

**MESURE DES SECTIONS EFFICACES TOTALES  
 $\pi^+ p$  ET  $\pi^- p$  ENTRE 700 ET 1700 MeV  
ET APPLICATIONS  
AUX RELATIONS DE DISPERSION**

par

Alexandre STIRLING

Rapport CEA - R 2838

CEA-R 2838 — STIRLING Alexandre V.

**MESURE DES SECTIONS EFFICACES TOTALES  $\pi^+$  P ET  $\pi^-$  P DE 500 A 1700 MeV  
ET APPLICATIONS AUX RELATIONS DE DISPERSION**

**Sommaire :**

Les sections efficaces totales  $\pi^+$  P et  $\pi^-$  P ont été mesurées entre 500 et 1700 MeV pour éliminer les divergences qui existaient entre les résultats expérimentaux antérieurs.

Ces nouvelles valeurs ont permis de préciser le calcul des relations de dispersion vers l'avant. Dans le cas de la diffusion avec échange de charge ces relations sont en bon accord avec les résultats expérimentaux entre 0 et 18 GeV.

L'application des relations de dispersion vers l'avant à l'amplitude de spin-flip fournit une méthode très sensible pour comparer différentes séries de déphasages en fonction de l'énergie.

1966

63 pages

Commissariat à l'Énergie Atomique - France

---

CEA-R 2838 — STIRLING Alexandre V.

**MEASUREMENT OF THE  $\pi^+$  P AND  $\pi^-$  P TOTAL CROSS-SECTION FROM 500 TO  
1700 MeV, AND APPLICATIONS TO THE DISPERSION RELATIONSHIPS**

**Summary :**

The  $\pi^+$  P and  $\pi^-$  P total cross sections have been measured between 500 and 1700 MeV to eliminate discrepancies in the experimental data.

These new values have permitted a more precise calculation of the forward dispersion relation. These relations are well satisfied by the experimental data up to 18 GeV for charge exchange scattering.

The dispersion relation for the spin-flip amplitude gives an efficient test for the phase-shift analysis solutions.

1966

63 pages

Commissariat à l'Énergie Atomique - France

*Les rapports du COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE sont, à partir du n° 2200, en vente à la Documentation Française, Secrétariat Général du Gouvernement, Direction de la Documentation, 16, rue Lord Byron, PARIS VIII°.*

*The C.E.A. reports starting with n° 2200 are available at the Documentation Française, Secrétariat Général du Gouvernement, Direction de la Documentation, 16, rue Lord Byron, PARIS VIII°.*

# THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES  
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

PAR

**Alexandre STIRLING**

PREMIÈRE THÈSE

Mesure des sections efficaces totales  $\pi^+ p$  et  $\pi^- p$  entre 700 et 1700 MeV  
et applications aux relations de dispersion

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 23 juin 1965 devant la Commission d'examen

MM. BERTHELOT      Président  
ARNOUS      }  
VALLADAS      } Examineurs

## REMERCIEMENTS

L'accueil qui me fut réservé au Laboratoire de Physique des Rayons X par Monsieur Maurice de Broglie, me permit de poursuivre mes études et de m'initier à la recherche. Je tiens à remercier tous les membres du Laboratoire pour la bienveillance qu'ils m'ont témoignée, en particulier MM. J.P. Anthony, R.P. Berthier et R. Genin, et à exprimer toute ma reconnaissance à M.G. Ambrosino pour les nombreux conseils et l'expérience que j'ai pu acquérir auprès de lui.

Ce travail a été effectué dans le groupe des compteurs du Laboratoire de Physique Corpusculaire à Haute Energie sous la direction de Monsieur le Professeur A. Berthelot que je tiens à remercier pour la bienveillance qu'il m'a témoignée et ses conseils au cours de ce travail.

Je veux également exprimer ma reconnaissance à MM. J.F. Detoef, P. Falk-Vairant, L. van Rossum et G. Valladas pour les conseils et les facilités qu'ils m'ont accordées dans la préparation de ce travail.

Je remercie MM. B. Amblard, P. Borgeaud, C. Bruneton, A. Ducros, O. Guisan, P. Sonderegger et A. Tran-Ha pour leur concours dans la préparation et la réalisation de cette expérience, MM. Bréhin, Lemoine et Thibaud qui ont participé à la réalisation de l'appareillage, ainsi que MM. Prugne et Marquet et leurs collaborateurs du groupe des Techniques Nucléaires qui ont assuré la fabrication des scintillateurs et de la cible à hydrogène liquide.

Mes remerciements vont également à MM. G. Höhler, J. Giesecke et A. Lea pour les discussions fructueuses que j'ai eues avec eux, à R. Hüper pour ses conseils, sa collaboration et son aide pour les nombreux calculs numériques, à MM. Bareyre, Bricman et Villet qui m'ont initié aux difficultés des analyses en déphasage, et particulièrement à M.G. Valladas pour ses conseils au cours de ce travail.

Cette expérience a pu être réalisée grâce à MM. R. Lévy-Mandel, P. Lefrère et leurs collaborateurs du Département du Synchrotron Saturne.

Mesdames Lebey et Péguy ont assuré avec beaucoup d'amabilité et de soin le travail de mise en page de ce texte et je les en remercie.

## TABLE DES MATIÈRES

	Pages
I - INTRODUCTION.....	7
II - MESURE DES SECTIONS EFFICACES TOTALES $\pi^{\pm}$ P.....	9
A. Principe de la mesure.....	9
B. Dispositif expérimental.....	11
I. Introduction.....	11
II. Le faisceau.....	11
III. La cible à hydrogène liquide.....	14
IV. Les compteurs.....	14
V. Les circuits électroniques.....	17
C. Analyse des résultats.....	18
I. Introduction.....	18
II. Effets dus aux taux de comptage.....	18
III. Diffusion coulombienne.....	19
IV. Contamination du faisceau.....	21
V. Extrapolation à un angle solide nul.....	24
VI. Résultats.....	26
VII. Comparaison avec les mesures antérieures.....	26
VIII. Conclusion.....	29
III - APPLICATION DES RELATIONS DE DISPERSION A LA DIFFUSION $\pi - N$ .....	31
I. Introduction.....	31
II. Relations de dispersion pour les amplitudes de dispersion vers l'avant.....	31
1 - Rappel théorique.....	31
2 - Applications des relations de dispersion vers l'avant.....	33
a) calcul de la partie réelle des amplitudes de diffusion.....	33
b) vérification expérimentale des relations de dispersion dans le cas de la diffusion avec échange de charge.....	33
III. Relation de dispersion pour l'amplitude de spin-flip.....	37
1 - Rappel du formalisme de l'analyse en ondes partielles.....	37
2 - Application aux analyses en ondes partielles.....	38
IV - CONCLUSION.....	45
ANNEXES.....	46
REFERENCES.....	60

## I - INTRODUCTION

Un progrès certain a été accompli récemment, du point de vue théorique et expérimental, dans l'étude de la diffusion pion-nucléon dans l'intervalle d'énergie compris entre 200 et 1500 MeV.

Du point de vue théorique, une analyse détaillée des amplitudes partielles de diffusion au moyen des relations de dispersion a permis de calculer la variation en fonction de l'énergie des différentes amplitudes partielles et une identification des ondes résonnantes  $D_{13}$ ,  $F_{15}$  et  $F_{37}$  à 600, 900 et 1350 MeV [49-53].

Les principales conclusions de cette analyse, en particulier la parité des ondes résonnantes, ont été confirmées par un grand nombre de résultats expérimentaux provenant de la mesure des sections efficaces différentielles élastiques  $\pi^{\pm}P$ , des distributions angulaires d'échange de charge, ainsi que de la mesure de la polarisation du nucléon de recul. [60, 61, 64, 65, 70, 71, 84].

Cet ensemble de résultats a permis aux analyses en ondes partielles et au calcul des déphasages de progresser au-delà de 300 MeV. En effet, de très nombreuses analyses des déphasages ont été effectuées au-dessous de 300 MeV, mais au-delà du seuil des réactions inélastiques le nombre accru de paramètres indépendants rendait ces analyses illusoire en l'absence de résultats expérimentaux suffisamment précis. Grâce à ces nouvelles données, la variation des déphasages a été déterminée avec une certaine précision jusqu'à 700 MeV [50, 79].

L'un des principaux résultats que ces analyses ont mis en évidence, est la complexité des processus d'interaction au voisinage des résonances. Il n'est pas possible de les représenter par une onde résonnante unique comme c'est le cas pour l'onde  $P_{33}$  dont les caractéristiques dominent tous les phénomènes de diffusion à basse énergie.

Il est intéressant d'examiner quel peut être l'apport des relations de dispersion dans le développement de ces analyses en ondes partielles et dans le calcul des déphasages.

Les relations de dispersion pour les amplitudes de diffusion vers l'avant ont déjà joué un rôle important dans la détermination des déphasages à basse énergie. En imposant aux différentes solutions obtenues de satisfaire aux relations de dispersion, il fut possible de rejeter quatre des six solutions qui étaient toutes compatibles, dans les limites des erreurs, avec les résultats expérimentaux [85].

Ces relations permettent de calculer la partie réelle ( $\text{Re } F$ ) des amplitudes de diffusion élastique ( $\pi^{\pm}P \longrightarrow \pi^{\pm}P$ ) ou d'échange de charge ( $\pi^{-}P \longrightarrow \pi^{0}N$ ) vers l'avant, à partir des sections efficaces totales  $\pi^{\pm}P$ . La partie imaginaire ( $\text{Im } F$ ) est donnée par le théorème optique, et la section efficace différentielle à zéro degré est obtenue par la relation :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |F|^2 = (\text{Re } F)^2 + (\text{Im } F)^2$$

C'est dans le cadre d'une expérience destinée à la vérification de ces relations pour la diffusion élastique avec échange de charge [30], qu'il nous a paru intéressant d'obtenir des valeurs précises des sections efficaces totales  $\pi^{\pm}P$ . En effet dans le cas de l'échange de charge, la partie imaginaire ( $\text{Im } F$ ) de l'amplitude de diffusion est proportionnelle à la différence entre les sections efficaces totales ( $\pi^{-}P$ ) et ( $\pi^{+}P$ ). Cette différence devient très faible et s'annule au voisinage de 1200 et 1600 MeV. Ce domaine d'énergie est donc particulièrement favorable à une comparaison de la prédiction des relations de dispersion pour la partie réelle de l'amplitude de diffusion avec la section efficace différentielle expérimentale, puisque la partie imaginaire est voisine de zéro.

Le calcul des amplitudes de diffusion à partir des relations de dispersion nécessite un grand nombre de données sur les sections efficaces totales dans un intervalle d'énergie considérable : de 0 à 10 GeV, plus une extrapolation aux très hautes énergies. La première partie de ce travail est consacrée à la mesure des sections efficaces totales  $\pi^{\pm} P$  de 800 à 1600 MeV pour éliminer certaines divergences qui apparaissent dans les résultats expérimentaux. Cette nouvelle détermination des sections efficaces totales a permis un calcul beaucoup plus précis de la partie réelle des amplitudes de diffusion vers l'avant dans la région où nous voulions effectuer une comparaison avec la distribution angulaire d'échange de charge extrapolée à zéro degré [88]. D'autant plus que les sections efficaces totales ont été mesurées récemment à plus basse énergie [91] et à plus haute énergie [92] avec une grande précision, et que les contributions correspondantes dans le calcul des relations de dispersion ont pu être évaluées d'une façon plus correcte.

A mesure que ces nouvelles déterminations plus précises des sections efficaces totales ont été obtenues, les erreurs correspondantes dans le calcul des relations de dispersion ont été considérablement réduites. Tous les résultats expérimentaux les plus récents sur les sections efficaces différentielles élastiques et d'échange de charge extrapolées à zéro degré ont confirmé, dans les limites des erreurs expérimentales et dans un grand intervalle d'énergie, la validité de ces relations [88].

Cette détermination de la partie réelle des amplitudes de diffusion, qui a d'abord été utilisée comme un test efficace pour rejeter certaines séries de déphasages, est devenue une donnée suffisamment précise pour qu'il soit possible de l'inclure dans le calcul des déphasages.

Un second test de la cohérence des analyses en déphasages avec les relations de dispersion a été utilisé par Davidon et Goldberger pour départager les solutions de Fermi et Yang [87]. En effet le calcul de l'amplitude de diffusion vers l'avant  $F(0)$  ne fait intervenir que l'amplitude de non spin flip.

En utilisant la relation de dispersion pour l'amplitude de spin flip, on obtient une seconde méthode très efficace pour comparer la cohérence des différentes séries de déphasages avec les relations de dispersion.

Dans la seconde partie de ce travail nous nous sommes efforcés de préciser la contribution que pouvaient apporter ces différentes applications des relations de dispersion à l'étude de la diffusion  $\pi - N$ .

## II - MESURE DES SECTIONS EFFICACES TOTALES $\pi^\pm P$ DE 800 A 1600 MeV

Les premières mesures expérimentales de la diffusion  $\pi - N$  dans l'intervalle d'énergie compris entre 300 et 2 000 MeV ne commencèrent véritablement qu'à partir de 1953 avec la mise en exploitation des premiers grands accélérateurs [1-4].

Les premières mesures révélèrent l'existence de deux maxima larges et mal définis : l'un à 900 MeV pour la section efficace totale  $\pi^- P$  et l'autre vers 1 400 MeV pour la section efficace  $\pi^+ P$  [6] (fig. 13).

En 1958 Wilson suggéra, en analysant les résultats de mesure de la photoproduction, l'existence d'une seconde résonance de spin isotopique  $T = \frac{1}{2}$  et de moment angulaire  $J = \frac{3}{2}$  aux environs de 650 MeV [34] ; mais ce ne fut qu'en 1959 que le maximum à 900 MeV fut résolu en deux pics étroits [15].

Deux expériences, l'une à Berkeley [23] et l'autre à Saclay [20], ont été consacrées à une mesure très complète des sections efficaces totales  $\pi^\pm P$  entre 400 et 1 500 MeV. Les deux séries de résultats présentent en certains points des divergences appréciables que nous nous sommes proposés d'éliminer en re-mesurant ces sections efficaces dans l'intervalle d'énergie compris entre 800 et 1 600 MeV (Tableau IV, figures 11 et 12).

Nous avons comparé ces résultats à une série de mesures des sections efficaces totales obtenues au cours d'une expérience précédente [28]. (Tableau V).

La nécessité d'obtenir des valeurs précises des sections efficaces totales  $\pi^\pm P$  s'explique aisément, car les valeurs de ces sections efficaces sont indispensables pour la normalisation de toutes les autres données expérimentales ; elles représentent l'élément de référence nécessaire pour l'analyse en ondes partielles et le calcul des déphasages ; c'est la donnée essentielle pour le calcul des amplitudes de diffusion vers l'avant par les relations de dispersion et par le théorème optique, et c'est presque la seule donnée dont on dispose pour l'étude des valeurs asymptotiques des amplitudes de diffusion à haute énergie.

### A - PRINCIPE DE LA MESURE

La section efficace totale  $\pi^\pm P$  est obtenue en mesurant l'atténuation d'un faisceau de  $\pi$  incidents sur une cible à hydrogène liquide ; elle est représentée par l'expression :

$$\sigma = \lim_{\theta \rightarrow 0} \sigma(\theta) \tag{1}$$
$$\sigma(\theta) = -\frac{1}{N} \text{Log}_e \left( \frac{I_p}{I_0} \right) - \text{Log}_e \left( \frac{I_v}{I_0} \right)$$

où  $I_0$  = flux de  $\pi$  incidents sur la cible

$I_p$  = flux de  $\pi$  transmis par la cible pleine d'hydrogène

$I_v$  = flux de  $\pi$  transmis par la cible vide

$\theta$  = angle d'ouverture vu de la cible du compteur final définissant les  $\pi$  transmis

$N$  = nombre de protons par  $\text{cm}^2$  dans la cible.

Soit :

$$\sigma(\theta) = -\frac{1}{N} \text{Log}_e \left( \frac{t_p}{t_v} \right) \quad (2)$$

en posant :

$$t_p = \left( \frac{I_p}{I_o} \right) \quad \text{et} \quad t_v = \left( \frac{I_v}{I_o} \right)$$

Pour que la section efficace mesurée  $\sigma(\theta)$  soit très voisine de la section efficace totale  $\sigma$ , l'angle d'ouverture  $\theta$  du compteur final doit être compris entre les limites imposées par la condition de bonne géométrie et par la diffusion coulombienne importante aux petits angles :

$$\theta_c \ll \theta \ll \frac{\lambda}{r} \quad (3)$$

$\theta_c$  = angle moyen de la diffusion coulombienne

$\lambda$  = longueur d'onde du  $\pi$  incident

$r$  = rayon d'interaction moyen  $\sim 10^{-13}$  cm.

A 1 000 MeV/c, et dans les conditions de l'expérience, qui sont décrites plus loin, cette inégalité devient :

$$0,003 \ll \theta \ll 0,3 \text{ (radians)} \quad (4)$$

Cette condition est satisfaite pour les valeurs utilisées :  $\theta \approx 0,05$ .

La section efficace totale  $\sigma$  peut être obtenue en mesurant la section efficace  $\sigma(\theta)$  pour différentes valeurs de  $\theta$  comprises dans les limites précédentes (3-4) et en extrapolant ensuite ces résultats à un angle solide nul (1).

Si on mesure la section efficace pour une certaine valeur de l'angle d'ouverture  $\theta$  du compteur final, il faut tenir compte des diffusions pour lesquelles une des particules chargées produites traverse le compteur final. Cette correction est représentée par l'expression :

$$\Delta\sigma = 2\pi \int_0^\theta \left[ \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{élastique}} + \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{inélastiques}} \right]_{\text{chargées}} \cdot \sin \theta \cdot d\theta \quad (5)$$

Dans cette expérience nous avons utilisé simultanément les deux méthodes précédentes.

L'expression de la section efficace totale (1) n'est correcte que si le faisceau ne comprend que des  $\pi$ .

Les seules autres particules, bien identifiées avec un compteur Cerenkov, qui sont contenues de façon appréciable dans le faisceau sont des  $\mu$  et des électrons. On élimine généralement ces derniers avec un compteur Cerenkov et la section efficace brute doit être simplement corrigée pour la contamination en  $\mu$ . Dans le cas des  $\pi^+$ , il subsiste une contamination résiduelle en protons qui est pratiquement négligeable.

Il est nécessaire d'effectuer toutes les corrections qui varient rapidement avec l'angle solide du compteur final, comme la contamination en  $\mu$ , avant d'extrapoler les valeurs des sections efficaces mesurées  $\sigma(\theta)$ , à un angle solide nul.

Dans le prochain paragraphe (§ II. B) nous décrirons le dispositif expérimental.

Le faisceau à double analyse a été réalisé pour des mesures de section efficace, c'est-à-dire peu divergent, de faible diamètre au niveau de la cible, et ayant une intensité aussi élevée que possible.

Au paragraphe suivant (§ II. C) nous examinerons en détail les méthodes employées pour limiter l'effet des taux de comptage élevés, calculer la correction pour la diffusion coulombienne et déterminer la contamination en  $\mu$  du faisceau.

Enfin, les sections efficaces totales obtenues dans cette expérience sont comparées aux mesures antérieures.

## B - DISPOSITIF EXPERIMENTAL

### I. Introduction.

Le dispositif expérimental est représenté schématiquement sur la figure 1.

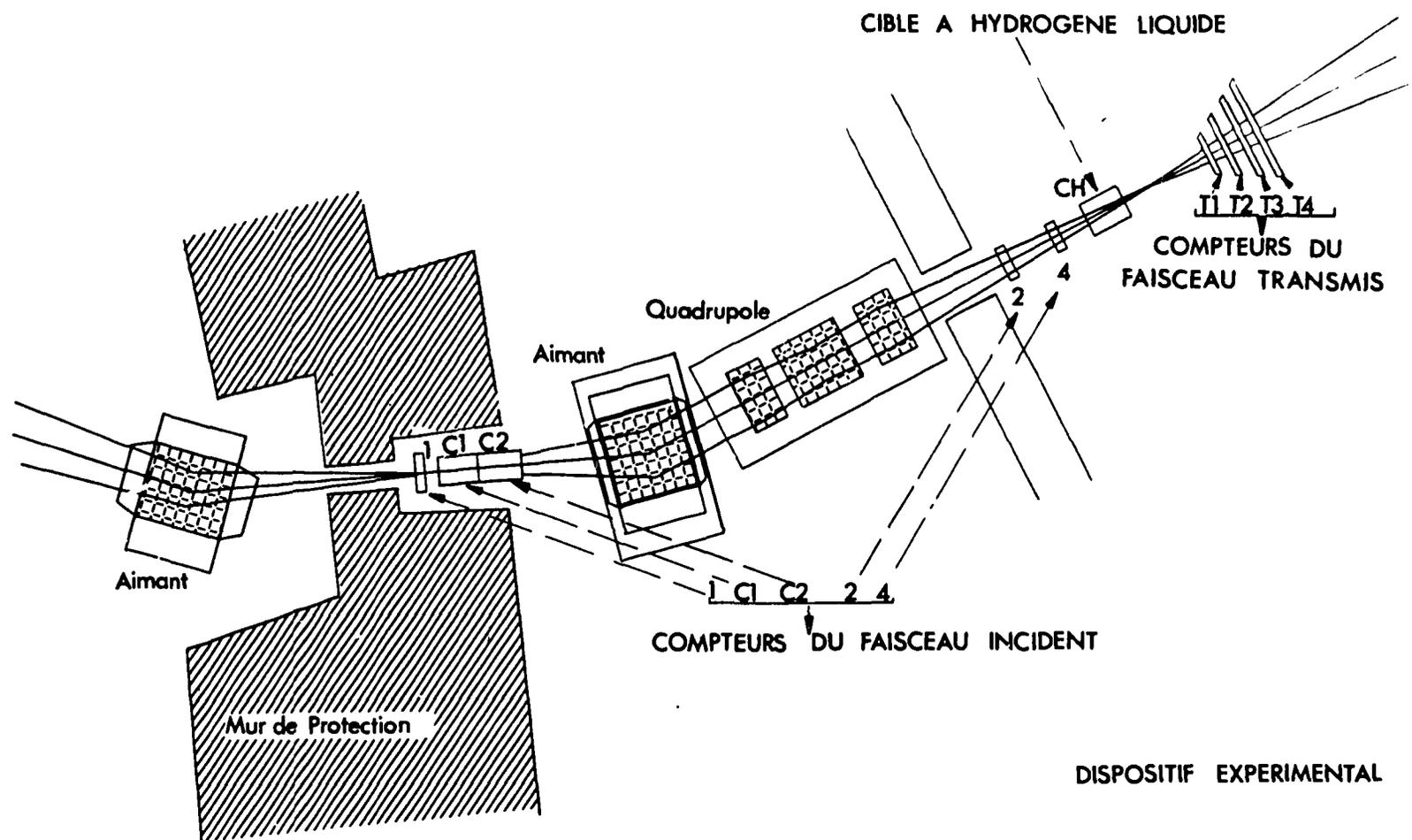


Figure 1 - Schéma du dispositif expérimental.

Le faisceau à double analyse focalisait les particules au centre de la cible à hydrogène CH. Les  $\pi$  incidents étaient définis au moyen des compteurs : 1, C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, 2, 4.

La section efficace totale  $\pi^{\pm}P$  a été déterminée par une mesure de transmission des  $\pi$  incidents à travers l'hydrogène liquide de la cible. Ces mesures ont été effectuées à quatre angles solides différents correspondant aux compteurs du faisceau transmis : T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>, T<sub>3</sub>, T<sub>4</sub>.

Les sections efficaces ainsi mesurées à quatre angles solides différents ont été extrapolées à un angle solide nul pour déterminer la section efficace totale effective.

La variation de la section efficace mesurée en fonction de l'angle solide  $\Omega$  du compteur transmis est presque linéaire à condition que cet angle solide  $\Omega$  soit supérieur à l'angle solide limite  $\Omega_c$  à partir duquel l'effet de la diffusion coulombienne des particules dans la cible devient important. Pour les angles solides inférieurs à  $\Omega_c$  les sections efficaces mesurées augmentent rapidement et il devient nécessaire d'effectuer une correction importante due à la diffusion multiple dans la cible. Les dimensions des compteurs transmis T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>, T<sub>3</sub> et T<sub>4</sub> ont été choisies de telle façon que cette correction soit négligeable pour des impulsions comprises entre 900 et 1900 MeV/c.

### II. Le faisceau.

Cette expérience a été réalisée auprès du Synchrotron à protons Saturne à Saclay [32].

Un faisceau secondaire à double analyse a été construit pour focaliser des  $\pi^{\pm}$  d'impulsion comprise entre 400 et 2000 MeV/c. A chaque cycle, en fin d'accélération, les protons étaient déviés progressivement sur une cible interne en cuivre (80 x 15 x 10 mm) placée dans une section droite du synchrotron (fig. 2). Ainsi les particules émises dans le faisceau secondaire étaient réparties le plus uniformément possible dans un intervalle compris entre 80 et 100 ms.

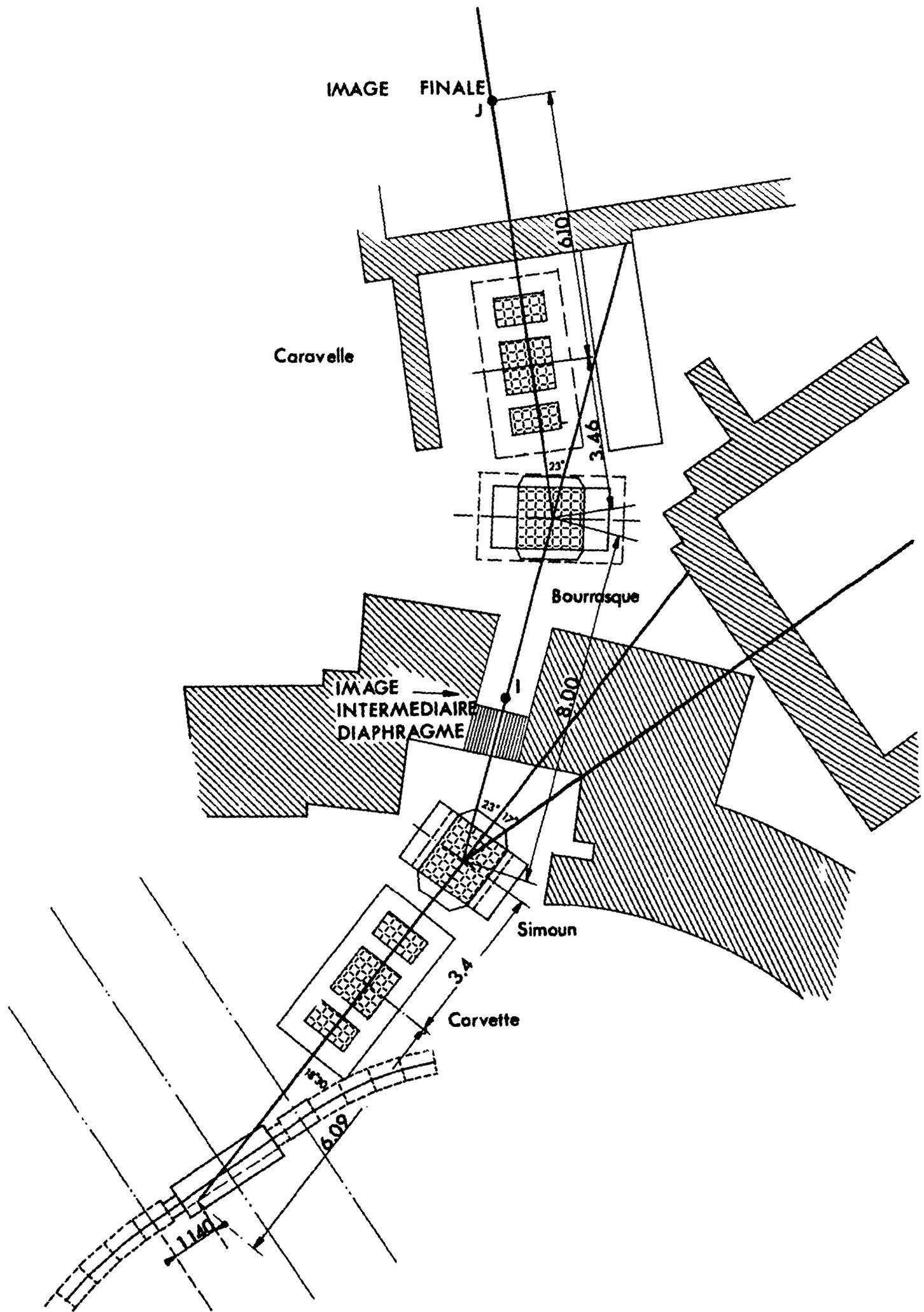


Figure 2 - Implantation du faisceau.

Le faisceau secondaire faisait un angle de  $18^{\circ}30'$  avec la direction des protons incidents. Il était composé de deux parties symétriques comprenant chacune un triplet de quadrupoles et un aimant en H. Dans le plan horizontal, les particules du faisceau étaient focalisées et analysées en impulsion. A l'image intermédiaire I, le diaphragme et le compteur 1 délimitaient une bande d'impulsion  $\Delta p$  :

$$\Delta p/p = \pm 2 \%$$

les dispersions des deux parties du faisceau étaient égales, et se compensaient : les images de la cible, correspondant à des impulsions légèrement différentes dans l'intervalle  $\Delta p$ , se superposaient à l'image finale J.

Dans le plan vertical, l'image intermédiaire I et l'image finale J se formaient aux mêmes points que dans le plan horizontal. L'intensité moyenne du faisceau primaire était de l'ordre  $8 \cdot 10^{10}$  protons/cycle. La variation de l'intensité du faisceau secondaire de  $\pi$  pour  $10^{10}$  protons/cycle est donnée sur la figure 3.

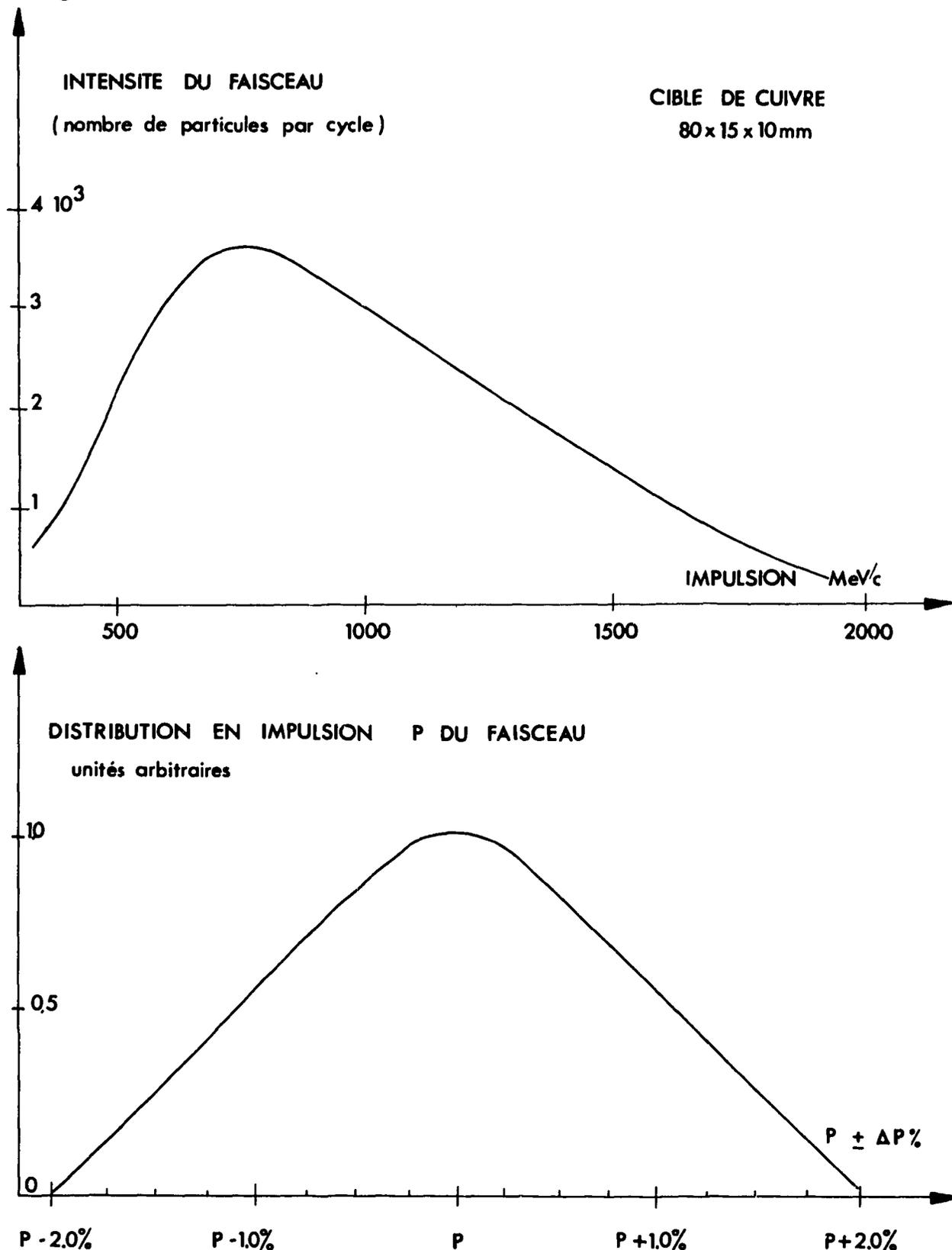


Figure 3 - Variation de l'intensité du faisceau de  $\pi^-$  en fonction de l'énergie (nombre de particules par cycle). Spectre en impulsion : la largeur relative moyenne est égale à  $\pm 1 \%$  et la largeur relative maximale est égale à  $\pm 2 \%$ .

Pour réduire la diffusion multiple des particules dans l'air, un tube en aluminium, dans lequel régnait un vide de quelques dixièmes de mm de mercure, était placé le long du faisceau.

L'impulsion des  $\pi$  a été étalonnée par la méthode du fil avec une précision de  $\pm 1\%$ . Une vérification de cet étalonnage a été obtenue en mesurant le parcours dans le cuivre des  $\pi$  et des protons. Pour cette mesure de parcours, nous avons utilisé les photographies obtenues dans une expérience précédente, des traces des particules du faisceau qui traversaient les plaques de laiton d'une chambre à étincelles [30]. Les détails de cette mesure sont décrits dans l'Annexe I et les résultats sont présentés dans la figure 20.

Ces valeurs ont été corrigées pour tenir compte des pertes d'énergie par ionisation dans l'air, les compteurs, les parois et l'hydrogène liquide de la cible. La correction totale  $\Delta E$  est égale à :

$$E = - 9,6 \pm 0,3 \text{ MeV.}$$

Le détail des différentes corrections est donné dans l'Annexe II.

Des précautions spéciales ont été prises pour assurer la reproductibilité des champs magnétiques sur de très longues périodes par des contrôles des courants des aimants et par des mesures directes du champ avec des jauges à effet Hall. Cette reproductibilité a été assurée pendant une période de plusieurs mois avec une précision supérieure à  $0,5\%$ .

### III. La cible a hydrogène liquide.

La cible était constituée par un réservoir cylindrique de 20 cm de diamètre terminée par des fenêtres en mylar (fig. 4). L'épaisseur totale des fenêtres de la cible interne, de l'écran thermique et de l'enceinte à vide était égale à 0,42 mm. La longueur utile de la cible pleine était de  $608 \pm 0,4$  mm.

Pour les mesures en cible vide on maintenait un vide de quelques dixièmes de mm de mercure dans l'ensemble de la cible.

L'ébullition de l'hydrogène liquide dans la cible provoquait la formation de fines bulles de gaz. La quantité de gaz produite a été mesurée. La correction qui en résulte sur la densité de l'hydrogène liquide était inférieure à  $0,3/1000$ .

### IV. Les compteurs.

Les compteurs se répartissent en deux groupes : les compteurs qui définissent le faisceau incident et les compteurs situés dans le faisceau transmis après la cible.

#### a) Le télescope du faisceau incident.

Le télescope du faisceau incident comprenait le compteur 1 situé à l'image intermédiaire I, qui limitait la largeur en impulsion  $\Delta p$  du faisceau. Le compteur 2 déterminait l'ouverture du faisceau et le compteur 4, [de faible épaisseur (1,5 mm) pour diminuer l'effet cible vide], définissait le diamètre utile du faisceau avant la cible. La distance de 11 mètres entre les compteurs 1 et 4 permettait une séparation efficace par temps de vol des  $\pi^+$  et des protons jusqu'à 1200 MeV/c.

Les deux compteurs Cerenkov à seuil  $C_1$  et  $C_2$ , situés entre les compteurs 1 et 2, permettaient de mesurer la contamination du faisceau en électrons, muons et protons [36]. Ils avaient respectivement 80 et 90 cm de long et ils étaient remplis d'hexafluorure de soufre. La variation de l'indice de réfraction  $\eta$  du  $\text{SF}_6$ , en fonction de la pression à  $21^\circ\text{C}$ , est représentée sur la figure 5.

La courbe de la figure 6 représente la réponse du compteur Cerenkov  $C_1$ , en fonction de la pression du gaz, pour une impulsion du faisceau égale à 1000 MeV/c. A mesure que l'on augmente la pression du gaz, on détecte successivement les électrons, les muons et les  $\pi$ .

#### b) Les compteurs du faisceau transmis.

Les angles solides moyens par rapport au centre de la cible des compteurs  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  et  $T_4$  étaient respectivement :  $2,9 \cdot 10^{-3}$ ,  $5,7 \cdot 10^{-3}$ ,  $8,5 \cdot 10^{-3}$  et  $11,0 \cdot 10^{-3}$  stéradians.

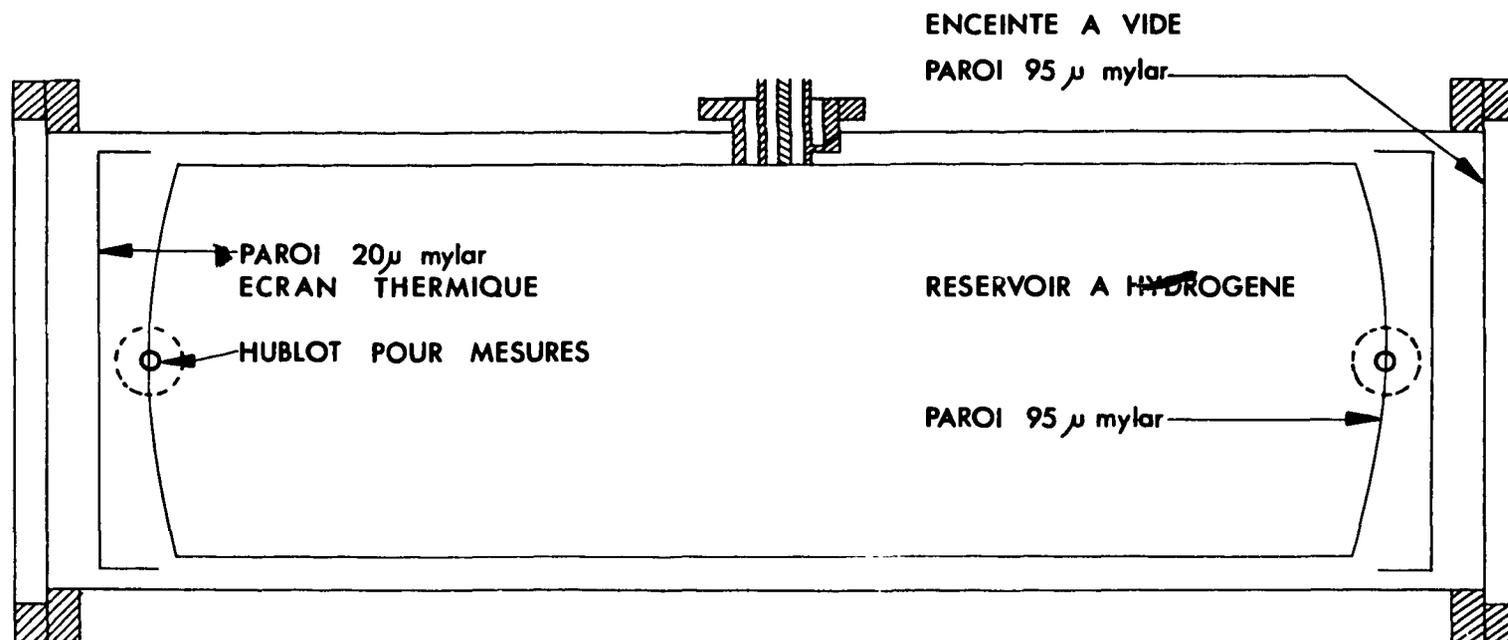


Figure 4 - Schéma de la cible à hydrogène liquide.

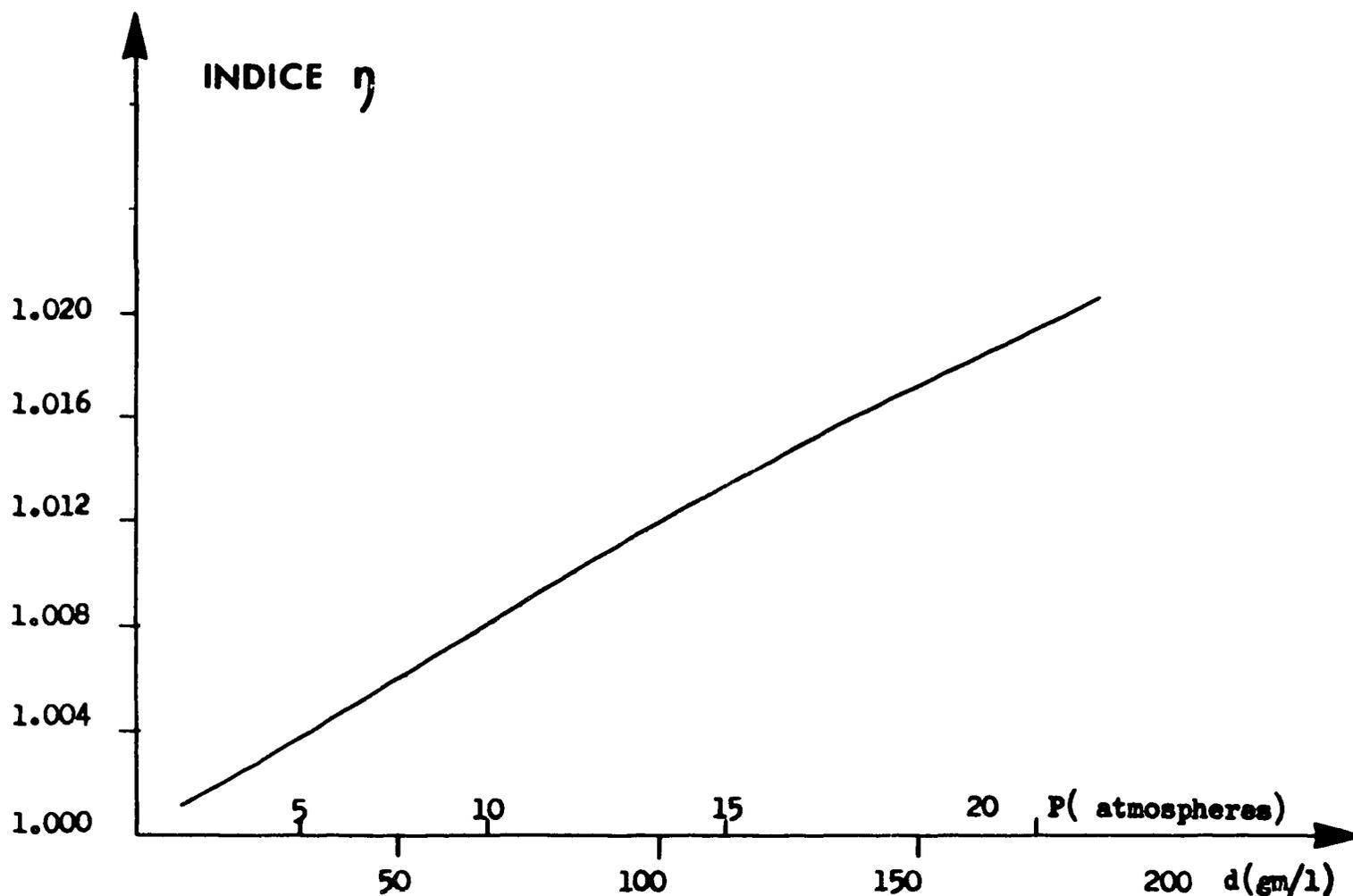


Figure 5 - Variation de l'indice de réfraction  $\eta$  de l'hexafluorure de soufre en fonction de la pression [37].

La distance entre l'extrémité de la cible à hydrogène et les compteurs  $T_1$   $T_2$   $T_3$   $T_4$  était égale à 145 cm. La position relative de l'image finale du faisceau J par rapport à la cible à hydrogène et aux compteurs  $T_1$   $T_2$   $T_3$   $T_4$  a été optimisée pour diminuer au maximum l'effet cible vide. Les mesures en cible vide représentaient environ 12 % de la section efficace mesurée en cible pleine.

La possibilité de détection par effet Cerenkov des particules qui traversent les guides de lumière des scintillateurs des compteurs  $T_1$   $T_2$   $T_3$   $T_4$  a été considérée : l'épaisseur des scintillateurs

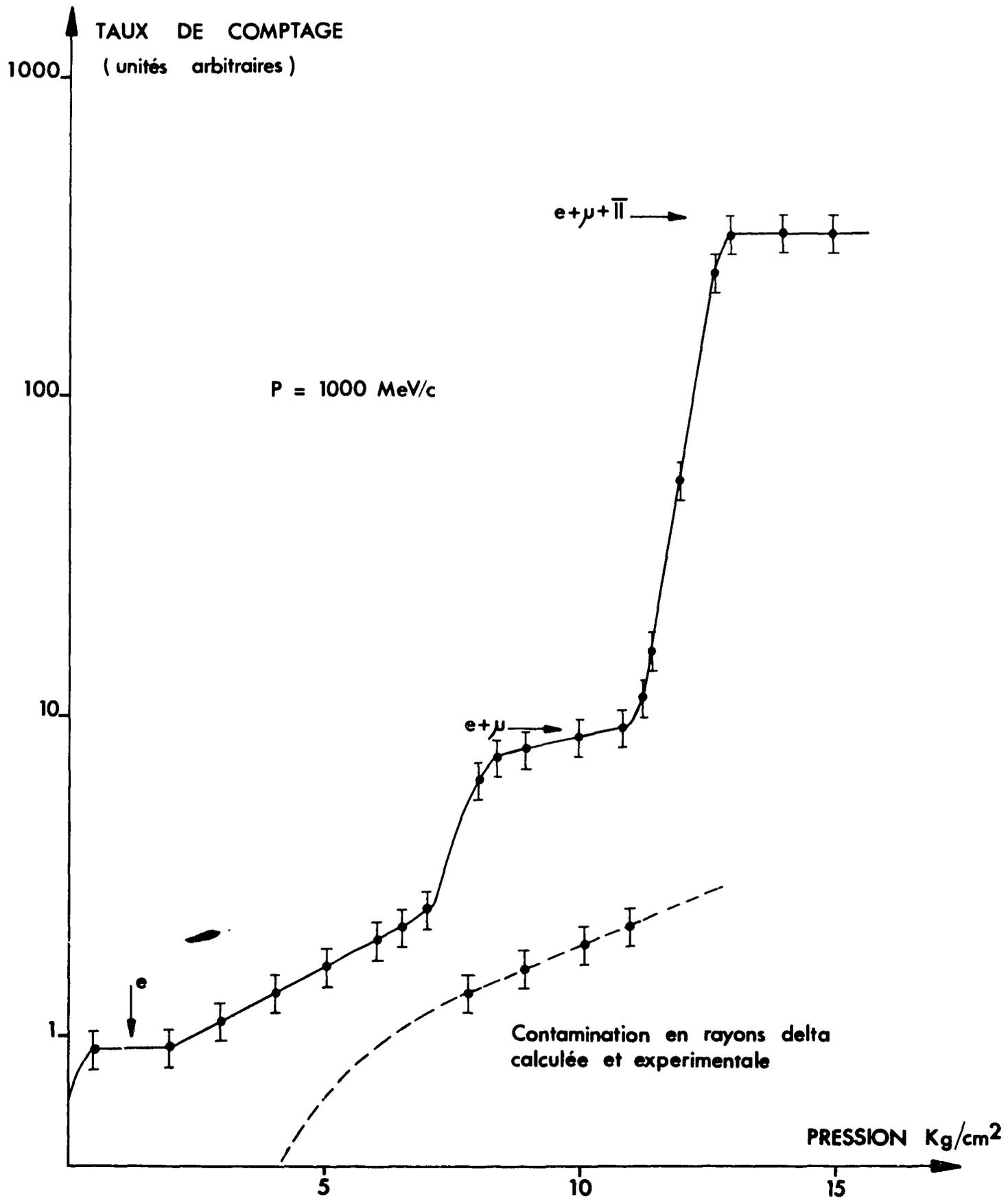


Figure 6 - Variation du taux de comptage du compteur Cerenkov en fonction de la pression du gaz. Dans la partie inférieure, correction calculée et expérimentale pour les rayons delta. (Voir Annexe V).

(8 mm) et la forme des conduits de lumière ont été choisies avec soin pour éliminer ce comptage parasite.

### V. Circuit électronique.

La mesure consistait à identifier et compter les  $\pi$  incidents qui n'interagissaient pas dans la cible à hydrogène et qui traversaient un ou plusieurs des compteurs  $T_1, T_2, T_3$  ou  $T_4$ .

Le schéma du circuit électronique est représenté sur la figure 7. Les  $\pi$  incidents :  $\pi$  INC sont définis par la coïncidence des impulsions des compteurs 1,  $C_1$ , 2 et 4 avec le compteur  $C_2$  en anti-coïncidence.

$$\pi \text{ INC} = 1 + C_1 + 2 + 4 + \bar{C}_2$$

On identifiait ensuite les  $\pi$  transmis par la coïncidence des  $\pi$  incidents avec le signal de chaque compteur final T :

$$\text{TRANS } 1 = \pi \text{ INC} + T_1$$

Pour vérifier la cohérence des comptages nous avons également mesuré les  $\pi$  absorbés :

$$\text{ABS } 1 = \pi \text{ INC} + \bar{T}_1$$

et mesuré en permanence les fuites définies par le rapport :

$$\text{FUITES} = \frac{\pi \text{ INC} - (\text{TRANS} + \text{ABS})}{\pi \text{ INC}}$$

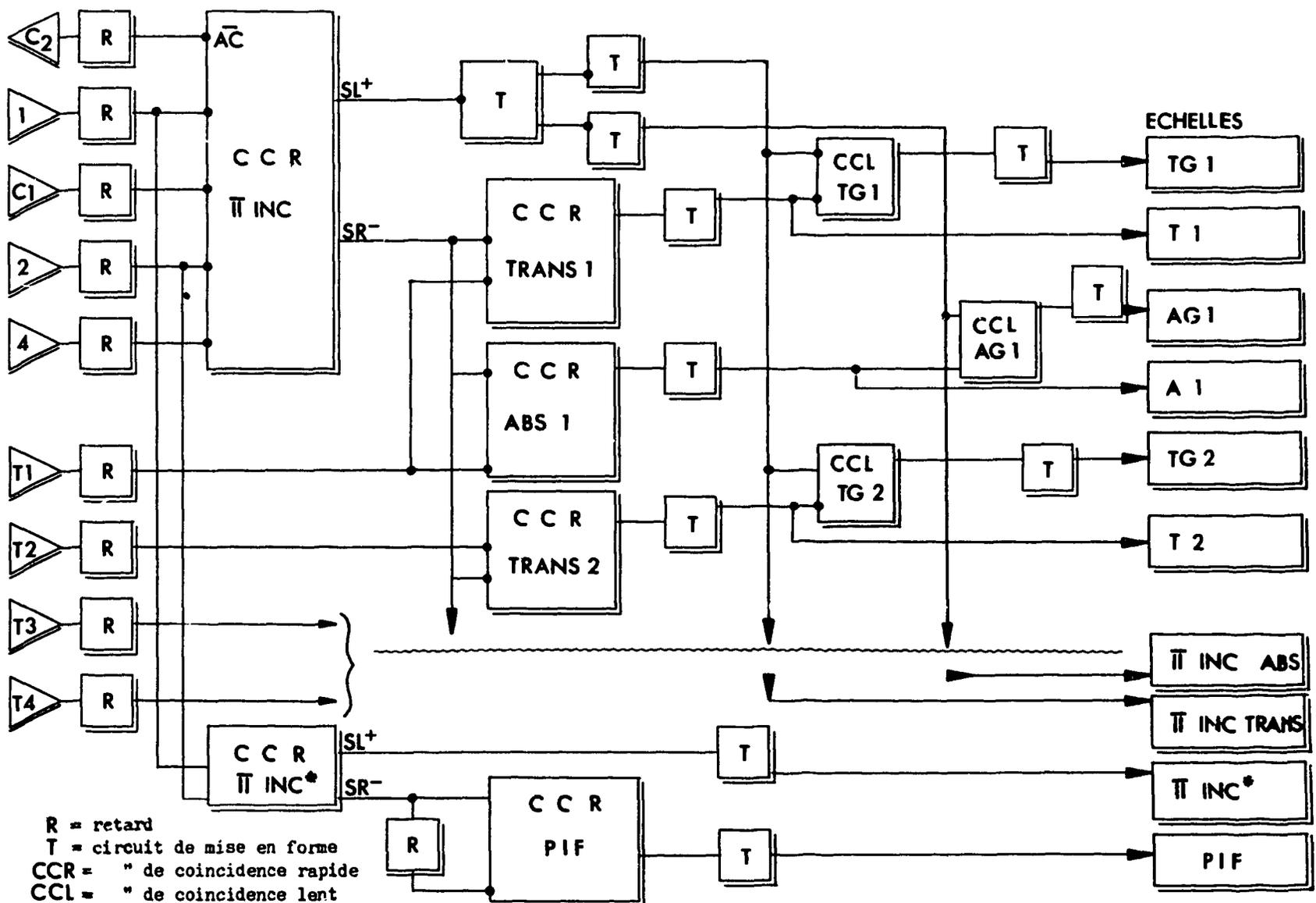


Figure 7 - Schéma des circuits électroniques.

Avant d'attaquer les échelles de comptage, les signaux de sortie des circuits ABS et TRANS étaient mis en coïncidence (lente) avec le signal des  $\pi$ INC, afin d'éliminer les variations des seuils des circuits de mise en forme des impulsions (triggers) entre la sortie des circuits et les échelles correspondantes, et d'assurer que chaque  $\pi$  transmis ou absorbé était effectivement compté dans l'échelle  $\pi$ INC. De plus on vérifiait que les comptages des deux signaux  $\pi$ INCA et  $\pi$ INCT après avoir traversé les quatre circuits, ABSG et TRANSG restaient identiques aux  $\pi$ INC à  $10^{-4}$  près. Le circuit  $\pi$ INC\* = (1 + 2) mesurait la totalité des particules du faisceau. Ce comptage servait de référence pour déterminer la contamination en électrons, muons et protons. (Figure 7).

Le circuit PIF mesurait des coïncidences fortuites qui pouvaient se produire entre la sortie rapide du circuit  $\pi$ INC\* et le même signal retardé de 125 ns (pour retrouver le même taux instantané). Il servait de référence pour mesurer les effets dus au taux de comptage instantané, tels que les coïncidences fortuites et pertes de comptage.

Nous disposions en plus d'un "moniteur" constitué par un télescope de compteurs regardant la cible de cuivre en vue directe. Il nous servait de témoin pour vérifier le bon fonctionnement des aimants du faisceau et de référence pour contrôler la stabilité des autres comptages.

Ces différentes mesures étaient enregistrées sur un ensemble de 24 échelles de comptage avec dépouillement et impression automatique. On disposait de deux échelles en parallèle pour les principales mesures et on exigeait qu'elles soient identiques à  $10^{-4}$  près.

Les différents circuits de coïncidence utilisés ont été décrits par ailleurs [38].

## C - ANALYSE DES RESULTATS

### I. Introduction.

La section efficace mesurée dépend de l'angle solide  $\Omega$  du compteur final T utilisé, vu du centre de la cible :

$$\sigma = \sigma(\Omega)$$

Cette valeur est corrigée pour tenir compte des effets suivants :

- coïncidences fortuites,
- contamination du faisceau en électrons, muons et protons,
- diffusion multiple de la cible.

Les valeurs corrigées pour les quatre compteurs transmis :  $\sigma(\Omega_1)$ ,  $\sigma(\Omega_2)$ ,  $\sigma(\Omega_3)$  et  $\sigma(\Omega_4)$  sont extrapolées pour un angle solide nul pour obtenir la valeur de la section efficace totale réelle.

### II. Effets dus au taux de comptage.

Nous avons travaillé avec une intensité moyenne de 5 000  $\pi$  en 80 ms. A chaque cycle, les particules sont groupées avec une structure plus fine ayant une période de 125 ns, qui correspond à la fréquence d'accélération des protons dans le synchrotron.

Il est difficile de calculer une correction précise pour tous les effets provoqués par un taux de comptage instantané aussi élevé : fluctuation rapide des seuils des circuits, coïncidences fortuites et pertes de comptage.

Nous avons déterminé l'effet global de la façon suivante : nous avons réalisé des coïncidences fortuites entre deux sorties du circuit  $\pi$ INC\*, l'une étant retardée de 125 ns par rapport à l'autre. Le nombre de coïncidences fortuites ainsi mesurées varie en fonction du taux de comptage instantané, mais on sait qu'il diminue et tend vers zéro avec l'intensité du faisceau. Cette mesure servait de moniteur pour contrôler les variations de tous les comptages en fonction de l'intensité du faisceau.

Cette correction était pratiquement négligeable dans le faisceau de  $\pi^-$ , même pour les intensités maximales. Par contre dans le faisceau de particules chargées positives nous avons été obli-

gés de prendre des précautions très strictes, car le nombre de protons était important : il était, à 1 800 MeV/c, dix fois plus élevé que le nombre de  $\pi^+$ .

Nous avons déterminé un taux de comptage maximum à 1 000, 1 500 et 1 800 MeV/c pour lequel cette correction était inférieure à 0,3 %, en mesurant la variation des différents taux de  $\pi^+$  transmis (tp et tv) en fonction du nombre des coïncidences fortuites dans le circuit des  $\pi$  incidents.

Toutes les mesures ont ensuite été effectuées avec un taux de comptage inférieur à cette limite pour que l'extrapolation de ces résultats à un taux de comptage nul soit linéaire avec une très faible pente.

De plus, nous avons vérifié la cohérence des mesures en effectuant pour les trois impulsions précédentes des mesures complètes avec un taux de comptage réduit d'un facteur quatre par rapport au taux limite déterminé précédemment. Dans les limites statistiques, l'accord était excellent.

La mesure simultanée des  $\pi$  absorbés et des  $\pi$  transmis permettait de voir dans quelle mesure la relation

$$\pi \text{ INC} = \text{TRANS} + \text{ABS}$$

était satisfaite ainsi que l'importance des fuites

$$\text{FUITES} = \frac{\pi \text{ INC} - (\text{TRANS} + \text{ABS})}{\pi \text{ INC}}$$

Les fuites sont très sensibles au taux de comptage. Nous avons vérifié pour les quatre compteurs que les FUITES restaient constantes et inférieures à  $10^{-4}$ .

De plus, en modifiant le retard d'un des circuits de coïncidence, il était possible de mesurer directement le nombre de coïncidences fortuites dans le circuit des  $\pi$  transmis.

Le pourcentage de fortuites  $\left( \frac{\pi \text{ TRANSMIS FORTUITS}}{\pi \text{ INC}} \right)$  était inférieur à 0,1 %.

Pour fixer un ordre de grandeur, les rapports suivants ont été relevés en  $\pi^+$  à 1 025 MeV/c

$$\frac{\text{ABS}}{\pi \text{ INC}} \simeq 10 \%$$

$$\frac{\text{TRANS}}{\pi \text{ INC}} \simeq 90 \%$$

$$\frac{\text{FUITES}}{\pi \text{ INC}} \simeq 0,01 \%$$

$$\frac{\text{TRANS FORTUITS}}{\pi \text{ INC}} \simeq 0,07 \%$$

Cet ensemble de tests permettait d'effectuer toutes les mesures dans des conditions rigoureusement identiques et reproductibles et de limiter au maximum la non-linéarité de l'effet du taux de comptage sur les mesures.

### III. Diffusion coulombienne.

Lorsqu'une particule chargée traverse une certaine épaisseur de matière, sa trajectoire subit un grand nombre de petites déflexions angulaires. Chacune de ces diffusions est produite par l'interaction électromagnétique entre la particule chargée et le champ coulombien d'un noyau, (légèrement modifié par l'effet d'écran produit par les électrons).

Il en résulte qu'un faisceau de particules chargées se trouve modifié après avoir traversé une cible : son diamètre est élargi, sa distribution angulaire et son spectre en impulsion sont plus étalés.

Il est donc nécessaire de déterminer la fraction des particules qui ne traverse pas les compteurs du faisceau transmis à cause de la diffusion coulombienne simple et multiple de la cible.

La correction nécessaire pour tenir compte de la diffusion dans les compteurs et dans les parois de la cible est presque entièrement effectuée avec la soustraction des mesures en cible vide.

Le calcul de la correction pour la diffusion multiple dans l'hydrogène liquide de la cible est délicat car il varie rapidement avec certains paramètres, aussi nous nous sommes efforcés dans le choix des dimensions de la cible et des compteurs du faisceau transmis, de limiter cette correction à une valeur inférieure au pourcent.

Une méthode générale pour calculer cette correction a été décrite par R. M. Sternheimer [39]. Il suppose que la distribution angulaire de la diffusion coulombienne est gaussienne en première approximation, avec une valeur quadratique moyenne :

$$\sqrt{\langle \theta^2 \rangle} = \frac{E}{p \beta c} \cdot \sqrt{\frac{L}{L \text{ rad}}}$$

où  $E = 21 \text{ MeV}$ ,  $p$  et  $\beta c$  sont respectivement l'impulsion et la vitesse du  $\pi$  incident, et  $\left(\frac{L}{L \text{ rad}}\right)$  est l'épaisseur de la cible en longueurs de radiation.

Il est nécessaire, pour utiliser cette méthode, de connaître la distribution radiale de la densité des particules du faisceau dans le plan des compteurs transmis. Nous avons mesuré le profil du faisceau, à chaque impulsion, avec un scintillateur de  $5 \times 1 \text{ cm}$  qui pouvait être déplacé horizontalement et verticalement dans un plan perpendiculaire au faisceau. Le profil horizontal ainsi mesuré à  $1000 \text{ MeV/c}$  est représenté sur la figure 8. Le profil vertical correspondant a des flancs beaucoup plus raides et une largeur 1,2 fois plus petite.

La correction pour la diffusion multiple a été calculée numériquement pour chaque compteur [40], (Annexe III). Elle est inférieure à 0,5 % à  $1000 \text{ MeV/c}$  et décroît avec l'impulsion. Elle est pratiquement négligeable à  $1900 \text{ MeV/c}$ , même pour le plus petit compteur.

Dans cet intervalle d'impulsions, la correction pour la diffusion simple à grand angle est complètement négligeable (Annexe III).

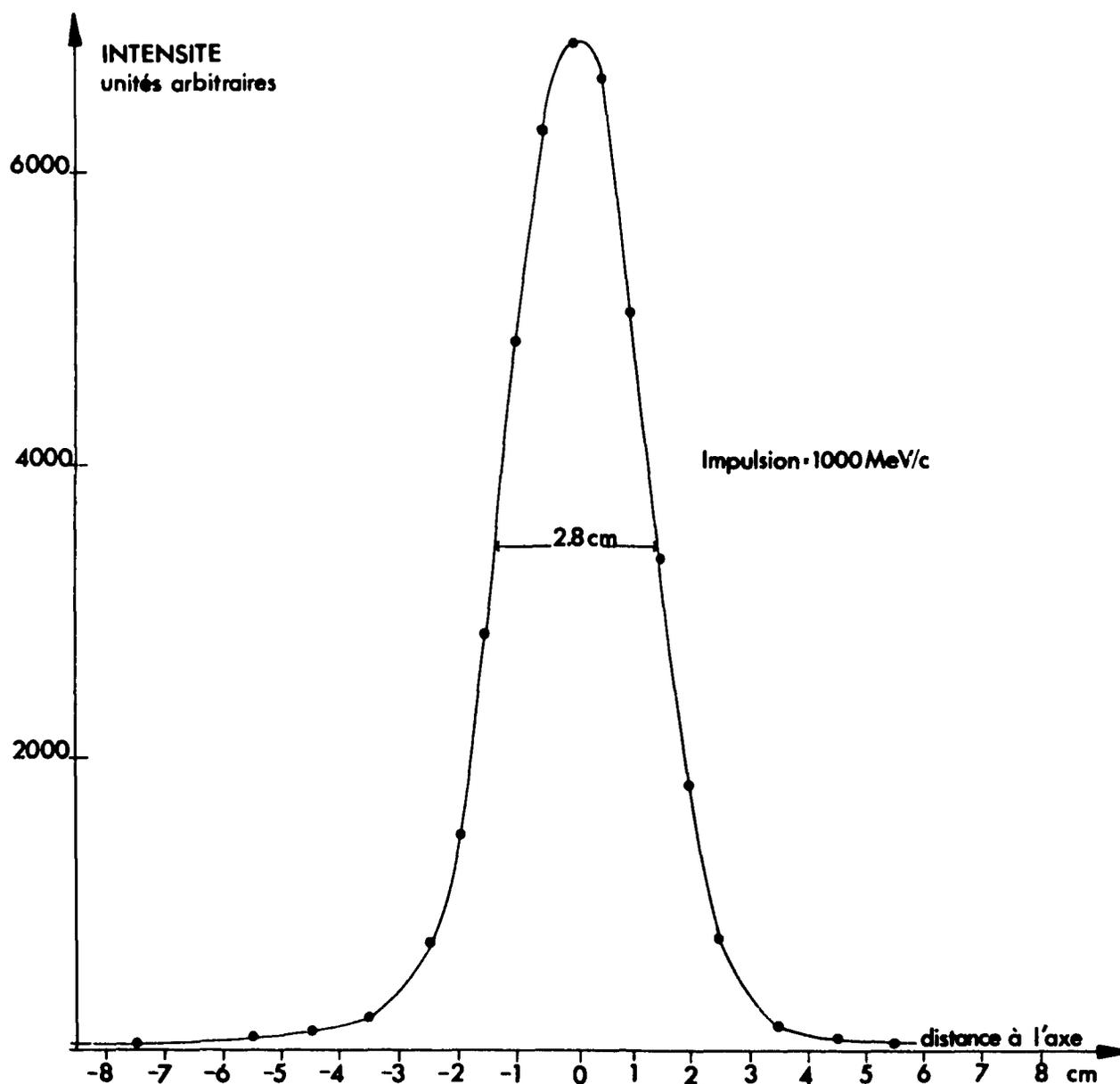


Figure 8 - Profil horizontal du faisceau en fonction de la distance radiale.

#### IV. Contamination du faisceau.

En plus des mésons  $\pi$ , le faisceau comprenait des protons quand les particules analysées étaient positives, des muons provenant de la désintégration des  $\pi$  chargés et des électrons issus de la matérialisation dans la cible interne des photons de désintégration des  $\pi^0$ .

La contamination en muons et électrons est faible. Elle est égale à 4,2 % à 1 000 MeV/c et décroît progressivement avec l'impulsion: jusqu'à 2,4 % à 1 800 MeV/c.

Par contre, le nombre de protons est important dans le faisceau de particules chargées positives. A 1 800 MeV/c, il est dix fois plus élevé que le nombre de  $\pi^+$ .

##### 1/ Contamination en électrons.

Les électrons sont éliminés du comptage à l'image intermédiaire par le compteur Cerenkov  $C_2$  qui est mis en anticoïncidence dans le circuit des  $\pi$  incidents.

La fraction résiduelle des électrons qui ne sont pas éliminés par le compteur  $C_2$  a été mesurée avec précision au moyen du second compteur Cerenkov  $C_1$ . L'erreur correspondante sur la contamination totale est de l'ordre de 0,1 %.

##### 2/ Contamination en muons.

a) Les muons provenant de la désintégration des  $\pi$  dans la première moitié du faisceau, qui traversent les compteurs 1, 2 et 4, ont une impulsion égale à celle des  $\pi$  incidents, car ils passent à travers la double analyse et les diaphragmes qui limitent l'impulsion du faisceau dans l'intervalle  $p \pm \Delta p$ , où  $\Delta p/p \simeq 2$  %.

Ces muons ont été mesurés à l'image intermédiaire I, avec le compteur Cerenkov à seuil  $C_2$ . A mesure que l'on augmente la pression du gaz dans le compteur, on compte successivement les électrons, les électrons et les muons et enfin les électrons, les muons et les  $\pi$ . Les trois plateaux correspondants sont indiqués sur la figure 6 qui représente la variation du taux de comptage en fonction de l'indice du gaz.

Cette méthode a été utilisée, jusqu'à une impulsion des  $\pi$  incidents égale à 1 500 MeV/c, pour éliminer les  $\mu$  provenant de la première partie du faisceau en mettant le compteur Cerenkov  $C_2$  en anticoïncidence dans le circuit des  $\pi$  incidents, et en ajustant la pression pour qu'elle corresponde au plateau de détection des  $\mu$ , à chaque nouvelle impulsion du faisceau incident. Pour que cette méthode soit valable, il est nécessaire de déterminer avec précision l'efficacité du compteur Cerenkov. Nous avons mesuré, à différentes impulsions, l'efficacité du compteur Cerenkov  $C_2$  en déterminant avec le second compteur Cerenkov  $C_1$  la fraction résiduelle des  $\mu$  qui n'étaient pas anticoïncidés. L'erreur correspondante sur la contamination était inférieure à 0,1 %.

Au-dessus de 1 500 MeV/c le plateau des électrons et des muons était trop étroit pour un fonctionnement stable de l'anticoïncidence. Mais on a mesuré, avec le compteur Cerenkov, la contamination en électrons et  $\mu$  provenant de la première partie du faisceau. Les rapports  $e/\pi$  INC et  $\mu/\pi$  INC sont présentés dans le Tableau II.

Les particules chargées qui traversent le gaz du compteur Cerenkov produisent un certain nombre de rayons  $\delta$  qui ont une direction et une énergie suffisante pour être comptés. Les rapports précédents ont été corrigés pour tenir compte de cette contamination (Annexe V).

b) Les muons créés dans la deuxième partie du faisceau ont une distribution en impulsion qui s'étend de  $\sim 0,57 \times P_\pi$  jusqu'à  $P_\pi$ . ( $P_\pi$  étant l'impulsion des  $\pi$  incidents). On ne peut pas utiliser un compteur Cerenkov à seuil pour mesurer des  $\mu$  ayant un spectre en impulsion aussi large. (fig. 9).

La correction pour la contamination du faisceau a été calculée de la manière suivante :

La section efficace totale  $\sigma$  est obtenue à partir des rapports  $t_p$ ,  $t_v$  :

$$\sigma = -\frac{1}{N} \log_e \left( \frac{t_p}{t_v} \right)$$

$$t_p = \frac{\pi \text{ transmis en cible pleine}}{\text{moniteur}}$$

$$t_v = \frac{\pi \text{ transmis en cible vide}}{\text{moniteur}}$$

(La suite du calcul étant identique, les indices  $p$ ,  $v$ , ont été supprimés). Les quantités mesurées expérimentalement sont les rapports  $T$  :

$$T = \frac{\pi \text{ transmis} + \mu \text{ transmis}}{\text{moniteur}}$$

soit :  $t = T - C$        $C = \frac{\mu \text{ transmis}}{\text{moniteur}}$

Le calcul de la contamination se ramène donc à déterminer le rapport  $C$ . Nous avons utilisé comme moniteur les  $\pi$  INC définis par les compteurs 1, 2 et 3 :

$$\pi \text{ INC} = \pi \text{ incidents} + \mu \text{ incidents}$$

soit :  $C = \frac{\mu \text{ transmis}}{\pi \text{ incidents} + \mu \text{ incidents}} = \frac{e}{1 + d}$

Les deux rapports :  $e = \frac{\mu \text{ transmis}}{\pi \text{ incidents}}$       et       $d = \frac{\mu \text{ incidents}}{\pi \text{ incidents}}$

ont été calculés numériquement, pour chaque impulsion et pour les quatre compteurs transmis (Annexe VI).

Ces calculs ont été effectués successivement avec trois programmes de calcul numérique différents. (Annexe VI). Un premier calcul a déterminé, pour un faisceau parallèle et uniforme, la contamination et le spectre en impulsion des  $\mu$  au niveau d'un compteur [45]. Un second calcul a permis de compléter les résultats précédents pour un faisceau parallèle non-uniforme et deux comp-

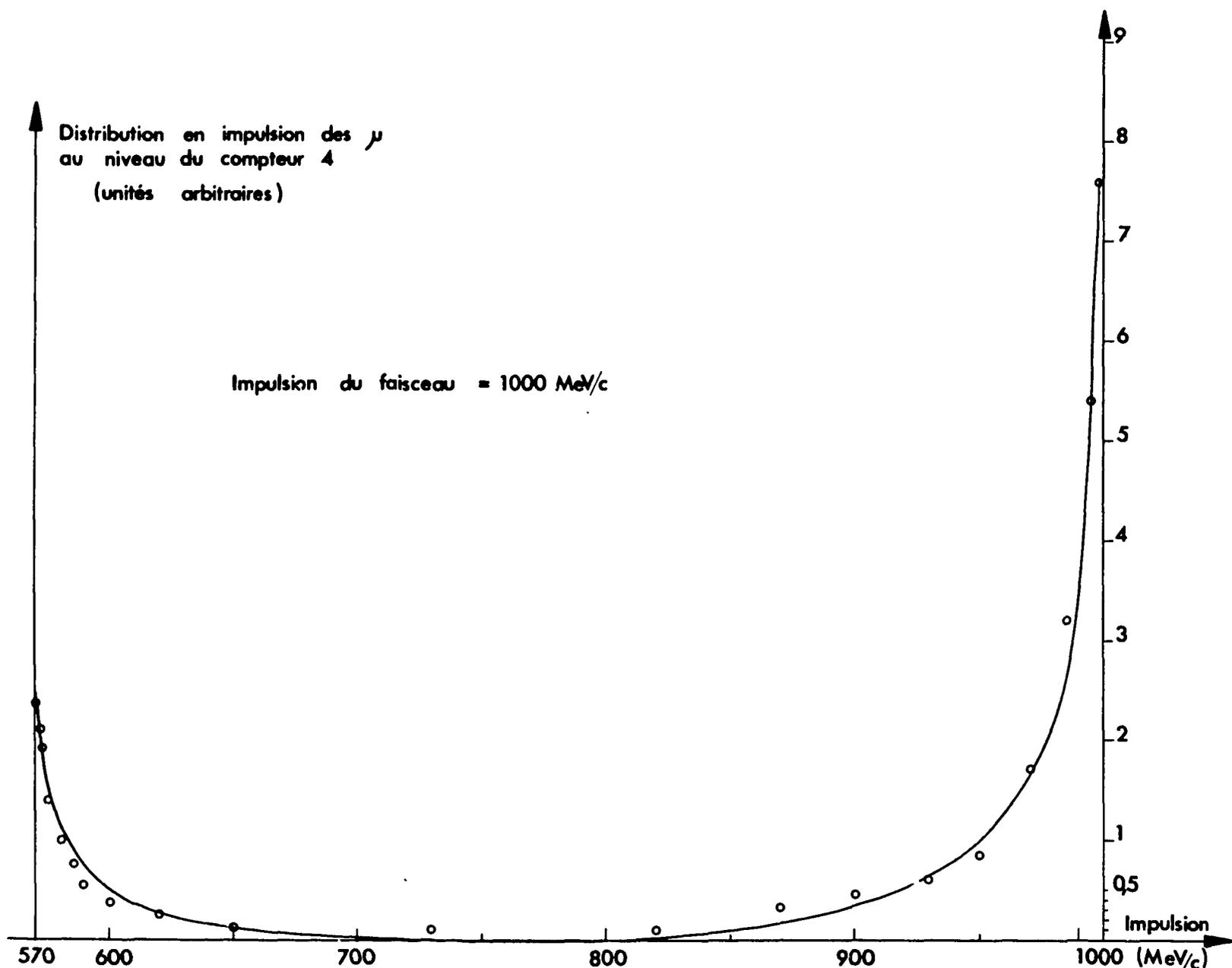


Figure 9 - Distribution en impulsion des  $\mu$  au niveau du compteur 4 calculée d'après le calcul numérique de la contamination en  $\mu$  [46].

teurs. Ce calcul fournit le pourcentage des  $\mu$  incidents au niveau du compteur 4 (c'est-à-dire le rapport :  $d = \frac{\mu \text{ incidents}}{\pi \text{ incidents}}$ ), le pourcentage de  $\mu$  dans chaque compteur transmis (c'est-à-dire le rapport :  $e = \frac{\mu \text{ transmis}}{\pi \text{ incidents}}$ ).

Les calculs précédents ne sont valables que pour la dernière partie du faisceau située entre le quadrupole et la cible à hydrogène. Il est difficile de justifier le choix des approximations nécessaires pour étendre leur application à un faisceau comprenant des aimants, des quadrupoles et des diaphragmes.

Pour traiter l'ensemble de la deuxième partie du faisceau depuis l'image intermédiaire jusqu'aux compteurs transmis, nous avons utilisé un programme de calcul beaucoup plus complet qui tient compte des caractéristiques du système de transport du faisceau et du système récepteur final (dimensions et disposition des compteurs) (Annexe VII).

Le spectre en impulsion des  $\mu$  incidents calculé au niveau du compteur 4 est représenté sur la figure 9. Les valeurs de la contamination du faisceau au niveau des différents compteurs sont rassemblées dans les tableaux I, II et III.

Tableau I

Contamination en muons et électrons de la première partie du faisceau  $\pi^\pm$  mesurée avec le compteur Cerenkov C<sub>1</sub>

p (MeV/c)	1 000	1 300	1 500	1 700	1 800
e/ $\pi$ (%)	0,29 ± 0,01	0,19 ± 0,01	0,14 ± 0,01	0,05 ± 0,01	0,05 ± 0,01
$\mu/\pi$ (%)	1,77 0,20	1,40 0,15	1,10 0,12	0,60 0,06	0,55 0,06
(e + $\mu$ ) / $\pi$ (%)	2,06 0,21	1,60 0,16	1,24 0,13	0,65 0,07	0,60 0,07

Tableau II

Contamination totale en muon des  $\pi^\pm$  INCIDENTS

p (MeV/c)	900	1 200	1 500	1 800
$\mu/\pi$ (%)	4,43 ± 0,40	3,50 ± 0,36	3,00 ± 0,30	2,40 ± 0,25

Tableau III

Contamination des  $\pi$  TRANSMIS

p (MeV/c)	900	1 200	1 500	1 800
T <sub>1</sub>	0,68 ± 0,07	0,89 ± 0,09	1,24 ± 0,12	2,00 ± 0,21
T <sub>2</sub>	1,26 0,13	1,74 0,18	1,95 0,20	2,43 0,25
T <sub>3</sub>	1,95 0,20	2,13 0,22	1,99 0,20	2,43 0,25
T <sub>4</sub>	2,30 0,24	2,15 0,22	2,00 0,21	2,43 0,25

Il est intéressant de noter la rapide variation du taux de  $\mu$  transmis en fonction de l'angle solide du compteur transmis spécialement pour les impulsions les plus faibles et la nécessité de corriger les sections efficaces mesurées avant d'extrapoler à un angle solide nul.

### 3/ Contamination en protons.

La séparation par temps de vol des  $\pi^+$  et des protons sur une distance de 11 mètres entre les compteurs #1 et #4 était efficace jusqu'à 1 200 MeV/c. Pour les impulsions supérieures, nous

avons utilisé un deuxième compteur Cerenkov à seuil  $C_1$  dont la pression était ajustée pour fonctionner sur le plateau des  $\pi^+$ .

Nous avons déterminé expérimentalement avec le compteur Cerenkov  $C_2$  la contamination résiduelle en protons, elle était inférieure à 0,15 %.

#### V. Extrapolation des sections efficaces mesurées à différents angles solides.

Pour obtenir une mesure précise de la section efficace de diffusion des  $\pi$  sur l'hydrogène, il faut choisir en principe une géométrie très fine, c'est-à-dire un faisceau parallèle et de faible diamètre et un compteur final T aussi petit que possible pour diminuer au maximum le nombre des particules diffusées par l'hydrogène qui traversent le compteur final.

La possibilité de réaliser un faisceau de très faible diamètre était limitée par la nécessité d'obtenir une faible divergence et une intensité suffisante.

D'autre part, la diffusion coulombienne est importante aux petits angles, ce qui fixe une valeur limite à la taille du compteur transmis. On est donc toujours amené à faire une correction pour la valeur non nulle de l'angle solide du compteur final.

Nous avons mesuré la section efficace totale à quatre angles solides différents entre 2 et 11 milliradians et extrapolé la section efficace pour un angle solide nul, figure 10.

En première approximation la variation de la section efficace totale avec l'angle solide est linéaire. La pente de cette droite est égale à la section efficace différentielle élastique vers l'avant  $d\sigma/d\Omega$  plus une contribution due aux particules chargées provenant des réactions inélastiques.

Ces deux quantités varient lentement pour des angles compris entre  $0^\circ$  et  $3^\circ$ .

Cependant la diffusion coulombienne et la contamination du faisceau varient rapidement en fonction de l'angle solide. Ces deux effets pouvant modifier la valeur de la section efficace extrapolée pour un angle solide nul, les corrections correspondantes ont été effectuées séparément pour chaque compteur avant l'extrapolation.

Les autres corrections telles que la contribution des interactions des  $\pi$  incidents dans les parois de la cible et les doubles diffusions dans l'hydrogène liquide sont faibles, comparées aux corrections précédentes. Elles tendent vers zéro avec l'angle solide du compteur transmis, mais elles modifient la pente de l'extrapolation linéaire.

C'est pourquoi cette pente ne représente pas exactement la somme des sections efficaces différentielles élastique et inélastique chargée à zéro degré.

De plus on ne disposait que de quatre valeurs mesurées et les pentes calculées par la méthode des moindres carrés sont entachées d'une erreur de l'ordre de  $\pm 15\%$ . Ces pentes varient entre 0,08 et 0,12 mb/milliradian.

Si on applique à la section efficace mesurée avec le plus grand compteur transmis qui a un angle solide de 11 milliradians, la correction géométrique calculée, le résultat obtenu est en général légèrement différent de la section efficace extrapolée. Cet écart est égal à 0,16 mb, ce qui représente une indétermination de 0,4 % sur la section efficace totale à 1356 MeV, figure 17.

Nous avons préféré utiliser l'extrapolation à un angle solide nul plutôt que d'appliquer une correction géométrique pour les raisons suivantes :

a) En principe, les deux taux de comptage suivants ( $\pi$  INC) et (ABS + TRANS) doivent être égaux. Du fait du défaut d'efficacité des circuits électroniques, la différence entre ces deux comptages, que nous appellerons les fuites, n'est pas nulle :  $FUITES = (\pi \text{ INC}) - (\text{ABS} + \text{TRANS})$ . Bien que ces fuites aient été réduites au maximum, il en résulte une différence de 10 à 20 % sur la pente des sections efficaces obtenues à partir des  $\pi$  absorbés (ABS) et des  $\pi$  transmis (TRANS), et un écart de 0,2 à 0,5 mb sur les deux sections efficaces mesurées à un angle solide de 11 milliradians. Cet écart ajoute une indétermination supplémentaire sur le résultat final si l'on veut effectuer une correction géométrique. Alors que les deux sections efficaces extrapolées pour les ABS et les TRANS sont en général en excellent accord, figure 10.

b) Il est difficile de calculer la correction géométrique avec une grande précision à cause du manque de résultats expérimentaux sur toutes les sections efficaces différentielles inélastiques chargées à zéro degré. De plus, les quatre compteurs formaient un bloc de 40 mm d'épaisseur de scintillateur et il est nécessaire de tenir compte de l'efficacité de détection (5 %) des particules neutres diffusées à zéro degré.

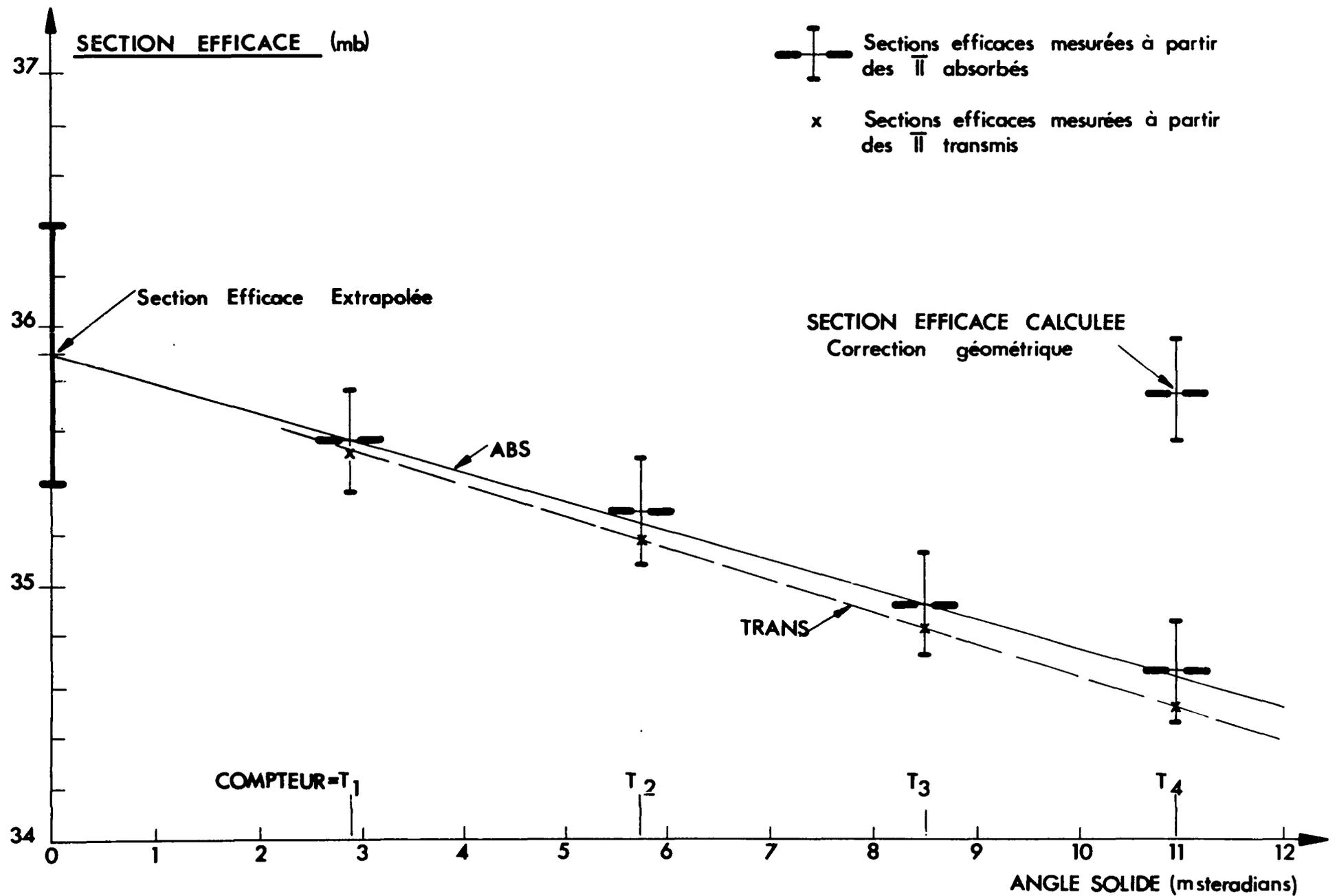


Figure 10 - Extrapolation à un angle solide nul des sections efficaces totales mesurées avec les quatre compteurs T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>, T<sub>3</sub>, T<sub>4</sub>. La section efficace calculée en effectuant une correction géométrique sur le résultat obtenu avec le plus grand angle solide est en bon accord avec la section efficace extrapolée.

## VI. Résultats.

Les résultats des mesures sont présentés dans le tableau IV et sur les figures 11 et 12. Les erreurs totales indiquées se répartissent de la façon suivante, (pour une erreur de l'ordre de 0,50 mb) :

erreur statistique	= 0,17 mb
contamination du faisceau	= 0,12
correction coulombienne	= 0,08
extrapolation à zéro degré	= 0,10
autres erreurs	= 0,03
erreur totale	= 0,50

Tableau IV

$T_{\pi}$ MeV	$\sigma^{-}$ (mb)	$\sigma^{+}$ (mb)
760	39,10 $\mp$ 0,60	
809	49,00 $\mp$ 0,60	
859	59,00 $\mp$ 0,80	
884	60,95 $\mp$ 0,80	25,35 $\mp$ 0,50
899	59,50 $\mp$ 0,75	
920	55,00 $\mp$ 0,75	
1 058	37,30 $\mp$ 0,55	30,40 $\mp$ 0,50
1 157	36,10 $\mp$ 0,55	35,00 $\mp$ 0,55
1 207	36,30 $\mp$ 0,55	38,30 $\mp$ 0,55
1 281	36,75 $\mp$ 0,55	41,25 $\mp$ 0,60
1 356	35,90 $\mp$ 0,50	41,40 $\mp$ 0,60
1 446		38,00 $\mp$ 0,60
1 555	34,30 $\mp$ 0,50	33,85 $\mp$ 0,55
1 655	34,60 $\mp$ 0,50	31,40 $\mp$ 0,55

On remarque sur le tableau IV, que les résultats des sections efficaces totales  $\pi^{+}P$  sont incomplets au-dessous de 1 000 MeV. En effet, l'expérience a été interrompue par une défocalisation du faisceau provoquée par le court-circuit d'un enroulement de la dernière lentille d'un quadrupole.

Deux séries de mesures complètes et indépendantes ont été effectuées à 884, 1 281 et 1 555 MeV pour s'assurer de la reproductibilité des résultats et pour déceler une éventuelle source d'erreur systématique. Ces mesures ont été effectuées avec des conditions de focalisation et d'intensité du faisceau différentes, pour vérifier que les résultats obtenus sont indépendants du taux de comptage et de la géométrie particulière de l'expérience. Les valeurs des sections efficaces obtenues, pour ces deux séries de mesures, sont en bon accord : le plus grand écart étant inférieur à 0,11 mb ; et les valeurs de la pente des sections efficaces mesurées en fonction de l'angle solide n'ont pas varié d'une mesure à l'autre de plus de 0,02 mb/millistéradian.

## VII. Comparaison avec les mesures antérieures.

Nos résultats au voisinage de la troisième résonance sont en bon accord avec certaines mesures récentes [20, 27, 105] (fig. 11). La position et la valeur de la section efficace totale  $\pi^{-}P$  correspondant au maximum sont les suivantes :

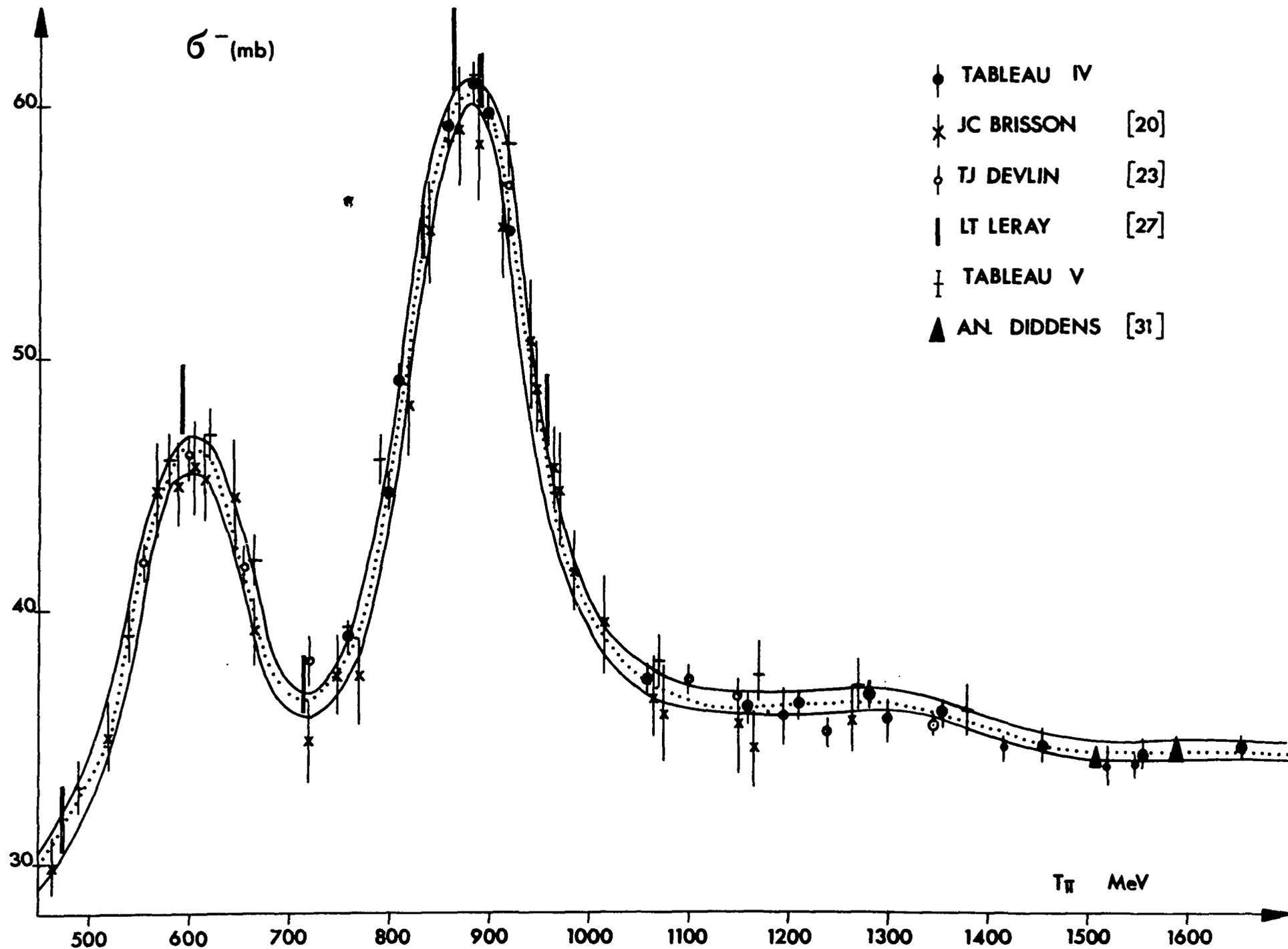
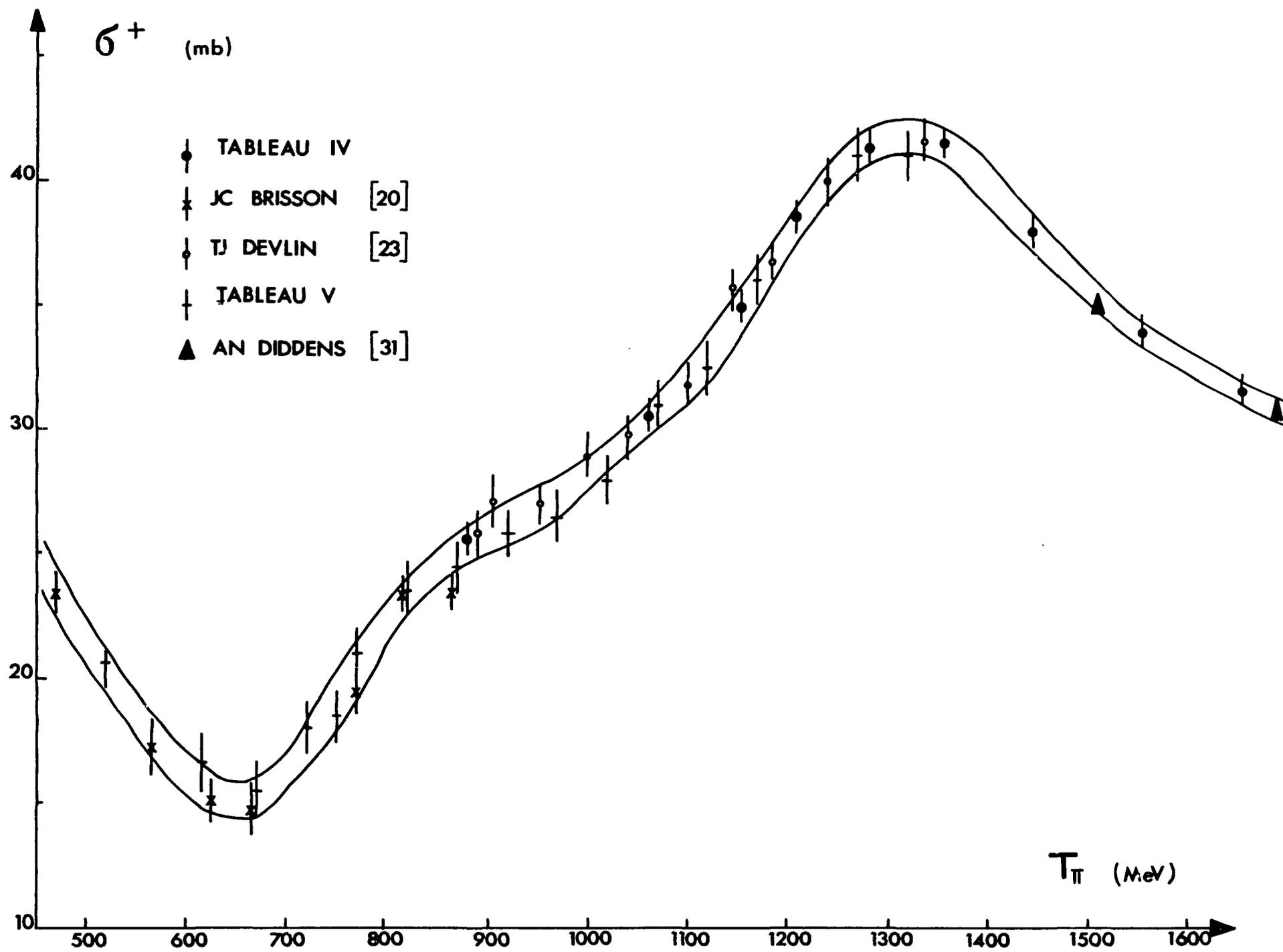


Figure 11 - Sections efficaces totales  $\pi^- P$  entre 500 et 1700 MeV. Les résultats rassemblés dans les tableaux IV et V sont représentés ainsi que ceux des références [20, 21, 27 et 31].

Figure 12 - Sections efficaces totales  $\pi^+ P$  entre 500 et 1700 MeV.

$$T_{\pi} = 885 \pm 8 \text{ MeV}$$

$$\sigma^{-} = 61 \pm 0,6 \text{ mb}$$

Il y a un décalage d'environ 10 MeV sur la position du maximum par rapport aux mesures de Berkeley [23], et une différence de 3 mb sur la valeur des sections efficaces correspondant aux maxima. Cet écart atteint 5 à 7 mb sur les flancs de la résonance.

Au-delà de 1200 MeV nos résultats se raccordent bien aux mesures effectuées à plus haute énergie [31].

Certains résultats des références [20-23] n'ont pas été reportés sur la figure 11 car ils paraissent entachés d'une forte erreur systématique entre 700 et 1100 MeV et en particulier au-delà de 1400 MeV.

La position de la seconde résonance et la valeur de la section efficace totale au maximum semblent bien établies [20] :

$$T_{\pi} = 605 \pm 6 \text{ MeV}$$

$$\sigma^{-} = 45,8 \pm 1,8 \text{ mb}$$

Les valeurs des sections efficaces totales  $\pi^{-}P$  entre 500 et 1700 MeV ainsi que la marge d'erreur sont indiquées sur la figure 11. Ces résultats sont en bon accord avec les mesures que nous avons effectuées dans une expérience précédente (Tableau V, [28, 95]).

Nos valeurs des sections efficaces totales  $\pi^{+}P$  sont en bon accord entre 900 et 1350 MeV avec les mesures de Berkeley [23,105]. Elles se raccordent, au-delà de 1400 MeV, aux mesures effectuées à plus haute énergie [31] (fig. 12).

Pour les mêmes raisons que précédemment certains résultats des références [20] et [23] n'ont pas été reportés sur la figure 12, qui représente les valeurs des sections efficaces  $\pi^{+}P$  avec les marges d'erreur entre 500 et 1700 MeV. Entre 800 et 1300 MeV les résultats de cette expérience sont en bon accord avec les mesures précédentes (Tableau V, [28, 95]).

### VIII. Conclusion.

Le nombre important de mesures de la section efficace totale  $\pi^{\pm}P$  qui ont été effectuées pendant les dix dernières années traduit une recherche constante de précision [1 - 30]. Mais il reflète aussi une amélioration certaine des techniques de mesure.

Cette amélioration technique, qui s'est portée aussi bien sur la réalisation de faisceaux secondaires mieux définis et de cibles à hydrogène liquide à parois minces, que sur le raffinement des compteurs et des circuits électroniques, a permis une évaluation plus précise des corrections nécessaires à toute mesure.

La technique de calcul des corrections, elle aussi, s'est précisée. Il est actuellement possible, par exemple, grâce à un programme de calcul numérique très complet, de tenir compte de la contamination en  $\mu$  créées tout au long du système de transport d'un faisceau et de calculer une correction rigoureuse [46].

Il devient ainsi possible, moyennant certaines précautions de réduire les erreurs de mesures systématiques à un ordre de grandeur comparable à celui des erreurs statistiques.

La comparaison des figures 11, 12 et 13 montre clairement cette évolution et permet d'apprécier l'amélioration de la précision des mesures.

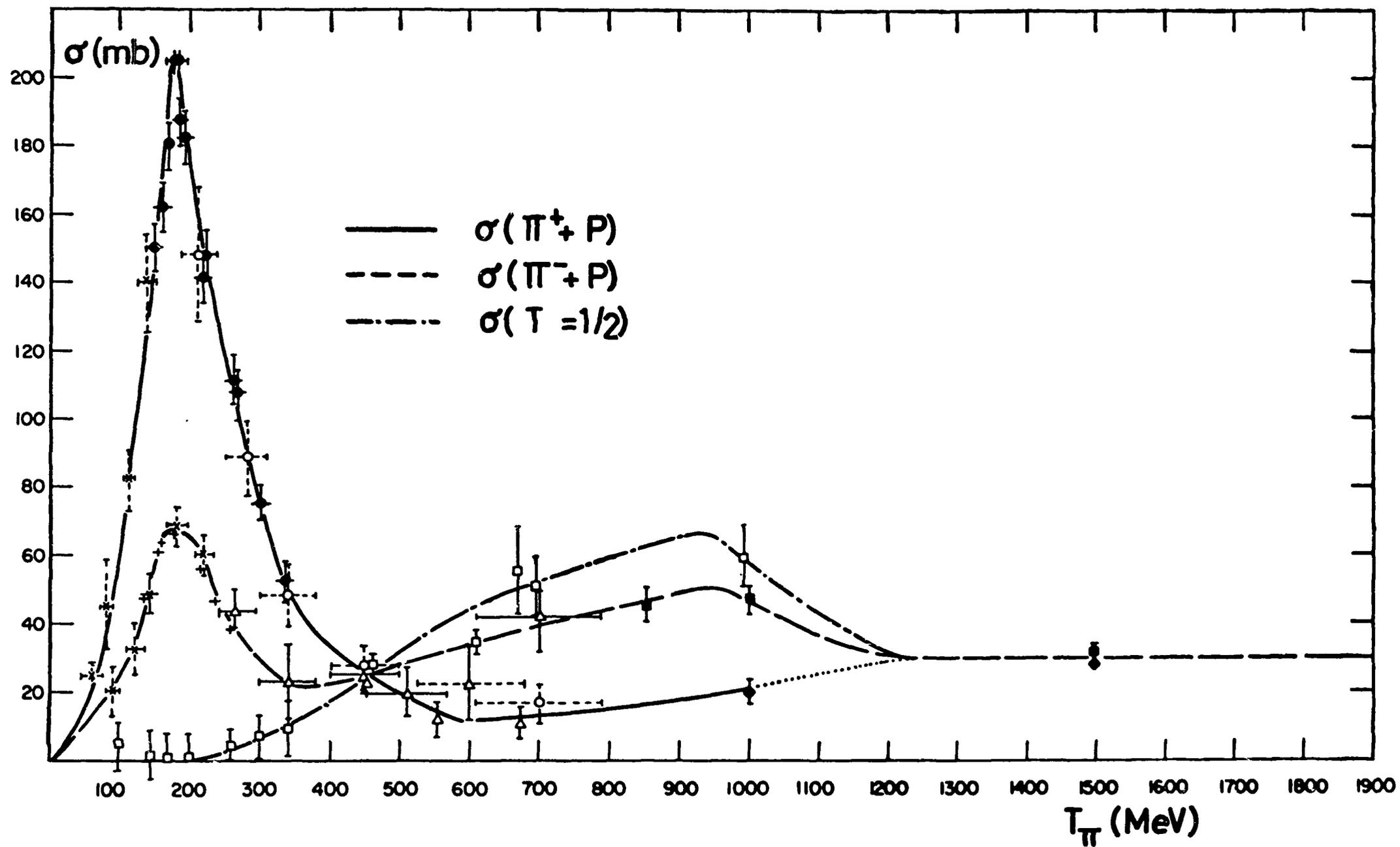


Figure 13 - Sections efficaces totales  $\pi^\pm P$  d'après la référence [6].

### III - APPLICATIONS DES RELATIONS DE DISPERSION A LA DIFFUSION $\pi - N$

#### I - INTRODUCTION

C'est dans le cadre d'une expérience [30] destinée à une vérification expérimentale des relations de dispersion que nous nous sommes efforcés d'obtenir une meilleure détermination des sections efficaces totales  $\pi^\pm P$ . Ces mesures qui sont décrites dans la première partie de ce travail devaient permettre une évaluation plus précise des amplitudes de diffusion pour rendre plus sensible la comparaison avec les valeurs expérimentales.

Après une brève introduction aux relations de dispersion vers l'avant, nous examinerons les résultats du calcul de ces relations (§ II.2) et en particulier leur vérification expérimentale dans le cas de la diffusion avec échange de charge [30].

D'autre part, il nous a paru intéressant de généraliser l'application des relations de dispersion vers l'avant aux analyses en ondes partielles de la diffusion  $\pi - N$ . Cette application qui fait suite à un travail de Hüper [89] sur l'amplitude de spin-flip est exposée au paragraphe (§ III.2) après un bref rappel du formalisme de l'analyse en ondes partielles.

#### II - RELATIONS DE DISPERSION POUR LES AMPLITUDES DE DIFFUSION VERS L'AVANT

Les relations de dispersion vers l'avant sont les seules dans lesquelles n'interviennent que des quantités physiques mesurables et un paramètre qui est la constante de couplage  $\pi - N$ . Ceci provient de la relation d'unitarité qui relie la partie imaginaire de l'amplitude aux sections efficaces totales, c'est-à-dire le théorème optique.

Avant d'aborder les applications de ces relations, il est nécessaire de faire un bref rappel théorique qui permettra de préciser le formalisme et les notations utilisées [96]. Dans la suite de ce travail nous utiliserons le système d'unités défini par la relation  $\hbar = \mu = c = 1$  où  $\mu$  est la masse du  $\pi^\pm = 139, 59$  MeV.

##### 1. Rappel théorique concernant les relations de dispersion vers l'avant.

La forme la plus générale de l'amplitude de diffusion  $\pi - N$  peut être exprimée au moyen de quatre amplitudes indépendantes  $A^{(\pm)}$  et  $B^{(\pm)}$ . Les amplitudes  $A^{(\pm)}$  sont indépendantes du spin du nucléon tandis que les amplitudes  $B^{(\pm)}$  sont liées au spin-flip du nucléon. Les signes (+) et (-) indiquent que les amplitudes sont respectivement paires ou impaires dans l'échange des indices de spin isotopique des mésons initiaux et finaux. Ces amplitudes A et B sont des fonctions scalaires qui ne dépendent, dans le cas de la diffusion vers l'avant, que de l'énergie  $\omega$  du  $\pi$  incident dans le système du laboratoire. L'amplitude de diffusion vers l'avant  $F^{(\pm)}$ , dans le système du centre de masse s'exprime en fonction des amplitudes  $A^{(\pm)}$  et  $B^{(\pm)}$  par la relation suivante :

$$F^{(\pm)}(\omega) = \frac{M}{4\pi W} \left[ A^{(\pm)}(\omega) + \omega B^{(\pm)}(\omega) \right] \quad (1)$$

où M est la masse du nucléon  $M = 6, 72$ ,

W est l'énergie totale dans le système du centre de masse  $W = (M^2 + q^2)^{1/2} + (1 + q^2)^{1/2}$ , et q représente l'impulsion dans le système du centre de masse.

On obtient à partir de la partie symétrique  $F^{(+)}$  et antisymétrique  $F^{(-)}$  de l'amplitude de diffusion vers l'avant, des relations linéaires entre les amplitudes  $F^{(1/2)}$  et  $F^{(3/2)}$  correspondant à des diffusions dans des états propres du spin isotopique total, et les amplitudes  $F_{(+)}$ ,  $F_{(-)}$  et  $F_{(0)}$  correspondant aux diffusions élastiques  $\pi^+ P$ ,  $\pi^- P$  et à la diffusion avec échange de charge :

$$\begin{aligned}
F_{(+)} &= F^{(+)} - F^{(-)} = F^{(3/2)} \\
F_{(-)} &= F^{(+)} + F^{(-)} = \frac{1}{3} F^{(3/2)} + \frac{2}{3} F^{(1/2)} \\
F_0 &= -\sqrt{2} F^{(-)} = \frac{\sqrt{2}}{3} F^{(3/2)} - \frac{\sqrt{2}}{3} F^{(1/2)}
\end{aligned} \tag{2}$$

D'après les propriétés d'analyticité, les relations de croisement, et les singularités des amplitudes de diffusion  $\pi - N$  [96], on obtient les relations de dispersion, qui résultent d'une application directe du théorème de Cauchy. Les relations de dispersion vers l'avant les plus générales pour les amplitudes A et B [54] s'écrivent :

$$\text{Re } A^{(\pm)}(\omega) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \cdot \text{Im } A^{(\pm)}(\omega') \left[ \frac{1}{\omega' - \omega} \pm \frac{1}{\omega' + \omega} \right] \tag{3}$$

$$\text{Re } B^{(\pm)}(\omega) = G^2 \omega_0 \left[ \mp \frac{1}{\omega - \omega_0} - \frac{1}{\omega + \omega_0} \right] + \frac{1}{\pi} P \int_1^{\infty} d\omega' \text{Im } B^{(\pm)}(\omega') \left[ \frac{1}{\omega' - \omega} \mp \frac{1}{\omega' + \omega} \right] \tag{4}$$

en posant  $\omega_0 = \frac{i}{2M}$  et, où  $G^2$  est la constante de couplage renormalisée :  $\frac{G^2}{4\pi} \simeq 14$ . On a l'habitude de poser  $f^2 = \left(\frac{1}{2M}\right)^2 \cdot G^2 = 0,08$ .

Ces relations de dispersion vers l'avant ont été démontrées d'une façon rigoureuse [56].

Il est nécessaire d'examiner les propriétés de convergence à haute énergie des relations (6-7), pour être certain que ces relations sont valables. Les limites asymptotiques à haute énergie des amplitudes A et B [52] sont les suivantes :

$$\left. \begin{aligned}
\left| \frac{A(\omega)}{\omega} \right| &< K \text{ (constante)} \\
|B(\omega)| &< K' \text{ (constante)}
\end{aligned} \right\} \text{ lorsque } \omega \longrightarrow \infty$$

Ces relations montrent que l'intégrale dans la relation de dispersion (4) pour l'amplitude  $B^{(\pm)}$  est convergente, mais que la relation (3) pour l'amplitude  $A^{(\pm)}$  doit être utilisée sous la forme soustraite suivante :

$$\text{Re } A^{(\pm)}(\omega) = \text{Re } A^{(\pm)}(\omega_1) + \frac{2}{\pi} (\omega^2 - \omega_1^2) P \int_1^{\infty} \omega' d\omega' \frac{\text{Im } A^{(\pm)}(\omega')}{(\omega'^2 - \omega^2)(\omega'^2 - \omega_1^2)} \tag{5}$$

pour une valeur  $\omega_1$  que l'on choisit généralement au seuil de la réaction :  $\omega_1 = 1$ .

On montre au moyen d'hypothèses générales sur le comportement à haute énergie des sections efficaces totales  $\pi^{\pm} P$  que les relations de dispersion (3-4) pour les amplitudes  $A^{(\pm)}$  et  $B^{(\pm)}$  ne nécessitent pas de soustraction [53-57].

On obtient les relations de dispersion pour les amplitudes de diffusion vers l'avant  $F^{(\pm)}$  au moyen des relations précédentes (3-5) pour les amplitudes  $A^{(\pm)}$  et  $B^{(\pm)}$ . La partie imaginaire de l'amplitude est reliée aux sections efficaces totales  $\sigma_+(\omega)$  et  $\sigma_-(\omega)$  par le théorème optique :

$$\text{Im } F_{(\pm)} = \frac{k}{4\pi} \cdot \sigma_{\pm}(\omega) \tag{6}$$

Soit D la partie réelle de l'amplitude de diffusion vers l'avant dans le système du laboratoire, la relation de dispersion pour l'amplitude  $F^{(-)}$  s'écrit :

$$D^{(-)}(\omega) = D_{(-)}(\omega) - D_{(+)}(\omega) = \frac{4\omega f^2}{\omega^2 - \omega_0^2} + \frac{\omega}{2\pi^2} P \int_1^{\infty} \frac{k' d\omega'}{\omega'^2 - \omega_0^2} [\sigma_-(\omega') - \sigma_+(\omega')] \tag{7}$$

C'est cette relation qui est généralement utilisée pour calculer l'amplitude de diffusion avec échange de charge :  $F_0 = -\sqrt{2} F^{(-)}$ .

Les relations de dispersion avec soustraction pour les amplitudes  $F_{(+)}$ , et  $F_{(-)}$ , correspondant aux diffusions élastiques  $\pi^+ P$  et  $\pi^- P$  s'écrivent :

$$D_{(\pm)}(\omega) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\omega}{2}\right) D_{(\pm)}(1) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\omega}{2}\right) D_{(\mp)}(1) \pm \frac{2 f^2 k^2}{(\omega \mp \omega_0)(1 - \omega_0^2)} + \frac{k^2}{4\pi^2} P \int_1^{\infty} \frac{d\omega'}{k'} \left[ \frac{\sigma_{\pm}(\omega')}{\omega' - \omega} + \frac{\sigma_{\mp}(\omega')}{\omega' + \omega} \right] \quad (8)$$

Les amplitudes de diffusion au seuil sont réduites aux parties réelles  $D_{(\pm)}(1)$  qui peuvent être exprimées en fonction des longueurs de diffusion  $a_1$  et  $a_3$  dans l'état S :

$$D_{(+)}(1) = \frac{M+1}{M} a_3$$

$$D_{(-)}(1) = \frac{M+1}{M} \left( \frac{2}{3} a_1 + \frac{1}{3} a_3 \right) \quad (9)$$

Ces paramètres de la diffusion  $\pi - N$  à basse énergie ont été déterminés par Hamilton et Woolcock [53].

## 2. Application des relations de dispersion vers l'avant.

### a) Calcul des relations de dispersion vers l'avant.

Les premières évaluations des relations de dispersion (6-7) furent limitées aux énergies inférieures à 400 MeV [85]. Les calculs de Cronin [101] entre 0 et 2 000 MeV furent rendus imprécis au-dessus de 1 000 MeV par une mauvaise connaissance, en 1960, des sections efficaces totales  $\pi^{\pm} P$ .

Les nouvelles mesures des sections efficaces totales  $\pi^{\pm} P$  qui sont présentées dans les tableaux IV et V, avaient justement pour but d'éliminer certaines divergences entre les divers résultats expérimentaux de 700 à 1 700 MeV pour permettre une meilleure détermination de la partie réelle des amplitudes de diffusion au moyen des relations de dispersion (6-7). En effet, le calcul des intégrales dans ces relations dépend essentiellement de la pente de la courbe représentant la variation des sections efficaces totales en fonction de l'énergie (fig. 11-12). En précisant la variation des sections efficaces entre 700 et 1 700 MeV, nos résultats ont permis d'augmenter considérablement la précision du calcul des amplitudes de diffusion ; d'autant plus que les mesures très précises des sections efficaces totales qui ont été effectuées à plus basse énergie [91] et à plus haute énergie [31, 92] ont permis une meilleure évaluation des contributions provenant des intervalles d'énergie correspondant.

Les relations de dispersion (5-6) ont été réévaluées par Cence et al [61], Guisan [88] et Höhler et al. [99]. Les erreurs provenant des indéterminations sur les sections efficaces totales au-dessous de 5 000 MeV ont été calculées par Guisan [88] et plus récemment par Giesecke [99]. Ces erreurs sont de l'ordre de  $\pm 7\%$  sur les valeurs des parties réelles  $D^{(\pm)}$  jusqu'à 2 000 MeV.

Il faut également mentionner les erreurs provenant des incertitudes sur le comportement à haute énergie des sections efficaces totales qui ont été étudiées par Höhler et al. [88]. Les erreurs correspondantes sont de l'ordre de  $\pm 1\%$  sur les valeurs des parties réelles  $D^{(\pm)}$  entre 0 et 2 000 MeV.

### b) Vérification expérimentale des relations de dispersion dans le cas de la diffusion avec échange de charge.

Une vérification expérimentale des relations de dispersion peut être obtenue en comparant les sections efficaces différentielles mesurées à zéro degré, avec les sections efficaces déduites de l'expression

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |F|^2 = \left[ \text{Re } F \right]^2 + \left[ \text{Im } F \right]^2 \quad (10)$$

en calculant la partie réelle de l'amplitude au moyen des relations de dispersion (7-8), et en exprimant la partie imaginaire de l'amplitude en fonction des sections efficaces totales (6). Cette vérification expérimentale sera d'autant plus valable que la partie imaginaire de l'amplitude est faible comparée à la partie réelle. Entre 0 et 5 000 MeV, la partie réelle des amplitudes de diffusion  $\pi^{\pm} P$  est généralement beaucoup plus petite que la partie imaginaire. Par contre, elles ont des ordres de grandeur comparables dans le cas de la diffusion avec échange de charge, dont l'amplitude  $F_0$  s'écrit :

$$F_0(\omega) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left[ F_{t,-}(\omega) - F_{t,+}(\omega) \right] = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left[ D_{t,-}(\omega) - D_{t,+}(\omega) \right] + i \frac{k}{4\pi} \left[ \sigma_-(\omega) - \sigma_+(\omega) \right] \right\} \quad (11)$$

On remarque sur les figures 11-12, que la différence des sections efficaces totales ( $\sigma_- - \sigma_+$ ) est nulle vers 1200 et 1600 MeV et qu'elle reste faible au voisinage de ces deux points. Cet intervalle est donc particulièrement favorable pour une vérification expérimentale des relations de dispersion.

De plus, la mesure de la section efficace différentielle d'échange de charge vers l'avant est relativement facile avec la méthode des chambres à étincelles [30] ; et il n'y a pas de correction importante pour la diffusion coulombienne.

Nous avons mesuré dans une expérience précédente [30], les sections efficaces différentielles d'échange de charge vers l'avant entre 700 et 1900 MeV. Les valeurs obtenues sont représentées sur les figures 14-15, ainsi que les valeurs calculées à partir des relations (7, 10, 11). L'accord entre les valeurs théoriques et expérimentales est relativement bon. Cependant, les erreurs expérimentales sont relativement grandes par suite d'une statistique insuffisante. La bonne détermination de la partie réelle de l'amplitude de la diffusion et de la section efficace différentielle théorique justifie la recherche d'une meilleure précision expérimentale.

Il est nécessaire, pour étendre le calcul de l'amplitude de diffusion  $F_0$  au-dessus de 2 GeV, de faire une hypothèse sur le comportement à haute énergie des sections efficaces totales  $\sigma_{\pm}$  et de

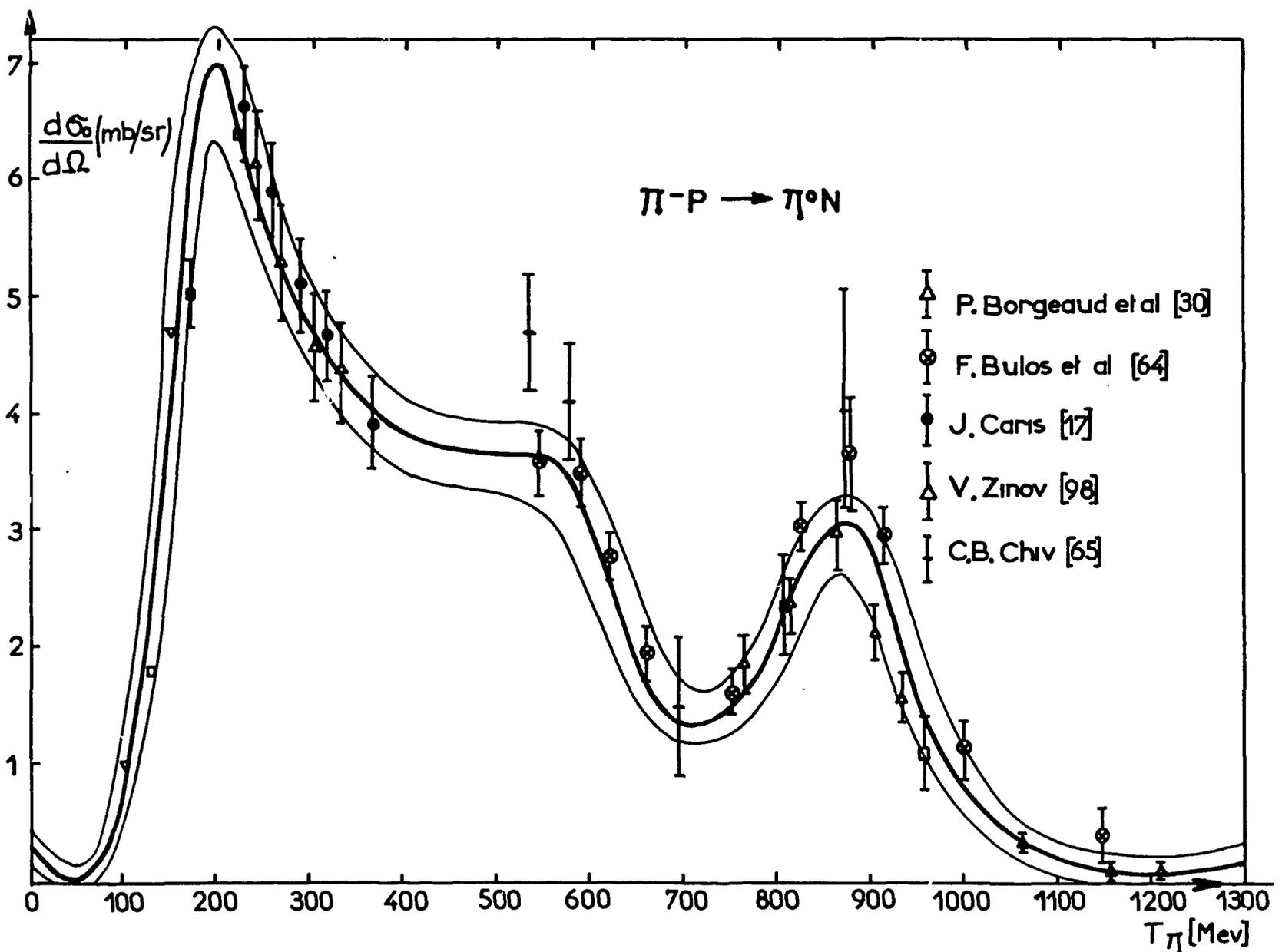


Figure 14 - Section efficace différentielle d'échange de charge à zéro degré. Les courbes continues représentent les valeurs calculées et les erreurs [38] entre 0 et 1300 MeV.

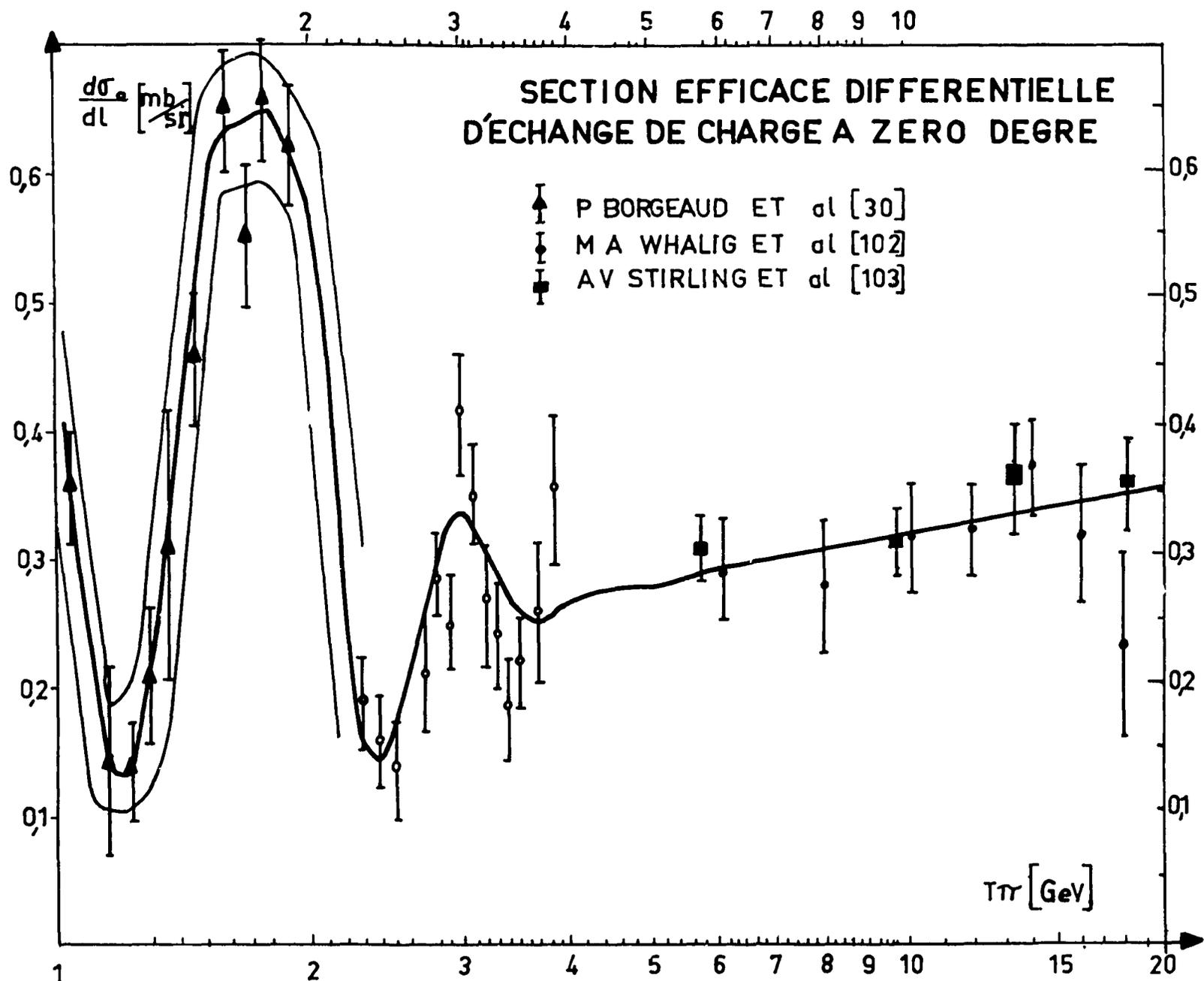


Figure 15 - Section efficace différentielle d'échange de charge entre 1 et 20 GeV. La courbe continue représente les valeurs calculées avec la forme asymptotique (12-13) pour la différence  $(\alpha_- - \alpha_+)$  (§ III, II.2). Les erreurs ne sont représentées que jusqu'à 2 GeV.

supposer que la forme asymptotique [100] de la différence des sections efficaces totales est donnée par l'expression

$$[\sigma_-(\omega) - \sigma_+(\omega)] = \frac{b}{k^\beta} \quad (12)$$

Les deux constantes  $b$  et  $\beta$  ne peuvent pas être déterminées à partir des valeurs des sections efficaces totales  $\sigma_\pm$  mesurées entre 5 et 20 GeV, à cause des erreurs expérimentales. Mais la comparaison des valeurs calculées (au moyen des relations (7, 10, 11) et de l'expression asymptotique (12)) avec les valeurs mesurées des sections efficaces différentielles d'échange de charge vers l'avant fournit des conditions plus restrictives sur le choix des paramètres  $b$  et  $\beta$ . Les valeurs ainsi obtenues par Höhler et al. [99] sont les suivantes :

Tableau V

Section efficace totale $\pi^- P$			Section efficace totale $\pi^+ P$		
$T_\pi$	$\sigma(\text{mb})$	erreur	$T_\pi$	$\sigma(\text{mb})$	erreur
542	39,90	$\pm 0,71$			
575	46,69	0,84			
610	49,06	0,80	525	20,34	$\pm 0,50$
620	47,55	0,80	620	16,28	0,30
660	42,26	0,70	670	15,47	0,30
695	38,75	0,70	720	17,90	0,30
720	37,80	0,70	745	18,66	0,30
760	39,42	0,65	770	20,68	0,35
795	46,62	1,00	820	23,50	0,40
840	55,94	1,05	870	24,43	0,40
860	58,40	1,07	920	25,28	0,45
885	61,41	1,10	970	26,28	0,45
920	59,12	1,10	1020	28,05	0,50
960	51,42	0,95	1070	31,44	0,60
1020	41,98	0,80	1120	32,56	0,60
1070	38,10	0,70	1170	35,93	0,70
1170	37,73	0,70	1270	41,30	0,87
1270	37,03	0,70	1320	41,55	0,90
1370	35,78	0,80	1370	42,52	1,00

$$b = 0,289$$

$$\beta = 0,43$$

(13)

La courbe théorique correspondante ainsi que les valeurs expérimentales des sections efficaces différentielles à zéro degré sont représentées sur la figure 15.

Si l'on admet que les formes asymptotiques précédentes représentent correctement les sections efficaces totales à haute énergie, on obtient un test de cohérence (SUM-RULE) très précis de la relation de dispersion (7) au seuil ( $\omega = 1$ ) soit :

$$D_{(-)}(1) - D_{(+)}(1) = \frac{4f^2}{1 - \omega_0^2} + \frac{1}{2\pi} P \int_0^\infty \frac{dk'}{\omega'} [\sigma_-(\omega') - \sigma_+(\omega')] \quad (14)$$

En exprimant les amplitudes  $D_{(\pm)}(1)$  en fonction des longueurs de diffusion (9) et en posant

$$I = \frac{1}{2\pi} P \int_0^\infty \frac{dk'}{\omega'} [\sigma_-(\omega') - \sigma_+(\omega')] \quad (15)$$

on obtient la relation

$$a_1 - a_3 = 5,22 f^2 + 2,61 I \quad (16)$$

Si l'on utilise les valeurs de longueurs de diffusion et de la constante de couplage obtenus par Hamilton et Woolcock [53] :

$$a_1 - a_3 = 0,259 \pm 0,007$$

$$f^2 = 0,081 \pm 0,003 \quad (17)$$

on obtient une valeur  $I = - 0,063 \pm 0,007$  qui est compatible avec la valeur calculée par Guisan :  $I = - 0,055 \pm 0,007$  et avec celle obtenue par Giesecke [99] :  $I = - 0,052 \pm 0,003$ .

Ces résultats et la comparaison avec les résultats expérimentaux montrent que la relation de dispersion (7) est particulièrement bien vérifiée entre 0 et 18 GeV.

### III - RELATIONS DE DISPERSION POUR L'AMPLITUDE DE SPIN-FLIP

L'une des premières applications des relations de dispersion concernait l'analyse en déphasage de la diffusion  $\pi - N$  à basse énergie. En effet, le calcul des amplitudes de diffusion vers l'avant permit de rejeter quatre des six solutions obtenues, compatibles avec les résultats expérimentaux [85]. Les deux solutions conservées étaient caractérisées, l'une (Fermi) par un déphasage important dans l'état de spin isotopique  $T = \frac{3}{2}$  et de moment angulaire  $J = \frac{3}{2}$  et l'autre par un déphasage grand dans l'état  $T = \frac{3}{2}$ ,  $J = \frac{1}{2}$ .

En l'absence d'une mesure de polarisation du proton de recul, Davidon et al. [87] ont utilisé la relation de dispersion pour l'amplitude de spin flip pour sélectionner sans ambiguïté la solution de Fermi.

#### 1. Rappel du formalisme de l'analyse en ondes partielles et relations de dispersion pour l'amplitude de spin-flip.

Les relations entre les amplitudes A et B, les amplitudes d'hélicité  $f_1$  et  $f_2$ , les amplitudes de spin-flip g et de non-spin-flip f sont données par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} f &= f_1 + \cos \theta . f_2 \\ ig &= \sin \theta . f_2 \\ f_1 &= \frac{E + M}{8\pi W} [A + (W - M) B] \\ f_2 &= \frac{E - M}{8\pi W} [-A + (W + M) B] \end{aligned} \quad (18)$$

où  $\theta$  représente l'angle de diffusion, E l'énergie totale du nucléon  $E = (M^2 + q^2)^{1/2}$  et  $W = (M^2 + q^2)^{1/2} + (1 + q^2)^{1/2}$  l'énergie totale dans le système du centre de masse.

L'amplitude de spin-flip g est nulle à zéro degré, et l'amplitude de diffusion vers l'avant F s'écrit :  $F = f = f_1 + f_2$ .

On remarque que, dans l'approximation où  $M \gg 1$ , c'est l'amplitude B qui fournit la contribution la plus importante à l'amplitude  $f^2$  et à l'amplitude de spin-flip g (18).

Les relations de dispersion (4) pour les amplitudes  $B_{l\pm}(\omega)$  correspondant aux diffusions  $\pi^\pm P$  s'écrivent :

$$\frac{1}{4\pi M} \text{Re } B_{l\pm}(\omega) = \frac{1}{4\pi^2 M} P \int_1^\omega d\omega' \left[ \frac{\text{Im } B_{l\pm}(\omega')}{(\omega' - \omega)} - \frac{\text{Im } B_{l\mp}(\omega')}{(\omega' + \omega)} \right] - \frac{4 f^2}{\omega \mp \omega_0} \quad (19)$$

En définissant pour chaque moment orbital l, les deux amplitudes  $f_{l+}$  et  $f_{l-}$  correspondant respectivement à un moment angulaire total  $J = l + \frac{1}{2}$  et  $J = l - \frac{1}{2}$ , on peut développer l'amplitude B [96] de la façon suivante :

$$\frac{q^2}{4\pi M} B(\omega) = - \left(1 - \frac{E}{M}\right) f_0 + \left(1 + \frac{E}{M}\right) f_{1+} - 2 \left(2 - \frac{E}{M}\right) f_{2-} + \dots \quad (20)$$

et les amplitudes  $f_{l\pm}$  s'écrivent en fonction des déphasages  $\delta_{l\pm}$  et des paramètres d'inélasticité  $\eta_{l\pm}$  :

$$f_{l\pm} = \frac{\eta_{l\pm} \cdot e^{2i\delta_{l\pm}} - 1}{2iq} \quad (21)$$

La relation de dispersion (19), pour l'amplitude  $B_+(\omega)$  seulement, a été utilisée par Woolcock [53,90] pour évaluer la constante de couplage  $f^2$  (21) à partir des déphasages relativement bien connus à basse énergie.

Une combinaison symétrique des amplitudes  $B_+$  et  $B_-$ , qui permet de tenir compte de façon homogène des résultats expérimentaux obtenus pour les diffusions élastiques  $\pi^+P$  et  $\pi^-P$ , a été utilisée par Hüper [89] pour tenter d'obtenir une nouvelle détermination de la constante de couplage  $f^2$  et pour vérifier l'accord des analyses en déphasage avec les relations de dispersion.

Les relations précédentes (19) peuvent se mettre sous la forme

$$\begin{aligned} (\pm \omega - \omega_0) \left[ \frac{1}{16\pi^2 M} P \int_1^\infty \frac{d\omega'}{\omega'} [\text{Im } B_{(\pm)}(\omega') - \text{Im } B_{(\mp)}(\omega')] \right] + f^2 = \\ = \frac{(\omega \mp \omega_0)}{16\pi M} \left[ \frac{1}{\pi} P \int_1^\infty \frac{d\omega'}{\omega'} \left[ \frac{\text{Im } B_{(\pm)}(\omega')}{\omega' - \omega} + \frac{\text{Im } B_{(\mp)}(\omega')}{\omega' + \omega} \right] - \text{Re } B_{(\pm)}(\omega) \right] \end{aligned} \quad (22)$$

et s'écrire

$$Y_{\pm}(\omega) = C X_{\pm}(\omega) + f^2 \quad (23)$$

en posant

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{16\pi^2 M} P \int_1^\infty \frac{d\omega'}{\omega'} [\text{Im } B_{(\pm)}(\omega') - \text{Im } B_{(\mp)}(\omega')] \\ X_{\pm}(\omega) &= (\pm \omega - \omega_0) \\ Y_{\pm}(\omega) &= \frac{\omega \mp \omega_0}{16\pi M} \left[ \frac{1}{\pi} P \int_1^\infty \frac{d\omega'}{\omega'} \left[ \frac{\text{Im } B_{(\pm)}(\omega')}{(\omega' - \omega)} + \frac{\text{Im } B_{(\mp)}(\omega')}{(\omega' + \omega)} \right] - \text{Re } B_{(\pm)}(\omega) \right] \end{aligned} \quad (24)$$

Les expressions  $X_{\pm}(\omega)$  et  $Y_{\pm}(\omega)$  sont des fonctions de l'énergie  $\omega$  du  $\pi$  incident, mais les constantes  $f^2$  et  $C$  en sont indépendantes. Les résultats relatifs aux diffusions  $\pi^+P$  et  $\pi^-P$  sont représentés par une droite unique (23) de pente  $C$  dont  $f^2$  est l'ordonnée à l'origine.

Les deux quantités  $C$  et  $Y$  peuvent être calculées en fonction des déphasages  $\delta_{l\pm}$  au moyen du développement (20) de l'amplitude  $B$ . Si la série de déphasages et les paramètres  $\eta$  utilisés sont en bon accord avec les relations de dispersion pour l'amplitude  $B_{(\pm)}$ , les points  $(X, Y)$  doivent se trouver sur une droite  $\Delta$  de pente  $C$  dont l'intersection avec l'axe  $Y$  détermine la valeur de la constante de couplage  $f^2$ .

Cette méthode peut être utilisée soit pour éliminer les séries de déphasages qui sont incompatibles avec les relations de dispersion, soit pour obtenir une meilleure détermination de la constante de couplage  $f^2$ .

Les résultats de la figure 16 ont été obtenus par Hüper [89] en utilisant la série de déphasages obtenue par Auvil et al [50] à partir d'une analyse des résultats expérimentaux : sections efficaces totales et différentielles, élastiques et inélastiques et mesure de la polarisation du nucléon de recul ; (ces données ne font intervenir les relations de dispersion que pour la partie réelle des amplitudes de diffusion vers l'avant). Cette méthode ne conduit pas à une détermination de la constante de couplage  $f^2$  aussi précise que celle de Hamilton et Woolcock (17) par suite des incertitudes encore trop élevées des analyses en déphasage.

Dans l'état actuel des choses, ce graphique permet plutôt de différencier les différentes séries de déphasages obtenues en fonction de l'énergie en comparant l'écart de leurs points représentatifs à la droite moyenne  $\Delta$ . Cette application des relations de dispersion fait l'objet du prochain paragraphe.

## 2. Application aux analyses en ondes partielles.

La droite  $\Delta$  de la figure 16 a été déterminée par la méthode des moindres carrés à partir des points  $(X, Y)$  obtenus pour un ensemble de déphasages donné [50], avec la méthode décrite au paragraphe précédent.

Aux basses énergies les déphasages sont relativement bien connus. De plus, les ordonnées  $Y$  sont presque indépendantes de la variation des déphasages à plus haute énergie. En effet, entre 0 et 200 MeV, la contribution à l'intégrale dans l'expression (24) de  $Y$ , provenant des intervalles d'énergie supérieurs à 600 MeV, est inférieure à 2 %, car cette intégrale est rapidement convergente [52]. On remarque sur la figure 16 que les points  $(X_{\pm}, Y_{\pm})$  sont en bon accord avec la droite  $\Delta$  jusqu'à 200 MeV.

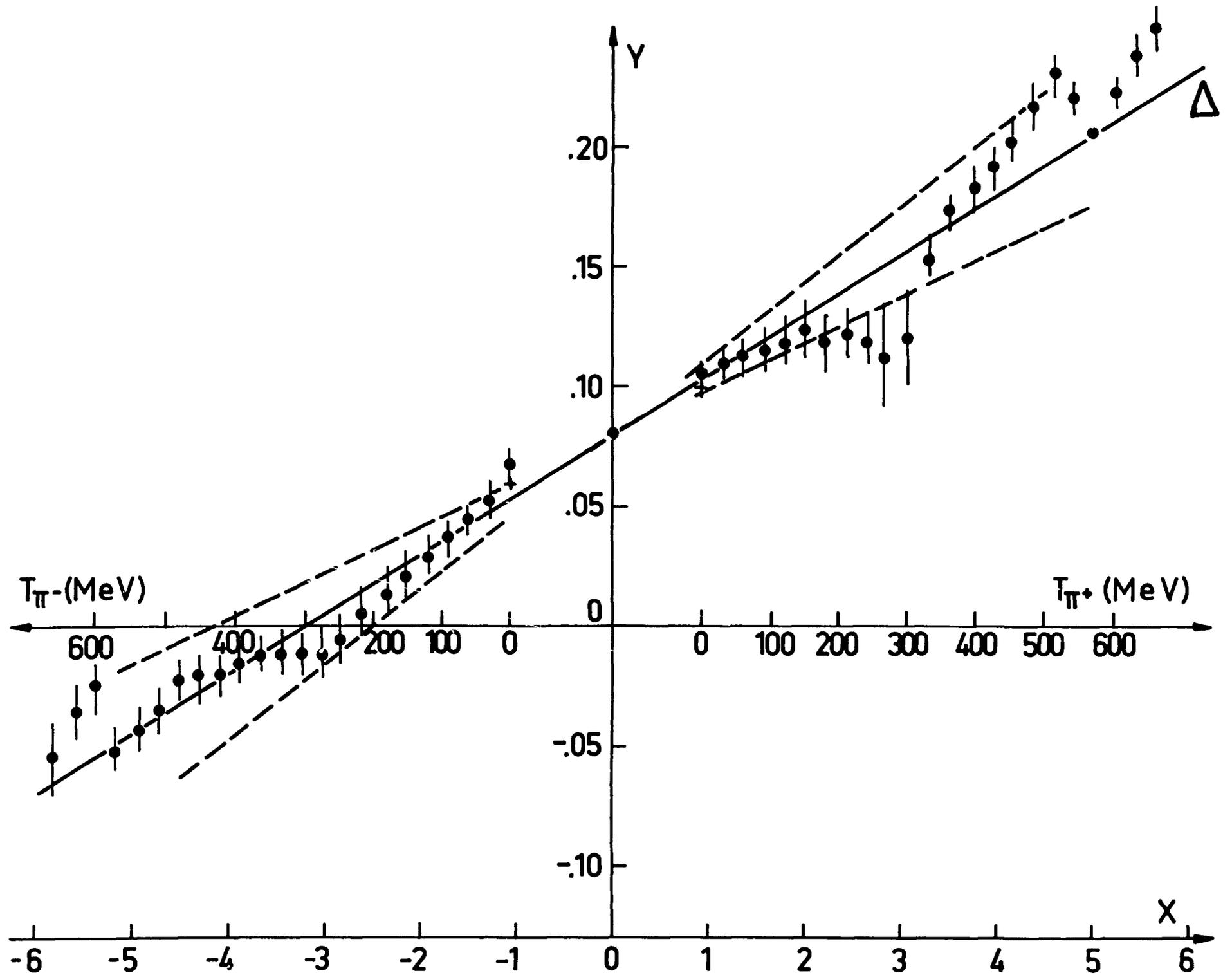


Figure 16 - Représentation de la variation de l'expression Y déduite de la relation de dispersion pour l'amplitude B (23), en fonction de l'impulsion des  $\pi$  incidents pour la série de déphasages de la référence [50]. La relation linéaire  $Y = CX + f^2$  est représentée par la droite  $\Delta$  obtenue par la méthode des moindres carrés à partir des points ( $\dagger$ ) calculés. Les deux points aux seuils (+) ont été déterminés à partir des longueurs de diffusion.

Les écarts observés entre les points expérimentaux et cette droite  $\Delta$  à certaines énergies, notamment entre 200 et 350 MeV, proviennent soit des erreurs d'interpolation entre les énergies où les analyses en déphasages ont été effectuées, soit des incertitudes de ces analyses aux énergies pour lesquelles les résultats expérimentaux sont insuffisants ou affectés d'erreurs systématiques.

A plus haute énergie, les déphasages sont bien déterminés aux énergies où des mesures précises des sections efficaces différentielles et de la polarisation du proton de recul dans les diffusions élastiques  $\pi^{\pm}P$  ont été effectuées, c'est-à-dire à 410, 490, 580 et 698 MeV [64-80]. Comme l'intégrale (24) est surtout sensible aux résultats correspondant à une énergie  $\omega'$  voisine de  $\omega$ , les points (X, Y) obtenus aux énergies précédentes sont corrects en première approximation. Pour que la série de déphasages soit en accord avec les relations de dispersion il est nécessaire que l'ensemble des points expérimentaux entre 400 et 700 MeV confirme bien par la détermination de la droite  $\Delta$  obtenue à partir des points (X<sub>±</sub>, Y<sub>±</sub>) à basse énergie entre 0 et 200 MeV.

Il est important de vérifier la cohérence des différentes valeurs de la pente de la droite obtenues indépendamment les unes des autres :

a) la valeur obtenue par la méthode des moindres carrés pour l'ensemble des points (X, Y) est égale à  $C = -0,025 \pm 0,003$ ,

b) la valeur de l'intégrale C (24) calculée dans l'intervalle d'énergie compris entre 0 et 1100 MeV est égale à  $C = -0,018 \pm 0,004$ .

Il est possible de contrôler les deux points (X<sub>±</sub>, Y<sub>±</sub>) au seuil en utilisant les paramètres bien connus de la diffusion  $\pi$ -N à basse énergie, et obtenir une autre valeur de la pente C de la droite  $\Delta$  en calculant les parties réelles de l'amplitude B au seuil, en fonction des longueurs de diffusion  $a_1$  et  $a_3$  dans l'état S et  $a_{2T,2U}$  dans l'état P. Il suffit de faire tendre  $\omega \rightarrow 1$  dans l'expression (20) pour obtenir les relations :

$$\begin{aligned} a_{31} - a_{33} &= \frac{1}{8\pi M} \operatorname{Re} B^{(3/2)}(1) - \frac{a_3}{4M^2} \\ a_{11} - a_{13} &= \frac{1}{8\pi M} \operatorname{Re} B^{(1/2)}(1) - \frac{a_1}{4M^2} \end{aligned} \quad (25)$$

On obtient les valeurs suivantes, en utilisant les longueurs de diffusion calculées par Hamilton et Woolcock [53] :

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi M} \operatorname{Re} B_+(1) &= -0,507 \pm 0,007 \\ \frac{1}{4\pi M} \operatorname{Re} B_-(1) &= -0,264 \pm 0,008 \end{aligned} \quad (26)$$

En utilisant ces valeurs dans l'expression de Y (24) on obtient les deux points suivants au seuil : (Y<sub>+</sub> = 0,100 ± 0,005, X<sub>+</sub> = 0,926) et (Y<sub>-</sub> = 0,060 ± 0,005, X<sub>-</sub> = -1,074) qui sont représentés sur la figure 16. La pente de la droite passant par ces deux points est égale à  $C = -0,020 \pm 0,007$ .

Ces trois valeurs de la pente sont compatibles, et leur valeur moyenne est égale à :

$$C = -0,023 \pm 0,005 \quad (27)$$

D'autre part le point d'intersection de la droite avec l'axe Y détermine la valeur de la constante  $f^2$  :

$$f^2 = 0,0815 \pm 0,007 \quad (28)$$

qui est en bon accord avec la détermination plus précise de Hamilton et Woolcock (17) que nous adopterons dans la suite.

Nous avons donc utilisé l'expression suivante pour la droite  $\Delta$  :

$$Y = 0,081 - 0,023 X \quad (29)$$

Si on admet que cette représentation des points (X, Y) est correcte entre 0 et 600 MeV, on obtient une série de valeurs régulières de la partie réelle de l'amplitude B en fonction de l'énergie en ré-introduisant les valeurs moyennes précédentes (29) dans l'expression de Y (24). (Cette approximation est validée par le fait que les valeurs des deux intégrales qui figurent dans cette expression (24) varient d'une façon régulière avec l'énergie).

Les valeurs ainsi obtenues pour les parties réelles des amplitudes  $B_+$  et  $B_-$  entre 0 et 600 MeV sont représentées sur les figures 17-18. Ces valeurs dans le cas de l'amplitude  $B_+$  sont en bon accord entre 0 et 200 MeV avec les points calculés par Hamilton et Woolcock [53] à partir des dé-

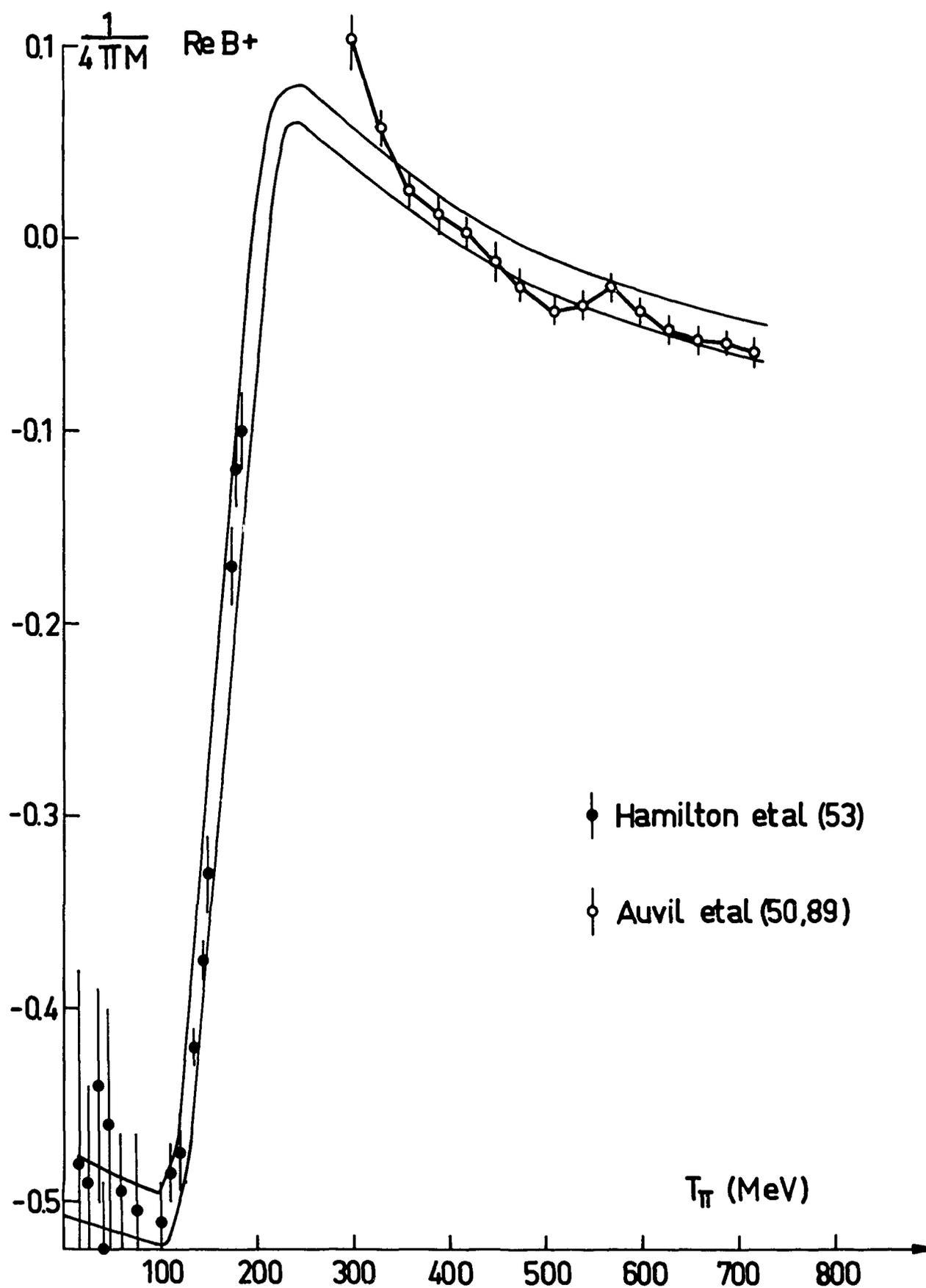


Figure 17 - Variation de la partie réelle de l'amplitude  $B_+$  en fonction de l'énergie  $T_\pi$  des  $\pi$  incidents. Les points représentent les valeurs calculées à partir des déphasages. Les deux courbes indiquent la marge d'erreur sur la détermination de cette amplitude entre 0 et 600 MeV.

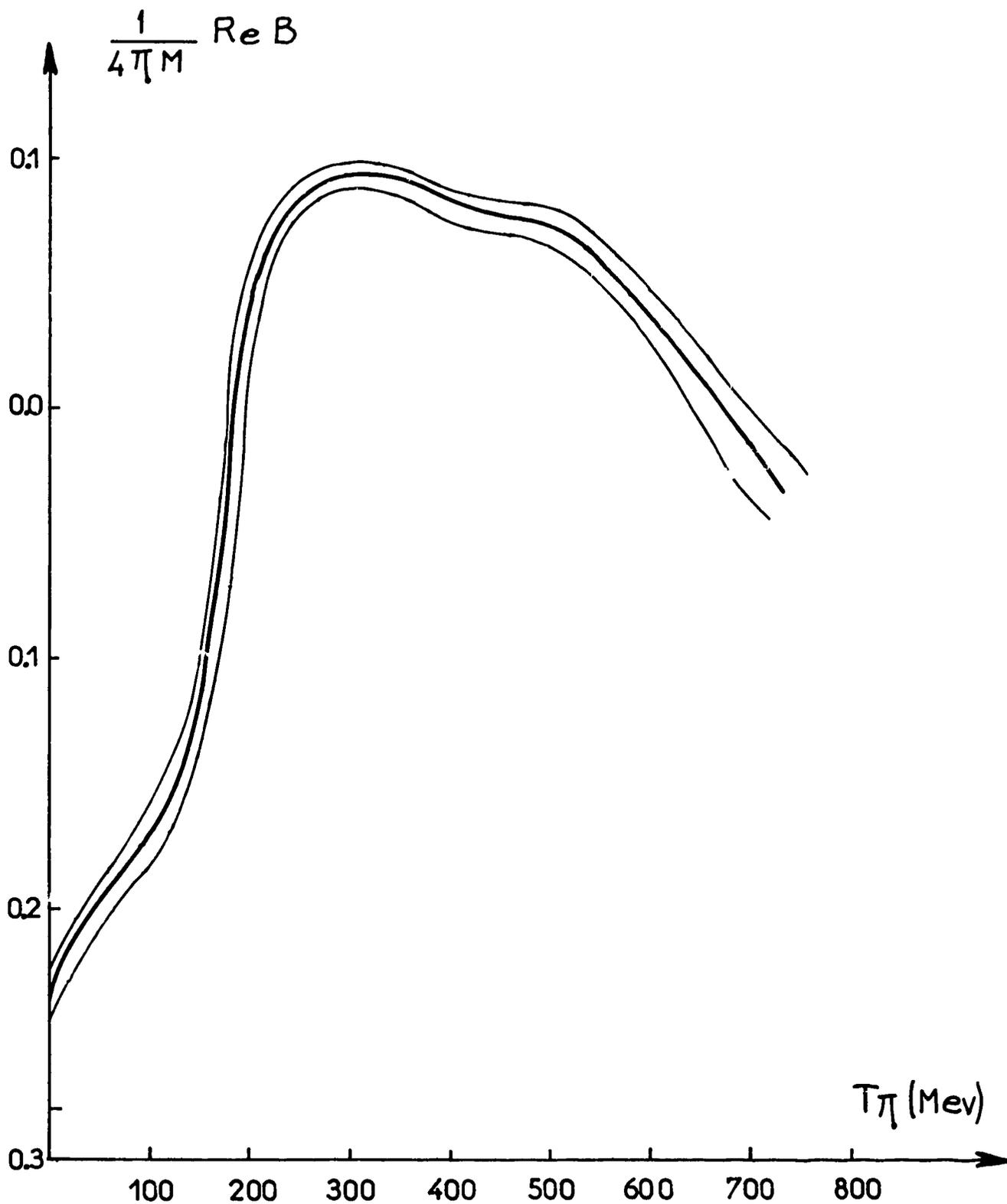


Figure 18 - Variation de la partie réelle de l'amplitude  $B_+$  en fonction de l'énergie des  $\pi$  incidents.

phasages à basse énergie. (L'amplitude  $B_+$  est dominée jusqu'à 300 MeV par la première résonance, c'est-à-dire par l'amplitude  $P_{33}$ ).

Au-dessus de 300 MeV, les erreurs indiquées sur les figures 17-18 sont plus élevées à cause de l'incertitude sur les valeurs de  $Y$ , qui augmente avec l'énergie.

Nous avons obtenu une confirmation de la détermination de cette droite  $\Delta$  en utilisant les nouveaux résultats d'une analyse de déphasage qui est en cours [104] et qui utilise les résultats très précis sur les sections efficaces différentielles et la polarisation à 410 et 490 MeV [71]. Les points expérimentaux obtenus ( $X_\pm$ ,  $Y_\pm$ ) entre 0 et 700 MeV, qui sont représentés sur la figure 19 fournissent une nouvelle détermination de la pente  $C$  :

$$C = 0,025 \pm 0,0015 \quad (30)$$

qui est en très bon accord avec les valeurs précédentes.

Il est utile de dégager les renseignements que cette méthode peut apporter au développement des analyses en ondes partielles :

a) La détermination de la valeur réelle des amplitudes  $B_{\pm}$  permet de différencier plusieurs séries de déphasages en fonction de l'énergie. Les coefficients du développement (20) de l'amplitude  $B$  varient comme le carré du moment orbital  $l$ , et donnent plus de poids aux contributions des amplitudes de moment angulaire élevé. La connaissance de la valeur de la partie réelle des amplitudes  $B_{\pm}$  permet donc de préciser la variation des ondes  $D$  et  $F$ , les ondes  $G$  jouant un rôle négligeable jusqu'à 650 MeV. D'autant plus que la détermination précise des amplitudes de diffusion vers l'avant obtenue au paragraphe (§II.2) permet de préciser le comportement des ondes de faible moment angulaire :  $S$  et  $P$ .

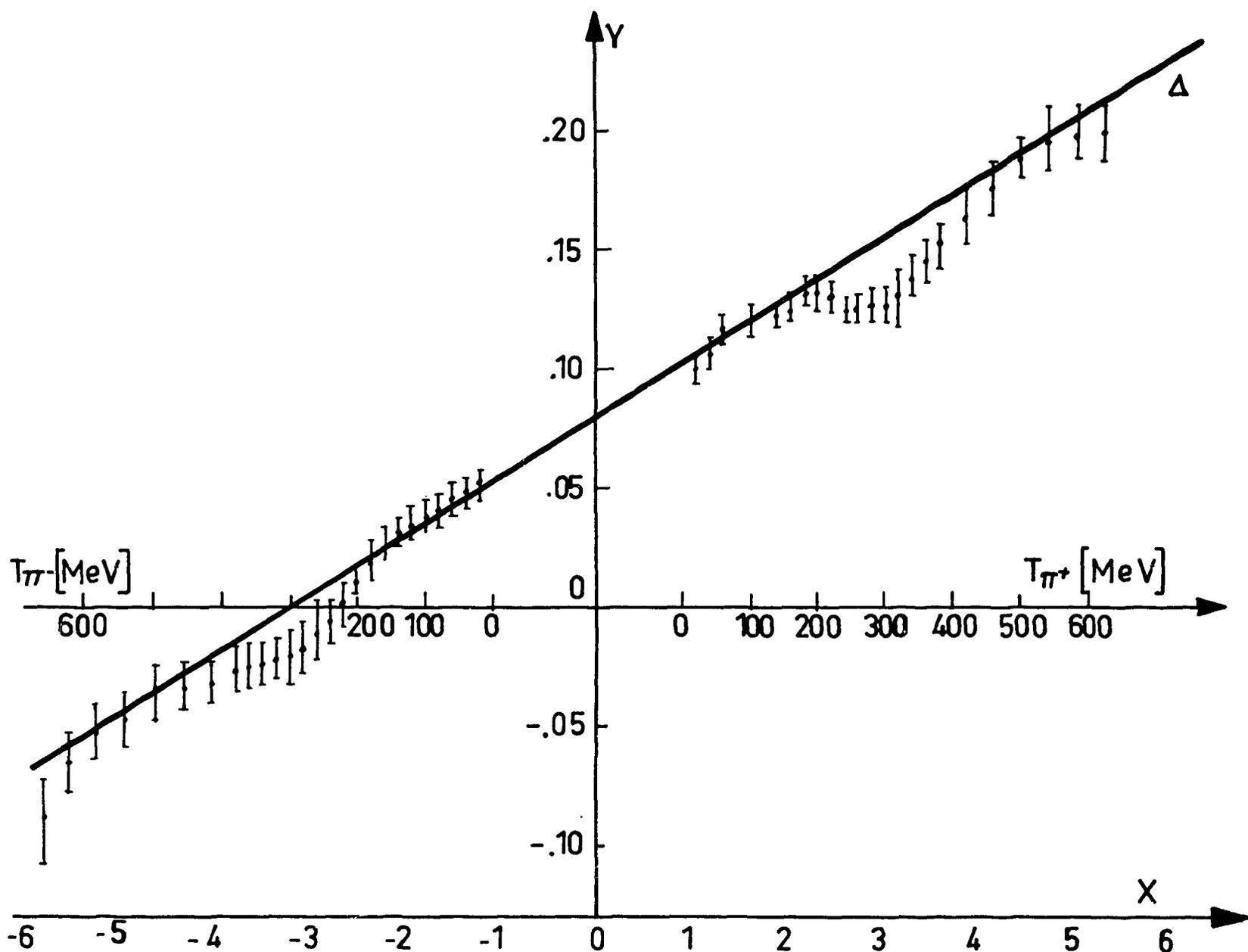


Figure 19 - Représentation des points  $(X_{\pm}, Y_{\pm})$  calculés pour la série de déphasages de la référence [104].

b) La comparaison des écarts entre les points  $(X_{\pm}, Y_{\pm})$  avec la droite  $\Delta$  (fig. 19) permet de déceler certains comportements anormaux des déphasages ; en particulier les écarts qui subsistent entre 200 et 350 MeV et qui résultent des mesures effectuées à 310 MeV. La validité de certains résultats expérimentaux obtenus à cette énergie a été mise en doute récemment, en particulier les mesures de polarisation [50].

## IV - CONCLUSION

Nous avons re-mesuré les sections efficaces totales  $\pi^+ P$  et  $\pi^- P$  entre 700 et 1700 MeV, pour éliminer les divergences qui existaient entre les résultats expérimentaux antérieurs.

Grâce à ces résultats, le calcul des amplitudes de diffusion vers l'avant au moyen des relations de dispersion est devenu plus précis : la partie réelle des amplitudes de diffusion est déterminée avec une erreur inférieure à 7 % entre 0 et 2000 MeV.

Nous avons obtenu une vérification expérimentale des relations de dispersion en comparant les valeurs calculées des sections efficaces différentielles d'échange de charge vers l'avant avec nos résultats expérimentaux entre 800 et 1900 MeV. Cet intervalle d'énergie est particulièrement favorable pour effectuer cette comparaison car la partie imaginaire de l'amplitude de diffusion qui est proportionnelle à la différence des sections efficaces totales  $\pi^- P$  et  $\pi^+ P$  reste faible et s'annule au voisinage de 1200 et 1600 MeV.

Les résultats de nos mesures des sections efficaces différentielles d'échange de charge entre 6 et 18 GeV ont permis de définir le comportement asymptotique à haute énergie de la différence des sections efficaces totales  $\pi^+ P$  et  $\pi^- P$  et de préciser la contribution des intervalles d'énergie correspondant dans le calcul de la partie réelle des amplitudes de diffusion.

La relation de dispersion pour l'amplitude de diffusion avec échange de charge vers l'avant est en bon accord avec les résultats expérimentaux entre 0 et 18 GeV.

En généralisant l'application des relations de dispersion vers l'avant à l'amplitude de spin-flip et aux analyses en ondes partielles  $\pi - N$  nous avons obtenu une méthode efficace pour comparer différentes séries de déphasages en fonction de l'énergie et déterminer la partie réelle des amplitudes de spin-flip  $B_{\pm}$ , pour la diffusion  $\pi^+ P$  et  $\pi^- P$ .

## ANNEXES

- I - Détermination de l'impulsion des particules du faisceau à partir des mesures de parcours dans le cuivre.
- II - Calcul de la perte d'énergie des  $\pi$  incidents dans les différents matériaux précédant la cible.
- III - Calcul de la correction pour la diffusion coulombienne.
- IV - Efficacité du compteur Cerenkov à seuil.
- V - Calcul de la correction pour les rayons delta produits dans le compteur Cerenkov.
- VI - Calcul de la contamination en  $\mu$  d'un faisceau de mésons  $\pi$ .

## ANNEXE I

### DÉTERMINATION DE L'IMPULSION DES PARTICULES DU FAISCEAU A PARTIR DES MESURES DE PARCOURS DANS LE CUIVRE

On a utilisé une chambre à étincelles comprenant 25 plaques de 3 mm de laiton pour mesurer le parcours des  $\pi^-$  du faisceau. Cette mesure a été effectuée à une impulsion nominale de 400 MeV/c, déterminée par la méthode du fil.

On a placé devant la chambre un absorbant de 163 mm de cuivre, de telle sorte qu'en tenant compte des matériaux se trouvant en amont dans le faisceau, tous les  $\pi^-$  s'arrêtent dans la chambre.

Le nombre de  $\pi^-$  s'arrêtant dans chaque plaque de la chambre a été mesuré sur un ensemble de 1 000 photos.

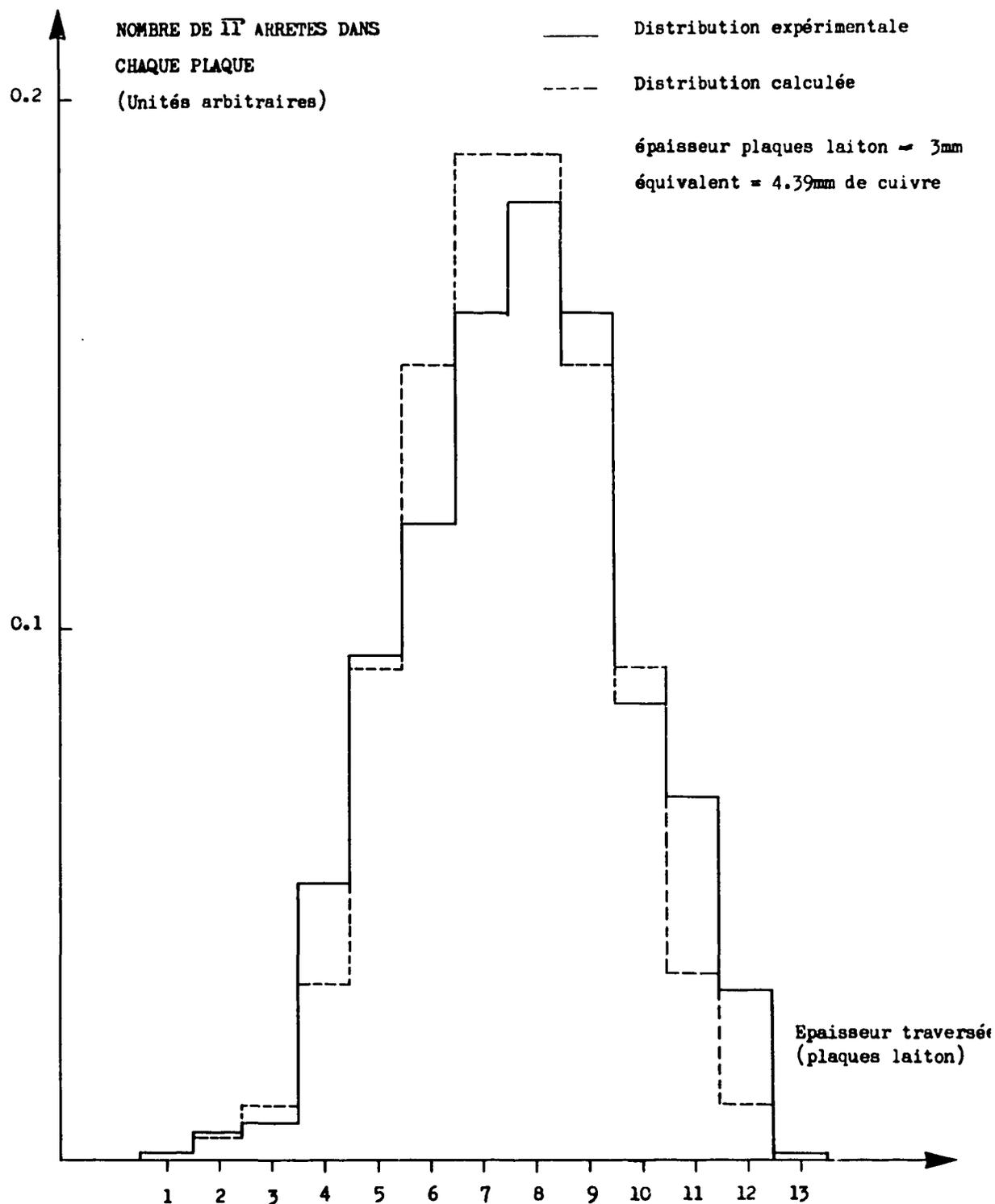


Figure 20 - Distribution théorique et distribution expérimentale du nombre de  $\pi^-$  arrêtés dans chaque plaque de la chambre à étincelles en fonction de l'épaisseur de laiton traversée. (Une plaque de laiton de 3 mm correspond à une épaisseur de 4,39 mm de cuivre) [33].

Si on tient compte de la distribution en impulsion du faisceau incident, (fig. 3), on peut prévoir le spectre en impulsion effectif des  $\pi$  après l'absorbant [33].

La distribution calculée et la distribution expérimentale représentées sur la figure 20 indiquent le nombre de  $\pi$  qui se sont arrêtés dans chaque plaque de cuivre, en fonction de l'épaisseur totale traversée.

Le meilleur accord entre ces deux distributions est obtenu en choisissant pour la distribution calculée une impulsion égale à l'impulsion nominale soit 400 MeV/c et une largeur du spectre des  $\pi$  incidents égale à  $\pm 3 \%$  comparée à la valeur prévue qui était  $\pm 2,5 \%$  lors de cette mesure.

## ANNEXE II

### CALCUL DE LA PERTE D'ÉNERGIE DES $\pi$ INCIDENTS DE 700 A 1700 MeV DANS LES DIFFÉRENTS MATÉRIAUX PRÉCÉDANT LA CIBLE

La perte d'énergie des  $\pi$  incidents dans les différents matériaux précédant la cible à hydrogène liquide est présentée dans le tableau suivant :

$\Delta x$ (cm)	$dE/dx$ (MeV/cm) $\times 10^3$	$\Delta E$ (MeV)
Air                      180	$2,20 \pm 0,02$	0,4
Hydrogène liquide 30	$0,29 \pm 0,01$	8,7
Scintillateur            0,15	$2,15 \pm 0,02$	0,32
Mylar                      0,06	$2,70 \pm 0,02$	0,16
		$\Delta E = 9,58$

Les pertes d'énergie par unité de longueur  $\frac{dE}{dx}$  (MeV/cm) ont été calculées pour les différents matériaux et pour différentes énergies, à partir des valeurs citées dans les références [35]. La variation en fonction de l'énergie est négligeable entre 700 et 1700 MeV/c.

La perte d'énergie totale est égale à :  $9,6 \pm 0,3$  MeV.

### ANNEXE III

## CALCUL DE LA CORRECTION DUE A LA DIFFUSION COULOMBIENNE

Les compteurs et la cible sont représentés schématiquement sur la figure 21. Soit T le compteur transmis de rayon R. Le faisceau peut être légèrement divergent ou convergent, la seule information nécessaire est la densité radiale des particules incidentes en absence d'hydrogène dans la cible.

Soient  $y, z$  (et  $Y, Z$ ) les déplacements latéraux d'une particule à la sortie de la cible d'épaisseur  $X$ , (et au compteur T) par rapport à sa position en absence de diffusion. La probabilité  $P$  de trouver la particule dans un intervalle donné :  $y, y + \Delta y$  et faisant un angle dans l'intervalle :  $\theta_y, \theta_y + \Delta\theta_y$  avec l'axe X est égale à [39] :

$$P(x, y, \theta_y) \cdot dy \cdot d\theta_y = \frac{2\sqrt{3}}{\pi \cdot \theta_s^2 \cdot x^2} \exp \left[ -\frac{4}{\theta_s^2} \left( \frac{\theta_y^2}{x} - \frac{3y\theta_y}{x^2} + \frac{3y^2}{x^3} \right) \right]$$

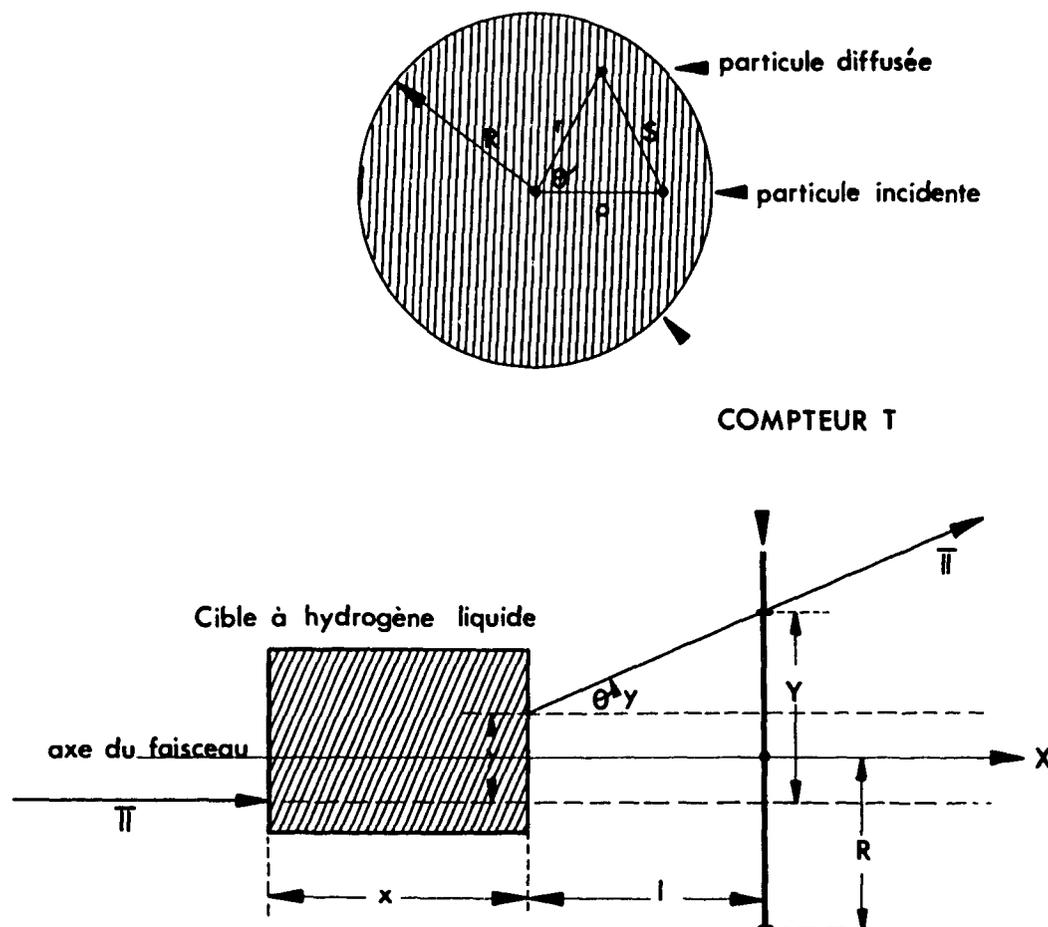


Figure 21 - Schéma des compteurs pour le calcul de la diffusion coulombienne.

Une probabilité identique décrit la distribution en  $Z, \theta_z$ .

On en déduit la probabilité  $P$  de trouver la particule diffusée à une distance  $s$  de sa position sans diffusion, dans le plan du compteur T (fig. 21) :

$$P = \frac{1}{\pi r_0^2} \left[ -\frac{s^2}{r_0^2} \right]$$

où

$$r_0 = \theta_s [x \cdot (1^2 + 1 \cdot x + x^2/3)]^{1/2}$$

$$s = (Y^2 + Z^2)^{1/2}$$

$$\theta_s = \frac{21}{p \beta c} \frac{1}{\sqrt{X_0}}$$

$\beta c$  et  $p$  sont respectivement la vitesse et l'impulsion du  $\pi$  incident, et  $X_0$  est la longueur de radiation de l'hydrogène liquide.

En introduisant des coordonnées polaires  $r, \theta$  par rapport au centre du compteur  $T$  on obtient :

$$s = (r^2 + \rho^2 - 2r\rho \cos \theta)^{1/2}$$

et avec les nouvelles variables :

$$r' = \frac{r}{R}$$

$$\rho' = \frac{\rho}{R}$$

et

$$r'_0 = \frac{r_0}{R}$$

la probabilité  $f$  pour que le  $\pi$  incident atteigne le compteur s'écrit :

$$f = \int_0^{2\pi} \int_0^1 P r' d\theta dr' = \frac{1}{\pi r_0'^2} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \exp \left[ -\frac{(r')^2 + (\rho')^2 - 2r'\rho' \cos \theta}{r_0'^2} \right] r' d\theta dr'$$

La fraction  $F$  des  $\pi$  incidents qui traversent le compteur transmis  $T$  est égale à :

$$F = \frac{\int_0^{\rho'_0} n(\rho') \cdot f \cdot \rho' \cdot d\rho'}{\int_0^{\rho'_0} n(\rho') \cdot \rho' \cdot d\rho'}$$

où  $n(\rho')$  est la densité des  $\pi$  incidents par  $\text{cm}^2$  dans le plan du compteur  $T$  en absence de diffusion et  $\rho'_0$  est le rayon du faisceau ( $\rho'_0 = \frac{\rho_0}{R}$  et  $n(\rho') = 0$  pour  $\rho' > \rho'_0$ ).

Le rapport  $F$  a été calculé numériquement à partir des valeurs mesurées de la densité  $n(\rho')$  [40].

Si on intègre la distribution  $P(x, y, \theta_y)$  en fonction du déplacement latéral  $y$ , on obtient une fonction  $Q(x, \theta_y)$  qui représente la distribution angulaire à la sortie de la cible :

$$Q(x, \theta_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(x, y, \theta_y) dy = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\theta_s \sqrt{x}} \cdot \exp \left[ -\frac{\theta_y^2}{\theta_s^2 \cdot x} \right]$$

Snyder et Scott [41] ont recalculé cette distribution d'une façon plus rigoureuse dans le cas où l'épaisseur de la cible  $x$  est beaucoup plus faible que la longueur de radiation  $X_0$ . Leur solution est voisine d'une distribution gaussienne aux petits angles et se rapproche de la probabilité de diffusion simple aux grands angles.

Ces deux distributions  $Q(x, \theta_y)$  sont représentées sur la figure 22, pour une impulsion des  $\pi$  incidents égale à 1000 MeV/c, et pour les conditions suivantes qui correspondent à celles de la cible à hydrogène liquide :

$$x = 3,8 \text{ gr/cm}^2 \quad X_0 = 58 \text{ gr/cm}^2$$

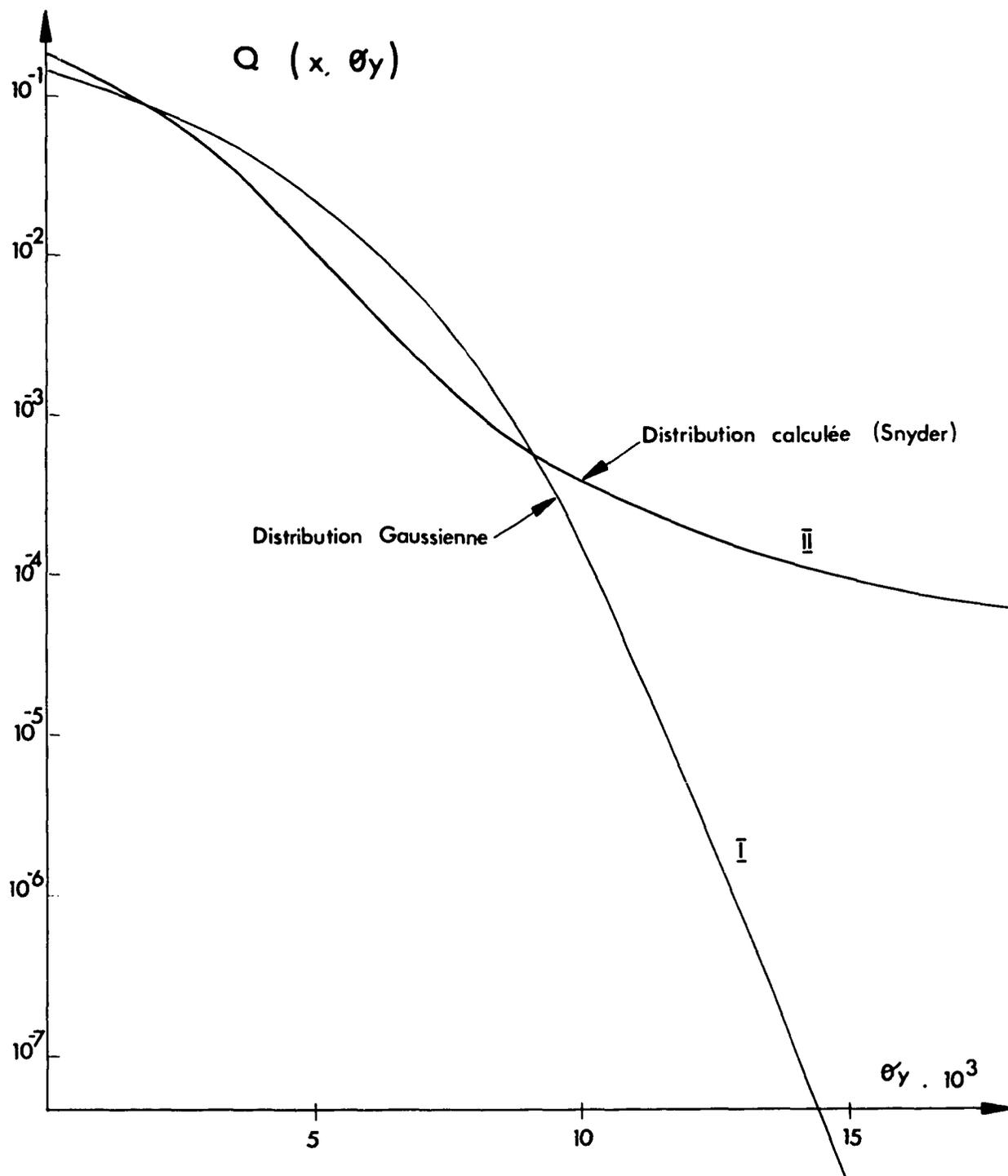


Figure 22 - Distribution angulaire de la diffusion multiple calculée d'après le modèle de H.S. Snyder et W.T. Scott, et d'après une distribution gaussienne. Les ordonnées sont multipliées par la quantité  $\sqrt{S} = 2,21 \cdot 10^2$  où S est défini par l'expression  $S = x \cdot \frac{4\pi}{\alpha^2} \cdot N \cdot \frac{r_0^2}{\beta^2}$ ,

x, épaisseur de la cible = 3,8 gr/cm<sup>2</sup>,  $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$ ,  $N = 6,02 \cdot 10^{23}$ ,  $r_0 = 2,82 \cdot 10^{-13}$  cm et  $\beta = \frac{v}{c}$  [41].

Il est possible de tenir compte de la diffusion simple dans le calcul numérique précédent, en superposant plusieurs distributions gaussiennes pour obtenir une approximation de la distribution réelle aux grands angles :

$$Q(x, \theta_y) = Q(x, 0) \left\{ 0,9961 \exp \left[ -\frac{\theta_y^2}{(\theta_s \Gamma x)^2} \right] + 0,0039 \exp \left[ -\frac{\theta_y^2}{(3,2 \theta_s \Gamma x)^2} \right] \right\}$$

pour  $10^{-2} < \theta_y < 5 \cdot 10^{-2}$ .

La probabilité  $F(r'_0, \rho'_0)$  correspondante sera :

$$F = 0,9961 F(r'_0, \rho'_0) + 0,0039 F(3,2 r'_0, \rho'_0)$$

Le deuxième terme tenant compte de la diffusion simple à grand angle est de l'ordre de 0,0028 à 1 000 MeV/c, et il est négligeable pour les impulsions plus élevées.

W. Barkas et al. [42] ont également calculé la correction à apporter sur l'angle quadratique moyen  $\sqrt{\langle \theta^2 \rangle} = \frac{21,2}{p \beta c} \sqrt{\frac{L}{L_{rad}}}$  lorsque l'on adopte une distribution angulaire gaussienne, pour tenir compte de la diffusion simple aux grands angles. Pour  $L/L_{rad} \sim 7,3 \cdot 10^{-2}$  la correction à effectuer sur  $\sqrt{\langle \theta^2 \rangle}$  est de l'ordre de  $-20,5\%$ . Ceci tend à augmenter la probabilité F précédente, mais cette correction est négligeable au-dessus de 1 000 MeV/c.

De plus, la longueur de radiation de l'hydrogène liquide ( $L_{rad} \sim 58 \text{ g/cm}^2$ ) n'est pas déterminée avec une grande précision [42]. Ces différents effets contribuent à augmenter l'erreur ( $\sim 20\%$ ) sur les corrections effectuées pour la diffusion coulombienne à 900, 950 et 1 000 MeV/c.

## ANNEXE IV

### EFFICACITÉ DU COMPTEUR CERENKOV A SEUIL

L'efficacité du compteur Cerenkov a été mesurée dans un faisceau d'électrons ayant une impulsion de 500 MeV/c. Les points expérimentaux sont portés sur la figure 23, où l'efficacité du compteur est représentée en fonction de la pression du gaz.

Il est possible d'exprimer le nombre moyen  $N$  de photoélectrons émis par la photocathode du photomultiplicateur en fonction de la pression  $P$  du gaz :

$$N = K \cdot l \cdot \int_{\nu_1}^{\nu_2} \sigma(\nu) \cdot N(\nu) d\nu$$

où  $K$  représente le coefficient de transmission moyen du système optique :  $K \simeq 0,8$ .

$l$  est la longueur du parcours des électrons dans le compteur,  $l = 80$  cm pour le compteur  $C_1$ .

$\sigma(\nu)$  est la sensibilité de la photocathode en fonction de la fréquence  $\nu$ ,  $\nu_1$  et  $\nu_2$  sont les limites de sensibilité du photomultiplicateur (58 AVP) [43].

et  $N(\nu)d\nu$  est le nombre de photons émis par effet Cerenkov par unité de longueur dans l'intervalle  $d\nu$  soit :

$$N(\nu)d\nu = 4\pi^2 \cdot \frac{e^2}{h c^2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}\right) d\nu$$

où  $\beta c$  est la vitesse des électrons, ( $\beta \approx 1,0$  pour une impulsion de 500 MeV/c), et  $n$  est l'indice de réfraction du gaz. Entre 1 et 10 atmosphères, à 21°C, l'indice  $n$  du  $SF_6$  est représenté en bonne approximation par la relation suivante (fig. 5) :

$$N \simeq 9,2 \times P [P \text{ (kg/cm}^2)].$$

Cette relation permet de représenter, sur la figure 23, l'efficacité  $\epsilon$  du compteur Cerenkov en fonction du nombre moyen  $N$  de photoélectrons émis par la photocathode du photomultiplicateur.

Soit  $X$  le nombre de photoélectrons émis,  $N$  la valeur moyenne de  $X$  et  $X_0$  le nombre minimal de photoélectrons nécessaire pour produire une impulsion qui franchit le seuil de détection du compteur.

La probabilité de ne pas enregistrer d'impulsion lors du passage d'un électron est :

$$P(X < X_0) = P(0) + P(1) + \dots + P(X_0 - 1)$$

où  $P(X)$  représente la probabilité d'émission de  $X$  photoélectrons. Supposons que cette probabilité suive la loi de Poisson :

$$P(X) = \frac{e^{-N} \cdot N^X}{X!}$$

soit

$$P(X < X_0) = e^{-N} \left(1 + N + \frac{N^2}{2!} + \dots + \frac{N^{(X_0-1)}}{(X_0-1)!}\right)$$

L'efficacité  $\epsilon$  du compteur est égale à :

$$\epsilon = 1 - P$$

Elle est représentée sur la figure 23 en fonction du nombre moyen  $N$  de photoélectrons et pour différentes valeurs du paramètre  $X^0$ .

Les points mesurés suivent l'allure générale des courbes d'efficacité calculées avec les hypothèses précédentes. On en déduit que le nombre minimal de photoélectrons  $X^0$  nécessaire pour produire une impulsion supérieure au seuil du compteur est égal à

$$X^0 \simeq 2.$$

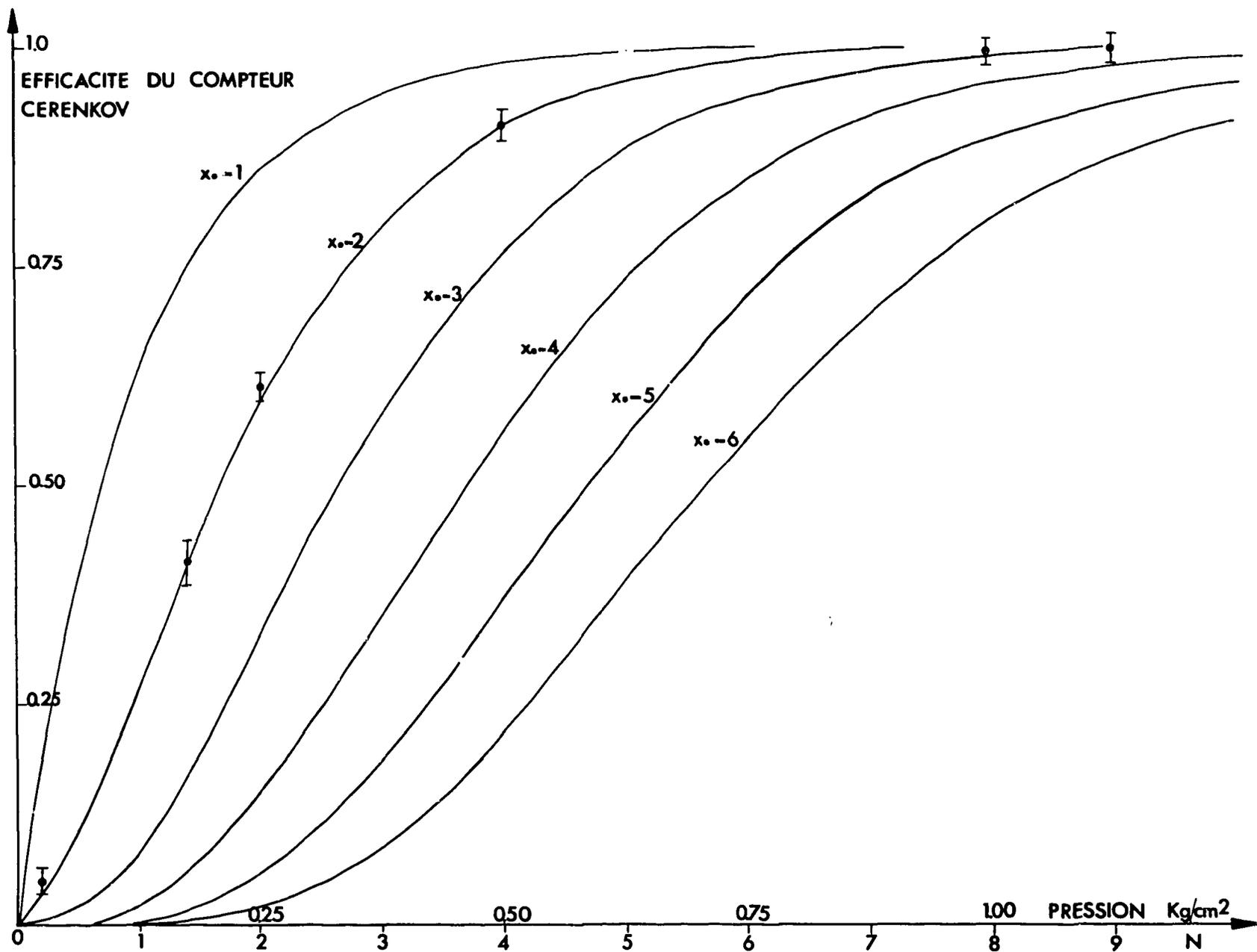


Figure 23 - Efficacité du compteur Cerenkov calculée pour différentes valeurs du seuil  $X_0$ . Les points expérimentaux correspondent à des mesures dans un faisceau d'électrons de 500 MeV/c.

## ANNEXE V

### CALCUL DE LA CORRECTION DUE AUX RAYONS DELTA PRODUITS DANS LE COMPTEUR CERENKOV

Lorsqu'on mesure le nombre d'électrons et de muons du faisceau avec le compteur Cerenkov, les  $\pi$  incidents qui traversent également le gaz du compteur produisent des rayons delta. Un certain nombre de ceux-ci ont la bonne direction et une impulsion suffisante pour être comptés. Ils augmentent donc artificiellement la contamination mesurée.

Le nombre de rayons delta produits dans le compteur par les  $\pi$  du faisceau a été calculé pour différentes pressions du gaz à partir de la section efficace de production et de la distribution en énergie des électrons projetés [44], du nombre d'électrons par  $\text{cm}^3$  du gaz, et du seuil de détection  $X_0$  du compteur. Ces valeurs, calculées pour une impulsion du faisceau de 1 000 MeV/c, sont portées sur la figure 6 en fonction de la pression du gaz.

Ce calcul a été vérifié expérimentalement en mesurant la contamination résiduelle lorsque le compteur Cerenkov  $C_2$ , réglé sur le plateau des  $\mu$ , est mis en anticoincidence dans le circuit des  $\pi$  INC (compteurs : 1 + 2 +  $C_1$  + 4 +  $\bar{C}_2$ ). On remarque que la contamination résiduelle ainsi mesurée est en bon accord avec le nombre de rayons delta calculé figure 6. Ces rayons delta expliquent la remontée du plateau des électrons juste avant le seuil des  $\mu$ .

## ANNEXE VI

### CALCUL DE LA CONTAMINATION EN $\mu$ D'UN FAISCEAU DE MESONS $\pi$

La contamination en muons de la deuxième partie du faisceau, c'est-à-dire le pourcentage de  $\mu$  créés entre l'image intermédiaire et l'image finale I, a été calculé numériquement [45].

Un premier programme de calcul a été établi pour traiter les deux cas suivants dans l'hypothèse d'un faisceau cylindrique et parallèle :

a) calcul de la contamination en  $\mu$  d'un faisceau en fonction de la longueur  $OS_1$  du faisceau, de la distribution radiale  $F(r)$  des particules et des rayons  $R_0$  et  $R_1$  du faisceau et du compteur  $S_1$ , figure 24.

b) calcul de la contamination en  $\mu$  d'un faisceau défini par deux compteurs  $S_1$  et  $S_2$  en fonction des paramètres précédents, de la distance  $d$  entre les deux compteurs et du rayon  $R_2$  du deuxième compteur. Lorsqu'une cible C est introduite entre les deux compteurs  $S_1$  et  $S_2$ , on ne considère que les  $\mu$  créés avant la cible, c'est-à-dire dans la partie OC du faisceau, figure 24.

Tous les rapports calculés sont normalisés au nombre de  $\pi$  qui traversent effectivement le compteur  $S_1$ . Ce compteur étant celui qui définit le faisceau juste avec la cible.

Considérons un  $\pi$  qui se désintègre avec une probabilité  $dp = \frac{1}{\beta \cdot \gamma \cdot \tau} \cdot dv$  dans l'élément de volume  $dv$  situé au point  $(r, z)$ , dans une direction définie par les angles  $(\theta, \varphi)$  (figure 25).  $\beta \cdot c =$  vitesse du  $\pi$ ,  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ ,  $\tau = \tau_0 \cdot \gamma$ ; moyenne du  $\pi = 2,56 \cdot 10^{-8}$  s. Les  $\mu$  sont émis isotropiquement dans le système de référence du  $\pi$ . La probabilité  $\Delta P$  pour qu'ils soient émis dans l'angle solide  $\Omega$  du compteur  $S_1$ , est proportionnelle à l'angle solide  $\Omega^*$  correspondant dans le système du  $\pi$ . Soit :  $\Delta P = \Omega^* \cdot dp$ . Cette probabilité est ensuite intégrée sur tout le volume utile du faisceau.

Ce calcul est facilement généralisé au cas de deux compteurs  $S_1$  et  $S_2$ .

On calcule ainsi la contamination sur les  $\pi$  incidents :  $d = \frac{\mu \text{ incidents}}{\pi \text{ incidents}}$ . C'est-à-dire, le nombre de  $\mu$  créés entre le début du faisceau et le compteur  $S_1$  (dans le volume  $V_1$ ), qui traversent le compteur  $S_1$ ; ainsi que le nombre de  $\mu$  provenant de  $\pi$  ayant traversé le compteur  $S_1$ , qui se désintègrent entre le compteur  $S_1$  et la cible C (volume  $V_2$ ), figure 24. La contamination sur les  $\pi$  transmis :  $e = \frac{\mu \text{ transmis}}{\pi \text{ incidents}}$  comprend les  $\mu$  provenant de la désintégration des  $\pi$  dans le volume  $V_1$ , qui traversent successivement les compteurs  $S_1$  et  $S_2$ ; ainsi que les  $\mu$  créés dans le volume  $V_2$ , qui traversent le compteur  $S_2$ .

Les calculs précédents sont valables pour la dernière partie du faisceau comprise entre le quadrupole et la cible à hydrogène; mais il est difficile de justifier le choix des approximations nécessaires pour étendre l'application de ces calculs à un faisceau comprenant des aimants analyseurs, des quadrupoles et des diaphragmes.

Nous avons complété les résultats précédents en utilisant un programme beaucoup plus complet qui permet de calculer le spectre d'un faisceau produit à partir d'une cible interne d'un accélérateur, et qui est ensuite guidé par un système de transport très général [46]. Ce programme utilise les informations suivantes :

- le taux de production des particules en fonction de leur angle d'émission et de leur impulsion,

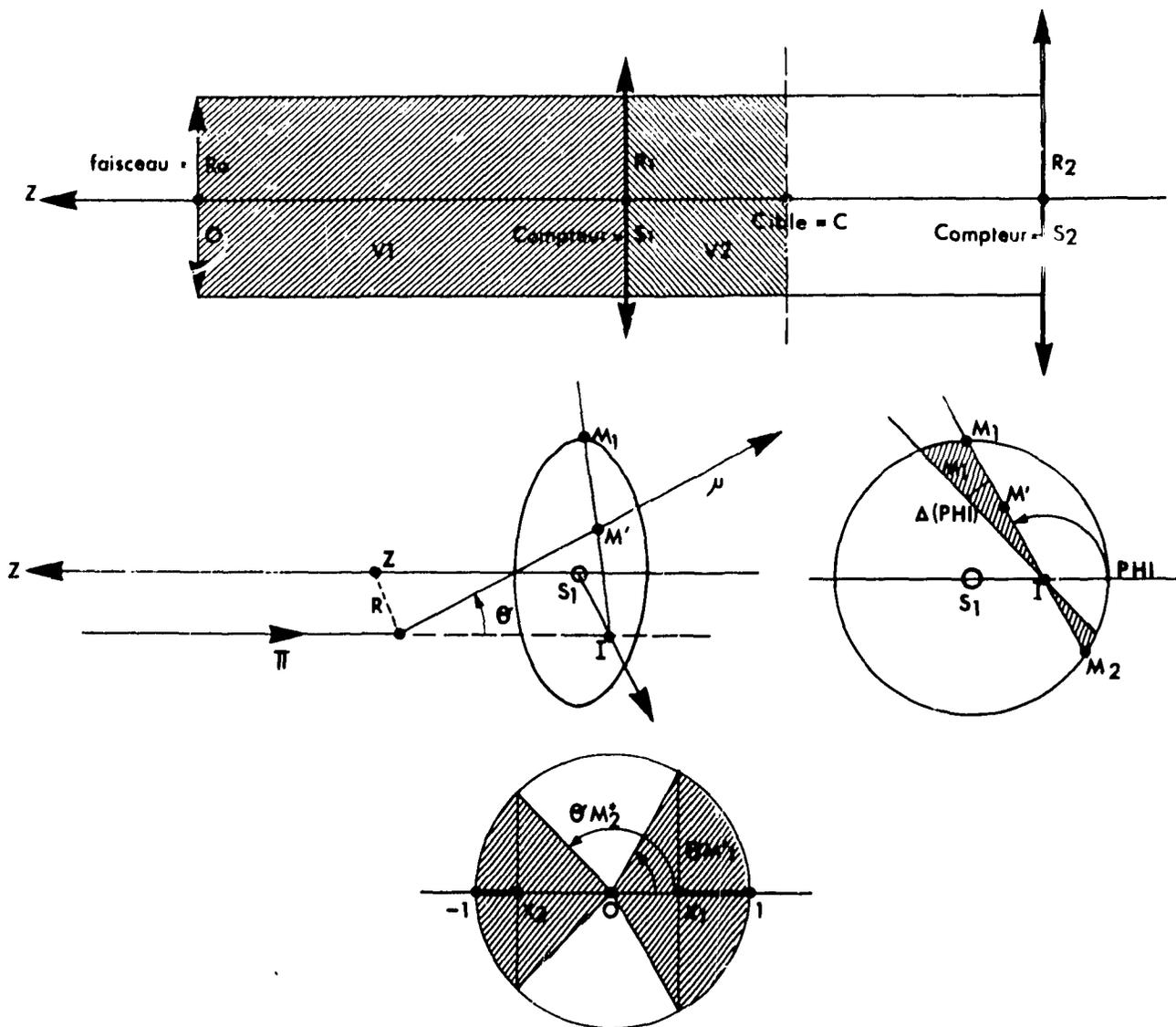


Figure 24 - Schéma du faisceau pour le calcul de la contamination en  $\mu$ .

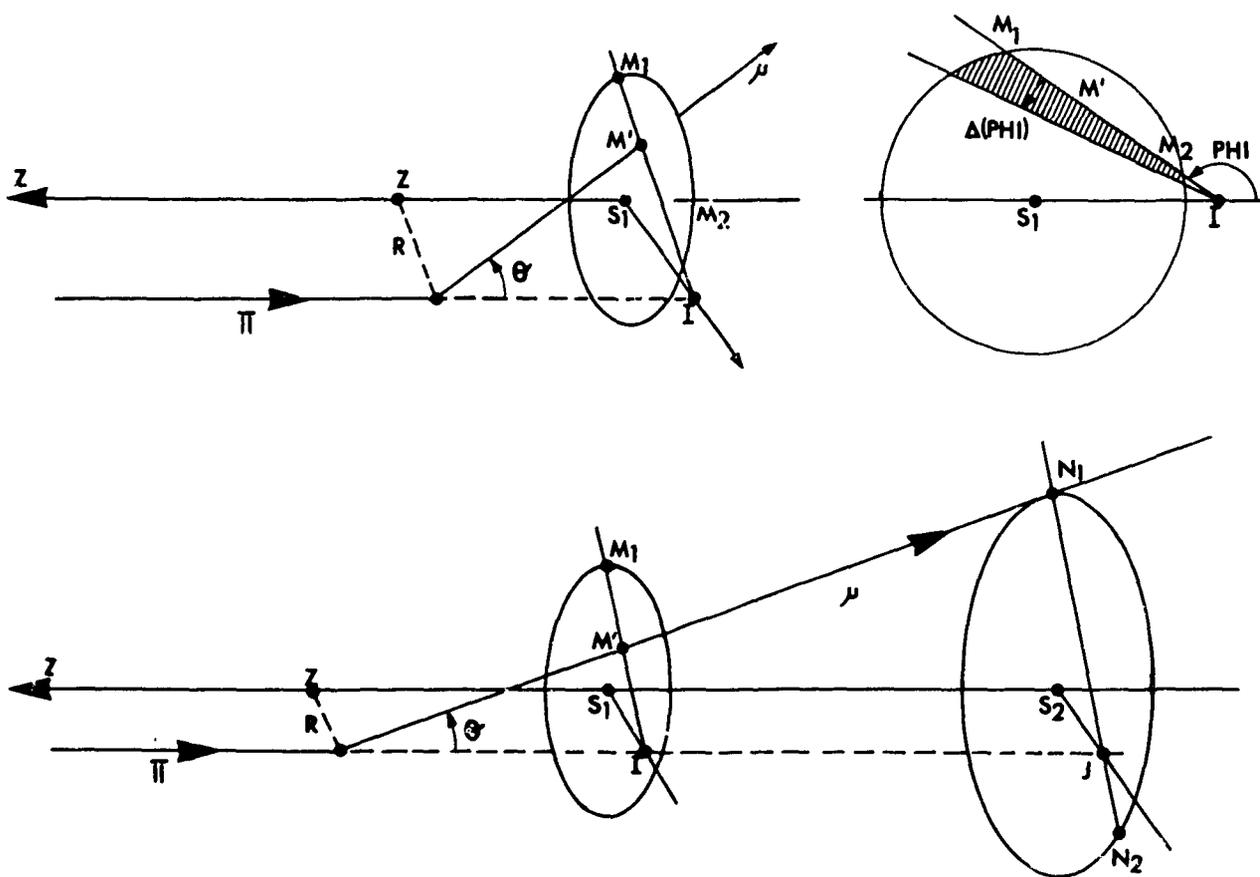


Figure 25 - Schéma des compteurs pour le calcul de la contamination en  $\mu$ .

- les caractéristiques du champ de l'accélérateur que traversent les particules avant d'atteindre le système de transport.

- les caractéristiques de ce système et celles du compteur final.

L'aspect mathématique est traité d'un point de vue général : représentation d'un élément de trajectoire par un point dans un espace de phase, application du théorème de Liouville aux équations différentielles du mouvement et utilisation d'une représentation matricielle. Ce formalisme conduit à définir un faisceau de particules par un "couple de surfaces dont les déformations représentent l'évolution du faisceau dans le système de guidage" [46].

L'étude d'un système de transport quelconque nécessite la définition, dans l'espace de phase, des polygones d'acceptance (qui représentent les limitations à l'extension latérale du faisceau imposées par les diaphragmes) et le calcul des taux de transmission. Ces deux éléments déterminent le spectre en impulsion et l'intensité du faisceau transmis dans le système récepteur.

Cette méthode a été généralisée pour étudier le spectre en impulsion des secondaires chargés émis en vol et transmis par le spectre.

Ce programme a été utilisé pour calculer la contamination en  $\mu$  dans la deuxième partie du faisceau. Les résultats ainsi obtenus sont présentés dans les tableaux I, II et III.

Le spectre en impulsion des  $\mu$  qui traversent le compteur 4 est représenté sur la figure 9.

Il faut remarquer que la correction pour la contamination du faisceau, de même que la correction pour la diffusion multiple, tient compte de la distribution radiale des  $\pi$  incidents dans le faisceau. Pour éviter toute erreur systématique provenant d'une brusque variation des courants des aimants, les profils horizontaux ont été mesurés avant et après chaque comptage.

## RÉFÉRENCES

- [1] A. M. SHAPIRO, C. P. LEAVITT, F. F. CHEN - Phys. Rev. 92 1 073 (1953).
- [2] S. J. LINDENBAUM, L. C. L. YUAN - Phys. Rev. 92 1 578 (1953).
- [3] R. L. COOL, L. MADANSKY, O. PICCIONI - Phys. Rev. 93 249 (1954).
- [4] S. J. LINDENBAUM, L. C. L. YUAN - Proceedings 4 th. Annual Rochester Conference on High Energy Nuclear Physics, p. 99 (1964).
- [5] L. M. EISBERG, W. B. FOWLER, R. M. LEA, W. D. SHEPHARD, R. P. SHUTT, A. M. THORNDIKE, W. L. WHITTEMORE - Phys. Rev. 97 797 (1955).
- [6] S. J. LINDENBAUM, L. C. L. YUAN - Phys. Rev. 100 306 (1955).
- [7] A. E. IGNATENKO, A. I. MUKHIN, E. B. OZEROV, B. M. PONTECORVO - Dokl. Akad. Nauk SSSR 103 45 (1955).
- [8] R. COOL, O. PICCIONI, D. CLARK - Phys. Rev. 103 1 082 (1956).
- [9] A. E. IGNATENKO, A. I. MUKHIN, E. B. OZEROV, B. M. PONTECORVO - Soviet Phys. JETP 3 10 (1956-1957).
- [10] M. KOZODAEV, R. SULIAEV, A. FILIPPOV, I. SHCHERBAKOV - Soviet Phys. Doklady 1 171 (1956).
- [11] L. S. DUL'KOVA, J. B. SOKOLOVA, M. I. SHAFRANOVA - Soviet Phys. Doklady 1 739 (1956).
- [12] A. I. MUKHIN, E. B. OZEROV, B. M. PONTECORVO - Soviet Phys. JETP 4. 237 (1957).
- [13] V. I. ZINOV, S. M. KORENCHENKO - Soviet Phys. JETP 6 1 006 (1958).
- [14] I. DERADO, G. LUTJENS, N. SCHMITZ - Ann. Phys. (Leipzig) 4 103 (1959).
- [15] H. C. BURROWES, D. O. CALDWELL, D. H. FRISCH, D. A. HILL, D. M. RITSON, R. A. SCHLUTER, M. A. WHALIG - Phys. Rev. Letters 2 119 (1959).
- [16] R. R. CRITTENDEN, J. H. SCANDRETT, W. D. SHEPHARD, W. D. WALKER - Phys. Rev. Letters 2 121 (1959).
- [17] V. G. ZINOV, A. D. KONIN, S. M. KORENCHENKO, B. PONTECORVO - Soviet Phys. JETP 11 1 233 (1960).
- [18] J. C. CARIS, L. K. GOODWIN, R. W. KENNEY, V. PEREZ MENDEZ, W. A. PERKINS - Phys. Rev. 122 262 (1961).
- [19] J. H. FOOTE, O. CHAMBERLAIN, E. H. ROGERS, H. M. STEINER - Phys. Rev. 122 959 (1961).
- [20] J. C. BRISSON, J. F. DETOEUF, P. FALK-VAIRANT, L. VAN-ROSSUM, G. VALLADAS - Nuovo Cimento 19 210 (1961).
- [21] J. K. KOPP, A. M. SHAPIRO, R. I. ISLAND, A. R. ERWIN - Phys. Rev. Letters 6 327 (1961).
- [22] H. FOELSCHKE, E. C. FOWLER, H. L. KRAYBILL, J. R. SANFORD, D. STONEHILL - International Conf. On high Energy Physics CERN, p. 41 (1962).
- [23] T. J. DEVLIN, B. J. MOYER, V. PEREZ-MENDEZ - Phys. Rev. 125 690 (1962).
- [24] M. J. LONGO, B. J. MOYER - Phys. Rev. 125 701 (1962).

- [25] H. R. RUGGE, T. O. VIK - Phys. Rev. 129 2300 (1963).
- [26] SACLAY,-ORSAY,-BARI,-BOLOGNA - Collaboration-Nuovo cimento 29 515 (1963).
- [27] TH. LERAY, A. BERTHON, P. CHAVANON, M. CROZON, J. L. NARJOUX - "Mesure de la section efficace  $\pi^- D$  Laboratoire de Physique Atomique et Moléculaire du Collège de France. Rapport interne non diffusé (1963), n° PAM 6310.
- [28] J. F. DETOEUF, Y. DUCROS, J. P. MERLO, A. V. STIRLING, B. THEVENET, L. van ROSSUM, J. ZSEMBERY - Phys. Rev. 134 B 228 (1964) et Phys. Letters 8 74 (1964). (Mesures de contrôle des sections efficaces totales  $\pi^\pm P$  au cours d'une expérience consacrée à l'étude des réactions  $\pi^\pm + P \longrightarrow \pi^0 + (\text{chargés})$  entre 500 et 1500 MeV).
- [29] P. BAREYRE, C. BRICMAN, G. VALLADAS, G. VILLET, J. BIZARD, J. SEGUINOT - Physics Letters 3 137 (1964).
- [30] B. AMBLARD, P. BORGEAUD, Y. DUCROS, P. FALK-VAIRANT, O. GUI SAN, W. LASKAR, P. SONDEREGGER, A. V. STIRLING, M. YVERT - Phys. Letters 10 134 (1964) et 10, 138 (1964).
- [31] A. N. DIDDENS, E. W. JENKINS, T. F. KYCIA, K. F. RILEY - Physics Revue Letters 10 262 (1963).
- [32] Faisceau N° 33 SATURNE  $\pi^\pm$  (18°30, 23°, 23°) - Rapport CEDAP Décembre (1963), non diffusé .
- [33] K. SYMON - Fluctuations in energy loss by high energy charged particles passing through matter. Thesis Cambridge Harward University (1948).  
P. BORGEAUD - (communication privée).
- [34] R. R. WILSON - Phys. Rev. 110 1212 (1958).
- [35] M. RICH - Rapport UCRL, 2301 (1954).  
W. BARKAS - Rapport UCRL 3769 (1957).  
J. A. ATKINSON, B. W. WILLIS - Rapport UCRL 2426 Rev., Vol II.
- [36] J. DUBOC, J. BANAIGS, J. F. DETOEUF - J. Physique Rad. 22 64 A (1961).
- [37] J. H. ATKINSON, V. PEREZ-MENDEZ - Rev. Sci. Instr. 30 864 (1959).
- [38] J. C. BRISSON, G. VALLADAS, R. van ZURK - Colloque international d'électronique nucléaire. Paris (1958) page 233.
- [39] R. M. STERNHEIMER - Rev. Sci. Instr. 25 1070 (1954).
- [40] Y. DUCROS - (communication privée).
- [41] B. ROSSI - High energy particles, Prentice Hall (1956) page 64.  
G. MOLIERE - Z. Naturforsch 2a, 133 (1947) et 3a 78 (1948).  
H. S. SNYDER, W. T. SCOTT - Phys. Rev. 76 220 (1949) et 78 233 (1950).  
W. T. SCOTT - Rev. Mod. Phys. 35 231 (1963).
- [42] W. H. BARKAS, A. H. ROSENFELD - Rapport UCRL 8030 Rev. (1963).
- [43] J. SAYAG - J. Physique Rad. 23 169A (1962).
- [44] H. J. BHABHA - Proc. Roy. Soc. (London) A 164 257 (1938).
- [45] J. F. DETOEUF et A. TRAN HA - (Communication privée).
- [46] J. FRONTEAU - Rapport CERN 64-11 (1964).
- [47] Mc KINLEY - Rev. Mod. Phys. 35 788 (1963).
- [48] P. AUVIL, C. LOVELACE - Nuovo Cimento 33 473 (1964).
- [49] A. DONNACHIE, J. HAMILTON, A. T. LEA - Phys. Rev. 134 B515 (1964).
- [50] P. AUVIL, A. DONNACHIE, A. T. LEA, C. LOVELACE - Phys. Letters 12 76 (1964).
- [51] A. DONNACHIE, J. HAMILTON - Phys. Rev. 138 B678 (1965).
- [52] J. HAMILTON - Strong Interactions and High Energy Physics, Scottish Universities Summer School 1963 edited by R. G. MOORHOUSE p. 281.

- [53] J. HAMILTON, W.S. WOOLCOCK - Rev. Mod. Phys. 35 737 (1963).
- [54] G.F. CHEW, M.L. GOLDBERGER, F.E. LOW, Y. NAMBU - Phys. Rev. 106 1337 (1957).
- [55] K.M. WATSON, J.V. LEPORE - Phys. Rev. 76 1157 (1949).
- [56] H.J. BREMERMAN, R. OEHME, J.G. TAYLOR - Phys. Rev. 109 2178 (1958).  
H. LEHMANN - Nuovo Cimento 10 579 (1958) et Nuovo Cimento Suppl. 14 153 (1958).
- [57] I. POMERANCHUK - Soviet Physics JETP 3 306 (1956).
- [58] M. JACOB, G.C. WICK - Annals of Physics 7 404 (1959).
- [59] C.D. WOOD - Rapport UCRL 9507 (1961).
- [60] J.A. HELIAND, T.J. DEVLIN, D.E. HAGGE, M.J. LONGO, B.J. MOYER, C.D. WOOD  
Rapports UCRL 10378 (1962) et 10495 (1963).  
Phys. Rev. Letters 10 27 (1963) et Phys. Rev. 134 B1062 (1964).
- [61] P. OGDEN - Rapport UCRL 11180 (1964).
- [62] W.M. LAYSON - Nuovo Cimento 27 724 (1963).
- [63] R.F. PEIERLS - Phys. Rev. 118 325 (1960).  
R. OMNES, G. VALLADAS - Proc. of the Aix-en-Provence Intern. Conf. on Elementary  
Particles, I. 467, (1961).
- [64] A. MULLER, E. PAULI, R. BARLOUTAUD, J. MEYER, M. BENEVENTANO, G. GIALA-  
NELLA, L. PAOLUZI - Phys. Letters, 10, 349 (1964) ;  
F. BULOS, R.E. LANOU, A.E. PIFER, A.M. SHAPIRO, M.W. IDGOFF, R. PAVINI, A.E.  
BRENNER, C.A. BORDNER, M.E. LAW, E.E. RONST, K. STRAUCH, J. SZYMANSKI, P.  
BASTIEN, B.B. BRABSON, Y. EISENBERG, B.T. FELD, V.K. FISCHER, I.A. PLESS, L.  
ROSENSON, R.K. YAMAMOTO, G. CALVELLI, L. GUERRIERO, G.A. SALADIN, A. TOMASIN,  
L. VENTURA, G. VOCI, F. WALDNER - Phys. Rev. Letters 13 558 (1964).
- [65] C.B. CHIU, R.D. EANDI, R.W. KENNEY, B.J. MOYER, J.A. POIRIER, W.B. RICHARDS,  
R.J. CENCE, V.Z. PETERSON, V.J. STENGER - Bull. Am. Phys. Soc. 8 603 (1963) et 9  
409 (1964).  
D.L. LIND, B.C. BARISH, R.J. KURZ, P.M. OGDEN, V. PEREZ-MENDEZ, J. SOLOMON -  
Bull. Am. Phys. Soc. 9 538 (1964).
- [66] A. YOKOSAWA - Argonne National Laboratory Rapport AY 12 Dec. (1964), et AY12 suppl.  
Jan. (1965).
- [67] J.H. FOOTE, O. CHAMBERLAIN, E.H. ROGERS, H.M. STEINER, C.E. WIEGAND, I.  
YPSILANTIS - Phys. Rev. 122 948 (1961).
- [68] E.F. BEALL, B. CORK, P.G. MURPHY, M.A. WENTZEL, C.M.P. JOHNSON, L.K. KOESTER -  
Phys. Rev. 126 1554 (1962).
- [69] H.R. RUGGE, O.T. VIK - Phys. Rev. 129 2300 (1963).
- [70] R.D. EANDI - Rapport UCRL 10629 (1963).
- [71] P. BAREYRE, C. BRICMAN, M.J. LONGO, G. VALLADAS, G. VILLET, G. BIZARD, J. DUCHON,  
J.M. FONTAINE, J.P. PATRY, J. SEGUINOT, J. YONNET - Phys. Rev. Letters 14 198 (1965).
- [72] R.E. HILL, N.E. BOOTH, R.J. ESTERLING, D.J. DJENKINS, N.H. LIPMAN, H.R. RUGGE,  
O.T. VIK - Bull. Am. Phys. Soc. 9 410 (1964).
- [73] Y.S. KIM - Phys. Rev. 129 862 (1963).
- [74] M.L. ANDERSON, E. FERMI, R. MARTIN, D.E. NAGLE - Phys. Rev. 91 155 (1953).  
J.M. MC KULEY - Rev. Mod. Phys. 35 788 (1963).
- [75] J.H. FOOTLE - Rapport UCRL 9191 (1960).
- [76] R.F. CENCE - Proceedings Intern. Conf. Nucleon Structure, Stanford (1963) p. 131.
- [77] Yu. M. KAZARINOV - Nucleon-nucleon and pion-nucleon interactions below 1 GeV. International  
Conference on high energy physics, Dubna 1964.
- [78] L.D. ROPER, R.M. WRIGHT, B.T. FELD - Rapports UCRL 7904 (1964), UCRL 11849 (1964)  
et UCRL 12918 (1964).

- [79] B.M. BRANSDEN, G. MOORHOUSE, J. P. O'DONNELL - Rutherford High Energy Laboratory, Rapport NIRL/R/70 (1964).
- [80] B.J. MOYER - Rapport UCRL 11 577 (1964).
- [81] R.H. DALITZ, R.G. MOORHOUSE - Physics Letters 14, 159 (1965) + errata p. 356.
- [82] S.W. Mc DOWELL - Phys. Rev. 116 774 (1960).  
J. HAMILTON, T.D. SPEARMAN - Ann. Phys. 12 172 (1961) et 17 1 (1962).
- [83] A. DONNACHIE, J. HAMILTON - Ann. Phys. 31 410 (1965).
- [84] COX, DUKE, HEARD, JONES, KEMP, P.G. MURPHY, PRENTICE, J. THRESHER - " $\pi^+$  and  $\pi^-$  scattering and polarization in the momentum range 875-1579 MeV/c" NIRNS Rutherford High Energy Laboratory. (1965).
- [85] H. ANDERSON, W. DAVIDON, U. KRUSE - Phys. Rev. 100 339 (1955).
- [86] HABER-SCHAIM - Phys. Rev. 104 1113 (1956).
- [87] W. DAVIDON, M.L. GOLDBERGER - Phys. Rev. 104 1119 (1956).
- [88] G. HÖHLER, G. EEEL, G.J. GIESECKE - Physik. 180 430 (1964) et communication privée.  
O. GUISAN - "Calcul des relations de dispersion dans la diffusion pion-nucléon de 100 à 5000 MeV".  
Thèse de 3ème cycle Faculté des Sciences PARIS (1964).
- [89] R. HÜPER - Z. Physik 181 426 (1964).
- [90] W.S. WOOLCOCK - Ph. D. Thesis University of Cambridge (1961).
- [91] P. BAREYRE, C. BRICMAN, G. VALLADAS, G. VILLET, G. BIZARD, J. DUCHON, J.M. FONTAINE, J. SEGUINOT - "Mesure des sections efficaces totales  $\pi^+ P$  et  $\pi^- P$  entre 300 et 700 MeV" (à paraître).
- [92] A. CITRON, W. GALBRAITH - Phys. Rev. Letters, 13, 205 (1964).
- [93] J.D. OLIVER - Carnegie Institute of Technology, Rapport. CAR-882-8 Jan. 1965 (Thesis).
- [94] P. FALK-VAIRANT, G. VALLADAS - Rev. Mod. Phys., 33, 362 (1961).
- [95] B. THEVENET - "Contribution à l'étude des réactions  $\pi^+ P \longrightarrow \pi^+ \pi^0 P$  entre 0,5 et 1,5 GeV/c", Rapport CEA n° 2 306 (1963).
- [96] A. BERTHELOT - Cours de 2e année de 3e cycle de Physique Nucléaire Approfondie (1964-1965) Résonances, Matrice S et Relations de dispersion en physique des particules élémentaires ;  
R. OMNES - La physique des mésons  $\pi$  de basse énergie, Notes de Cours 1960-1961 ;  
M. JACOB - Introduction à l'analyse des interactions fortes, Notes de Cours 1962-1963. Service de Physique Théorique, CEN-Saclay.
- [97] J.C. CARIS, R.W. KENNEY, V. PEREZ-MENDEZ, W.A. PERKINS - Phys. Rev. 121, 893 (1961).
- [98] V.G. ZINOV, S.M. KORENCHENKO - Soviet Physics JETP 11, 100 (1960).
- [99] G. HÖHLER, J. BRAACKE, J. GIESECKE, N. ZOVKO - "Pion-nucleon scattering at High Energies", Royal Society Meeting (London) 11 th February 1965.  
J. GIESECKE - communication privée.
- [100] H. LEHMAN - Nuclear Physics, 29, 300 (1962).
- [101] J.W. CRONIN - Phys. Rev., 118, 824 (1960).
- [102] M.A. WAHLIG, I. MANNELLI, L. SODICKSON, O. FACKLER, C. WARD, T. KAN, E. SHIBATA - Phys. Rev. Letters, 13, 103 (1964) et 14, 408 (1965).
- [103] A.V. STIRLING, P. SONDEREGGER, J. KIRZ, P. FALK-VAIRANT, O. GUISAN, C. BRUNETON, P. BORGEAUD, M. YVERT, J.P. GUILLAUD, C. CAVERSASIO, P. AMBLARD - Phys. Rev. Letters, 14, 763 (1965).
- [104] P. BAREYRE, C. BRICMAN, A.V. STIRLING, G. VILLET - Phys. Letters 18, 342 (1965).
- [105] T.J. DEVLIN, J. SOLOMON, G. BERTSCH - Phys. Rev. Letters 14, 1031 (1965).

**FIN**