 , s'il n'y a ni contrôle ni compensation, à partir d'une répartition axiale du flux en cosinus; dans le cas contraire, après avoir calculé la répartition effective résultant de la perturbation de la répartition précédente par les antiréactivités données du contrôle et de la compensation.

2.- METHODE D'INTEGRATION

Les équations sont remplacées par des équations aux différences pendant l'intervalle de temps Δt , pas du calcul. L'équation de l'iode, par exemple, est écrite :

$$\frac{\partial I_1 - \partial I_0}{\Delta t} = \sigma_X \partial \rho_1 - \lambda_I \partial I_1$$

les indices 0 et 1 désignant respectivement le début et la fin du pas de calcul, et ΔQ la différence entre la quantité Q et sa valeur initiale.

L'équation de la diffusion est intégrée par la méthode des directions alternées, c'est-à-dire qu'on calcule $\delta \theta_{n+1}$ à partir de $\delta \theta_0$ par le système d'équations

$$M^2 (\nabla_1^2 \delta \theta_{n+\frac{1}{2}} + \nabla_2^2 \delta \theta_n) + (H_0 + \delta H_0) \delta \theta_{n+\frac{1}{2}} + \theta_0 \delta H_0 + \delta D_0 = \frac{2}{T_n} (\delta \theta_{n+\frac{1}{2}} - \delta \theta_n)$$

$$M^2 (\nabla_1^2 \delta \theta_{n+\frac{1}{2}} + \nabla_2^2 \delta \theta_{n+1}) + (H_0 + \delta H_0) \delta \theta_{n+\frac{1}{2}} + \theta_0 \delta H_0 + \delta D_0 = \frac{2}{T_n} (\delta \theta_{n+1} - \delta \theta_{n+\frac{1}{2}})$$

où n désigne le nombre d'itérations et où

$$\nabla_1^2 = \frac{\delta^2}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta}{\delta r}$$

$$\nabla_2^2 = \frac{\delta^2}{\delta z^2} \quad \text{en géométrie (r,Z)}$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\delta^2}{\delta \theta^2} \quad \text{en géométrie (r,\theta)}$$

$$T_n = \frac{2}{M^2 B_{zn}^2} \quad \text{en géométrie (r,Z)}$$

$$\frac{2}{\beta + M^2 (B_{rn}^2 - B_{fo}^2)} \quad \text{en géométrie (r,\theta)}$$

avec B_{zn}^2 (ou B_{rn}^2) n^e valeur propre de ∇_2^2 (ou ∇_1^2), et $\beta = \sum \beta_p$

$\delta \theta_{n+1}$ converge vers la solution $\delta \theta_1$ de l'équation

$$M^2 \nabla^2 \delta \theta_1 + (H_0 + \delta H_0) \delta \theta_1 + \theta_0 \delta H_0 + \delta D_0 = 0$$

les itérations étant poursuivies jusqu'à ce que soit obtenue la précision désirée.

3.- REMARQUES

α_m et α_c peuvent varier en chaque point, mais conservent au cours de l'évolution leur valeur initiale. A_g et A_c sont proportionnels à Q^x (x donné), la distribution radiale de Q étant calculée de manière à ce que la température de sortie du fluide soit constante dans l'état initial. C_m peut varier radialement. Les autres paramètres sont constants dans tout le réacteur.

Le programme (r,Z) calcule les valeurs à utiliser dans le programme (r,θ) de A_u , A_g , Q , A_c , A_m et σ_x , associées à la valeur moyenne du flux, à partir de la pondération par le carré du flux respectivement de T_u , T_g , T_f , $\alpha_c T_c$, $\alpha_m T_m$, $\frac{\sigma_x \theta}{\lambda_x + \sigma_x \theta}$.

Manuscrit reçu le 18 Juin 1964

Figure 1

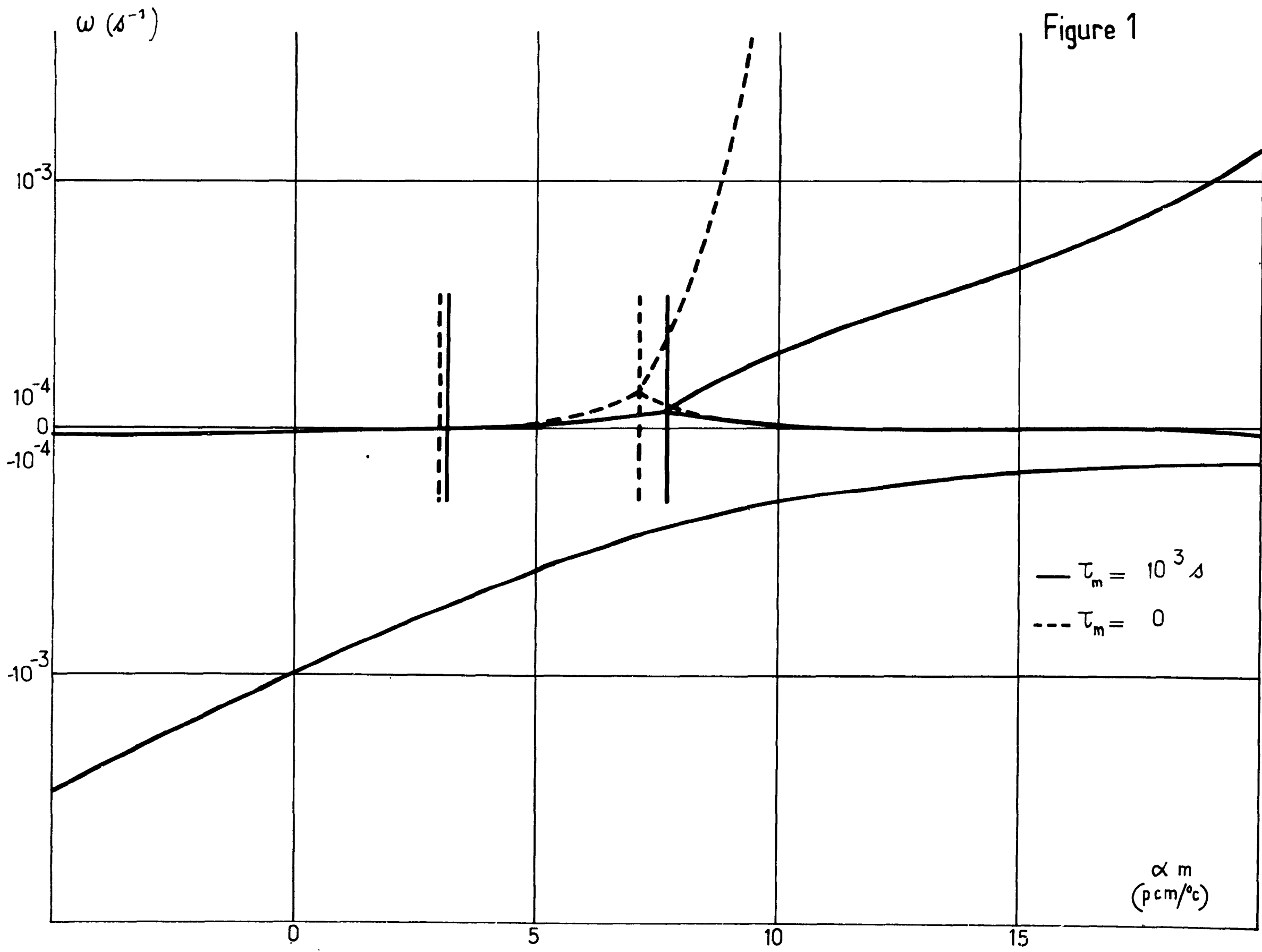
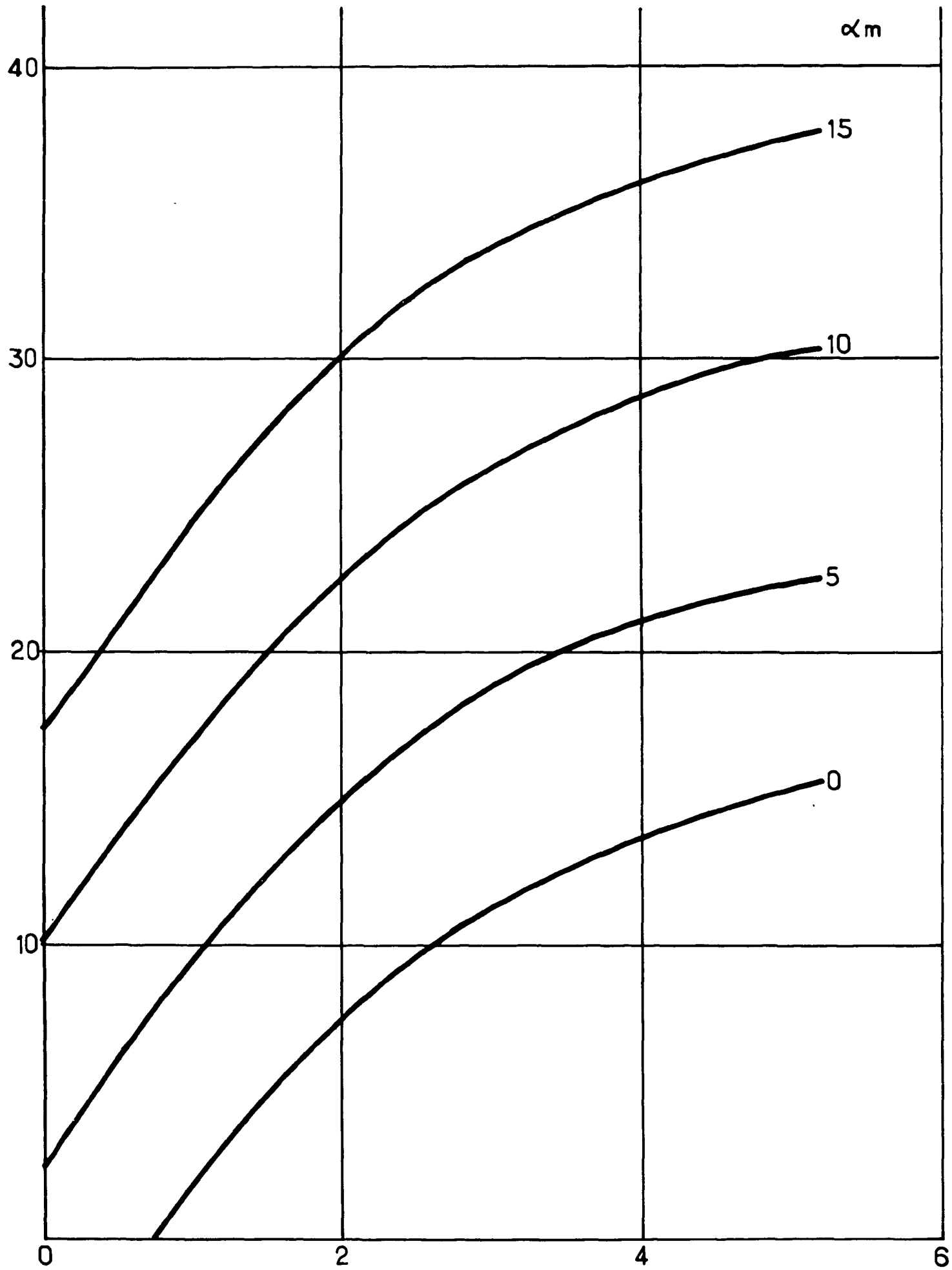


Figure 2

$- 10^3 v_2$



$10^{-13} \phi_2$
($n/cm^2/s$)

Figure 3

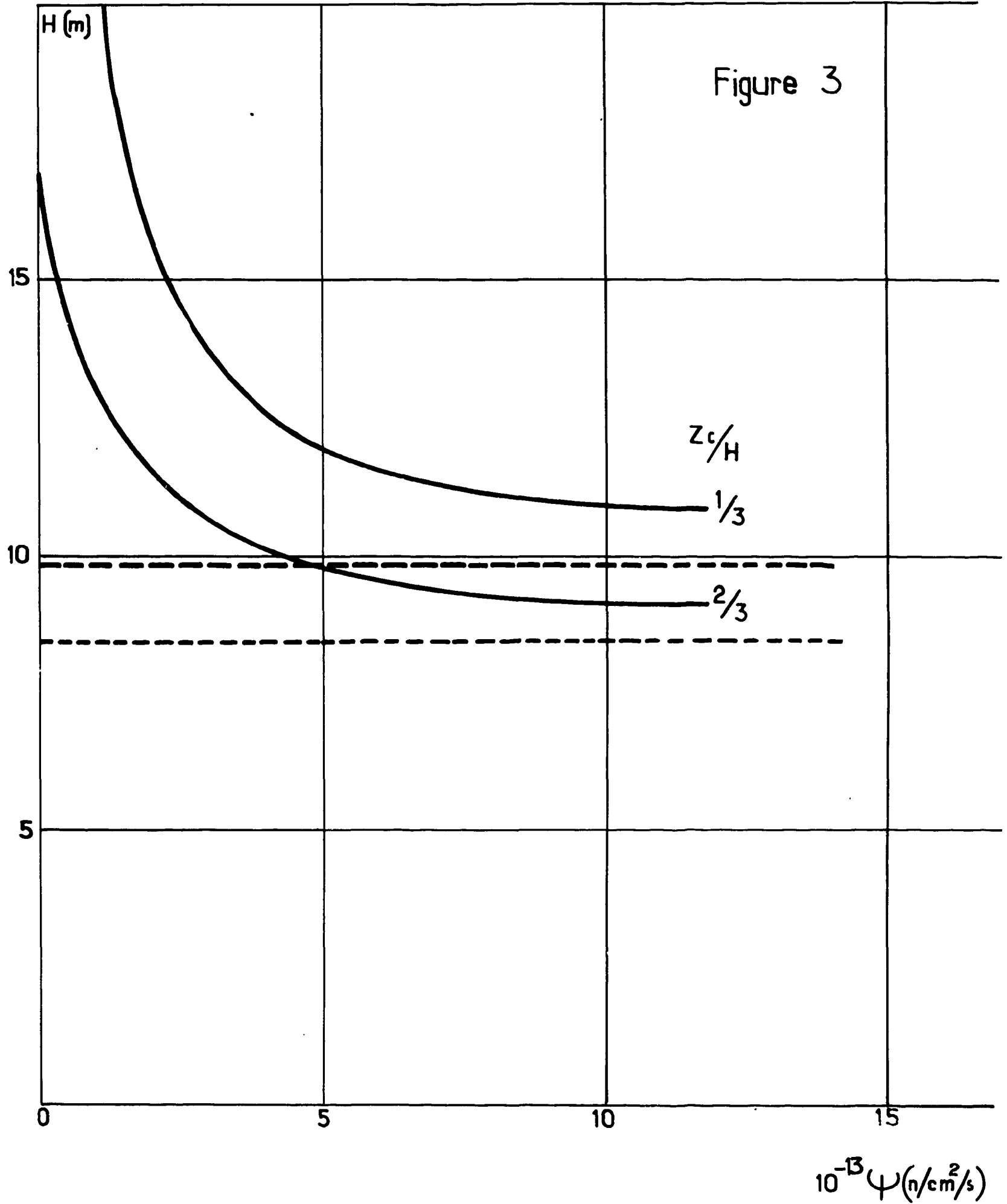
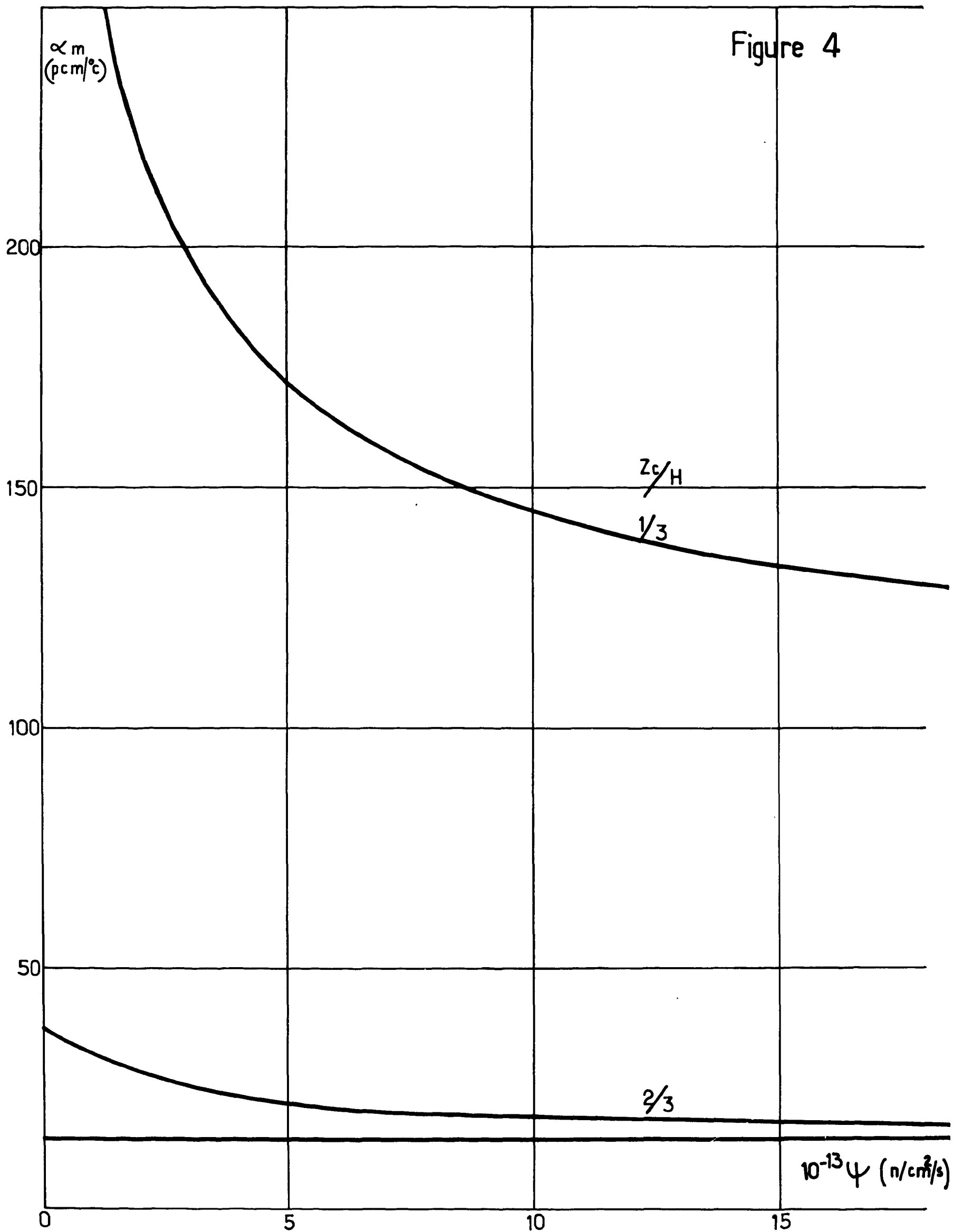


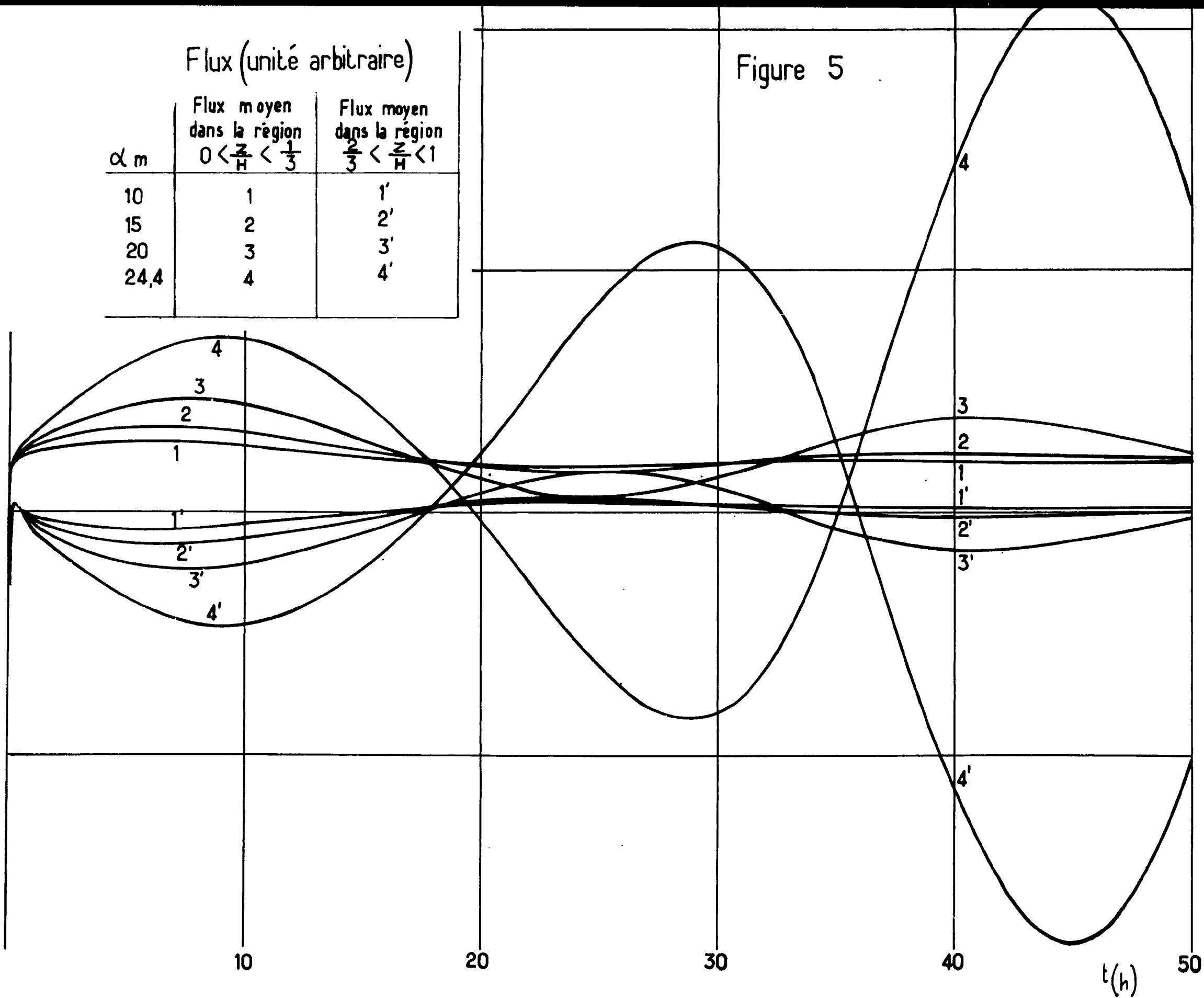
Figure 4



Flux (unité arbitraire)

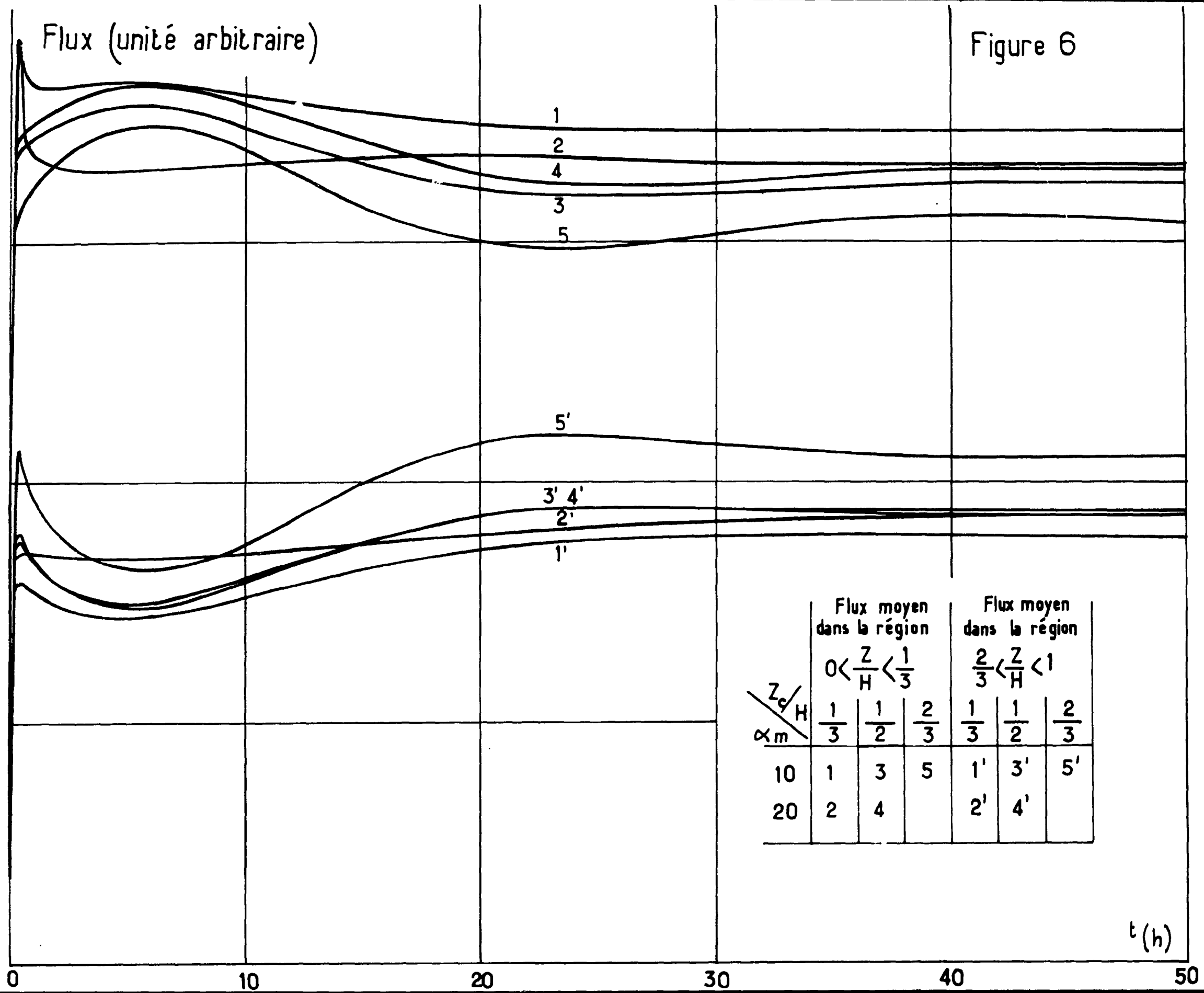
α_m	Flux moyen dans la région $0 < \frac{z}{H} < \frac{1}{3}$	Flux moyen dans la région $\frac{2}{3} < \frac{z}{H} < 1$
10	1	1'
15	2	2'
20	3	3'
24,4	4	4'

Figure 5



Flux (unité arbitraire)

Figure 6

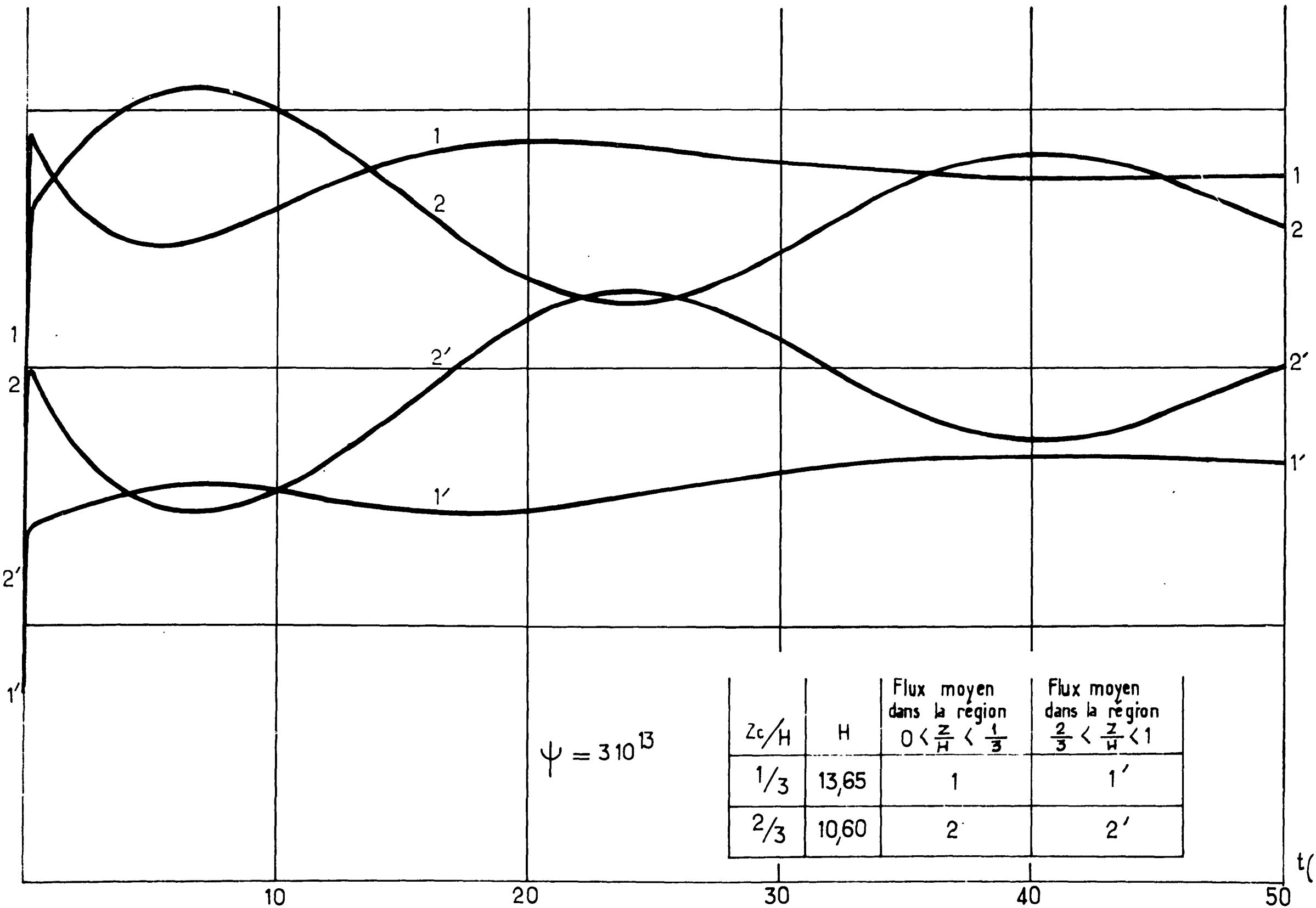


$\frac{z_c}{H}$ α_m	Flux moyen dans la région $0 < \frac{z}{H} < \frac{1}{3}$			Flux moyen dans la région $\frac{2}{3} < \frac{z}{H} < 1$		
	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$
	10	1	3	5	1'	3'
20	2	4		2'	4'	

t (h)

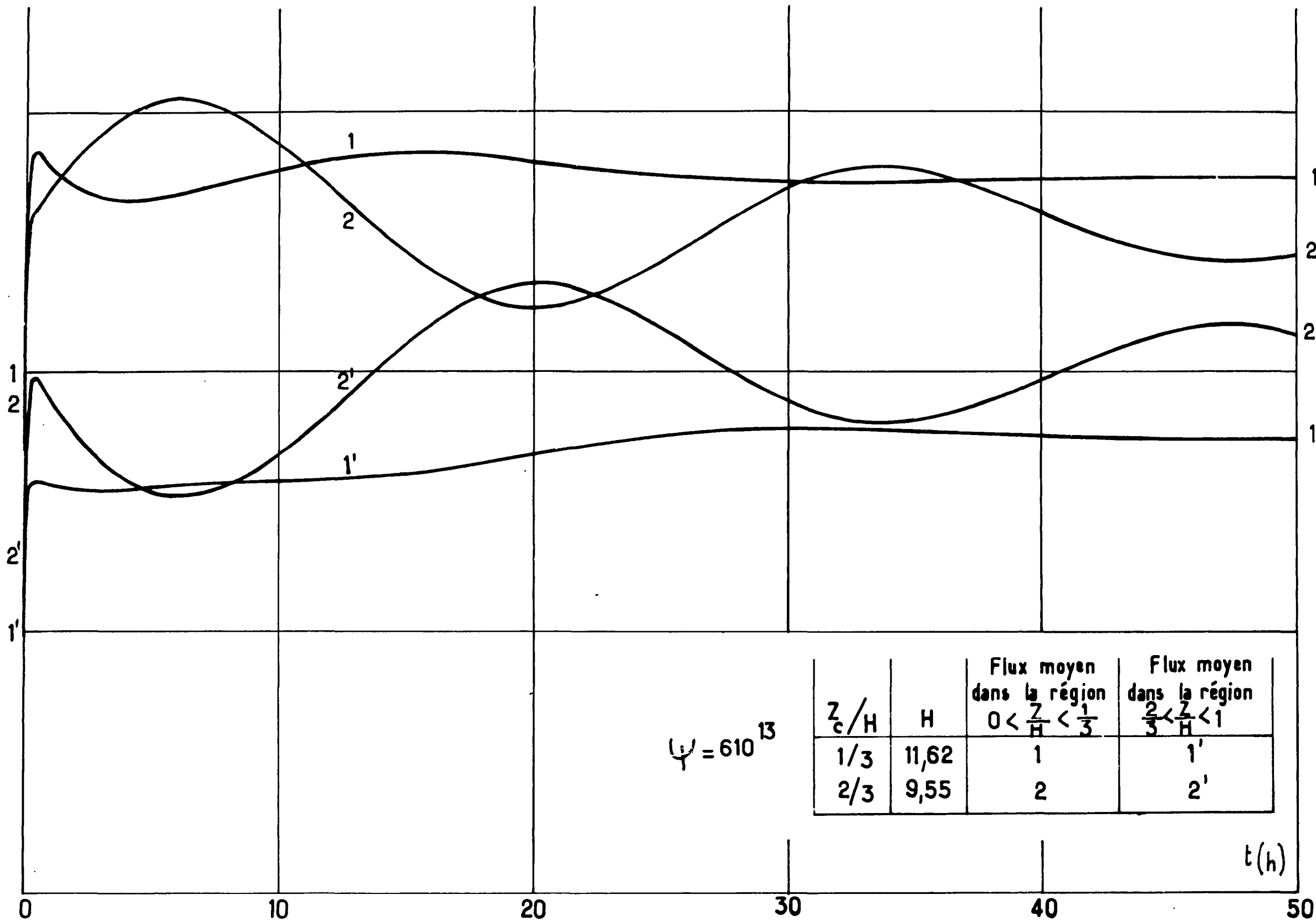
Flux (unité arbitraire)

Figure 7



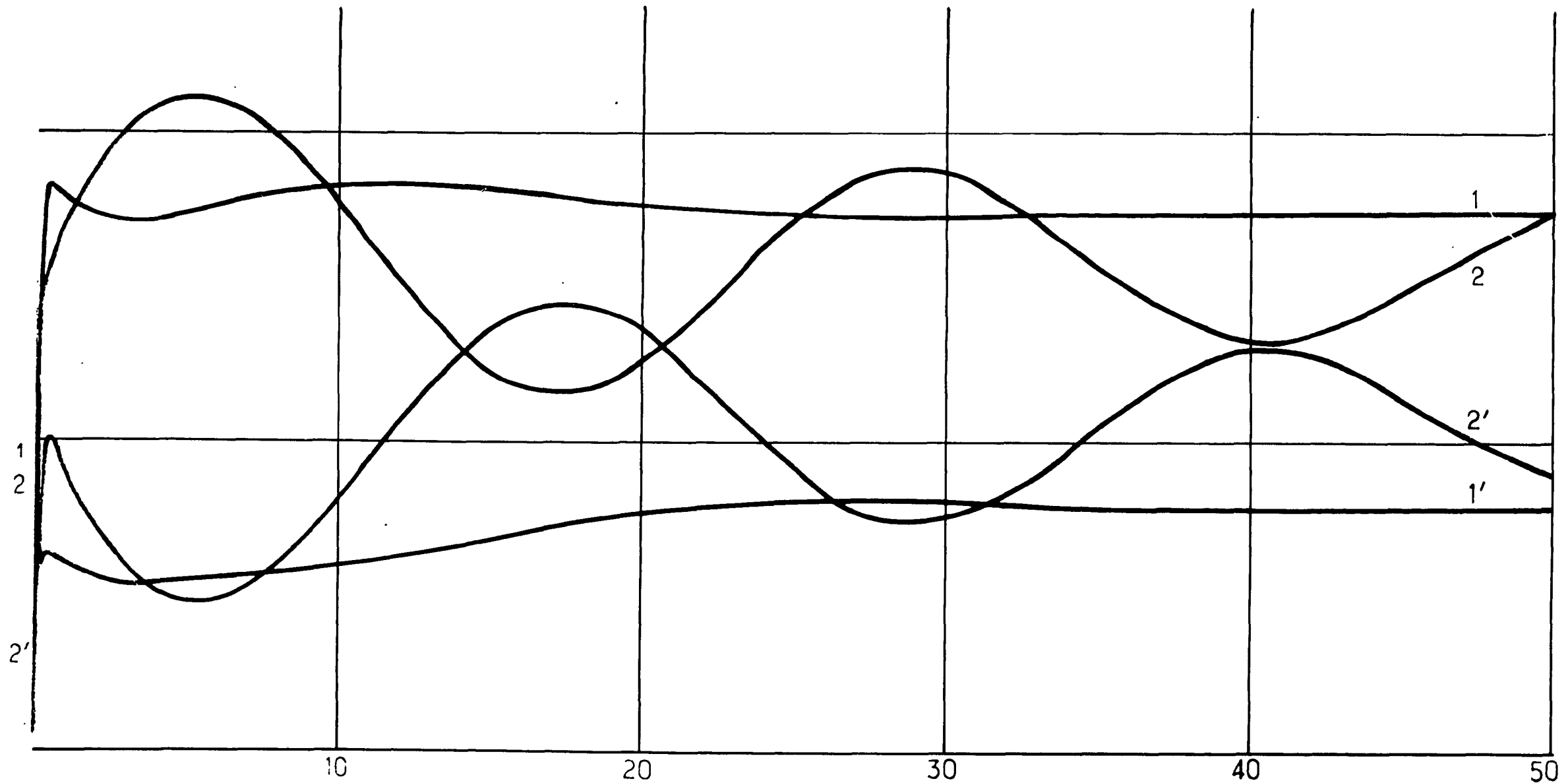
Flux (unité arbitraire)

Figure 8



Flux (unité arbitraire)

Figure 9



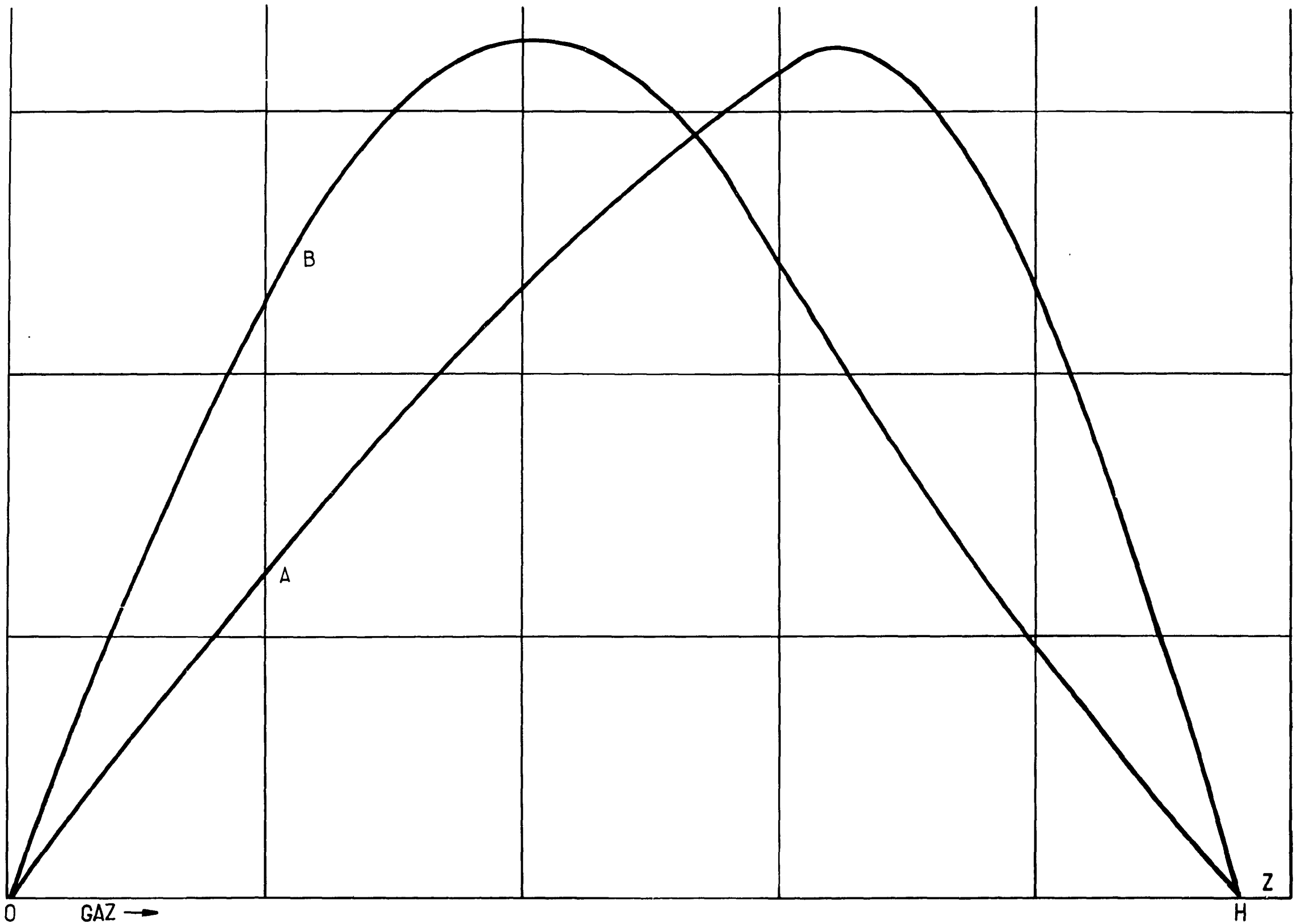
$$\Psi = 10 \cdot 10^{13}$$

z_c/H	H	Flux moyen dans la région $0 < \frac{z}{H} < \frac{1}{3}$	Flux moyen dans la région $\frac{2}{3} < \frac{z}{H} < 1$
$1/3$	10,94	1	1'
$2/3$	9,16	2	2'

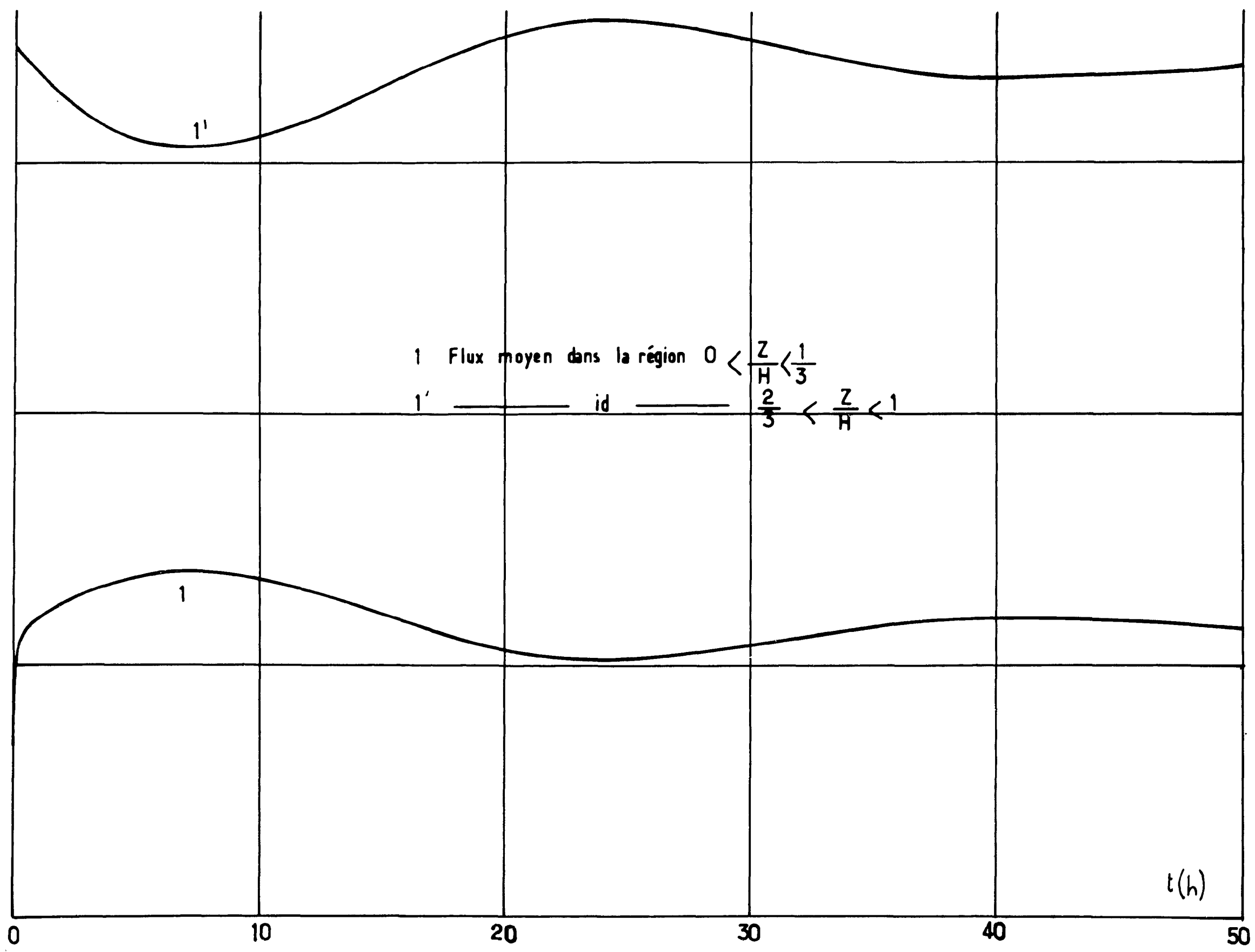
$t(h)$

Flux (unité arbitraire)

Figure 10

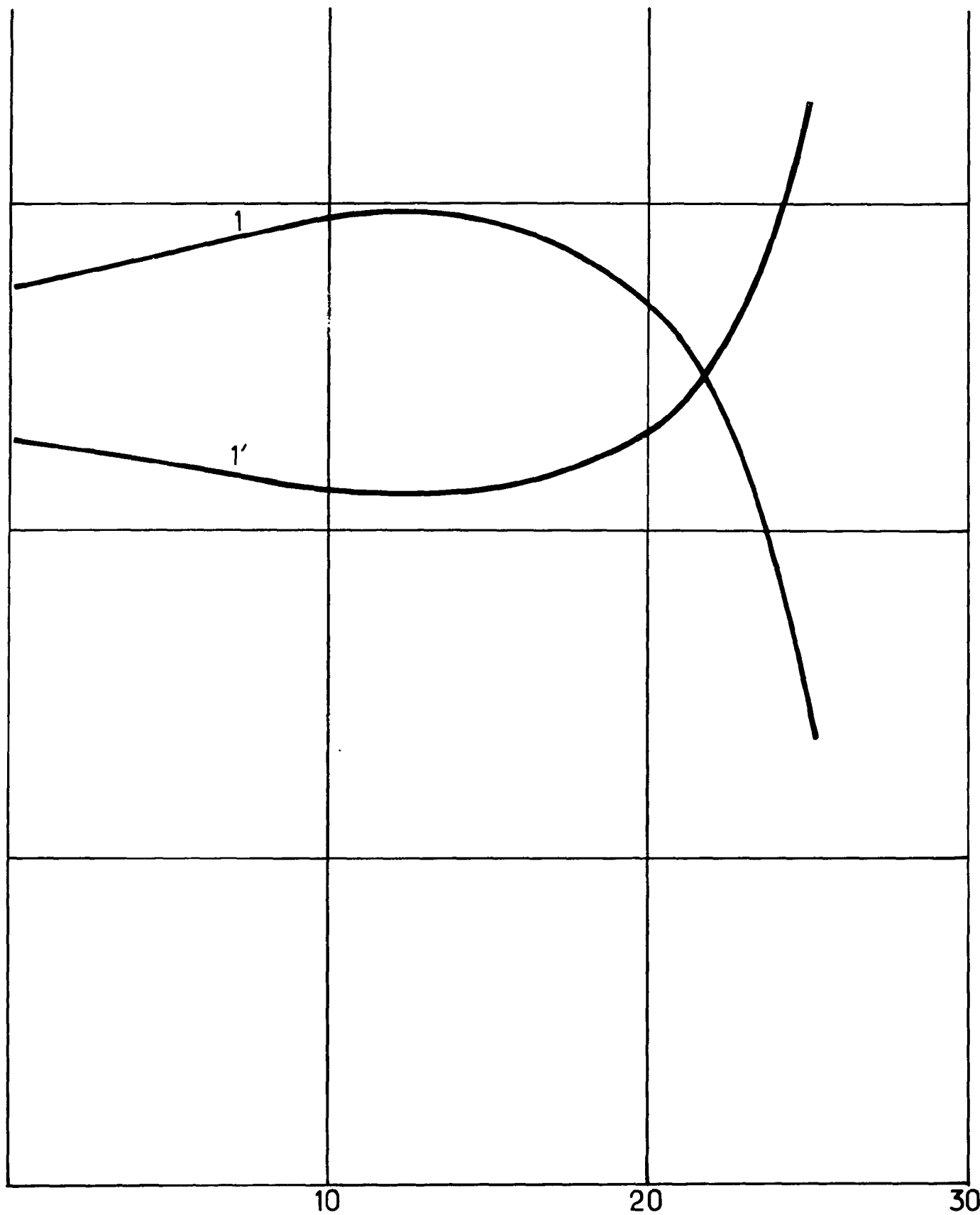


Flux (unité arbitraire)



Flux (unité arbitraire)

Figure 12

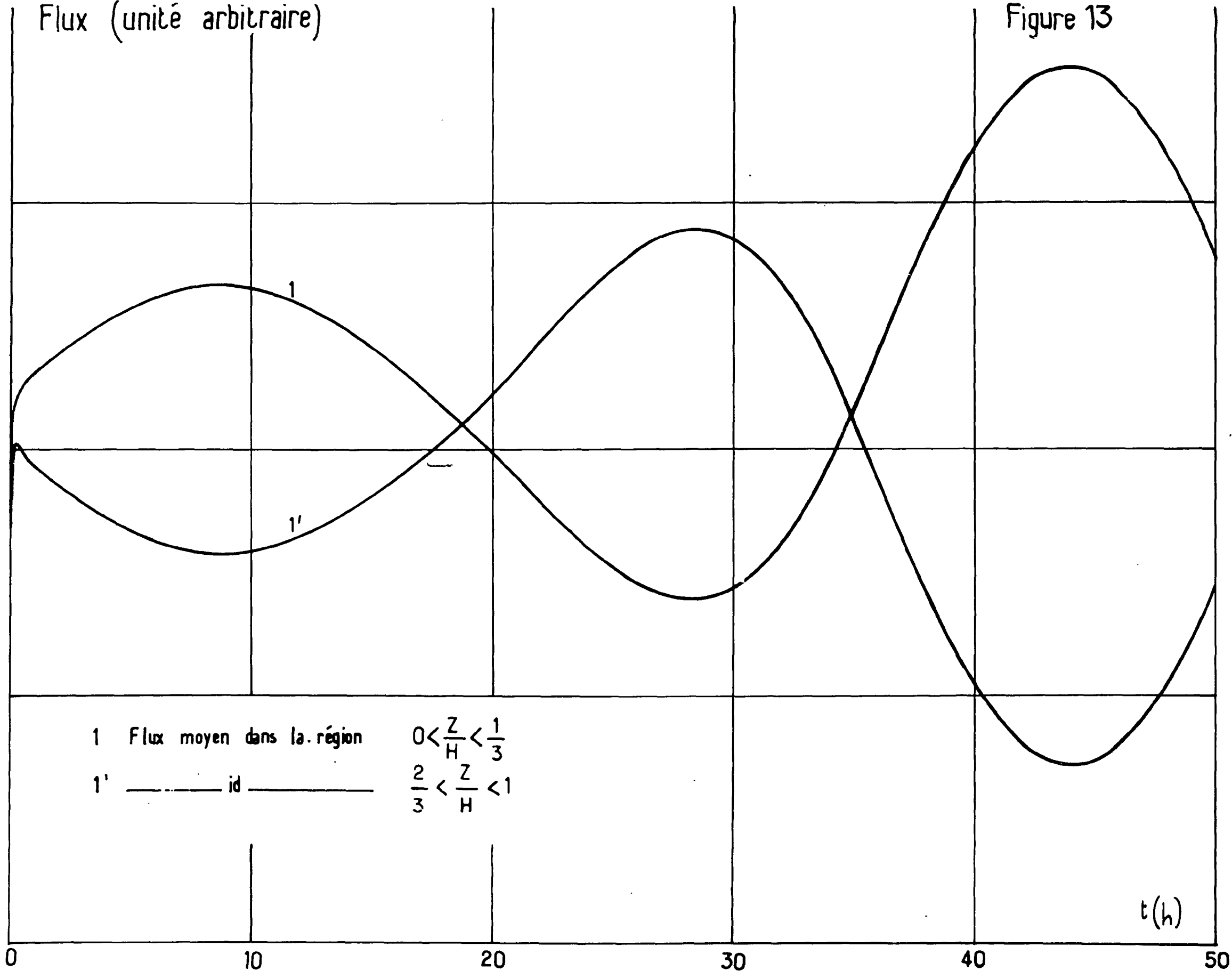


1 Flux moyen dans la région $0 < \frac{z}{H} < \frac{1}{3}$
1' ——— idem ——— $\frac{2}{3} < \frac{z}{H} < 1$

t(h)

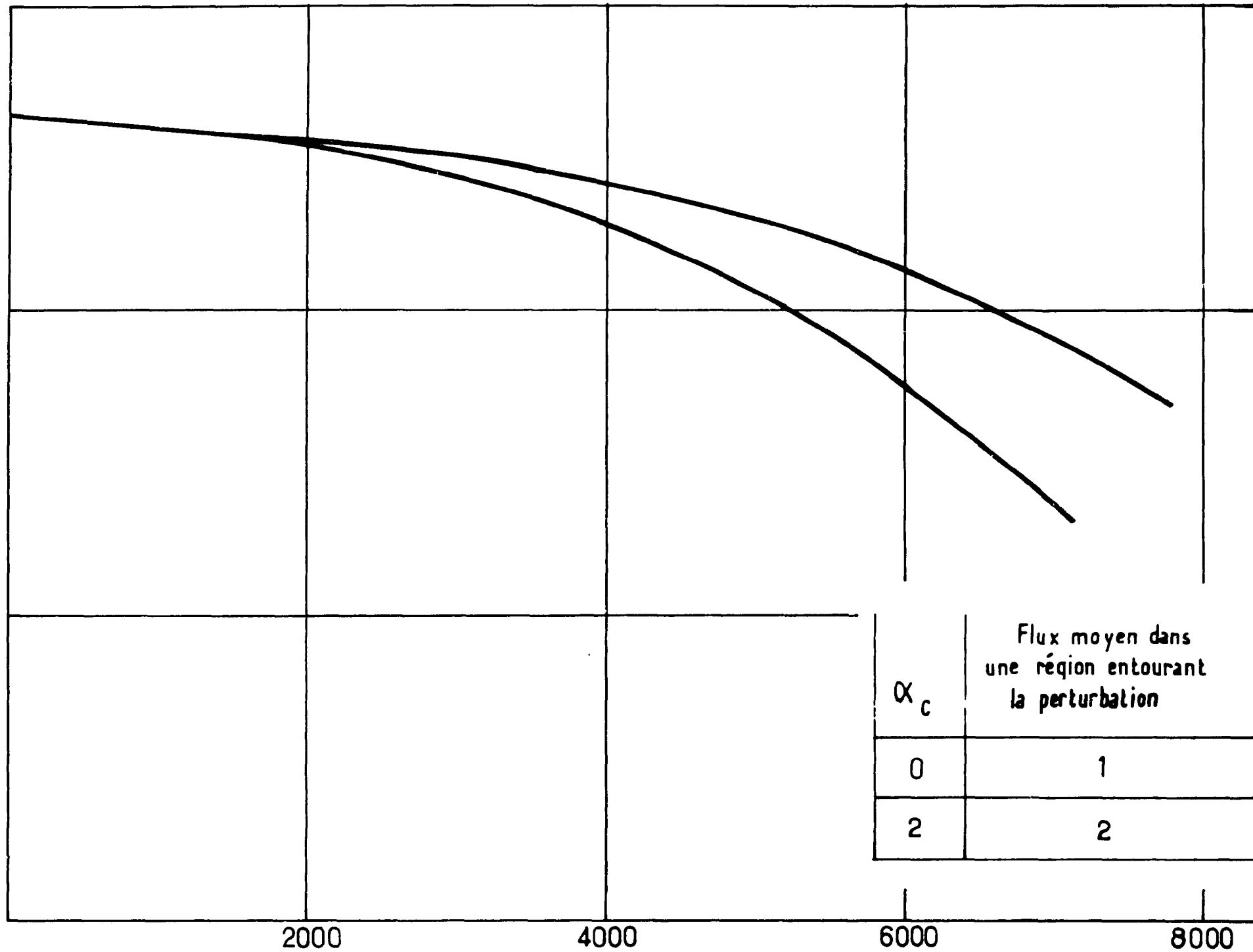
Flux (unité arbitraire)

Figure 13



Flux (unité arbitraire)

Figure 14



FIN