

GAUSSENS J. .-

Problèmes de tarification de l'eau douce obtenue à partir d'une installation de dessalement d'eau de mer.
Problems of pricing fresh water obtained from a sea water desalination plant.-

Commissariat à l'énergie atomique, Section des études économiques générales, Paris, 1967.-
27 cm, 49 + 49 p., 9 fig. h.-t.

CEA-R 3355 - GAUSSENS Jacques

**PROBLEMES DE TARIFICATION DE L'EAU DOUCE
OBTENUE A PARTIR D'UNE INSTALLATION DE DESSALE-
MENT D'EAU DE MER**

Sommaire. - L'intervention d'une installation également productrice d'énergie électrique dans l'alimentation en eau d'une zone modifie les conditions d'utilisation des autres ressources en eau et en électricité, compte tenu de la nécessité d'assurer les pointes et la base des diagrammes de demande d'eau et d'électricité au moindre coût.

Cet exposé se propose de montrer comment on peut approcher le problème de la détermination des structures optimales d'approvisionnement en eau pour des cas précis, mais dans un cadre économique global.

Il devient en effet nécessaire de situer la compétition :

./.

CEA-R 3355 - GAUSSENS Jacques

**PROBLEMS OF PRICING FRESH WATER OBTAINED FROM
A SEA WATER DESALINATION PLANT**

Summary. - Integrating a double-purpose desalination and electricity generating plant into a water supply system alters the conditions in which the other water and electricity sources are used, as the peak and the base load water and electricity demands have to be met at the least cost.

This paper attempts to show how the problem of determining optimal water supply structures can be approached, in definite cases, but against a global economic background.

It becomes necessary to define the competition between classical resources and desalination plants, as these plants introduce into optimum studies new factors due to the

./.

ressources classiques/installation de dessalement ; ces dernières introduisent, dans les études d'optimum, des éléments nouveaux dus à la forme particulière de leurs fonctions de production.

On étudie ces éléments nouveaux (structures des coûts fixes et des coûts proportionnels, disponibilité des débits) en liaison avec les fonctions de production dans divers cas de gestion (monopole privé, monopole public).

1967

109 p.

Commissariat à l'Energie Atomique - France

peculiar shape of their production functions. These new factors (fixed and proportional cost structures, flow availabilities) are studied in relation to the production functions in various management cases (private monopoly, public monopoly).

1967

109 p.

Commissariat à l'Energie Atomique - France

PREMIER MINISTRE
COMMISSARIAT A
L'ÉNERGIE ATOMIQUE

PROBLEME DE TARIFICATION DE L'EAU DOUCE OBTENUE A PARTIR
D'UNE INSTALLATION DE DESSALEMENT D'EAU DE MER

par

Jacques GAUSSENS

ÉTUDES
ÉCONOMIQUES

Rapport CEA - R 3355

SEPTEMBRE 1967

Translated into english

LISTE DES RAPPORTS ECONOMIQUES DEJA PARUS :

Rapport CEA - R 2325	CALCUL DES IMMOBILISATIONS FINANCIERES DES CYCLES DE COMBUSTIBLE	"CALCULATION OF THE WORKING CAPITAL INVESTED IN FUEL CYCLES AND ITS INTEREST CHARGES"	J. GAUSSENS	Novembre 1963
Rapport CEA - R 2458	RECHERCHE D'UNE POLITIQUE DE GESTION DU COMBUSTIBLE D'UNE PILE RESEAU	"CALCULATION OF AN OPTIMUM FUEL POLICY FOR A POOL TYPE RESEARCH REACTOR"	Département des Programmes SEEG	Mai 1964
Rapport CEA - R 2541	ETUDE ECONOMIQUE DU SITE DE MARCOULE	"AN ECONOMIC STUDY OF THE SITE OF MARCOULE"	H. DUPRAT	Août 1964
Rapport CEA - R 2642 Genève 64 Conf 28/P/98	PERSPECTIVES A LONG TERME DES COUTS DE TRAITEMENT DE L'URANIUM NATUREL IRRADIE, TAILLES ET LOCALISATIONS OPTIMALES DES USINES	"LONG-TERM PROSPECTS OF IRRADIATED NATURAL URANIUM PROCESSING COSTS, OPTIMUM PLANT SIZES AND SITES"	L. THIRIET C. OGER P. DE VAUMAS	Août 1964
Rapport CEA - R 2646 Genève 64 Conf 28/P/91	ETUDE SUR LA PRODUCTION D'EAU LOURDE EN FRANCE	"STUDY OF THE PRODUCTION OF HEAVY WATER IN FRANCE"	B. LEFRANCOIS J.M. LERAT E. RUTH	Août 1964
Rapport CEA - R 2648 Genève 64 Conf 28/P/89	ENSEIGNEMENTS TIRÉS DES ETUDES ET REALISATIONS FRANCAISES RELATIVES A LA SEPARATION DES ISOTOPES DE L'URANIUM	"DEDUCTIONS BASED ON STUDIES OF URANIUM ISOTOPE SEPARATION AND FRENCH ACHIEVEMENTS IN THIS FIELD"	C. FREJAQUES R. GALLEY	Août 1964
Rapport CEA - R 2665 Genève 64 Conf 28/P/64	COUT DE TRANSPORT DES COMBUSTIBLES IRRADIES ET COUT D'ENTRETIEN D'UNE USINE DE TRAITEMENT CHIMIQUE DES COMBUSTIBLES IRRADIES	"COST OF TRANSPORTING IRRADIATED FUELS AND MAINTENANCE COSTS OF A CHEMICAL TREATMENT PLANT FOR IRRADIATED FUELS"	Y. SOUSSELIER	Août 1964
Rapport CEA - R 2685 Genève 64 Conf 28/P/46	ASPECT ECONOMIQUE DES REACTEURS PRODUISANT DE L'ELECTRICITE ET DE LA CHALEUR INDUSTRIELLE	"ECONOMIC ASPECTS OF ELECTRICITY AND INDUSTRIAL HEAT GENERATING REACTORS"	J. GAUSSENS N. MOULLE F. DUTHEIL J. ALDEBERT	Août 1964
Rapport CEA - R 2689 Genève 64 Conf 28/P/41	LA FILIERE DES REACTEURS A NEUTRONS RAPIDES EN FRANCE	"THE FAST NEUTRON REACTOR SERIES IN FRANCE"	J. VONDREYES J. GAUSSENS R. PASQUER	Août 1964
Rapport CEA - R 2692 Genève 64 Conf 28/P/37	QUELQUES ASPECTS ECONOMIQUES DE LA FILIERE URANIUM NATUREL - GRAPHITE - GAZ	"SOME ECONOMIC ASPECTS OF NATURAL URANIUM GRAPHITE GAS REACTOR TYPES"	J. GAUSSENS P. TANGUY B. LEO	Août 1964
Rapport CEA - R 2795	ETUDE DES VALEURS ET DES PRIX DU PLUTONIUM A LONG TERME - UN MODELE PARAMETRISÉ SIMPLIFIÉ	"STUDY OF THE LONG-TERM VALUES AND PRICES OF PLUTONIUM - A SIMPLIFIED PARAMETRISED MODEL"	J. GAUSSENS H. FAILLOT	Mai 1965
Rapport CEA - R 2866	OPTIMISATION DES CYCLES DE COMBUSTIBLES : VALEURS MARGINALES DES PERTES	"FUEL CYCLE OPTIMISATION : MARGINAL VALUES OF LOSSES"	J. GAUSSENS B. DE LASTEVRIE	Août 1965
Rapport CEA - R 2937	COUTS D'INVESTISSEMENT ET D'EXPLOITATION DES USINES DE TRAITEMENT DE L'URANIUM NATUREL IRRADIE	"CAPITAL AND RUNNING COSTS OF PLANTS FOR REPROCESSING OF IRRADIATED NATURAL URANIUM"	J. DOLMERG L. THIRIET C. JOUANNAUD J. COUTURE J. DUDOUZ D. OGER	Janvier 1966
Rapport CEA -	MODELE MATHÉMATIQUE DU COUT DE TRANSPORT MARITIME ; APPLICATION A LA COMPÉTITIVITÉ DU NAVIRE NUCLÉAIRE	"A MATHEMATICAL MODEL FOR COST OF CARRIAGE BY SEA ; APPLICATION TO COMPETITIVENESS OF NUCLEAR VESSELS"	C. DORVAL	Mai 1966
Rapport CEA - R 3072	LE DIMENSIONNEMENT OPTIMUM DES INSTALLATIONS DE PRODUCTION MIXTE D'EAU DESSALÉE ET D'ELECTRICITE FAISANT INTERVENIR L'ENERGIE NUCLEAIRE	"CHOICE OF OPTIMUM SIZE OF INSTALLATIONS FOR DUAL-PURPOSE PRODUCTION OF DESALTED WATER AND ELECTRICITY, USING NUCLEAR POWER"	J. GAUSSENS	Septembre 1966
Rapport CEA - R 3355	PROBLEMES DE TARIFICATION DE L'EAU DOUCE OBTENUE A PARTIR D'UNE INSTALLATION DE DESSALEMENT D'EAU DE MER	"PROBLEMS OF PRICING FRESH WATER OBTAINED FROM A SEA WATER DESALINATION PLANT"	J. GAUSSENS	Juillet 1967
Rapport CEA - R	TAILLES ET LOCALISATIONS OPTIMALES DES USINES DE TRAITEMENT DES COMBUSTIBLES NUCLEAIRES	"OPTIMAL SIZES AND SITING OF NUCLEAR FUEL REPROCESSING PLANTS"	L. THIRIET	Août 1967

LISTE DES RAPPORTS ECONOMIQUES A PARAITRE :

PROBLEMES TECHNIQUES ET ECONOMIQUES LIES AU DEVELOPPEMENT DES METHODES DE TRAITEMENT ET D'UTILISATION DES DECHETS RADIOACTIFS	"TECHNICAL AND ECONOMIC PROBLEMS RELATED TO THE DEVELOPMENT OF RADIOACTIVE WASTE PROCESSING AND UTILIZATION TECHNIQUES"
OPTIMISATION DES REACTEURS A COMBUSTIBLE ANNULAIRE	"OPTIMISATION OF ANNULAR FUEL REACTORS"
ASPECT ECONOMIQUE DE LA SECURITE DANS LE SECTEUR DE L'ENERGIE	"ECONOMIC ASPECT OF THE SECURITY IN THE FIELD OF ENERGY"
INCIDENCE DE LA CONSTRUCTION D'UN CENTRE NUCLEAIRE DANS LA REGION DE BORDEAUX SUR LE MARCHE REGIONAL DU BATIMENT ET DES TRAVAUX PUBLICS	"INFLUENCE OF A NUCLEAR CENTER ESTABLISHMENT IN THE BORDEAUX AREA ON THE REGIONAL BUILDING AND PUBLIC WORKS MARKETS"

Les rapports du COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE sont, à partir du n° 2200, en vente à la Documentation Française, Secrétariat Général du Gouvernement, Direction de la Documentation, 31, quai Voltaire, PARIS VIIème.

The C.E.A. reports starting with n° 2200 are available at the Documentation Française, Secrétariat Général du Gouvernement, Direction de la Documentation, 31, quai Voltaire, PARIS VIIème.

- Rapport CEA-R 3355 -

Section des Etudes Economiques Générales

DREP - DPg

PROBLEMES DE TARIFICATION DE L'EAU DOUCE OBTENUE A PARTIR
D'UNE INSTALLATION DE DESSALEMENT D'EAU DE MER

par

J. GAUSSENS

PROBLEMS OF PRICING FRESH WATER OBTAINED FROM
A SEA WATER DESALINATION PLANT

by

J. GAUSSENS

- Septembre 1967 -

C O N T E N T S

Pages

I - INTRODUCTION	1
1°) Water - an asset and the problem of pricing it	1
2°) General remarks on desalination processes	4
3°) The problem of optimum adaptation of supply and demand	5
II - FIRST APPROACH - OPTIMUM ADAPTATION OF A MULTI-FLASH DESALINATION PLANT TO A GIVEN DEMAND FOR WATER E AND ELECTRICITY K	8
1°) Description of the process	8
2°) Definition of the cost function	10
A - Costs of the desalination plant	10
B - The costs of the power generator	11
C - Additional costs of the "more electricity" and "more water" diagrams	11
D - Expression for the cost function	11
3°) Production functions and the search for the optimum	14
Case a - Linear diagram - Search for the optimum economic function for fixed objectives E and K	17
Case b - "More electricity" diagram	24
Case c - "More water" diagram - Search for the optimum economic function for fixed objectives E and K	26
4°) Conclusions regarding this first approach	28

T A B L E D E S M A T I E R E S

Pages

I - INTRODUCTION	1
1°) L'eau - Bien économique et le problème de sa tarification	1
2°) Généralités sur les procédés de dessalement	4
3°) Le problème de l'adaptation optimale de l'offre et de la demande	5
II - PREMIERE APPROCHE - ADAPTATION OPTIMALE D'UNE INSTALLATION DE DESSALEMENT MULTI-FLASH A UNE DEMANDE E D'EAU ET K D'ELECTRICITE DONNEE	8
1°) Description du procédé	8
2°) Définition de la fonction de coût	10
A - Coûts de l'installation de dessalement	10
B - Les coûts du générateur d'énergie	11
C - Les coûts supplémentaires des schémas "plus d'électricité" et "plus d'eau"	11
D - Expression de la fonction de coût	11
3°) Les fonctions de production et la recherche de l'optimum	14
Cas a - Schéma linéaire - Recherche de l'optimum de la fonction économique pour des objectifs fixés E et K	17
Cas b - Schéma "plus d'électricité"	24
Cas c - Schéma "plus d'eau" - Recherche de l'optimum de la fonction économique pour des objectifs fixés E et K	26
4°) Conclusions relatives à cette première approche	28

III - SECOND APPROACH - DETERMINATION OF THE OPTIMUM STRUCTURE OF A SYSTEM FOR THE PRODUCTION OF WATER AND ELECTRICITY COMBINING DESALINATION TECHNIQUES AND CONVENTIONAL TECHNIQUES	30
1°) General considerations	30
2°) Possibilities of achieving the combination : mixed plant - double plant	31
3°) Formulation of the problem	32
4°) Conclusion on the second approach	38
IV - THIRD APPROACH - OPTIMUM DIMENSIONS OF PLANTS WHEN THERE ARE WATER AND ELECTRICITY DEMAND FUNCTIONS	39
1°) General considerations	39
2°) Review of the significance of the collective utility function and the concept of surplus	40
a - The collective utility function	40
b - The theory of surpluses	42
3°) Description of the problem	43
A - Case of the private monopoly	44
B - Case of the public monopoly	45
C - Case of the public monopoly required to balance its budget	45
4°) Numerical results	48
A - Case of the private monopoly	48
B - Case of maximisation of surpluses with sale at marginal cost	48
C - Case of the maximisation of surpluses with budget limitation	48
V - CONCLUSIONS	49

III - DEUXIEME APPROCHE - DETERMINATION DE LA STRUCTURE OPTIMALE D'UN SYSTEME DE PRODUCTION D'EAU ET D'ELECTRICITE COMPRENANT DES TECHNIQUES DE DESSALEMENT ET DES TECHNIQUES CLASSIQUES	30
1°) Considérations générales	30
2°) Possibilités de réalisation effective de la combinaison : installation mixte - installation double	31
3°) Formulation du problème	32
4°) Conclusion de cette deuxième approche	38
IV - TROISIEME APPROCHE - DIMENSIONS OPTIMALES DES INSTALLATIONS LORSQU'IL EXISTE DES FONCTIONS DE DEMANDES D'EAU ET D'ELECTRICITE	39
1°) Considérations générales	39
2°) Rappel sur la signification de la fonction d'utilité collective et la notion de surplus	40
a - La fonction d'utilité collective	40
b - La théorie des surplus	42
3°) Exposé du problème	43
A - Cas du monopole privé	44
B - Cas du monopole public	45
C - Cas du monopole public astreint à l'équilibre budgétaire	45
4°) Les résultats numériques	48
A - Cas du monopole privé	48
B - Cas de la maximisation des surplus avec vente au coût marginal	48
C - Cas de la maximisation des surplus avec contrainte budgétaire	48
V - CONCLUSIONS	49

PROBLEMS OF PRICING FRESH WATER OBTAINED FROM
A SEA WATER DESALINATION PLANT

I - INTRODUCTION

1°) Water : an asset and the problem of pricing it

The demand for fresh water is increasing very rapidly throughout the world at a rate at least equal to the demand for power. Despite improvements in processes for saving water by recycling or purification, there will be increasing difficulties in reconciling resources and demand.

Water is therefore becoming more and more an economic asset :

- because it has a use value (domestic, industrial, agricultural uses)
- because it is becoming scarcer, both in highly industrialised areas (Pacific coast in the United States, Northern France), and in developing areas in arid or semi-arid climates (Kuwait, Israel).

PROBLEMES DE TARIFICATION DE L'EAU DOUCE OBTENUE A PARTIR

D'UNE INSTALLATION DE DESSALEMENT D'EAU DE MER

I - INTRODUCTION

1°) L'eau : bien économique et le problème de sa tarification

La demande d'eau douce s'accroît très vite dans le Monde, à un rythme au moins égal à celui de la demande d'énergie. Malgré l'amélioration des procédés économisant l'eau par recyclage ou l'épuration, on aura des difficultés grandissantes à concilier les ressources et les besoins.

L'eau apparaît donc de plus en plus comme un bien économique :

- parce qu'il a une valeur d'usage (usages domestiques, industriels, agricoles)
- parce qu'il a une rareté croissante, soit dans des régions très industrialisées (côté du Pacifique aux Etats-Unis, Nord de la France), soit dans des zones en développement sous des climats arides ou semi-arides (Koweïth-Israel).

This economic asset can be considered either as a product which may be bought and sold on a market, i.e. with a price resulting from the interplay of supply and demand and individuals obtaining maximum satisfaction within their income, or as a collective asset placed at the disposal of individuals by the State at prices designed to ensure maximum collective utility including not only the satisfaction of individuals but also all the general services which water can provide -shipping, fishing, etc...). This second aspect now forms the subject of numerous methodological studies* both in France and abroad, which cannot easily be described in this paper.

For this reason the first aspect of water as an economic asset, with demand determined by individual utilities, only will be considered here.

Let us recall some general characteristics of this asset :

- a) its scarcity is connected : either with its existence
or with its availability (at the time when it
is needed)
or with the possibility of transporting it
at a low price
- b) it is a product with multiple values (according to the season, the time
of day and night)
- c) its production is irregular, depending as it does on the flow from springs
and water courses
- d) the amount consumed is also irregular -depending on weather conditions, etc...)

(*) For example : (apart from the general references given in the literature list)

- (1) Commissariat Général du Plan de l'Equipeement et de la Productivité - General Report of the Water Commission - Provisional Edition - March 1966
- (2) Economics and public policy in water resources development (Iowa State University Press - 1964)
- (3) Zygmunt SELAGOWSKI - Economics Department - Warsaw - The value of water in the general economy and the bases for pricing water as a raw material.

Ce bien économique peut être considéré soit comme un produit susceptible de faire l'objet de transactions sur un marché, c'est-à-dire dont le prix résulte de la confrontation d'une offre et d'une demande, les individus maximisant leur satisfaction dans le cadre de leur revenu, soit comme un bien collectif mis à la disposition des particuliers par l'Etat selon une tarification adaptée à la maximisation d'une fonction d'utilité collective incluant non seulement les satisfactions individuelles, mais aussi l'ensemble de services généraux que l'eau peut assurer (navigation, pêches, etc...). Ce deuxième aspect fait l'objet actuellement de nombreuses études méthodologiques (*), tant en France qu'à l'étranger qu'il est difficile d'exposer dans le cadre de ce mémoire.

C'est pourquoi, c'est le premier aspect de l'eau : bien économique dont la demande est fonction des seules utilités individuelles, qui sera retenu ici .

Rappelons quelques caractéristiques générales de ce bien :

- a) sa rareté est liée : soit à son existence
soit à sa disponibilité (au moment où on en a besoin)
soit à sa possibilité de transport à bas prix
- b) c'est un produit à valeurs multiples (selon la saison, selon l'heure de
jour et de nuit)
- c) sa production est aléatoire, dans la mesure où elle est tributaire du
flux des sources et cours d'eau
- d) sa consommation est également aléatoire en volume (selon les conditions
météorologiques, etc...)

(*) Citons par exemple : (outre les références générales indiquées dans la bibliographie)

- (1) Commissariat Général du Plan de l'Equipeement et de la Productivité : Rapport Général de la Commission de l'Eau - Rédaction provisoire - Mars 1966
- (2) Economics and public policy in water resources development (Iowa State University Press - 1964)
- (3) Zygmunt SELAGOWSKI - Département économique - Varsovie - La valeur de l'eau dans l'économie générale et les bases de la tarification des eaux comme matière première.

The problem of pricing water is therefore particularly complex. Although there are points of resemblance with the energy market, the water market differs in being local (apart from exceptional cases, and if there is no interconnection of the electricity grid type). It will be possible however to use certain models for calculating tariffs taken from the electricity market. However, the introduction of price scales is still at an early stage.*

Any such scales, considered as an "a set of shadow of prices", must provide the basis for optimum management of resources.

The problem of fixing charges is linked with the problem of optimum production, based on a given demand.

This production may be achieved by different means. Some can be considered as conventional : wells, water taken from rivers, etc..., but the possibilities are decreasing with time and the cost of their development is tending to increase fairly rapidly. This is why use is now being made of other processes such as desalination of sea water techniques.

These consist of separating fresh water from sea water by using some form of energy which varies with the process. Before describing and examining them, we may note that the scale of charges for the water so produced will depend on the particular features of such production, as compared with those of conventional processes : (cf. items a) and c) above).

cf a) : the scarcity of water is no longer linked with the existence of sources or its availability in time, since the source of sea water is infinite, and all the water needed can be produced if the desalting plant is available.

cf c) : production is subject to very little uncertainty for the same reasons.

* (4) Commissariat Général du Plan de l'Equipeement et de la Productivité - Water Commission - Economics and finance group : the problem of pricing water (memo dated 4.1.1965) and memo on the pricing of natural water (memo dated 24.2.1965).

Le problème de sa tarification est donc particulièrement complexe. Bien qu'offrant des similitudes avec le marché de l'énergie, le marché de l'eau en diffère par son caractère local (sauf cas exceptionnel, et s'il n'y a pas d'interconnection du type : réseau électrique). Il sera cependant possible d'utiliser certains modèles de détermination des tarifs issus du marché de l'électricité. Mais l'effort de mise en place de telles tarifications en est encore à ses débuts*).

Cette tarification considérée comme un "ensemble de prix d'ordre" doit permettre d'aboutir à une gestion optimale des ressources.

Le problème de tarification est, en effet, lié au problème d'optimum de production compte-tenu d'une demande déterminée.

Or cette production peut être assurée par différents moyens. On peut considérer les uns comme classiques : puits, prises d'eau en rivière, etc..., mais leurs possibilités décroissent avec le temps et leur coût de développement a tendance à augmenter assez vite. C'est pourquoi on fait appel, actuellement à d'autres procédés tels que les techniques du dessalement des eaux de mer.

Elles consistent à séparer l'eau douce de l'eau de mer grâce à l'intervention d'une forme d'énergie variant selon les procédés. Avant de les décrire et de les étudier, remarquons que la forme de la tarification de l'eau ainsi produite se ressentira des caractères particuliers de cette production, comparés à ceux des procédés classiques : (cf item a, c, d'exposer plus haut).

cf a) : la rareté de l'eau n'est plus liée à l'existence des sources ou à sa disponibilité dans le temps, parce que la source d'eau de mer est infinie, et qu'à la disponibilité physique près de l'installation de dessalement, on produit l'eau à la demande

cf c) : sa production est très peu aléatoire pour les mêmes raisons

(*) (4) Commissariat Général du Plan de l'Equipeement et de la Productivité - Commission de l'Eau - Groupe économique et financier : le problème de la tarification de l'eau (note du 4.1.1965) et note sur la tarification de l'eau dans la nature (note du 24.2.1965).

Finally the "industrial" form of the production function is rather different from that of conventional processes (wells, dams, etc...). Desalination techniques therefore introduce into the study of the water charges general elements quite different from those affecting the pricing of conventional resources. They also introduce more specific elements which form the subject of the present study.

2*) General remarks on desalination processes

Technically it is a question of either distilling sea water or brackish water, or of separation by electrolysis, osmosis or freezing (other processes are now being studied and this list is not exhaustive). The separating energy in the first case is, above all, thermal ; in the others it is mechanical, chemical or electrical. For example, to produce 1 m³ of water, about 80 kWh thermal are needed for distillation processes, 35 kWh electrical for electrodialysis and 5 kWh(E) for osmosis. In general these processes differ in their production functions (in the nature of the production factors involved, which will be called "production parameters") and in their production cost function.

The form of the tariffs will therefore be affected by those of the production and cost functions. Similarly, optimum adaptation of supply to demand may be obtained by one process rather than another, according to the quantities of water involved, the availability and cost of energy, the economic environment and the cost of the factors.

It can therefore be seen that, if water demand functions can be defined for a number of geographical areas, the study of the optimum adaptation of supply will indicate processes, plant size and the value of production parameters.

We are living at a time when attempts are being made throughout the world to promote research and development programmes for the technical development of the various desalination processes and the reduction of their cost. To avoid dissipating expensive effort on a large number of techniques, a preliminary selection from these should be made, requiring first of all a study of the mechanisms of optimum adaptation of supply and demand. This demand is also the subject of systematic market studies.

Enfin la forme "industrielle" de la fonction de production est assez éloignée de celle des procédés classiques (puits, barrages à déviation etc...). Les techniques du dessalement introduisent donc, dans l'étude de la tarification de l'eau, des éléments d'ordre général assez différents de la tarification dans le cas des ressources classiques. Elles introduisent également des éléments plus spécifiques qui font l'objet de la présente étude.

2*) Généralités sur les procédés de dessalement

Techniquement, il s'agit soit de distiller de l'eau de mer ou de l'eau saumâtre, soit d'effectuer la séparation par électrolyse, osmose ou congélation (d'autres procédés sont étudiés actuellement, cette énumération n'est pas limitative). L'énergie de séparation est, dans le premier cas, surtout thermique, dans les autres : mécanique, chimique ou électrique. Par exemple, pour produire 1 m³ d'eau, il faut environ 80 kWh thermiques dans les procédés de distillation, 35 kWh électriques dans les procédés par électrodialyse et 5 kWh dans le cas de l'osmose. D'une façon générale, ces procédés diffèrent par leur fonction de production (par la nature des facteurs de production qui interviennent, qu'on appellera : paramètres de production) et par leur fonction de coût de production.

La forme des tarifs sera donc influencée par celles des fonctions de production et de coût. De même, l'adaptation de l'offre à la demande pourra se réaliser dans des conditions optimales par l'un des procédés plutôt que par tel autre selon les quantités d'eau intervenant, la disponibilité et le coût de l'énergie, l'environnement économique et le coût des facteurs.

On conçoit donc que, dans la mesure où il est possible de définir les fonctions de demande d'eau, dans un certain nombre de zones géographiques, l'étude de l'adaptation optimale de l'offre conduise à la sélection des procédés aussi bien que des tailles des installations et de la valeur des paramètres de production.

Or, nous nous trouvons dans une période où l'on s'efforce, sur le plan mondial, de promouvoir des programmes de Recherche et de Développement destinés à la mise au point technique des divers procédés de dessalement et à la réduction de leur coût de production. Pour éviter de disperser des efforts onéreux sur un grand nombre de techniques, il convient de tenter d'en effectuer ex ante une première sélection ce qui nécessite d'abord l'étude des mécanismes d'adaptation optimale de l'offre et de la demande. Cette demande faite, par ailleurs, l'objet d'études systématiques de marché.

3°) The problem of optimum adaptation of supply and demand

This problem, as we have said, is closely linked with the determination of the selling prices and tariffs. Before going further, it may be as well to recall some characteristics of the supply functions of desalination plants.

These systems generally comprise a power source and a water production plant ; properly speaking it is rare for the power source to be independent of the water production system ; it is almost always a combined unit, for convenience of operation. In many cases (exceptions are very rare) it is an advantage to produce simultaneously from the same unit not only power for the production of water but also extra power for use outside the plant, usually in the form of electricity. These production systems are very sensitive to scale effect and their efficiency increases with their output. We are therefore dealing with linked products : water and electricity, with, in general, separate markets.

Moreover, one method of producing water can be associated with several techniques for producing energy (oil, nuclear power etc...). The problem of adaptation of supply and demand is thus expressed as follows :

Faced with an irregular demand for water and electricity, varying with time and characterised by demand functions :

E : water	$E_{(t)}(p, q) = 0$
K : electricity	$K_{(t)}(p, q) = 0$
p et q : prices and quantities	
t : time	

it is necessary to select water and power production techniques which will optimise an economic function. This can be done by optimising the production factors for each pair of techniques and then comparing these optimum figures with each other.

3°) Le problème de l'adaptation optimale de l'offre et de la demande

Ce problème est, comme on l'a dit, étroitement lié à la détermination des prix de vente et des tarifs. Avant de la formuler, rappelons quelques caractéristiques des fonctions d'offre des installations de dessalement.

Ces systèmes comprennent en général une source d'énergie et une installation de production d'eau proprement dit, il est assez rare que la source d'énergie soit autonome par rapport à la production d'eau, il s'agit presque toujours d'un ensemble lié pour des raisons de commodité de fonctionnement. Il arrive, dans de nombreux cas (les exceptions sont très rares) qu'il soit avantageux de produire simultanément par le même ensemble non seulement l'énergie destinée à la production d'eau mais un surcroît d'énergie destiné à des usages externes à l'installation le plus souvent sous forme d'électricité. En effet, ces systèmes de production sont très sensibles à l'effet d'échelle et leur rendement est croissant avec leurs productions. On a donc affaire à des produits liés : eau et électricité, en général, s'adressant à des marchés distincts.

Par ailleurs, à une même technique de production d'eau, on peut associer plusieurs techniques de production d'énergie (fuel, énergie nucléaire, etc...). Le problème d'adaptation offre et demande s'énonce alors ainsi :

Face à une demande d'eau et d'électricité de caractère aléatoire évoluant dans le temps et caractérisée par des fonctions de demande :

E : eau	$E_{(t)}(p, q) = 0$
K : électricité	$K_{(t)}(p, q) = 0$
p et q : prix et quantités	
t : temps	

choisir la technique de production d'eau et la technique de production d'énergie qui optimise une fonction économique. Cela peut se faire en optimisant les facteurs de production correspondant à chaque couple des techniques, puis en comparant ces optimums entre eux.

The economic function can be a cost function which must be minimised if the objectives E and K are constant in time and fixed in advance, i.e. independent of t and p . When there are demand functions $E(t)$ and $K(t)$ involving prices and quantities, this may be a profit to be maximised if the desalination plant is run by a private firm, or again a collective utility function which is to be optimised.

Finally, production objectives may be achieved by combining several techniques such as desalination techniques and conventional techniques (wells, etc...).

Put in this way, the problem of adaptation and consequent pricing is fairly complicated. There are two possible approaches : either to remain within a very general framework giving a solution which cannot be of great direct use for actual cases, or to simplify to show the essential mechanisms. The second alternative has been chosen.

It should be pointed out first of all that the desalination plants with which this study is more particularly concerned are much bigger (100,000 to 500,000 m³ of water per day) than the plants now in existence (5,000 to 10,000 m³ of water per day). This is due on the one hand to the virtual certainty of achieving competitiveness with conventional water resources, through the effect of size, in several parts of the world, and on the other hand to the value of using nuclear reactors as the source of power for these capacities (and these capacities alone)*.

For these capacities distillation is the most frequent desalination process, and this is why all the calculations will be based on so-called "multi-flash" distillation plants. However, the mechanisms for optimum selection of the parameters for this process can easily be extended to the others.

* The author works for the Commissariat à l'Energie Atomique.

La fonction économique peut être une fonction de coût qu'il convient de minimiser si les objectifs E et K sont constants dans le temps et fixés à l'avance, c'est-à-dire indépendants de t et de p . Lorsqu'il existe des fonctions de demandes $E(t)$ et $K(t)$ faisant intervenir des prix et des quantités, ce peut être un bénéfice à maximiser si l'installation de dessalement est gérée par une entreprise privée, ou encore une fonction d'utilités collectives à rendre optimale.

Enfin, les objectifs de productions peuvent être atteints en combinant plusieurs techniques telles que des techniques de dessalement et des techniques classiques (puits, etc...).

Tel qu'il est posé, le problème d'adaptation et de tarification qui en découle est assez compliqué. Pour le traiter on a le choix entre deux possibilités soit rester dans un cadre très général en donnant une solution assez peu directement utilisable à des cas concrets, soit le simplifier pour en montrer les mécanismes essentiels, c'est cette dernière alternative qui a été choisie.

Il convient de signaler d'abord que les installations de dessalement qui font plus particulièrement l'objet de cette étude sont d'une taille beaucoup plus importante (100 000 à 500 000 m³ d'eau par jour) que celle des installations actuellement existantes (5 000 à 10 000 m³ d'eau par jour). Cela tient d'une part, à la quasi certitude d'atteindre la compétitivité avec les ressources en eau classique, grâce à l'effet de taille dans plusieurs zones du monde, d'autre part à l'intérêt que présente pour ces capacités (et pour ces capacités seulement), l'utilisation de réacteurs nucléaires comme source d'énergie*.

Pour ces capacités, les procédés les plus utilisés sont les procédés de dessalement par distillation, c'est pourquoi tous les calculs vont être faits à partir d'installations de distillation dites "multi-flash". Mais les mécanismes de sélection optimale des paramètres pour ce procédé sont aisément généralisables aux autres.

(*) L'auteur fait partie du Commissariat à l'Energie Atomique.

For plants of this size no study of optimum adaptation of supply and demand has to our knowledge been made. This is because almost world-wide interest in these large systems is recent and attention is chiefly devoted at present to the development of the techniques themselves. This is why, in order to study the mechanism of economic adaptation, we shall proceed in successive and cautious stages.

In the first approach we shall study the optimum configuration of production factors for the technique in question for an infinitely inelastic demand for water and electricity. This amounts to satisfying the production objectives and deriving pricing principles based on optimum marginal costs.

In the second approach we shall try to show that it is possible profitably to combine a desalination technique with conventional water resources to satisfy objectives which are more varied than in the first approach, i.e. "peak" and "base-load" demands for water and electricity^{*}.

In the third approach, finally, allowance will be made for elasticity at non-zero prices for the two linked products, by examining the case of management by a private monopoly on the one hand, and, on the other, by a public monopoly optimising a collective utility function although subject to budgetary limitation. In view of the growing efficiency of desalination plants, it will be useful to refer to the theory of surpluses.

These three approaches will be made by static rather than dynamic analysis, and the irregularity of the demand curves will be eliminated in order to reduce this description to its most significant elements, i.e. the optimisation and pricing mechanisms. The dynamic approach is at present under study, while the irregularity of demand can easily be allowed for by using models borrowed from the energy sector^{**}.

* The terminology "peak and base-load demand" is borrowed from the language of the electric power producers. See in particular (5) M. BOITEUX - Selling at marginal cost (Revue Française de l'Energie - Décembre 1956) for the exact meaning.

** See in particular : (6) M. BOITEUX - Pricing at marginal cost and irregular demand (Cahier du Séminaire d'Econométrie n° 1 - 1951)

Pour des installations de cette importance, aucune étude d'adaptation optimale de l'offre et de la demande n'a été effectuée à notre connaissance. Cela tient à ce que l'intérêt quasi mondial pour ces systèmes de grande dimension est récent et qu'on se préoccupe surtout actuellement de la mise au point des techniques elles-mêmes. C'est pourquoi, pour étudier le mécanisme d'adaptation économique, on procédera par étapes successives et prudentes.

Dans une première approche, on étudiera la configuration optimale des facteurs de production de la technique envisagée pour une demande d'eau et d'électricité infiniment rigide. Ce qui revient à satisfaire des objectifs de production et à en tirer des principes de tarification basée sur les coûts marginaux à l'optimum.

Dans une deuxième approche, on s'efforcera de montrer qu'il est possible de combiner avec profit, une technique de dessalement et des ressources en eau classique pour satisfaire à des objectifs plus nuancés que dans la première approche, c'est-à-dire d'une part des demandes "de pointe" en eau et électricité, d'autre part, des demandes "de base"^(*).

Dans une troisième approche enfin, on tiendra compte de l'existence d'élasticités aux prix non nulles des deux produits liés, en examinant le cas de la gestion par un monopole privé d'une part, et d'autre part, par un monopole public optimisant une fonction d'utilité collective en étant soumis à une contrainte budgétaire. Compte tenu du rendement croissant des installations de dessalement, il apparaîtra intéressant de se référer à la théorie des surplus.

Ces trois approches se feront dans le cadre d'une analyse statique et non dynamique, de même que l'on éliminera le caractère aléatoire des courbes de demande ceci afin de réduire cet exposé à ses éléments les plus significatifs, c'est-à-dire aux mécanismes d'optimisation et de tarification. L'approche dynamique est actuellement en cours d'étude tandis que le caractère aléatoire de la demande peut être aisément pris en compte par des modèles empruntés au secteur de l'énergie^(**).

(*) La terminologie "demande de pointe et de base" est empruntée au langage des producteurs d'énergie électrique. Voir en particulier pour la signification exacte : (5) M. BOITEUX - La vente au coût marginal (Revue Française de l'Energie - Décembre 1956)

(**) Voir en particulier : (6) M. BOITEUX - La tarification au coût marginal et les demandes aléatoires (Cahier du Séminaire d'Econométrie n° 1 : 1951)

II - FIRST APPROACH - OPTIMUM ADAPTATION OF A MULTI-FLASH DESALINATION PLANT TO A GIVEN DEMAND FOR WATER E AND ELECTRICITY K

1°) Description of the process

The system of mixed production of water and electricity can be characterised by the set of 3 diagrams in fig. 1, which will be briefly described.

Case(a) corresponds to the so-called linear diagram because it comprises a steam generator of thermal power P_{th} , a back-pressure turbine T_1 operating between two temperatures, input t_1 and outlet t_2 , producing K megawatts of electricity, "in line" with a desalination plant capable of producing E thousand m^3 of water per day.

The temperature t_1 of steam production by the power generator P_{th} is constant for a given power generating technique. Similarly, the inlet temperature t_2 of the steam into the desalination plant is defined by the technical requirements of each desalination process. In this simplified model, therefore, the quantity of steam entering this plant is a direct function of the power of the generator P_{th} and the same applies to output K of electricity. On the other hand, the quantity of water E depends not only on P_{th} but on two parameters: the number of "stages" N^* and a characteristic temperature difference of the plant which will be called Δ . If P_{th} , N and Δ are fixed, the quantities of water E and electricity K are determined.

Diagram (b) is called the "more electricity" diagram (fig. 1-b) because it is intended to produce more electricity at lower cost than in the linear diagram for given characteristics of the desalination plant (E, N, Δ all fixed).

Some of the steam leaving the back-pressure turbine T_1 is passed to a condensing turbine T_2 producing k electricity, so that the total quantity of electricity produced is K' from the back-pressure turbine T_1 plus k . The extra parameter k must therefore be added in order to determine the system.

* This explains the name of the "multi-flash" process, very rapid evaporation taking place at each stage.

II - PREMIERE APPROCHE - ADAPTATION OPTIMALE D'UNE INSTALLATION DE DESSALEMENT MULTI-FLASH A UNE DEMANDE E D'EAU ET K D'ELECTRICITE DONNEE

1°) Description du procédé

On peut caractériser le système de production mixte d'eau et d'électricité par l'ensemble des 3 schémas de la fig.1 que l'on va décrire succinctement.

Le cas (a) correspond au schéma dit linéaire parce qu'il comprend "en ligne" un générateur de vapeur de puissance thermique P_{th} , une turbine T_1 à contrepression fonctionnant entre deux températures t_1 d'entrée, t_2 de sortie produisant K megawatts d'électricité et une installation de dessalement pouvant produire E milliers de m^3 d'eau par jour.

La température t_1 de production de vapeur par le générateur de puissance P_{th} est constante pour une technique déterminée de production d'énergie. De même la température t_2 d'entrée de la vapeur dans l'installation de dessalement est définie par des contraintes technologiques pour chaque procédé de dessalement. La quantité de vapeur entrant dans cette installation est donc, dans ce modèle simplifié, directement fonction de la puissance du générateur P_{th} , il en est de même de la production K d'électricité. Par contre la quantité d'eau E dépend non seulement de P_{th} mais de deux paramètres: le nombre d'"étages" N (*) et un écart de température caractéristique de l'installation qu'on appellera Δ . Si P_{th} , N et Δ sont fixés, les quantités d'eau E et d'électricité K sont déterminées.

Le schéma (b) est appelé: schéma "plus d'électricité" fig. 1 - b) parce qu'on se propose, pour des caractéristiques données de l'installation de dessalement (E, N, Δ fixés) de produire plus d'électricité à meilleur coût que dans le schéma linéaire.

Une partie de la vapeur sortant de la turbine à contre-pression T_1 est envoyée dans une turbine à condensation T_2 produisant k électricité. De sorte que la quantité totale d'électricité produite est K' issue de la turbine à contre-pression T_1 plus k . Pour que le système soit déterminé, il faut donc ajouter un paramètre supplémentaire k .

* Qui justifie le nom du procédé "multi-flash", une évaporation très rapide ayant lieu à chaque étage.

Diagram (c) is called the "more water" diagram (fig. 1-c). It comprises, upstream of the turbine T a steam branch supplying the desalination plant direct after expansion from temperature t_2 to temperature t_1 . If q_v is the extra parameter corresponding to the quantity of steam at temperature t_2 from this expansion the system will be perfectly defined by fixing the values of P_{th}, N, Δ and q_v . There will be a corresponding quantity of water E and of electricity K.

It is seen that with the aid of these three diagrams it is possible to satisfy all the objectives of the chosen range. That is to say :

$$D(E, K) = \begin{matrix} 100,000 \text{ m}^3/\text{day} \\ 100 \text{ MW} \end{matrix} \begin{matrix} \leq E \leq \\ \leq K \leq \end{matrix} \begin{matrix} 500,000 \text{ m}^3/\text{day} \\ 500 \text{ MW} \end{matrix}$$

The limits of the range are the round figures resulting from a number of studies^{*}.

The ultimate aim of this type of study is to select processes according to the demand ; to achieve this it would be necessary to introduce t_1 as a parameter characterising the power generating "process" (conventional or nuclear of various types) and t_2 as characterising the desalination plant. Similarly, depending on the desalination processes, N and Δ could be replaced by other parameters.

Remaining within the model defined by the 3 diagrams in fig. 1, the problem is to define for a given objective E, K the value of the parameters N, Δ , P_{th}, k and q_v which give a minimum cost function.

* (7) J. GAUSSENS - "The optimum design size of mixed plants for the production of water and electricity using nuclear power" - International Symposium on Desalination of water - State Department - Washington - October 1965.

Le schéma (c) est appelé : schéma "plus d'eau" (fig. 1 - c). Il comprend en amont de la turbine T une dérivation de vapeur allant alimenter directement l'installation de dessalement après avoir été détendue de la température t_2 à la température t_1 . Si q_v est le paramètre supplémentaire correspondant à la quantité de vapeur à la température t_2 issue de cette détente, le système sera parfaitement déterminé en fixant les valeurs de P_{th}, N, Δ et q_v . Il correspondra une quantité d'eau E et une quantité K d'électricité.

On voit qu'à l'aide de ces trois schémas, il est possible de satisfaire tous les objectifs du domaine choisi. C'est-à-dire :

$$D(E, K) = \begin{matrix} 100\,000 \text{ m}^3/\text{j} \\ 100 \text{ MW} \end{matrix} \begin{matrix} \leq E \leq \\ \leq K \leq \end{matrix} \begin{matrix} 500\,000 \text{ m}^3/\text{j} \\ 500 \text{ MW} \end{matrix}$$

Les limites du domaine sont des chiffres arrondis résultant d'un certain nombre d'études^(*).

Notons que pour aboutir à la sélection des procédés en fonction de la demande, but lointain de ce type d'étude, il serait nécessaire d'introduire t_1 comme paramètre caractérisant le "procédé" de production d'énergie (classique, nucléaire de types divers) et t_2 comme caractérisant l'installation de dessalement. De même, selon les procédés de dessalement, N et Δ pourraient être remplacés par d'autres paramètres.

En restant dans le cadre du modèle défini par les 3 schémas de la fig. 1 le problème est de définir pour un objectif E, K donné, la valeur des paramètres N, Δ , P_{th} , k et q_v qui rendent minimale une fonction de coût.

(*) (7) J. GAUSSENS - "Le dimensionnement optimal des installations de production mixte d'eau et d'électricité faisant intervenir l'énergie nucléaire" - Symposium international sur le dessalement de l'eau - Département d'Etat - Washington - Octobre 1965.

2*) Definition of the cost function

A - Costs of the desalination plant

A desalination plant of the "multi-flash" type envisaged is made up of a number of cells (the stages) connected to one another by the double flow of water with reducing salt content and sea water becoming concentrated brine. Heat exchange takes place in the cells .

Capital investment therefore comprises :

- The cost of the exchange surfaces, which depend on (E, N, Δ)
- The water-circulating system, which depends particularly on E
- The tanks, which depend on E
- The auxiliary apparatus, which depends on (E, N, Δ)
- The buildings, which depend on (E, N, Δ)

For each group of values (E, N, Δ), there is a corresponding sub-optimisation of the other internal parameters of the plant, which would take too long to list and are less significant^{*}.

Fixed costs comprise operating costs, as well as amortisation of capital investment.

Proportional costs are directly linked to the power consumption resulting from running the power generator.

^{*} cf in particular : (8) R.S. SILVER - The energy balance in steam power plant feed systems - M.A.D.S. - The Institution of Mechanical Engineers - Proceedings 1959 London.

(9) G. GOLUBKOV and A. KORNIEV - USSR - Analytical method of determining the optimum parameters of thermal desalination plants. International Symposium on Desalination of Water - Washington - October 1965.

2*) Définition de la fonction de coût

A - Coûts de l'installation de dessalement

Une installation de dessalement du type "multi-flash" telle qu'envisagée est composée d'un certain nombre de cellules (les étages) reliées entre elles par le double flux de l'eau s'appauvrissant en sel et de l'eau de mer devenant une saumure concentrée. Dans ces cellules s'effectuent les échanges thermiques.

L'investissement comprend donc :

- Le coût des surfaces d'échange fonction de (E, N, Δ)
- La circulation d'eau surtout fonction de E
- Les réservoirs fonction de E
- Les appareils auxiliaires fonction de (E, N, Δ)
- Les bâtiments fonction de (E, N, Δ)

A chaque ensemble de valeur (E, N, Δ) correspond une sous-optimisation des autres paramètres internes à l'installation, qu'il serait trop long d'énumérer et qui sont moins significatifs^(*).

Les frais fixes comprennent, outre l'amortissement de l'investissement, des frais d'exploitation.

Les frais proportionnels sont directement liés à la consommation d'énergie qui résulte de l'exploitation du générateur d'énergie.

(*) cf en particulier : (8) R.S. SILVER - The energy balance in steam power plant feed systems - M.A.D.S. - The Institution of Mechanical Engineers - Proceedings 1959 - London

(9) G. GOLOUBKOV et A. KORNIEV - URSS - Méthode analytique de détermination des paramètres optimaux des installations thermiques de dessalement - Symposium international sur le dessalement de l'eau - Washington - Octobre 1965.

B - Costs of the power generator

The capital investment comprises essentially : the boiler (conventional or nuclear) amortisation of which is added to annual operating costs to form fixed costs. The capital investment and operating costs are functions of P_{th} , all the other internal parameters being optimised for each value of P_{th} .

The proportional costs relate to fuel consumption, which is a function of P_{th} and running time. In this first approximation, the time has been assumed constant and equal to 7,000 h/year. The interest rate is 8 %, the life of the plants 20 years.

C - Additional costs of the "more electricity" and "more water" diagrams

In case b, there is a condensing turbine which is dependent on K (since it has been assumed that the input temperature of the steam was constant). In case c, there is the steam expander which is only dependent on q_v for the same reasons.

D - Expression for the cost function

Case a - Linear diagram

$$C_1(P_{th}, N, \Delta) = A + E_0 + E_b N + E_c \left[E_d + E_f \Delta \right]^{1/2} N^2 \\ + E_h N \left[\frac{\alpha \int P_{th}}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right]^{0,88} \text{Log} \left[1 + \frac{E_i}{N \Delta} \right] \\ + E_g N \left[\frac{\alpha \int P_{th}}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right]^{0,61} + E_j \frac{\alpha \int P_{th}}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} + B P_{th} + C [P_{th}]^n$$

The numerical values of the range $\mathcal{D}_{E,K}$ which has already been defined, are as follows :

Table 1

Technical factors		
(these are purely physical values : transfer coefficient etc...)	α	1
	β	1,2
	γ	50
	δ	1.6
	η	0.35

B - Les coûts du générateur d'énergie

L'investissement comprend essentiellement : la chaudière (classique ou nucléaire) dont l'amortissement s'ajoute aux frais annuels d'exploitation pour constituer les frais fixes. L'investissement et les frais d'exploitation sont fonction de P_{th} , tous les autres paramètres internes étant optimisés pour chaque valeur de P_{th} .

Les coûts proportionnels correspondent à la consommation de combustible fonction de P_{th} et du temps de fonctionnement. Dans cette première approche, le temps a été supposé constant et égal à 7 000 h/an. Le taux d'intérêt est de 8 %, la durée de vie des installations de 20 ans.

C - Les coûts supplémentaires des schémas "plus d'électricité" et "plus d'eau"

Dans le cas b, il s'agit de la turbine à condensation fonction de K (puisque'on a supposé que la température d'entrée de la vapeur était constante). Dans le cas c, il s'agit du détendeur de vapeur fonction du seul q_v pour les mêmes raisons.

D - Expression de la fonction de coût

Cas a - Schéma linéaire

$$C_1(P_{th}, N, \Delta) = A + E_0 + E_b N + E_c \left[E_d + E_f \Delta \right]^{1/2} N^2 \\ + E_h N \left[\frac{\alpha \int P_{th}}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right]^{0,88} \text{Log} \left[1 + \frac{E_i}{N \Delta} \right] \\ + E_g N \left[\frac{\alpha \int P_{th}}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right]^{0,61} + E_j \frac{\alpha \int P_{th}}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} + B P_{th} + C [P_{th}]^n$$

Les valeurs numériques du domaine $\mathcal{D}_{E,K}$ déjà défini sont les suivantes :

Tableau 1

Coefficients techniques		
(il s'agit de valeurs purement physiques : coefficient de transfert, etc...).	α	1
	β	1,2
	γ	50
	δ	1,6
	η	0,35

Note on units

All technical coefficients are expressed by the system :

M - T - D°C - GW (1000 MW) for K and 1,000 m³/for E .

Costs are expressed in European units of account (U.A.) equal in value to the American dollar, in order to standardise the results within an international framework^{*}.

Table 2

Economic factors		
E _a	0.768	
E _b	- 0.00244	
E _c	0.000098	
E _d	0.6	
E _f	0.36	
E _g	0.00083	
E _h	0.00096	
E _i	50.4	
E _j	0.00467	
A	1.225	
B	0.0117	
C	conventional 0	nuclear 1
n	conventional 0	nuclear 0.65

^{*} The cost functions are established from :

(10) A study of desalting plants and nuclear power plants for combined water and power production - Catalytic Construction Company - Philadelphia - Sept. 1964

(11) J. GAUSSENS et al. - Water market - Desalination of sea water - CEA paper for the Water Commission of the Commissariat Général au Plan.

Note concernant les unités

Tous les coefficients techniques sont exprimés dans le système :

M - T-D°C - GW (1000 MW) pour K et 1 000 m³ pour E .

Les coûts sont exprimés en unités de compte européennes U.C. de valeur analogue au dollar américain afin d'uniformiser les résultats dans un cadre international (*).

Tableau 2

Coefficients économiques		
E _a	0,768	
E _b	- 0,00244	
E _c	0,000098	
E _d	0,6	
E _f	0,36	
E _g	0,00083	
E _h	0,00096	
E _i	50,4	
E _j	0,00467	
A	1,225	
B	0,0117	
C	classique 0	nucléaire 1
n	classique 0	nucléaire 0,65

^{*} Les fonctions de coûts sont établies à partir de :

(10) A study of desalting plants and nuclear power plants for combined water and power production - Catalytic Construction Company - Philadelphia - Sept. 1964

(11) J. GAUSSENS et al. - Marché de l'eau - Le dessalement de l'eau de mer - Document CEA pour la Commission de l'Eau du Commissariat Général au Plan.

Case a - "More electricity" diagram

$$C_2(P_{th}, N, \Delta, k) = A + E_a + D + E_b N + E_c \left[E_d + E_f \Delta \right]^{1,2} N^2 \\ + E_g N \left[\frac{\alpha \int P_{th} - \alpha k E}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right]^{0,61} + E_h N \left[\frac{\alpha \int P_{th} - \alpha k E}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right]^{0,88} \text{Log} \left[1 + \frac{E_i}{N \Delta} \right] \\ + E_j \times \left[\frac{\alpha \int P_{th} - \alpha k E}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right] + B P_{th} + F k$$

The new factors introduced are as follows :

technical factor	$E = 17.6$
economic factors	$D = 0.22$
	$B = 0.0117$
	$F = 0.006$

Case c - "More water" diagram

$$C_3(P_{th}, N, \Delta, q_v) = A + G + E_a + E_b N$$

$$+ E_c \left[E_d + E_f \Delta \right]^{1,2} N^2 + E_g N \left[\frac{\alpha \left[q_v (1 - \theta \delta) + P_{th} \delta \right]}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right]^{0,61} \\ + E_h N \left[\frac{\alpha \left[q_v (1 - \theta \delta) + P_{th} \delta \right]}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right]^{0,88} \text{Log} \left[1 + \frac{E_i}{N \Delta} \right] \\ + E_j \left[\frac{\alpha \left[q_v (1 - \theta \delta) + P_{th} \delta \right]}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right] + B P_{th} - F [\eta P_{th} - K]$$

$$\text{avec } K = \eta P_{th} - \eta q_v \theta$$

The new factors introduced are as follows :

technical factor	$\theta = 1/3$
economic factors	$F = 0.042$
	$G = 0.98$
	$H = 0.002$

Cas b - Schéma "plus d'électricité"

$$C_2(P_{th}, N, \Delta, k) = A + E_a + D + E_b N + E_c \left[E_d + E_f \Delta \right]^{1,2} N^2 \\ + E_g N \left[\frac{\alpha \int P_{th} - \alpha k E}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right]^{0,61} + E_h N \left[\frac{\alpha \int P_{th} - \alpha k E}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right]^{0,88} \text{Log} \left[1 + \frac{E_i}{N \Delta} \right] \\ + E_j \times \left[\frac{\alpha \int P_{th} - \alpha k E}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right] + B P_{th} + F k$$

Les nouveaux coefficients introduits sont les suivants :

coefficient technique	$E = 17,6$
coefficients économiques	$D = 0,22$
	$B = 0,0117$
	$F = 0,006$

Cas c - Schéma "plus d'eau"

$$C_3(P_{th}, N, \Delta, q_v) = A + G + E_a + E_b N$$

$$+ E_c \left[E_d + E_f \Delta \right]^{1,2} N^2 + E_g N \left[\frac{\alpha \left[q_v (1 - \theta \delta) + P_{th} \delta \right]}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right]^{0,61} \\ + E_h N \left[\frac{\alpha \left[q_v (1 - \theta \delta) + P_{th} \delta \right]}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right]^{0,88} \text{Log} \left[1 + \frac{E_i}{N \Delta} \right] \\ + E_j \left[\frac{\alpha \left[q_v (1 - \theta \delta) + P_{th} \delta \right]}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right] + B P_{th} - F [\eta P_{th} - K]$$

$$\text{avec } K = \eta P_{th} - \eta q_v \theta$$

Les nouveaux coefficients introduits sont les suivants :

coefficient technique	$\theta = 1/3$
coefficients économiques	$F = 0,042$
	$G = 0,98$
	$H = 0,002$

Remarks regarding these economic functions

The complexity of these formulae is not only apparent ; the majority of the constituent terms vary with the parameters, in accordance with positive or negative increases of the same order. Therefore all attempts to reduce them to simpler expressions while retaining their economic significance have failed.

As can be seen, these functions are neither linear nor homogeneous - they correspond to partial derivatives in E and K , decreasing with E and K (increasing efficiencies) - which does not simplify the interpretation of the optimality equations in which they appear. We note also that these marginal costs are "long-term marginal costs" according to the usual terminology^{*}.

Nevertheless they exist and are continuous and derivable individually in sub-groups of D_{EK}, D_1, D_2, D_3 such as $D_1 U, D_2 U, D_3 = D_{EK}$ on the boundaries continuity problems occur which must be pointed out, although in practice they are not of very great importance.

3°) Production functions and the search for the optimum

The actual ranges will be defined later. To simplify the description they will be assumed to be known and each diagram will be studied separately within its own range.

* (12) LESOURNE - Technique économique et Gestion Industrielle (Economic theory and Industrial Management) - DUNOD 1960.

Remarques concernant ces fonctions économiques

La complexité de ces formules n'est pas qu'apparente, la plupart des termes qui les constituent varient avec les paramètres, selon des accroissements positifs ou négatifs du même ordre. De sorte que toutes les tentatives faites pour les réduire à des expressions plus simples tout en préservant leur signification économique, ont échoué.

Comme on le constate, ces fonctions ne sont ni linéaires ni homogènes - elles correspondent à des dérivées partielles en E et K décroissantes par rapport à E et K (rendements croissants) - ce qui ne simplifie pas l'interprétation des équations d'optimalités dans lesquelles elles interviennent. Remarquons également que ces coûts marginaux sont des "coûts marginaux à long terme" selon la terminologie usuelle (*).

Néanmoins, elles existent et sont continues et dérivables individuellement dans des sous-ensembles de D_{EK}, D_1, D_2, D_3 tels que $D_1 U, D_2 U, D_3 = D_{EK}$ or sur les frontières se posent des problèmes de continuité qu'il convient de signaler bien que, pratiquement, ils ne présentent pas une très grande importance.

3°) Les fonctions de production et la recherche de l'optimum

La délimitation des domaines propres sera définie plus loin. Pour simplifier l'exposé, on va la supposer connue et étudier séparément chaque schéma à l'intérieur de son propre domaine.

* (12) LESOURNE - Théorie économique et Gestion Industrielle - Dunod 1960

Let us recall the general theory of the optimum under constraint appropriate to the present problem.

Let x be a column matrix $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x \end{bmatrix}$ $x_i < 0$

and let the arithmetic programme to be minimised be : $f(x)$ under the constraints $G_j(x) < 0$ $j \in \{1, 2, 3, \dots, m\}$

let the Lagrange form be :

$$F(x, U) = f(x) + \sum_{j=1}^{j=m} U_j G_j(x)$$

The U_j are the Lagrange factors.

Kuhn and Tucker's theorem establishes the equivalence between the problem involving the functions f and g and the problem involving the associated function F^* ; two restrictive hypotheses are made on f and g they must be defined, derivable and convex in the range envisaged.

In this case x_0 is the solution of the minimisation problem if, and only if, a vector x_0 can be associated with U_0 so that :

$$F(x, U_0) > F(x_0, U_0) > F(x_0, U) \quad \text{et} \quad \frac{\partial F}{\partial x_i} > 0 \quad (1)$$

$$\text{or : } x_{i_0} > 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial F}{\partial x_i} = 0$$

$$\text{or similarly } U_{j_0} = 0 \quad \text{et} \quad G_j(x) < 0 \quad (\text{non saturated constraint})$$

$$\text{or again } U_{j_0} > 0 \quad \text{et} \quad G_j(x) = 0 \quad (\text{saturated constraint})$$

The values of U_{j_0} correspond, as is known, to the price of the constraints ; the last two relations signify that this price is zero if the asset corresponding to the constraint is not fully used. The two previous relations signify that if x_0 is not in the optimum programme we have : $\frac{\partial f}{\partial x_{i_0}} + \sum U_j \frac{\partial G_j}{\partial x_{i_0}} > 0$

.../...

* The basis of this description is taken from LESOURNE, quoted above - "Théorie économique et Gestion industrielle" ("Economic theory and Industrial Management")

Rappelons la théorie générale de l'optimum sous contrainte adaptée au présent problème .

Soit x une matrice colonne $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x \end{bmatrix}$ $x_i < 0$

et soit le programme mathématique à minimiser : $f(x)$ sous les contraintes $G_j(x) < 0$ $j \in \{1, 2, \dots, m\}$

soit le forme de Lagrange :

$$F(x, u) = f(x) + \sum_{j=1}^{j=m} U_j G_j(x)$$

Les U_j sont les multiplicateurs de Lagrange.

Le théorème de Kuhn et Tucker établit l'équivalence entre le problème faisant intervenir les fonctions f et g et le problème faisant intervenir la fonction F associée (*), deux hypothèses restrictives sont faites sur f et g ; elles doivent être définies, dérivables et convexes dans le domaine envisagé.

Dans ce cas x_0 est la solution du problème de minimisation si et seulement si on peut associer à x_0 , un vecteur U_0 tel que :

$$F(x, U_0) \geq F(x_0, U_0) \geq F(x_0, U) \quad (1)$$

$$\text{alors : } x_{i_0} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial F}{\partial x_i} > 0$$

$$\text{ou bien : } x_{i_0} > 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial F}{\partial x_i} = 0$$

$$\text{de même ou bien } U_{j_0} = 0 \quad \text{et} \quad G_j(x) < 0 \quad (\text{contrainte non saturée})$$

$$\text{ou bien } U_{j_0} > 0 \quad \text{et} \quad G_j(x) = 0 \quad (\text{contrainte saturée})$$

Les U_{j_0} correspondent comme on sait au prix des contraintes, les deux dernières relations signifient que ce prix est nul si le bien correspondant à la contrainte n'est pas intégralement utilisé. Les deux relations précédentes signifient que

$$\text{si } x_0 \text{ n'est pas dans le programme optimum on a : } \frac{\partial f}{\partial x_{i_0}} + \sum U_j \frac{\partial G_j}{\partial x_{i_0}} \geq 0$$

* L'essentiel de cet exposé est tiré de LESOURNE, déjà cité : "Théorie économique et Gestion Industrielle".

that is to say that the marginal cost represented by the first term is higher than the total price of the assets, and it would therefore be disadvantageous to introduce x_{i_0} into the programme.

If on the other hand $\frac{\partial f}{\partial x_{i_0}} + \sum u_j \frac{\partial g_j}{\partial x_{i_0}} = 0$ there is no benefice in modifying the level of x_{i_0}

Unfortunately the convexity of the functions f and g is fairly difficult to show in the case of the functions C_1, C_2, C_3 which were defined above and of the constraints which are to be defined.

A less systematic method will therefore be used for studying the optimum conditions : to begin with only constraints corresponding to equalities will be considered in a certain range, (in the case of the functions C_1, C_2, C_3 these ranges will be sub-groups of D_1, D_2, D_3 .)

Local extremes will be sought by first-order conditions, confirming by the 2nd-order conditions and the corresponding quadratic forms, that they correspond to minimum values. It will be shown that there is only one minimum per range, and therefore that this local minimum is in fact an absolute extreme. Kuhn and Tucker's expression (1) defining a "pass" will then be confirmed.

This means in practice dealing only with Lagrange forms, the Lagrange factor, and the local extreme, which will be shown to be singular without specifically introducing the Kuhn and Tucker conditions regarding convexity.

c'est-à-dire que le coût marginal représenté par le premier terme est supérieur au prix total des biens, il serait donc désavantageux d'introduire x_{i_0} dans le programme.

Si par contre $\frac{\partial f}{\partial x_{i_0}} + \sum u_j \frac{\partial g_j}{\partial x_{i_0}} = 0$, il n'y a pas intérêt à modifier le niveau de x_{i_0}

Malheureusement la convexité des fonctions f et g est assez difficile à démontrer dans le cas des fonctions C_1, C_2, C_3 , que l'on a définies plus haut et des contraintes que l'on va définir.

On va donc, pour étudier les conditions de l'optimum, utiliser une méthode moins systématique : on s'occupera d'abord des seules contraintes correspondant à des égalités dans un certain domaine, (dans le cas des fonctions C_1, C_2, C_3 , ces domaines seront des sous-ensembles de D_1, D_2, D_3).

On cherchera les extremum locaux par des conditions du premier ordre, dont on vérifiera, par les conditions du 2° ordre et les formes quadratiques correspondantes qu'ils correspondent à des minima. On montrera qu'il n'existe qu'un seul minimum par domaine, donc que ce minimum local est bien un extremum absolu. On vérifiera alors l'expression (1) de Kuhn et Tucker définissant un "col".

Cela revient pratiquement à ne parler que de formes de Lagrange, de multiplicateur de Lagrange, et d'extremum local dont on vérifie par la suite l'unicité sans faire intervenir explicitement les conditions de Kuhn et Tucker concernant la convexité.

Case a - Linear diagram - Search for the optimum of the economic function
for fixed objectives E and K

A - The programme is formulated thus :

let $C_1(Pih, N, \Delta)$ be the function to be minimised as given
above (2)

Production constraints

$$E - \frac{\infty \int Pih}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} < 0 \quad (3)$$

$$K - \gamma Pih < 0 \quad (4)$$

These two expressions considered as equalities define the production function of case a. This is represented in fig. 2.

Technological constraints

$$N - 50 < 0 \quad (5)$$

$$1 - \Delta < 0 \quad (6)$$

N can only represent whole numbers (N represents a number of stages). The minimum will be sought however as though N could assume any value with $Pih, N, \Delta > 0$ using only the whole values, which will introduce slight variations around the local optima

The Lagrange function :

$$F(Pih, N, \Delta) = C_1(Pih, N, \Delta) + \lambda \left[E - \frac{\infty \int Pih}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right] + \mu [K - \gamma Pih] + \nu [N - 50] + \chi [1 - \Delta] \quad (7)$$

to be minimised

Cas a - Schéma linéaire - Recherche de l'optimum de la fonction économique
pour des objectifs fixés E et K.

A - Le programme se formule ainsi :

soit $C_1(Pih, N, \Delta)$ la fonction à minimiser (2)
explicitée plus haut

Contraintes de production

$$E - \frac{\infty \int Pih}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} < 0 \quad (3)$$

$$K - \gamma Pih < 0 \quad (4)$$

Ces deux expressions considérées comme des égalités définissent la fonction de production du cas a. On en a une image sur la fig. 2

Contraintes technologiques

$$N - 50 < 0 \quad (5)$$

$$1 - \Delta < 0 \quad (6)$$

N ne peut représenter que des nombres entiers (N représente un nombre d'étages) On cherchera cependant le minimum comme si N pouvait prendre n'importe quelle valeur avec $Pih, N, \Delta > 0$ pour ne retenir que les valeurs entières, ce qui introduira de légères perturbations autour des optimums locaux.

La fonction de Lagrange

$$F(Pih, N, \Delta) = C_1(Pih, N, \Delta) + \lambda \left[E - \frac{\infty \int Pih}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right] + \mu [K - \gamma Pih] + \nu [N - 50] + \chi [1 - \Delta] \quad (7)$$

à rendre minimum

$$\frac{\partial F}{\partial P_{th}} = \frac{\partial C_1}{\partial P_{th}} - \lambda \frac{\alpha \delta}{\beta + \Delta + \frac{Y}{N}} - \mu \gamma = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial F}{\partial N} = \frac{\partial C_1}{\partial N} - \lambda \frac{\partial}{\partial N} \left[\frac{\alpha \delta P_{th}}{\beta + \Delta + \frac{Y}{N}} \right] + \gamma = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta} = \frac{\partial C_1}{\partial \Delta} - \lambda \frac{\partial}{\partial \Delta} \left[\frac{\alpha \delta P_{th}}{\beta + \Delta + \frac{Y}{N}} \right] - \chi = 0 \quad (10)$$

λ is the marginal price of water

μ is the marginal price of electricity

γ and χ are the marginal prices of the technological constraints (5) and (6)

The calculation shows that in a certain range $D_{E,K}$ covering the majority of the cases which can be envisaged in the overall range $\mathcal{D}_{E,K}$ the constraints (3) and (4) are saturated. That is to say that the demands for water and electricity are exactly satisfied. This is the range which is of practical use, but we shall see that the range $\mathcal{D}_1$ in question, obtained from criteria for comparing costs between the 3 diagrams, is more restricted than $D_{E,K}$.

Therefore the cases corresponding to saturation of the constraints (5) and (6) are not of great value. Furthermore constraint (6) is less than constraint (5) and can be eliminated.

If, therefore, we limit ourselves provisionally to the range $D_{E,K}$ (of which $\mathcal{D}_1$ is a sub-group) the constraints (3) and (4) being saturated, the cost C_1 can be expressed as a function of E, K and another parameter for example N .

We shall have $C'_1(E, K, N)$. It remains to define for each pair the E, K minimum C'_1 giving optimum N , i.e. :

The sign of the 2nd-order derivatives $\frac{\partial^2 C'_1}{\partial N^2}$ will make it possible to specify the type of local extreme and it is easy to show by means of systematic calculations exploring the range $\mathcal{D}$ that it is an absolute extreme, i.e. that $C'_1(E, K, N)$ is convex at N .

$$\frac{\partial F}{\partial P_{th}} = \frac{\partial C_1}{\partial P_{th}} - \lambda \frac{\alpha \delta}{\beta + \Delta + \frac{Y}{N}} - \mu \gamma = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial F}{\partial N} = \frac{\partial C_1}{\partial N} - \lambda \frac{\partial}{\partial N} \left[\frac{\alpha \delta P_{th}}{\beta + \Delta + \frac{Y}{N}} \right] + \gamma = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta} = \frac{\partial C_1}{\partial \Delta} - \lambda \frac{\partial}{\partial \Delta} \left[\frac{\alpha \delta P_{th}}{\beta + \Delta + \frac{Y}{N}} \right] - \chi = 0 \quad (10)$$

λ correspond au prix marginal de l'eau

μ correspond au prix marginal de l'électricité

γ et χ correspondent aux prix marginaux des contraintes technologiques (5) et (6)

Le calcul montre que dans un certain domaine $D_{E,K}$ qui englobe la plus grande partie des cas envisageables dans le domaine global $\mathcal{D}_{E,K}$ les contraintes (3) et (4) sont saturées. C'est-à-dire que les demandes d'eau et d'électricité sont exactement satisfaites. C'est le domaine pratiquement utilisable, mais nous verrons que le domaine $\mathcal{D}_1$ dont il est question et qui est établi à partir de critères de comparaison de coûts entre les 3 schémas, est plus restreint que $D_{E,K}$.

De sorte que les cas correspondant à la saturation des contraintes (5) et (6) n'ont pas beaucoup d'intérêt. On constate d'ailleurs que la contrainte (6) est plus faible que la contrainte (5) et peut être éliminée.

Si donc, on se limite provisoirement au domaine $D_{E,K}$ (dont $\mathcal{D}_1$ est un sous-ensemble), les contraintes (3) et (4) étant saturées, le coût C_1 peut s'exprimer en fonction de E, K et un autre paramètre par exemple N .

Nous aurons $C'_1(E, K, N)$. Il reste, pour chaque couple E, K à définir le minimum de C'_1 donnant N optimum, c'est-à-dire :

$$\frac{\partial C'_1}{\partial N} = 0$$

Le signe des dérivées du 2^e ordre $\frac{\partial^2 C'_1}{\partial N^2}$ permettront de préciser le genre d'extremum local et il est aisé de montrer à l'aide de calculs systématiques prospectant le domaine $\mathcal{D}$ qu'il s'agit d'un extremum absolu, c'est-à-dire que $C'_1(E, K, N)$ est convexe en N .

B - Numerical results (the power generating plant is conventional and not nuclear)

In Table 3 the first line corresponds to the annual optimum cost C_1^* in millions of UA (European units of account).

It has been seen that N could only assume discrete values, so that the optima found are very close to the absolute minima but are not the absolute minima strictly satisfying the first-order conditions.

The second line is the optimum N^* and the third is the optima Δ^* .

E in thousands of m3/day K in MW	100	150	200	250	300	350	400	450	500
100	7.38 28 1.58	x x	x x	x x	x x	x x	x x	x x	x x
150	8.41 16 2.53	9.89 30 1.70	12.15 44 1.09	x x	x x	x x	x x	x x	x x
200	9.80 12 3.77	10.87 20 2.39	12.37 30 1.70	14.40 42 1.26	x x	x x	x x	x x	x x
250	11.33 10 5.22	12.19 15 3.08	13.33 23 2.34	14.52 30 1.70	16.71 41 1.39	x x	x x	x x	x x
300	12.91 7 5.37	13.64 12 3.77	14.59 18 2.87	15.77 25 2.28	17.24 32 1.80	19.04 40 1.46	21.23 48 1.18	x x	x x
350	14.51 7 7.65	15.16 11 4.92	15.98 15 3.46	16.99 19 2.56	18.20 26 2.21	16.66 32 1.80	21.38 39 1.51	23.42 47 1.29	25.94 49 0.98
400	16.13 6 8.75	16.73 8 4.74	17.46 12 3.77	18.34 16 2.98	19.39 22 2.62	20.62 26 2.10	22.06 32 1.80	23.72 39 1.58	25.56 46 1.37
450	17.78 4 6.87	18.32 7 5.37	18.98 11 4.54	19.77 15 3.69	20.70 20 3.15	21.78 24 2.59	23.02 28 2.15	24.44 34 1.90	26.07 39 1.63
500	19.40 3 4.7	19.92 7 6.87	20.54 10 5.22	21.26 14 4.37	22.10 17 3.47	23.07 21 2.94	24.17 25 2.51	25.41 30 2.21	26.82 34 1.90

B - Les résultats numériques (l'installation de production d'énergie est classique et non nucléaire)

Sur le tableau 3, la première ligne correspond au coût annuel optimum C_1^* en millions d'UC (unités de compte européennes)

On a vu que N ne pourrait prendre que des valeurs discrètes de sorte que les optimums trouvés sont très proches des minimums absolus mais ne sont pas les minimums absolus satisfaisant rigoureusement aux conditions du premier ordre.

La deuxième ligne est le N^* optimum, et la 3ème, le Δ^* optimum

Tableau 3

E en milliers de m3/j K en MW	100	150	200	250	300	350	400	450	500
100	7,38 28 1,58	x x	x x	x x	x x	x x	x x	x x	x x
150	8,41 16 2,53	9,89 30 1,70	12,15 44 1,09	x x	x x	x x	x x	x x	x x
200	9,80 12 3,77	10,87 20 2,39	12,37 30 1,70	14,40 42 1,26	x x	x x	x x	x x	x x
250	11,33 10 5,22	12,19 15 3,08	13,33 23 2,34	14,52 30 1,70	16,71 41 1,39	x x	x x	x x	x x
300	12,91 7 5,37	13,64 12 3,77	14,59 18 2,87	15,77 25 2,28	17,24 32 1,80	19,04 40 1,46	21,23 48 1,18	x x	x x
350	14,51 7 7,65	15,16 11 4,92	15,98 15 3,46	16,99 19 2,56	18,20 26 2,21	16,66 32 1,80	21,38 39 1,51	23,42 47 1,29	25,94 49 0,98
400	16,13 6 8,75	16,73 8 4,74	17,46 12 3,77	18,34 16 2,98	19,39 22 2,62	20,62 26 2,10	22,06 32 1,80	23,72 39 1,58	25,56 46 1,37
450	17,78 4 6,87	18,32 7 5,37	18,98 11 4,54	19,77 15 3,69	20,70 20 3,15	21,78 24 2,59	23,02 28 2,15	24,44 34 1,90	26,07 39 1,63
500	19,40 3 4,7	19,92 7 6,87	20,54 10 5,22	21,26 14 4,37	22,10 17 3,47	23,07 21 2,94	24,17 25 2,51	25,41 30 2,21	26,82 34 1,90

The squares containing figures correspond to the range D_2 . Those with 2 stars correspond to $C_{D,E,K}$ in $D_{E,K}$ while those with four stars correspond to negative unknowns. Very large variations in N^* are seen from this table, from 7 to 50 in $D_{E,K}$ and very much beyond in $D_{E,K}$; the same applies to Δ . It is shown that the constraint (6) is never saturated before (5) which is also easily established by direct calculation.

The 2nd order conditions $\frac{d^2 C_1}{dN^2}$ give the results in $D_{E,K}$ if we restrict ourselves to the most characteristic (in thousandths of units of account).

Table 4

E in 1000 m3/day K in MW	100	200	300	400	500
100	0.05	x x	x x	x x	x x
200	0.01	0.007	x x	x x	x x
300	0.02	0.01	0.08		x x
400	0.03	0.02	0.001	0.01	0.008
500	0.13	0.02	0.01	0.01	0.01

It is seen that these expressions are > 0 and of fairly low amplitude.

Corresponding to this range $D_{E,K}$ we find the following marginal costs (here $\vartheta = 0$) (in thousandths of units of account per m3 or per kWh) restricting ourselves to the most characteristic costs.

Les cases chiffrées correspondent au domaine D_2 . Les cases à 2 étoiles correspondent à $C_{D,E,K}$ dans $D_{E,K}$ et les cases à 4 étoiles à des inconnues négatives. On constate à partir de ce tableau de très grandes variations du N^* qui va de 7 à 50 dans $D_{E,K}$ et très au-delà dans $D_{E,K}$ il en est de même de Δ . On vérifie que la contrainte (6) n'est jamais saturée avant (5), ce qui d'ailleurs est facile à établir par un calcul direct.

Les conditions du 2° ordre $\frac{d^2 C_1}{dN^2}$ aboutissent dans $D_{E,K}$ aux résultats, en se bornant aux résultats les plus caractéristiques (en millième d'unité de compte).

Tableau 4

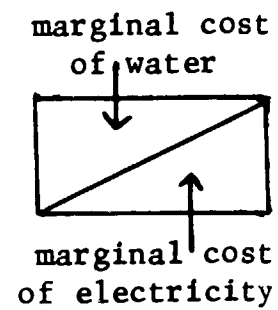
E en 1000 m3/j K en MW	100	200	300	400	500
100	0,05	x x	x x	x x	x x
200	0,01	0,007	x x	x x	x x
300	0,02	0,01	0,08		x x
400	0,03	0,02	0,001	0,01	0,008
500	0,13	0,02	0,01	0,01	0,01

On constate que ces expressions sont bien > 0 et d'assez faible amplitude.

Correspondant à ce domaine $D_{E,K}$, on trouve les coûts marginaux suivants (ici $\vartheta = 0$) (en millième d'unité de compte par m3 ou par kWh) en se bornant aux coûts les plus caractéristiques.

Table 5

E in 1000 m ³ /day	100	200	300	400	500
K in MW					
100	111 1.49	x x	x x	x x	x x
200	48.98 4.22	96.19 1.99	x x	x x	x x
300	36.89 4.52	59.13 3.80	89.49 2.25	135.5	x x
400	36.68 4.58	46.39 4.24	62.6 3.58	86.95 2.31	114.38 0.45
500	36.53 4.60	37.01 4.48	49.45 4.09	64.13 3.47	81.94 2.51



These marginal costs are fairly variable for electricity and very variable for water in DEK. Their order of magnitude, 2 to 5 mills/kWh for electricity and 80 mills/m³ (or 40 centimes/m³) for water, is quite near the costs calculated by simpler methods. We may recall that the target costs in the present American programmes relating to the development of desalination techniques are 4 mills for electricity and 70 mills for water, and that the marginal cost of electricity in France is 4 to 5 mills.

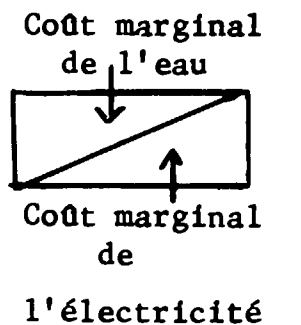
Finally, we can study a range D'_2 bordering D_2 where the constraint $N = 50$ is saturated.

$$D'_2 = \left\{ \begin{array}{l} E=200 \quad K=100 \quad E=300 \quad K=200 \quad E=400 \quad K=250 \\ E=500 \quad K=300 \end{array} \right\}$$

If there is saturation of the constraint (5), i.e. if $N = 50$, one may ask whether the optimum still consists in saturating the constraints (3) and (4) and whether it would not be advantageous to assume unused over-capacity for water and electricity. Three cases can then be studied.

Tableau 5

E en 1 000 m ³ /j	100	200	300	400	500
K en MW					
100	111 1,49	x x	x x	x x	x x
200	48,98 4,22	96,19 1,99	x x	x x	x x
300	36,89 4,52	59,13 3,80	89,49 2,25	135,5	x x
400	36,68 4,58	46,39 4,24	62,6 3,58	86,95 2,31	114,38 0,45
500	36,53 4,60	37,01 4,48	49,45 4,09	64,13 3,47	81,94 2,51



Ces coûts marginaux sont assez variables pour l'électricité et assez fortement variables pour l'eau dans DEK. Leur ordre de grandeur : 2 à 5 mills/kWh pour l'électricité, et 80 mills/m³ (soit 40 centimes/m³) pour l'eau, est tout à fait proche des coûts calculés par des méthodes plus simples. Rappelons que les coûts d'objectifs dans les programmes américains actuels concernant la mise au point des techniques de dessalement, sont de 4 mills pour l'électricité et 70 mills pour l'eau, et que le coût marginal du courant électrique en France est de 4 à 5 mills.

Enfin, on peut étudier un domaine D'_2 bordant D_2 où la contrainte $N = 50$ est saturée.

$$D'_2 = \left\{ \begin{array}{l} E=200 \quad K=100 \quad E=300 \quad K=200 \quad E=400 \quad K=250 \\ E=500 \quad K=300 \end{array} \right\}$$

S'il y a saturation de la contrainte (5) c'est-à-dire si $N = 50$, on peut se demander si l'optimum consiste encore à saturer les contraintes (3) et (4) et s'il ne serait pas avantageux d'admettre une surcapacité inemployée d'eau et d'électricité. Trois cas peuvent alors être étudiés.

1°) (3) and (4) are strict inequalities

then $\lambda = \mu = 0$ we have also seen that χ is always 0

The programmes is then :

$$N=50$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial Pih} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial N} + \lambda = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial \Delta} = 0 \quad (13)$$

If we find a point Pih^*, Δ^* corresponding to these conditions, and if the quadratic form is > 0 , it will then be preferable to replace all the points of the range D_2 by this point Pih^*, Δ^* ; there will then be over-capacity in water and electricity for all the points of D_2 .

2°) Only (3) is a strict inequality and $\lambda = 0$. In principle there may be several pairs Pih^*, Δ^* . There is no point in rewriting the corresponding equations. In this case for certain values of K of the range D_2 there will be over-capacity in water.

3°) Only (4) is a strict inequality and $\mu = 0$. For certain values of E of the range D_2^* , there is over-capacity in electricity.

If there is a solution it would mean that for certain sets $D_{E,K}$ the cost of increasing N is such that it is more economic to fix N at its technological limit = 50, and to increase E and K beyond the demand, i.e. to increase Pih , thus to over-dimension the plant.

* i.e. the complementary set of D_2 in $D_{E,K}$.

1°) (3) et (4) sont des inégalités strictes

alors $\lambda = \mu = 0$ on a vu de plus que χ est toujours = 0

Le programme est alors :

$$N = 50$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial Pih} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial N} + \lambda = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial \Delta} = 0 \quad (13)$$

Si on trouve un point Pih^*, Δ^* répondant à ces conditions, et si la forme quadratique est > 0 alors, il sera préférable de remplacer tous les points du domaine D_2 par ce point Pih^*, Δ^* , il y aura alors une surcapacité en eau et en électricité pour tous les points de D_2 .

2°) (3) seule est une inégalité stricte et $\lambda = 0$. Il peut exister en principe plusieurs couples Pih^*, Δ^* . Il est inutile de réécrire les équations correspondantes. Dans ce cas pour certaines valeurs de K du domaine D_2 il existera une surcapacité en eau.

3°) seule (4) est une inégalité stricte et $\mu = 0$. Pour certaines valeurs de E du domaine D_2^* , il existe une surcapacité en électricité.

S'il existe une solution elle signifierait que pour certains ensembles $D_{E,K}$ le coût de l'accroissement de N est tel qu'il est plus économique de fixer N à sa limite technologique = 50, et d'accroître E et K au-delà de la demande, c'est-à-dire d'accroître Pih , donc de surdimensionner l'installation.

* c'est-à-dire à l'ensemble complémentaire de D_2 dans $D_{E,K}$.

The results are as follows

1°) If λ and μ are zero

No solution is possible. There is no case where for $N = 50$ there is at the same time an excess of water and electricity, and which corresponds to an optimum.

2°) If $\lambda = 0$ and $\mu > 0$

The constraint (3) is strictly < 0

There is therefore an excess of water, but as the constraint (4) is an equality there is no excess of electricity.

We find a solution for $K = 100$ MW but this would require the quantity of water demanded being actually less than 26,000 m³/day, and therefore outside our range of study $\mathcal{D}$.

3°) If $\lambda > 0$ and $\mu = 0$ with $N = 50$, i.e. if at the optimum there is excess production of electricity satisfying exactly the required production of water, there exists a range of solutions for which the most characteristic figures are given below: total annual cost and marginal cost of water.

For $E = 200,000$ m ³ /day - total cost :	8.3×10^6 U.A.	- marginal cost	$140 \times \frac{\text{U.A.}}{1000}$
		electric power capacity	150 MW
$E = 300,000$ m ³ /day - total cost :	11.4×10^6 U.A.	- marginal cost :	135
		electric power capacity	200
$E = 400,000$ m ³ /day - total cost :	13.6×10^6 U.A.	- marginal cost :	134
		electric power capacity	300
$E = 500,000$ m ³ /day - total cost :	16.9×10^6 U.A.	- marginal cost :	133
		electric power capacity	350

Les résultats sont les suivants :

1°) Si λ et μ sont nuls

Aucune solution n'est possible. Il n'y a pas de cas où pour $N = 50$ on ait à la fois un excès d'eau et d'électricité, et qui corresponde à un optimum.

2°) Si $\lambda = 0$ et $\mu > 0$

La contrainte (3) est strictement < 0

Il y a donc un excès d'eau, mais la contrainte (4) étant une égalité, il n'y a pas d'excès d'électricité.

On trouve une solution pour $K = 100$ MW, mais qui exigerait que la quantité d'eau demandée effectivement soit inférieure à 26 000 m³/j, donc hors de notre domaine d'étude $\mathcal{D}$.

3°) Si $\lambda > 0$ et $\mu = 0$ avec $N = 50$, c'est-à-dire, s'il y a à l'optimum un excès de production d'électricité en satisfaisant exactement la production d'eau demandée, il existe un domaine de solution dont on donne ci-dessous les chiffres les plus caractéristiques: coût total annuel et coût marginal de l'eau.

Pour $E = 200\ 000$ m ³ /j - coût total :	$8,3 \times 10^6$ U.C.	- coût marginal	$140 \times \frac{\text{U.C.}}{1000}$
		puissance électrique	150 MW
$E = 300\ 000$ m ³ /j - coût total :	$11,4 \times 10^6$ U.C.	- coût marginal :	135
		puissance électrique	200
$E = 400\ 000$ m ³ /j - coût total :	$13,6 \times 10^6$ U.C.	- coût marginal :	134
		puissance électrique	300
$E = 500\ 000$ m ³ /j - coût total :	$16,9 \times 10^6$ U.C.	- coût marginal :	133
		puissance électrique	350

Case b - "more electricity" diagram

a) The programme is formulated thus :

let $C_2(Pih, N, \Delta, k)$ be the function to be minimised as explained above

$$\text{Constraints : } E - \infty \left[\frac{\partial Pih - k\epsilon}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right] < 0 \quad (14)$$

$$K - \gamma Pih - k < 0 \quad (15)$$

$$N - 50 < 0 \quad (16)$$

The first derivatives of the Lagrange function will not be written out ; they are very similar in form to that of the linear diagram.

It will first be assumed that we are in the range (xy) so that the constraint (16) is only satisfied as an inequality and (14)(15) as equalities. We shall also find that this range practically coincides with $\mathcal{D}_{E,K}$.

In this case, the two equations (14) and (15) enable us to express $C_2(Pih, N, \Delta, k)$ as a function for example of E, K, N, Δ . The 2nd-order conditions are then as follows :

$$\mathcal{J}_{(E,K)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 C}{\partial N} & \frac{\partial^2 C}{\partial N \partial \Delta} \\ \frac{\partial^2 C}{\partial N \partial \Delta} & \frac{\partial^2 C}{\partial \Delta^2} \end{vmatrix} \quad \mathcal{J}_{(E,K)} > 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial N^2} > 0$$

E and K being fixed.

We thus confirm the existence of a local minimum. Then by exploring the formula it is found that in the ranges envisaged this local minimum is an absolute extreme by direct calculations in accordance with an appropriate mesh network.

Cas b - schéma "plus d'électricité"

a) Le programme se formule ainsi :

soit $C_2(Pih, N, \Delta, k)$ la fonction à minimiser explicitée plus haut.

$$\text{Contraintes : } E - \infty \left[\frac{\partial Pih - k\epsilon}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \right] < 0 \quad (14)$$

$$K - \gamma Pih - k < 0 \quad (15)$$

$$N - 50 < 0 \quad (16)$$

On n'écrira pas les dérivées premières de la fonction de Lagrange qui ont une forme très voisine de celle du schéma linéaire.

On va d'abord admettre que l'on se place dans le domaine (xy) tel que la contrainte (16) n'est satisfaite qu'en tant qu'inégalité et (14)(15) comme des égalités. Nous allons d'ailleurs constater que ce domaine se confond pratiquement avec $\mathcal{D}_{E,K}$.

Dans ce cas, les deux équations (14) et (15) permettent d'exprimer $C_2(Pih, N, \Delta, k)$ en fonction par exemple de E, K, N, Δ . Les conditions du 2ème ordre sont alors les suivantes :

$$\mathcal{J}_{(E,K)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 C}{\partial N^2} & \frac{\partial^2 C}{\partial N \partial \Delta} \\ \frac{\partial^2 C}{\partial N \partial \Delta} & \frac{\partial^2 C}{\partial \Delta^2} \end{vmatrix} \quad \mathcal{J}_{(E,K)} > 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial N^2} > 0$$

E et K fixés

On vérifie ainsi l'existence de minimum local. Puis par prospection de la formule on établit que dans les domaines envisagés, ce minimum local est un extremum absolu par des calculs directs selon un réseau maillé convenable.

b) Numerical results (limited to the most characteristics cases in this table)

C_2 in millions of European units of account;

Table 6 - Diagram b - Optimal characteristics

E in 1000 m3/day K in MW	100	200	300	400	500
100	$C_2^* = 7.26$ $N^* = 16$ $\Delta = 3$	9.33 18 = 3	11.42 20 = 3	13.42 21 = 3	15.39 22 = 3
200	9.97	12.10	14.14	16.14	18.10
300	12.69	14.81	16.86	18.85	20.82
400	16.41	17.53	19.57	21.57	23.53
500	18.12	20.24	22.29	24.28	26.25

The first line gives the optimum cost, the second the optimum N the third the optimum Δ .

The optimum N and Δ are independent of K.

Nowhere in $\mathcal{D}_{E,K}$ is the constraint $N - 50 < 0$ saturated, owing to the greater flexibility of this model compared with the model for the first (12) approach.

b) Les résultats numériques (on se limite dans ce tableau aux cas les plus caractéristiques)

C_2 en millions d'unités de compte européennes

Tableau 6 - Schéma b - Caractéristiques optimales

E en 1000 m3/j K en MW	100	200	300	400	500
100	$C_2^* = 7,26$ $N^* = 16$ $\Delta = 3$	9,33 18 = 3	11,42 20 = 3	13,42 21 = 3	15,39 22 = 3
200	9,97	12,10	14,14	16,14	18,10
300	12,69	14,81	16,86	18,85	20,82
400	16,41	17,53	19,57	21,57	23,53
500	18,12	20,24	22,29	24,28	26,25

La première ligne donne le coût optimum, la deuxième le N optimum, la troisième le Δ optimum.

Les N et Δ optimum, sont indépendants de K.

Nulle part, dans $\mathcal{D}_{E,K}$ on ne sature la contrainte $N - 50 < 0$, cela tient à l'accroissement de souplesse de ce modèle par rapport au modèle de la (12) approche.

The marginal costs (in thousandths of units of account per kWh or per m3)

Table 7 - Diagramb - The marginal costs of water

E in thousands of m3/day	100	200	300	400	500
	59,30	56,73	55,22	54,27	53,50

The marginal cost of the water is independent of that of the electricity. The marginal cost of the electricity is constant and equal to : 3.88 thousandths of a unit of account.

There is a zone E,K common to the linear diagram and to the "more electricity" diagram, near to the isoproduct diagonals (for example E = 100, K = 100, or E = 300, K = 300) where the costs of the "more electricity" diagram are irregular and have only been given as a guide. In this zone the cost function of the condensing turbine under-estimates the cost of the latter at very low ratings.

Case c - "More water" diagram - Search for the optimum economic function for fixed objectives E and K.

A - The programme is formulated thus :

let $C_2(P, h, N, \Delta, q_v)$ be the function to be minimised, described above.

$$\text{Constraints : } E - \frac{[q_v(1-\theta\delta) + P\theta\delta]}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \leq 0 \quad (18)$$

$$K - (\eta P\theta h - \eta\theta q_v) \leq 0 \quad (19)$$

$$N - 50 \leq 0 \quad (20)$$

As in the previous case, the first derivatives of the Lagrange function will not be written out, nor the relation for the 2nd-order elements, in order not to overburden the description.

Les coûts marginaux (en millièmes d'unités de compte par kWh ou par m3)

Tableau 7 - Schéma b - Les coûts marginaux de l'eau

E en milliers de m3/j	100	200	300	400	500
	59,30	56,73	55,22	54,27	53,50

Le coût marginal de l'eau est indépendant de celui de l'électricité. Quant au coût marginal de l'électricité, il est constant et égal à : 3,88 millièmes d'unité de compte.

Il existe une zone E,K commune au schéma linéaire et au schéma "plus d'électricité" proche des diagonales isoproduct (par exemple E = 100, K = 100, ou E = 300, K = 300) où les coûts du schéma "plus d'électricité" sont aberrants, et n'ont été donnés qu'à titre indicatif. Dans cette zone, la fonction de coût de la turbine à condensation sous-évalue le coût de cette dernière pour de faibles puissances.

Cas c - Schéma "plus d'eau" - Recherche de l'optimum de la fonction économique pour des objectifs fixés E et K

A - Le programme se formule ainsi

soit $C_2(P, h, N, \Delta, q_v)$ la fonction à minimiser explicitée plus haut.

$$\text{Contraintes : } E - \frac{[q_v(1-\theta\delta) + P\theta\delta]}{\beta + \Delta + \frac{\gamma}{N}} \leq 0 \quad (18)$$

$$K - (\eta P\theta h - \eta\theta q_v) \leq 0 \quad (19)$$

$$N - 50 \leq 0 \quad (20)$$

Comme dans le cas précédent, on n'écrira pas les dérivées premières de la fonction de Lagrange, non plus que la relation des éléments du 2ème ordre pour ne pas surcharger la présentation.

B - Numerical results

Table 8 - Diagram c - Optimum characteristics

E in 1000 m ³ /day K in MW	100	200	300	400	500
100	$C_3^* = 7.92$ $N^* = 13$ $\Delta^* = 3.8$	9.77 16 3.9	11.56 18 3.8	13.32 18 3.7	15.06 19 3.9
200	10.81	12.65	14.45	16.21	17.94
300	13.69	15.54	17.33	19.09	20.83
400	16.58	18.42	20.22	21.98	23.71
500	19.47	21.31	23.10	24.87	26.10

The optimum N^* and Δ^* are independent of K .

Table 9 - Diagram c - Marginal costs of the water

E in thousands cf m ³ /day	100	200	300	400	500
	59.32	56.74	55.22	54.27	53.54

The marginal cost of the water is independent of that of the electricity.
The marginal cost of the electricity is constant and equal to : 3.88 mills/kWh.

B - Les résultats numériques

Tableau 8 - Schéma c - Caractéristiques optimales

E en 1000 m ³ /j K en MW	100	200	300	400	500
100	$C_3^* = 7,92$ $N^* = 13$ $\Delta^* = 3,8$	9,77 16 3,9	11,56 18 3,8	13,32 18 3,7	15,06 19 3,9
200	10,81	12,65	14,45	16,21	17,94
300	13,69	15,54	17,33	19,09	20,83
400	16,58	18,42	20,22	21,98	23,71
500	19,47	21,31	23,10	24,87	26,10

Les N^* et Δ^* optimum, sont indépendants de K .

Tableau 9 - Schéma c - Les coûts marginaux de l'eau

E en milliers de m ³ /j	100	200	300	400	500
	59,32	56,74	55,22	54,27	53,54

Le coût marginal de l'eau est indépendant de celui de l'électricité.
Quant au coût marginal de l'électricité il est constant et égal à : 3,88 mills/kWh

4°) Conclusions concerning this first approach

Fig. 3 defines the boundaries of the preferential areas for the use of the three diagrams.

It is seen that in the range $D_{E,K}$ forming the subject of this study, it is possible to define an optimum cost function $C^*(E,K)$ D which combines all our results. This function is explicit as soon as one leaves the boundaries ; it requires additional developments at the boundaries and for the moment remains implicit over a certain zone in their immediate vicinity. There are discontinuities which disturb the marginal costs fairly considerably. If we except these boundaries, a marginal cost curve is also obtained enabling marginal cost functions $C_E^*(E,K), C_K(E,K)$ to be established. These will be used later, and for the objectives of the demand E,K correspond to tariffs, under the principle of sale at marginal cost. We shall return to this point in the 3rd approach.

The form of the cost and marginal cost areas shows that the concept of "increasing returns" needs to be highly differentiated for such plants. In zones away from the first diagonal, the optimum values are very flat and costs tend to become proportional to the quantities E and K produced. Marginal costs of the electricity vary fairly considerably in the central zone, becoming constant at D_2 and D_3 .

The calculations show that the three preferential zones D_1, D_2, D_3 , only exist in $D_{E,K}$ at certain values of the parameters such as F, G, θ etc... A study, which cannot be described in this paper, shows that under certain conditions D_3 or D_2 can disappear almost completely from $D_{E,K}$.

4°) Conclusions relatives à cette première approche

On trouvera sur la fig. 3 la délimitation des frontières des domaines préférentiels d'utilisation des trois schémas.

On constate que dans le domaine $D_{E,K}$ objet de cette étude, on peut définir une fonction de coût optimal $C^*(E,K)$ dans D qui combine l'ensemble de nos résultats. Cette fonction est explicite dès qu'on s'éloigne des frontières ; sur celles-ci, elle exige des développements supplémentaires et reste pour l'instant implicite sur une certaine zone dans le voisinage immédiat des frontières. Il existe en effet des discontinuités perturbant assez fortement les coûts marginaux. Si on excepte ces frontières, on obtient également une courbe de coûts marginaux permettant d'établir des fonctions de coûts marginaux $C_E^*(E,K), C_K(E,K)$ qui seront utilisés par la suite et qui pour les objectifs de la demande E,K correspondent à des tarifs, dans le cadre du principe de la vente au coût marginal. On reviendra sur ce dernier point lors de la 3° approche.

La forme de la surface des coûts et de celle des coûts marginaux montre que la notion de "rendement croissant" exige d'être très nuancée pour de telles installations. Dans des zones s'éloignant de la première diagonale les optimum sont très plats et les coûts ont tendance à devenir proportionnels aux quantités E et K produites. Quant aux coûts marginaux de l'électricité, ils varient assez fortement dans la zone centrale pour devenir constants en D_2 et D_3 .

Les calculs montrent que les trois zones préférentielles D_1, D_2, D_3 , n'existent dans $D_{E,K}$ que pour certaines valeurs des paramètres tels que F, G, θ etc... Une étude, qui ne peut être exposée dans le cadre de ce mémoire, montre que sous certaines conditions D_3 ou D_2 peuvent disparaître à peu près complètement de $D_{E,K}$.

Although some factors relating to nuclear energy were mentioned at the beginning of this chapter, they were not introduced into the calculations in order not to overburden the description. For each type of reactor there would be, at the same time, different technical and economic coefficients from those assumed here, and very slightly modified cost functions, but the models would be of a very similar form. On the other hand the results would disturb fig. 3 fairly considerably.

In general, any modification to the technical or economic factors due to economic development or technical progress is reflected in fig. 3. It is therefore important to have numerical values for these variations, in order to direct research and development. For example, release from the limiting temperature constraint for the desalination plant, which has been called t_2 and forms the subject of the most important technical studies at present, will have rather substantial repercussions on the figures.

Bien qu'ayant mentionné, au début de ce chapitre quelques coefficients relatifs à l'énergie nucléaire, on ne les a pas fait intervenir dans ces calculs pour ne pas en surcharger la présentation. A chaque type de réacteur correspondrait à la fois des coefficients techniques et économiques différents de ceux qui ont été admis ici et des fonctions de coûts très légèrement modifiées, mais les modèles seraient de forme très voisine. Les résultats perturberaient par contre la fig. 3 d'une façon assez sensible.

D'une façon générale, toute modification des coefficients techniques ou économiques entraînée par l'évolution économique ou le progrès technique, a sa traduction sur la fig. 3. Il est important d'avoir ainsi des mesures chiffrées de ces variations pour orienter les études de Recherche et Développement. Par exemple, une libération de la contrainte de température-limite pour l'installation de dessalement qui a été appelée t_2 et qui fait l'objet des études techniques actuelles les plus importantes, aura des répercussions chiffrables d'une façon assez significative.

III - 2nd Approach - DETERMINATION OF THE OPTIMUM STRUCTURE FOR A SYSTEM FOR THE PRODUCTION OF WATER AND ELECTRICITY COMBINING DESALINATION TECHNIQUES AND CONVENTIONAL TECHNIQUES.

1°) General considerations

We shall use the term mixed plant to describe a system producing simultaneously electricity and fresh water from saline water, i.e. a plant of the type which has just been studied.

A double plant, on the other hand, will be made up of two separate systems of production ; an electricity-producing system of the power station type, and an independant water-producing system of the conventional types : well, river, etc...

It will be assumed, as is generally the case, that the mixed plant and the double plant have different production cost structures (proportion of fixed costs and costs proportional to running time), and production costs varying differently with the producible quantities of water and electricity.

The problem that is set is as follows: what optimum combination of the mixed and double plants is needed to satisfy the following objectives :

- to satisfy a "peak" demand for water and electricity, i.e. ensure a certain water and electricity capacity.

- to satisfy a total annual demand for water and electricity expressed in thousands of m³ per annum and thousands of kWh per annum. In this second approach it is obviously a question of using a very simplified model for demand within a "static" framework, i.e. for a given period. However, the difficulty and relative novelty of the problem requires a step-by-step progression.

This problem will also be treated in a fairly empirical fashion, from a particular example. It is relatively easy however to extend it to very diverse situations.

III - 2° Approche - DETERMINATION DE LA STRUCTURE OPTIMALE D'UN SYSTEME DE PRODUCTION D'EAU ET D'ELECTRICITE COMPRENANT DES TECHNIQUES DE DESSALEMENT ET DES TECHNIQUES CLASSIQUES

1°) Considérations générales

On appellera installation mixte un système produisant simultanément de l'électricité et de l'eau douce provenant d'eau salée, c'est-à-dire une installation du type de celles qui viennnent d'être étudiées.

Une installation double sera composée, par contre, de deux systèmes distincts de production ; un système production d'électricité du type centrale électrique, et un système autonome de production d'eau de type classique : puits, rivière, etc...

On admettra, ce qui est le cas général, que ces deux installations mixte et double ont des structures de coûts de production (part des frais fixes et des frais proportionnels au temps d'utilisation) différentes ainsi que des coûts de production variant différemment avec les quantités productibles d'eau et d'électricité.

Le problème que l'on se pose est le suivant : quelle combinaison optimale doit-on faire des installations mixte et double pour satisfaire aux objectifs suivants :

- assurer une demande "depointe" d'eau et d'électricité, c'est-à-dire assurer une certaine capacité d'eau et d'électricité

- assurer une demande totale annuelle d'eau et d'électricité exprimée en milliers de m³ annuels et en milliers de kWh annuels. Il s'agit évidemment, dans cette deuxième approche d'utiliser un modèle très simplifié de la demande, en restant dans un cadre "statique", c'est-à-dire pour une période déterminée. Mais la difficulté et la relative nouveauté du problème exige qu'on progresse pas à pas.

Ce problème va d'ailleurs être traité d'une façon assez empirique, à partir d'un exemple particulier. Mais la généralisation à des situations très diverses est relativement facile.

2*) Possibilities of achieving the combination : mixed plant - double plant

The first point to consider is whether such a combination is possible, or, more precisely, whether, bearing in mind the existence of the mixed plant models which have just been examined, it is possible to define double plant models permitting this combination. Let us take the following very simple case : let us suppose that the water supply of the double plant is provided by a system with increasing return to scale, which would correspond to a very frequent case. In fact, if more water is needed for a given unit of population, industry or agriculture, it is generally necessary to look further and further afield at a greater depth. This increase in costs is partially compensated by elements with decreasing costs, for example the diameter of piping, or an increase in the height of a dam, but generally the total cost function has rising derivatives.

We shall assume provisionally that in the mixed plant and the double plant the quantities of electricity produced are equal, and will deal exclusively with the production of water. We then have two possibilities (fig. 4) for satisfying a production objective Q_0 (whether "peak" or annual) : either the mixed plant with cost function M , or the double plant D ; M has a decreasing marginal cost, while D has a rising marginal cost.

Is it possible to find an output q_m for M and an output q_d for D such that $q_m + q_d = Q_0$ and such that the cost of q_m + the cost of $q_d < m_0$, where m_0 is the cost of achieving the objective Q_0 by the cheapest technique ?

In fact we have to find :

$$\text{minimum of } M(q_m) + D(q_d) < M(Q_0)$$

under the constraint $q_m + q_d = Q_0$

2*) Possibilités de réalisation effective de la combinaison : installation mixte installation double

On peut se demander d'abord si une telle combinaison est possible, ou, plus exactement, si, compte-tenu de l'existence des modèles d'installation mixte que l'on vient d'étudier, il est possible de définir des modèles d'installation double qui permettent cette combinaison. Plaçons-nous dans le cas très simple suivant : supposons que l'alimentation en eau de l'installation double soit assurée par un système à rendement croissant qui correspondrait à un cas très fréquent. En effet, si l'on veut assurer un surcroît d'eau à un ensemble humain, industriel ou agricole, il faut en général la chercher de plus en plus loin ou à de plus en plus grande profondeur. Cet accroissement des coûts est partiellement compensé par des éléments à coûts décroissants par exemple le diamètre de canalisation, ou l'augmentation de hauteur d'un barrage, mais en général la fonction de coût total a des dérivées croissantes.

Admettons provisoirement que dans l'installation mixte et l'installation double les quantités d'électricité produites sont égales et occupons-nous exclusivement de la production d'eau. On obtient alors (fig. 4) pour satisfaire un objectif de production Q_0 (qu'il soit "de pointe", ou annuel) deux possibilités : soit l'installation mixte de fonction de coût M , soit l'installation double D ; l'une M est à coût marginal décroissant, l'autre D à coût marginal croissant.

Est-il possible de trouver une production q_m de M et une production q_d de D tel que $q_m + q_d = Q_0$ et que coût de q_m + coût de $q_d < m_0$, m_0 étant le coût de réalisation de l'objectif Q_0 par la technique la moins chère ?

En fait, on doit chercher :

$$\text{minimum de } M(q_m) + D(q_d) < M(Q_0)$$

sous la contrainte $q_m + q_d = Q_0$

If we fix Q_0 for example (fig. 5) so that at this point $M_0 = D_0$ with cost functions of the power function type, for example $M(q_m) = A_1 q_m^{\alpha_1}$ (simplifying the functions already explained for this type of plant).

$$D(q_d) = A_2 q_d^{\alpha_2} \text{ avec } 0 < \alpha_1 < 1 \text{ et } \alpha_2 > 1$$

We find a solution optimum cost C^* corresponding to q_d and $q_m = Q - q_d$ lower than m_0 (where $d_0 = m_0$) but we also find a maximum at $q'_d - C$ which simply proves that the combination of the two techniques does not lead to a convex cost function throughout the range envisaged.

From this example it can be concluded that there may be plants of the "double" type for which the cost function is convex and of the power function type (at Aq^{α}) which actually permit a combination for which the cost function can be convex over a fairly wide range.

It is quite obvious that this range must form the subject of systematic exploration in the actual cases studied.

3°) Formulation of the problem

It will be assumed, for this particular example, that the range of possible solutions for the system involves either the linear diagram or the "more electricity" diagram, i.e. the range $D_1 + D_2$ already studied, and that the solution is of the type described in fig. 6. This solution would correspond to diagram d in fig. 7, which differs from diagrams a and b in that the 2 back-pressure and condensing turbines are not on line but in parallel. This new diagram is basically intended to clarify the description, but it does not alter the principle of the model already studied for the previous diagrams.

Si on se fixe par exemple Q_0 (fig. 5) tel qu'en ce point $M_0 = D_0$ avec des fonctions de coûts de type : fonction puissance, par exemple,

$$M(q_m) = A_1 q_m^{\alpha_1} \text{ (en simplifiant les fonctions déjà explicitées pour ce type d'installation)}$$

$$D(q_d) = A_2 q_d^{\alpha_2} \text{ avec } 0 < \alpha_1 < 1 \text{ et } \alpha_2 > 1$$

On trouve une solution C^* coût optimum correspondant à q_d et $q_m = Q - q_d$ plus faible que m_0 (où $d_0 = m_0$) mais on trouve également un maximum en $q'_d - C$ qui prouve simplement que la combinaison des deux techniques ne conduit pas à une fonction de coût convexe dans tout le domaine envisagé.

De cet exemple, on peut conclure qu'il peut exister des installations du type "double" dont la fonction de coût est convexe et du type : fonction puissance (en Aq^{α}) qui permette effectivement une combinaison dont la fonction de coût puisse être convexe dans un assez large domaine.

Il est bien évident que ce domaine doit faire l'objet d'une prospection systématique dans les cas réels étudiés.

3°) Formulation du problème

On va supposer, pour cet exemple particulier que le domaine de solutions possibles du système implique l'intervention du schéma soit linéaire soit "plus d'électricité", c'est-à-dire le domaine $D_1 + D_2$ déjà étudié et que la solution est du type décrit sur la fig. 6. Cette solution correspondrait au schéma d de la fig. 7 qui diffère du schéma a et b, en ce que les 2 turbines à contre-pression et à condensation ne sont pas en série, mais en parallèle. Ce nouveau schéma est essentiellement destiné à clarifier l'exposé, il ne modifie rien au principe du modèle déjà étudié pour les schémas précédents.

As is seen in fig. 6, the technique of the double plant n° 1 is assumed to operate "on base load" for both water and electricity. There is some modulation of the electricity peak. K_1, E_1 will be used for peak output for the double plant and K_2, E_2 for the mixed plant, h'_2 and h_2 the running time at two levels of the mixed plant, h'_1 and h_1 the running times corresponding respectively to the production of electricity and water by the double plant.

We shall assume that the combination of the two plants must, on the one hand, satisfy a peak output K and E , and on the other a total annual output of water and electricity K_h and E_h . It will be assumed that the demand does not have a well defined structure and that there may be compensating reservoirs for the water to which an electricity system would permit transfers to be made. It is necessary however to define roughly a priori the form of the diagram so that : $h'_2 \leq h_2 \leq h'_1$ (21)

$$h_1 > h_2 \quad \text{soit} \quad h_1 - h_2 > 0 \quad (22)$$

Of course an actual problem would be expressed in rather different terms but this statement seems sufficient for a preliminary rough outline.

If we use K'_2 (see diagram in fig. 7) for the quantity of electricity linked to the production E_2 and k for the independant production of electricity the programme is then expressed as follows :

taking account of the following constraints :

$$K - [K_1 + K'_2 + k] \leq 0 \quad (23)$$

$$E - [E_1 + E_2] \leq 0 \quad (24)$$

$$K_h - [K_1 h'_1 + K'_2 h_2 + k h'_2] \leq 0 \quad (25)$$

$$E_h - [E_1 h_1 + E_2 h_2] \leq 0 \quad (26)$$

Comme on le voit sur la fig. 6, la technique de l'installation double n° 1 est supposée fonctionner "en base" tant pour l'eau que pour l'électricité. Il existe une certaine modulation de la pointe : électricité. On appellera K_1, E_1 les productions de pointe correspondant à l'installation double et K_2, E_2 celles qui correspondent à l'installation mixte h'_2 et h_2 le temps de fonctionnement à deux niveaux de l'installation mixte, h'_1 et h_1 les temps de fonctionnement correspondant respectivement à la production d'électricité et d'eau de l'installation double.

On écrira que la combinaison des deux installations doit satisfaire d'une part à une production de pointe K et E , d'autre part à une production annuelle globale d'eau et d'électricité K_h et E_h . On admettra que la demande n'apas une structure bien définie et qu'il peut exister des réservoirs de compensation pour l'eau où un réseau électrique permettrait d'effectuer des reports. On s'impose cependant pour définir a priori, grosso modo la forme du diagramme que $h'_2 \leq h_2 \leq h'_1$ (21)

$$h_1 > h_2 \quad \text{soit} \quad h_1 - h_2 > 0 \quad (22)$$

Ben entendu, un problème réel s'énoncerait en termes un peu différents mais cet énoncé semble suffisant pour un premier dégrossissage.

Si on appelle (voir schéma de la fig. 7) K'_2 la quantité d'électricité liée à la production E_2 et k la production d'électricité autonome, le programme s'énonce alors ainsi :

compte-tenu des contraintes suivantes :

$$K - [K_1 + K'_2 + k] \leq 0 \quad (23)$$

$$E - [E_1 + E_2] \leq 0 \quad (24)$$

$$K_h - [K_1 h'_1 + K'_2 h_2 + k h'_2] \leq 0 \quad (25)$$

$$E_h - [E_1 h_1 + E_2 h_2] \leq 0 \quad (26)$$

Let us use λ, μ, ν, χ as the Lagrange factors corresponding to these four constraints.

We rewrite the conditions (21) and (22)

$$h'_2 - h_2 < 0 \quad (27)$$

$$h_2 - h'_1 < 0 \quad (28)$$

$$h_2 - h_1 < 0 \quad (29)$$

Let θ, ζ and π be the factors corresponding to these three constraints. The significance of the factors is fairly simple to establish :

λ and μ characterize the "price" which can be assigned to the water capacity and electric power to satisfy the peak objectives. This price can thus form the basis for a peak tariff similar to that of Electricité de France^{*}. This tariff can be compared to the "outage cost" of the plant at the peak hours. Similarly ν and χ characterize the "operating prices" resulting from the combination of the two plants. θ, ζ and π are more difficult to interpret since they simply express a certain form of the demand. It can be assumed that their existence (> 0) would be related to the price of the storage regulating system mentioned at the beginning of this chapter.

It is quite obvious, also, that the "orthodox" formulation of this problem of optimum combination would be to state all the constraints in the form of a demand diagram (of the monotonic power demand type diagram of EDF), but one very soon arrives at a much more complicated programme which cannot be dealt with here.

Appelons λ, μ, ν, χ , les multiplicateurs de Lagrange correspondant à ces quatre contraintes .

Réécrivons les conditions (21) et (22)

$$h'_2 - h_2 < 0 \quad (27)$$

$$h_2 - h'_1 < 0 \quad (28)$$

$$h_2 - h_1 < 0 \quad (29)$$

Soit θ, ζ et π les multiplicateurs correspondant à ces trois contraintes. La signification des multiplicateurs est assez simple à établir:

λ et μ caractérisant le "prix" qu'on peut assigner à la capacité en eau et à la puissance électrique pour satisfaire aux objectifs de pointe. Ce prix peut ainsi constituer les bases d'un tarif de pointe à l'image de celui d'Electricité de France^{*}. Ce tarif peut être rapproché du "coût de défaillance" de l'installation aux heures de pointe. De même ν et χ caractérisent les "prix de fonctionnement" résultant de la combinaison des deux installations. θ, ζ et π sont plus difficiles à interpréter car ils expriment simplement une certaine forme de la demande. On peut admettre que leur existence (> 0) serait en relation avec le prix du système de régulation par stockage évoqué au début de ce chapitre.

Il est bien évident, par ailleurs, que la formulation "orthodoxe" de ce problème de combinaison optimale consisterait à se donner l'ensemble des contraintes sous forme d'un diagramme de demande (du type : diagramme monotone de la puissance appelée d'EDF), mais on tombe très vite sur un programme beaucoup plus compliqué, qu'on ne peut aborder ici.

* (13) F. BESSIERE - Application de la dualité à un modèle de programmation à long terme - Revue de Recherche Opérationnelle - n° 12 - 1959.

* (13) F. BESSIERE - Application of duality to a long-term programming model.

The present programme is formulated thus :

Minimise the cost function

composed of fixed costs $f_1(E_1), f'_1(K_1)$

$f_2(E_2, K_2)$

and proportional costs $g_1(E_1, h_1), g'_1(K_1, h'_1)$

$g_2(E_2, K'_2, k, h_2, h'_2)$

Let us express the elements of this cost function :

$f_1(E_1) = A E_1^m$ with $m > 1$ (cf previous paragraph)

$f_1(K_1) = B K_1$ (chosen as the simplest possible in this particular example)

$f_2(E_2, K_2) = f_2(E_2, K_2, k, N)$ as we have seen in the description of the 1st approach, in the case of diagram b ("more electricity"), used here

This function is a function of 4 independent parameters^{*}.

$g_1(E_1, h_1) = C_1 h_1 E_1$ C_1 being the proportional cost of energy corresponding to a unit of water produced per unit time by the plant E_1

$g'_1(K_1, h'_1) = d_1 h'_1 K_1$ d_1 being the proportional cost of energy corresponding to a unit of electricity produced per unit time by the plant K_1

$g_2(E_2, K'_2, k, h_2, h'_2)$ having two expressions : during the time h'_2 the cost of a unit of power is C_2 and the proportional cost : $C_2 K'_2 h_2$. During the time h'_2 additional costs $C'_2 k h'_2$ are added due to the entry of k into service.

* However, it is not the same function, since that in the first approach included proportional costs, which are separated in the present model. In the subsequent reasoning the cost function corresponding to "more water" has been used in the practical calculations ; the function corresponding to the linear diagram has been used in the same way in its own range.

Le présent programme se formule ainsi :

Minimiser la fonction de coût

composée de coûts fixes $f_1(E_1), f'_1(K_1)$

$f_2(E_2, K_2)$

et de coûts proportionnels $g_1(E_1, h_1), g'_1(K_1, h'_1)$

$g_2(E_2, K'_2, k, h_2, h'_2)$

Explicitons les éléments de cette fonction de coût :

$f_1(E_1) = A E_1^m$ avec $m > 1$ (cf paragraphe précédent)

$f'_1(K_1) = B K_1$ (choisie la plus simple possible dans cet exemple particulier)

$f_2(E_2, K_2) = f_2(E_2, K_2, k, N)$ comme on l'a vu dans l'exposé de la 1ère approche, dans le cas du schéma b "plus d'électricité" utilisé ici.

Cette fonction est fonction de 4 paramètres indépendants^(*).

$g_1(E_1, h_1) = C_1 h_1 E_1$; C_1 étant le coût proportionnel de l'énergie correspondant à l'unité d'eau produite dans l'unité de temps par l'usine E_1

$g'_1(K_1, h'_1) = d_1 h'_1 K_1$; d_1 étant le coût proportionnel de l'énergie correspondant à l'unité d'électricité produite dans l'unité de temps par l'usine K_1

$g_2(E_2, K'_2, k, h_2, h'_2)$ ayant deux expressions : durant le temps h_2 le coût de l'unité d'énergie est C_2 et le coût proportionnel : $C_2 K'_2 h_2$. Durant le temps h'_2 s'ajouteront des frais supplémentaires dus à la mise en service de k soit $C'_2 k h'_2$.

* Cependant, il ne s'agit pas de la même fonction puisque celle de la première approche incluait des frais proportionnels qui sont disjointes dans le présent modèle. Dans la suite du raisonnement, on a utilisé la fonction de coût correspondant à "plus d'eau" dans les calculs pratiques, on a, dans son domaine propre, utilisé de la même façon, la fonction correspondant au schéma linéaire.

In general C'_2 will be $< C_2$

The cost function is then written :

$$\varphi = A E_1^m + B K_1 + f_2(E_2, K_2, k, N) + C_1 h_1 E_1 + d_1 h'_1 K_1 + C_2 K'_2 h_2 + C_2 k h'_2$$

The Lagrange form F is then

$$\begin{aligned} \varphi(E_1, E_2, K_1, K'_2, k, N, h_1, h_2, h'_1, h'_2) + \lambda [K - K_1 - K'_2 - k] \\ + \mu [E - E_1 - E_2] + \nu [K_h - K_1 h'_1 - K'_2 h_2 - k h'_2] \\ + \chi [E_h - E_1 h_1 - E_2 h_2] + \theta [h'_2 - h_2] \\ + \xi [h_2 - h'_1] + \pi [h_2 - h_1] \end{aligned}$$

Assuming that a solution exists, and thus that the first order derivatives of the Lagrange form cancel out, we obtain : (if not, it will be necessary to study the inequalities $\frac{\partial F}{\partial x} > 0$)

$$\frac{\partial F}{\partial E_1} = m A E_1^{m-1} + C_1 h_1 - \mu - \chi h_1 = 0 \quad (30)$$

$$\frac{\partial F}{\partial K_1} = B + d_1 h'_1 - \lambda - \nu h'_1 = 0 \quad (31)$$

$$\frac{\partial F}{\partial E_2} = \frac{\partial f_2}{\partial E_2} - \mu - \chi h_2 = 0 \quad (32)$$

$$\frac{\partial F}{\partial K'_2} = \frac{\partial f_2}{\partial K'_2} + C_2 h_2 - \lambda - \nu h_2 = 0 \quad (33)$$

$$\frac{\partial F}{\partial k} = \frac{\partial f_2}{\partial k} + C'_2 h'_2 - \lambda - \nu h'_2 = 0 \quad (34)$$

$$\frac{\partial F}{\partial N} = 0 = -\frac{\partial f_c}{\partial N} \quad (35)$$

. En général C'_2 sera $< C_2$

La fonction de coût s'écrit alors :

$$\varphi = A E_1^m + B K_1 + f_2(E_2, K_2, k, N) + C_1 h_1 E_1 + d_1 h'_1 K_1 + C_2 K'_2 h_2 + C_2 k h'_2$$

La forme de Lagrange F est alors :

$$\begin{aligned} \varphi(E_1, E_2, K_1, K'_2, k, N, h_1, h_2, h'_1, h'_2) + \lambda [K - K_1 - K'_2 - k] \\ + \mu [E - E_1 - E_2] + \nu [K_h - K_1 h'_1 - K'_2 h_2 - k h'_2] \\ + \chi [E_h - E_1 h_1 - E_2 h_2] + \theta [h'_2 - h_2] \\ + \xi [h_2 - h'_1] + \pi [h_2 - h_1] \end{aligned}$$

Admettant qu'il existe une solution, donc que les dérivées du premier ordre de la forme de Lagrange s'annulent, on obtient : (dans le cas contraire, il sera nécessaire d'étudier les inégalités $\frac{\partial F}{\partial x} \geq 0$)

$$\frac{\partial F}{\partial E_1} = m A E_1^{m-1} + C_1 h_1 - \mu - \chi h_1 = 0 \quad (30)$$

$$\frac{\partial F}{\partial K_1} = B + d_1 h'_1 - \lambda - \nu h'_1 = 0 \quad (31)$$

$$\frac{\partial F}{\partial E_2} = \frac{\partial f_2}{\partial E_2} - \mu - \chi h_2 = 0 \quad (32)$$

$$\frac{\partial F}{\partial K'_2} = \frac{\partial f_2}{\partial K'_2} + C_2 h_2 - \lambda - \nu h_2 = 0 \quad (33)$$

$$\frac{\partial F}{\partial k} = \frac{\partial f_2}{\partial k} + C'_2 h'_2 - \lambda - \nu h'_2 = 0 \quad (34)$$

$$\frac{\partial F}{\partial N} = 0 = -\frac{\partial f_c}{\partial N} \quad (35)$$

$$\frac{\partial F}{\partial h_1} = C_1 E_1 - \lambda E_1 - \pi = 0 \quad (36)$$

$$\frac{\partial F}{\partial h'_1} = d_1 k_1 - \lambda K_1 - \pi = 0 \quad (37)$$

$$\frac{\partial F}{\partial h_2} = C'_2 K'_2 - \lambda K'_2 - \lambda E_2 - \theta + \pi = 0 \quad (38)$$

$$\frac{\partial F}{\partial h'_2} = C'_2 k - \lambda k + \theta = 0 \quad (39)$$

Of course there are as many equations as unknowns : 14.
It will be noted that if $h_1 = h_2 = h'_1 = h'_2$ there will only be one optimum plant and no combination.

If the constraints (27) (28) (29) are satisfied as inequalities, θ , π and λ are = 0 and the equations (30) to (39) are simplified. It is seen in particular that $\lambda = C_1$ (eq. 36) and $\lambda = d_1$; transferred to (31) the value of λ gives that of λ as a function of h'_1 . It is thus possible gradually and in simple cases to define a formulation of the problem which is easier to handle than the programme above. However, the internal coherence of this programme and its convexity range remain open to discussion. This requires developments which cannot be included in this note.

We shall merely give a numerical application in the case of a simpler formulation.

Let there be the following constraints to satisfy :

$$\begin{aligned} K &= 300 \text{ MW} \\ E &= 300,000 \text{ m}^3/\text{day} \\ K_h &= 1,400,000 \text{ MWh/year} \\ E_h &= 58,000,000 \text{ m}^3/\text{year} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial F}{\partial h_1} = C_1 E_1 - \lambda E_1 - \pi = 0 \quad (36)$$

$$\frac{\partial F}{\partial h'_1} = d_1 K_1 - \lambda K_1 - \pi = 0 \quad (37)$$

$$\frac{\partial F}{\partial h_2} = C'_2 K'_2 - \lambda K'_2 - \lambda E_2 - \theta + \pi = 0 \quad (38)$$

$$\frac{\partial F}{\partial h'_2} = C'_2 k - \lambda k + \theta = 0 \quad (39)$$

Bien entendu il y a autant d'équations que d'inconnues : 14

On notera que si $h_1 = h_2 = h'_1 = h'_2$ il n'existera qu'une seule installation optimale et plus de combinaison.

Si les contraintes (27) (28) (29) sont satisfaites en tant qu'inégalités, θ , π et λ sont = 0 et les équations (30) à (39) se simplifient. On constate en particulier que $\lambda = C_1$ (eq. 36) et $\lambda = d_1$. Reportée dans (31) la valeur de λ permet d'atteindre celle de λ en fonction h'_1 . On peut ainsi de proche en proche et dans des cas simples définir une formulation du problème plus aisée à manier que le programme ci-dessus. Mais il reste à discuter de la cohérence interne de ce programme et de son domaine de convexité. Ceci exige des développements qui ne peuvent s'intégrer dans les limites de ce mémoire.

On va seulement donner une application numérique, dans le cas d'une formulation plus simple.

Soit à satisfaire les contraintes suivantes :

$$\begin{aligned} K &= 300 \text{ MW} \\ E &= 300\,000 \text{ m}^3/\text{j} \\ K_h &= 1\,400\,000 \text{ MWh/an} \\ E_h &= 58\,000\,000 \text{ m}^3/\text{an} \end{aligned}$$

With $A = 0.15 \times 10^{-3}$ $m = 2$ $B = 15$

$C_1 = 3$ $C'_1 = 0$ $C_2 = 6$ $C'_2 = 0$

A and B are expressed in units of account

C_1 and C_2 in thousandths of a unit of account

It is found that the optimum solution corresponds to the following characteristics:

technique 1 supplies 100 MW and 100,000 m³/day as contribution to the peak
technique 2 supplies 200 MW and 200,000 m³/day as contribution to the peak
operating for 4,000 hours per year, while technique 1 operates for 6,000 hours.

The annual expenses corresponding to this optimum solution are 18 million units of account. If only one technique had been used, 22 millions would have been spent for technique 1 (double plant) and approximately 20 millions for technique 2 on its own (mixed plant).

4*) Conclusion on the 2nd approach

The purpose of this second approach was above all to try to give a concrete idea of the "competition" between the two types of plant for objectives similar to actual objectives. It is seen that it is not simple but its resolution is considerably assisted by exploration of models of the first approach.

Avec $A = 0,15 \times 10^{-3}$ $m = 2$ $B = 15$

$C_1 = 3$ $C'_1 = 0$ $C_2 = 6$ $C'_2 = 0$

A et B sont exprimés en unités de compte

C_1 et C_2 en millièmes d'unités de compte

On trouve que la solution optimale correspond aux caractéristiques suivantes :
la technique 1 fournit 100 MW et 100 000 m³/j comme contribution à la pointe.
La technique 2 fournit 200 MW et 200 000 m³/j comme contribution à la pointe,
en fonctionnant 4 000 heures par an, alors que la technique 1 fonctionne 6 000 heures.

Les dépenses annuelles correspondant à cette solution optimale sont de 18 millions d'unités de compte. Si on avait utilisé une seule technique, on aurait dépensé 22 millions pour la seule technique 1 (installation double) et 20 millions environ pour la seule technique 2 (installation mixte).

4*) Conclusion de cette 2^e approche

Cette deuxième approche avait surtout pour but d'essayer de concrétiser le problème de "concurrence" entre les deux types d'installation pour des objectifs voisins des objectifs réels. On voit qu'il n'est pas simple mais que sa résolution est fortement aidée par la prospection des modèles de la première approche.

IV - 3rd Approach - OPTIMUM DIMENSIONS OF PLANTS WHEN THERE ARE WATER AND ELECTRICITY DEMAND FUNCTIONS

1°) General considerations

It is now a question of using the results of the 1st approach in which the objectives E and K were set, to resolve the problem of the adaptation of a mixed desalination plant to the water and electricity demands

$D_E(Q_E, P_E)$ and $D_K(Q_K, P_K)$ where Q_E and Q_K are the quantities of water demanded corresponding to the prices P_E and P_K .

These demands are assumed to be valid for a given period and no allowance will be made either for changes in these demands in time, or for the pattern of demand (peak, base, etc...). This third approach is in some ways parallel to the second approach, where such a pattern was assumed without assuming the existence of a demand curve $D(P, Q)$. Moreover, the introduction of a dynamic element into the model raises programming difficulties which will not be dealt with here.

The problem set is as follows : taking into account the existence of demand curves, what are the optimum dimensions (and the corresponding tariffs) for each type of mixed desalination plant and which is the most suitable type ?

The simplest method of solving it is to find the optimum characteristics for each type of plant and then compare the results. The problem thus reduces to defining these optimum characteristics.

IV - 3° Approche - DIMENSIONS OPTIMALES DES INSTALLATIONS LORSQU'IL EXISTE DES FONCTIONS DE DEMANDE D'EAU ET D'ELECTRICITE

1°) Considérations générales

Il s'agit, maintenant d'utiliser les résultats de la 1° approche dans laquelle on s'était fixé des objectifs E et K pour résoudre le problème de l'adaptation d'une installation mixte de dessalement aux demandes d'eau et d'électricité $D_E(Q_E, P_E)$ et $D_K(Q_K, P_K)$ ou Q_E et Q_K sont les quantités d'eau demandées correspondant aux prix P_E et P_K .

Ces demandes sont supposées valables pour une période déterminée, il ne sera tenu compte ni de l'évolution de ces demandes dans le temps, ni de la structure de cette demande (en pointe, en base, etc...). Cette troisième approche est en quelque sorte parallèle à la deuxième approche où on admettait une telle structure, mais sans admettre l'existence d'une courbe de demande $D(P, Q)$. Par ailleurs, la dynamisation du modèle soulève des difficultés de programmation qu'on n'abordera pas ici.

Le problème que l'on se pose est le suivant : compte-tenu de l'existence de courbes de demande, quelles sont les dimensions optimales (et les tarifs correspondants) de chaque type d'installation mixte de dessalement et quel est le type le mieux adapté ?

La méthode la plus simple pour le résoudre consiste à chercher les caractéristiques optimales pour chaque type d'installation puis de comparer les résultats entre eux. Le problème revient donc à définir ces caractéristiques optimales.

To do this one can assume three cases in regard to the running of the plant :

- A - Run by a private firm whose criterion is maximum profits
- B - Run by a public corporation aiming at maximum "surpluses" for the community, i.e. price equals marginal cost.
- C - Finally this public corporation may be subject to a budgetary constraint which raises certain problems, as such plants work at increasing return to scale.

2°) Review of the significance of the collective utility function and the concept of surplus

Before tackling the problem of determining optimum management, it is necessary to define the hypotheses and postulates on which the calculations will be based in case (B) and (C)

a - The collective utility function

The following paragraph is taken from an as yet unpublished paper by M. FOURGEAUD^{*}.

"We may try to define, as Samuelson proposed, a collective utility function W .
"A transformation of the economy will be considered desirable if the corresponding "variation dW is positive.

$$dW = \sum_k \frac{\partial W}{\partial U(k)} dU(k)$$

* (14) Professeur FOURGEAUD - L'avantage collectif (the collective advantage)
(draft version - 9 th May 1966) - Faculté de Droit et des Sciences Economiques de Paris.

On peut pour cela se placer dans trois cas en ce qui concerne la gestion de l'installation :

- A - On peut admettre que la gestion est assurée par une firme privée dont le critère est la maximisation du profit
- B - Cette gestion peut être une entreprise publique maximisant les "surplus" de la collectivité, c'est-à-dire égalisant prix et coût marginal
- C - Cette entreprise publique peut enfin être astreinte à une contrainte budgétaire, ce qui pose certains problèmes, ces installations étant à rendement croissant.

2°) Rappel sur la signification de la fonction d'utilité collective et la notion de surplus

Avant d'aborder le problème de détermination de gestion optimale, il faut préciser les hypothèses et les postulats sur lesquels vont reposer les calculs dans le cas (B) et (C).

a - La fonction d'utilité collective

La paragraphe qui suit est extrait d'un exposé encore inédit de M. FOURGEAUD^(*).

"On peut songer à définir, comme l'a proposé Samuelson, une fonction d'utilité "collective W . Une transformation de l'économie sera considérée comme souhaitable "si la variation correspondante dW est positive.

$$dW = \sum_k \frac{\partial W}{\partial U(k)} dU(k)$$

(*) (14) M. le Professeur FOURGEAUD - L'avantage collectif (rédaction provisoire - 9 mai 1966) - Faculté de Droit et des Sciences Economiques de Paris.

" $\frac{\partial W}{\partial U(k)}$ is the variation in collective utility associated with the variation in satisfaction of the individual k . We recall that $dU(k) = \lambda^{(k)} \sum_i p_i dq_i^{(k)}$ (i designating the commodities), $\lambda^{(k)}$ being the marginal utility of income for the individual k for the reference situation defined by the consumption $q_i^{(k)}$. So that :

$$dW = \sum_k \frac{\partial W}{\partial U(k)} \lambda^{(k)} \sum_i p_i dq_i^{(k)}$$

$$\text{if } \frac{\partial W}{\partial U(k)} \lambda^{(k)} = 1$$

$$dW = \sum_i p_i \sum_k dq_i^{(k)} = \sum p_i dQ_i$$

"the condition (1) signifies that the community attaches the same utility to a variation in income whoever the individual who benefits from it. This is the situation called "optimum distribution of income" .

M. FOURGEAUD also quotes the study of Ken Ichi Inada^{*} which establishes the possibility of the existence of a collective utility function as a linear combination of individual utilities, if there is a "constant utility of money". This concept is due to Hicks. It may be recalled in this connection that when studying the "consumer surplus" Hicks^{**} established that this surplus is equal to "the area situated below the demand curve" only if the utility of money "is constant", i.e. as long as the effects of "income" can be disregarded and only substitution effects resulting from the compensated income are retained. Similar conclusions are drawn by Samuelson^{***}.

* (15) Ken Ichi Inada - On the welfare economics function - Econometrica - July 1964.

** (16) J.R. Hicks - Valeur et Capital (Value and Capital) - Dunod p. 33-34. and appendices p. 306-307.

*** (17) Samuelson - Les fondements de l'analyse économique (The fundamentals of economic analysis) - Gauthier-Villars - p. 261-266.

" $\frac{\partial W}{\partial U(k)}$ est la variation d'utilité collective associée à la variation de "satisfaction de l'individu k . Rappelons que $dU(k) = \lambda^{(k)} \sum_i p_i dq_i^{(k)}$ (i désignant les biens), $\lambda^{(k)}$ étant l'utilité marginale du revenu pour l'individu k pour la situation de référence définie par les consommations $q_i^{(k)}$. De sorte que :

$$dW = \sum_k \frac{\partial W}{\partial U(k)} \lambda^{(k)} \sum_i p_i dq_i^{(k)}$$

$$\text{si } \frac{\partial W}{\partial U(k)} \lambda^{(k)} = 1$$

$$dW = \sum_i p_i \sum_k dq_i^{(k)} = \sum p_i dQ_i$$

"La condition (1) signifie que la collectivité attache la même utilité à une variation de revenu quel que soit l'individu qui en bénéficie. C'est la situation appelée "distribution optimale du revenu" .

Monsieur FOURGEAUD cite par ailleurs l'étude de M. Ken Ichi Inada^(*) qui établit la possibilité d'existence d'une fonction d'utilité collective, combinaison linéaire des utilités individuelles, s'il existe une "utilité constante de la monnaie". Concept dû à Hicks. On peut rappeler à ce sujet, qu'étudiant le "surplus du consommateur" Hicks établit^{**} que ce surplus n'est égal "à la surface située au-dessous de la courbe de demande" que si l'utilité de la monnaie "est constante", c'est-à-dire aussi longtemps que l'on peut négliger les effets de "revenus" pour ne garder que les effets de substitution issus du revenu compensé. Des conclusions analogues sont établies par Samuelson^{***}.

* (15) Ken Ichi Inada - On the welfare economics fonction - Econometrica - Juillet 1964.

** (16) J.R. HICKS - Valeur et Capital - Dunod p. 33-34 et annexes p. 306-307

*** (17) SAMUELSON - Les fondements de l'analyse économique - Gauthier-Villars p. 261 à 266.

b - The theory of surpluses

It is therefore within the framework of a collective utility function, involving an optimum distribution of income and a constant utility of money, accompanied by substitution effects much greater than income effects, which are considered negligible, that we must place any reference to the theory of surpluses. Furthermore, LESOURNE has shown^{*} that it was possible to pass from a state E_1 to a state E_2 of the economy involving "structural transformations" by a succession of marginal transformations with certain restrictions, in particular by postulating the existence of a collective utility function and an optimum distribution of incomes.

If these structural transformations concern only a very limited number of "commercial" commodities (i.e. which can be bought and sold on a market) the theory of surpluses takes a fairly simple form.

With only one commodity, for example, and full employment of natural resources, M. FOURGEAUD^{**} recalls that :

$$\int_1^2 \sum_i P_i(t) dQ_i(t) = \sum_j \int_1^2 \sum_i P_i(t) dq_{ij}(t)$$

q_{ij} being the commodity i produced (or consumed) by the corporation j in the structural transformation (1)-(2) which is assumed to introduce the time t .

" $\sum P_i(t) dq_{ij}(t)$ represents the contribution of the company to the collective advantage. In the marginal transformation $E(t) - E(t+dt)$ it is the difference between receipts at constant price $+\sum_i p(t) dq_{ij}(t)$ and the corresponding expenditure $-\sum_i p(t) dq_{ij}(t)$

"at the company's marginal cost. The contribution of a corporation to the overall advantage can be positive and the variation in nominal income negative. This is the case of increasing returns.

b - La théorie des surplus

C'est donc dans le cadre de l'existence d'une fonction d'utilité collective impliquant une distribution optimale des revenus et une utilité constante de la monnaie accompagnée d'effets de substitution très supérieurs aux effets de revenus considérés comme négligeables, qu'il faut placer toute référence à la théorie des surplus. D'autre part, LESOURNE a montré^{*} que l'on pouvait passer d'un état E_1 à un état E_2 de l'économie impliquant des "transformations structurelles" par une suite de transformations marginales avec certaines restrictions en particulier en postulant l'existence d'une fonction d'utilité collective et une distribution optimale des revenus.

Si ces transformations structurelles ne concernent qu'un nombre très limité de biens "marchands" (c'est-à-dire pouvant faire l'objet de transaction sur un marché) la théorie des surplus prend une forme assez simple.

S'il n'y a qu'un seul bien par exemple et dans le cas du plein emploi des ressources naturelles, M. FOURGEAUD^{**} rappelle que :

$$\int_1^2 \sum_i P_i(t) dQ_i(t) = \sum_j \int_1^2 \sum_i P_i(t) dq_{ij}(t)$$

" q_{ij} étant le bien i produit (ou consommé) par l'entreprise j dans la transformation structurelle (1)-(2) qui est supposée faire intervenir le temps t .

" $\sum P_i(t) dq_{ij}(t)$ représente la contribution de l'entreprise à l'avantage collectif. C'est la différence dans la transformation marginale $E(t) - E(t+dt)$

"entre les recettes à prix constant $+\sum_i p(t) dq_{ij}(t)$ et la dépense

"correspondante $-\sum_i p(t) dq_{ij}(t)$

"qui s'identifie au coût marginal de l'entreprise. La contribution d'une entreprise à l'avantage global peut être positive et la variation du revenu nominal négative. C'est le cas des rendements croissants".

.../...

* (18) J. LESOURNE - Le calcul économique (Economic calculation) - Dunod - p. 61 et seq.

** Study quoted previously.

* (18) J. LESOURNE - Le calcul économique - DUNOD - p. 61 et suite
** - Etude déjà citée.

In the present problem this is what we found.

Moreover, if in order to solve this problem, it is necessary to postulate the principle of the existence of a collective utility function and optimum distribution of income, which assumes negligible income effects when the price of the commodities which form the subject of the transformation varies, it seems realistic to consider that in the case of both water and electricity the "income effects" are negligible compared with all expenditure on the other commodities. The proportion of individual or collective expenditure devoted to the two products is, in fact, very small. In addition, the problem with which we are dealing relates to successive installations, each with a local character interfering little with the remainder of the country's economy. It is also possible to assume that in the majority of cases the demands corresponding to these two commodities are independent.

It may therefore seem reasonably justified, at least for a first analysis, to seek the optimum characteristics of the desalination plants within the theory of surpluses, taking as significant data the demand curves for water and electricity, which are assumed to be known, and drawn up within a coherent economic framework with all the calculations which are to be described. Of course, the problem of determining these curves, which is particularly difficult, will not be dealt with here because it calls for lengthy exposition. The theory of surpluses, as M. MASSE[†] recalls, has already been used to prepare the way for national decisions (cf. Gaz de Lacq). Of course it is necessary in actual cases to study the distribution of incomes in the state E_1 and E_2 . In practice this will almost always be necessary but nevertheless it is useful to base a first analysis on the theory of surpluses.

3°) Statement of the problem

We shall argue on the basis of demand curves chosen as particularly representative : for water, the curve with constant elasticities shown in fig. 8, and for electricity the curve in fig. 9;

In the following exposition, we shall use systematically the numerical results established from models of the 1st approach, in particular the calculated marginal costs.

† (19) P. MASSE - Le choix des investissements (The choice of investments) - Dunod 1959 - p. 431 et seq.

Dans le présent problème, c'est ce que nous constatons.

Par ailleurs, s'il est nécessaire d'admettre comme un postulat pour pouvoir résoudre ce problème, le principe de l'existence d'une fonction d'utilité collective et d'une distribution optimale de revenu qui suppose des effets de revenus négligeables lorsque varie le prix des biens qui font l'objet de la transformation, il semble réaliste de considérer que, tant dans le cas de l'eau que de l'électricité, les "effets de revenus" sont négligeables vis-à-vis de l'ensemble des dépenses des autres biens. En effet, la part consacrée à l'un et à l'autre produit dans les dépenses individuelles ou collectives sont très faibles. De plus, le problème qui nous occupe, se rapporte à des installations successives ayant chacune un caractère local interférant peu avec le reste de l'économie du pays. On peut d'autre part, également admettre que dans la majorité des cas, les demandes correspondant à ces deux biens, sont indépendantes.

De sorte qu'il peut paraître suffisamment justifié au moins pour une première analyse, de chercher les caractéristiques optimales des installations de dessalement dans le cadre de la théorie des surplus, en prenant comme données significatives les courbes de demande d'eau et d'électricité supposées connues et établies dans un cadre économique cohérent avec l'ensemble des calculs que l'on va exposer. Bien entendu, le problème de la détermination de ces courbes, particulièrement délicate, ne sera pas traité ici parce que justifiant à elle-seule de nombreux développements. Aussi bien, comme le rappelle M. MASSE[†], la théorie des surplus a déjà été utilisée pour préparer des décisions nationales (cf. Gaz de Lacq). Bien entendu, il est nécessaire dans des cas concrets d'étudier la distribution des revenus dans l'état E_1 et E_2 . Pratiquement, cela sera presque toujours nécessaire, néanmoins, il est utile d'axer une première analyse sur la théorie des surplus.

3°) Exposé du problème

On va raisonner sur des courbes de demande choisies comme particulièrement représentatives : pour l'eau, la courbe à élasticités constantes représentée sur la fig. 8, pour l'électricité, la courbe de la fig. 9.

Dans ce qui va suivre, on utilisera systématiquement les résultats numériques établis à partir des modèles de la 1^{re} approche en particulier, les coûts marginaux calculés.

† (19) P. MASSE - Le choix des investissements - DUNOD 1959 - p. 431 et suite.

A - Case of the private monopoly

The criterion is maximisation of profits : B

$$B = P_E E + P_K K - D(K, E)$$

where $D(K, E)$ is expenditure during the period in question

$$\text{We must write } \frac{\partial B}{\partial E} = 0 \quad \frac{\partial B}{\partial K} = 0$$

verifying that the quadratic form

$$\frac{\partial^2 B}{\partial E^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial K^2} - \frac{\partial^2 B}{\partial E \partial K} > 0 \text{ avec } \frac{\partial^2 B}{\partial E^2} > 0$$

and verify that this local extreme is also an absolute extreme

$$\frac{\partial B}{\partial E} = \frac{\partial P_E}{\partial E} E + P_E - C_E^*(E, K) = 0 \quad (40)$$

$$\frac{\partial B}{\partial K} = \frac{\partial P_K}{\partial K} K + P_K - C_K^*(E, K) = 0 \quad (41)$$

where C_E^* and C_K^* are the optimum marginal costs for the pair (E, K) obtained in the "first approach". Marginal costs are defined by explicit functions which will not be reproduced here.

$$C_E^* = C_E(E, K) \\ C_K^* = C_K(E, K)$$

The first two terms of the 2nd member of (40) and (41) represent marginal receipts $R(E)$ and $R(K)$. We therefore have to resolve

$$R(E) = C_E(E, K) \quad (42)$$

$$R(K) = C_K(E, K) \quad (43)$$

which is done either by successive approximations (taking into account the heterogeneity of the functions C_E and C_K and the existence of the three ranges.)

It is necessary of course to confirm that we are at a minimum and not a maximum by examining the sign of the quadratic forms, because marginal costs are generally decreasing with E and K .

A - Cas du monopole privé

Le critère est la maximisation des bénéfices : B

$$B = P_E E + P_K K - D(K, E)$$

ou $D(K, E)$ sont les dépenses durant la période considérée.

$$\text{Il faut écrire } \frac{\partial B}{\partial E} = 0 \quad \frac{\partial B}{\partial K} = 0$$

en vérifiant que la forme quadratique

$$\frac{\partial^2 B}{\partial E^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial K^2} - \frac{\partial^2 B}{\partial E \partial K} > 0 \text{ avec } \frac{\partial^2 B}{\partial E^2} > 0$$

et vérifier que cet extremum local est aussi un extremum absolu

$$\frac{\partial B}{\partial E} = \frac{\partial P_E}{\partial E} E + P_E - C_E^*(E, K) = 0 \quad (40)$$

$$\frac{\partial B}{\partial K} = \frac{\partial P_K}{\partial K} K + P_K - C_K^*(E, K) = 0 \quad (41)$$

où C_E^* et C_K^* sont les coûts marginaux optimum pour le couple (E, K) obtenus dans la "première approche". Les coûts marginaux sont définis par des fonctions explicites qu'on ne reproduira pas ici. $C_E^* = C_E(E, K)$

$$C_K^* = C_K(E, K)$$

Les deux premiers termes du 2° membre de (40) et (41) représentent les recettes marginales $R(E)$ et $R(K)$. On a donc à résoudre

$$R(E) = C_E(E, K) \quad (42)$$

$$R(K) = C_K(E, K) \quad (43)$$

ce qui se fait par

approximations successives (compte tenu de l'hétérogénéité des fonctions C_E et C_K et de l'existence des trois domaines.)

Il faut bien entendu vérifier qu'on est à un minimum et non à un maximum par l'examen du signe des formes quadratiques, étant donné la forme généralement décroissante avec E et K des coûts marginaux.

B - Case of the public monopoly

Here, it is a matter of maximising the "surplus" on the production of water and electricity, i.e. of equalising marginal costs and the prices, viz :

$$P_E(E) = C_E(E, K) \quad (44)$$

$$P_K(K) = C_K(E, K) \quad (45)$$

the resolution is carried out as in case A.

C - Case of the public monopoly required to balance its budget

The maximisation of the surplus is written :

$$\max. S = \int_0^E P_E dE + \int_0^K P_K dK - D(E, K) \quad (46)$$

seeking solutions in the range $D_{E,K}$ which has been imposed.

It can be written that $\int_0^E = \int_0^{E_1} + \int_{E_1}^E$

where $\int_0^{E_1}$ represents a zone corresponding to existing water resources

and exempt from the decisions relating to the present problem ; we thus obtain the relation (44) and (45) above, by looking for the non-bound maximisation of S

The budgetary condition is written

$$P_E \cdot E + P_K \cdot K - D(E, K) = 0 \quad (47)$$

Taking the Langrange form :

$$S + \lambda [P_E \cdot E + P_K \cdot K - D(E, K)]$$

B - Cas du monopole public

Il s'agit alors de maximiser le "surplus" relatif à la production d'eau et à la production d'électricité, c'est-à-dire égaliser les coûts marginaux et les prix, soit :

$$P_E(E) = C_E(E, K) \quad (44)$$

$$P_K(K) = C_K(E, K) \quad (45)$$

la résolution est conduite comme dans le cas A.

C - Cas du monopole public astreint à l'équilibre budgétaire

La maximisation du surplus s'écrit :

$$\max. S = \int_0^E P_E dE + \int_0^K P_K dK - D(E, K) \quad (46)$$

en cherchant des solutions dans le domaine $D_{E,K}$ qu'on s'est imposé.

On peut écrire $\int_0^E = \int_0^{E_1} + \int_{E_1}^E$

où $\int_0^{E_1}$ correspond à une zone correspondant aux ressources d'eau existantes et échappant aux décisions concernant le présent problème, on obtient donc la relation (44) et (45) ci-dessus, en cherchant la maximisation non liée de S

La condition budgétaire s'écrit :

$$P_E \cdot E + P_K \cdot K - D(E, K) = 0 \quad (47)$$

Ecrivons la forme de Lagrange :

$$S + \lambda [P_E \cdot E + P_K \cdot K - D(E, K)]$$

We must obtain for the optimum solutions :

$$P_E - \frac{\partial D}{\partial E} + \lambda \left[P_E + E \frac{\partial P_E}{\partial E} - \frac{\partial D}{\partial E} \right] = 0$$

$$P_K - \frac{\partial D}{\partial K} + \lambda \left[P_K + K \frac{\partial P_K}{\partial K} - \frac{\partial D}{\partial K} \right] = 0$$

$$P_E - C_E^*(E, K) + \lambda \left[P_E + E \frac{\partial P_E}{\partial E} - C_E^*(E, K) \right] = 0 \quad (48)$$

$$P_K - C_K^*(E, K) + \lambda \left[P_K + K \frac{\partial P_K}{\partial K} - C_K^*(E, K) \right] = 0 \quad (49)$$

$$\frac{P_K - C_K^*(E, K)}{P_K + K \frac{\partial P_K}{\partial K} - C_K^*(E, K)} = \frac{P_E - C_E^*(E, K)}{P_E + E \frac{\partial P_E}{\partial E} - C_E^*(E, K)} \quad (50)$$

Equation (50) combined with equation (47) makes it possible in principle to resolve the problem by successive approximations, since there are two unknowns E and K . It is necessary of course to check that we are at a minimum and not a maximum.

λ defines the loss of collective utility due to the budgetary constraint. We may also postulate :

$$\text{elasticity} : = \epsilon_E = \frac{dP_E}{P_E} / \frac{dE}{E}$$

(Similarly for ϵ_K). This would give :

$$P_E - C_E + \lambda (P_E - C_E + \epsilon_E P_E) = 0$$

$$(P_E - C_E)(1 + \lambda) + \lambda P_E \epsilon_E = 0$$

hence : $\frac{P_E - C_E}{P_E} = -\frac{\lambda}{1 + \lambda} \epsilon_E$ similarly for K . (51)

On doit obtenir pour les solutions optimales :

$$P_E - \frac{\partial D}{\partial E} + \lambda \left[P_E + E \frac{\partial P_E}{\partial E} - \frac{\partial D}{\partial E} \right] = 0$$

$$P_K - \frac{\partial D}{\partial K} + \lambda \left[P_K + K \frac{\partial P_K}{\partial K} - \frac{\partial D}{\partial K} \right] = 0$$

$$P_E - C_E^*(E, K) + \lambda \left[P_E + E \frac{\partial P_E}{\partial E} - C_E^*(E, K) \right] = 0 \quad (48)$$

$$P_K - C_K^*(E, K) + \lambda \left[P_K + K \frac{\partial P_K}{\partial K} - C_K^*(E, K) \right] = 0 \quad (49)$$

soit $\frac{P_K - C_K^*(E, K)}{P_K + K \frac{\partial P_K}{\partial K} - C_K^*(E, K)} = \frac{P_E - C_E^*(E, K)}{P_E + E \frac{\partial P_E}{\partial E} - C_E^*(E, K)} \quad (50)$

L'équation (50) jointe à l'équation (47) permet en principe de résoudre le problème puisqu'il y a deux inconnues E et K , par approximations successives. Il faut bien entendu vérifier que l'on est à un minimum et non à un maximum.

λ définit la perte d'utilité collective due à la contrainte budgétaire.

On peut également poser : élasticité $= \epsilon_E = \frac{dP_E}{P_E} / \frac{dE}{E}$

(de même pour ϵ_K). On aurait alors :

$$P_E - C_E + \lambda (P_E - C_E + \epsilon_E P_E) = 0$$

$$(P_E - C_E)(1 + \lambda) + \lambda P_E \epsilon_E = 0$$

d'où : $\frac{P_E - C_E}{P_E} = -\frac{\lambda}{1 + \lambda} \epsilon_E$ de même pour K (51)

M. BOITEUX, who applied these calculations in a more general context^{*}, criticises the use of the method of surpluses when there is a budgetary constraint. The expression (51) signifies that the relative difference between price and marginal cost must be proportional to the elasticity of the commodity in question, i.e. the differences between price and marginal cost must be proportional to the variations in price which would lead to the same relative increase in demand for all the commodities produced by the corporation. This result resembles those obtained directly by M. BOITEUX by the strict calculation, which follows :

"The elementary differences for a corporation subjected to a budgetary condition
"are proportional to the variations in price which, accompanied by a compensating
"variation in incomes, would produce the same increase in total demand".

M. BOITEUX first criticises the apparent analogy of the two propositions. He insists in his proposition that the variations in price must be accompanied by a compensating variation in incomes, which is not explicit in the first proposition derived from surpluses. This has already been answered at the beginning of this chapter, by the explanation that the income effects are considered negligible compared with the effects of substitution in the particular case of a local desalination plant.

In addition, M. BOITEUX considers that the surplus method leads to a rule fixing the difference between prices and marginal costs but that "the combination of production factors should be included in the same way as the production programme. There is no doubt, says M. BOITEUX, that the loss in social yield resulting from the budgetary link will be smaller, the more the factors". In other words, M. BOITEUX' conclusions should be extended not only to the phenomena occurring subsequent to the production of the commodities in question, as the surplus theory does, but also prior to it, i.e. at the level of the factors of production.

* (20) M. BOITEUX - Sur la gestion des monopoles publics astreints à l'équilibre budgétaire (The management of public monopolies required to balance their budget) - *Econometrica* - January 1956

Monsieur BOITEUX qui a repris ces calculs dans un cadre plus général^{*} critique l'utilisation de la méthode des surplus lorsqu'il existe une contrainte budgétaire. En effet l'expression (51) signifie que l'écart relatif entre prix et coût marginal doit être proportionnel à l'élasticité du bien considéré, c'est-à-dire que les écarts entre prix et coût marginal doivent être proportionnels aux variations de prix qui entraîneraient un même accroissement relatif de la demande de tous les biens produits par l'entreprise. Ce résultat ressemble à ceux qu'obtient directement M. BOITEUX par le calcul rigoureux suivant :

"Les écarts élémentaires relatifs à une entreprise soumise à une condition
"budgétaire sont proportionnels aux variations de prix, qui, accompagnées d'une
"variation compensatrice de revenus, entraîneraient un même accroissement de
"la demande totale".

Monsieur BOITEUX critique d'abord l'analogie apparente des deux propositions. Il insiste en effet, dans sa proposition sur la nécessité pour les variations de prix d'être accompagnées d'une variation compensatrice des revenus ce qui n'est pas explicite dans la première proposition dérivée des surplus. Ce à quoi on a déjà répondu au début de ce chapitre en précisant que les effets de revenus sont jugés négligeables devant les effets de substitution dans le cas particulier d'une installation locale de dessalement.

De plus, M. BOITEUX estime que la méthode des surplus conduit à une règle fixant l'écart entre prix et coûts marginaux mais que "l'aménagement des facteurs de production doit être mis en cause au même titre que le programme de production. "Il ne fait aucun doute, dit M. BOITEUX, que la perte de rendement social résultant de la liaison budgétaire sera d'autant plus faible que les effets de cette liaison s'étaleront sur un plus grand nombre de variables produits et facteurs". En d'autres termes, il conviendrait d'étendre les conclusions de M. BOITEUX non seulement aux phénomènes qui se produisent en aval de la production des biens considérés, comme le fait la théorie des surplus, mais aussi à l'amont, c'est-à-dire au niveau des facteurs de production .

* (20) M. BOITEUX - Sur la gestion des monopoles publics astreints à l'équilibre budgétaire - *Econometrica* - Janvier 1956.

COMBINED PRODUCTION DIAGRAMS (water
electricity)

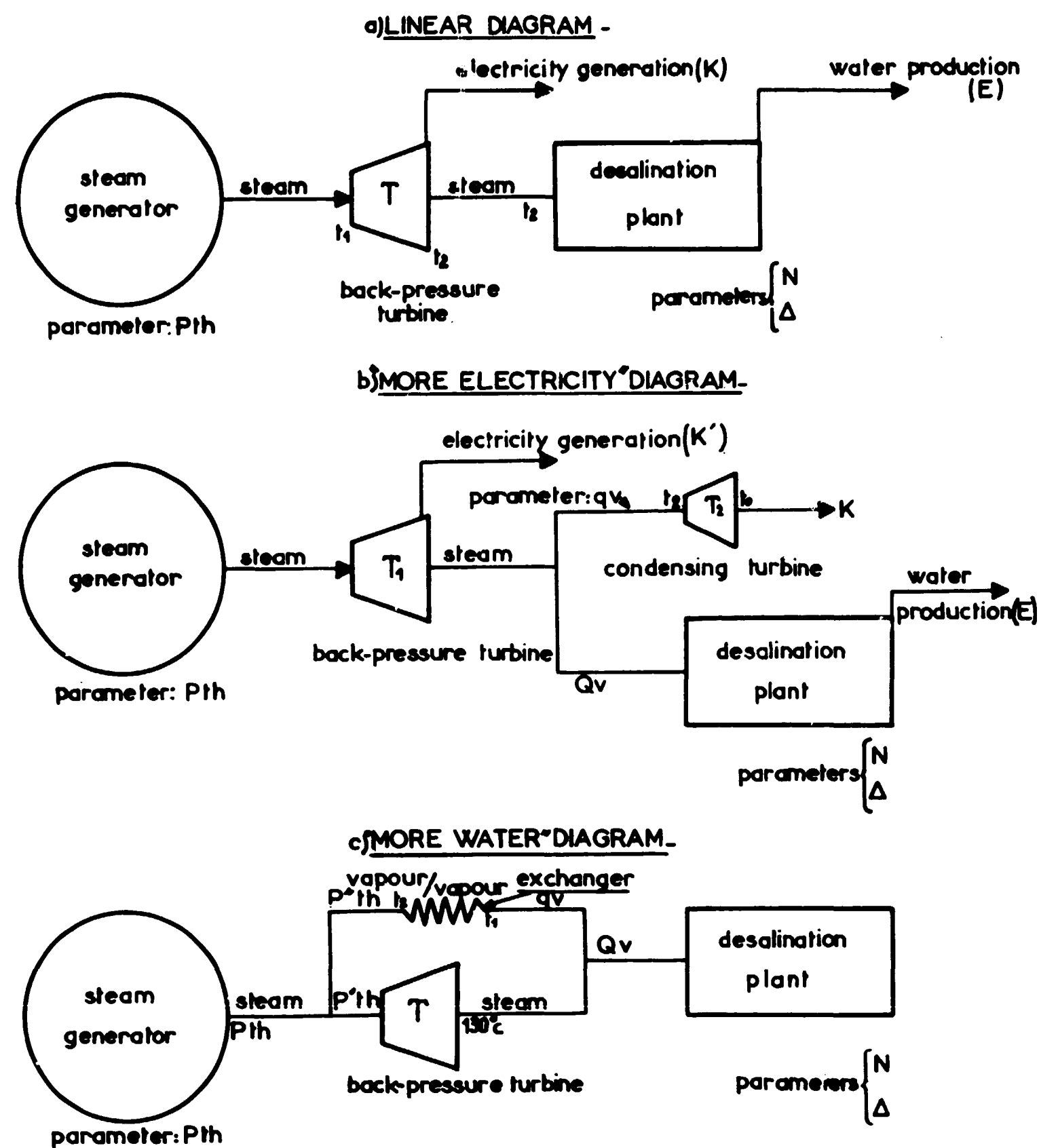


Fig.1

no D.21

LES SCHEMAS DE PRODUCTION MIXTE (eau
électricité)

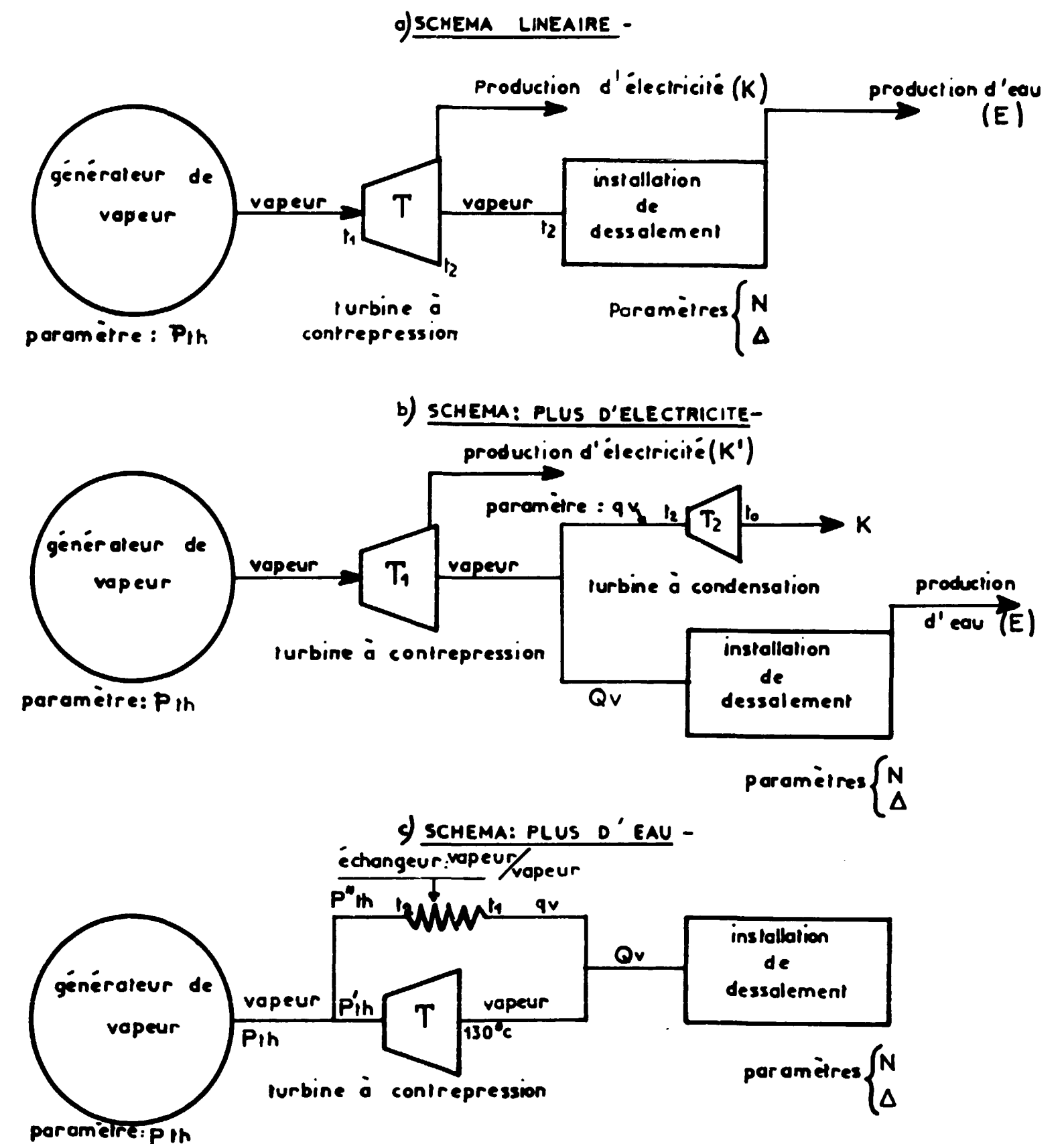
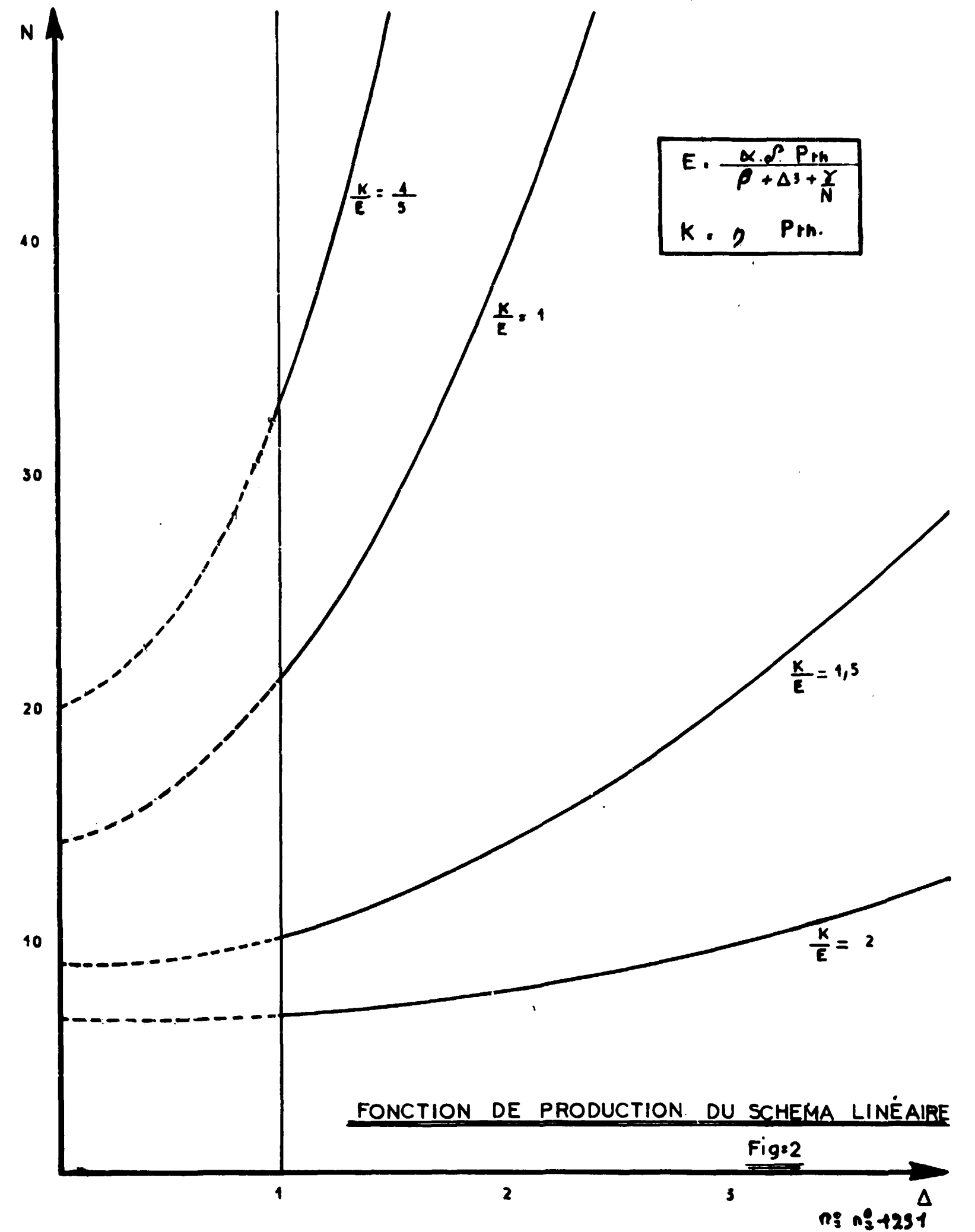
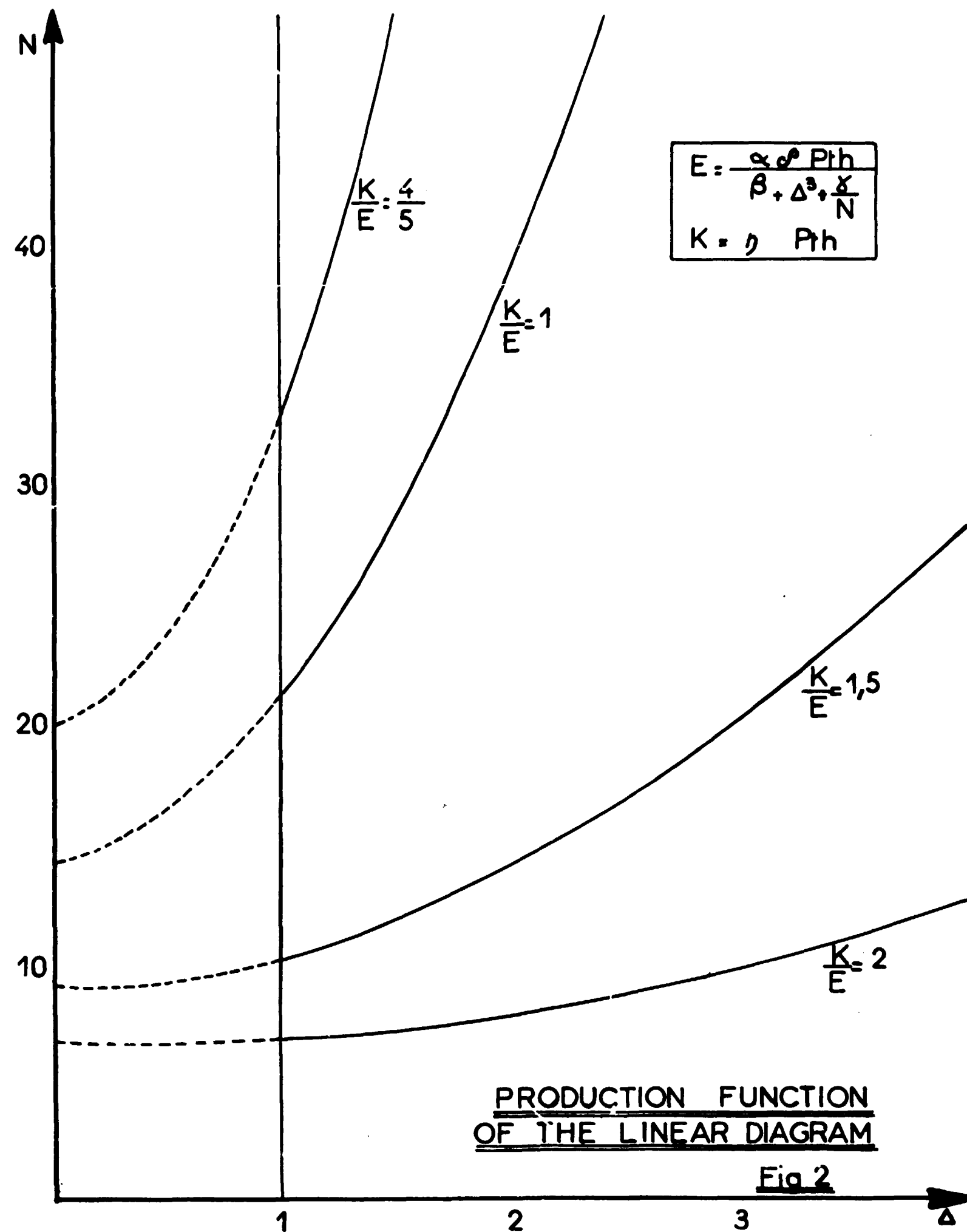


Fig.1



It may be argued, however, that in view of the local character of the economic facts of our problem, this effect is not very important.

Nevertheless, the surplus method can only be used, as we have said, for a first analysis.

4°) Numerical results

These results are as follows :

A - Case of the private monopoly

The optimum is obtained by using the range D_1 and the cost function of the linear diagram for $E = 100,000 \text{ m}^3 \text{ day}$ and $K = 250 \text{ MW}$

B - Case of the maximisation of surpluses with sale at marginal cost

optimum for $E = 600,000 \text{ m}^3/\text{day}$
 $K = 500 \text{ MW}$

To treat this case it was necessary to go a little beyond $D_{E,K}$

C - Maximisation of surpluses with budget constraint (linear diagram)

optimum for $E = 375,000 \text{ m}^3/\text{day}$
 $K = 450 \text{ MW}$

We thus measure, as compared with the results of selling at marginal cost, which would lead to enormous outputs of water and electricity, the restrictive effect of the budgetary constraint and particularly of private management.

On peut cependant penser, qu'étant donné le caractère local des faits économiques de notre problème, cet effet n'est pas très important.

Néanmoins, l'utilisation de la méthode des surplus ne peut servir, répétons le, qu'à une première analyse.

4°) Les résultats numériques

Ces résultats sont les suivants :

A - Cas du monopole privé

L'optimum est obtenu en utilisant le domaine D_1 et la fonction de coût du schéma linéaire pour $E = 100\,000 \text{ m}^3/\text{jour}$ et $K = 250 \text{ MW}$

B - Cas de la maximisation des surplus avec vente au coût marginal

(schéma " plus d'eau ")

optimum, pour $E = 600\,000 \text{ m}^3/\text{jour}$
 $K = 500 \text{ MW}$

On a dû, pour traiter ce cas, déborder un peu de $D_{E,K}$

C - Maximisation des surplus avec contrainte budgétaire (schéma : linéaire)

optimum, pour $E = 375\,000 \text{ m}^3/\text{jour}$
 $K = 450 \text{ MW}$

On mesure ainsi, par rapport aux résultats de la vente au coût marginal qui conduirait à d'énormes productions d'eau et d'électricité, l'effet restrictif de la contrainte budgétaire et surtout de la gestion privée.

V - CONCLUSIONS

As was said in the introduction to this paper, the three successive approaches to the problem of adapting resources to demand in the case of a mixed plant producing electricity and desalinated water were aimed above all at "exploring" this problem, obtaining a preliminary idea of the difficulties and enumerating and testing the importance of the parameters within a precise systematic framework. The final objective is to define, in relation to a potential market, criteria for the selection of techniques as a guide to future research and development work on desalination.

We have been able to demonstrate the complementary nature of the three diagrams for production of water and electricity and thus to extend the scope of these mixed systems beyond the linear diagram to which it is generally limited.

We have also been able to show what form the problem of combining conventional water production techniques and desalination plants takes in relation to the production optimum and tariffs.

In the third approach we finally emphasised the importance of demand curves in determining plant size and system of management.

It remains of course to extend this model and make it dynamic by extending the results of these three approaches. We are now working on this problem.

Manuscrit reçu le 3 août 1967

V - CONCLUSIONS

Comme on l'a dit dans l'introduction de ce mémoire, les trois approches successives du problème de l'adaptation des ressources aux demandes dans le cas d'une installation mixte productrice d'électricité et d'eau dessalée avait surtout pour but de "prospector" ce problème, d'avoir un premier aperçu des difficultés, de dénombrer et d'éprouver l'importance des paramètres dans un cadre méthodologique précis. L'objectif final est de définir face à un marché potentiel, des critères de sélection des techniques qui permettent d'orienter les efforts de Recherche et de Développement qui vont être tentés en ce qui concerne le dessalement.

On a ainsi permettre en évidence le caractère complémentaire des trois schémas de production d'eau et d'électricité, ce qui permet d'élargir les domaines d'intérêt de ces systèmes mixtes hors du schéma linéaire auquel il est généralement limité.

On a également pu montrer comment se présentait le problème de la combinaison des techniques classiques de production d'eau et des installations de dessalement vis-à-vis des optimums de production et vis-à-vis des tarifs.

Dans la troisième approche, on a enfin souligné l'importance des courbes de demande sur les choix des tailles des installations ainsi que des modes de gestion adoptés.

Il reste bien entendu à élargir et à dynamiser ce modèle en prolongeant les résultats de ces trois approches. C'est l'objet de nos efforts actuels.

Manuscrit reçu le 3 août 1967

B I B L I O G R A P H Y

- (1) Commissariat Général du Plan de l'Equipeement et de la Productivité - General Report of the Water Commission - Provisional edition - March 1966
- (2) Economics and public policy in water resources development (Iowa State University Press - 1965)
- (3) Zygmunt SELAGOWSKI - Economics Department - Warsaw - The value of water in the general economy and the bases for pricing water as a raw material
- (4) Commissariat Général du Plan de l'Equipeement et de la Productivité - Water Commission - Economics and finance group : The problem of pricing water (memo dated 4.1.1965) and memo on the pricing of natural water (memo dated 24.2.1965).
- (5) M. BOITEUX - Selling at marginal cost (Revue Française de l'Energie) - December 1956
- (6) M. BOITEUX - Pricing at marginal cost and irregular demands (Cahier du Séminaire d'Econométrie n° 1 - 1951).
- (7) J. GAUSSENS - "The optimum design of mixed plants for the production of water and electricity using nuclear power" - International Symposium on Desalination of Water" - State Department - Washington - October 1965.
- (8) R.S. SILVER - The energy balance in steam power plant feed systems - M.A.D.S. The Institution of Mechanical Engineers - Proceedings 1959 - London
- (9) G. GOLUBKOV and A. KORNIEV - USSR - Analytical method of determination of the optimum parameters of thermal desalination plants - International Symposium on Desalination of Water - Washington - October 1965

B I B L I O G R A P H I E

- (1) Commissariat Général du Plan de l'Equipeement et de la Productivité - Rapport Général de la Commission de l'Eau - Rédaction provisoire - Mars 1966
- (2) Economics and public policy in water resources development (Iowa State University Press - 1965)
- (3) Zygmunt SELAGOWSKI - Département économique - Varsovie - "La valeur de l'eau dans l'économie générale et les bases de la tarification des eaux comme matière première".
- (4) Commissariat Général du Plan de l'Equipeement et de la Productivité - Commission de l'Eau - Groupe économique et financier : "Le problème de la tarification de l'eau (note du 4.1.1965) et note sur la tarification de l'eau dans la nature (note du 24.2.1965)".
- (5) M. BOITEUX - "La vente au coût marginal" (Revue Française de l'Energie) - Décembre 1956).
- (6) M. BOITEUX - "La tarification au coût marginal et les demandes aléatoires" (Cahier du Séminaire d'Econométrie n° 1 - 1951).
- (7) J. GAUSSENS - "Le dimensionnement optimal des installations de production mixte d'eau et d'électricité faisant intervenir l'énergie nucléaire" - Symposium international sur le dessalement de l'eau - Département d'Etat - Washington - Octobre 1965.
- (8) R.S. SILVER - The energy balance in steam power plant feed systems - M.A.D.S. The institution of Mechanical Engineers - Proceedings 1959 - London.
- (9) G. GOLOUBKOV et A. KORNIEV - URSS - "Méthode analytique de détermination des paramètres optimaux des installations thermiques de dessalement - Symposium international sur le dessalement de l'eau - Washington - Octobre 1965.

- (10) "A study of desalting plants and nuclear plants for combined water and power production - Catalytic Construction Company - Philadelphia - September 1964
- (11) J. GAUSSENS et Al. - "Water market - Desalination of sea water" - CEA paper for the Water Commission of the General Commissariat for the Plan.
- (12) LESOURNE - "Economic theory and Industrial Management" - DUNOD 1960.
- (13) F. BESSIERE - "Application of duality to a long-term programming model" Revue de Recherche Opérationnelle - n° 12 - 1959.
- (14) Professeur FOURGEAUD - "The collective advantage" (draft version - 9th May 1966) Faculté de Droit et des Sciences Economiques de Paris.
- (15) Ken ICHI INADA - "On the welfare economics function" - Econometrica - July 1964.
- (16) J.R. HICKS - "Value and Capital" - Dunod p. 33-34 and appendices p. 306-307.
- (17) SAMUELSON - "The fundamentals of economic analysis" - Gauthier-Villars, p. 261-266.
- (18) J. LESOURNE - "Economic calculation" - DUNOD - p. 61 et seq.
- (19) P. MASSE - "The choice of investments" - DUNOD 1959 - p. 431 et seq.
- (20) M. BOITEUX - "On the management of public monopolies required to balance their budget" - Econometrica - January 1956.

General literature concerning economic studies on water

Water : abundance or shortage ? A matter of management - by H. LEVY-LAMBERT
(Annales des Mines - Septembre 1964)

Study on the optimal use of underground sherts of water - H. LEVY-LAMBERT
(Journées S.H.F. des 18 et 19 Mars 1965)

Water desalination in developing countries - United Nations - New-York 1964 .

- (10) "A study of desalting plants and nuclear plants for combined water and power production - Catalytic Construction Company - Philadelphia - Septembre 1964
- (11) J. GAUSSENS et all. - "Marché de l'eau - Le dessalement de l'eau de mer" - Document CEA pour la Commission de l'Eau du Commissariat Général au Plan
- (12) LESOURNE - "Technique économique et Gestion industrielle " - DUNOD 1960
- (13) F. BESSIERE - "Application de la dualité à un modèle de programmation à long terme " - Revue de Recherche Opérationnelle - n° 12 - 1959
- (14) M. le Professeur FOURGEAUD - "L'avantage collectif" (rédaction provisoire - 9 Mai 1966) - Faculté de Droit et des Sciences Economiques de Paris
- (15) Ken ICHI INADA - "On the welfare economics fonction" - Econometrica - Juillet 1964
- (16) J.R. HICKS - "Valeur et Capital" - DUNOD p. 33-34 et annexes p. 306-307
- (17) SAMUELSON : "Les fondements de l'analyse économique" - Gauthier-Villars p. 261 à 266
- (18) J. LESOURNE - "Le calcul économique " - DUNOD - p. 61 et suite
- (19) P. MASSE - "Le choix des investissements" - DUNOD 1959 - p. 431 et suite
- (20) M. BOITEUX - "Sur la gestion des monopoles publics astreints à l'équilibre budgétaire" - Econometrica - Janvier 1956.

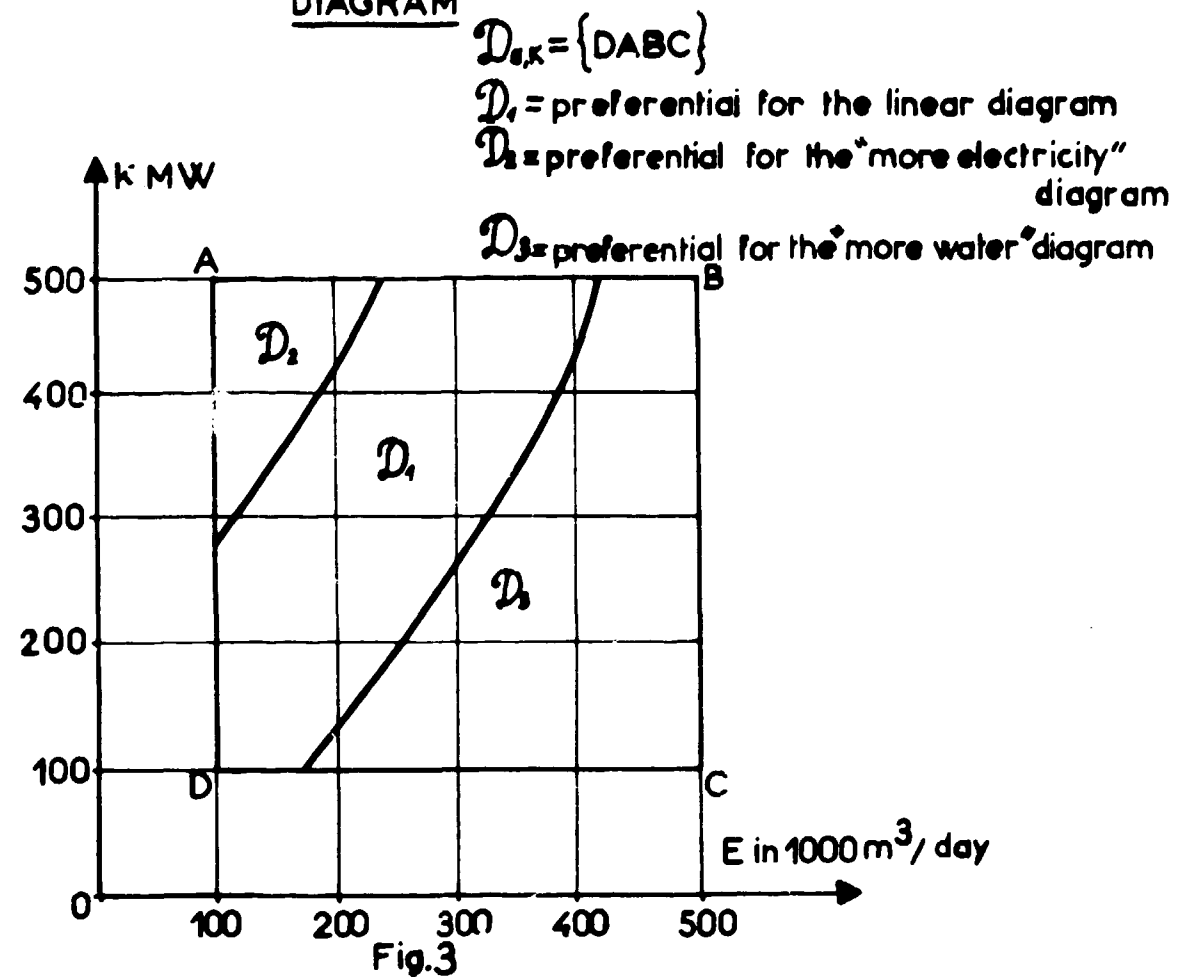
Références générales concernant les études économiques de l'eau

L'eau : abondance ou pénurie ? Une question d'organisation - par H. LEVY-LAMBERT
(Annales des Mines - Septembre 1964)

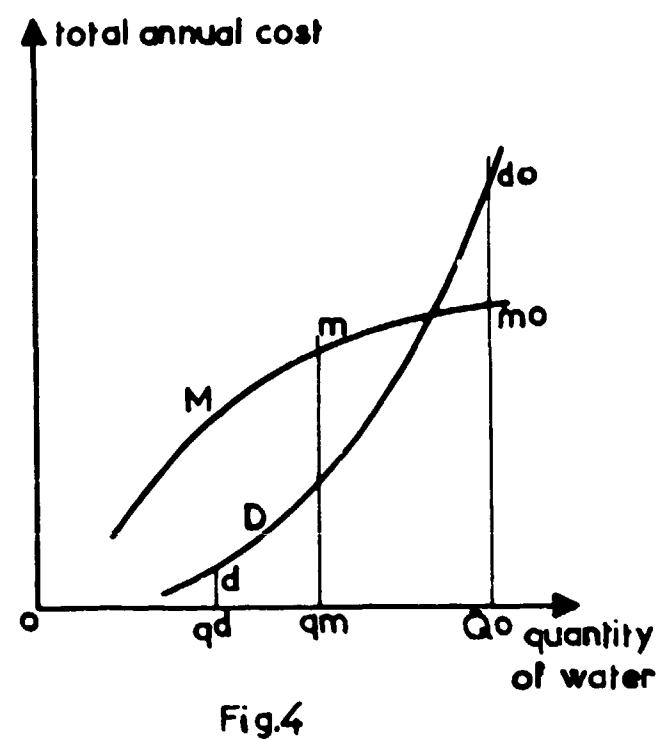
Etude sur l'utilisation optimale des nappes souterraines - H. LEVY-LAMBERT
(Journées S.H.F. des 18 et 19 Mars 1965)

Water desalination in developing countries - United Nations - New-York 1964

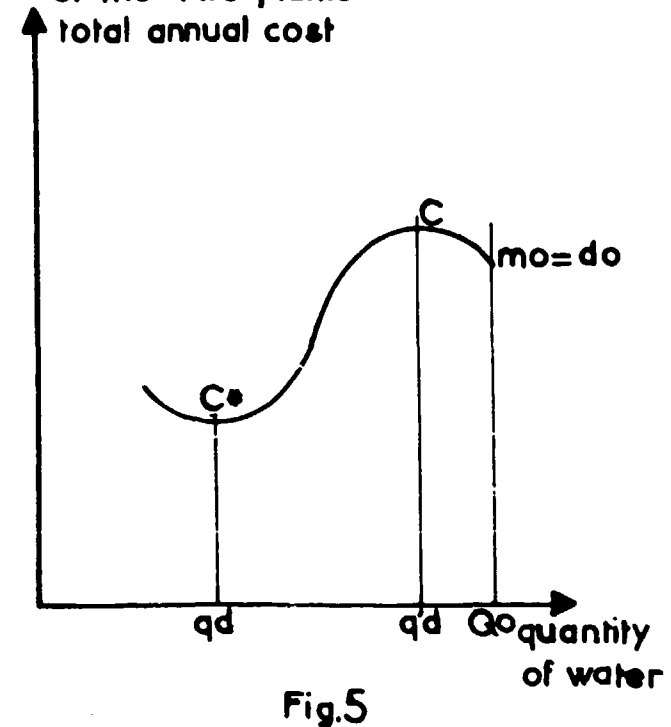
DETERMINATION OF PREFERENTIAL ZONES FOR EACH DIAGRAM



combination of two plants (M-D)

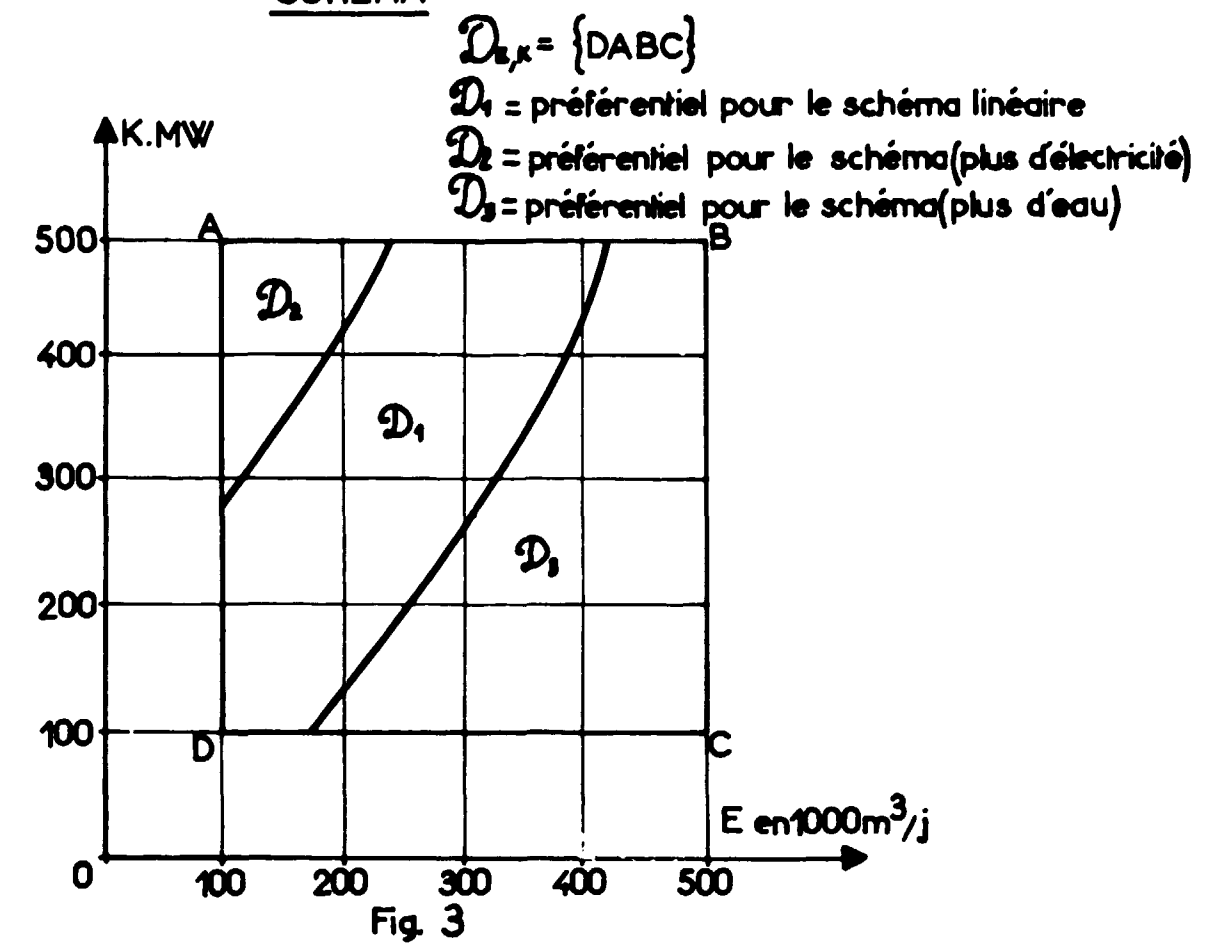


total cost resulting from the combination
of the two plants
total annual cost

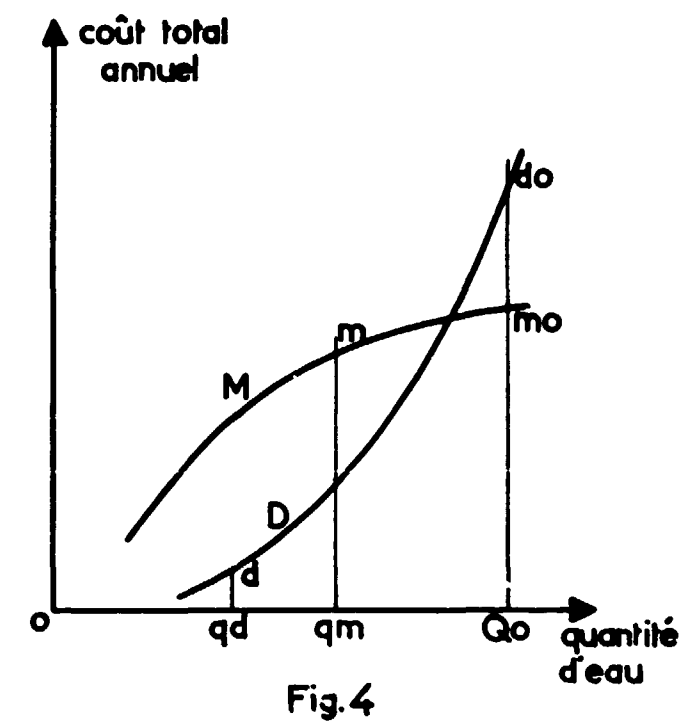


DETERMINATION DES DOMAINES PREFERENTIELS DE CHAQUE

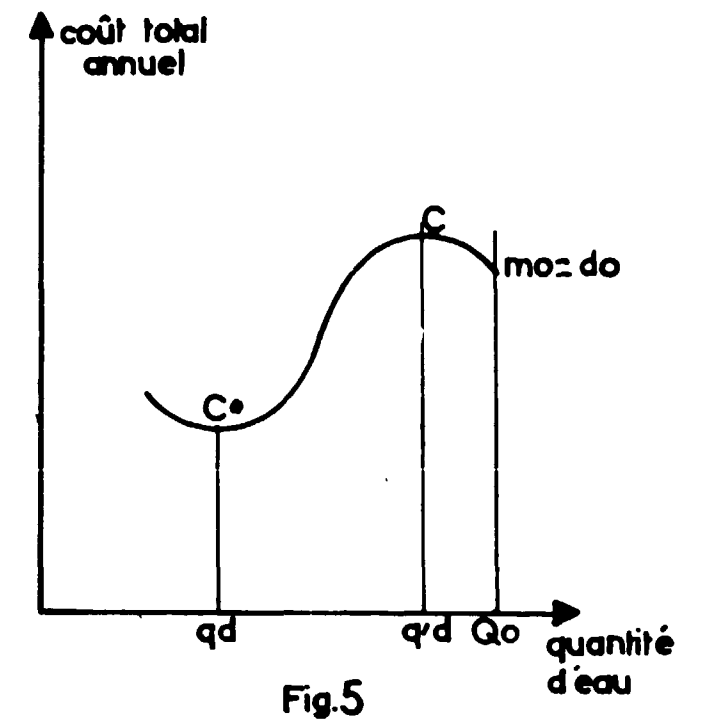
SCHEMA



combinaison de deux installations (M.D)



coût total résultant de la combinaison
de deux installations



TYPE OF COMBINATION
OF TWO PLANTS SATISFYING
THE PEAK AND 'ANNUAL' CONSTRAINTS

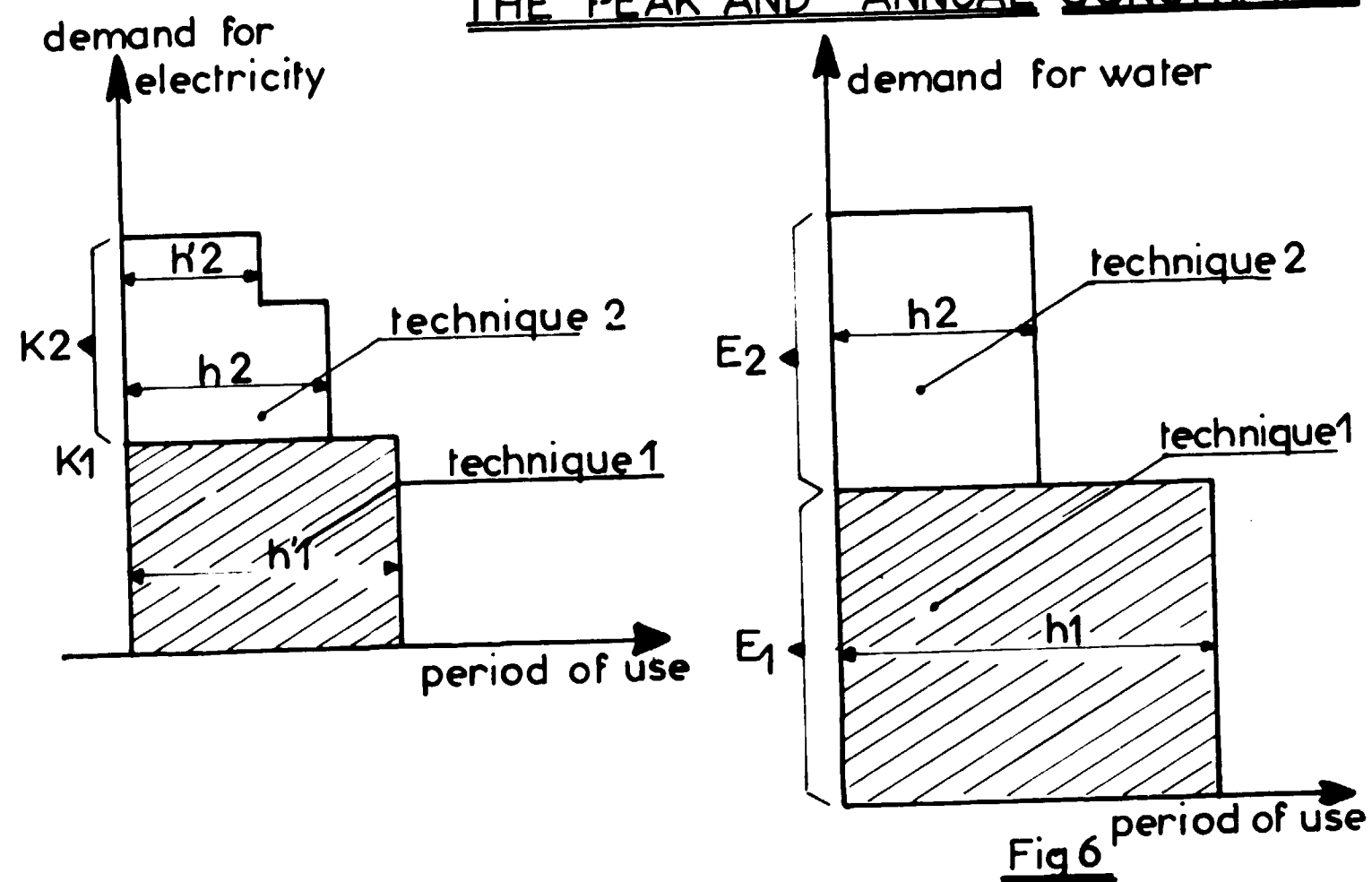


Fig 6

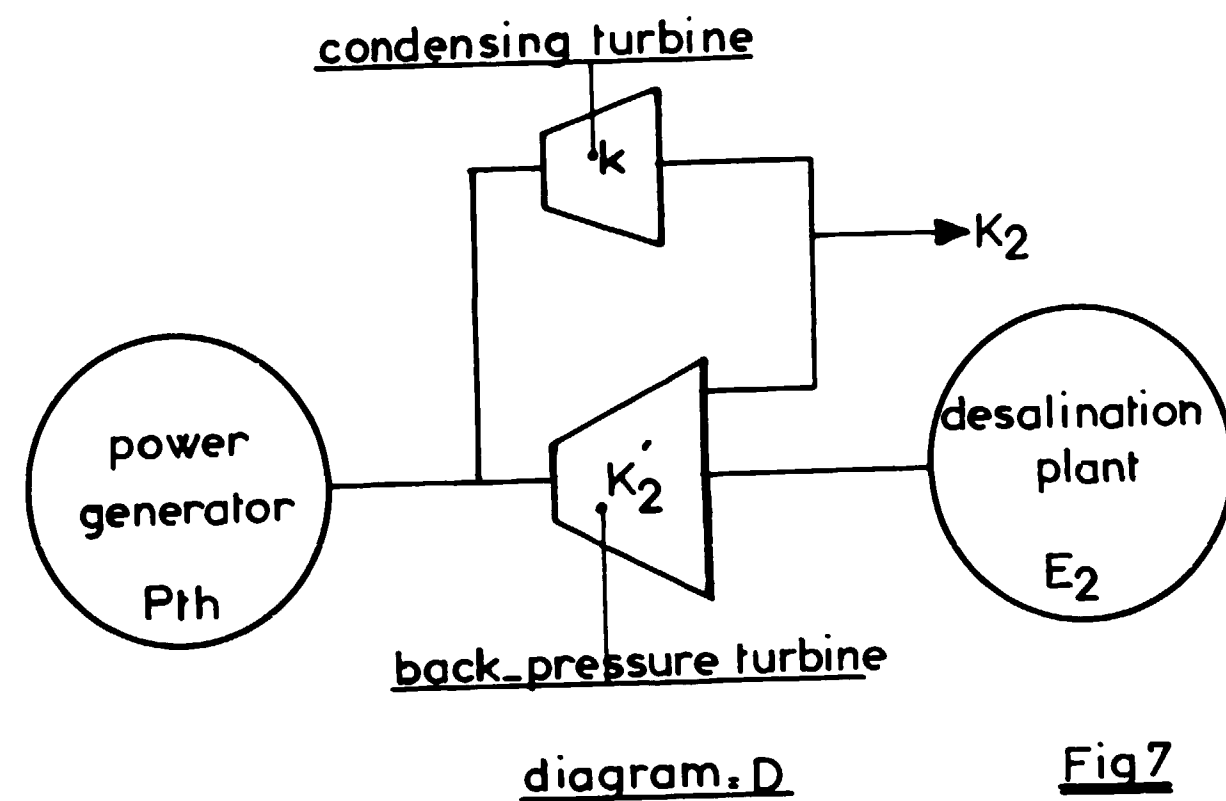


Fig 7

diagram : D

TYPE DE COMBINAISON DE DEUX INSTALLATIONS
SATISFAISANT A DES CONTRAINTES DE POINTE
ET 'ANNUELLE'

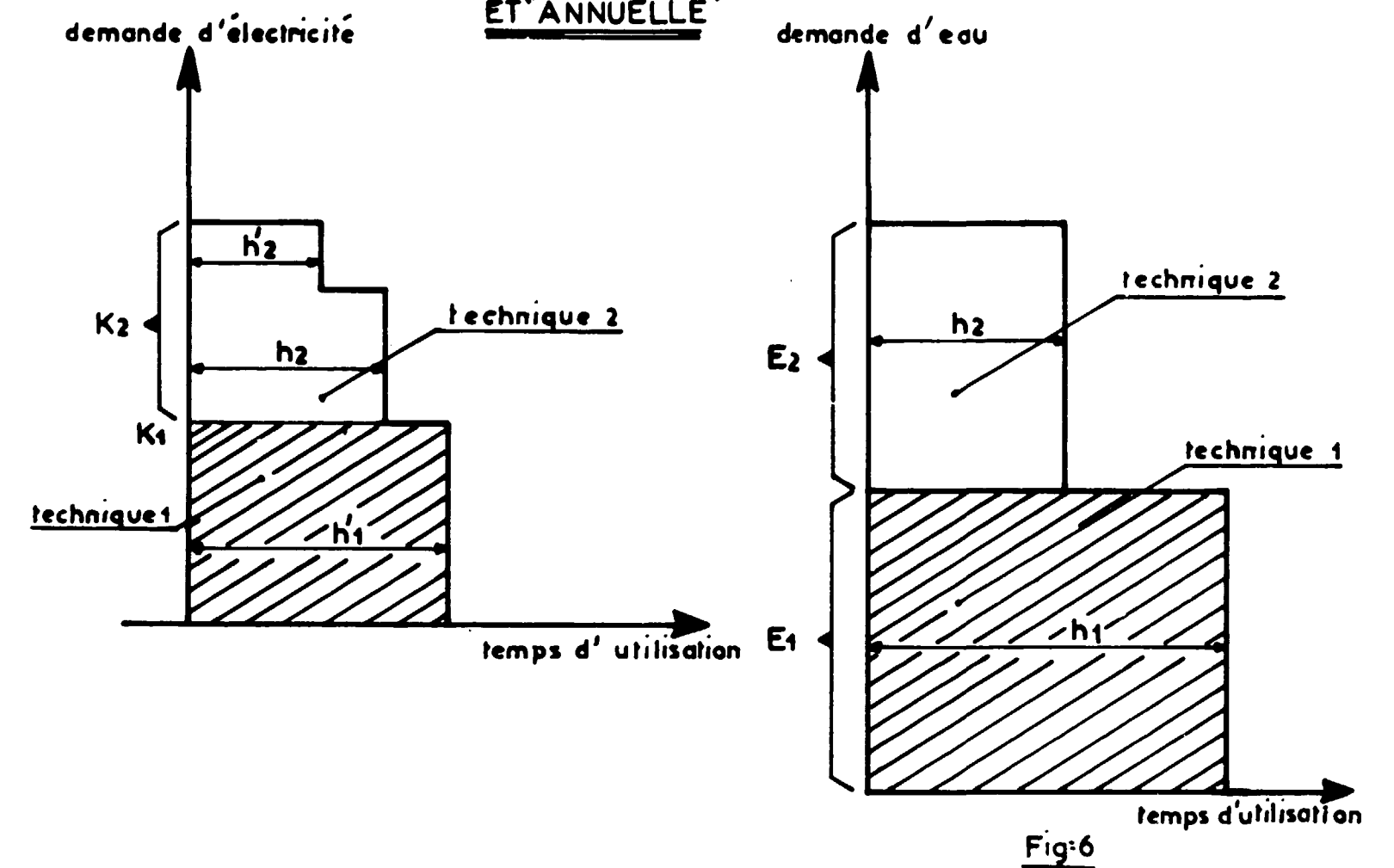


Fig:6

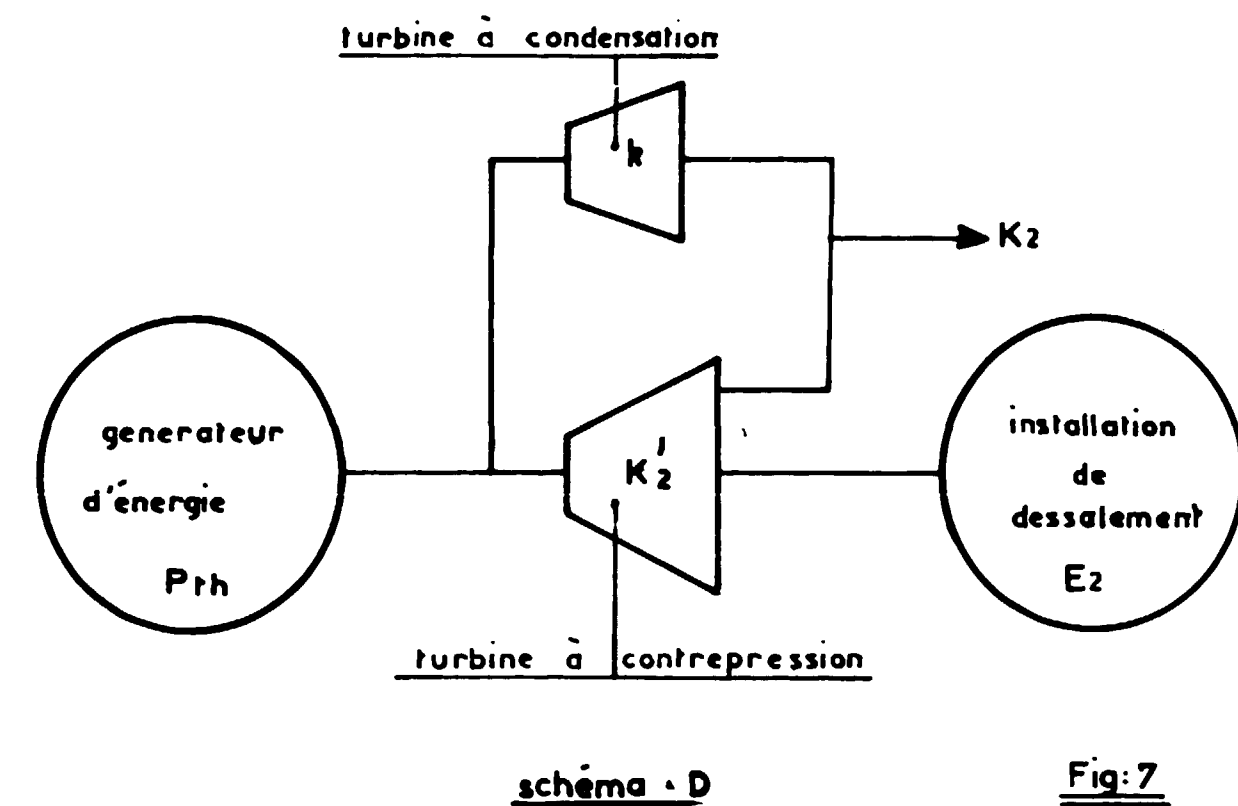
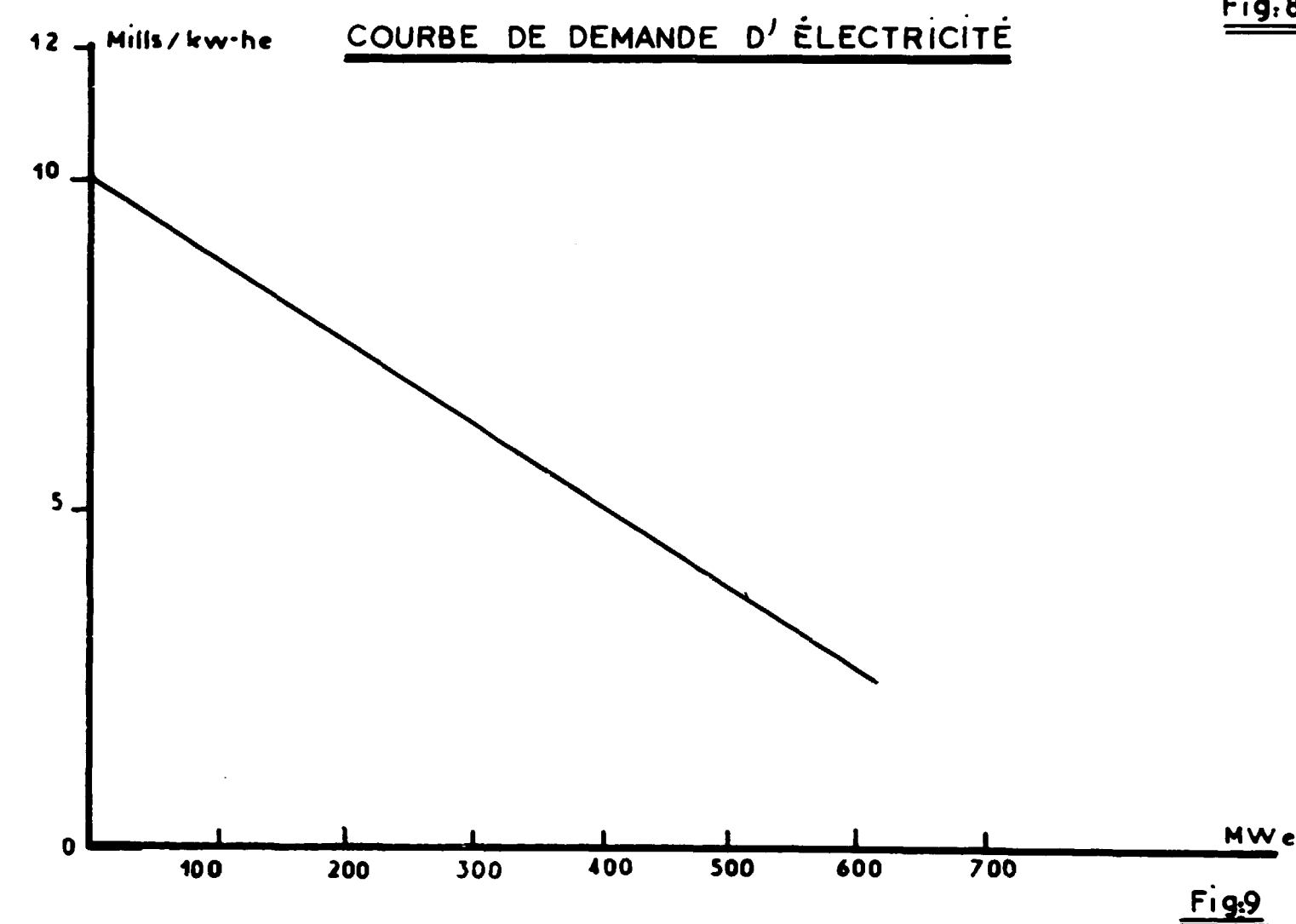
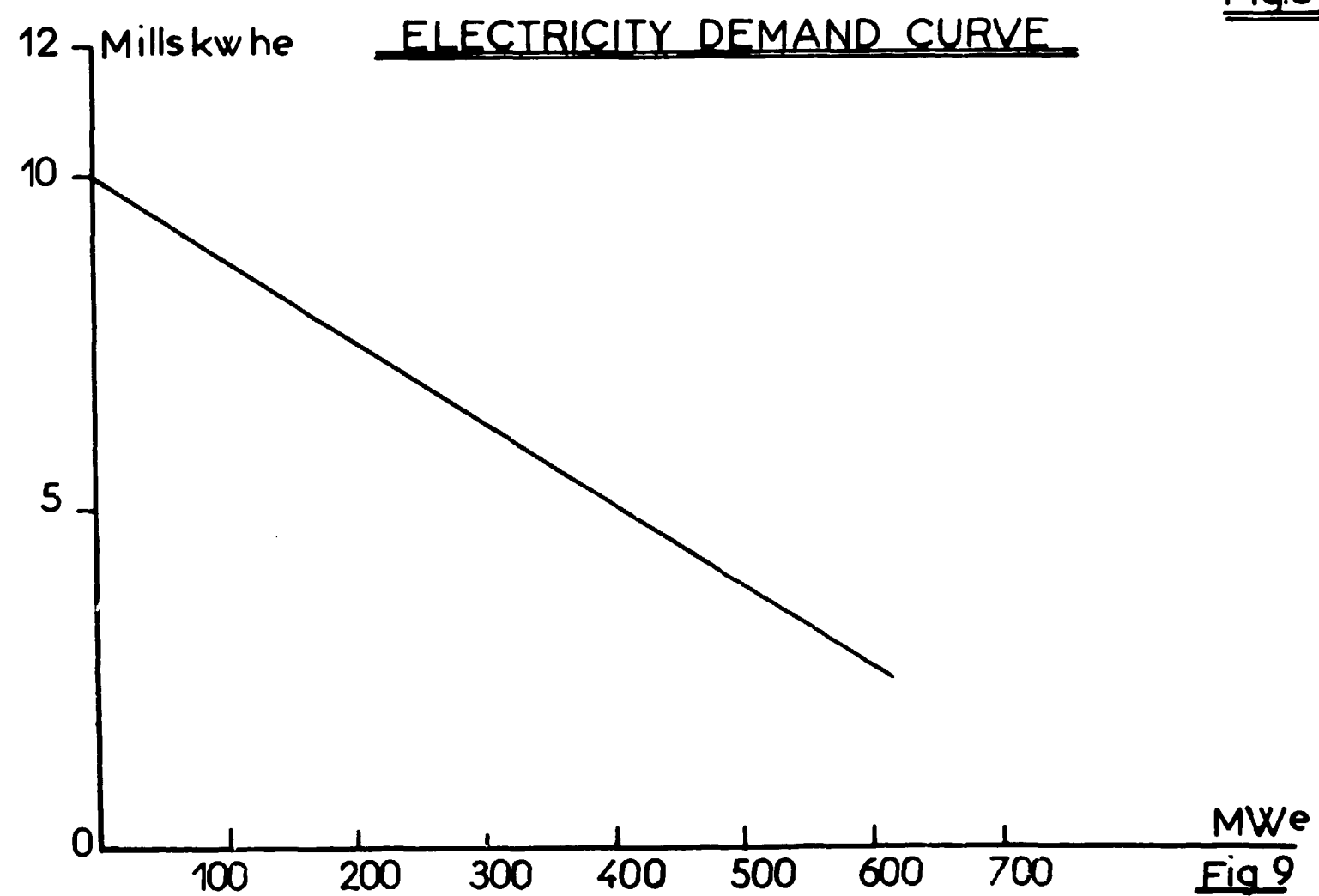
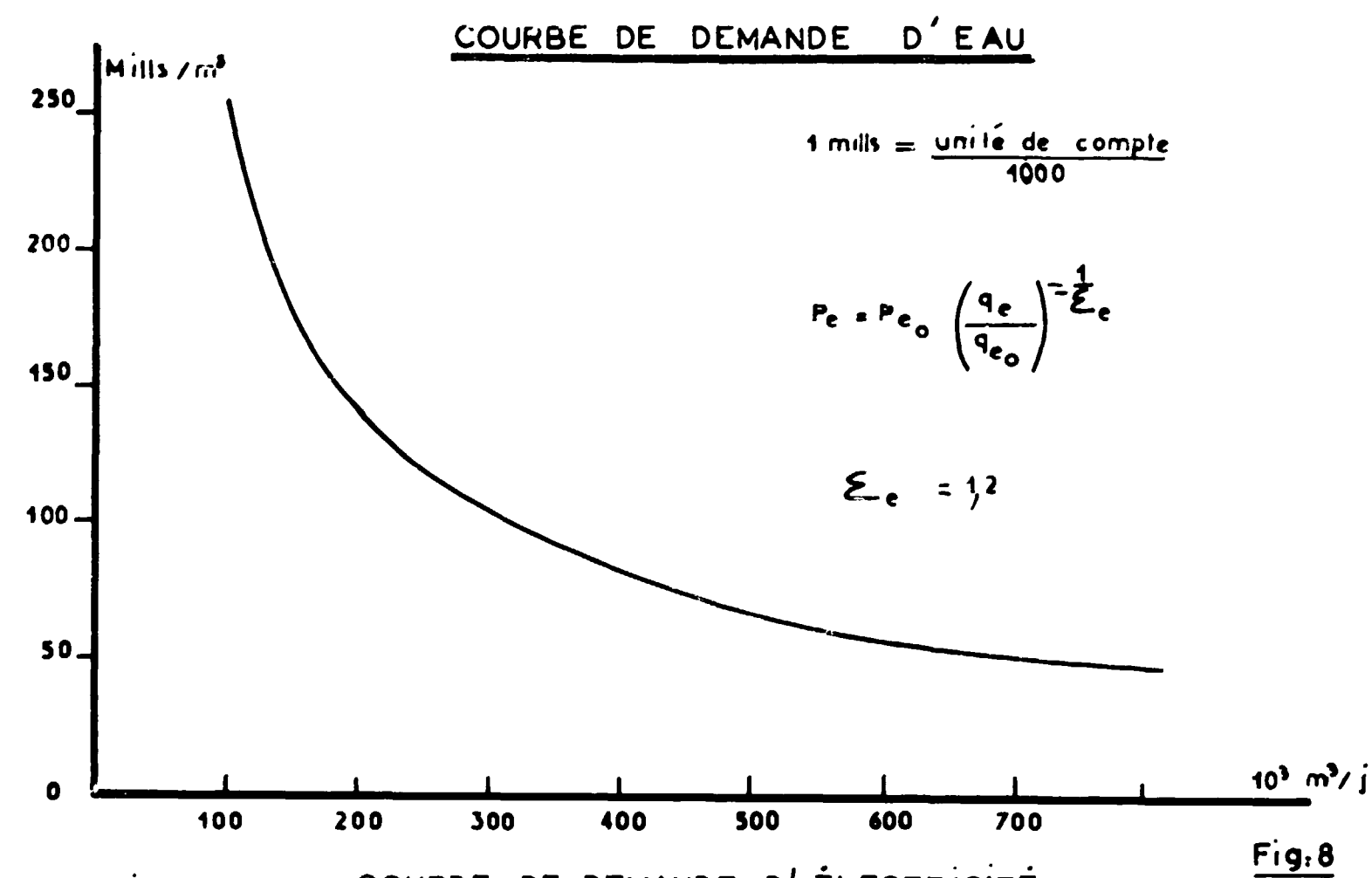
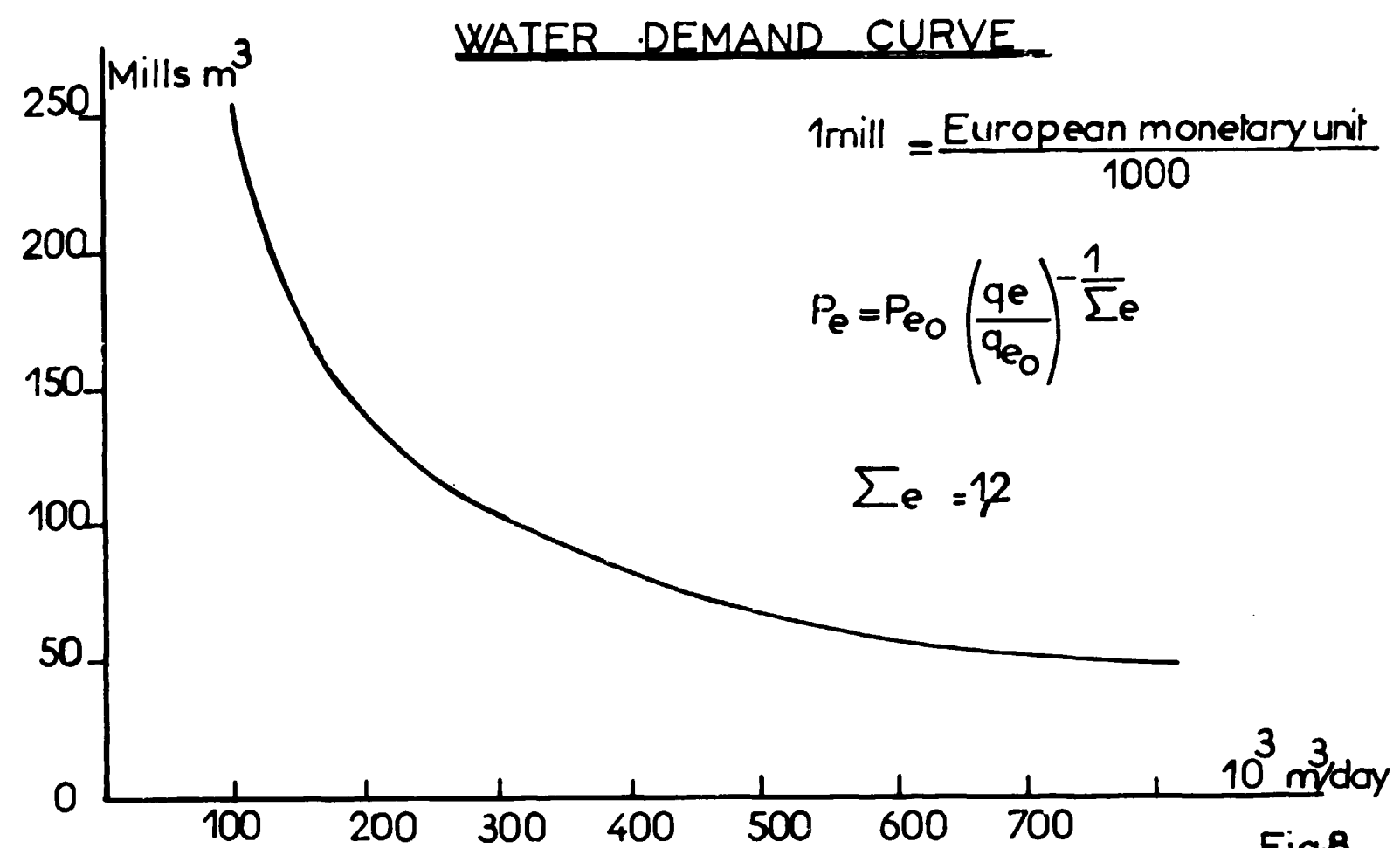


Fig: 7

schéma : D



FIN