

SOLE J. .-

Théorie, analyse et applications du fonctionnement du transformateur supraconducteur alimentant en courant continu un circuit de charge supraconducteur non dissipatif.-

Commissariat à l'énergie atomique, Centre d'études nucléaires de Saclay (Essonne), 1967.-

27 cm, 17 p.

CEA-R 3242 - SOLE Jean

THEORIE, ANALYSE ET APPLICATIONS DU FONCTIONNEMENT  
DU TRANSFORMATEUR SUPRACONDUCTEUR ALIMENTANT EN COURANT  
CONTINU UN CIRCUIT DE CHARGE SUPRACONDUCTEUR NON  
DISSIPATIF

Sommaire. - L'auteur établit les équations très simples de fonctionnement du transformateur à enroulements supraconducteurs alimentant en courant continu un circuit de charge supraconducteur non dissipatif.

L'analyse de divers modes de fonctionnement possibles en courant continu ou lentement variable soulève le problème du noyau magnétique.

L'étude aboutit à une conclusion qui a priori aurait pu surprendre : l'élimination du noyau magnétique et l'utilisation d'un primaire supraconducteur. Un exemple de réalisation possible d'un tel transformateur est donné à titre indicatif et les perspectives d'applications actuelles sont envisagées.

1967

21 p.

Commissariat à l'Énergie Atomique - France

CEA-R 3242 - SOLE Jean

THEORY, ANALYSIS AND APPLICATIONS OF THE OPERATION OF THE  
SUPERCONDUCTING TRANSFORMER SUPPLYING A DIRECT CURRENT  
TO A NON-DISSIPATIVE SUPERCONDUCTING CHARGE CIRCUIT

Summary. - The author derives the very simple equations governing the operation of a transformer with superconducting windings supplying direct current to a non-dissipative superconducting charge circuit.

An analysis of the various possible modes of operation with direct or slowly varying current raises the problem of the magnetic core.

The study leads to a conclusion which a priori might be surprising : the elimination of the magnetic core and the use of a primary superconductor. An example of a possible realization of such a transformer is given as an indication, and the present prospects for different applications are considered.

1967

21 p.

Commissariat à l'Énergie Atomique - France

THEORIE, ANALYSE ET APPLICATIONS DU FONCTIONNEMENT  
DU TRANSFORMATEUR SUPRACONDUCTEUR ALIMENTANT  
EN COURANT CONTINU UN CIRCUIT DE CHARGE  
SUPRACONDUCTEUR NON DISSIPATIF

par

Jean SOLE

Rapport CEA - R 3242

1967

Ba

- Rapport CEA-R 3242 -

THEORIE, ANALYSE ET APPLICATIONS DU FONCTIONNEMENT  
DU TRANSFORMATEUR SUPRACONDUCTEUR ALIMENTANT  
EN COURANT CONTINU UN CIRCUIT DE CHARGE  
SUPRACONDUCTEUR NON DISSIPATIF

par

Jean SOLE

*Les rapports du COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE sont, à partir du n° 2200, en vente à la Documentation Française, Secrétariat Général du Gouvernement, Direction de la Documentation, 31, quai Voltaire, PARIS VIIème.*

*The C.E.A. reports starting with n° 2200 are available at the Documentation Française, Secrétariat Général du Gouvernement, Direction de la Documentation, 31, quai Voltaire, PARIS VIIème.*

- Juin 1967 -

## TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

I - EQUATIONS DU FONCTIONNEMENT

II - ANALYSE DE DIVERS MODES DE FONCTIONNEMENT POSSIBLES A PARTIR  
DE COURANT CONTINU LENTEMENT VARIABLE

- 1er mode de fonctionnement possible
- 2ème mode de fonctionnement possible
- 3ème mode de fonctionnement possible

III - CIRCUIT MAGNETIQUE

IV - EXEMPLE DE REALISATION POSSIBLE

V - PERSPECTIVES D'APPLICATIONS DU TRANSFORMATEUR SUPRACONDUCTEUR  
ALIMENTANT EN COURANT CONTINU UN CIRCUIT DE CHARGE SUPRACONDUCTEUR

- CONCLUSION

- BIBLIOGRAPHIE

**THEORIE, ANALYSE ET APPLICATIONS  
DU FONCTIONNEMENT DU TRANSFORMATEUR SUPRACONDUCTEUR  
ALIMENTANT EN COURANT CONTINU  
UN CIRCUIT DE CHARGE SUPRACONDUCTEUR NON DISSIPATIF**

**INTRODUCTION**

On trouve dans la bibliographie un certain nombre d'études concernant des transformateurs munis d'enroulements supraconducteurs destinés à être utilisés, à la place des transformateurs classiques, sur des courants alternatifs de fréquences industrielles [1]. Nous allons aborder ici un problème tout à fait différent qui se rapproche davantage de celui des "pompes à flux" [2] à [5]. Lorsque l'on veut engendrer un courant continu intense dans un circuit supraconducteur à partir d'un courant relativement plus faible le transformateur à enroulements supraconducteurs permet d'entrevoir des solutions intéressantes ; c'est ce type d'utilisation, assez inhabituelle, du transformateur que nous allons envisager.

**I - EQUATIONS DU FONCTIONNEMENT**

Nous allons considérer le transformateur schématisé par la figure 1 constitué par un enroulement primaire  $L_1$  supraconducteur couplé par une induction mutuelle  $M$  à un enroulement secondaire  $L_2$  supraconducteur connecté à une self de charge  $L_2$  supraconductrice au moyen de connexions elles-mêmes supraconductrices.

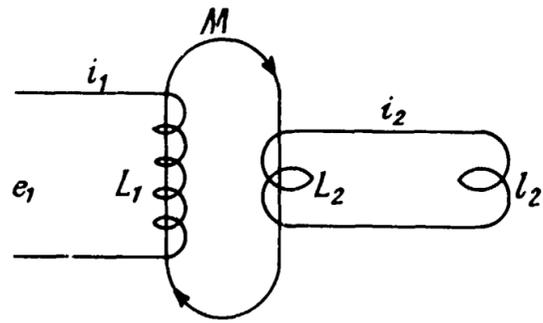
Le transformateur n'étant utilisé qu'en courants très lentement variables :

1° - les capacités réparties dans les différentes parties des circuits peuvent, sans erreur, être totalement négligées ;

2° - la résistance ohmique propre des différents circuits peut être considérée comme rigoureusement nulle ;

3° - les pertes dans le noyau magnétique, si elles existent (cette restriction sera précisée au chapitre III), peuvent être négligées, et sont nulles si elles n'existent pas.

D'autre part la propriété fondamentale des supraconducteurs, à savoir que l'induction est nulle dans le matériau lui-même (effet MEISSNER), n'intervient pas dans la mise en équation. Il en résulte que les équations qui suivent se trouvent établies dans le cas beaucoup plus général de circuits constitués par des conducteurs parfaits de résistivité nulle (condition qui d'après les équations de Maxwell de l'électromagnétisme se traduit seulement par le fait que l'induction dans le matériau reste constante).



Plus exactement désignons (figure 1) par :

$L_1$  la self-induction de l'enroulement primaire supraconducteur ;

$N_1$  le nombre des spires correspondant ;

$L_2$  la self-induction de l'enroulement secondaire supraconducteur ;

$N_2$  le nombre de spires correspondant.

Figure 1

$M$  l'induction mutuelle des deux enroulements

$k$  le coefficient de couplage des deux enroulements

$l_2$  la self-induction du circuit de charge supraconducteur

$t$  le temps

$i_1$  le courant dans le circuit primaire

$i_2$  le courant dans le circuit secondaire

$\mu_r$  la perméabilité magnétique relative du milieu embrassé par les deux enroulements

$\mu_0$  la perméabilité magnétique absolue du vide ( $4\pi \times 10^{-7}$  H/m, les calculs sont effectués dans le système M.K.S.A.).

En désignant par  $e_1$  la force électromotrice qui apparaît aux bornes de l'enroulement primaire supraconducteur la loi d'Ohm appliquée successivement au circuit primaire et au circuit secondaire fournit les équations du transformateur :

$$\left\{ \begin{array}{l} e_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = M \frac{di_1}{dt} + (L_2 + l_2) \frac{di_2}{dt} \end{array} \right. \quad (2)$$

avec

$$M = k \sqrt{L_1 L_2} \quad (3)$$

En multipliant par  $dt$  (différent de zéro) et en intégrant par rapport au temps, entre les instants 0 et  $t$ , les deux membres des équations (1) et (2) on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^t e_1 dt = -L_1 [i_1(t) - i_1(0)] - M [i_2(t) - i_2(0)] \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = M [i_1(t) - i_1(0)] + (L_2 + l_2) [i_2(t) - i_2(0)] \end{array} \right. \quad (5)$$

En désignant par  $\Phi_1$  le flux d'induction qui traverse l'enroulement primaire du transformateur et en tenant compte de la relation de définition :

$$\Phi_1 = L_1 i_1 + M i_2 \quad (5 \text{ bis})$$

le premier membre de l'équation (4) s'écrit encore :

$$\int_0^t e_1 dt = \int_0^t \left( - \frac{d\Phi_1}{dt} \right) dt = \Phi_1(0) - \Phi_1(t) \quad (6)$$

Ces équations régissent, en particulier, le fonctionnement du transformateur à enroulements supraconducteurs alimentant un circuit de charge supraconducteur.

On peut remarquer en outre que la relation (2) exprime la constance du flux d'induction à travers le circuit secondaire supraconducteur.

## II - ANALYSE DE DIVERS MODES DE FONCTIONNEMENT POSSIBLES A PARTIR DE COURANT CONTINU LENTEMENT VARIABLE

Nous envisagerons d'abord le cas d'un transformateur sans noyau magnétique de façon à éliminer les phénomènes propres au noyau, puis nous reviendrons sur le cas du noyau au chapitre III.

### 1er mode de fonctionnement possible

A l'instant initial ( $t=0$ ) le circuit secondaire entièrement à l'état supraconducteur est parcouru par un courant initial nul ( $i_2(0) = 0$ ). De même à cet instant le primaire supraconducteur, qui est ouvert, est parcouru par un courant initial nul ( $i_1(0) = 0$ ). On alimente alors le primaire au moyen d'un courant  $i_1(t)$  que l'on fait croître en fonction du temps.

Les équations (4) et (5) deviennent en tenant compte de la relation (6) :

$$-\Phi_1(t) = -L_1 i_1(t) - M i_2(t) \quad (7)$$

$$0 = M i_1(t) + (L_2 + l_2) i_2(t) \quad (8)$$

On en déduit en tenant compte de (3) :

$$i_2(t) = -i_1(t) k \frac{\sqrt{L_1 L_2}}{L_2 + l_2} \quad (9)$$

et

$$\Phi_1(t) = L_1 i_1(t) \left( 1 - k^2 \frac{L_2}{L_2 + l_2} \right) \quad (10)$$

Remarque : Ayant fait varier le courant  $i_1(t)$  de zéro jusqu'à la valeur constante  $I_1$  on peut alors refermer le primaire supraconducteur sur lui-même. Dans ces conditions le primaire sera parcouru par le courant  $I_1$  et le secondaire par un courant constant  $I_2$  donné par la relation (9) lorsque  $i_1(t) = I_1$ .

Energie  $w_2$  emmagasinée dans la self de charge :

$$w_2 = \frac{1}{2} l_2 i_2^2 = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 k^2 \frac{L_2 l_2}{(L_2 + l_2)^2} \quad (11)$$

Cette dernière expression étant obtenue à partir de (9), Elle est maximum, le produit  $1/2 L_1 i_1^2$  étant donné, lorsque  $L_2 = l_2$ .

Energie  $W_T$  emmagasinée dans les enroulements du transformateur :

$$W_T = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2 \quad (12)$$

On obtient à partir de (3) et (9) :

$$W_T = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 \left( 1 + \frac{k^2 L_2^2}{(L_2 + l_2)^2} - \frac{2 k^2 L_2}{L_2 + l_2} \right) \quad (13)$$

Force magnétique

En désignant par B l'induction magnétique qui règne en un point de l'espace compris entre les enroulements primaire et secondaire du transformateur il existe en ce point une pression magnétique.

$$p = \frac{B^2}{2 \mu_0} \quad (14)$$

(exprimée en pascals) qui se traduit par une force de répulsion entre les deux enroulements tendant à faire éclater le volume compris entre ces deux enroulements.

Dans le cas particulier où ces enroulements pourraient être assimilés à des solénoïdes longs, de faible épaisseur de bobinage, et de longueur  $\lambda$  l'induction B serait maximum pour un couplage  $k = 1$  et une self de charge  $l_2 = 0$ . Son expression serait alors :

$$B = \mu_0 \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{\lambda} = 2 \mu_0 \frac{N_1 i_1}{\lambda} \quad (15)$$

La pression correspondante vaudrait, en reportant l'expression de B dans l'équation (14).

$$p = 2 \mu_0 \frac{N_1^2 i_1^2}{\lambda^2} \quad (16)$$

Cette expression de la pression magnétique constitue une limite supérieure qui peut être utilisée pour un premier calcul de résistance mécanique du transformateur.

Influence de la self de charge  $l_2$

Plusieurs cas vont être envisagés :

1° - Dans le cas extrême où dans les équations qui précèdent  $l_2$  est négligeable devant  $L_2$ , on obtient successivement les relations :

$$\Phi_1(t) \approx L_1 i_1(t) (1 - k^2) \quad (17)$$

expression qui devient nulle pour  $k = 1$  (couplage parfait).

$$i_2(t) \approx - i_1(t) k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \quad (18)$$

(Dans le cas particulier où  $k = 1$  et où les coefficients de self-induction des enroulements sont proportionnels aux carrés des nombres de spires on retrouve la relation bien connue pour le transformateur parfait :

$$i_2(t) = - i_1(t) \frac{N_1}{N_2} \quad (19)$$

$$W_2 \approx \frac{1}{2} L_1 i_1^2 k^2 \frac{l_2}{L_2} \quad (20)$$

$$W_T \approx \frac{1}{2} L_1 i_1^2 (1 - k^2) \quad (21)$$

2° - Dans le cas extrême opposé où  $L_2$  est négligeable devant  $l_2$  on obtient :

$$\Phi_1(t) \approx L_1 i_1(t) (1 - k^2 \frac{L_2}{l_2}) \quad (22)$$

$$i_2(t) \approx - i_1(t) k \sqrt{\frac{L_1}{L_2} \frac{L_2}{l_2}} \quad (23)$$

On voit dans ce cas que, même si  $k$  est très voisin de 1, le courant secondaire  $i_2(t)$  peut être considérablement réduit par le facteur  $\frac{L_2}{l_2}$ . Si l'on veut obtenir des courants secondaires  $i_2(t)$  très intenses il faut donc éviter que la valeur de  $l_2$  soit grande devant celle de  $L_2$ .

$$W_2 \approx \frac{1}{2} L_1 i_1^2 k^2 \frac{L_2}{l_2} \quad (24)$$

$$W_T \approx \frac{1}{2} L_1 i_1^2 \left( 1 + k^2 \frac{L_2^2}{l_2^2} - 2 k^2 \frac{L_2}{l_2} \right) \quad (25)$$

3° - Dans le cas intermédiaire où  $l_2$  est de même ordre de grandeur que  $L_2$  et en particulier dans le cas où  $l_2 = L_2$  on obtient :

$$\Phi_1(t) = L_1 i_1(t) (1 - \frac{k^2}{2}) \quad (26)$$

$$i_2(t) = - i_1(t) \frac{k}{2} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \quad (27)$$

Le courant secondaire atteint la moitié de la valeur qu'il aurait si la self  $l_2$  était négligeable devant  $L_2$ . Donc pour obtenir des courants secondaires très intenses par rapport au courant primaire le transformateur ainsi utilisé est encore intéressant. Par contre le flux  $\Phi_1(t)$  traversant l'enroulement primaire atteint déjà pour  $k = 1$  la moitié de la valeur qu'il atteindrait si le courant secondaire était nul. Dans ce cas l'utilisation d'un noyau magnétique, qui risquerait rapidement de fonctionner au voisinage de la saturation, ne serait pas intéressante.

$$W_2 = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 \frac{k^2}{4} \quad (28)$$

$$W_T = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 \left( 1 - \frac{3}{4} k^2 \right) \quad (29)$$

2ème mode de fonctionnement possible

Le circuit secondaire étant ouvert (ou présentant une résistance suffisamment élevée, obtenue par exemple en maintenant à l'état normal un tronçon de ce circuit) on fait croître le courant primaire de zéro jusqu'à une valeur constante  $I_1$ , puis on referme le circuit supraconducteur (par exemple en faisant transiter à l'état supraconducteur le tronçon de circuit que l'on avait antérieurement fait passer à l'état normal). On fait alors décroître le courant primaire de la valeur  $I_1$  jusqu'à zéro. La variation de flux correspondante induit un courant  $i_2$  qui reste constant se trouvant alors piégé dans le circuit secondaire.

Examinons plus en détail ce mode de fonctionnement.

Lorsque le courant primaire ayant atteint la valeur  $I_1$  est maintenu constant, le courant dans le circuit secondaire, si ce circuit ne présente pas une résistance infiniment grande, disparaît avec une constante de temps d'autant plus rapide que la résistance de ce circuit secondaire est plus élevée. En prenant pour origine des temps un instant où le courant  $I_2$  peut être considéré comme nul on a alors :

$$i_2(0) = 0 \quad (30)$$

$$i_1(0) = I_1 \quad (31)$$

Lorsque l'on referme le circuit secondaire supraconducteur, du fait que le courant primaire ne varie pas, le courant secondaire reste nul d'après la loi de l'induction.

Par contre dès que l'on fait décroître le courant primaire on se retrouve dans le cas d'un transformateur à circuit secondaire supraconducteur fermé et les équations (4), (5), (6) permettent d'obtenir les expressions du flux et du courant.

Désignons par  $t_1$  l'instant où le courant primaire a atteint à nouveau la valeur zéro, on a alors :

$$i_1(t_1) = 0 \quad (32)$$

Les équations (4), (5), (6) et les relations (30), (31), (32) permettent d'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_1(0) - \Phi_1(t_1) = L_1 I_1 - M i_2(t_1) \end{array} \right. \quad (33)$$

$$0 = -M I_1 + (L_2 + l_2) i_2(t_1) \quad (34)$$

En désignant par  $I_2$  la valeur du courant  $i_2$  à l'instant  $t_1$  on obtient :

$$I_2 = I_1 k \frac{\sqrt{L_1 L_2}}{L_2 + l_2} \quad (35)$$

$$\Phi_1(t_1) = L_1 I_1 k^2 \frac{L_2}{L_2 + l_2} \quad (36)$$

car  $\Phi_1(0) = L_1 I_1$  puisqu'à l'instant  $t = 0$  le circuit secondaire est ouvert.

Le courant  $I_2$  se trouve alors piégé dans le circuit secondaire. Son sens est opposé à celui que l'on avait obtenu en (9).

Energie emmagasinée dans la self de charge :

$$w_2 = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 k^2 \frac{L_2 l_2}{(L_2 + l_2)^2} \quad (37)$$

Energie emmagasinée dans les enroulements du transformateur

Le courant  $i_1$  étant nul l'expression (12) devient :

$$W_T = \frac{1}{2} L_2 I_2^2 = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 k^2 \frac{L_2^2}{(L_2 + l_2)^2} \quad (38)$$

Influence de la self de charge :

1° - Dans le cas extrême où  $l_2$  est négligeable devant  $L_2$  on obtient :

$$\Phi_1(t_1) \approx L_1 I_1 k^2 \quad (39)$$

On voit d'après cette relation, que pour des courants  $I_1$  importants un noyau magnétique éventuel serait vite saturé et ne présenterait pas d'intérêt dans ce cas :

$$I_2 \approx I_1 k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \quad (40)$$

Ce courant est de sens contraire à celui obtenu en (15).

$$w_2 \approx \frac{1}{2} L_1 I_1^2 k^2 \frac{l_2}{L_2} \quad (41)$$

$$W_T \approx \frac{1}{2} L_1 I_1^2 k^2 \quad (42)$$

2° - Dans le cas extrême opposé où  $L_2$  est négligeable devant  $l_2$  on obtient :

$$\Phi_1(t_1) \approx L_1 I_1 k^2 \frac{L_2}{l_2} \quad (43)$$

$$I_2 \approx I_1 k \frac{\sqrt{L_1 L_2}}{l_2} \quad (44)$$

$$w_2 \approx \frac{1}{2} L_1 I_1^2 k^2 \frac{L_2}{l_2^2} \quad (45)$$

$$W_T \approx \frac{1}{2} L_1 I_1^2 k^2 \frac{L_2}{l_2} \quad (46)$$

3° - Dans le cas intermédiaire où  $l_2$  est du même ordre de grandeur que  $L_2$  et en particulier dans le cas où  $l_2 = L_2$  on obtient :

$$\Phi_1(t_1) = L_1 I_1 \frac{k^2}{2} \quad (47)$$

$$I_2 = I_1 \frac{k}{2} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \quad (48)$$

$$w_2 = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 \frac{k^2}{4} \quad (49)$$

$$W_T = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 \frac{k^2}{4} \quad (50)$$

### 3ème mode de fonctionnement possible

Sans rien modifier au cas qui précède on fait maintenant varier le courant  $i_1$  qui était nul à l'instant  $t_1$  jusqu'à la valeur  $-I_1$  qu'il atteindra à l'instant  $t_2$  et que l'on maintiendra constante ensuite.

On peut pour le calcul reprendre le début du 2ème cas à l'instant zéro où le secondaire était fermé, le courant primaire  $I_1$  étant établi, et faire décroître  $i_1$  de la valeur  $I_1$  jusqu'à la valeur  $-I_1$ . Les relations (4), (5), (6) donnent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_1(0) - \Phi_1(t_2) = 2 L_1 I_1 - M I_2' \\ 0 = -2 M I_1 + (L_2 + l_2) I_2' \end{array} \right. \quad (51)$$

$$0 = -2 M I_1 + (L_2 + l_2) I_2' \quad (52)$$

en désignant par  $I_2'$  la valeur de  $i_2$  à l'instant  $t_2$ .

En remarquant encore que  $\Phi_1(0) = L_1 I_1$  puisque  $i_2 = 0$ , on obtient :

$$I_2' = I_1 \frac{2 k \sqrt{L_1 L_2}}{L_2 + l_2} \quad (53)$$

Le courant secondaire a doublé par rapport à celui obtenu en (9) et en (35).

Tant que le courant primaire est maintenu constant et égal à  $-I_1$  le courant  $I_2'$  reste constant. Pour maintenir constant le courant primaire on peut aussi refermer le primaire supraconducteur sur lui-même.

$$\Phi_1(t_2) = -L_1 I_1 \left( 1 - 2 k^2 \frac{L_2}{L_2 + l_2} \right) \quad (54)$$

### Energie emmagasinée dans la self de charge :

$$w_2 = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 \frac{4 k^2}{(L_2 + l_2)^2} \frac{L_2 l_2}{4} \quad (55)$$

Pour une valeur donnée du produit  $1/2 L_1 I_1^2$  cette énergie est maximum lorsque  $L_2 = l_2$ .

### Energie emmagasinée dans les enroulements du transformateur

$$W_T = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 \left( 1 - 4 k^2 \frac{L_2 l_2}{(L_2 + l_2)^2} \right) \quad (56)$$

Cette énergie est minimum lorsque  $L_2 = l_2$ . Dans ce dernier cas ( $L_2 = l_2$ ) on a au secondaire le courant piégé maximum pour le minimum d'énergie magnétique stockée dans le transformateur.

### Influence de la self de charge

1° - Dans le cas extrême où  $l_2$  est négligeable devant  $L_2$  on obtient :

$$\Phi_1(t_2) \approx -L_1 I_1 (1 - 2 k^2) \quad (57)$$

$$I_2' \approx I_1 \frac{2 k \sqrt{L_1}}{L_2} \quad (58)$$

$$w_2 \approx \frac{1}{2} L_1 I_1^2 \frac{4 k^2}{L_2} \frac{l_2}{4} \quad (59)$$

$$W_T \approx \frac{1}{2} L_1 I_1^2 \left( 1 - 4 k^2 \frac{l_2}{L_2} \right) \quad (60)$$

2° - Dans le cas extrême où  $L_2$  est négligeable devant  $l_2$  on obtient :

$$\Phi_1(t_2) \approx -L_1 I_1 \left( 1 - 2 k^2 \frac{L_2}{l_2} \right) \quad (61)$$

$$I_2' \approx I_1 \frac{2 k \sqrt{L_1 L_2}}{L_2 l_2} \quad (62)$$

$$w_2 \approx \frac{1}{2} L_1 I_1^2 \frac{4 k^2}{l_2} \frac{L_2}{4} \quad (63)$$

$$W_T \approx \frac{1}{2} L_1 I_1^2 \left( 1 - 4 k^2 \frac{L_2}{l_2} \right) \quad (64)$$

3° - Dans le cas particulier où  $l_2 = L_2$  on obtient :

$$\Phi_1(t_2) = -L_1 I_1 (1 - k^2) \quad (65)$$

$$I_2' = I_1 k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \quad (66)$$

$$w_2 = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 k^2 \quad (67)$$

$$W_T = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 (1 - k^2) \quad (68)$$

Ce dernier cas paraît intéressant car dans la mesure où  $k$  est voisin de 1 le flux  $\Phi_1(t_2)$  est nul, le courant secondaire est très élevé, l'énergie transférée dans la self de charge est égale à  $\frac{1}{2} L_1 I_1^2$  et l'énergie emmagasinée dans les enroulements du transformateur est nulle.

### III - CIRCUIT MAGNETIQUE

Dans le cas de l'utilisation d'un circuit magnétique fermé de longueur  $l$  et de section  $S$  on pourrait écrire [6] :

$$L_1 = \mu_0 \mu_1 \frac{N_1^2 S}{l} \quad (69)$$

$$L_2 = \mu_0 \mu_1 \frac{N_2^2 S}{l} \quad (70)$$

$$M = k \sqrt{L_1 L_2} = k \mu_0 \mu_1 \frac{N_1 N_2 S}{l} \quad (71)$$

$$\Phi_1 = N_1 S B \quad (72)$$

Dans le 1er mode de fonctionnement la relation (7) donne :

$$B = \mu_0 \mu_r \frac{N_1 i_1 + k N_2 i_2}{l} \quad (73)$$

où  $i_2$  est de signe contraire à  $i_1$  d'après (9), et  $\mu_r$  est une fonction des valeurs de l'expression  $(N_1 i_1 + k N_2 i_2)$ .

Dans le 2ème mode de fonctionnement la relation (33) donne :

$$B = \mu_0 \mu_r k \frac{N_2 i_2}{l} \quad (74)$$

on peut faire la même remarque que ci-dessus sur  $\mu_r$ .

Dans le 3ème mode de fonctionnement la relation (51) donne :

$$B = -\mu_0 \mu_r \frac{N_1 I_1 - k N_2 I_2}{l} \quad (75)$$

D'après (53) les termes  $I_1$  et  $I_2$  sont de même signe, mais d'après les conventions adoptées pour l'établissement des relations (51) et (52)  $I_1$  est l'opposé du courant primaire qui maintient le courant induit  $I_2$ . En ce qui concerne  $\mu_r$  on peut faire la même remarque que ci-dessus.

Mais l'utilisation d'un noyau magnétique ne peut être envisagée que dans l'éventualité où l'induction produite par les enroulements du transformateur reste inférieure à l'induction de saturation du matériau magnétique. Dans le cas particulier par exemple où les enroulements du transformateur peuvent être assimilés à des solénoïdes longs cette induction s'obtient facilement à partir de l'expression du flux  $\Phi_1(t)$  obtenu à partir des relations (4), (5 bis) et (6) en appliquant la relation (72). Comme pratiquement tous les matériaux magnétiques sont saturés au-delà des inductions de l'ordre de 2 teslas on ne pourra pas utiliser ces matériaux lorsque l'induction dépasse cette valeur. Le transformateur devra dans ces cas être conçu sans noyau magnétique.

Indépendamment de la saturation, le noyau magnétique, lorsqu'il est associé à un circuit supraconducteur présente les inconvénients suivants :

1° - Si l'on est obligé de porter ce noyau à très basse température :

- dégradation possible de ses propriétés magnétiques ;
- augmentation des pertes par courants de Foucault et par hystérésis lors des variations de flux ;
- absorption d'une énergie frigorifique importante nécessaire au refroidissement de toute sa masse.

2° - Dans tous les cas le noyau magnétique alourdit considérablement les montages.

Il semble alors qu'il soit bien préférable d'utiliser directement les champs magnétiques et les densités de courants critiques très élevés des matériaux supraconducteurs actuels pour réaliser des transformateurs à enroulements supraconducteurs fonctionnant sans noyaux magnétiques à des inductions très élevées.

Comme dans le cas que nous envisageons il s'agit de courants continus ou lentement variables les surtensions qui peuvent apparaître restent faibles et il n'est pas nécessaire de prévoir des isollements importants entre les différents enroulements. Ce fait permet d'atteindre entre enroulements des coefficients de couplage élevés en l'absence de tout noyau magnétique en même temps que l'élimination du noyau magnétique fait disparaître toutes les pertes qui lui sont propres.

#### Remarque :

Dans certains cas ne comportant pas de noyau magnétique ou pourrait réaliser le circuit primaire au moyen d'un conducteur normal tel que le cuivre ou l'aluminium par exemple. Mais les densités de courant que l'on peut faire passer dans un tel conducteur étant très inférieures à celles que l'on peut faire passer dans un supraconducteur l'encombrement du bobinage correspondant serait élevé. Tous les autres paramètres restant inchangés il en résulterait d'une façon générale une diminution de la valeur du coefficient de couplage réalisable. D'autre part les enroulements primaire et secondaire devant être très serrés pour éviter une diminution supplémentaire de ce coefficient de couplage, l'apport de calories par effet Joule dans le primaire risquerait d'échauffer le supraconducteur secondaire au point de le faire transiter.

### IV - EXEMPLE DE REALISATION POSSIBLE

Pour fixer les idées sur des ordres de grandeurs possibles nous allons à titre indicatif envisager l'exemple suivant :

On veut engendrer un courant continu permanent de l'ordre de 30.000 ampères dans une self supraconductrice  $l_2$  de 0,1  $\mu$ H à partir d'un courant continu de l'ordre de 50 ampères.

En utilisant un transformateur à enroulements supraconducteurs sans noyau magnétique on peut résoudre ce problème de plusieurs façons. Nous allons choisir le 3ème mode de fonctionnement considéré plus haut et chercher dans ce cas à emmagasiner dans les enroulements du transformateur le minimum d'énergie. Nous aurons donc avec les notations précédentes :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = 50 \text{ A} \\ I_2 = 30.000 \text{ A} \\ l_2 = 10^{-7} \text{ H} \\ L_2 = l_2 \text{ d'après (56) pour obtenir } W_T \text{ minimum.} \end{array} \right. \quad (76)$$

La relation (66) donne alors :

$$k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \frac{I'_2}{I_1} \quad (77)$$

et dans le cas où les coefficients de self induction des enroulements du transformateur sont proportionnels aux carrés des nombres de spires correspondants cette relation s'écrit :

$$k \frac{N_1}{N_2} = \frac{I'_2}{I_1} \quad (78)$$

On en déduit :

$$k \frac{N_1}{N_2} = \frac{30.000}{50} = 600 \quad (79)$$

d'où

$$N_1 = 600 \frac{N_2}{k} \quad (80)$$

On pourra par exemple réaliser un enroulement primaire cylindrique au moyen d'une couche de fil supraconducteur de Niobium-Zirconium cuivré et isolé de 0,01 pouce de diamètre sous réserve que l'induction obtenue permette au fil en question de véhiculer le courant de 50 ampères nécessaire. Le secondaire sera réalisé au moyen d'une spire unique constituée par une feuille de Niobium-Zirconium. Le couplage entre ces deux enroulements pourra être très serré si on ne les sépare par exemple que par un isolant de quelques dixièmes de millimètres d'épaisseur. La valeur de k sera alors très voisine de 1 et la relation (80) donnera pour  $N_1$  une valeur très légèrement supérieure à 600.

La hauteur h du cylindre constituant le primaire sera déterminée par l'encombrement de ces  $N_1$  spires soit environ  $600 \times 0,33 \approx 200$  mm. Pour obtenir une self secondaire  $L_2$  de  $10^{-7}$  henrys il faudra prendre un diamètre du bobinage de l'ordre de 170 mm. Le coefficient d'induction  $L_1$  de l'enroulement primaire sera alors voisin de  $10^{-7} \times (600)^2 = 36 \times 10^{-3}$  henrys.

Dans ces conditions une limite supérieure de l'induction maximum entre primaire et secondaire sera donnée par la valeur suivante correspondant à des bobinages infiniment longs :

$$B = \mu_0 \frac{|N_1 I_1| + |N_2 I'_2|}{h} \quad (81)$$

$$\approx 4 \pi \times 10^{-7} \frac{600 \times 50 + 30.000}{0,2}$$

$$\approx 0,37 \text{ tesla}$$

Avec cette valeur maximum de l'induction il sera possible de faire passer les 50 ampères nécessaires dans le fil supraconducteur initialement choisi pour le primaire.

La relation (67) donne l'énergie stockée dans la self  $l_2$  :

$$w_2 = \frac{1}{2} 36 \times 10^{-3} \times (50)^2 = 45 \text{ joules} \quad (82)$$

## V - PERSPECTIVES D'APPLICATIONS DU TRANSFORMATEUR SUPRACONDUCTEUR ALIMENTANT EN COURANT CONTINU UN CIRCUIT DE CHARGE SUPRACONDUCTEUR

On peut dès maintenant envisager deux types d'applications :

- La génération de courants élevés à partir de courants et de puissances très faibles.
- Le transfert d'énergie dans des circuits supraconducteurs.

### 1° - Génération de courants élevés à partir de courants plus faibles

Lorsque l'on désire faire passer des courants élevés dans les circuits supraconducteurs on se heurte toujours à la difficulté d'introduire ces courants, à partir d'un générateur extérieur, à l'intérieur du dispositif cryogénique dans lequel se trouve le supraconducteur. C'est le problème bien connu par exemple des amenées de courant [7] à [9]. Celles-ci doivent être capables de véhiculer des courants importants dans un cryostat sans introduire des pertes cryogéniques prohibitives.

Différents auteurs ont cherché à optimiser ces amenées de courant de façon à réduire au minimum l'ensemble des pertes provenant de l'effet Joule provoqué par le passage du courant et de la conduction calorifique de l'extérieur du cryostat à la température ambiante vers l'intérieur à très basse température. Mais un calcul simple montre que dès que les courants considérés deviennent élevés la section des conducteurs nécessaire pour éviter un effet joule exagéré introduit des conceptions de chaleur qui sont à elles seules prohibitives et le problème apparaît très vite sans solution.

Une façon de résoudre ce problème consiste alors à introduire l'énergie dans le dispositif cryogénique soit avec des moyens mécaniques, soit au moyen de courants faibles et à effectuer une transformation de courant à l'intérieur même du dispositif cryogénique. Ceci est réalisé par exemple au moyen des "pompes à flux" [2] à [4] qui permettent d'introduire un flux magnétique dans le circuit supraconducteur au moyen du déplacement d'un champ magnétique.

Un autre moyen qui peut s'avérer intéressant consiste à faire varier le flux inducteur, sans qu'il y ait lieu de déplacer un champ magnétique [5], tout simplement en utilisant par exemple un transformateur dont l'enroulement secondaire lui-même supraconducteur referme le circuit supraconducteur dans lequel on veut introduire la variation de flux inducteur.

Une telle utilisation du transformateur supraconducteur peut être intéressante, par exemple, lorsque l'on veut engendrer des courants très élevés :

- pour déterminer expérimentalement le courant critique d'échantillons de matériaux supraconducteurs supportant des courants très élevés ;
- pour tester des jonctions ou des soudures supraconductrices ;
- pour mesurer les pertes dans les supraconducteurs ou dans des jonctions supraconductrices en relevant expérimentalement la constante de temps d'amortissement du courant induit au moyen du transformateur précédent dans des circuits présentant des configurations telles que leurs coefficients de self-induction soient réduits au minimum pour augmenter la sensibilité de la mesure.

On peut alors engendrer les courants nécessaires au moyen d'énergies réduites au minimum, c'est-à-dire de générateurs extérieurs de puissance très faible (ce qui ne serait pas le cas si l'on devait véhiculer directement les courants en question du générateur extérieur jusqu'au circuit supraconducteur à cause de l'énergie élevée qui serait nécessaire pour compenser l'effet Joule dans les connexions). On évite ainsi d'une part un gaspillage d'énergie

qui se traduit en même temps par une économie de frigories, et en cas de transition brutale des supraconducteurs ou des jonctions en cours d'essai on évite leur destruction, la puissance que peut fournir effectivement le générateur extérieur étant très réduite.

2° - Transfert d'énergie dans des circuits ou des bobinages supraconducteurs :

L'expérience montre que les bobinages constitués par des supraconducteurs parcourus par des courants en parallèle sont plus stables que ceux constitués par des supraconducteurs connectés en série. C'est ainsi par exemple que le fil unique supraconducteur qui servait à obtenir autrefois le nombre de spires nécessaire dans la réalisation des bobinages destinés à engendrer des champs magnétiques a été presque universellement remplacé par du câble formé lui-même de plusieurs fils en parallèle, les spires respectives constituées par ces différents fils étant alors parcourues par des courants en parallèle. Il résulte de cette disposition une certaine stabilisation du bobinage. On comprend très aisément le mécanisme selon lequel peut s'effectuer cette stabilisation : si tout le courant qui parcourt le bobinage passe dans un fil unique il suffit d'un défaut, se traduisant par exemple localement par une transition du fil, pour que le circuit supraconducteur se trouve complètement interrompu par une zone normale qui peut alors être le siège d'un effet Joule suffisant pour maintenir cette zone dans cet état, ou engendrer une propagation de cette zone normale, ou entraîner une destruction locale du bobinage ... Par contre si plusieurs fils indépendants sont parcourus par des courants en parallèle, l'apparition d'un défaut local dans l'un des fils entraîne simplement la dérivation du courant correspondant dans les autres fils. Il se produit alors dans ces fils une variation relative du courant qui les parcourt d'autant plus faible qu'ils sont plus nombreux. Le fil défectueux n'étant plus parcouru par le courant n'est le siège d'aucun effet Joule et le défaut peut dans certains cas disparaître de lui-même.

On est alors encore conduit à utiliser des courants élevés et, se heurtant au même problème que précédemment pour introduire ces courants dans le dispositif cryogénique, on peut encore envisager, outre l'utilisation de pompes à flux, d'utiliser le transformateur à enroulements supraconducteurs.

Nous allons envisager un exemple possible d'une telle utilisation.

Considérons le circuit de la figure 2 constitué par le bobinage supraconducteur de self-induction  $l_2$  à alimenter sous très fort courant à partir du secondaire  $L_2$  d'un transformateur supraconducteur dont le primaire  $L_1$  est alimenté par un générateur G.

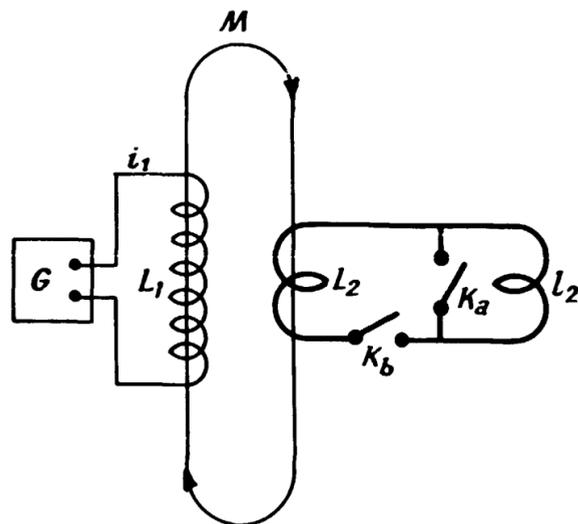


Figure 2

$K_a$  et  $K_b$  sont deux interrupteurs qui sont supraconducteurs en position fermée et qui peuvent par exemple être constitués indifféremment au moyen d'interrupteurs mécaniques ou à partir de supraconducteurs fixes que l'on peut faire transiter.

On peut envisager le processus de fonctionnement suivant :

- 1 -  $K_a$  et  $K_b$  étant ouverts on fait croître le courant primaire  $i_1$  jusqu'à une valeur  $I_1$  que l'on maintient constante.
- 2 - On ferme l'interrupteur  $K_b$  ( $I_1$  étant constant, la différence de potentiel aux bornes du secondaire  $L_2$  est nulle et la fermeture de  $K_b$  n'introduit aucune variation de courant dans le circuit).

3 - On fait décroître le courant  $i_1$  de la valeur  $I_1$  jusqu'à la valeur  $-I_1$  et on le maintient constant à cette dernière valeur. Il circule alors dans le circuit secondaire un courant continu que l'on peut désigner par  $I'_2$  par analogie aux calculs effectués plus haut (3ème mode de fonctionnement du transformateur).

4 - Le courant primaire étant maintenu constant à cette valeur  $-I_1$  il n'existe aucune différence de potentiel aux bornes de l'interrupteur  $K_a$ . On ferme cet interrupteur, ce qui ne modifie rien aux courants parcourant les circuits.

5 - On abaisse l'intensité du courant primaire jusqu'à une valeur que l'on désigne par  $I''_1$  telle que le courant qui parcourt  $L_2$  s'annule. Par contre la self  $l_2$  étant fermée sur elle-même par l'interrupteur  $K_a$  son courant  $I'_2$  n'est pas modifié.

6 - Le courant qui parcourt  $L_2$  étant nul on ouvre l'interrupteur  $K_b$  ce qui ne modifie rien aux courants qui parcourent les circuits.

7 - On peut alors couper le courant primaire sans que soit modifié le courant  $I'_2$  piégé dans  $l_2$ .

On vient d'effectuer ce que l'on peut appeler un premier cycle de la charge de  $l_2$ . On peut procéder à un second cycle de la façon suivante :

1 - On amène le courant primaire à la valeur  $I_1$  (identique à celle réalisée dans la 1ère opération du 1er cycle) et on le maintient constant à cette valeur.

2 - On ferme l'interrupteur  $K_b$  (ce qui comme dans le 1er cycle n'introduit aucune variation de courant dans le circuit secondaire).

3 - On fait décroître le courant primaire de la valeur  $I_1$  jusqu'à une valeur  $I''_1$  telle que le courant qui parcourt  $L_2$  soit égal au courant piégé dans  $l_2$ . Le courant résultant dans  $K_a$ , qui est égal à la différence entre ces deux courants, est alors nul.

4 - On ouvre l'interrupteur  $K_a$ , ce qui ne modifie donc rien aux courants parcourant les circuits.

5 - On amène le courant primaire de la valeur  $I''_1$  jusqu'à la valeur  $-I_1$ , déjà réalisée dans le 1er cycle, et on le maintient à cette valeur. Il s'établit alors dans le secondaire un courant  $I''_2$  supérieur au courant  $I'_2$  précédemment piégé.

6 - On ferme l'interrupteur  $K_a$ . Le courant continu  $I''_2$  restera alors piégé dans la self  $l_2$ .

7 - On abaisse l'intensité du courant primaire jusqu'à une valeur que l'on désigne par  $I'''_1$  telle que le courant qui parcourt  $L_2$  soit nul.

8 - Le courant qui parcourt  $L_2$  étant nul on ouvre l'interrupteur  $K_b$ ; ce qui ne modifie rien aux courants qui parcourent les circuits.

9 - On peut alors couper le courant primaire sans que soit modifié le courant  $I''_2$  piégé dans  $l_2$ .

On vient d'effectuer ce que l'on peut appeler un second cycle de la charge de  $l_2$ .

En répétant  $n$  fois la succession des opérations exactes effectuées dans ce second cycle on pourra piéger un courant très élevé dans la self  $l_2$ , ce qui permettra par exemple soit d'engendrer un champ magnétique élevé, soit de stocker une énergie magnétique importante.

Il est remarquable de constater qu'un tel transformateur utilisé de la façon qui vient d'être décrite, permet l'introduction du courant final dans  $l_2$  sans introduire de pertes par effet Joule dans ce circuit. Il est bien connu en effet qu'il n'est théoriquement pas possible de décharger une énergie stockée d'un circuit selfique supraconducteur dans un autre circuit selfique supraconducteur sans provoquer une perte notable d'énergie par effet Joule (c'est le même problème que celui qui consiste à décharger un condensateur dans un autre). Ici ni les interrupteurs, qui n'ont été commutés que lorsqu'ils étaient traversés par des courants nuls, ni le transformateur qui ne possède pas de circuit magnétique et dont les enroulements sont supraconducteurs, ni la self supraconductrice  $l_2$  ne peuvent être le siège d'un effet Joule. Dans ces conditions le transformateur a permis de faire la même opération de charge de  $l_2$  que celle qui aurait pu être effectuée directement à partir d'un générateur délivrant directement dans  $l_2$  le courant finalement obtenu. Le transformateur a donc joué son véritable rôle et il a été correctement utilisé.

#### CONCLUSION

Cette étude aboutit à une conception nouvelle du transformateur à enroulements supraconducteurs :

- On élimine le circuit magnétique ce qui en même temps élimine les pertes correspondantes et permet d'utiliser les champs critiques élevés des matériaux supraconducteurs. On est alors amené, pour conserver un couplage convenable entre primaire et secondaire à attacher une grande importance à la configuration géométrique des enroulements et en particulier à utiliser un enroulement primaire effectivement supraconducteur.

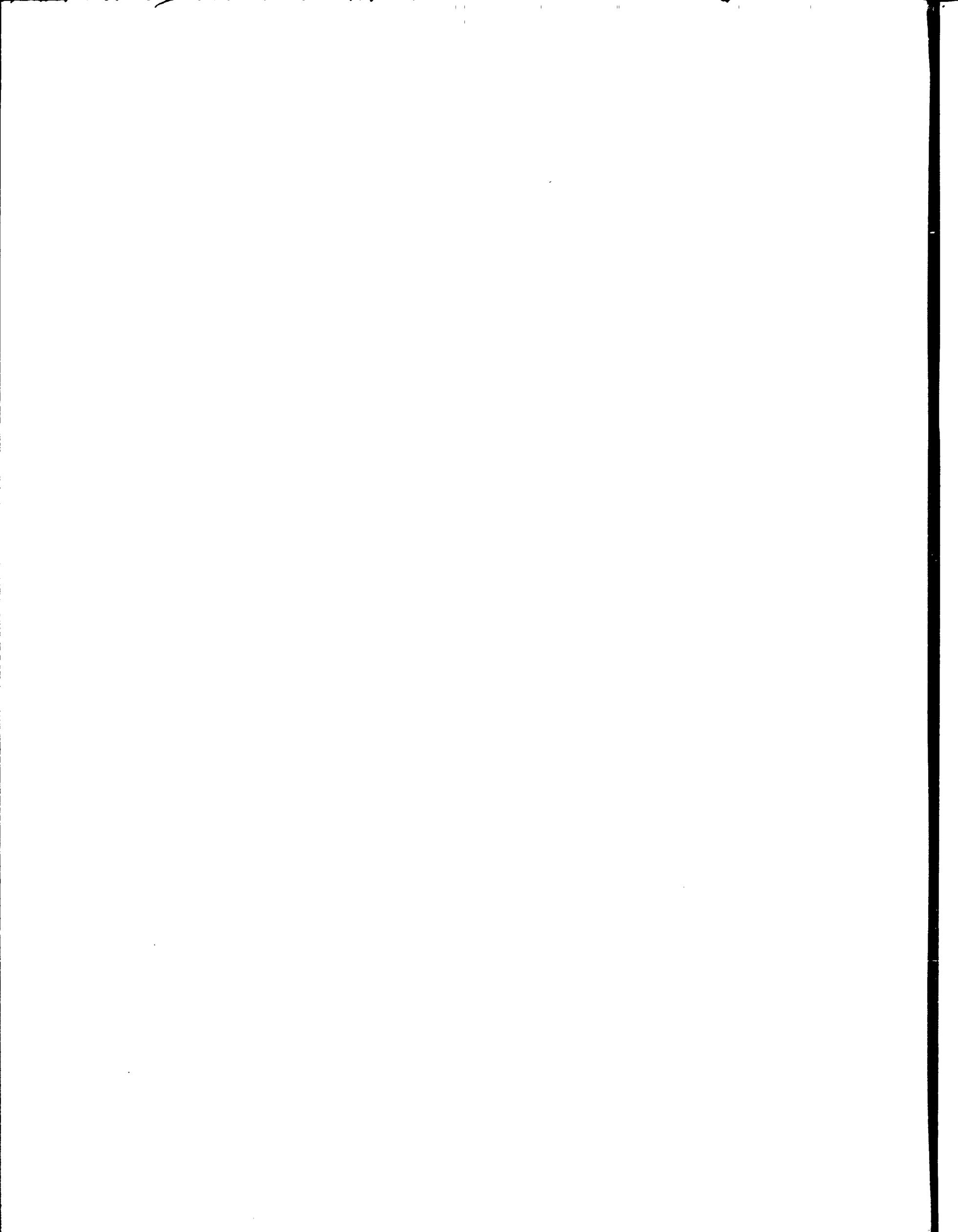
- On opère en courant continu lentement variable au lieu d'utiliser les courants alternatifs industriels ce qui élimine les effets de dégradation correspondants sur le supraconducteur et permet une bonne utilisation du matériau avec élimination des pertes par effet Joule.

On aboutit à un transformateur qui possède des propriétés intéressantes provenant d'une utilisation correcte des propriétés particulières des supraconducteurs actuels. Cette conception ouvre alors sur les possibilités d'utilisation des supraconducteurs des perspectives nouvelles.

Manuscrit reçu le 17 avril 1967

#### BIBLIOGRAPHIE

- [1] MAILFERT A.  
Contribution à l'étude de transformateurs à enroulements supraconducteurs. Revue Générale de l'Electricité Mars 1966, 315 à 333
- [2] VOLGER J.  
Dynamo pour la génération d'un courant permanent dans un circuit supraconducteur. Revue Technique Philips Tome 24, 1962-1963, n° 9, 294 à 297
- [3] HILDEBRANDT A.F., ELLEMAN D.D., WHITMORE F.C. SIMPKINS R.  
Some experimental consequence of flux conservation within multiply connected superconductors. Journal of Applied Physics Vol. 33 n° 7, July 1962, 2375 à 2377
- [4] VAN SUCHTELEN J., VOLGER J., VAN HOURVELINGEN D.  
The principle and performances of a superconducting dynamo Cryogenics, October 1965, 256 à 266
- [5] LAQUER H.L.  
An electrical flux pump for powering supraconducting magnet coils. Cryogenics, Vol. 3, 1963, 27
- [6] DELOBEAU F.  
Cours de Physique Générale CNAM - Centre associé de Saclay
- [7] MERCOUROFF W.  
Minimization of thermal losses due to electrical connections in cryostats - Cryogenics, September 1963, 171-173
- [8] FOURNET G., MAILFERT A.  
Détermination optimale des conducteurs électriques des cryostats. C.R. Acad. Sciences Paris, tome 257, 23 Décembre 1963, 4153-4155 - C.R. Acad. Sciences Paris tome 258, 6 Janvier 1964, 103-105
- [9] WILLIAMS J.E.C.  
Counterflow current leads for cryogenic applications Cryogenics, December 1963, 234-238



**FIN**