

CEA-R 3075 - OLIVAIN Jack
EUR - 3088 f

GENERATION D'HARMONIQUES DE LA DEMI-FREQUENCE GIROMAGNETI-
QUE ELECTRONIQUE DANS UN SYSTEME "DOUBLE-FAISCEAU"

Sommaire. - Nous présentons les résultats obtenus sur la génération d'harmoniques de la demi-fréquence giromagnétique électronique dans une expérience d'interaction "double-faisceau". Nous discutons théoriquement ce système dans lequel les vitesses transversales sont introduites sous forme de distributions de Dirac. Les mesures expérimentales ont permis, par le mode fondamental ($\omega = \frac{\omega}{2} ce$), de connaître la structure des ondes engendrées (nombre d'onde $\frac{\omega}{2}$ azimutal - longueur d'onde - profil radial du potentiel oscillant, amplitude des perturbations de potentiel, de densité et de courant). Le caractère quasi-électrostatique de ces ondes a pu être établi à partir de ces résultats en évaluant le rapport $\frac{V_{\perp}^2}{\omega^2 r^2}$ qui reste toujours très inférieur à l'unité. Les mesures ont également porté sur l'amplitude et la largeur des raies ainsi que sur le taux de croissance des premiers harmoniques. Nous avons décrit enfin quelques observations mettant en évidence le rôle important des effets non linéaires d'interaction d'ondes

./.

CEA-R 3075 - OLIVAIN Jack
EUR - 3088 f

THE GENERATION OF HARMONICS OF THE ELECTRON CYCLOTRON
HALF-FREQUENCY IN A DOUBLE-BEAM INTERACTION EXPERIMENT.

Summary. - The generation of harmonics of the electron cyclotron half-frequency in a double-beam interaction experiment has been studied. A theoretical discussion is presented in which the transverse velocity distributions are represented by Dirac delta functions. The experimental measurements show the structure of the waves generated, for the fundamental mode ($\omega = \frac{\omega}{2} ce$), i. e., their azimuthal wave number, wave length and radial profile of the oscillating potential, density and current. The quasi-electrostatic character of these waves has been established from these results by evaluating the ratio $\frac{V_{\perp}^2}{\omega^2 r^2}$ which is always much smaller than unity.

Measurements have also been made of the amplitudes and line-widths of several harmonics as well as the growth rate of the first of them. Finally, a number of observations have been made which show that non-linear wave interactions play an important role in this system and which

./.

dans ce système et suggérant une interprétation de la génération d'harmoniques de rang élevé liée à ces mécanismes.

1966

108 p.

Commissariat à l'Energie Atomique - France

+

suggest an interpretation based on this mechanism for the generation of high order harmonics.

+

1966

108 p.

Commissariat à l'Energie Atomique - France

C E A - R 3075

EUR. 3088-f

ASSOCIATION EURATOM - C.E.A.

GROUPE DE RECHERCHES SUR LA FUSION CONTROLÉE

GENERATION D'HARMONIQUES DE LA DEMI-FREQUENCE

GIROMAGNETIQUE ELECTRONIQUE DANS UN SYSTEME "DOUBLE-FAISCEAU"

par

Jack OLIVAIN

Rapport C E A - R 3075

**CENTRE D'ÉTUDES NUCLÉAIRES
DE FONTENAY-AUX-ROSES**

Les rapports du COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE sont, à partir du n° 2200, en vente à la Documentation Française, Secrétariat Général du Gouvernement, Direction de la Documentation, 16, rue Lord Byron, PARIS VIIIème.

The C.E.A. reports starting with n° 2200 are available at the Documentation Française, Secrétariat Général du Gouvernement, Direction de la Documentation, 16, rue Lord Byron, PARIS VIIIème.

- Rapport CEA - R 3075 -

Groupe de Recherches de l'Association EURATOM-CEA
sur la Fusion Contrôlée

GENERATION D'HARMONIQUES DE LA DEMI-FREQUENCE
GIROMAGNETIQUE ELECTRONIQUE DANS UN SYSTEME "DOUBLE-FAISCEAU"

par

Jack OLIVAIN

- Septembre 1966 -

-

THESE
présentée
A LA FACULTE DES SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE PARIS
pour obtenir le grade de
DOCTEUR 3^{ième} CYCLE

Spécialité :
PHYSIQUE DES MILIEUX IONISES

par
Jack OLIVAIN

Sujet :
GENERATION D'HARMONIQUES DE LA DEMI-FREQUENCE
GIROMAGNETIQUE ELECTRONIQUE DANS UN SYSTEME "DOUBLE-FAISCEAU"

Soutenu le 22 Juin 1966 devant la Commission d'Examen :

MM.	YVON	Président
	DELCROIX	} Examineurs
	HUBERT	
	ETIEVANT	

Ce travail a été effectué dans le Groupe de Recherches de l'Association EURATOM-CEA à Fontenay-aux-Roses, et je tiens à exprimer ma reconnaissance à Monsieur Trocheris, Chef du Département de Physique des Plasmas et de la Fusion Contrôlée et à Monsieur Hubert, Adjoint au Chef du Département de Physique des Plasmas et de la Fusion Contrôlée et Chef du Service de Recherches sur la Fusion Contrôlée pour m'avoir accueilli dans leur laboratoire et avoir permis et facilité la réalisation de ce travail.

J'adresse mes remerciements à Monsieur Yvon, Monsieur Delcroix, Monsieur Hubert, Monsieur Etiévant, qui ont bien voulu accepter d'être Membres de la Commission d'Examen.

Je remercie vivement Messieurs Brossier et Vuillemin de leurs conseils et de leurs suggestions sur le plan théorique.

Mes remerciements vont tout particulièrement à Monsieur Etiévant, Chef de groupe au SRFC qui a été tout au long de cette étude un guide dont j'ai hautement apprécié la compétence et la sollicitude.

Je remercie très sincèrement Monsieur Perulli de ses conseils et de son amicale collaboration.

Je tiens également à remercier Messieurs Amoros, Bouleau, Clairet et Parisot qui ont apporté un soin particulier à la réalisation des dispositifs expérimentaux, Mlle Benoit pour avoir réalisé l'étude numérique et tous ceux dont la contribution a été essentielle à la réalisation de ce travail.

TABLE DES MATIERES.

I	INTRODUCTION	3
II	GENERATION D'HARMONIQUES DE LA DEMI-FREQUENCE GIROMAGNETIQUE DANS UN SYSTEME "MULTI-FAISCEAUX" (Théorie)	7
	A- Etude en ondes planes	7
	a) hypothèses	7
	b) équations du problème	7
	c) relation de dispersion des ondes électrostatiques	8
	1) état non perturbé	8
	2) état perturbé	10
	3) calcul de f_{j1}	11
	4) relation de dispersion	12
	d) étude d'un faisceau	15
	1) modes propres d'un faisceau	15
	2) énergie des différents modes	19
	e) étude de deux faisceaux opposés	21
	1) relation de dispersion	21
	2) calcul des taux de croissance des instabilités aux fréquences harmoniques de la demi-fréquence giromagnétique.....	21
	-étude au voisinage des points de couplage	22
	-interactions "plasma-cyclotron"	23
	-interactions "cyclotron-cyclotron"	29
	remarque	36
	B- Etude du mode fondamental en géométrie cylindrique	36
	a) introduction	36
	b) relation de dispersion	36
	c) calcul des potentiels	38
	d) calcul des champs et de la densité perturbée	40
III	ETUDE EXPERIMENTALE	42
	A- Description du dispositif	42
	B - Méthodes de diagnostic	42
	a) analyseurs de spectre et oscilloscopes	42
	1) analyseurs de spectre	42
	2) oscilloscopes rapides	44

b) sondes	44
1) sondes de Langmuir.....	44
2) sondes capacitives	45
3) sondes magnétiques	46
C- Etude physique des faisceaux	48
a) profil de courant	48
b) densité électronique	51
c) distributions de vitesses	53
1) distribution de vitesses parallèles	53
2) distribution de vitesses perpendiculaires	53
D- Etude des ondes engendrées dans le système "double-faisceau"	65
a) introduction	65
1) spectre de raies harmoniques de la fréquence de "transit"	65
2) spectre de raies harmoniques de la demi-fréquence giromagnétique électronique	67
b) étude du mode fondamental $\frac{f_{ce}}{2}$	69
1) nombre d'onde azimutal	69
2) amplitude des fluctuations associées à l'onde	71
3) caractère électrostatique de l'onde	75
c) étude des harmoniques de la fréquence $\frac{f_{ce}}{2}$	77
1) fréquences	77
2) amplitude	83
3) largeur des raies	83
4) signal collecté par la sonde	88
5) mesure du nombre d'onde longitudinal	90
6) mesure du taux de croissance	90
E- Discussion du mécanisme de génération des harmoniques	92
a) action sur les conditions aux limites	94
b) excitation d'une onde à l'aide d'un générateur extérieur	94
1) excitation du système à une fréquence égale à $\frac{\eta f_{ce}}{2}$	95
2) excitation du système à une fréquence différente de $\frac{\eta f_{ce}}{2}$	95
IV CONCLUSION	98
BIBLIOGRAPHIE	99

I. INTRODUCTION.

Au cours des dernières années de nombreux travaux ont été consacrés à l'étude de la propagation, de l'absorption et de l'émission des ondes dans un plasma au voisinage des harmoniques des fréquences giromagnétiques. Ces problèmes présentent un grand intérêt dans les recherches sur l'ionosphère, sur les techniques hyperfréquences, sur la fusion thermonucléaire contrôlée etc..

Comme l'ont montré de nombreux travaux théoriques, notamment ceux de Trubnikov [1], les harmoniques des fréquences giromagnétiques sont des fréquences de rayonnement privilégiées d'un plasma de température voisine de celle requise pour l'obtention de réactions thermonucléaires. Dans des plasmas beaucoup plus froids produits au laboratoire, il a souvent été observé des émissions au voisinage de ces fréquences, traduisant l'existence d'instabilités néfastes au confinement du plasma. L'étude de ces mécanismes est donc souhaitable car leur maîtrise devrait permettre de combattre leurs effets nuisibles et peut être également de leur trouver d'utiles applications pour le chauffage du plasma, soit par absorption d'énergie électromagnétique fournie de l'extérieur, soit par capture de faisceaux de particules rapides.

Les observations de Wharton [2] effectuées sur un plasma confiné dans un dispositif à miroirs ainsi que celles de Landauer [3] sur le plasma d'une décharge reflex furent les premières à attirer l'attention sur l'émission anormale d'un plasma aux harmoniques de la fréquence giromagnétique électronique. Dans les années qui suivirent un grand nombre d'expériences apportèrent des résultats complémentaires sur ces phénomènes. Mentionnons notamment les travaux de Bekefi et col. [4], [5], Crawford [6], Gruber [7], Dreicer [8],

Lustig [9], Tanaka, Mitani et Kubo [10] se rapportant aux anomalies de la transmission et de l'émission au voisinage des fréquences giromagnétiques électroniques. D'intéressantes informations sur la génération d'harmoniques des fréquences giromagnétiques ioniques ont également été apportées par les expériences d'injection d'ions et de neutres à haute énergie "OGRA" [11], "DCX" [12] "PHOENIX" [13] "ALICE" [14] et par certaines expériences telles qu'"EOS" [15] conçues plus particulièrement pour l'étude de ces phénomènes.

Afin d'expliquer les anomalies de rayonnement aux harmoniques des fréquences giromagnétiques observés dans les expériences, de nombreux modèles théoriques ont été proposés. Parmi ceux-ci, certains font appel à un comportement de particules individuelles, d'autres à un comportement collectif.

Ainsi, dans le cas étudié par Trubnikov et Krudryawster [1] le rayonnement cyclotronique d'un plasma maxwellien résulte de la superposition des rayonnements de particules individuelles non corrélées. L'émission d'harmoniques, dans ce modèle, devient appréciable pour des énergies électroniques élevées (de l'ordre de quelques KeV) mais demeure extrêmement faible dans le cas de plasmas froids tels que ceux des expériences de Landauer.

Des mécanismes produisant un rayonnement plus intense doivent donc être proposés pour expliquer les expériences. Dans cet ordre d'idées Simon et Rosenbluth [16] ont étudié le renforcement du rayonnement de particules non corrélées, dû à la distorsion des trajectoires individuelles dans les couches limites du plasma. Cet effet peut engendrer des harmoniques d'ordre élevé. Ces auteurs tentent d'interpréter ainsi les expériences de Landauer. Cependant, en tenant compte des dimensions de la gaine et des champs électriques, l'inten-

sité de l'émission et l'allure du spectre prévus par cette théorie ne s'accordent pas avec les résultats expérimentaux.

De nouvelles explications ont été proposées par Canobbio et Crocci [17] et Tanaka [18] faisant appel à l'excitation dans le plasma d'ondes électrostatiques à propagation perpendiculaire au champ magnétique sous l'effet de particules suprathermiques.

D'autres auteurs ont recherché l'origine de ce rayonnement anormal en mettant l'accent sur le rôle joué par les mécanismes d'instabilités associés à l'état non maxwellien du plasma. Dans ces théories la forme des distributions de vitesses joue un rôle essentiel. Le cas de températures parallèles et perpendiculaires différentes a été discuté notamment par Sagdev et Shrafranov [19] et par Harris [20]. Un autre cas d'un grand intérêt dans les recherches thermonucléaires, est celui de distributions de vitesses de plasmas confinés dans des machines à miroirs et présentant un cône de pertes. Les instabilités associées à ces distributions ont été étudiées par Post, Rosenbluth [21], Guest [22] etc.. De nombreuses études portent également sur le cas des distributions de Dirac qui s'appliquent assez bien aux situations rencontrées dans les expériences d'injection à haute énergie et dans les systèmes "faisceau-plasma". Des travaux dans ce sens ont été effectués par Harris [23], Malfors [24], Gruber [25] Bers [26] Pistunovitch [27] etc. Dans tous les cas traités l'existence de vitesses transversales non nulles permet l'apparition de fréquences instables aux harmoniques des fréquences giromagnétiques.

Actuellement l'accord entre la théorie et l'expérience est encore loin d'être satisfaisant et l'interprétation d'expériences de génération d'harmoniques des fréquences giromagnétiques est un problème très actuel et très controversé de la physique des plasmas.

L'une des grandes difficultés rencontrées dans les tentatives d'in-

interprétation est l'absence d'informations sur les distributions de vitesses des plasmas expérimentaux. Une expérience sur ces phénomènes dans laquelle les distributions de vitesses de particules seraient bien connues et d'une forme permettant des calculs simples, serait particulièrement souhaitable. L'expérience présentée dans ce mémoire est une tentative effectuée dans ce sens. Nous avons choisi un système idéalisé constitué de deux faisceaux d'électrons opposés, s'interpénétrant parallèlement aux lignes de forces d'un champ magnétique uniforme.

Les études antérieures de Etievant et Pérulli [30], de Maxum [35] ont montré que, conformément à la théorie, des oscillations étaient engendrées dans un tel système à la demi-fréquence giromagnétique électronique. Nous devons à Canobbio d'avoir attiré notre attention sur l'intérêt que présenterait, dans ce système, l'étude de la génération d'harmoniques. Nous avons donc été conduits à poursuivre l'expérience de Etievant et Pérulli en étudiant le spectre d'oscillations avec des appareils plus sensibles et couvrant une gamme de fréquences plus étendue.

Dans le chapitre suivant nous présentons une analyse théorique d'un tel système dans lequel les vitesses transversales sont introduites sous forme de distributions de Dirac.

Le chapitre III constitue la partie expérimentale proprement dite. Afin de permettre, dans la mesure du possible, une confrontation satisfaisante entre la théorie et l'expérience nous avons apporté un soin particulier à la mesure des paramètres expérimentaux et à la détermination des distributions de vitesses. Nous avons également essayé de vérifier dans quelle mesure deux approximations généralement utilisées dans la théorie, à savoir : l'approximation linéaire et l'approximation quasi-électrostatique étaient compatibles avec les résultats donnés par notre expérience. Ce problème fera l'objet d'une discussion à la fin du chapitre III.

II. GENERATION D'HARMONIQUES DE LA DEMI-FREQUENCE GIROMAGNETIQUE DANS UN SYSTEME " MULTI- FAISCEAUX " (Théorie).

A - Etude en ondes planes.

a) Hypothèses.

Nous désignons par système "multi-faisceaux" un milieu constitué d'un nombre fini de classes de particules, chaque classe étant caractérisée par une masse m , une charge q et une vitesse dirigée \vec{U}_{j0} (28-29).

Nous faisons les hypothèses suivantes :

- Le milieu est infini et homogène.
- Le milieu non perturbé est électriquement neutre.
- Le champ magnétique \vec{B}_0 est uniforme.
- Le champ électrique à l'équilibre est nul.
- Les faisceaux sont monocinétiques et nous adoptons une distribution du type: $f_0 = \frac{1}{2\pi u_{j0}} \delta(u_x - u_{j0}) \delta(u_y - u_{j0})$.
- Les faisceaux ne sont pas relativistes.
- La fréquence de collisions est négligeable.
- Nous considérons le cas des ondes électrostatiques: $\vec{E}_1 = -\vec{\nabla} \Phi_1$.
- Les ondes sont supposées planes et sont étudiées en approximation linéaire.

b) Equations du problème

Dans cette étude nous utilisons le système d'unités électromagnétique CGS. Suivant un schéma classique nous allons établir la relation de dispersion des ondes électrostatiques et discuter la stabilité d'un système "double-faisceau".

Avec les hypothèses précédentes l'évolution de la fonction de distribution f_j de chaque espèce j de particules est définie par:

$$\frac{\partial f_j}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f_j}{\partial \vec{r}} + \frac{q_j}{m_j} \left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} \right) \frac{\partial f_j}{\partial \vec{v}} = 0 \quad (1)$$

Le courant électrique \vec{J} par :

$$\vec{J} = \sum_j \int n_j q_j f_j \vec{v} d^3v$$

et la densité de charge électrique par :

$$\rho = \sum_j \int n_j q_j f_j d^3v$$

Le champ électrique est relié aux quantités macroscopiques (densités de courant et de charge), par les équations de Maxwell.

c) Relation de dispersion des ondes électrostatiques.

1) Etat non perturbé :

Avec les hypothèses choisies :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{j_0}}{\partial \vec{r}} &= 0 && \text{faisceau homogène} \\ \vec{E}_0 &= 0 && \text{absence de champ électrique extérieur} \end{aligned}$$

l'équation (1) se réduit à :

$$\left(\vec{v} \wedge \vec{B}_0 \right) \cdot \frac{\partial f_{j_0}}{\partial \vec{v}} = 0 \quad (2)$$

\vec{v} et \vec{B} étant quelconques cherchons la condition pour que (2) soit vérifiée.

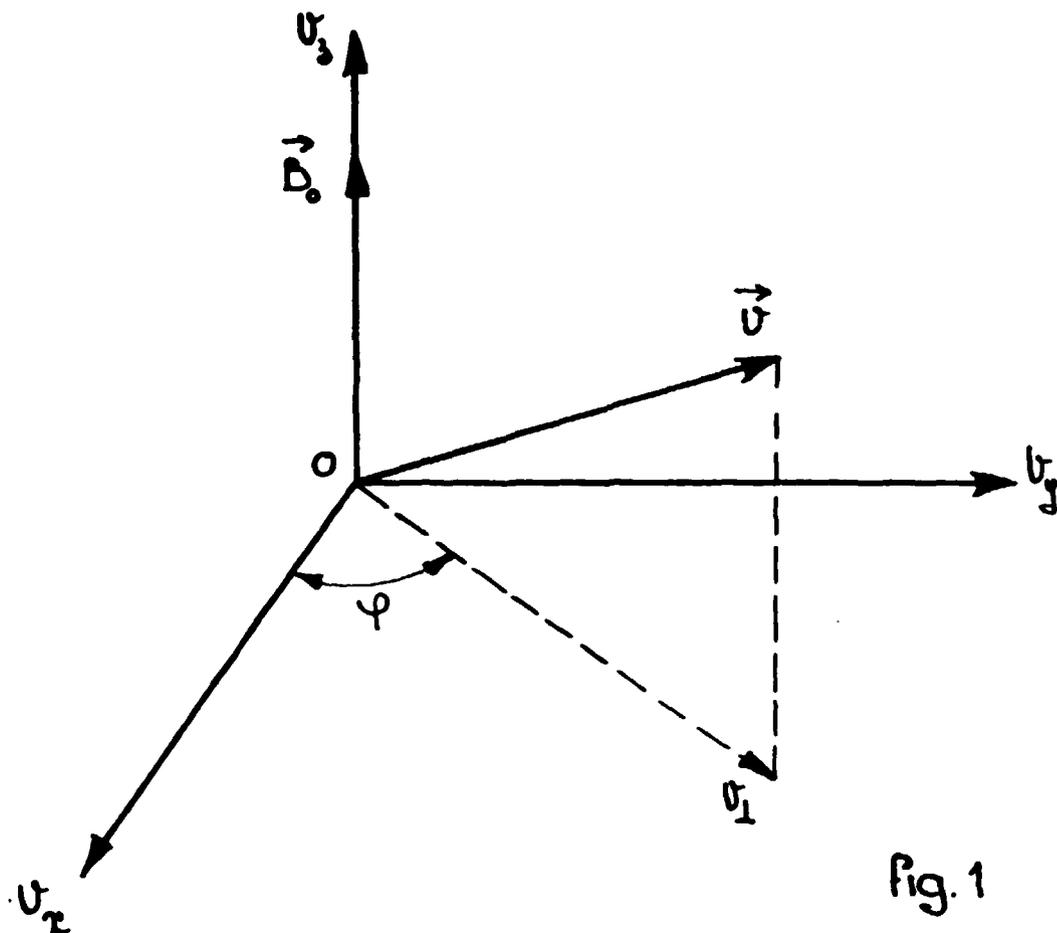


Fig. 1

Dans le repère cartésien choisi (fig.1) l'expression (2) s'écrit :

$$B_0 \left(v_x \frac{\partial f_{j0}}{\partial v_y} - v_y \frac{\partial f_{j0}}{\partial v_x} \right) = 0$$

Nous en déduisons :

$$\frac{\partial f_{j0}}{\partial \varphi} = 0$$

avec les coordonnées (v_1, φ, v_3) définies par :

$$v_x = v_1 \cos \varphi$$

$$v_y = v_1 \sin \varphi$$

$$v_z = v_3$$

Les fonctions de distribution non perturbées satisfaisant l'état d'équilibre doivent être indépendantes de l'angle φ .

$$f_{j0}(\vec{v}) = f_{j0}(v_1, v_3)$$

2) Etat perturbé.

Nous supposons les perturbations faibles ce qui permet de linéariser le problème.

$$\begin{aligned} f_j &= f_{j0}(v_1, v_3) + f_{j1}(\vec{x}, \vec{v}, t) \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 \\ \vec{E} &= \vec{E}_1 = -\vec{\nabla}\Phi_1 \\ n_j &= n_{j0} + n_{j1} \\ \vec{J} &= \vec{J}_0 + \vec{J}_1 \end{aligned}$$

Dans ces conditions l'équation (1) s'écrit :

$$\frac{\partial f_{j1}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f_{j1}}{\partial \vec{x}} + \frac{q_j}{m_j} (\vec{v} \wedge \vec{B}_0) \cdot \frac{\partial f_{j1}}{\partial \vec{v}} - \frac{q_j}{m_j} \vec{\nabla} \Phi_1 \cdot \frac{\partial f_{j0}}{\partial \vec{v}} = 0 \quad (3)$$

dans laquelle Φ_1 est défini par l'équation de Poisson:

$$\Delta \Phi_1 = -4\pi c^2 \sum_j n_{j0} q_j \int f_{j1} \underline{d^3v} \quad (4)$$

Comme nous considérons des ondes planes, les grandeurs oscillantes sont de la forme :

$$A \exp i(\omega t - \vec{K} \cdot \vec{x})$$

Nous choisissons un système d'axes cartésiens tel que le vecteur de propagation \vec{K} soit situé dans le plan $x_0 z_0$ (fig.2).

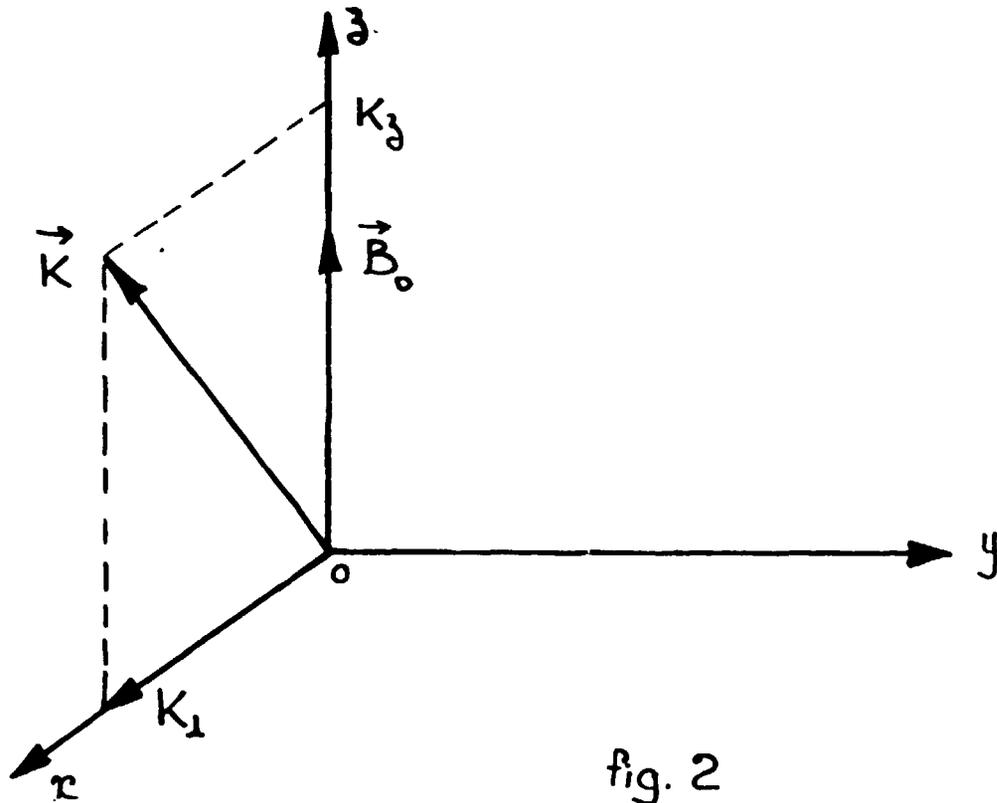


fig. 2

En développant (3) nous obtenons :

$$\frac{\partial f_{j1}}{\partial \varphi} - \frac{i}{\omega_{cj}} \left[\omega - K_1 U_1 \cos \varphi - K_3 U_3 \right] f_{j1} = \frac{i q_j}{m_j \omega_{cj}} \left[K_1 \frac{\partial f_{j0}}{\partial v_1} \cos \varphi + K_3 \frac{\partial f_{j0}}{\partial v_3} \right] \Phi_1 \quad (5)$$

avec

$$\omega_{cj} = \frac{q_j B_0}{m_j} \quad \text{fréquence giromagnétique, relative à l'espèce } j$$

(5) est une équation différentielle linéaire du premier ordre avec second membre qui permet de déterminer la fonction de distribution perturbée f_{j1} .

3) calcul de f_{j1} :

L'équation sans second membre admet pour solution :

$$f_{j1} = \lambda e^{i \left(\frac{\omega - K_3 U_3}{\omega_{cj}} \varphi - \frac{K_1 U_1}{\omega_{cj}} \sin \varphi \right)} \quad \hat{\lambda} \text{ étant une constante.}$$

et l'équation complète :

$$f_{j_1} = e^{i \left[\frac{\omega - K_3 U_3}{\omega_{cj}} \varphi - \frac{K_1 U_1}{\omega_{cj}} \sin \varphi \right]} \int_{\varphi_1}^{\varphi} e^{-i \left[\frac{\omega - K_3 U_3}{\omega_{cj}} \varphi' - \frac{K_1 U_1}{\omega_{cj}} \sin \varphi' \right]} \times \frac{i q_j}{m_j \omega_{cj}} \left[K_1 \frac{\partial f_{j_0}}{\partial v_1} \cos \varphi' + K_3 \frac{\partial f_{j_0}}{\partial v_3} \right] \Phi_1 d\varphi'$$

La constante d'intégration est déterminée par la condition de périodicité de f_{j_1} :

$$f_{j_1}(\varphi + 2\pi) = f_{j_1}(\varphi)$$

Tous calculs effectués nous obtenons :

$$f_{j_1} = \frac{i q_j \Phi_1}{m_j \omega_{cj}} \left[K_1 \frac{\partial f_{j_0}}{\partial v_1} I_1(\varphi) + K_3 \frac{\partial f_{j_0}}{\partial v_3} I_0(\varphi) \right] \quad (6)$$

avec

$$I_0(\varphi) = \frac{1}{e^{-2\pi i \frac{\omega - K_3 U_3}{\omega_{cj}} - 1}} \int_{\varphi}^{\varphi + 2\pi} e^{i \left[\frac{\omega - K_3 U_3}{\omega_{cj}} (\varphi - \varphi') - \frac{K_1 U_1}{\omega_{cj}} (\sin \varphi - \sin \varphi') \right]} d\varphi'$$

$$I_1(\varphi) = \frac{1}{e^{-2\pi i \frac{\omega - K_3 U_3}{\omega_{cj}} - 1}} \int_{\varphi}^{\varphi + 2\pi} e^{i \left[\frac{\omega - K_3 U_3}{\omega_{cj}} (\varphi - \varphi') - \frac{K_1 U_1}{\omega_{cj}} (\sin \varphi - \sin \varphi') \right]} \cos \varphi' d\varphi'$$

4) Relation de dispersion.

Nous reportons l'expression (6) de f_{j_1} dans l'équation de Poisson (4) :

$$\Delta \Phi_1 = -4\pi e^2 \sum_j n_{j_0} q_j \iiint \frac{i q_j}{m_j \omega_{cj}} \left[K_1 \frac{\partial f_{j_0}}{\partial v_1} I_1(\varphi) + K_3 \frac{\partial f_{j_0}}{\partial v_3} I_0(\varphi) \right] \Phi_1 d^3v$$

Après avoir intégré suivant Ψ nous obtenons :

$$\left\{ K_{-}^2 \frac{i\omega_{pj}^2}{\omega_{cj}} \int_{-\infty}^{+\infty} dv_3 \int_0^{\infty} \left[K_{\perp} \frac{\partial f_{j0}}{\partial v_1} I_1^{\circ} + K_3 \frac{\partial f_{j0}}{\partial v_3} I_0^{\circ} \right] v_1 dv_1 \right\} \Phi_1 = 0 \quad (7)$$

avec :

$$\omega_{pj}^2 = \frac{4\pi c^2 n_{j0} q_j^2}{m_j}$$

$$I_0^{\circ} = \int_0^{2\pi} I_0 d\Psi$$

$$I_1^{\circ} = \int_0^{2\pi} I_1 d\Psi$$

(7) est la relation de dispersion des ondes électrostatiques dans laquelle il reste à expliciter la distribution f_{j0} .

Les faisceaux étant supposés monocinétiques, à l'équilibre f_{j0} est de la forme :

$$f_{j0}(v_1, v_3) = \frac{1}{2\pi U_{10}} \delta(v_1 - U_{10}) \delta(v_3 - U_{30})$$

Ce cas a été discuté par différents auteurs : Malfors, Sen, Crawford, Harris, Gruber. L'intégration se poursuit de façon classique en utilisant l'identité :

$$e^{-i\lambda \sin \Psi} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\lambda) e^{-in\Psi}$$

D'où :

$$I_0^{\circ} = 2\pi i \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\omega_{cj} J_n^2\left(\frac{K_{\perp} U_1}{\omega_{cj}}\right)}{n\omega_{cj} + \omega - K_3 U_3}$$

$$I_1^{\circ} = -\frac{2\pi i \omega_{cj}}{K_{\perp} U_1} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{n\omega_{cj}}{n\omega_{cj} + \omega - K_3 U_3} J_n^2\left(\frac{K_{\perp} U_1}{\omega_{cj}}\right)$$

La relation de dispersion (7) s'écrit :

$$1 + \frac{1}{K^2} \sum_j \omega_{pj}^2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{J_n \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{cj}} \right)}{(n\omega_{cj} + \omega - K_3 U_{30})} \left[\frac{2nK_1 J_n' \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{cj}} \right)}{U_{10} \left(\omega_{cj} \right)} - \frac{K_3^2 J_n \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{cj}} \right)}{n\omega_{cj} + \omega - K_3 U_{30}} \right] = 0$$

En utilisant les identités :

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{J_n^2}{(n\omega_{cj} + \omega - K_3 U_{30})^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n J_n^2 \frac{[(\omega - K_3 U_{30})^2 + n^2 \omega_{cj}^2]}{[(\omega - K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{cj}^2]^2}$$

avec $\delta_n = 1$ si $n=0$
 $\delta_n = 2$ si $n \neq 0$

et

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{n J_n J_n'}{(n\omega_{cj} + \omega - K_3 U_{30})} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2n^2 \omega_{cj}^2 J_n J_n'}{(\omega - K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{cj}^2}$$

Nous en déduisons l'expression connue de la relation de dispersion

des ondes électrostatiques :

$$K^2 - \sum_j \omega_{pj}^2 \left\{ K^2 \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n \frac{[(\omega - K_3 U_{30})^2 + n^2 \omega_{cj}^2]}{[(\omega - K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{cj}^2]^2} J_n^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{cj}} \right) + \frac{4\omega_{cj} K_1^2}{K_1 U_{10}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 J_n \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{cj}} \right) J_n' \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{cj}} \right)}{[(\omega - K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{cj}^2]} \right\} = 0 \quad (8)$$

Remarque.

Nous retrouvons l'équation de dispersion des faisceaux froids en faisant tendre les vitesses transversales vers zéro.

Nous posons : $K_3 = K \cos \theta$

$K_1 = K \sin \theta$

d'où :

$$1 - \sum_j \omega_{pj}^2 \left\{ \frac{J_0^2 \cos^2 \theta}{(\omega - K_3 U_{30})^2} + \frac{2[(\omega - K_3 U_{30})^2 + \omega_{cj}^2] J_1^2 \cos^2 \theta}{[(\omega - K_3 U_{30})^2 - \omega_{cj}^2]^2} + \frac{4\omega_{cj} J_1 J_1' \sin^2 \theta}{K_1 U_{10} [(\omega - K_3 U_{30})^2 - \omega_{cj}^2]} + \dots \right\} = 0$$

Dans l'hypothèse des petits rayons de Larmor nous faisons un développement limité qui, à l'ordre zéro, se réduit à :

$$1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2 \cos^2 \theta}{(\omega - K_3 U_{30})^2} - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2 \sin^2 \theta}{[(\omega - K_3 U_{30})^2 - \omega_{cj}^2]} = 0 \quad (9)$$

C'est la relation de dispersion des ondes électrostatiques du cas froid.

d- Etude d'un faisceau.

1- Modes propres d'un faisceau.

Etudions le cas d'un faisceau d'électrons neutralisé, de vitesse \vec{U}_{30} parallèle au champ magnétique \vec{B}_0 . Les ions sont supposés de masse infinie. La relation de dispersion se réduit à :

$$1 - \frac{\omega_{pe}^2 J_0^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta}{(\omega - K_3 U_{30})^2} - 2\omega_{pe}^2 \cos^2 \theta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\omega - K_3 U_{30})^2 + n^2 \omega_{ce}^2}{[(\omega - K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{ce}^2]^2} J_n^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) - 4\omega_{pe}^2 \frac{\omega_{ce} \sin^2 \theta}{K_1 U_{10}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 J_n \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_n' \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right)}{[(\omega - K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{ce}^2]} = 0 \quad (10)$$

C'est une équation algébrique de degré infini en ω et K_3 . Nous la résolvons d'une manière approchée.

α) $(\omega - K_3 U_{30})$ est très différent de $n\omega_{ce}$.

L'équation (10) se réduit approximativement à :

$$1 - \frac{\omega_{pe}^2 J_0^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta}{(\omega - K_3 U_{30})^2} = 0$$

d'où

$$K_3 U_{30} = \omega \pm \omega_{pe} J_0 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos \theta$$

Nous retrouvons deux modes du faisceau qui, dans le cas des faibles rayons de Larmor, coïncident avec les modes "plasma" [30] du cas froid.

$$K_3 U_{30} = \omega \pm \omega_{pe} \cos \theta$$

β) $(\omega - K_3 U_{30})$ est voisin de $n\omega_{ce}$.

En ne conservant que les termes résonnants de la série, l'équation (10) se ramène à :

$$1 - \frac{2\omega_{pe}^2 \left[(\omega - K_3 U_{30})^2 + n^2 \omega_{ce}^2 \right] J_n^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta}{\left[(\omega - K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{ce}^2 \right]^2}$$

$$- \frac{4\omega_{pe}^2 \omega_{ce} n^2 J_n \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_n' \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \sin^2 \theta}{K_1 U_{10} \left[(\omega - K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{ce}^2 \right]} \approx 0$$

Elle admet les quatre racines :

$$\omega - K_3 U_{30} = \pm n \omega_{ce} \left[1 + \frac{\omega_{pe}^2 J_n^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta}{2 \eta^2 \omega_{ce}^2} + \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{ce} J_n \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_n' \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \sin^2 \theta}{\omega_{ce}^2 K_1 U_{10}} \right. \\ \left. \pm \frac{\omega_{pe} J_n \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos \theta}{\omega_{ce} \eta} \right]$$

qui définissent quatre modes "cyclotroniques harmoniques".

En liaison avec l'expérience décrite au chapitre suivant nous nous intéressons au cas $\frac{\omega_{pe}}{\omega_{ce}} \ll 1$, ce qui entraîne :

$$1 \gg \left| \frac{\omega_{pe} J_n \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos \theta}{\omega_{ce} \eta} \right| \gg \left| \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{ce} J_n \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_n' \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \sin^2 \theta}{\omega_{ce}^2 K_1 U_{10}} \right| > \frac{\omega_{pe}^2 J_n^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta}{2 \eta^2 \omega_{ce}^2}$$

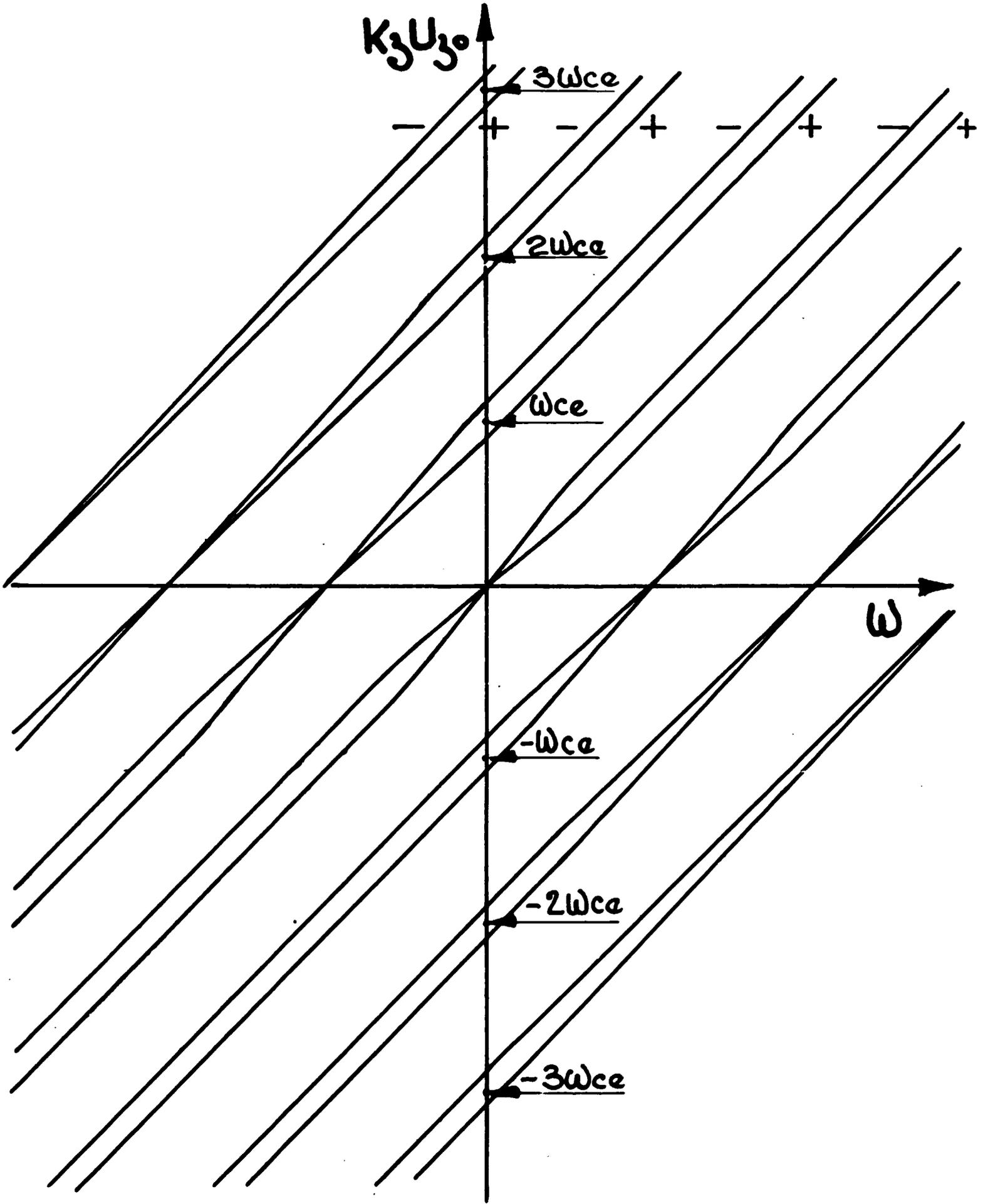
Il en résulte que, pour η donné, les quatre modes sont représentés, dans le plan $(\omega, K_3 U_{30})$ par quatre courbes très voisines de droites parallèles à la première bissectrice, et d'ordonnée à l'origine :

$$\pm n \omega_{ce} (1 \pm \varepsilon) \quad \text{avec} \quad \varepsilon = \frac{\omega_{pe} J_n \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos \theta}{\omega_{ce} \eta} \ll 1$$

Tous ces modes sont représentés sur la figure (3).

Fig.3 COURBE DE DISPERSION

CAS d'un seul faisceau $\frac{\omega_{pe}}{\omega_{ce}} \ll 1$



L'introduction d'une vitesse perpendiculaire a eu pour conséquences d'une part de dédoubler les modes "cyclotroniques" du cas froid et d'autre part de faire apparaître une double infinité de modes "cyclotroniques harmoniques".

2- Energie des différents modes.

La densité d'énergie moyennée sur le temps s'écrit dans le cas d'ondes électrostatiques, sous la forme (cf. T.H. STIX p. 48) :

$$\langle W \rangle = \frac{1}{4} \epsilon_0 \vec{E}_1^x \cdot \frac{\partial(\omega \vec{K})}{\partial \omega} \cdot \vec{E}_1$$

où \vec{K} représente le tenseur diélectrique du milieu.

Puisque $\vec{E}_1 \parallel \vec{K}$, l'énergie s'écrit encore :

$$\langle W \rangle = \frac{1}{4} \epsilon_0 |E_1|^2 \left[\omega \cdot \frac{\partial K_1(\omega, K)}{\partial \omega} \right]$$

$K_1(\omega, K)$ étant identique au premier membre de la relation de dispersion électrostatique. Le signe de $\langle W \rangle$ est déterminé par le signe de $\omega \frac{\partial K_1(\omega, K)}{\partial \omega}$.

Dans le cas d'un faisceau de vitesse $+ \vec{U}_{30}$, nous avons :

$$K_1(\omega, K) = 1 - \frac{\omega_{pe}^2 J_0^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta}{(\omega - K_3 U_{30})} - 2 \omega_{pe}^2 \cos^2 \theta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\omega - K_3 U_{30})^2 + n^2 \omega_{ce}^2 J_n^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right)}{[(\omega - K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{ce}^2]^2}$$

$$- 4 \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{ce} \sin^2 \theta}{K_1 U_{10}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 J_n \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_n' \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right)}{[(\omega - K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{ce}^2]} = 0$$

ce qui donne dans le cas des modes "plasma" :

$$K_1(\omega, K) \approx 1 - \frac{\omega_{pe}^2 J_0^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta}{(\omega - K_3 U_{30})^2}$$

Nous en déduisons :

$$\frac{\partial K_1}{\partial \omega} = \frac{2 \omega_{pe}^2 J_0^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta}{(\omega - K_3 U_{30})^3}$$

Posons $K_3 U_{30} = \omega + \varepsilon$ avec $0 < \varepsilon \ll \omega_{ce}$

D'où :
$$\frac{\partial K_1}{\partial \omega} = - \frac{2 \omega_{pe}^2 J_0^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right)}{\varepsilon^3}$$

Au mode "plasma" défini par $K_3 U_{30} = \omega + \omega_{pe} J_0 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos \theta$ correspond une énergie négative tandis qu'au mode "plasma" défini par :

$K_3 U_{30} = \omega - \omega_{pe} J_0 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos \theta$ correspond une énergie positive.

Dans le cas des modes "cyclotroniques harmoniques" , nous avons :

$$K_1(\omega, k) = 1 - 2 \omega_{pe}^2 \cos^2 \theta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\omega - K_3 U_{30})^2 + n^2 \omega_{ce}^2}{[(\omega - K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{ce}^2]^2} J_n^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) - 4 \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{ce} \sin^2 \theta}{K_1 U_{10}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 J_n \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_n' \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right)}{[(\omega - K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{ce}^2]}$$

Nous en déduisons :

$$\frac{\partial K_1(\omega, k)}{\partial \omega} = 4 \omega_{pe}^2 (\omega - K_3 U_{30}) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{[(\omega - K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{ce}^2]^2} \left\{ \frac{2 \omega_{ce} n^2 J_n \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_n' \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \sin^2 \theta}{K_1 U_{10}} + \frac{[(\omega - K_3 U_{30})^2 + 3 n^2 \omega_{ce}^2] J_n^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta}{[(\omega - K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{ce}^2]} \right\}$$

Pour $\omega > 0$, $\langle \omega \rangle$ a le signe de $\frac{\partial K_1}{\partial \omega}$. Considérons le mode défini par :

$K_3 U_{30} = \omega + n \omega_{ce} + \varepsilon$ avec $0 < \varepsilon \ll n \omega_{ce}$

Le signe du produit dépend de l'ordre de grandeur des paramètres puisque le premier terme du crochet a un signe indéterminé. Un cas intéressant est celui où $\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \sim 1$. Dans ce cas le deuxième terme est toujours prédominant ce qui permet d'affirmer que $\frac{\partial K_1}{\partial \omega} < 0$. Le mode correspondant à une énergie négative. Un raisonnement analogue permet de définir le signe de l'énergie des autres modes. Celui-ci est représenté sur la figure (3).

e - Etude de deux faisceaux opposés .

1- Relation de dispersion.

Nous considérons maintenant un système symétrique de deux faisceaux opposés s'interpénétrant parallèlement à un champ magnétique. La relation de dispersion dans ce système s'écrit :

$$\begin{aligned}
 1 - \frac{\omega_{pe}^2 J_0^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta}{(\omega - K_3 U_{30})^2} - \frac{\omega_{pe}^2 J_0^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta}{(\omega + K_3 U_{30})^2} \\
 - 2\omega_{pe}^2 \cos^2 \theta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[(\omega - K_3 U_{30})^2 + n^2 \omega_{ce}^2] J_n^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right)}{[(\omega - K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{ce}^2]^2} \\
 - 2\omega_{pe}^2 \cos^2 \theta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\omega + K_3 U_{30})^2 + n^2 \omega_{ce}^2}{[(\omega + K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{ce}^2]^2} J_n^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \\
 - 4 \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{ce} \sin^2 \theta}{K_1 U_{10}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 J_n \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_n' \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right)}{[(\omega - K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{ce}^2]} \\
 - 4 \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{ce} \sin^2 \theta}{K_1 U_{10}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 J_n \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_n' \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right)}{[(\omega + K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{ce}^2]} = 0 \quad (11)
 \end{aligned}$$

D'une façon analogue au cas traité précédemment, nous pouvons définir des modes de propagations associés au deuxième faisceau. Ceux-ci s'obtiennent en supprimant la contribution du premier faisceau dans l'équation (11). Ils sont représentés dans le plan $(\omega, K_3 U_{30})$ par des droites parallèles à la seconde bissectrice.

2- Calcul des taux de croissance des instabilités aux fréquences harmoniques de la demi-fréquence gyromagnétique .

α) Etude du voisinage des points de couplage .

Au point de concours de deux droites correspondant au couplage de deux modes d'énergie de signe contraire apparaissent des domaines d'instabilité . On définit ainsi des interactions "plasma-cyclotron" correspondant au couplage des modes "plasma" d'un faisceau avec les modes "cyclotroniques harmoniques" de rang p du faisceau opposé et des interactions "cyclotron-cyclotron" correspondant au couplage des modes "cyclotroniques harmoniques" de rang n d'un faisceau avec ceux de rang p de l'autre faisceau.

Dans le cas $\omega_{pe} \ll \omega_{ce}$ chaque domaine d'instabilité est dominé par l'influence de quatre modes couplés deux à deux. Il en résulte toujours quatre points de couplage voisins : deux sont instables parce que les énergies associées aux deux modes sont de signe contraire , les deux autres sont stables car les énergies sont de même signe .

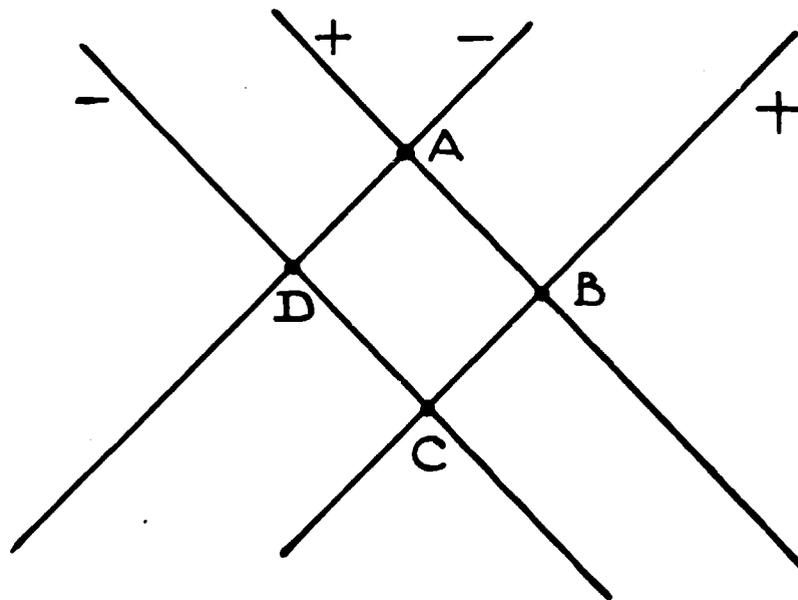


Fig. 4

- A et C : points de couplage instables
- B et D : points de couplage stables

β) Interactions "plasma-cyclotron".

Au voisinage du point de couplage des ondes "plasma" d'un faisceau avec les ondes "cyclotroniques harmoniques" de rang p de l'autre faisceau, la relation de dispersion se réduit sensiblement à l'expression :

$$1 - \frac{\omega_{pe}^2 J_0^2 \left(\frac{K_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta}{(\omega - K_3 U_{30})^2} - 2 \omega_{pe}^2 J_p^2 \left(\frac{K_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \frac{[(\omega + K_3 U_{30})^2 + p^2 \omega_{ce}^2] \cos^2 \theta}{[(\omega + K_3 U_{30})^2 - p^2 \omega_{ce}^2]} - 4 \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{ce} \sin^2 \theta p^2 J_p \left(\frac{K_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_p' \left(\frac{K_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right)}{K_{\perp} U_{10} [(\omega + K_3 U_{30})^2 - p^2 \omega_{ce}^2]} = 0$$

Nous posons :

$$\omega = \omega_{ce} \left(\frac{p}{2} + \alpha \right)$$

$$K_3 U_{30} = \omega_{ce} \left(\frac{p}{2} + \beta \right) \quad \text{avec } \alpha \text{ et } \beta \ll 1$$

et faisons un développement limité de la relation de dispersion autour de cette origine .

Nous obtenons alors la relation:

$$(\alpha + \beta)^2 (\alpha - \beta)^2 - \frac{\omega_{pe}^2}{p \omega_{ce}^2} \left[J_p^2 \left(\frac{K_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta + \frac{2 \omega_{ce}}{K_{\perp} U_{10}} p^2 J_p \left(\frac{K_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_p' \left(\frac{K_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \sin^2 \theta \right] (\alpha - \beta)^2 (\alpha + \beta) - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} J_p^2 \left(\frac{K_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta (\alpha - \beta)^2 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} J_0^2 \left(\frac{K_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta (\alpha + \beta)^2 = 0$$

Etudions la courbe de dispersion au voisinage de cette nouvelle origine A .

L'origine est toujours un point double isolé. Les deux autres points d'intersection avec l'axe $\alpha = 0$ sont définis par :

$$\beta_{3,4} = \frac{\omega_{pe}}{\omega_{ce}} \left\{ \frac{\omega_{pe}}{\omega_{ce}} \frac{1}{2p} \left[J_p^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta + \frac{2\omega_{ce}}{k_{\perp} U_{10}} p^2 J_p \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_p' \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \sin^2 \theta \right] \right. \\ \left. \pm \sqrt{\frac{\omega_{pe}^2}{4p^2 \omega_{ce}^2} \left[J_p^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta + \frac{2\omega_{ce}}{k_{\perp} U_{10}} p^2 J_p \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_p' \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \sin^2 \theta \right]^2 + \left[J_0^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) + J_p^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta \right]} \right\}$$

dans le cas où $p > 1$, $\beta_{3,4}$ se réduisent sensiblement à :

$$\pm \frac{\omega_{pe}}{\omega_{ce}} J_0 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos \theta$$

Les deux autres points d'intersection avec l'axe $\beta = 0$ sont de même définis par :

$$\alpha'_{3,4} = \beta_{3,4}$$

Les tangentes à l'origine sont imaginaires :

$$\frac{\Im(\alpha)}{\beta} = \pm \frac{2J_0 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_p \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right)}{\left[J_0^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) + J_p^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \right]}$$

La courbe de dispersion a donc toujours l'allure ci-après, ce qui confirme qu'il existe toujours deux domaines instables situés de part et d'autre de l'origine.

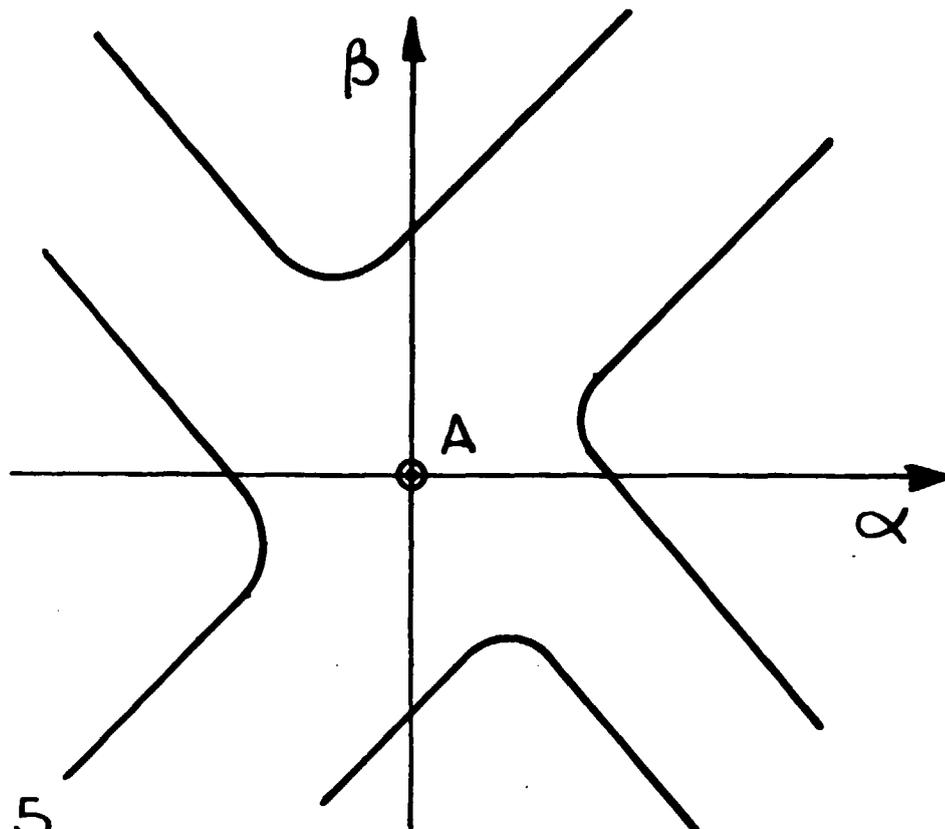


Fig. 5

En se limitant au cas des premiers harmoniques, l'expression du taux de croissance s'écrit :

$$\text{Im}(\omega) \approx \omega_{pe} \sin \theta \sqrt{\frac{\omega_{ce} \omega_{pe} J_p\left(\frac{k_1 U_{10}}{\omega_{ce}}\right) J_p'\left(\frac{k_1 U_{10}}{\omega_{ce}}\right) J_0\left(\frac{k_1 U_{10}}{\omega_{ce}}\right) \cos \theta}{k_1 U_{10} \omega_{ce} + 2 \omega_{pe}^2 J_p\left(\frac{k_1 U_{10}}{\omega_{ce}}\right) J_p'\left(\frac{k_1 U_{10}}{\omega_{ce}}\right) \sin^2 \theta}} \quad (12)$$

Lorsque le rang p de l'harmonique croît, le taux de croissance décroît très rapidement.

Fig. 6 COURBE DE DISPERSION

Interaction "plasma-cyclotron" pour $p=1$

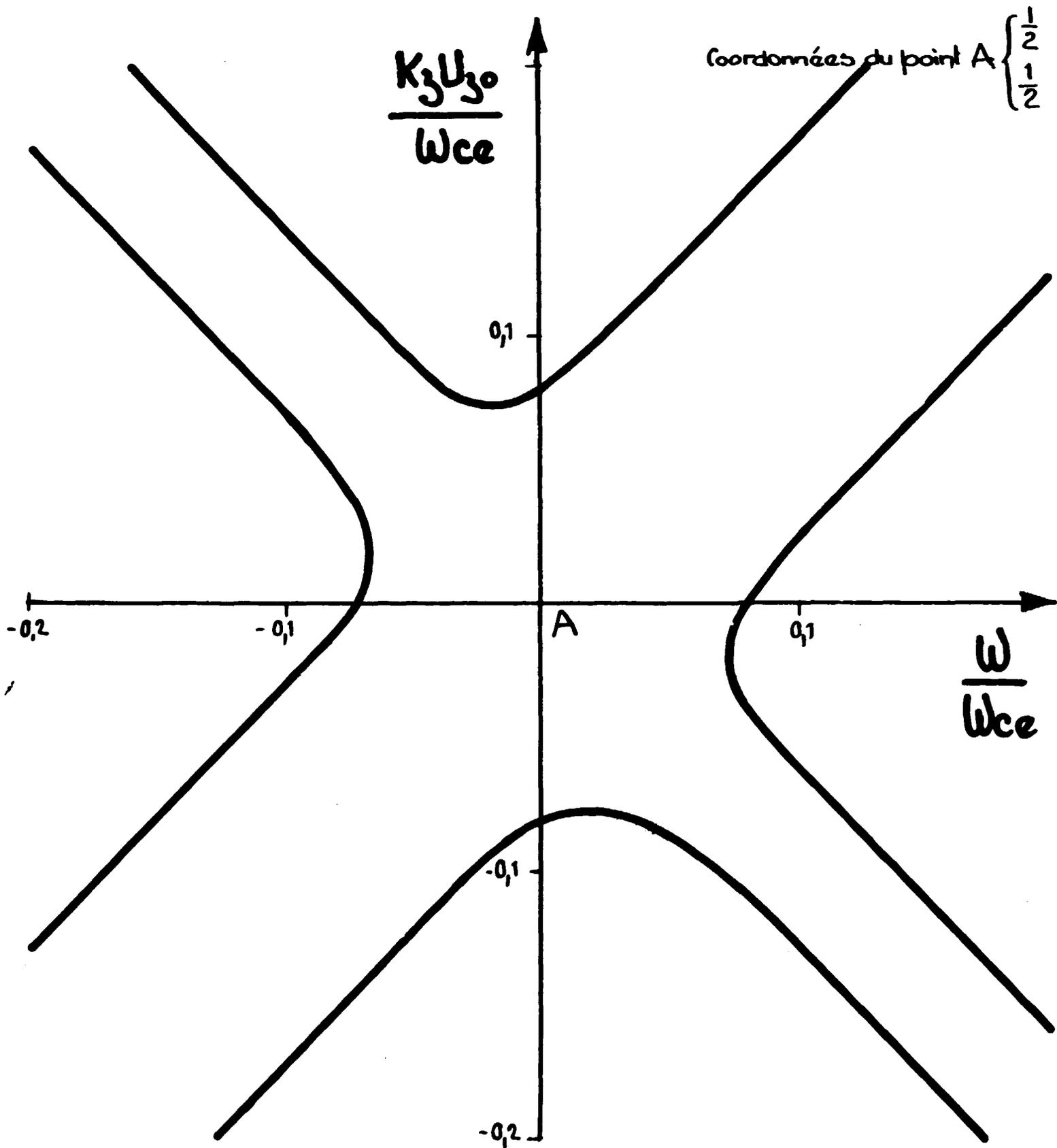


Fig. 7 COURBE DE DISPERSION

Taux de croissance de l'interaction "plasma-cyclotron" pour $p=1$.

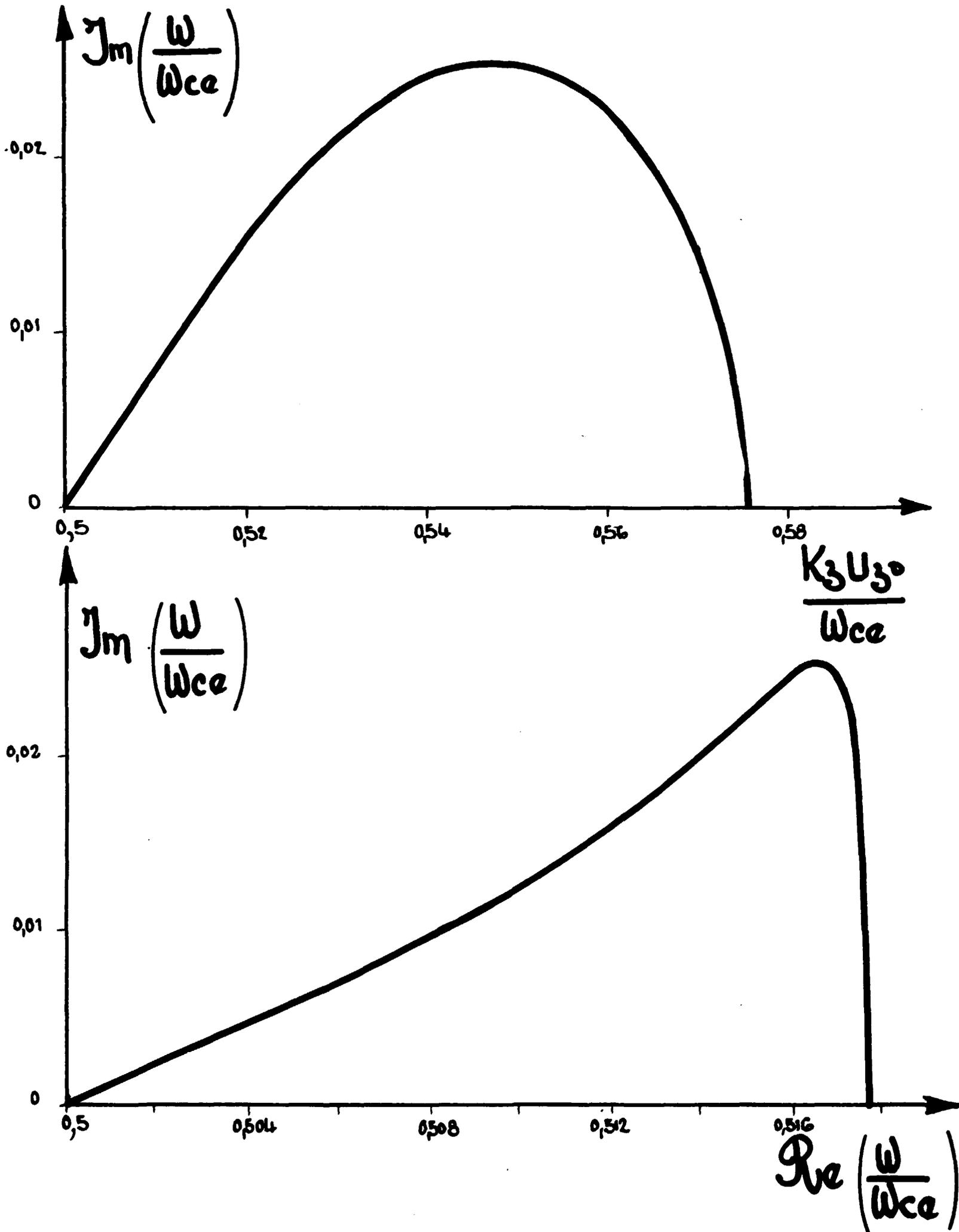
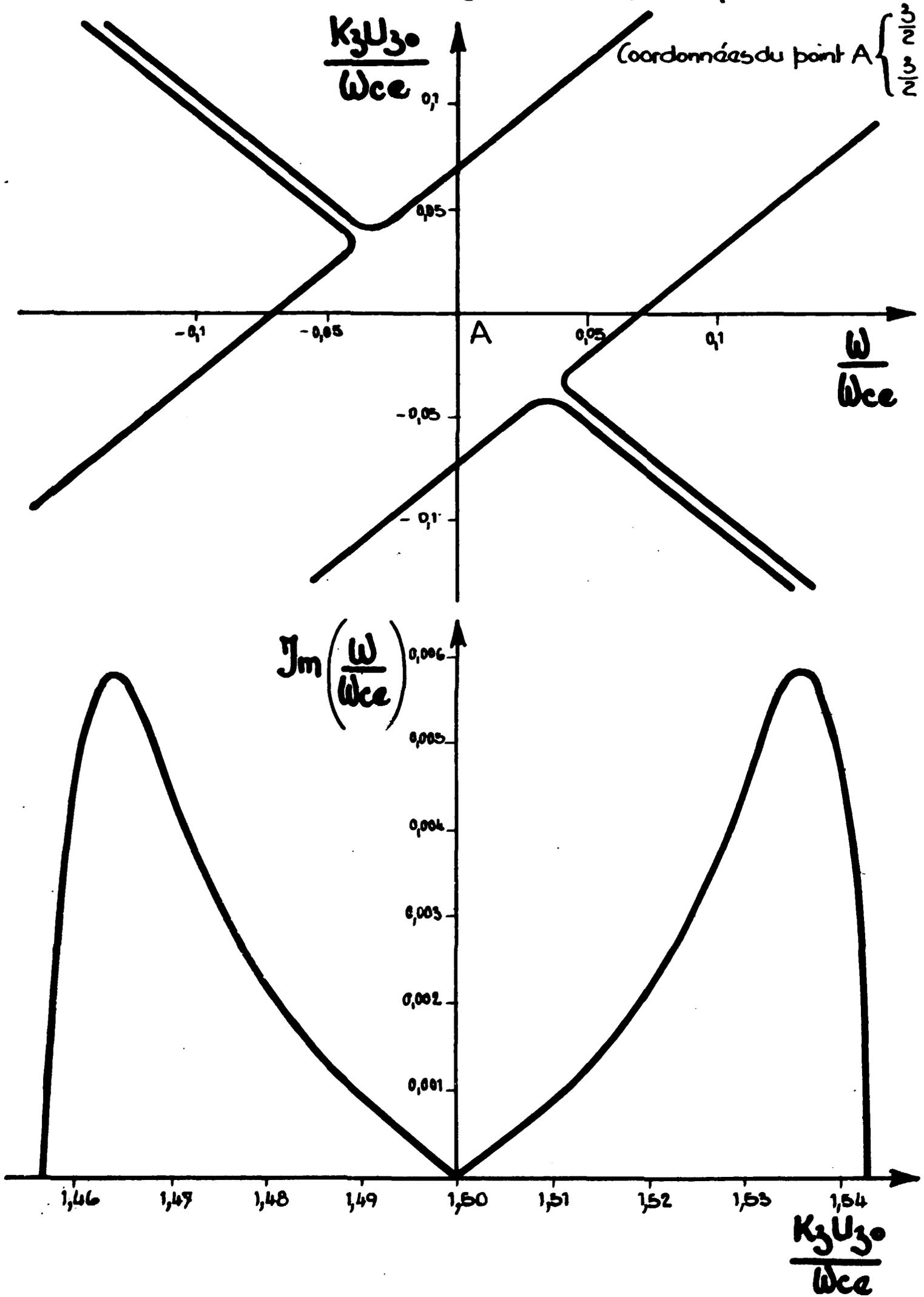


Fig 8 COURBE DE DISPERSION

Interaction "plasma-cyclotron" pour $p = 3$



Remarque : Pour $p = 1$, dans l'hypothèse des faibles rayons de Larmor, nous pouvons faire un développement limité des fonctions de Bessel ce qui permet de retrouver l'expression du taux de croissance :

$$J_m \left(\frac{\omega}{\omega_{pe}} \right) = \frac{1}{2} \sin \theta \sqrt{\frac{\omega_{pe} \cos \theta}{\omega_{ce}}}$$

précédemment calculée par Etiévant et Pérulli [30].

8) interactions "cyclotron-cyclotron".

Au voisinage du point de couplage des ondes cyclotroniques harmoniques de rang n d'un faisceau avec les ondes cyclotroniques harmoniques de rang p de l'autre faisceau la relation de dispersion se réduit sensiblement à l'expression :

$$1 - \frac{2\omega_{pe}^2 \left[(\omega - K_3 U_{30})^2 + n^2 \omega_{ce}^2 \right] J_n^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta}{\left[(\omega - K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{ce}^2 \right]^2} - \frac{4\omega_{pe}^2 \omega_{ce} n^2 J_n \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_n' \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \sin^2 \theta}{K_1 U_{10} \left[(\omega - K_3 U_{30})^2 - n^2 \omega_{ce}^2 \right]}$$

$$- 2\omega_{pe}^2 \frac{\left[(\omega + K_3 U_{30})^2 + p^2 \omega_{ce}^2 \right] J_p^2 \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta}{\left[(\omega + K_3 U_{30})^2 - p^2 \omega_{ce}^2 \right]^2} - \frac{4\omega_{pe}^2 \omega_{ce} p^2 J_p \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_p' \left(\frac{K_1 U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \sin^2 \theta}{K_1 U_{10} \left[(\omega + K_3 U_{30})^2 - p^2 \omega_{ce}^2 \right]} \approx 0$$

Faisons un développement limité de cette expression autour du point :

$$\omega = (p-n) \frac{\omega_{ce}}{2}$$

$$K_3 U_{30} = (p+n) \frac{\omega_{ce}}{2}$$

avec $p > n$

Posons :

$$\omega = \omega_{ce} \left\{ \frac{(p-n)}{2} + \alpha \right\}$$

$$K_3 U_{30} = \omega_{ce} \left\{ \frac{(p+n)}{2} + \beta \right\}$$

avec α et $\beta \ll 1$.

Tout calcul effectué la relation de dispersion se réduit à :

$$\begin{aligned}
 & (\alpha - \beta)^2 (\alpha + \beta)^2 + \frac{1}{n} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} \left[J_n^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta + \frac{2\omega_{ce}}{k_{\perp} U_{10}} n^2 J_n \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_n' \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \sin^2 \theta \right] (\alpha - \beta) (\alpha + \beta)^2 \\
 & - \frac{1}{p} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} \left[J_p^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta + \frac{2\omega_{ce}}{k_{\perp} U_{10}} p^2 J_p \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_p' \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \sin^2 \theta \right] (\alpha + \beta) (\alpha - \beta)^2 \\
 & - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} \cos^2 \theta \left[J_n^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) (\alpha + \beta)^2 + J_p^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) (\alpha - \beta)^2 \right] = 0
 \end{aligned} \tag{13}$$

Etudions la courbe de dispersion au voisinage de la nouvelle origine A.

Comme précédemment l'origine est un point double isolé. Les deux autres points d'intersection avec l'axe $\alpha = 0$ sont définis par :

$$\begin{aligned}
 \beta_{3,4} &= \frac{\omega_{pe}^2}{2\omega_{ce}^2} \left\{ \frac{1}{n} \left[J_n^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta + \frac{2\omega_{ce}}{k_{\perp} U_{10}} n^2 J_n \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_n' \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \sin^2 \theta \right] \right. \\
 & \left. + \frac{1}{p} \left[J_p^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta + \frac{2\omega_{ce}}{k_{\perp} U_{10}} p^2 J_p \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_p' \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \sin^2 \theta \right] \right\} \\
 & \times \left\{ 1 \pm \sqrt{1 + \frac{4n^2 p^2 \omega_{ce}^2 \left[J_n^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) + J_p^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \right]}{\omega_{pe}^2 \left[p \left(J_n^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta + \frac{2\omega_{ce}}{k_{\perp} U_{10}} n^2 J_n \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_n' \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \sin^2 \theta \right) + \right.} \right.} \\
 & \left. \left. \frac{1}{+ n \left(J_p^2 \cos^2 \theta + \frac{2\omega_{ce} p^2 J_p \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_p' \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \sin^2 \theta \right)}{k_{\perp} U_{10}} \right]} \right\}
 \end{aligned}$$

Les deux autres points d'intersection avec l'axe $\beta=0$ sont définis par :

$$\alpha_{3,4} = \frac{\omega_{pe}^2}{2\omega_{ce}^2} \left\{ \frac{1}{n} \left[J_n^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta + \frac{2\omega_{ce} n^2 J_n \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_n' \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \sin^2 \theta}{k_{\perp} U_{10}} \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{p} \left[J_p^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta + \frac{2\omega_{ce} p^2 J_p \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_p' \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \sin^2 \theta}{k_{\perp} U_{10}} \right] \right\} \\ \times \left\{ 1 \pm \sqrt{ \frac{1 + 4n^2 p^2 \omega_{ce}^2 \left[J_n^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) + J_p^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \right]}{\omega_{pe}^2 \left[-p \left(J_n^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta + \frac{2\omega_{ce} n^2 J_n \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_n' \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \sin^2 \theta}{k_{\perp} U_{10}} \right) + \right.} \right.} \right. \\ \left. \left. \frac{1}{\left. + n \left(J_p^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \cos^2 \theta + \frac{2\omega_{ce} p^2 J_p \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_p' \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) \sin^2 \theta}{k_{\perp} U_{10}} \right) \right]^2} \right\} \right.$$

Les tangentes à l'origine sont imaginaires :

$$\frac{\Im(\alpha)}{\beta} = \pm \frac{2 J_n \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) J_p \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right)}{J_n^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right) + J_p^2 \left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \right)}$$

aussi la courbe de dispersion aura toujours l'allure ci-après :

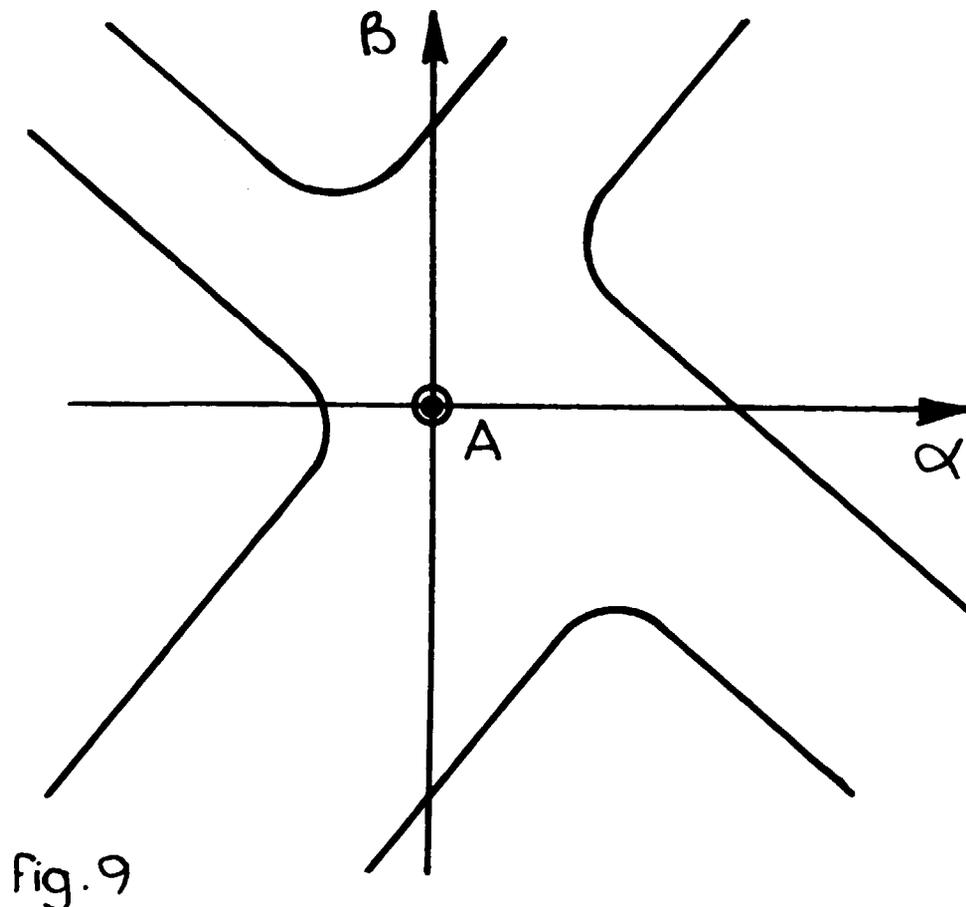


Fig. 9

Ici encore il existe deux domaines instables de part et d'autre de l'origine.

En se limitant au cas des premiers harmoniques, l'expression du taux de croissance s'écrit :

$$\gamma_m(\omega) = 2\omega_{pe}^2 \sin^2 \theta \sqrt{\frac{n p J_n\left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}}\right) J_n^2\left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}}\right) J_p\left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}}\right) J_p^2\left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}}\right)}{k_{\perp}^2 U_{10}^2 + \frac{2k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}} \omega_{pe}^2 \sin^2 \theta \left[J_n\left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}}\right) J_n^2\left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}}\right) + J_p\left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}}\right) J_p^2\left(\frac{k_{\perp} U_{10}}{\omega_{ce}}\right) \right]}}$$

Nous retrouvons comme précédemment l'expression du taux de croissance de l'instabilité "cyclotron-cyclotron" dans le cas froid

$$\gamma_m(\omega) = \frac{1}{2} \frac{\omega_{pe}}{\omega_{ce}} \sin^2 \theta$$

en faisant un développement limité des fonctions de Bessel et en choisissant $n=1$, $p=2$.

Fig. 10 COURBE DE DISPERSION

Interaction "cyclotron-cyclotron" pour $n=1, p=1$

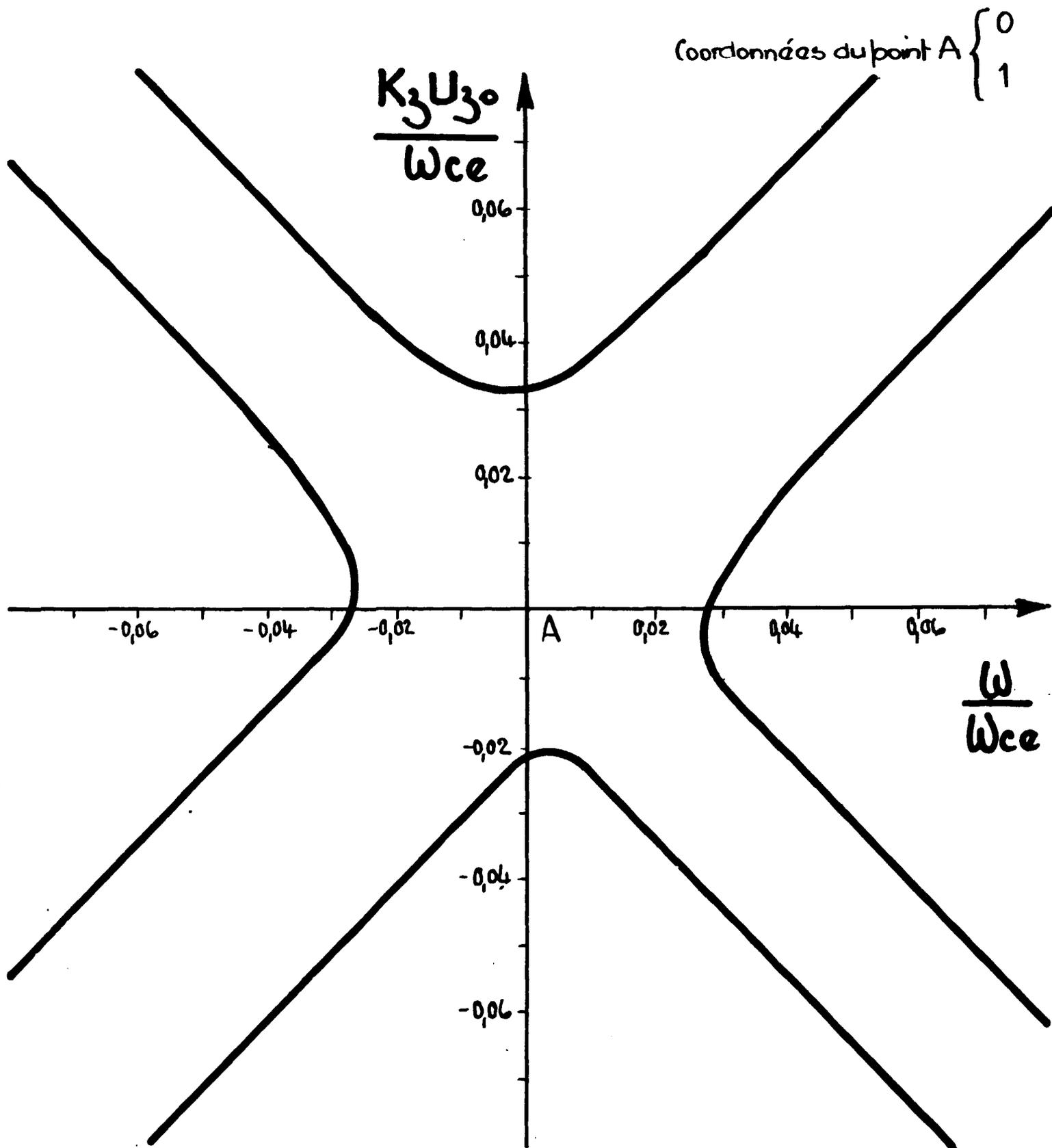


Fig. 11 COURBE DE DISPERSION

Taux de croissance de l'interaction "cyclotron-cyclotron" pour

$$n = p = 1$$

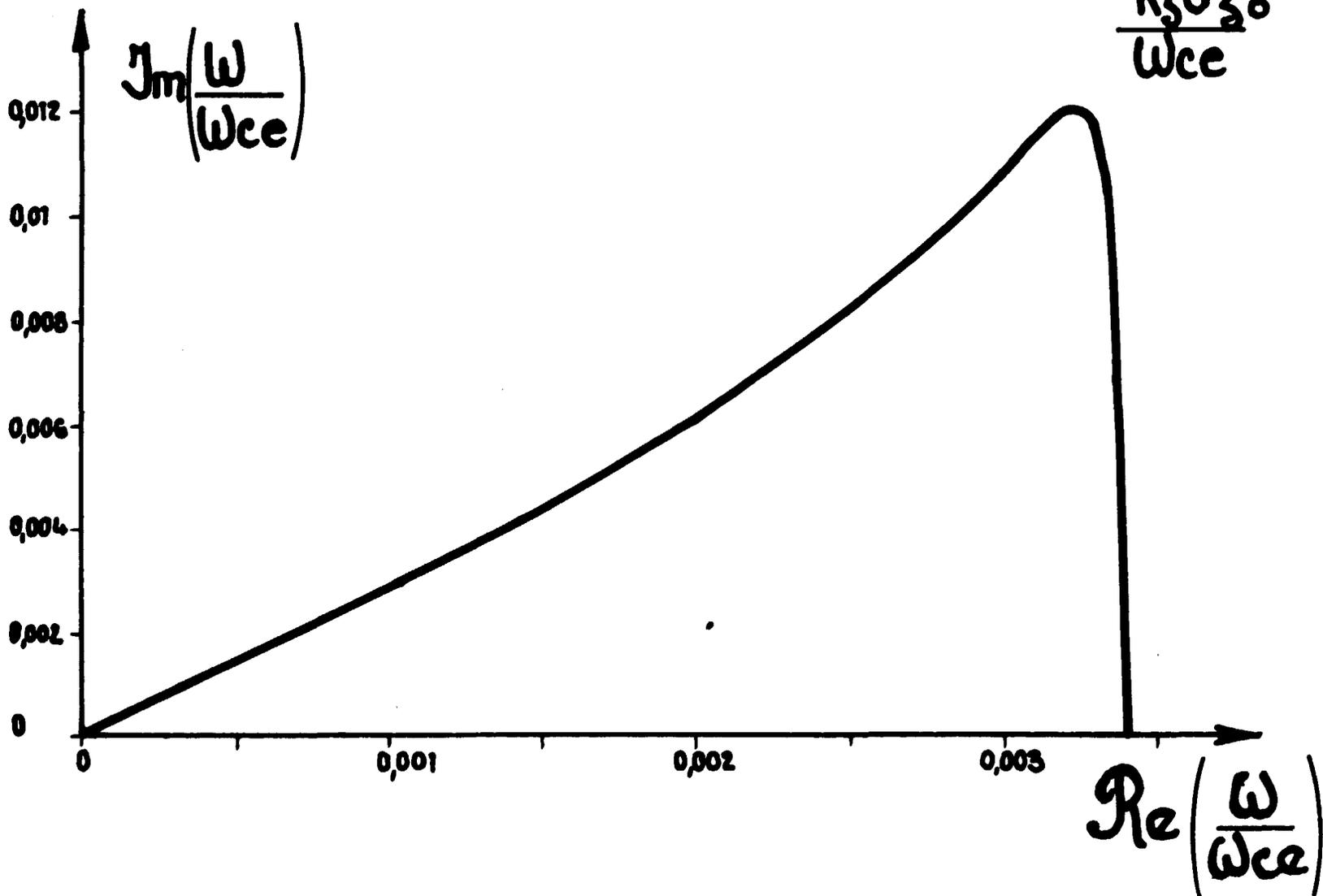
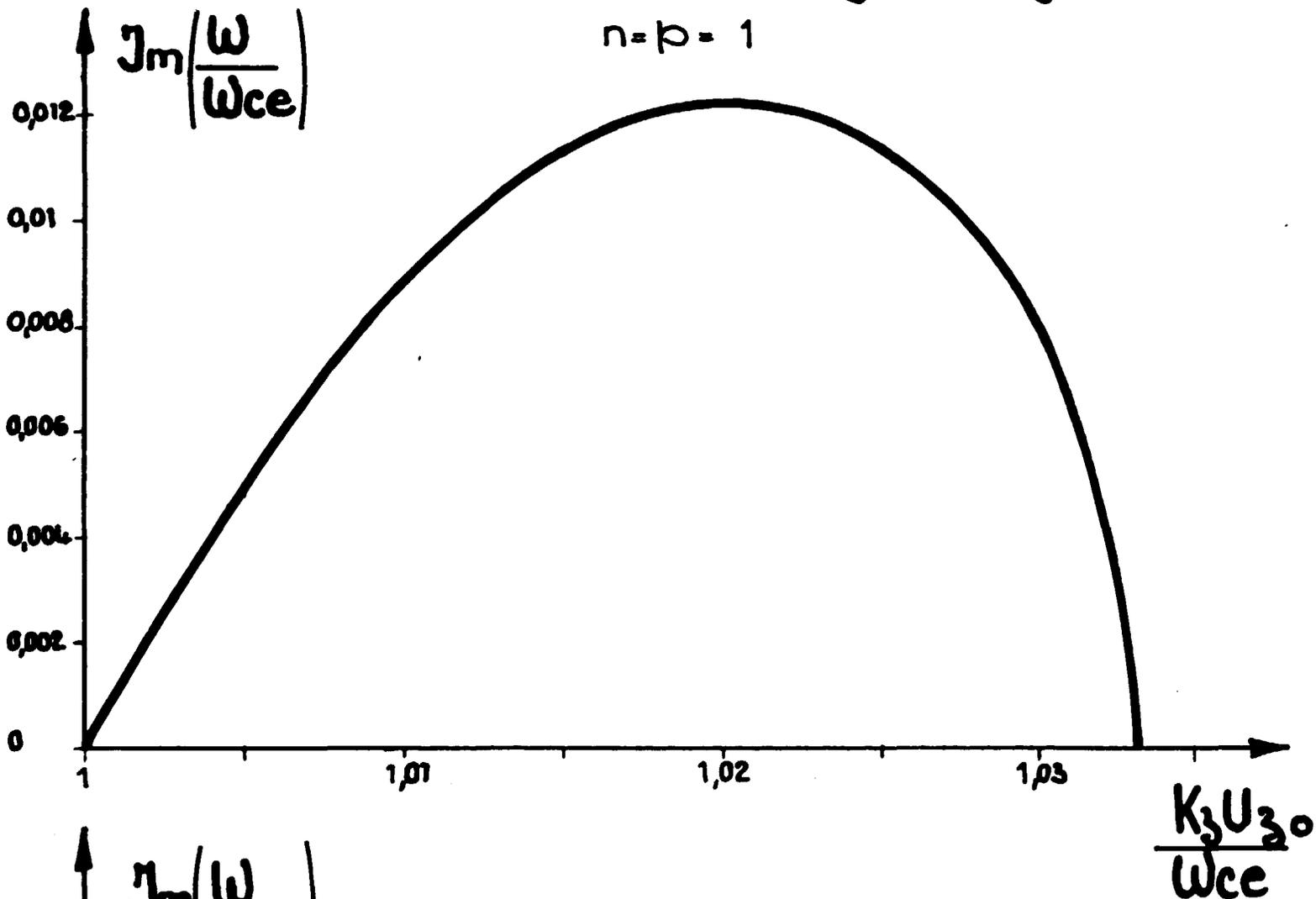
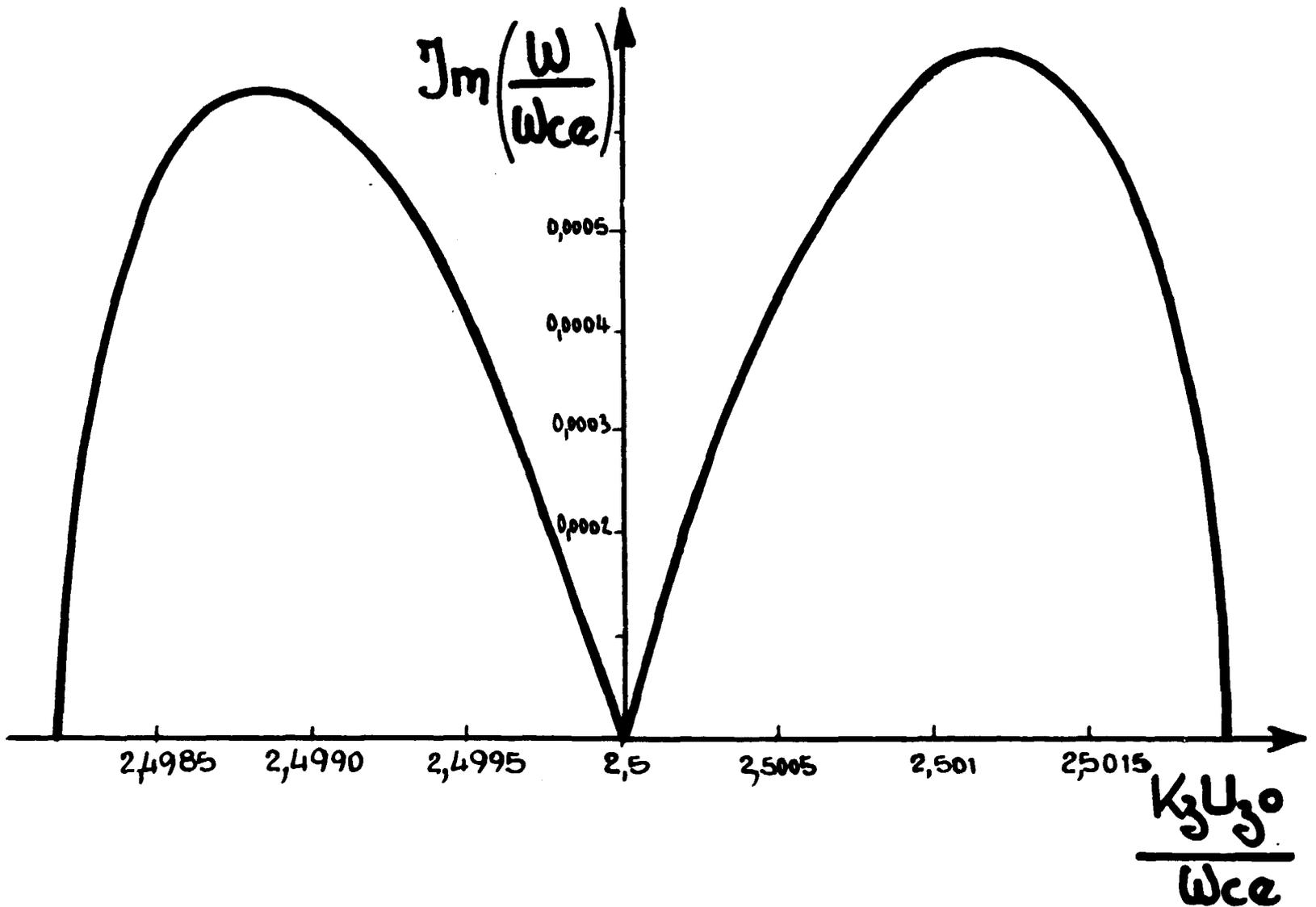
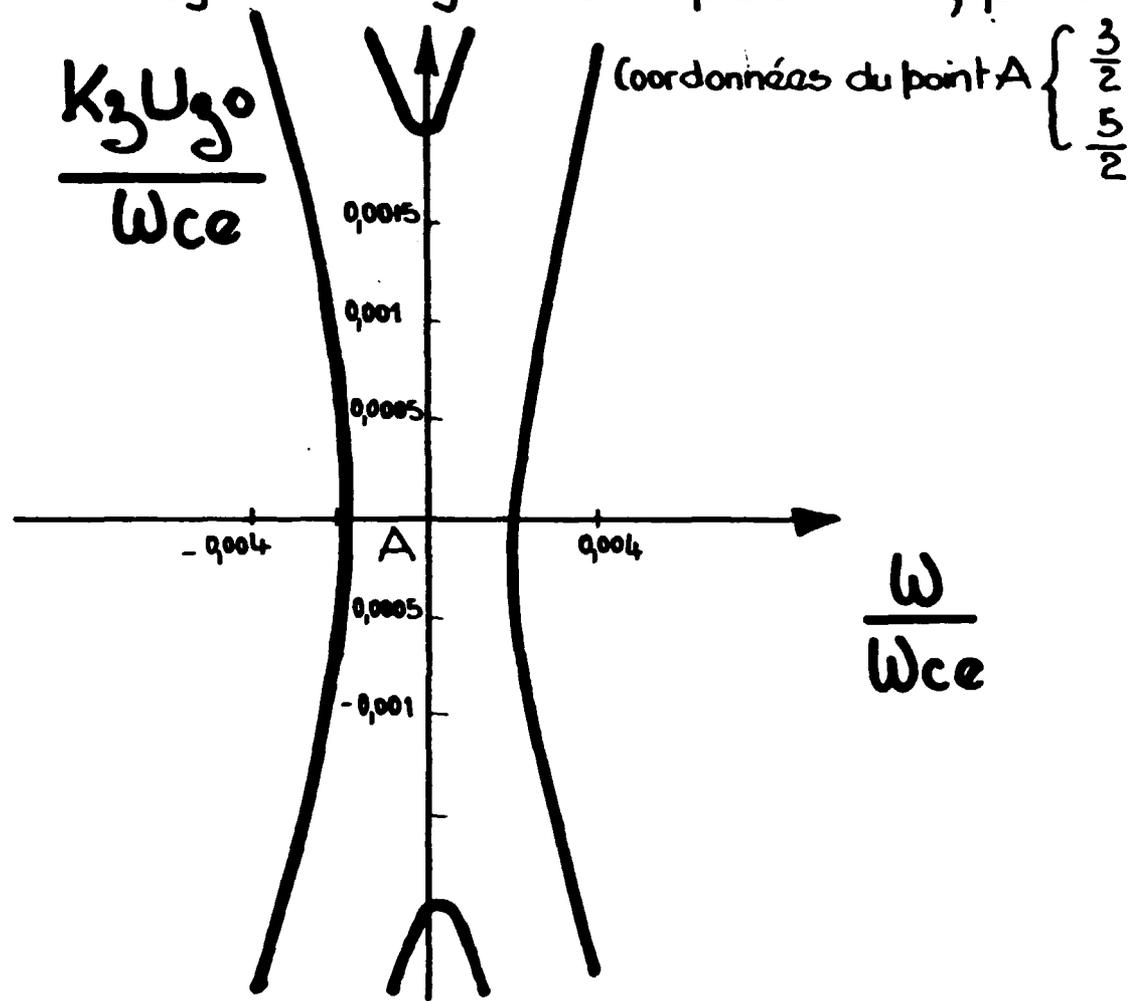


Fig. 12 COURBE DE DISPERSION

Interaction "cyclotron-cyclotron" pour $n=1, p=4$



Remarque : Les résultats précédents ont été obtenus en négligeant la température parallèle. L'influence de celle-ci est de réduire considérablement les taux de croissance. Des calculs dûs à Brossier (31) ont montré que, lorsque la température parallèle devient de l'ordre de grandeur de la température perpendiculaire, la génération d'harmoniques de $\frac{\omega_{ce}}{2}$ ne devrait plus être possible par ces mécanismes. Toutefois, dans le cas de notre expérience, nous avons $T_{\perp} \gg T_{\parallel}$ et les calculs précédents restent valables.

B- Etude du mode fondamental en géométrie cylindrique.

a- Introduction.

Nous avons attaché une grande importance, dans le travail expérimental décrit plus loin, à la mesure de l'amplitude des champs et des fluctuations associées aux instabilités. Afin de relier ces quantités entre elles il est nécessaire d'utiliser un modèle tenant compte plus précisément de la géométrie du système. Nous reprenons ici le modèle théorique précédent, en géométrie cylindrique, en nous limitant au cas du mode fondamental ($\omega \approx \frac{\omega_{ce}}{2}$) dont l'amplitude est généralement beaucoup plus grande que celle des harmoniques.

b- Relation de dispersion.

Les équations du problème sont :

- l'équation du mouvement :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q [\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}] \quad (1)$$

- l'équation de continuité :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot n\vec{v} = 0 \quad (2)$$

- l'équation de Poisson :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3)$$

Dans le cadre de l'hypothèse électrostatique le champ électrique dérive d'un potentiel :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \Phi$$

Nous supposons les grandeurs oscillantes de la forme :

$$A(r) e^{i(\omega t - k_z z - n\theta)}$$

Les équations (1) (2) (3) linéarisées s'écrivent alors : [32] :

$$i(\omega - KU_{j_0}) \vec{v}_{j_1} = \frac{q_j}{m_j} \left[-\vec{\nabla} \Phi_1 + \vec{v}_{j_1} \wedge \vec{B}_0 \right] \quad (4)$$

$$n_{j_1} = i n_{j_0} \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_{j_1}}{(\omega - KU_{j_0})} \quad (5)$$

$$-\Delta \Phi_1 = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (6)$$

De (4) et (5) nous déduisons :

$$\vec{v}_{j_1} \cdot \vec{\omega}_{c_j} = \frac{i q_j}{m_j} \frac{\vec{\nabla} \Phi_1 \cdot \vec{\omega}_{c_j}}{(\omega - KU_{j_0})}$$

$$\vec{v}_{j_1} \wedge \vec{\omega}_{c_j} = \frac{i}{(\omega - KU_{j_0})} \left[\frac{q_j}{m_j} \vec{\nabla} \Phi_1 \wedge \vec{\omega}_{c_j} + (\vec{\omega}_{c_j} \cdot \vec{\omega}_{c_j}) \vec{v}_{j_1} - (\vec{\omega}_{c_j} \cdot \vec{v}_{j_1}) \vec{\omega}_{c_j} \right]$$

Puis , en reportant dans (1) :

$$\vec{v}_{j_1} = \frac{q_j}{m_j [(\omega - KU_{j_0})^2 - \omega_{c_j}^2]} \left[\vec{\nabla} \Phi_1 \wedge \vec{\omega}_{c_j} + i(\omega - KU_{j_0}) \vec{\nabla} \Phi_1 - \frac{i(\vec{\nabla} \Phi_1 \cdot \vec{\omega}_{c_j}) \vec{\omega}_{c_j}}{(\omega - KU_{j_0})} \right]$$

Compte tenu de (5) , la densité perturbée s'écrit :

$$n_{j_1} = \frac{-n_{j_0} q_j}{m_j [(\omega - KU_{j_0})^2 - \omega_{c_j}^2]} \left[\Delta \Phi_1 + \frac{K^2 \omega_{c_j}^2 \Phi_1}{(\omega - KU_{j_0})^2} \right]$$

ou encore :

$$n_{j_1} = \frac{n_{j_0} q_j}{m_j [(\omega - KU_{j_0})^2 - \omega_{c_j}^2]} \left[-\Delta_1 + \frac{K^2 ((\omega - KU_{j_0})^2 - \omega_{c_j}^2)}{(\omega - KU_{j_0})^2} \right] \Phi_1$$

dans laquelle nous avons posé :

$$\Delta_1 \Phi_1 = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{n^2}{r^2} \right) \Phi_1$$

En portant la valeur de n_{j1} dans l'équation de Poisson (6) nous obtenons la condition d'existence des ondes électrostatiques en géométrie cylindrique :

$$(\Delta_{\perp} - K^2) \Phi_1 = - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{[(\omega - KU_{j0})^2 - \omega_{cj}^2]} \left[-\Delta_{\perp} + \frac{K^2 ((\omega - KU_{j0})^2 - \omega_{cj}^2)}{(\omega - KU_{j0})^2} \right] \Phi_1$$

Soit :

$$\boxed{(\Delta_{\perp} + T^2) \Phi_1 = 0} \quad (7)$$

avec

$$T^2 = \frac{-K^2 \left[1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{(\omega - KU_{j0})^2} \right]}{\left[1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{(\omega - KU_{j0})^2 - \omega_{cj}^2} \right]} \quad (8)$$

Remarque : Il est intéressant de remarquer que la relation de dispersion (8) est identique à celle obtenue précédemment dans le cas des ondes planes.

En effet posons :

$$\text{tg}^2 \theta = \frac{T^2}{K^2}$$

la relation (8) prend alors la forme habituelle :

$$1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2 \cos^2 \theta}{(\omega - KU_{j0})^2} - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2 \sin^2 \theta}{(\omega - KU_{j0})^2 - \omega_{cj}^2} = 0$$

Un calcul des taux de croissance dans le cas cylindrique est donc inutile puisqu'il se ramène sans difficulté au cas traité dans le paragraphe précédent.

c- Résolution de l'équation (7) - Calcul des potentiels .

La solution de l'équation (7) dépend du signe de T^2 . Au voisinage des domaines d'instabilité nous avons $T^2 > 0$. Il en résulte que la solution générale est une combinaison linéaire des fonctions de Bessel de première et de seconde espèce.

$$\Phi_1 = [A_1 J_n(\tau r) + A_2 Y_n(\tau r)] e^{i(\omega t - k_3 z - n\theta)}$$

A_1 et A_2 désignant des constantes arbitraires. Toutefois le potentiel doit être fini sur l'axe ce qui entraîne: $A_2 = 0$. Il en résulte dans le plasma, une solution de la forme :

$$\Phi_1 = \phi J_n(\tau r) e^{i(\omega t - k_3 z - n\theta)} \quad (9)$$

Dans le vide périphérique, la relation de dispersion s'écrit :

$$\square \phi_1 = 0$$

Elle admet pour solution générale une combinaison linéaire des fonctions de Bessel modifiées de première et de seconde espèce :

$$\Phi_1' = [A_1' I_n(kr) + B_1' K_n(kr)] e^{i(\omega t - k_3 z - n\theta)}$$

Si nous considérons un cylindre de plasma de rayon a placé dans une enceinte à vide à paroi conductrice de rayon b , la solution dans le vide s'écrit :

$$\Phi_1' = \frac{\phi J_n(\tau a) [K_n(kb) I_n(kr) - I_n(kb) K_n(kr)]}{I_n(ka) K_n(kb) - I_n(kb) K_n(ka)} \quad (10)$$

Quand les parois sont éloignées du milieu, une solution approchée satisfaisante est celle correspondant à des parois rejetées à l'infini. Il en résulte dans le vide une solution de la forme :

$$\phi_1' = \phi \frac{J_n(\tau a)}{K_n(\kappa a)} K_n(\kappa r) e^{i(\omega t - \kappa z - n\theta)} \quad (11)$$

d- Calcul des champs et de la densité perturbée.

1- Champs Electriques .

Nous supposons que le champ électrique dérive d'un potentiel $\vec{E}_1 = -\vec{\nabla} \phi_1$. Compte tenu de la solution particulière du potentiel dans le faisceau calculée précédemment il est simple d'en déduire les composantes du champ électrique associé à l'onde.

Nous obtenons :

$$E_R = -\frac{\phi \tau}{2} [J_{n-1}(\tau r) - J_{n+1}(\tau r)] e^{i(\omega t - \kappa z - n\theta)}$$

$$E_\theta = -\frac{i n \phi}{r} J_n(\tau r) e^{i(\omega t - \kappa z - n\theta)}$$

$$E_z = i \kappa \phi J_n(\tau r) e^{i(\omega t - \kappa z - n\theta)}$$

Envisageons dès maintenant le cas particulier $n = 0$. Les expressions précédentes se réduisent à :

$$\begin{aligned} E_R &= -\Phi T J_1(\tau r) e^{i(\omega t - k_3 z)} \\ E_\theta &= 0 \\ E_z &= i K \Phi J_0(\tau r) e^{i(\omega t - k_3 z)} \end{aligned} \quad (12)$$

2- densité perturbée.

Nous déterminons la densité perturbée à partir de l'équation de Poisson :

$$\eta_1 = \frac{(T^2 + K^2) \Phi_1}{4\pi c^2 q} \quad (13)$$

Si nous déterminons expérimentalement T, K, Φ_1 , ces expressions nous permettent de déterminer les grandeurs perturbées liées à l'onde, c'est ce que nous avons tenté de faire dans l'expérience décrite au chapitre suivant.

III. ETUDE EXPERIMENTALE.

A- Description du dispositif.

La collision de deux faisceaux d'électrons opposés en présence d'un champ magnétique est étudiée dans le dispositif "Eclair" (fig.13). Une description détaillée de ce dispositif est donnée réf. 33 ,aussi nous limiterons nous à n'en rappeler que brièvement les caractéristiques principales.

Il comprend une enceinte à vide séparée en trois compartiments. La partie centrale constitue la chambre d'interaction dans laquelle est constamment maintenue une pression inférieure à 10^{-6} torr . Dans les compartiments extrêmes sont logés les canons à électrons. Ceux-ci peuvent débiter des intensités égales à quelques dizaines de milliampères. Un champ magnétique variable entre 0 et 1500 gauss est produit à l'aide d'un solénoïde extérieur. Les inhomogénéités de ce champ ne dépassent pas 3% dans la chambre d'interaction.

B- Méthodes de diagnostic .

a) Analyseurs de spectre et oscilloscopes :

Les oscillations engendrées dans le système "double-faisceau" sont collectées à l'aide de sondes de différents types et les signaux reçus sont étudiés, soit à l'aide d'analyseurs de spectre, soit à l'aide d'oscilloscopes rapides.

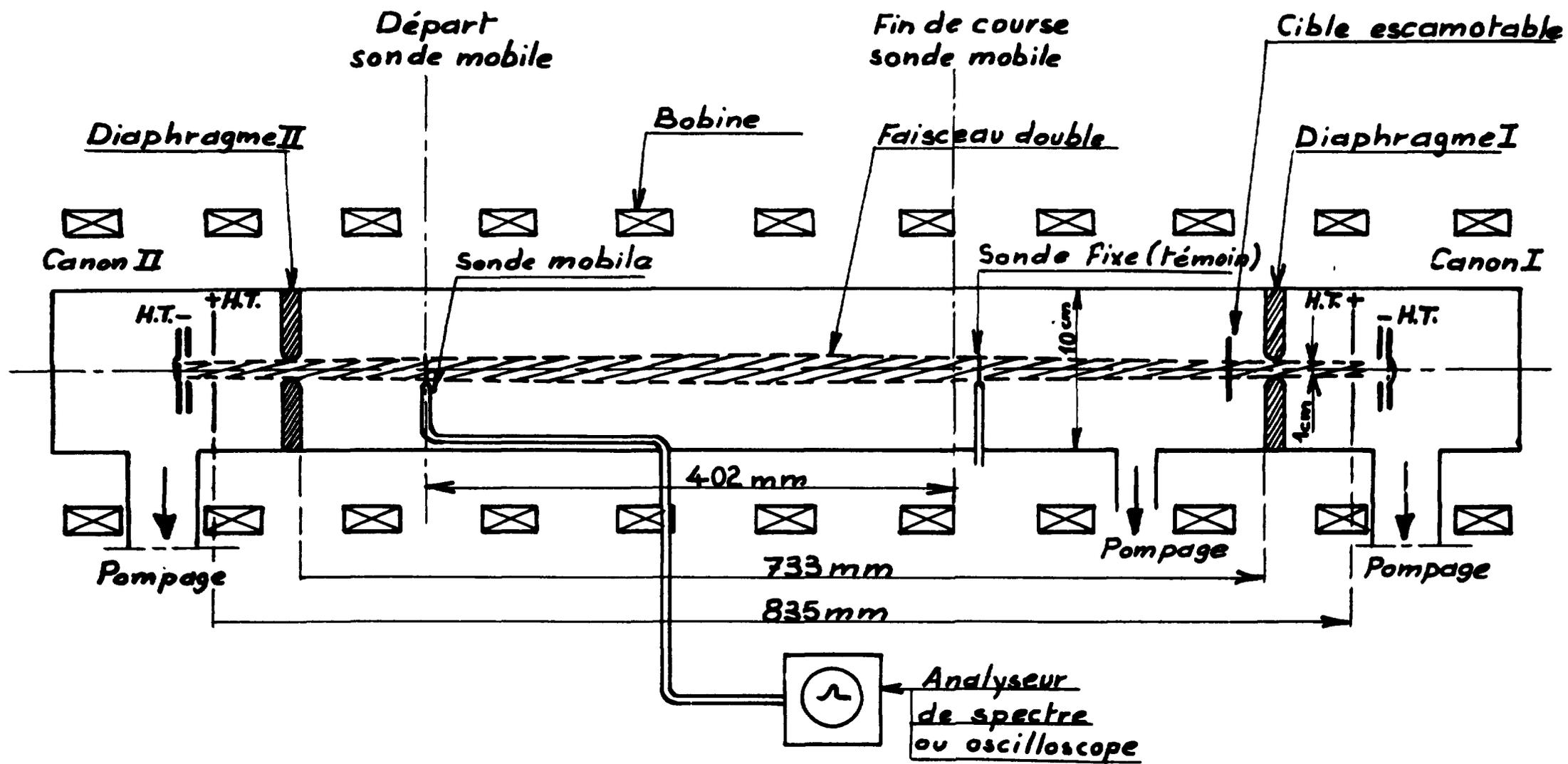
1) Analyseurs de spectre.

Les analyseurs de spectre utilisés ont été choisis pour leur sensibilité élevée et l'étendue de leur domaine d'analyse :

-analyseur Polarad TSAS (sensibilité : 95 db en dessous du mW, dispersion maximum : 26 MHz).

- analyseur Hewlett-Packard 8551 A 851 A (sensibilité :95db en dessous du mW, dispersion maximum : 2000 MHz).

Fig. 13 SCHEMA DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL



-Analyseur Polarad 2992A (sensibilité: 95 db en dessous du mW dispersion maximum : 2000 MHz).

Nous n'avons pu utiliser ces deux derniers appareils que pendant de courtes périodes, ceux-ci nous ayant été prêtés à titre gracieux par les constructeurs.

2) Oscilloscopes rapides :

Pour observer la forme générale des oscillations et en particulier pour les études de déphasage il est commode d'utiliser un oscilloscope. En raison de la valeur élevée des fréquences nous avons fait appel aux oscilloscopes :

-Oscilloscope Tektronix 661 (fréquence maximum : \approx 1000 MHz sensibilité maximum : 2 mV.)

- Oscilloscope Tektronix 564 (fréquence maximum: \approx 1000 MHz. sensibilité maximum : 2 mV.)

b) Sondes :

Les différents types de sondes utilisés sont les suivants :

1) Sondes de Langmuir,

Elles sont constituées d'un fil de tungstène (0,3 mm de diamètre) dont l'extrémité baigne de 1 mm environ dans les faisceaux. Quatre d'entre elles sont fixes et disposées dans un même plan suivant différents azimuts. Une cinquième, mobile, peut être déplacée suivant l'axe des faisceaux.

Le signal oscillant mesuré par ces sondes résulte de la superposition de plusieurs signaux :

α) signal électrostatique résultant du couplage capacitif des fluctuations de charge d'espace avec la sonde .

β) fluctuations des courants des faisceaux bombardant la sonde .

γ) courant émis par la sonde lorsque celle-ci est bombardée par les faisceaux (émission secondaire, émission thermoélectrique).

δ) signal électromagnétique recueilli par effet d'antenne.

Le signal résultant a un niveau généralement élevé et ces sondes sont bien adaptées pour l'étude de la fréquence, de la phase, du nombre d'onde azimutal et de la constante de propagation longitudinale des diverses oscillations . Il est toutefois difficile de les utiliser pour la détermination des niveaux d'oscillations et des composantes du champ électromagnétique des ondes.

2) Sondes capacitives.

Celles-ci sont constituées d'une pastille métallique isolée du faisceau par un revêtement de quartz . Les fluctuations de potentiel local du plasma sont couplées au circuit de mesure par l'intermédiaire de la capacité "plasma-pastille métallique" . Cette capacité C est mesurée dans un condensateur cylindrique dont l'armature interne simule le plasma et l'armature externe la chambre métallique . Si l'impédance du circuit de mesure est faible devant

$\frac{1}{C\omega}$ le courant de la sonde est égal à :

$$i_1 = \phi_1 C\omega$$

ϕ_1 représentant l'amplitude de la fluctuation du potentiel du plasma . Le signal aux bornes d'une résistance de mesure R est alors :

$$V_1 = RC\omega\phi_1$$

Cette sonde permet donc la mesure directe des fluctuations de potentiel plasma :

$$\Phi_1 = \frac{V_1}{Rc\omega}$$

$$\Phi_1 = \alpha V_1$$

La courbe d'étalonnage d'une sonde de ce type en fonction de la fréquence est donnée fig. 14

3) Sondes magnétiques.

Celles-ci sont constituées d'une spire rectangulaire (6mm x 1,5mm). Les sondes sont enrobées d'araldite et isolées du plasma par un tube de quartz.

De telles sondes recueillent deux signaux différents :

α) Un signal V_1 proportionnel à ωB_n (B_n : composante normale au plan de la sonde) . Le signe de ce signal s'inverse lorsque le plan de la sonde tourne d'un angle π .

β) Un signal V_2 dû au couplage capacitif de la sonde avec le plasma. Ce signal est insensible à l'orientation du plan de la sonde.

La séparation de ces deux composantes a été réalisée de la façon suivante : On utilise deux sondes, l'une sert de référence de phase, l'autre à la mesure proprement dite . Deux mesures sont effectuées, l'une avant rotation du plan de la sonde, l'autre après une rotation de π . Soit :

$$V = V_1 + V_2$$

avant la rotation

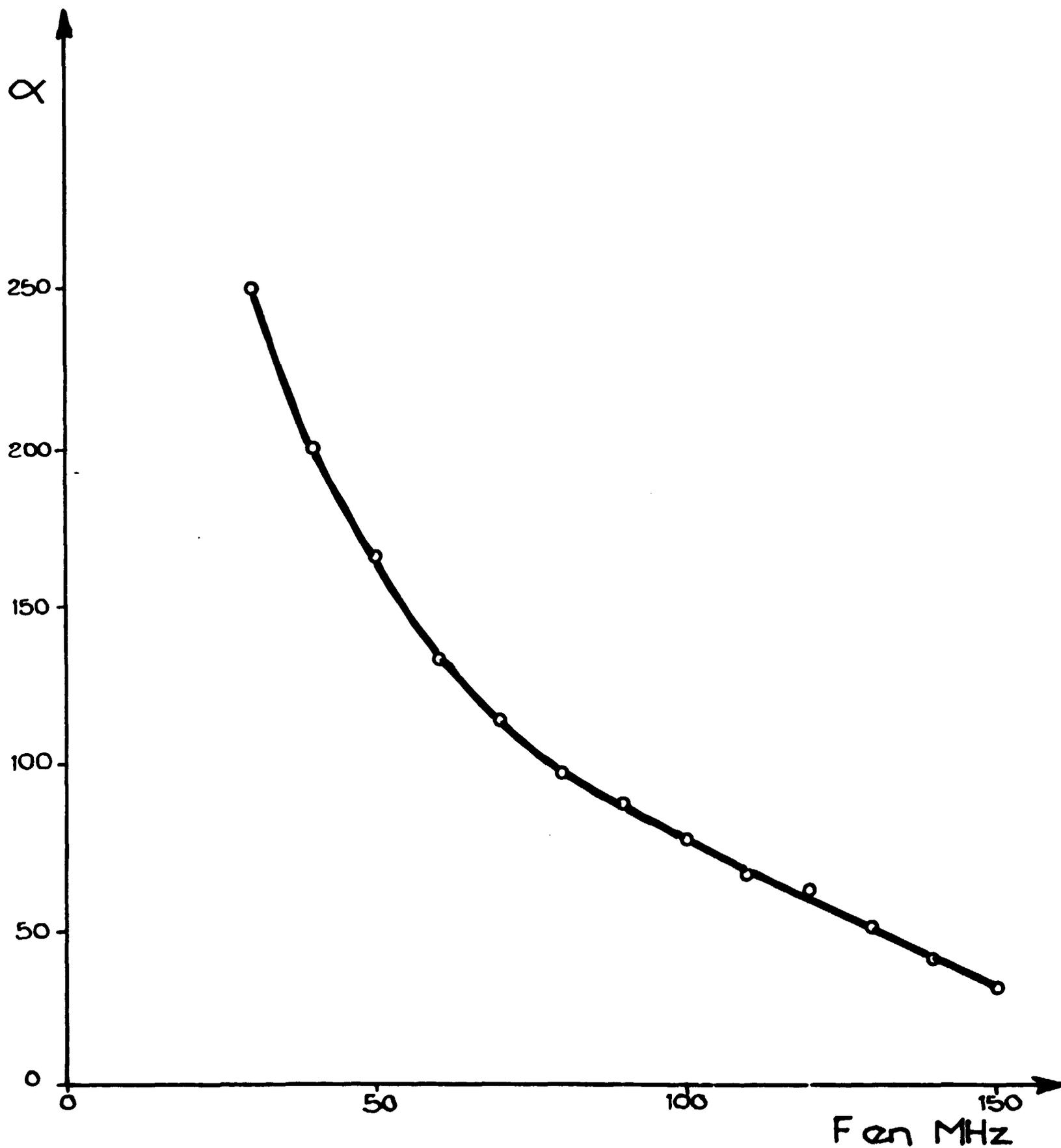
$$V' = -V_1 + V_2$$

après la rotation de π

D'où :

Fig.14 ETALONNAGE DE LA SONDÉ CAPACITIVE

$$\alpha = f(F)$$



$$V_1 = \frac{V - V'}{2} \quad (\text{signal magnétique})$$
$$V_2 = \frac{V + V'}{2} \quad (\text{signal capacitif})$$

Il est possible de déterminer ainsi le potentiel fluctuant Φ_1 du plasma à partir du signal capacitif et la composante B_n du champ magnétique de l'onde .

L'étalonnage capacitif a été effectué comme précédemment. L'étalonnage magnétique a été effectué dans un enroulement magnétique étalon délivrant un champ magnétique oscillant d'intensité connue (fig.15) .

C- Etude physique des faisceaux .

Dans ce paragraphe nous déterminons successivement le profil du courant, la mesure de la densité et la distribution des vitesses parallèles et perpendiculaires des faisceaux . Nous discutons également dans quelle mesure plusieurs hypothèses du chapitre II sont compatibles avec la situation expérimentale .

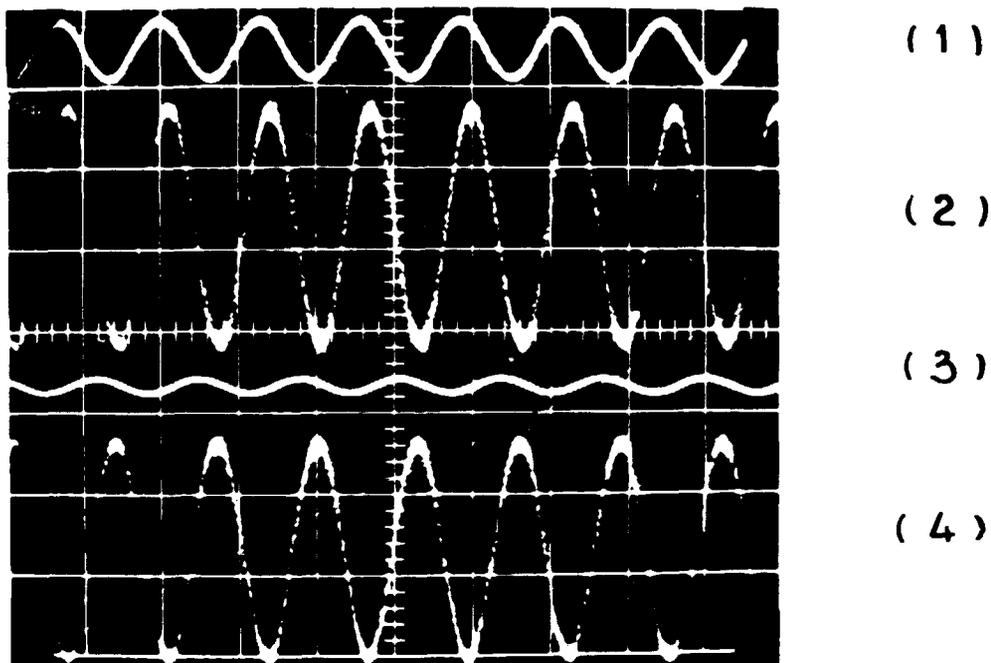
a) Profil de courant.

Pour l'étude du profil de courant d'un faisceau nous utilisons une cible mobile percée d'un petit orifice de 0,1 cm de diamètre qui explore le diamètre du faisceau. Les électrons traversant l'orifice sont reçus sur un collecteur.

La figure (16) montre un profil radial de courant ainsi obtenu. Ce dernier se rapproche d'une forme rectangulaire. Nous pouvons donc admettre, en première approximation, que le faisceau est homogène sur un diamètre d'environ 1 cm. Le modèle théorique précédent paraît donc applicable dans ces conditions.

Fig.15 ETALONNAGE DE LA SONDE MAGNETIQUE A 150MHz

A) DANS UN CHAMP ELECTROMAGNETIQUE :

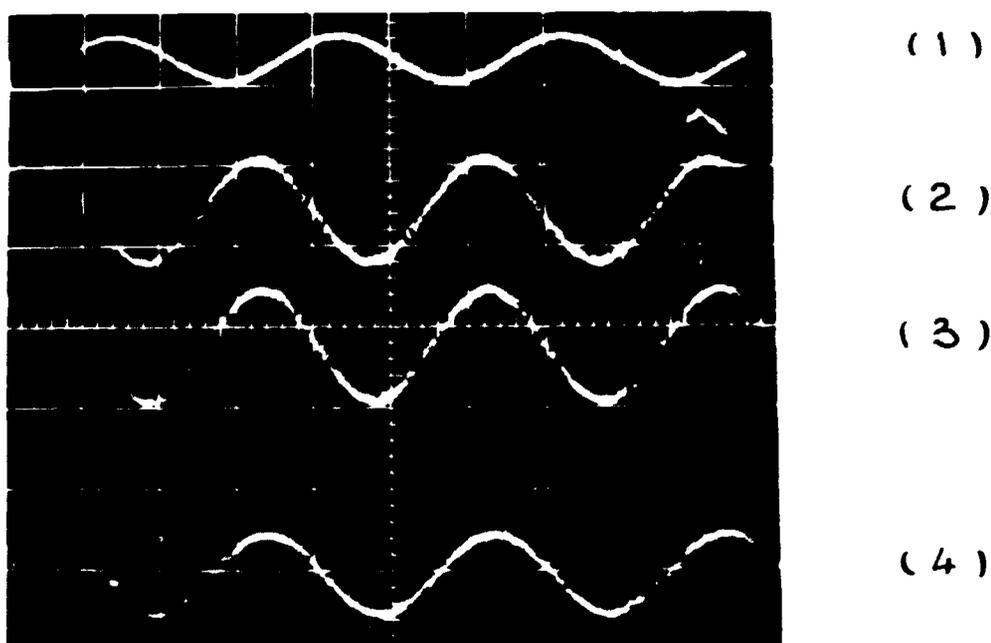


Mise en évidence de l'effet directif :

- 1) signal de référence appliqué à la grande boucle : 2 V/carréau
- 2) signal collecté par la sonde dans sa position initiale : 0,2 mV/carréau
- 3) signal collecté par la sonde après une rotation de 90° : 0,2 mV/carréau
- 4) signal collecté par la sonde après une nouvelle rotation de 90° : 0,2 mV/carréau

Les signaux 2 et 4 sont en opposition de phase.

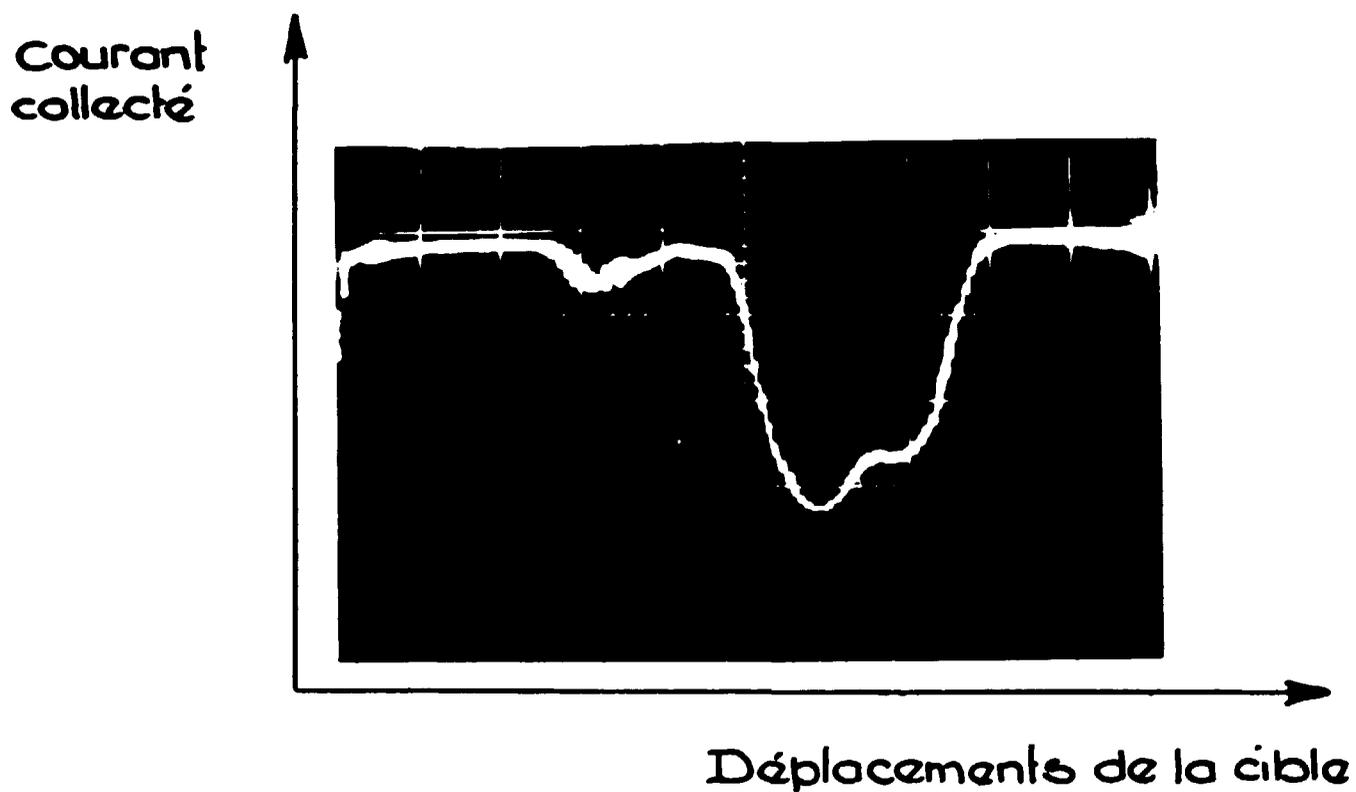
B) DANS UN CHAMP ELECTROSTATIQUE



- 1) signal de référence appliqué aux bornes du condensateur : 50 v/carréau
- 2) signal collecté par la sonde dans sa position initiale : 10 mV/carréau
- 3) signal collecté par la sonde après une rotation de 90° : 10 mV/carréau
- 4) signal collecté par la sonde après une nouvelle rotation de 90° : 10 mV/carréau

Les signaux (2),(3),(4) ont sensiblement même amplitude et même phase; il n'y a pas d'effet directif.

Fig. 16 PROFIL DE COURANT DU FAISCEAU



Amplitude du courant collecté : $I = 100 \mu\text{A}/\text{carreau}$

Largeur du faisceau $\approx 1 \text{ cm}$

b) densité électronique .

Connaissant l'énergie et le courant d'un faisceau nous en déduisons la densité électronique pour un profil rectangulaire :

$$n_0 \text{ el/cm}^3 = \frac{1,27 \cdot 10^8 \text{ I mA}}{\sqrt{V \text{ volts}}}$$

Cette expression se rapporte au cas d'un faisceau unique . Toutefois il n'est pas exclu d'imaginer qu'au moment de l'interaction des deux faisceaux il pourrait se produire une accumulation d'électrons entre les canons conduisant à une densité $\bar{n} \gg 2n_0$. Pour répondre à cette question il est nécessaire de déterminer la population électronique au moment de l'interaction. La méthode précédente nécessitant d'intercepter les faisceaux à l'aide de la cible escamotable ne peut s'appliquer et nous devons procéder différemment .

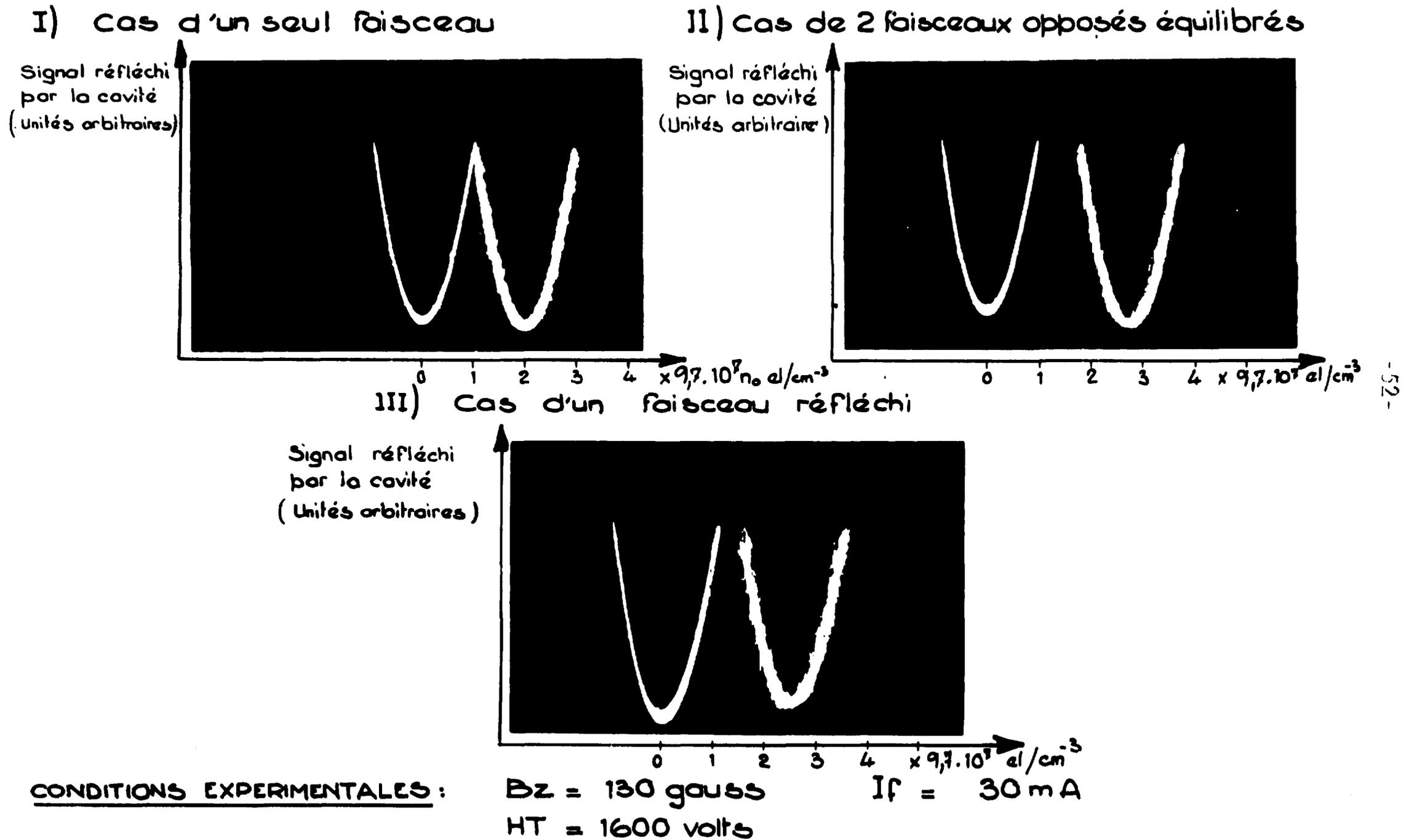
Nous utilisons une cavité résonnante [34] . La mesure du glissement de fréquence de résonance dû à la présence d'un plasma permet de déduire la densité électronique . Nous utilisons cette méthode (fig.17) dans les deux cas suivants :

- un seul faisceau.
- deux faisceaux opposés.

Dans le cas d'un seul faisceau nous mesurons des densités en bon accord avec les densités déduites de la première méthode .

Dans le cas de deux faisceaux opposés la densité totale est toujours légèrement inférieure à la somme des densités de chaque faisceau . Ce résultat montre qu'il n'y a pas d'effet d'accumulation important d'électrons entre les canons . Il est également raisonnable, dans ces conditions, de supposer que la distribution de vitesses du système "double faisceau" est voisine de la

Fig.17 MESURES DE LA DENSITE ELECTRONIQUE A L'AIDE D'UNE CAVITE 5 cm



Dans le cas de 2 faisceaux opposés ou d'un faisceau réfléchi, la densité résultante est légèrement inférieure à la somme des densités de chaque faisceau pris séparément

somme des distributions de chaque faisceau mesurées séparément.

c) distributions de vitesses.

1) Distribution de vitesses parallèles :

La distribution de vitesses parallèles a été étudiée au moyen d'un analyseur électrostatique à grille [30]. Un exemple de mesure est représenté figure (18). Les résultats obtenus montrent que la largeur de la distribution est faible et justifie, dans les calculs du chapitre II, le choix d'une distribution du type :

$$f_0(\vec{v}) = f(v_{\parallel}) \delta(v_{\perp} - u_{30})$$

2) Distribution de vitesses perpendiculaires:

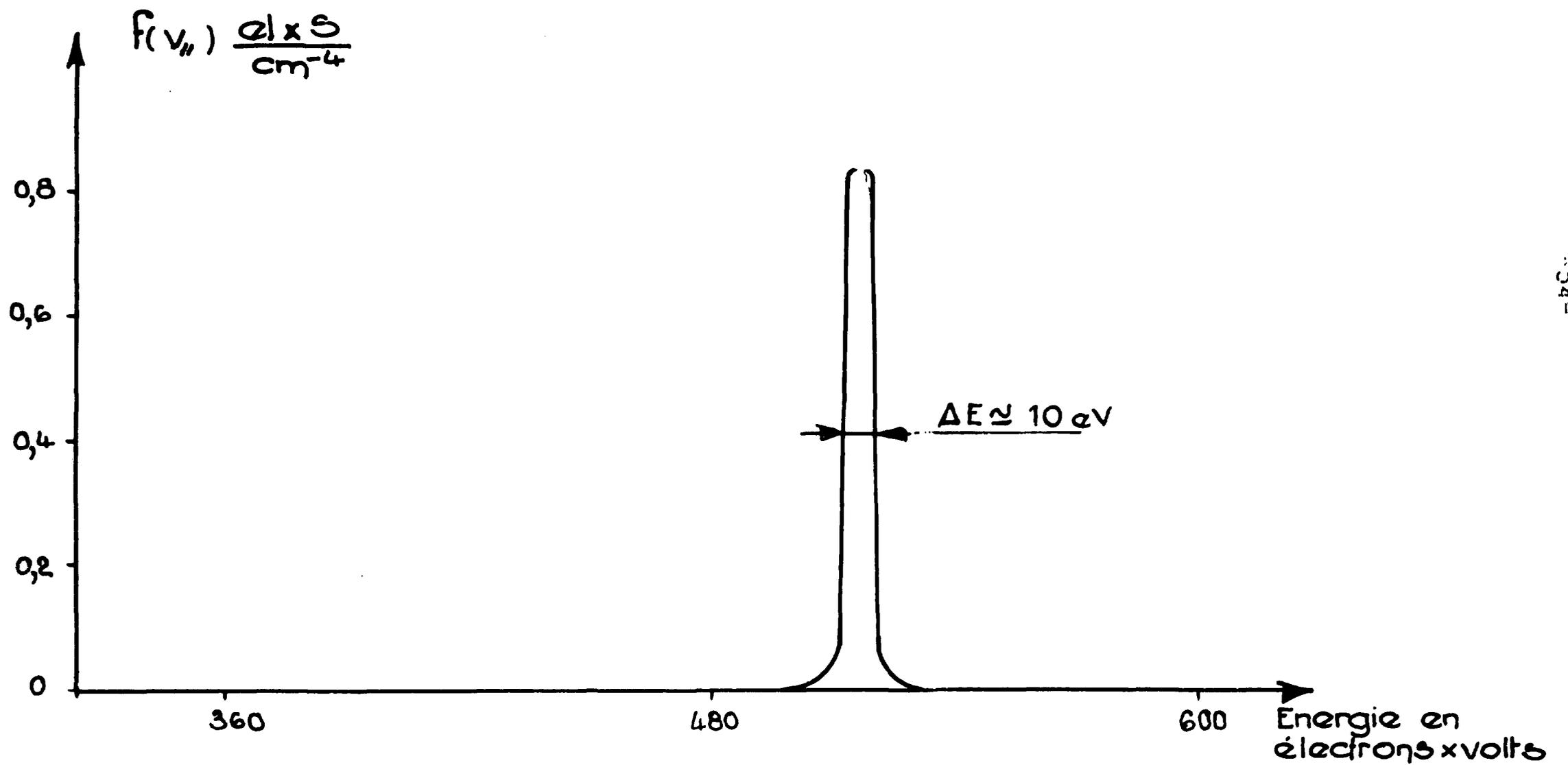
Pour déterminer la distribution de vitesses perpendiculaires des faisceaux nous utilisons une méthode basée sur les propriétés des orbites adiabatiques dans un champ magnétique. Le faisceau est projeté contre un miroir magnétique. Les électrons pénètrent d'autant plus profondément dans ce miroir qu'ils ont une énergie perpendiculaire faible. Il en résulte une atténuation du courant qui est mesurée à l'aide d'une cible collectrice mobile. La mesure de la répartition spatiale de ce courant permet de déterminer la distribution des vitesses perpendiculaires. [35].

α) Calcul du courant reçu par le collecteur en fonction de la position :

Les mesures précédentes ont montré que la température parallèle du faisceau est faible ce qui permet d'écrire, au niveau du canon, la fonction de distribution des électrons sous la forme :

$$f_0 = \frac{1}{\pi \theta_{\perp 10}} n_0 e^{-\frac{v_{\perp}^2}{\theta_{\perp 10}}} \delta(v_{\parallel} - u_{30})$$

Fig. 18 DISTRIBUTION D'ENERGIE LONGITUDINALE D'UN FAISCEAU



La composante j_3 du courant s'écrit :

$$j_3 = \iiint f_0 q v_3 d\underline{v}^3$$

Le courant total j_{30} émis au niveau du canon est égal à :

$$j_{30} = \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{1}{\pi \theta_{10}} n_0 e^{-\frac{v_{10}^2}{\theta_{10}}} \delta(v_3 - u_{30}) q v_3 2\pi v_{10} dv_{10} dv_3$$

$$j_{30} = nq u_{30}$$

Pour calculer le courant recueilli à l'abscisse z nous supposons qu'il y a conservation de l'énergie et du moment magnétique :

$$v_3^2 + v_{\perp}^2 = u_{30}^2 + v_{10}^2$$

$$\frac{v_{\perp}^2}{B} = \frac{v_{10}^2}{B_0}$$

v_3, v_{\perp}, B désignant les grandeurs relatives à l'abscisse z .

v_{30}, v_{10}, B_0 désignant les grandeurs au niveau de la source.

Nous en déduisons :

$$v_3 = \sqrt{u_{30}^2 + v_{10}^2 \left(1 - \frac{B}{B_0}\right)}$$

Seules contribuent au courant j_3 les particules pour lesquelles v_3 est positif à l'abscisse z , c'est à dire pour lesquelles :

$$v_{10}^2 < \frac{u_{30}^2 B_0}{B - B_0}$$

Le courant j_3 dû à ces électrons s'écrit :

$$j_3 = \int_0^{2\pi} \int_0^{V_{10} \text{ limite}} \int_0^{U_{30} \sqrt{\frac{B_0}{B-B_0}}} q f_0 v_{30} d^3 v$$

$$j_3 = \frac{2n_0 q}{\theta_{10}} \int_0^{U_{30} \sqrt{\frac{B_0}{B-B_0}}} e^{-\frac{v_{10}^2}{\theta_{10}}} \sqrt{U_{30}^2 + v_{10}^2 \left(1 - \frac{B}{B_0}\right)} v_{10} dv_{10}$$

Faisons le changement de variable :

$$x = \frac{v_{10}^2 (B - B_0)}{U_{30}^2 B_0}$$

Nous obtenons :

$$j_3 = j_{30} \frac{U_{30}^2 B_0}{\theta_{10} (B - B_0)} \int_0^1 e^{-\frac{U_{30}^2 B_0 x}{(B - B_0) \theta_{10}}} \sqrt{1 - x} dx$$

Pour calculer l'intégrale :

$$I = \int_0^1 e^{-ax} \sqrt{1-x} dx \quad \text{avec} \quad a = \frac{U_{30}^2 B_0}{B - B_0} \frac{1}{\theta_{10}} > 0$$

Nous posons : $1 - x = X$

$$\text{Soit :} \quad I = e^{-a} \int_0^1 e^{aX} \sqrt{X} dX$$

Pour obtenir une expression analytique de l'intégrale nous posons :

$$\sqrt{X} \approx 2X - X^2 \quad \text{avec} \quad 0 \leq X < 1$$

(Cette approximation entraîne sur l'intégrale une erreur inférieure à 10%)

Nous obtenons alors :

$$I = e^{-a} \left\{ 2 \int_0^1 e^{ax} x dx - \int_0^1 e^{ax} x^2 dx \right\}$$

$$I = \frac{1}{a^3} \left\{ 2(a+1)e^{-a} + a^2 - 2 \right\}$$

Finalemment :

$$\frac{J_3}{J_{30}} = \frac{1}{a^2} \left\{ 2(a+1)e^{-a} + a^2 - 2 \right\}$$

Cette fonction $\frac{J_3}{J_{30}} = g(a)$ représente le rapport du courant collecté à l'abscisse 3 au courant émis au niveau de l'anode. Nous donnons fig. (19) la courbe représentative de cette fonction .

Remarque : Dans les calculs précédents nous avons supposé que les trajectoires des particules étaient adiabatiques. Les variations de B dans l'espace doivent être suffisamment lentes et B suffisamment fort pour que sa variation relative, sur une distance égale à un rayon de giration r_b soit faible. On peut écrire en introduisant une dimension caractéristique L du champ magnétique (distance sur laquelle on a $\delta B \approx B$) :

$$r_b \ll L$$

Cette condition peut encore s'écrire :

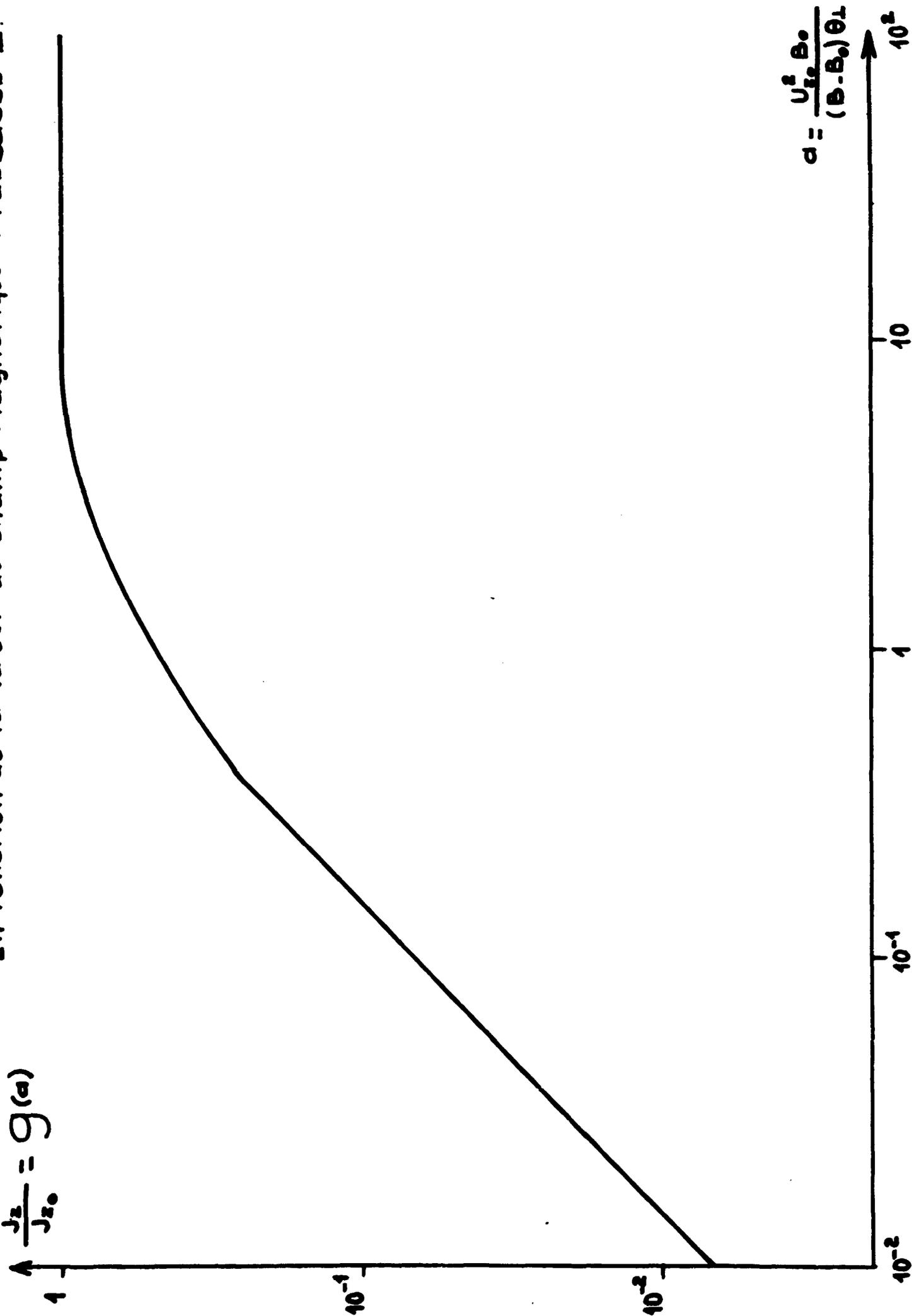
$$B_{\text{Gauss}} L_{\text{cm}} \gg 3 \sqrt{E_{z0}} \quad (E_{z0} : \text{énergie parallèle en eV})$$

Courant collecté à l'abscisse Z
Courant total émis au niveau de la sonde

En fonction de la valeur du champ magnétique à l'abscisse Z.

Fig. 19 Rapport

$$A \frac{j_z}{j_{z_0}} = g(a)$$



Pour satisfaire cette condition nous avons été amenés à placer le canon suivant les cas, à 65 et 95 cm du miroir. Compte tenu de cette remarque, l'expression de $\frac{J_3}{J_{30}} = g(a)$ s'applique bien au problème .

β) dispositif expérimental :

Le dispositif expérimental est représenté fig. (20) . Le miroir est réalisé au moyen de 20 bobines placées côte à côte et parcourues par un courant pouvant varier de 250 à 1000 ampères. Le champ maximum peut être de 9150 gauss fig. (21) . Le canon est placé à 65 ou 95 cm en avant du miroir. La cible collectrice, d'un diamètre de 12 cm , est fixée à l'extrémité d'une tige métallique qui coulisse suivant l'axe du champ . Le courant est recueilli par un shunt coaxial de 100Ω , intégré, puis envoyé sur les plaques de deflexion verticale d'un oscilloscope XY.

γ) Résultats expérimentaux :

Nous mesurons la température perpendiculaire correspondant aux paramètres usuels de fonctionnement : champ magnétique variable entre 70 et 280 gauss , haute tension d'accélération variable entre 500 et 2000 volts.

Pour effectuer une mesure nous déterminons expérimentalement le rapport entre le courant collecté à l'abscisse z et le courant émis au niveau du canon fig (22) et (23) . Nous déterminons a à partir de la courbe $g(a)$ fig (19) . Il est alors simple de déterminer θ_{10} et V_{10} . Les résultats ainsi obtenus sont rassemblés sur le tableau fig (24) .

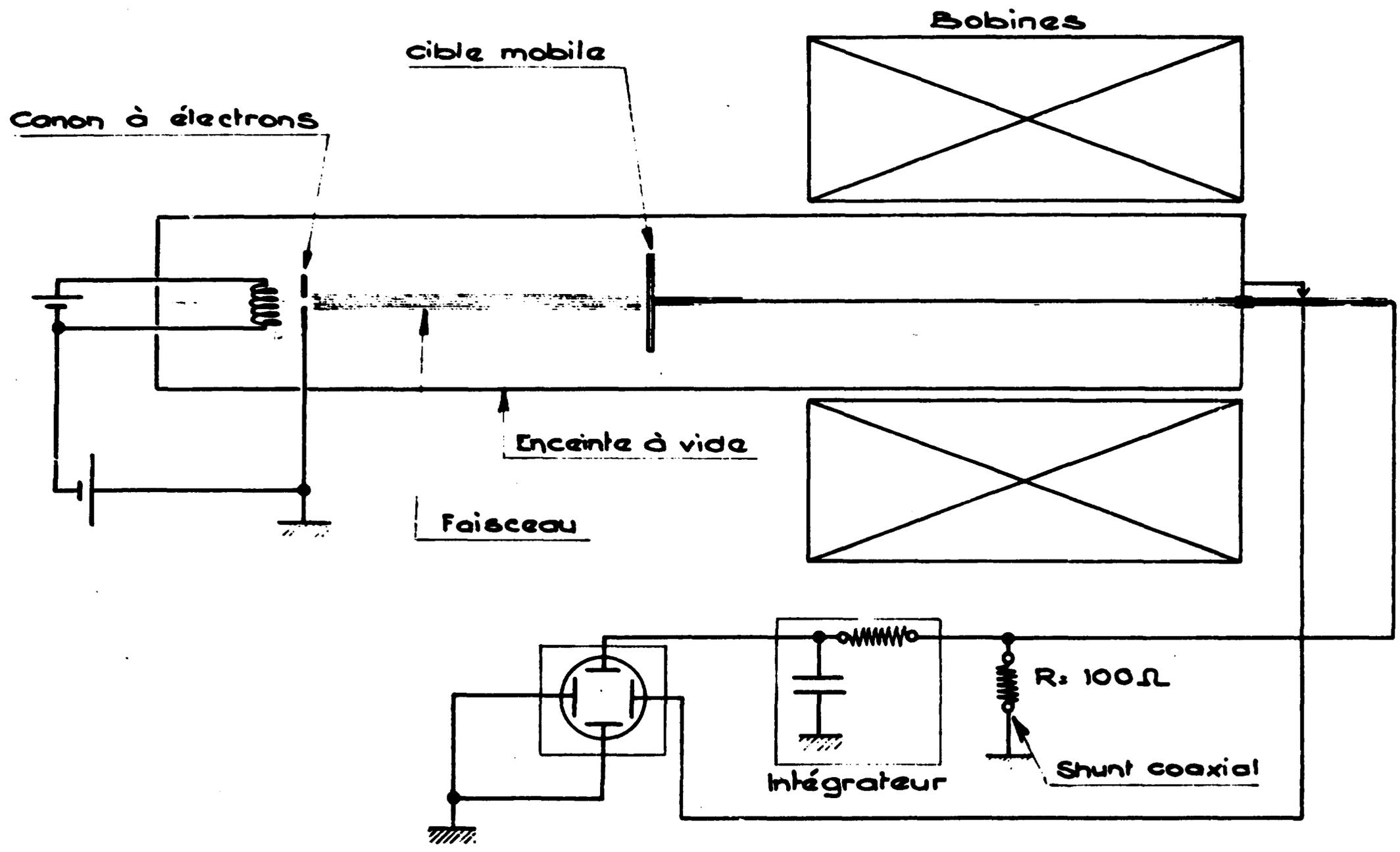
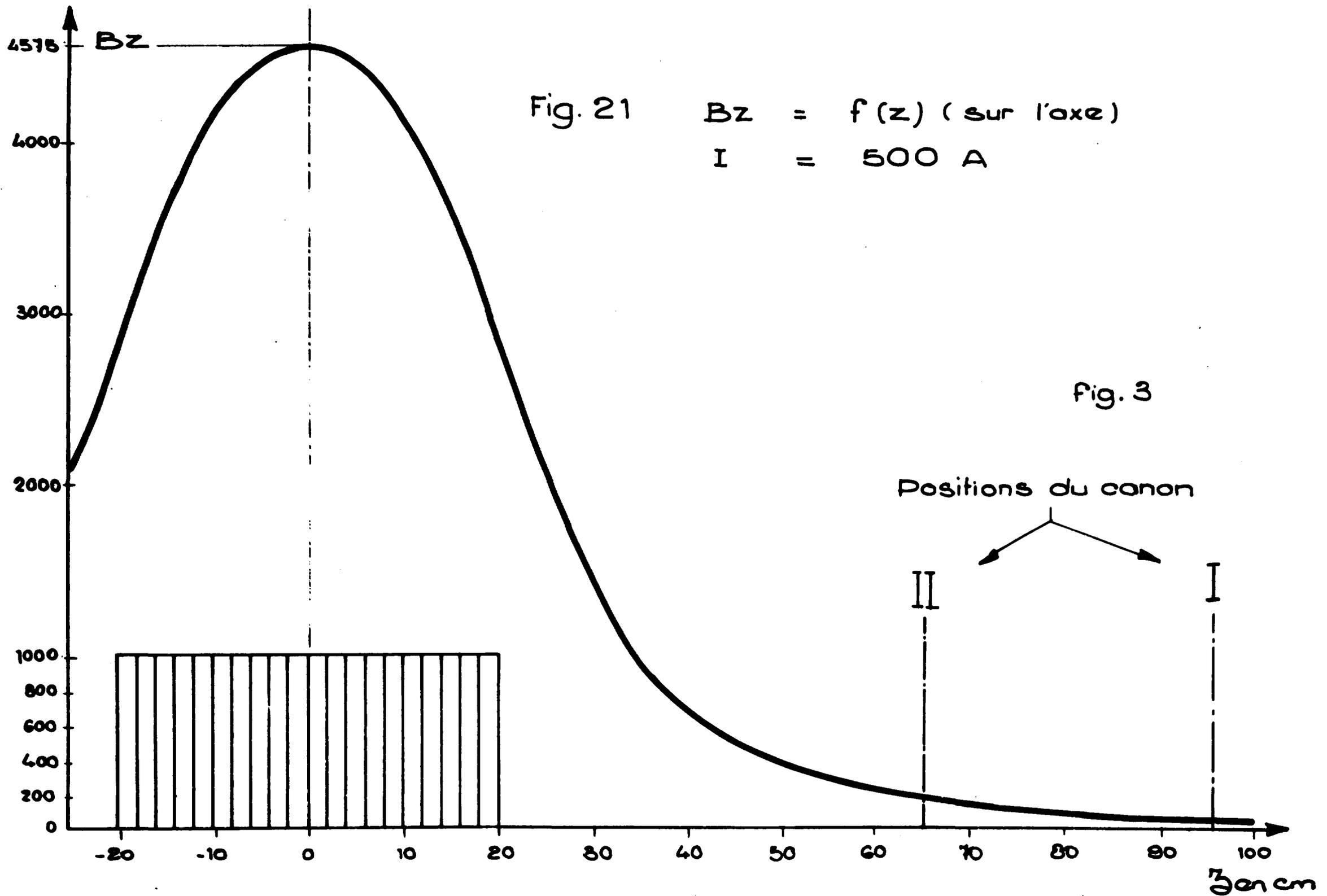


Fig. 20 SCHEMA DU DISPOSITIF DE MESURE DE $f_0(v_1)$

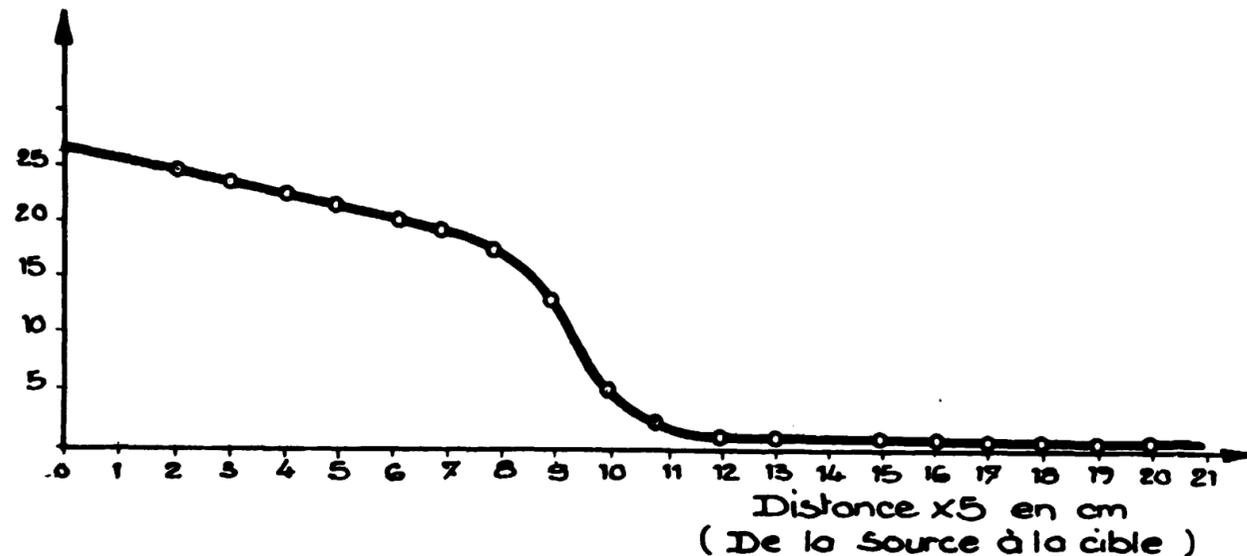


VARIATION DU CHAMP MAGNETIQUE SUR L'AXE DANS LE DISPOSITIF EXPERIMENTAL DE MESURE DE $f_0(V_L)$

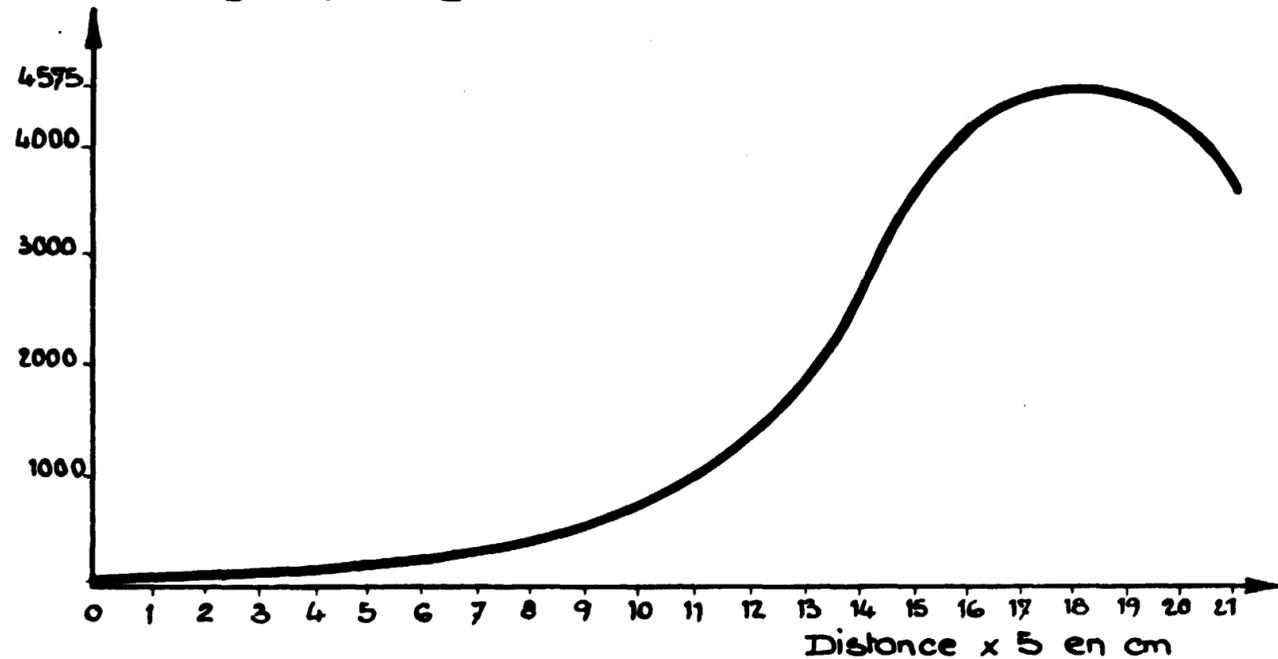
Fig22 MESURE DE LA TEMPERATURE TRANSVERSALE

COURANT COLLECTE EN FONCTION DE L'INTENSITE DU CHAMP MAGNETIQUE

Courant collecté en mA.



Champ magnétique en gauss



CONDITIONS EXPERIMENTALES :

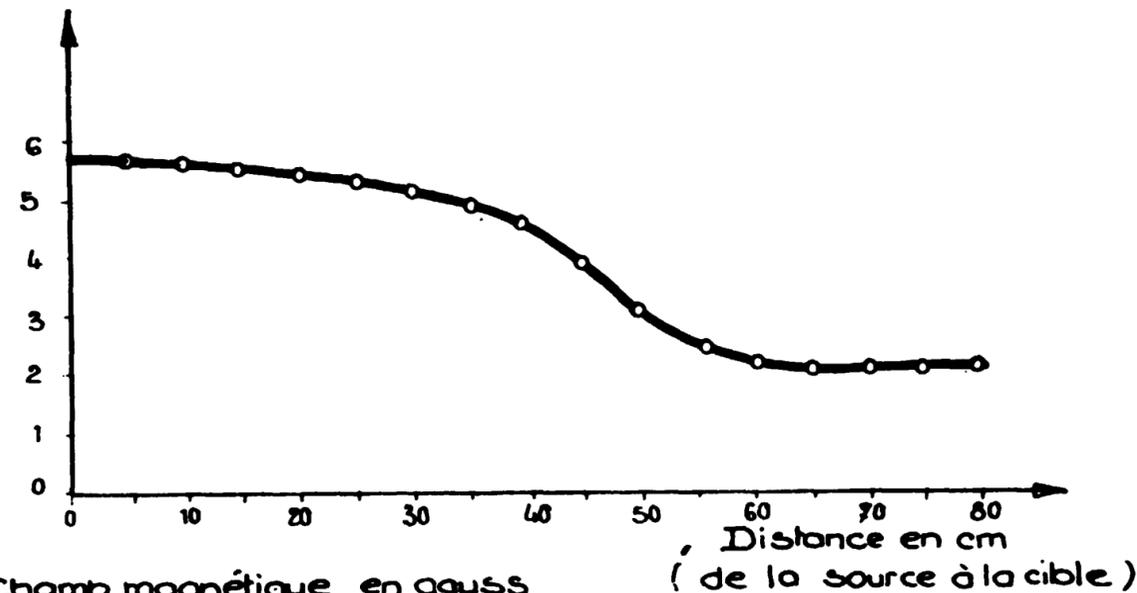
Tension d'accélération du faisceau : 2kV

Vitesse perpendiculaire déduite de cette expérience $\approx 1,1 \times 10^9$ cm/s

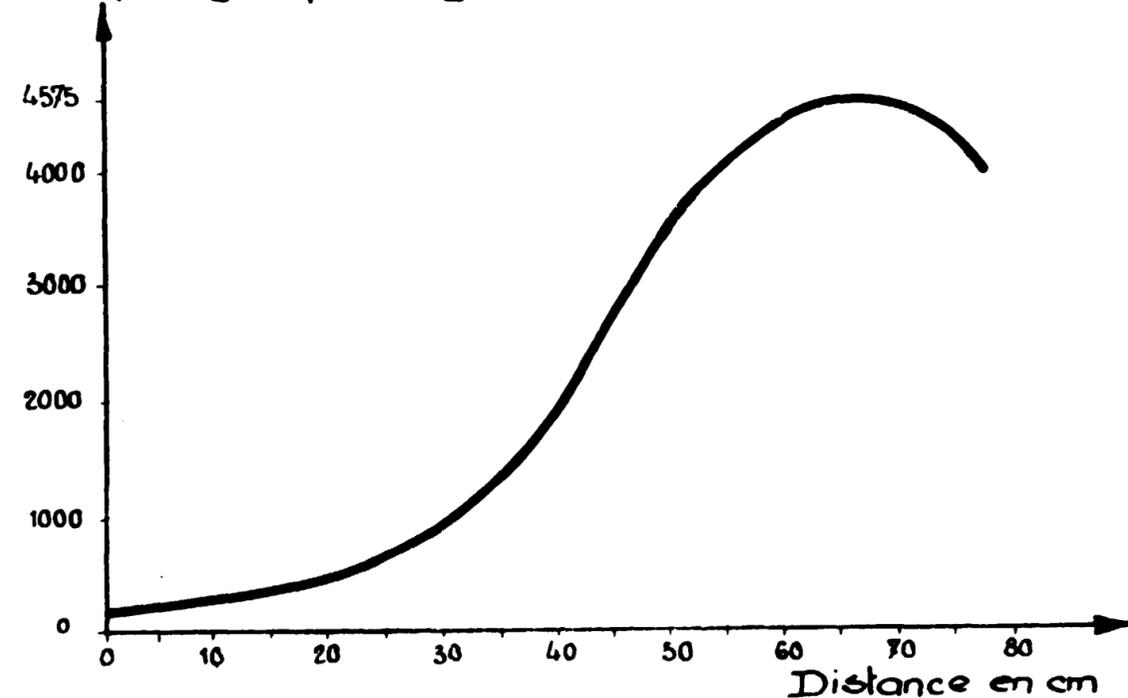
Fig23 MESURE DE LA TEMPERATURE TRANSVERSALE

COURANT COLLECTE EN FONCTION DE L'INTENSITE DU CHAMP MAGNETIQUE

Courant collecté en mA



Champ magnétique en gauss



CONDITIONS EXPERIMENTALES :

Tension d'accélération du faisceau : 1kV

Vitesse perpendiculaire déduite de cette expérience $\approx 4,2 \times 10^8$ cm/s

TABLEAU DES ENERGIES PERPENDICULAIRES MESURÉES DANS LE CAS DU CANON D'ÉCLAIR

B_0 en gouss Energie dirigée en Ev	70	140	210	280
500	100	70	30	<10
1000	230	130	50	<10
1500	285	155	60	<10
2000	290	210	90	<10

fig. 24

Evaluons l'incertitude sur ces valeurs. L'erreur liée aux approximations introduites dans le calcul de la fonction $g(a)$ est inférieure à 10% . Celle sur U_{30} est faible ($< 1\%$) , par contre celle sur la valeur des champs magnétiques est plus importante (environ 4% pour l'ensemble des deux mesures de B_0 et B) Ceci nous conduit à admettre une incertitude de 15% sur les valeurs des températures perpendiculaires mesurées.

Il est à remarquer l'importance de la vitesse perpendiculaire dans le cas des champs magnétiques faibles. Nous obtenons pour B_0 égal à 70 gauss une énergie perpendiculaire atteignant 20% de l'énergie parallèle . Dans ce cas la composante radiale du champ électrique à l'intérieur du canon a un effet important puisque le temps d'accélération est une fraction importante de la période de giration, par contre, dans un champ magnétique fort, l'effet moyen de cette composante devient plus faible. Ceci explique pourquoi, dans un champ magnétique de 280 gauss , nous mesurons une énergie perpendiculaire inférieure à 2% de l'énergie parallèle.

D- Etude des ondes engendrées dans le système "double-faisceau".

a) Introduction

Nous abordons maintenant l'étude expérimentale des ondes engendrées dans le système "double-faisceau" . Les analyses de spectre effectuées entre 10 et 4000 MHz nous ont révélé la présence de deux types d'oscillations bien distinctes.

1) Spectre de raies harmoniques de la fréquence de "transit"

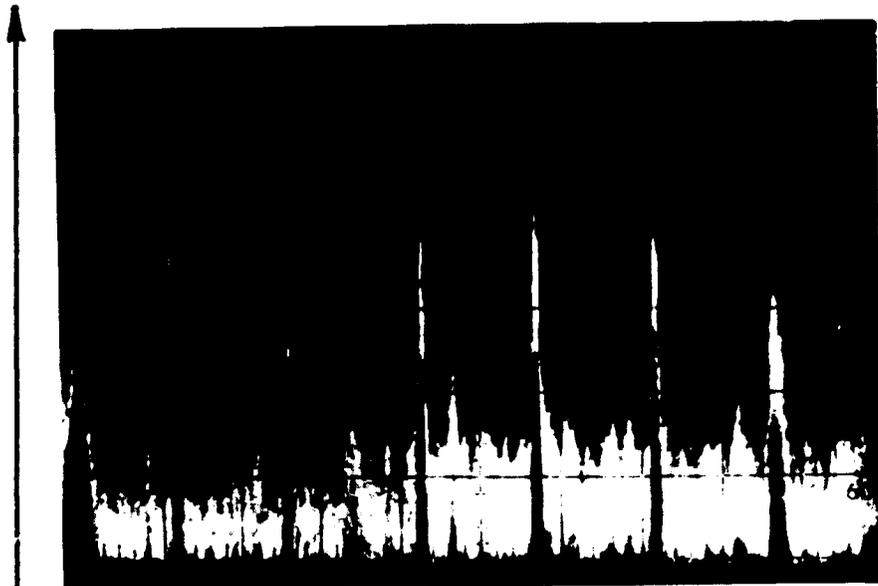
Dans une zone de fréquences comprise entre 10 MHz et 300 MHz environ nous avons observé des raies harmoniques liées au temps de transit des électrons dans la chambre d'interaction [36] . Dans certains cas d'expérience nous avons dénombré 30 harmoniques. Sur la figure (25) nous voyons trois exemples de ces spectres. La fréquence de "transit" des électrons dans la chambre

Fig.25 INTERACTION DOUBLE-FAISCEAU

HARMONIQUES DE LA FREQUENCE DE TRANSIT

ANALYSE DU SPECTRE.

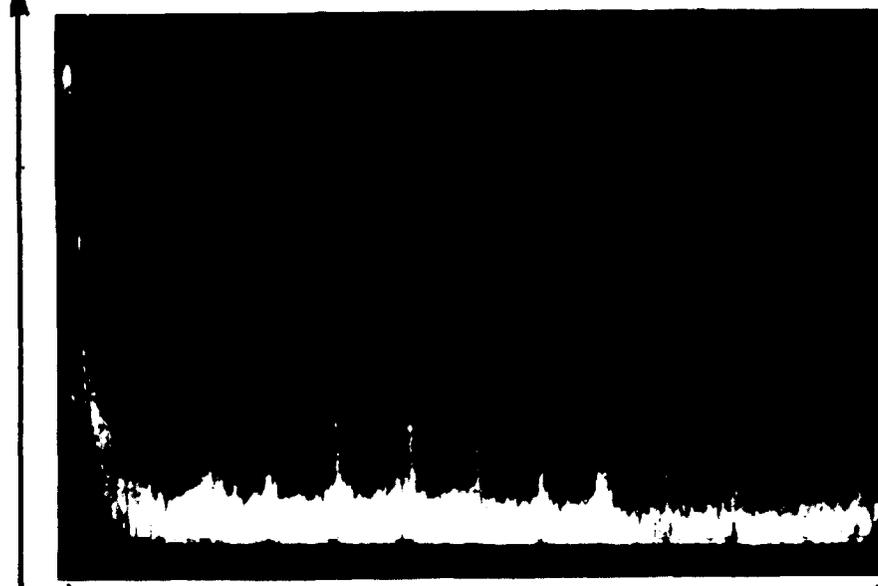
Amplitude



Haute tension d'accélération : 1880 volts
Champ magnétique : 320 gauss
Amplification verticale logarithmique
Intensité du courant faisceau : 15 mA
Pression : 10^{-6} torr

Ampl. 10

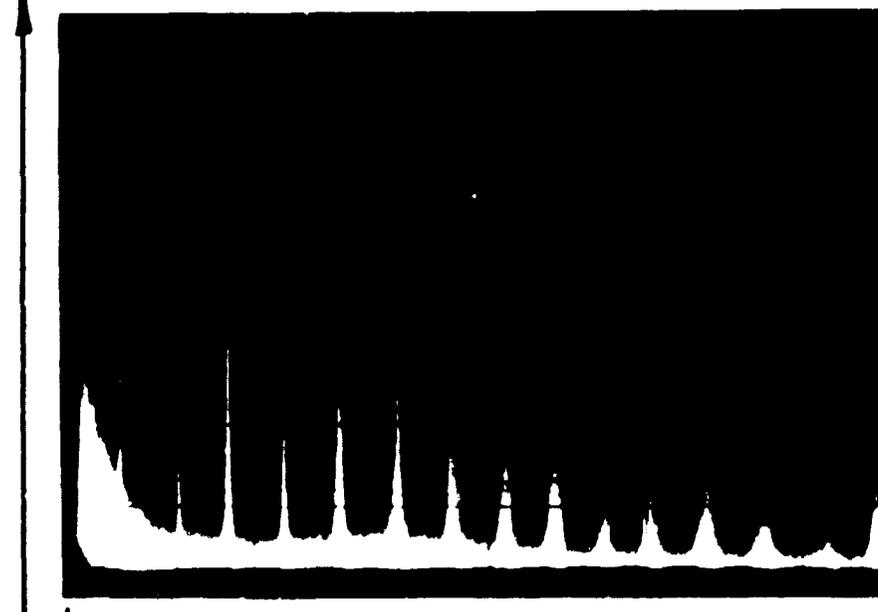
300 → F en MHz



Haute tension d'accélération : 920 volts
Champ magnétique : 320 gauss
Amplification verticale linéaire
Intensité du courant faisceau : 15 mA
Pression : 10^{-6} torr

Ampl. 10

110 → F en MHz



Haute tension d'accélération : 510 volts
Champ magnétique : 320 gauss
Amplification verticale linéaire
Intensité du courant faisceau : 15 mA
Pression : 10^{-6} torr

10

110 → F en MHz

d'interaction s'écrit :

$$F_0 = \frac{U_{30}}{L}$$

(L : longueur de la chambre) .

Nous avons vérifié la dépendance linéaire entre les fréquences mesurées et la vitesse dirigée des faisceaux fig. (26) . La fréquence de ces raies est pratiquement indépendante de la valeur du champ magnétique .

2) Spectre des raies harmoniques de la demi-fréquence giromagnétique électronique .

Ce spectre est constitué par les raies harmoniques de la demi fréquence giromagnétique électronique $\frac{F_{ce}}{2}$. Plusieurs auteurs [33], [37] ont antérieurement mis en évidence une instabilité se développant à une fréquence voisine de $\frac{F_{ce}}{2}$. Nos observations, tout en confirmant l'existence de ce mécanisme, démontrent également la génération d'harmoniques de cette fréquence . Dans des champs magnétiques forts (> 300 gauss), seul le premier type de spectre est observé alors que dans des champs plus faibles (50 à 300 gauss) les oscillations du second type sont généralement dominantes . Dans ce qui suit nous limiterons notre étude à ce dernier cas [38], [39] .

Les travaux antérieurs [33] - [37] sur le mode fondamental avaient porté essentiellement sur l'étude :

- de la dépendance linéaire entre la fréquence et la valeur du champ magnétique extérieur .
- de la longueur d'onde longitudinale .
- du taux de croissance .

Dans ce travail nous avons repris les études précédentes en effectuant les mesures supplémentaires suivantes :

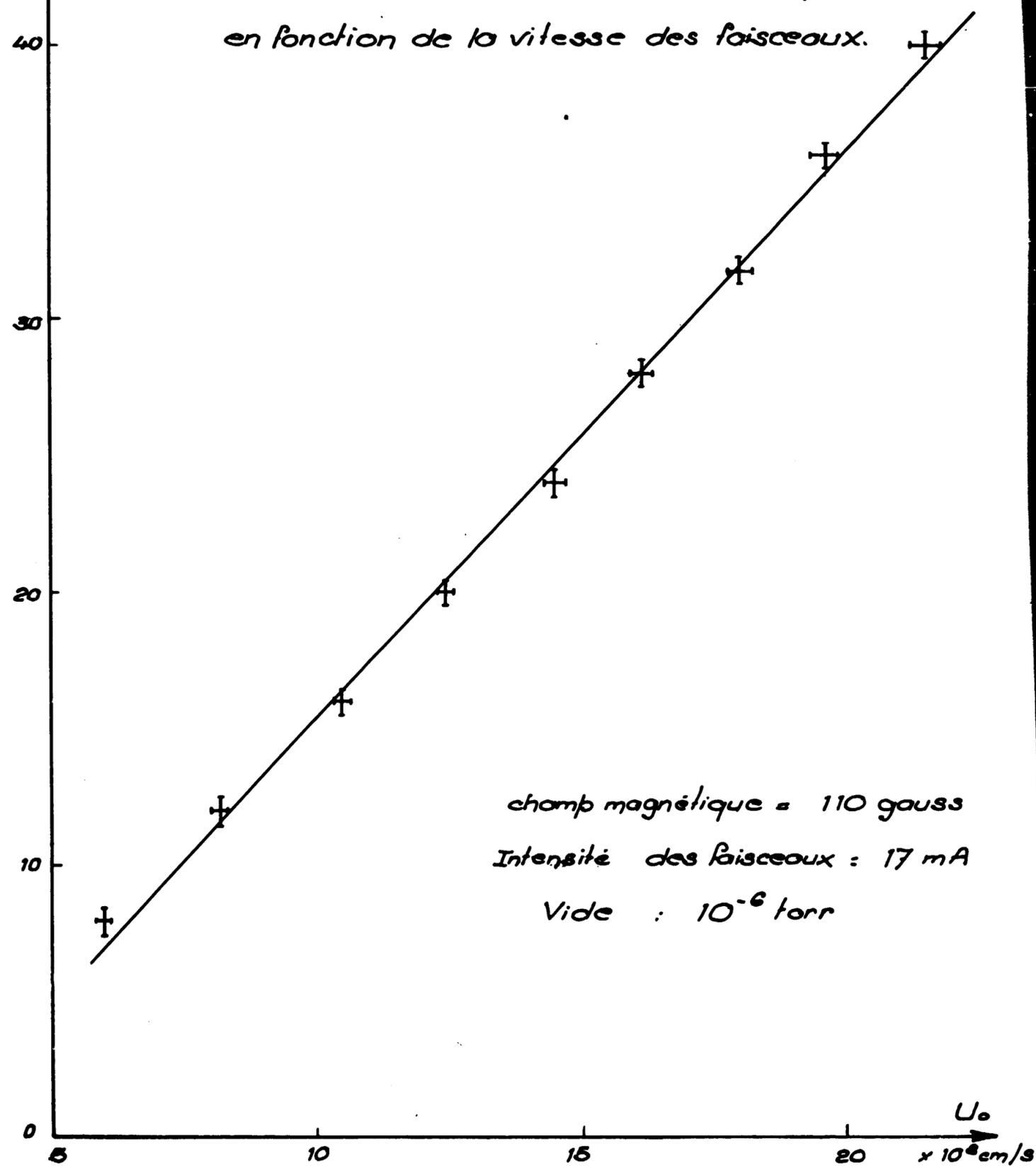
- nombre d'onde azimutal .
- profil radial du potentiel et amplitude du champ de l'onde .

Ces mesures ont permis de tirer des conclusions sur la caractère

Fréquence
en MHz

Fig.26 COLLISION DE DEUX FAISCEAUX D'ELECTRONS

Harmoniques de la fréquence de "transit."

Variation de fréquence de l'harmonique 2
en fonction de la vitesse des faisceaux.

électrostatique de cette onde (mode fondamental).

Nous avons également étudié le spectre d'harmoniques et nos mesures ont porté sur :

- la fréquence
- l'amplitude
- la largeur des raies .
- le nombre d'onde longitudinal
- le taux de croissance .

b) Etude du mode fondamental1) Nombre d'onde azimutal

Dans un système d'ondes stationnaires , en géométrie cylindrique, le potentiel peut s'écrire sous la forme :

$$\psi = V_1(r) \cos n\theta \cos(\omega t - k_3 z)$$

Afin de déterminer la périodicité azimutale n du mode fondamental nous comparons les amplitudes et les phases entre les signaux collectés par quatre sondes de Langmuir disposées dans un même plan perpendiculaire aux faisceaux . Nous portons sur la figure (27) les résultats relatifs à une expérience . Dans tous les cas étudiés les signaux ont même amplitude et même phase . Il en résulte que le nombre d'onde azimutal $n=0$ est prédominant et que les grandeurs perturbées peuvent être représentées par des expressions de la forme :

$$A(r) \exp i(\omega t - k_3 z)$$

dans lesquelles n'apparaissent aucune dépendance en θ .

Remarque : Ces mesures ont pu être effectuées avec des champs magnétiques compris entre 60 et 150 gauss. Pour des valeurs supérieures à 150 gauss l'amplitude des signaux collectés était très faible ce qui rendait difficile les observations à l'aide des oscilloscopes dont nous disposions.

Fig:27 DETERMINATION DU NOMBRE D'ONDE AZIMUTAL

CONDITIONS EXPERIMENTALES :

Champ magnétique : 120 gauss

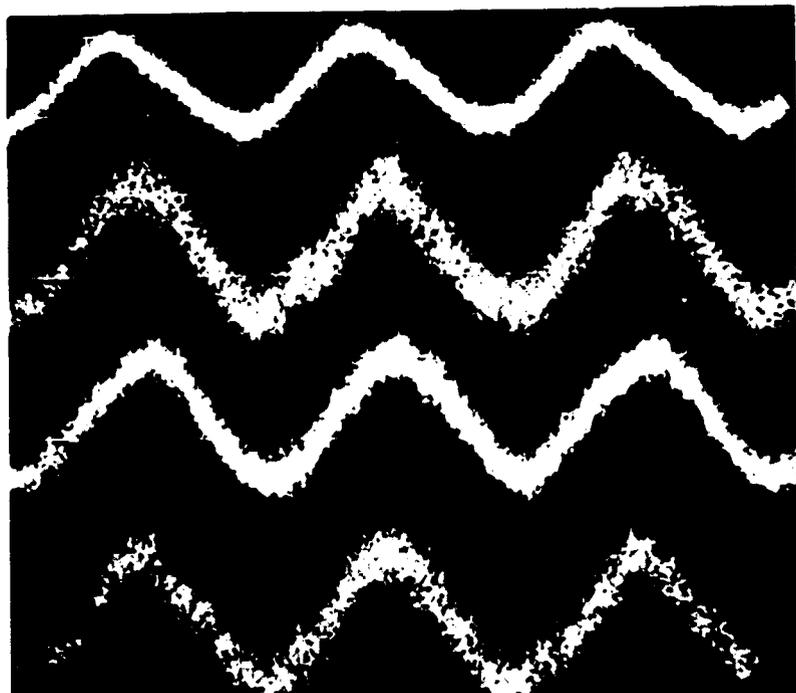
Haute tension d'accélération : 2 kV

Courant d'un faisceau : 30 mA

Amplitude du signal recueilli : 50 mV/carré

Balayage : 2 ns/carré

Signal collecté par les différentes sondes de Langmuir



(1) Sonde de référence

(2) Seconde sonde

(3) Troisième sonde

(4) Quatrième sonde

Les quatre signaux ont même amplitude et même phase ; il en résulte que le nombre d'onde azimutal est $n: 0$.

2) Amplitude des fluctuations associées à l'onde .

Nous explorons, au moyen de la sonde capacitive , le potentiel de l'onde tant à l'extérieur qu'à l'intérieur des faisceaux. Des résultats ainsi obtenus sont représentés sur les figures (28 et 29) . Nous en déduisons :

α) dans le vide :

Dans le vide, le profil de potentiel est compatible avec une solution de la forme :

$$\phi_1 = \phi'_0 K_0 (K r) e^{i(\omega t - K z)}$$

β) dans le faisceau :

Dans le faisceau le profil de potentiel est en accord avec une solution de la forme :

$$\phi_1 = \phi J_0 (T r) e^{i(\omega t - K z)}$$

En extrapolant au delà du faisceau le profil de potentiel relevé dans ce dernier cas il est possible de déterminer r_0 , valeur du rayon correspondant au premier zéro de la solution ϕ_1 . Nous en déduisons la valeur de

T :

$$T = \frac{P_{01}}{r_0}$$

P_{01} désignant le premier zéro de la fonction de Bessel J_0 .

Cette valeur de T , déduite du profil de potentiel , permet, à partir des relations établies au chapitre II, d'évaluer :

- la densité perturbée (relation 13).
- les composantes du champ électrique (relation 12).

Les résultats ainsi obtenus sont portés sur le tableau (fig.30).

Fig 28 PROFIL RADIAL DU POTENTIEL DE L'ONDE

Amplitude du signal collecté par la sonde électro-
statique en fonction de sa distance à l'axe du faisceau.

CONDITIONS EXPERIMENTALES: $B_z = 80$ gauss

HT } Variables
If }

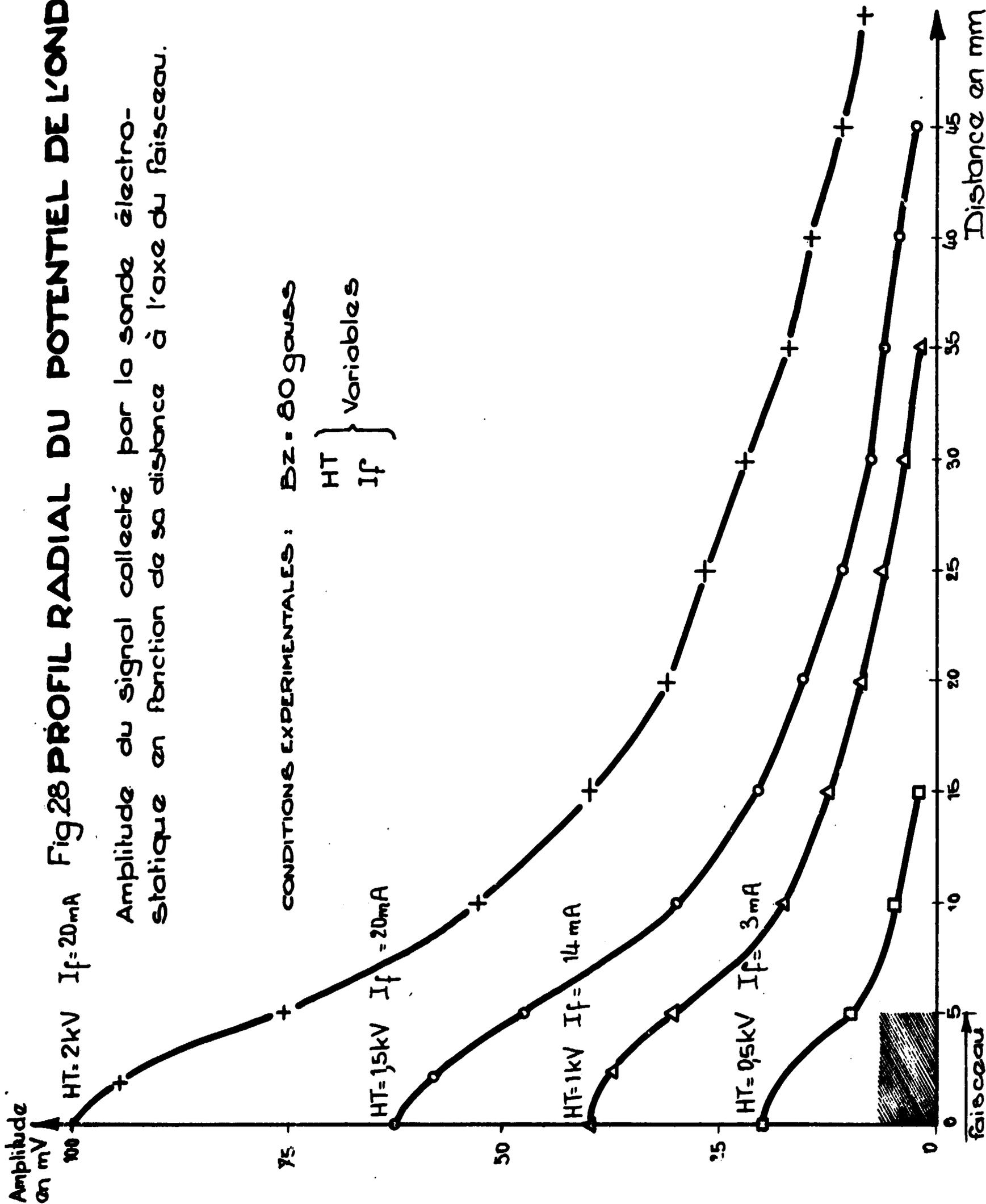


Fig.29 PROFIL RADIAL DU POTENTIEL DE L'ONDE

Amplitude du signal collecté par la sonde électrostatique en fonction de sa distance à l'axe du faisceau.

CONDITIONS EXPERIMENTALES: $Bz = 110$ gauss

$\left. \begin{matrix} HT \\ I_f \end{matrix} \right\} \text{variables}$

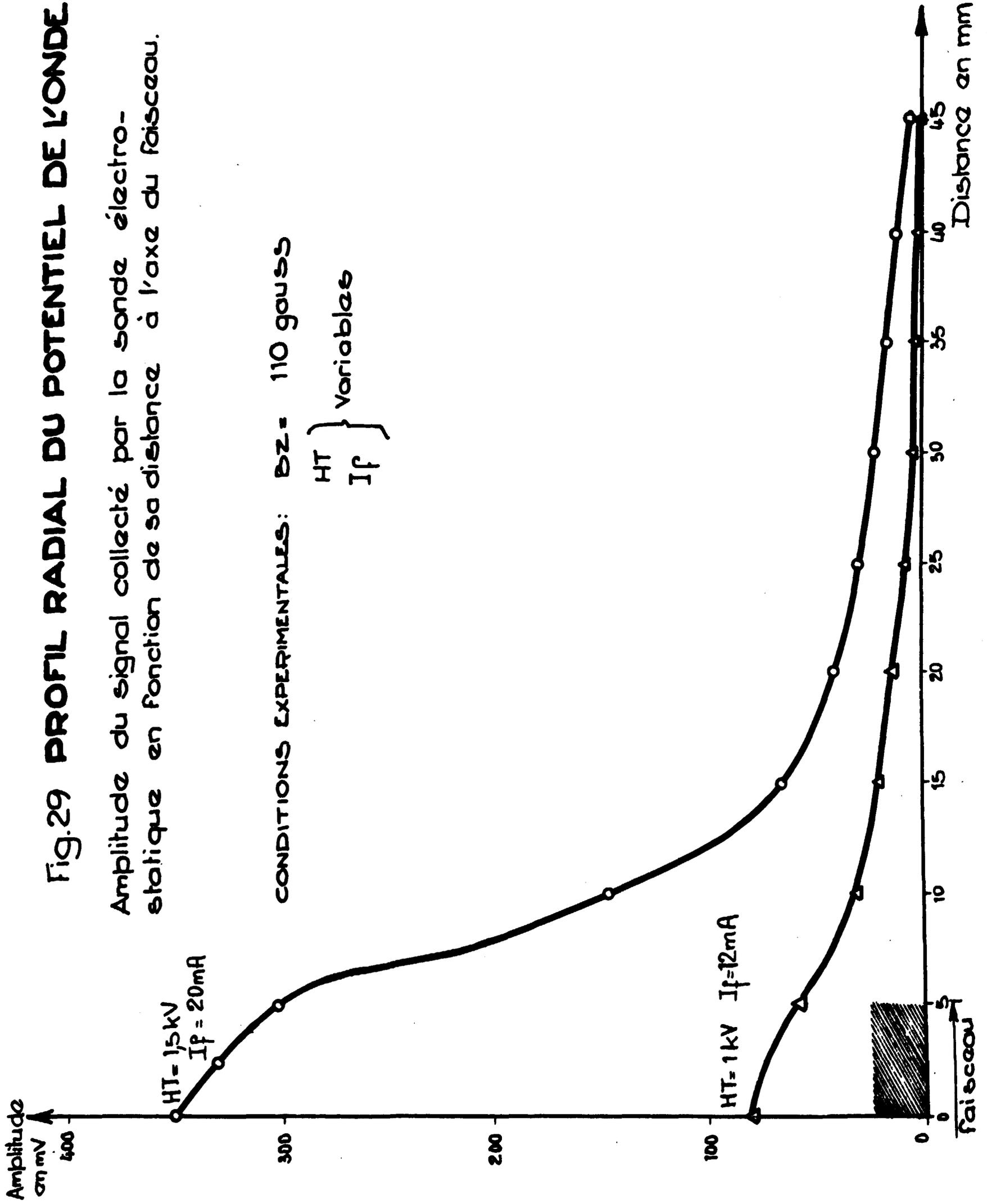


Fig.30 MESURE DES FLUCTUATIONS ASSOCIEES A L'INSTABILITE $\frac{\omega_{ce}}{2}$

Champ magn. en gauss	Haute tension d'accélér. en kV	Courant d'un faisceau en mA	Fréquence d'interaction en MHz	Potentiel scalaire en V	Densité perturbée n_1 $\times 10^6$	Densité totale n_0 $\times 10^7$	Rapport $\frac{n_1}{n_0}$	$\Delta \Phi_1$ en Vcm^{-2}	$\frac{ \vec{\nabla} \wedge E_1 }{\Delta \Phi_1}$	Composante E_R du Champ en Vcm^{-1}	Composante E_z du Champ en Vcm^{-1}
110	1,5	20	155	5,4	24	13,1	0,18	21,8	< 0,012	5,4	1,1
110	1	12	155	1,4	9,4	9,6	0,10	8,2	< 0,009	1,70	0,70
80	2	20	110	1,55	10	11,4	0,09	9	< 0,008	1,85	0,40
80	1,5	20	110	1,15	7,6	13	0,06	6,75	< 0,010	1,40	0,35
80	1	14	110	0,60	4	11,4	0,04	3,7	< 0,015	0,75	0,23

Ces mesures montrent que les composantes du champ électrique ont un module de l'ordre de grandeur du volt cm^{-1} et que l'on a toujours :

$$E_{\theta} = 0$$
$$|E_{\alpha}| > |E_{\beta}|$$

ce qui montre que le vecteur champ électrique est toujours très incliné par rapport au champ magnétique uniforme.

A partir de la relation 13 (chapitre II), nous calculons la densité des faisceaux. Nous exprimons ensuite le rapport entre la densité perturbée n_1 et la densité totale n_0 . Ce rapport est compris, selon les expériences, entre 5 et $20 \cdot 10^{-2}$ (nous pouvons admettre que chacune des grandeurs n_1 et n_2 est connue à 20%, ce qui définit une incertitude de 40% sur leur rapport). Il est maximum pour les valeurs du champ magnétique correspondant à l'émission du plus grand nombre d'harmoniques. Il croît avec l'intensité et la vitesse des faisceaux.

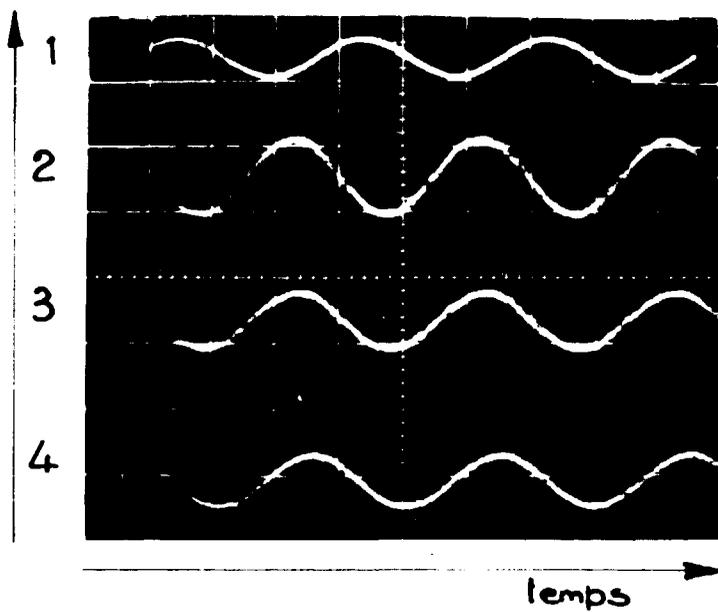
3) Caractère électrostatique de l'onde :

Dans le second chapitre nous avons fait appel à une hypothèse simplificatrice importante en négligeant la composante magnétique du champ des ondes (hypothèse quasi- électrostatique) . Nous nous proposons maintenant de discuter dans quelle mesure nos résultats sont en accord avec notre hypothèse. Des mesures de la composante magnétique ont été effectuées au moyen d'une sonde magnétique introduite au sein des faisceaux fig(31). [40] .

Pour discuter le caractère électrostatique des ondes, c'est à dire le caractère irrotationnel du champ électrique nous cherchons à mesurer le rapport $\frac{|\nabla \wedge \vec{E}_1|}{|\Delta \Phi_1|}$. Pour cela, il est nécessaire de séparer la composante "capacitive" et la composante électromagnétique du signal collecté par la sonde magnétique. Cette opération est effectuée par une rotation du plan de la sonde d'un angle π . Les signaux obtenus sont :

Fig.31 DEMONSTRATION DU CARACTERE ELECTROSTATIQUE

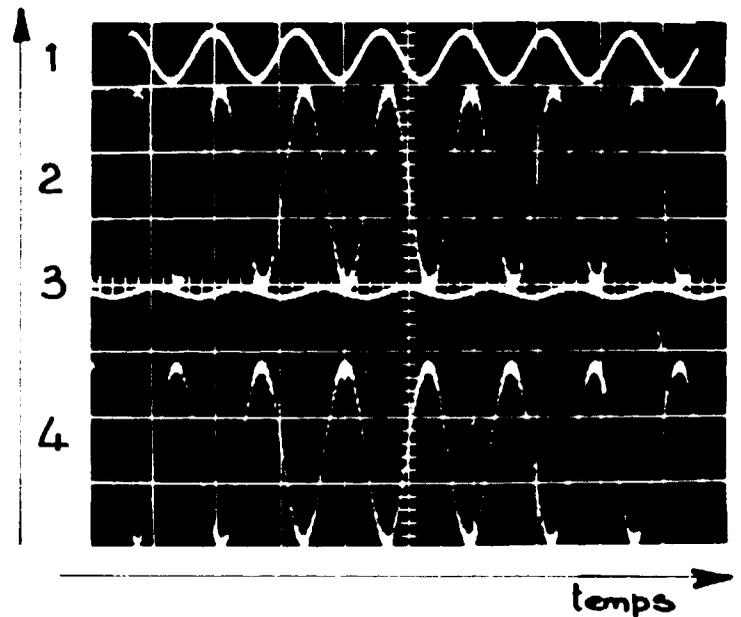
A) SONDE MAGNETIQUE PLACÉE
DANS LE CONDENSATEUR ETALON



Vitesse de balayage : 2 ns/car.

- 1) référence : tension appliquée aux plaques : 50 v/car.
- 2,3,4) Signaux collectés par la sonde ; échelle : 10 mV/car.
- 2) Sonde en position initiale
- 3) Sonde après rotation de 90°
- 4) Sonde après rotation de 180°

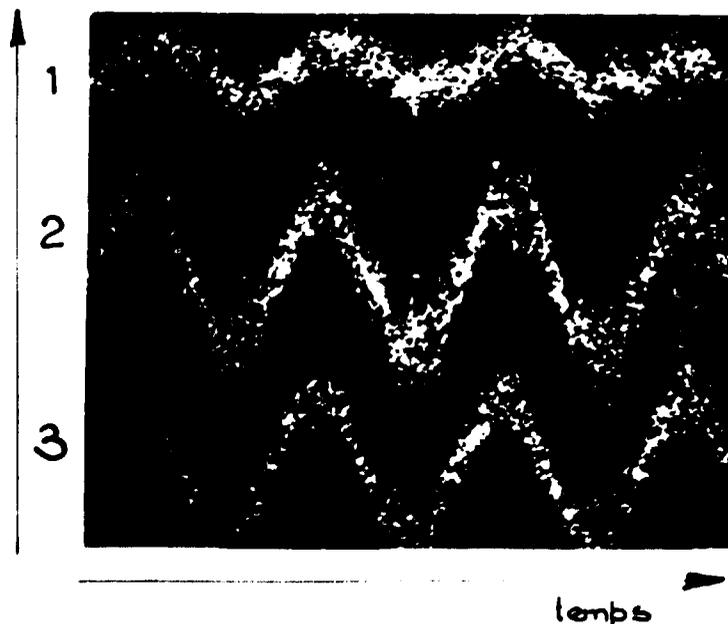
B) SONDE MAGNETIQUE PLACÉE
DANS LA BOUCLE ETALON.



Vitesse de balayage : 2 ns/car.

- 1) référence : tension appliquée aux bornes de la boucle : 2 v/car.
- 2,3,4) Signaux collectés par la sonde ; échelle : 0,2 v/car.
- 2) Sonde dans le plan de la boucle
- 3) Sonde après une rotation de 90°
- 4) Sonde après une rotation de 180°

C) SONDE MAGNETIQUE PLACÉE DANS LE SYSTEME DOUBLE-FAISCEAU



Vitesse de balayage : 2 ns/car.

- 1) référence : signal collecté par une sonde de Langmuir.
échelle : 100 mV/car.
- 2) Sonde magnétique en position initiale. (échelle 1 mV/car.)
- 3) Sonde magnétique après une rotation de 180°.

conditions expérimentales :

B_0 : 120 gauss HT : 2 kV I_f : 20 mA

$$V = S |\vec{\nabla} \wedge \vec{E}_1| + \alpha \Phi_1$$

$$V = -S |\vec{\nabla} \wedge \vec{E}_1| + \alpha \Phi_1$$

avant la rotation .

après la rotation de η .

S désignant la surface de la spire .

Dans la rotation, le signal collecté a varié d'une quantité :

$$\Delta V = 2S |\vec{\nabla} \wedge \vec{E}_1|$$

Nos mesures n'ont jamais mis en évidence de variation ΔV appréciable, ce qui permet d'affirmer que le signal collecté est essentiellement d'origine capacitive et que :

$$\frac{\Delta V}{\alpha \Phi_1} < 5 \cdot 10^{-3}$$

ce qui permet d'évaluer une limite supérieure de $|\vec{\nabla} \wedge \vec{E}_1|$

$$|\vec{\nabla} \wedge \vec{E}_1| < 0,27 \text{ volt} \cdot \text{cm}^{-2}$$

Nous en déduisons le rapport $\frac{|\vec{\nabla} \wedge \vec{E}_1|}{|\Delta \Phi_1|}$ dans chaque cas. Ces valeurs sont données dans le tableau fig (30) . Il apparaît que ce rapport est toujours inférieur à $1,5 \cdot 10^{-2}$, ce qui démontre bien la validité de l'hypothèse "quasi-électrostatique" dans notre expérience.

c) Etude des harmoniques de la fréquence $\frac{F_{ca}}{2}$:

Nous abordons maintenant l'étude du spectre d'harmoniques de la fréquence $\frac{F_{ca}}{2}$. Nous étudierons successivement la fréquence, l'amplitude, la largeur des raies, le nombre d'onde et le taux de croissance de ces oscillations.

1) Fréquences :

Les valeurs de la haute tension d'accélération et du courant des faisceaux étant fixées, nous enregistrons, à l'aide de l'analyseur de spectre, les

fréquences d'oscillations en faisant varier l'intensité du champ magnétique fig.(32) . Les résultats obtenus sont rassemblés sur la fig. (33) où chaque point correspond à une raie observée. Ces résultats appellent quelques remarques.

α) limite inférieure du champ magnétique B_0 .

Pour des valeurs du champ magnétique inférieures à 50 gauss aucune radiation n'a pu être détectée. Pour des valeurs aussi faibles du champ magnétique les faisceaux ne sont plus focalisés ce qui explique l'absence d'interaction. Ce point a été vérifié à l'aide d'une cible collectrice escamotable.

β) limite supérieure du champ magnétique B_0 .

Pour des valeurs élevées du champ magnétique (> 325 gauss) on observe la disparition du fondamental et des harmoniques. Il semble que l'on puisse interpréter cette limite supérieure en faisant appel à un effet d'amortissement.

En effet, une instabilité de ce type peut être vue comme le résultat du couplage entre deux ondes qui doivent pouvoir se propager avec un amortissement faible . Ceci se traduit pour l'onde "plasma" par la condition :

$$KV_{th} \ll \omega_p \quad (1)$$

Or, au voisinage de la fréquence considérée, K est défini par :

$$KU_{30} \approx \frac{n\omega_{ce}}{2}$$

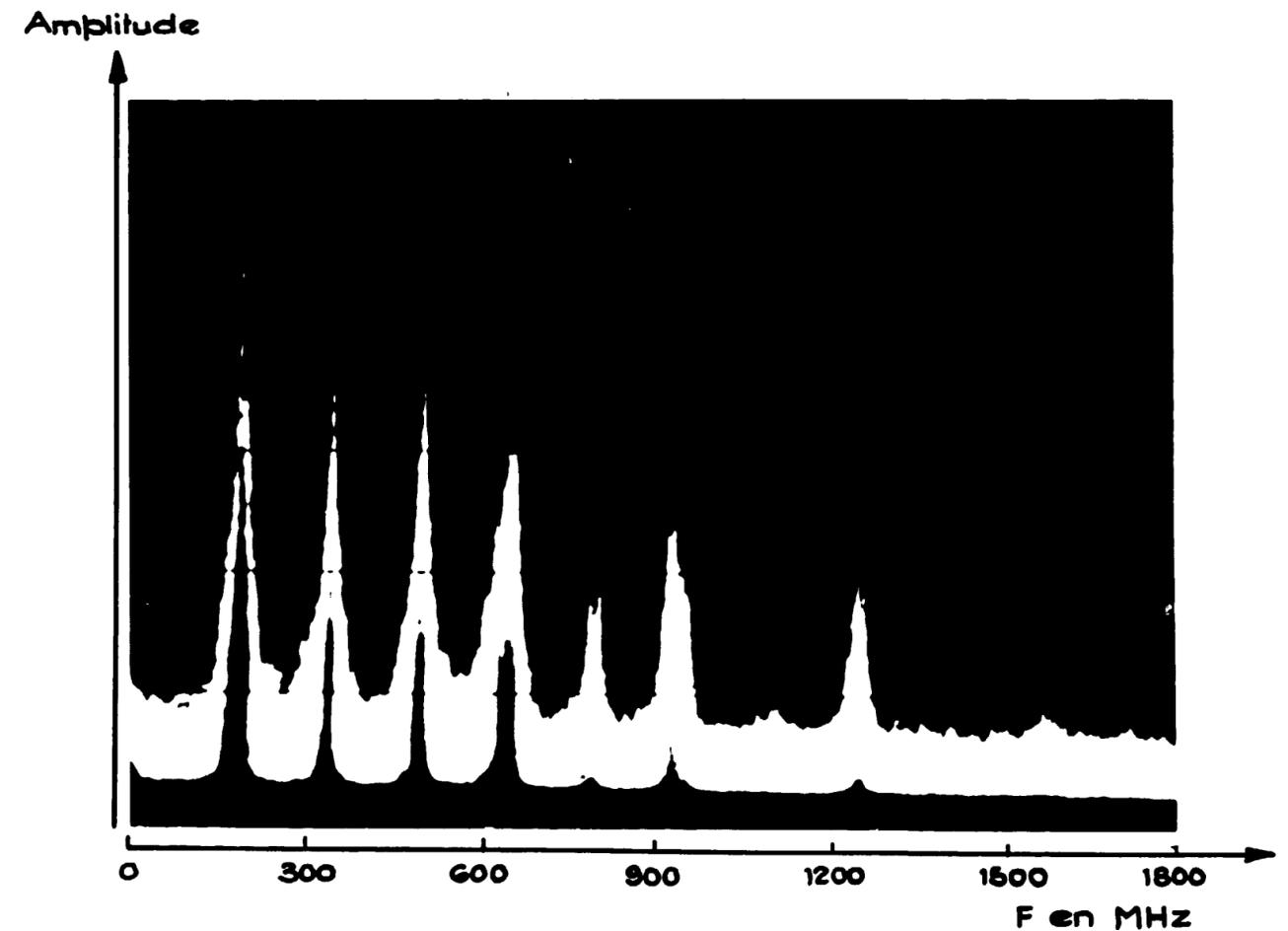
La condition (1) s'écrit alors :

$$\frac{n\omega_{ce} V_{th}}{2U_{30}} \ll \omega_{pe} \quad (2)$$

Elle permet d'interpréter les résultats expérimentaux. Nous avons en effet vérifié que la valeur limite de B_0 croît avec la vitesse et la densité des faisceaux et qu'elle décroît avec le rang de l'harmonique conformément à (2).

Fig.32 INTERACTION DOUBLE FAISCEAU

GENERATION D'HARMONIQUES DE LA DEMI-FREQUENCE
GIROMAGNETIQUE ELECTRONIQUE



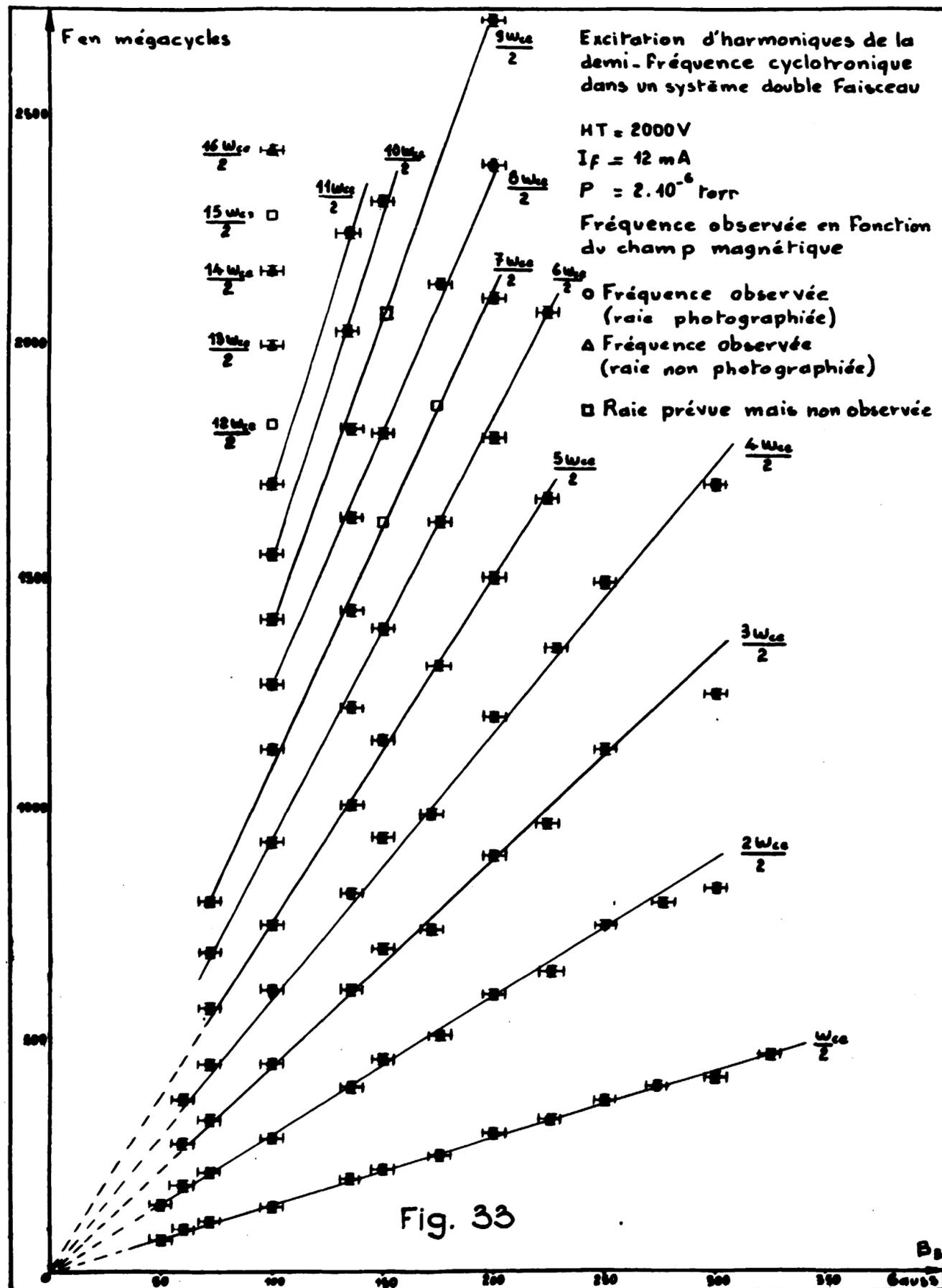
Champ magnétique : 115 gauss

Haute tension d'accélération : 2000 volts

Intensité du courant de chaque faisceau : 17 mA

Pression : 10^{-6} torr

Amplification verticale logarithmique



γ) zone où apparaissent les harmoniques.

Dans la zone intermédiaire nous obtenons des points qui, aux incertitudes expérimentales près, peuvent être reliés par des droites convergeant vers l'origine. Cependant l'examen du graphique fig (32) montre que des raies prévues n'ont pu être enregistrées, leur amplitude étant très certainement inférieure au seuil de sensibilité du détecteur. Ces raies correspondent à des harmoniques d'ordre élevé pour lesquels les énergies mises en jeu sont très faibles comme il sera montré plus loin. La valeur du champ magnétique pour laquelle le plus grand nombre d'harmoniques a été observé est sensiblement égale à 100 gauss ($n=16$).

Il a été généralement nécessaire d'optimiser les paramètres expérimentaux pour faire apparaître les raies harmoniques d'ordre élevé ce qui n'apparaît pas très nettement sur le graphique fig. (32) mais davantage sur celui de la fig.(34) sur lequel nous avons porté les valeurs exactes des paramètres ayant permis d'obtenir une série d'harmoniques. Nous constatons que les valeurs du champ magnétique varient au plus de 5% et les valeurs de la haute tension de 3,5%.

Nous avons très rarement observé deux raies situées de part et d'autre de $\frac{\eta F_{co}}{2}$ comme le laisseraient supposer les calculs du chapitre II. Nous devons cependant remarquer que la bande de fréquences qui sépare deux zones instables voisines est si faible qu'elle se confond avec la largeur de la raie expérimentale. Les raies doubles ne peuvent donc être observées que pour les premiers harmoniques. De plus, les conditions aux limites "sélectionnent" les fréquences d'une zone au détriment de celles de la zone voisine, ce que l'on observe effectivement en faisant varier faiblement la valeur de la haute tension d'accélération. On voit alors la raie apparaître tantôt dans l'une des zones de fréquences instables, tantôt dans l'autre.

EXCITATION D'HARMONIQUES DE LA DEMI FREQUENCE GIROMAGNETIQUE ELECTRONIQUE

Fig. 34

Rang de l'harmonique	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B_z	151	147	152	147	149	150	152	146	151	145
HT	2000	2020	1960	1950	1960	2000	2000	1980	1960	1990
$F_{n\omega_{ce}}$	210	415	640	820	940	1260	1490	1660	1920	2060

2) Amplitude:

Les mesures montrent que l'amplitude des harmoniques décroît très rapidement avec leur rang, comme le montre la fig. (32). Dans un cas type représenté fig (35) nous remarquons que la décroissance est sensiblement continue et que le dixième harmonique a un niveau de 50 db inférieur à celui du fondamental.

3) largeur des raies :

Nous avons rassemblé, dans deux cas types fig. (36) et fig. (37) les photographies des raies observées à l'analyseur de spectres, avec la même dispersion et en ajustant la sensibilité de ce dernier pour que la hauteur de la raie soit aussi constante que possible. Nous donnons fig. (38) les largeurs à mi-hauteur mesurées. Nous constatons que si la largeur absolue croît avec le rang, la largeur relative est toujours comprise entre $3,5 \cdot 10^{-3}$ et $6 \cdot 10^{-3}$. Avant de discuter le sens physique de ces largeurs de raies, mentionnons que :

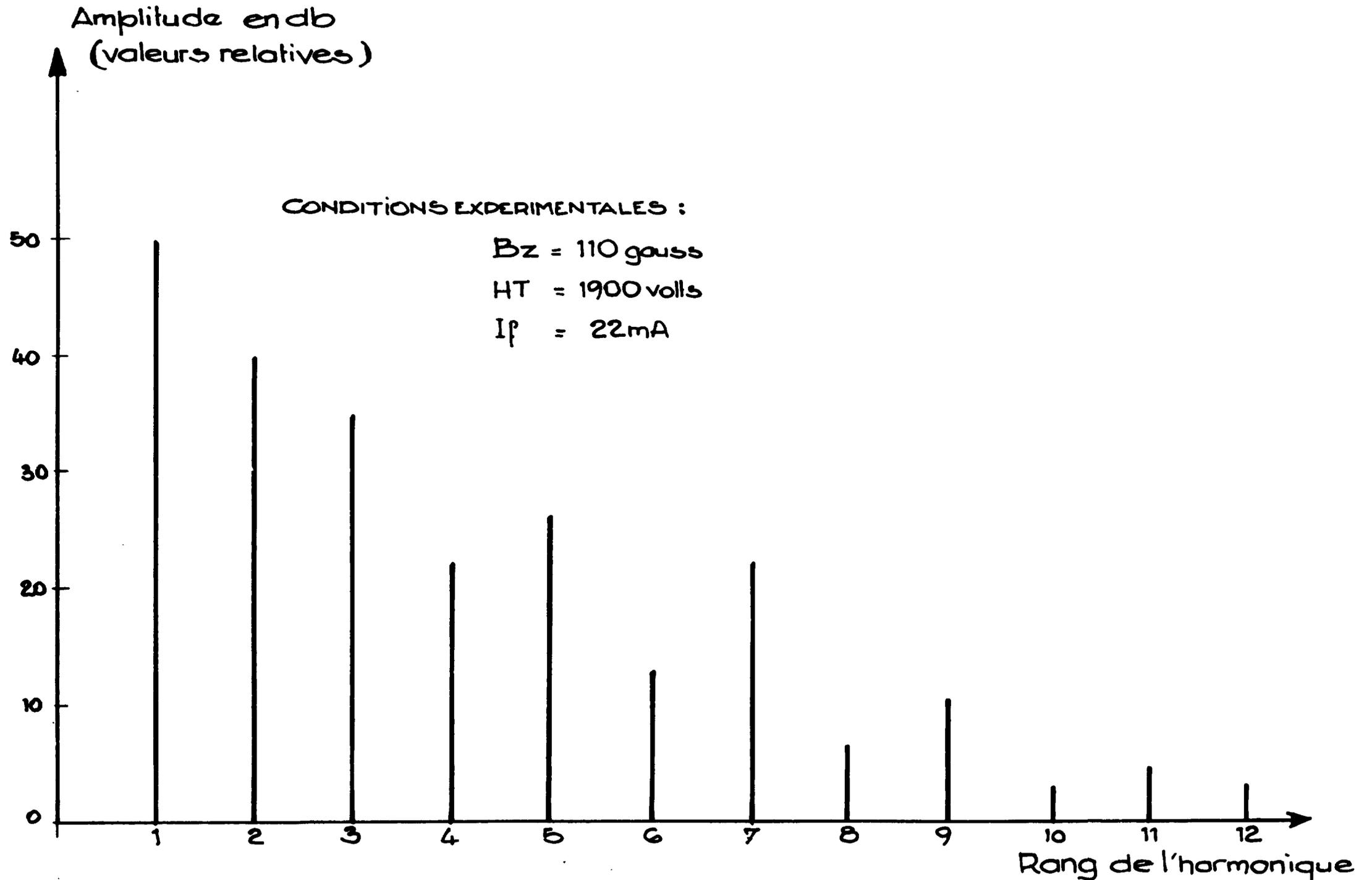
- Nous avons vérifié que les largeurs de raies observées n'étaient pas associées à des fluctuations de champ magnétique dues à un défaut de filtrage ou de stabilisation des redresseurs. Nous avons en particulier obtenu les mêmes largeurs de raies en remplaçant ceux-ci par des batteries d'accumulateurs.

- Les fluctuations de vitesse des faisceaux résultant de défauts de stabilité ou de filtrage de l'alimentation du canon sont également trop faibles pour expliquer cette largeur.

Nous pensons que cette largeur peut être expliquée par l'effet Doppler dû à la température des faisceaux. Si, comme nous l'avons remarqué plus haut, la fréquence est sélectionnée par les conditions aux limites, la largeur de raie associée à l'effet Doppler s'écrit :

$$\Delta\omega = K_3 V_{mf}$$

Fig.35 AMPLITUDE RELATIVE (en db) DES DIFFERENTES RAIES HARMON-
NIQUES DE LA DEMI-FREQUENCE GIROMAGNETIQUE ELECTRONIQUE

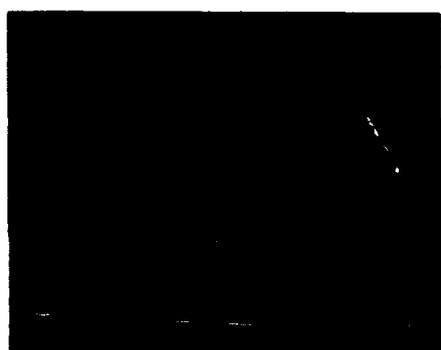


GENERATION D'HARMONIQUES DE LA DEMI-FREQUENCE GIROMAGNETIQUE DANS UN SYSTEME DOUBLE FAISCEAU

ANALYSE DU SPECTRE D'EMISSION DISPERSION $10\text{Carreaux}=26\text{ Mc}$

HT=2000V $I_f=15\text{ mA}$ $P_0=1,5\cdot 10^{-6}\text{ Tor}$ $B_0=135\text{ Gauss}=5\% (15\text{ mV})$

Fig. 36



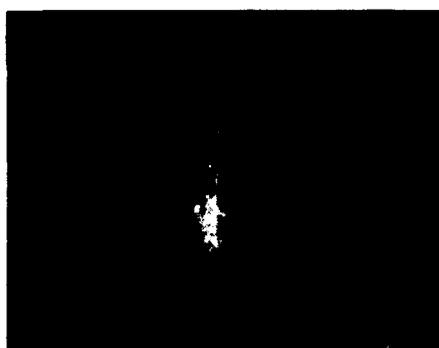
190 Mc



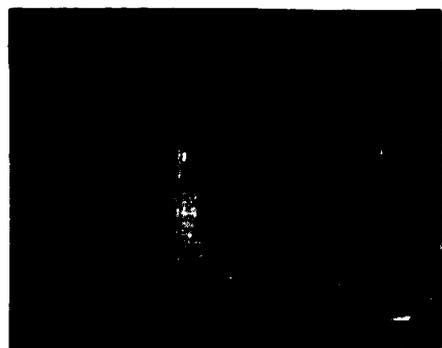
375 Mc



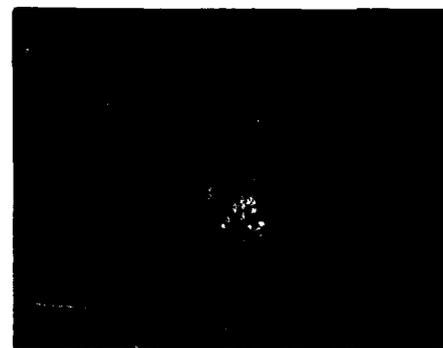
565 Mc



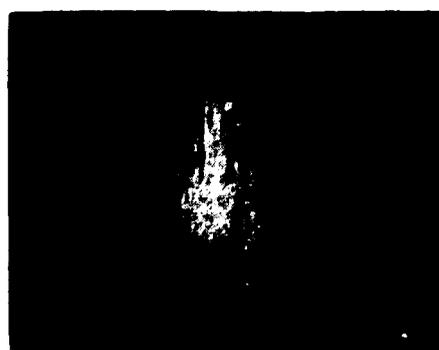
740 Mc



940 Mc



1120 Mc



1300 Mc



1460 Mc



1670 Mc

GENERATION D'HARMONIQUES DE LA DEMI-FREQUENCE GIROMAGNETIQUE DANS UN SYSTEME DOUBLE FAISCEAU

ANALYSE DU SPECTRE D'EMISSION DISPERSION $10\text{Carreaux}=26\text{ Mc}$

HT=2000V $I_f=15\text{ mA}$ $P_0=1,5\cdot 10^{-6}\text{ Torr}$ $B_0=135\text{ Gauss}\pm 5\% (15\text{ mV})$

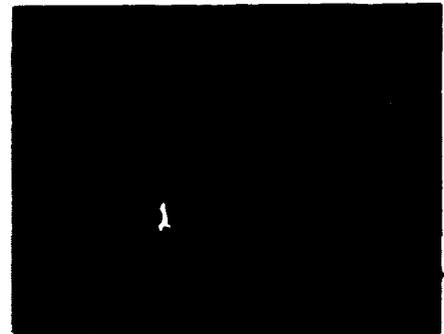
Fig. 37



190 Mc



375 Mc



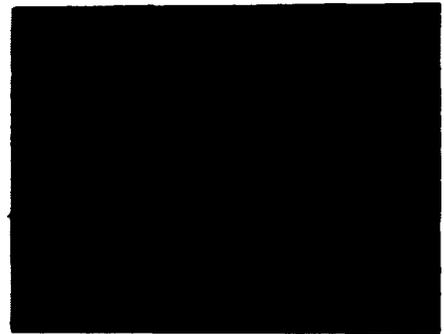
565 Mc



740 Mc



940 Mc



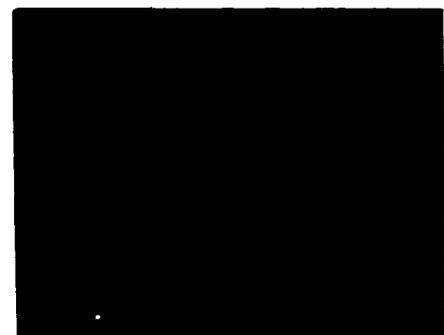
1120 Mc



1300 Mc

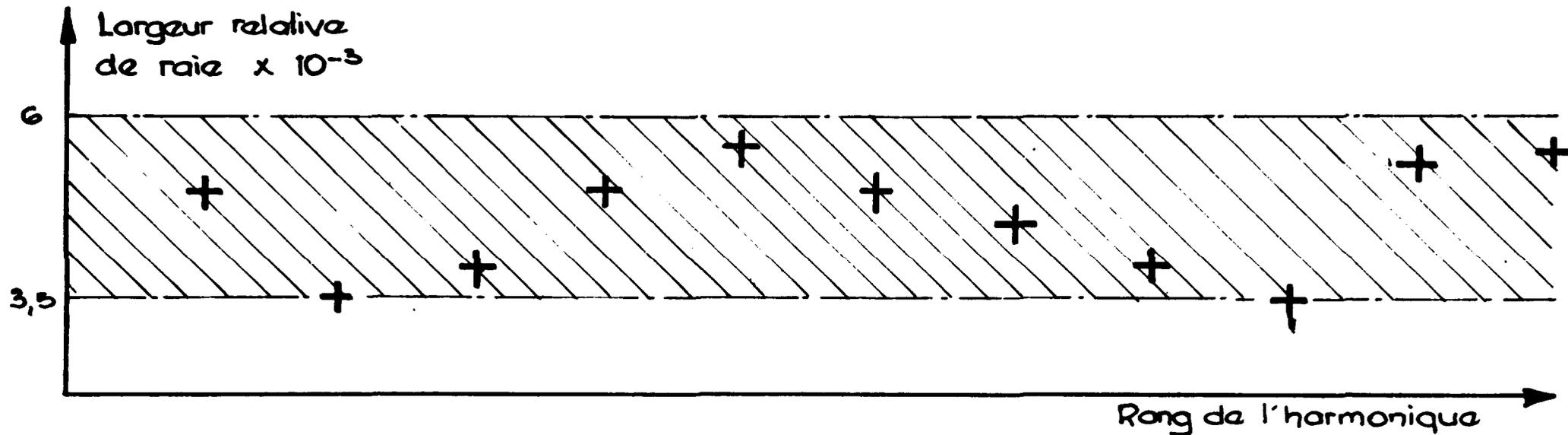


1460 Mc

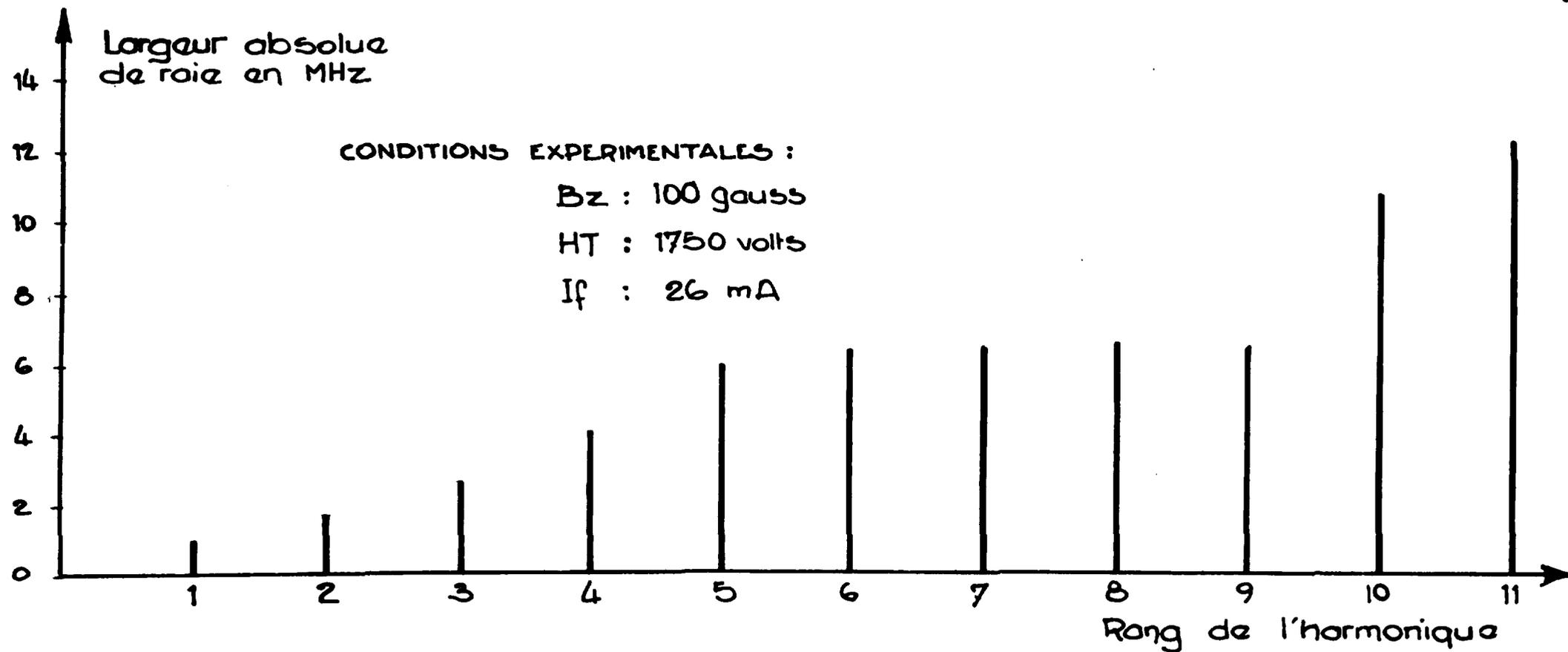


1670 Mc

Fig.38 **LARGEUR RELATIVE DE RAIE EN FONCTION DU RANG DE L'HARMONIQUE**



LARGEUR ABSOLUE DE RAIE EN FONCTION DU RANG DE L'HARMONIQUE



K_3 étant sensiblement égal à $\frac{n\omega_{ce}}{2U_{30}}$. Ce qui peut encore s'écrire :

$$\Delta\omega = \frac{V_{thf}}{U_{30}} \frac{n\omega_{ce}}{2}$$

Cette expression montre que, conformément aux observations, la largeur d'une raie est proportionnelle à son rang n . D'autre part si nous calculons la largeur de raie en utilisant les mesures de distributions de vitesses longitudinales des faisceaux nous obtenons :

$$\frac{V_{thf}}{U_{30}} = \frac{1}{2} \frac{\Delta\omega}{\omega}$$

$$\frac{V_{thf}}{U_{30}} = 5 \cdot 10^{-3}$$

d'où :

$$\frac{\Delta\omega}{n \frac{\omega_{ce}}{2}} = 5 \cdot 10^{-3}$$

Ce résultat est en bon accord avec l'expérience .

4) Signal collecté par la sonde .

Des enregistrements à l'aide d'un oscilloscope rapide du signal collecté par la sonde sont présentés fig.(39) . Ceux-ci montrent dans tous les cas un signal à la demi-fréquence giromagnétique électronique. Mais ce dernier est plus ou moins déformé par la présence des premiers harmoniques. Seuls les premiers harmoniques ont une amplitude suffisante pour modifier d'une manière apparente la forme du signal . On remarque que suivant les cas, le fondamental le second ou le troisième harmonique peuvent être prédominants. Comme nous l'avons vu plus haut , l'importance relative des harmoniques est commandée par d'infimes variations de conditions aux limites (haute tension d'accélération,

GENERATION D'HARMONIQUES DE LA DEMI-FREQUENCE GIROMAGNETIQUE DANS UN SYSTEME SYMETRIQUE DE DEUX

FAISCEAUX D'ELECTRONS

Fig.39

Oscillogrammes représentant le courant collecté par la sonde en fonction du temps et mettant en évidence la variation de l'amplitude relative des premiers harmoniques de $\frac{\omega_{ce}}{2}$ pour différentes valeurs du champ magnétique (ces valeurs ne diffèrent que de qq. %).

CONDITIONS EXPERIMENTALES :

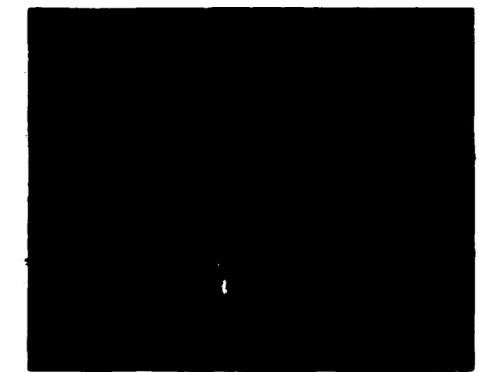
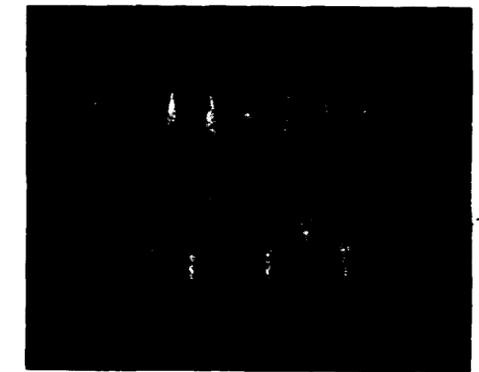
$B_3 \approx 145$ gauss

$HT \approx 2$ KV

$I_f = 12$ mA

Horizontalement temps : $2,5 \cdot 10^{-8}$ s/car.

Verticalement courant sonde : 0,4 mA/car.



champ magnétique) .

5) Mesure du nombre d'onde longitudinal .

Antérieurement, en réalisant des systèmes d'ondes stationnaires très stables Etievant et Pérulli avaient pu mesurer le nombre d'onde longitudinal du mode fondamental Ils avaient montré que :

$$k_3 \approx \frac{\omega_{ce}}{2U_{30}}$$

Nous avons voulu poursuivre cette étude pour les harmoniques. Cependant lorsque le rang n croît les énergies mises en jeu sont de plus en plus faibles et les longueurs d'onde de plus en plus courtes ce qui rend ces mesures difficiles. Toutefois nous avons pu constater dans plusieurs cas que le nombre d'onde du second harmonique était sensiblement le double de celui du mode fondamental . Ce résultat montre que l'interaction à la fréquence ω_{ce} serait due essentiellement au couplage de l'onde "plasma" d'un faisceau avec l'onde "cyclotronique harmonique $n=2$ " de l'autre faisceau et confirme les résultats du chapitre II en ce qui concerne le calcul des taux de croissance.

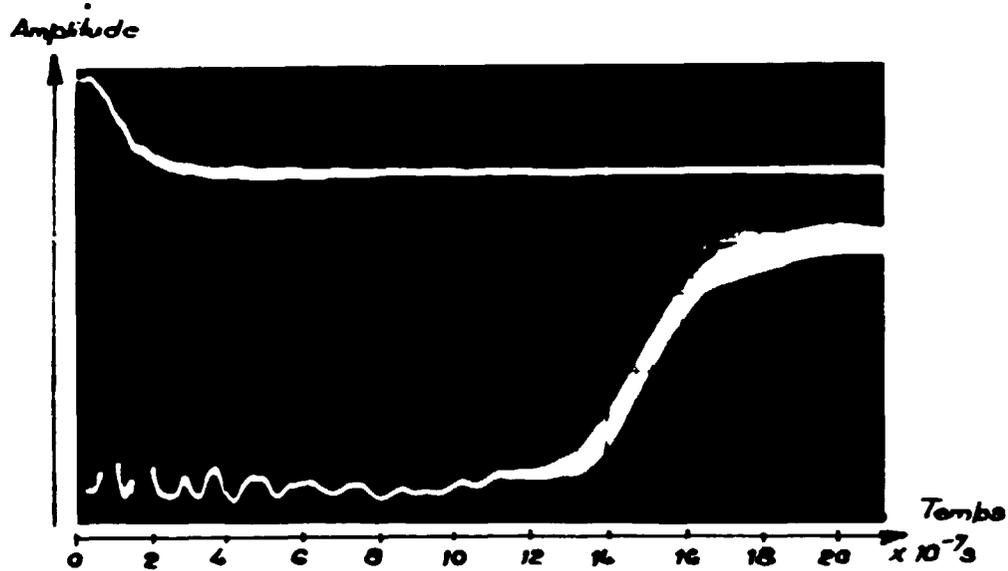
6) Mesure du taux de croissance .

L'étude du développement des oscillations à partir de l'instant initial auquel les faisceaux sont projetés l'un contre l'autre présente un intérêt particulier puisque ce n'est qu'au début de la période transitoire pendant laquelle les oscillations ont encore une faible amplitude, que les calculs effectués dans l'approximation linéaire sont réellement applicables.

Pour observer cette période de croissance les faisceaux sont pulsés (le temps de montée de l'impulsion de tension est de $2 \cdot 10^{-7}$ seconde) . L'amplitude des raies harmoniques est alors suivie dans le temps à l'aide de l'analyseur de spectre synchroscope fig. (40).

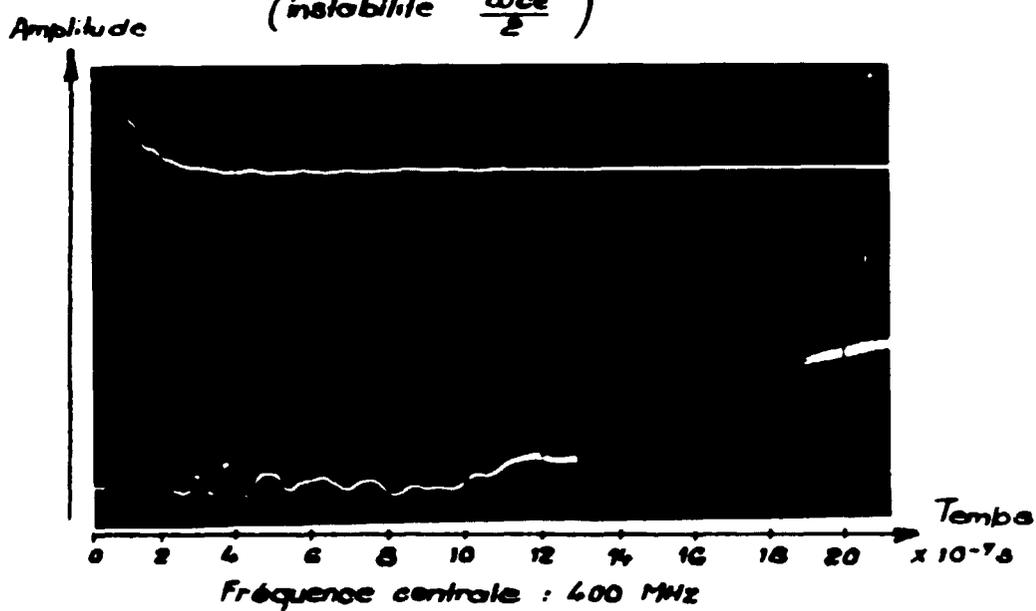
Fig.40 INTERACTION DOUBLE FAISCEAU

ETUDE DU DEVELOPPEMENT DES INSTABILITES CORRESPONDANT
AUX PREMIERS HARMONIQUES



Trace supérieure : haute tension appliquée aux canons.

Trace inférieure : développement de l'instabilité.



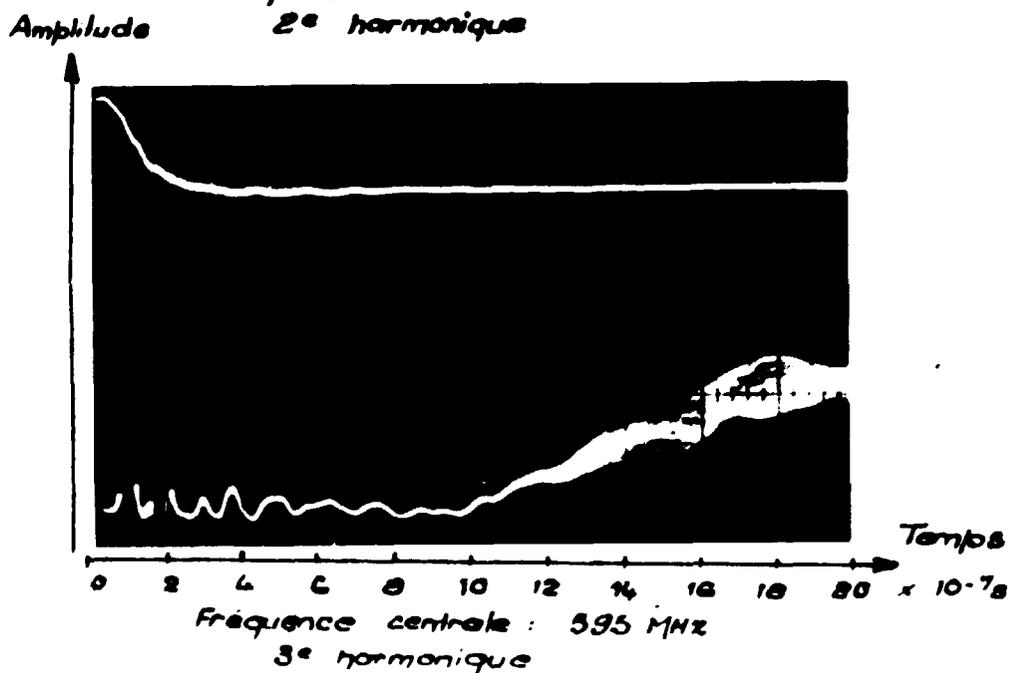
CONDITIONS EXPERIMENTALES

Champ magnétique : 140 gauss

Largeur de bande : 5 MHz

HT d'accélération : 1450 volts

Vide : $5 \cdot 10^{-7}$ torr



Nous remarquons après le début de l'impulsion, une première période pendant laquelle aucune oscillation n'apparaît ($\approx 10^{-6}$ seconde). Ensuite le signal croît avec une montée sensiblement exponentielle et enfin se stabilise au niveau permanent.

La première période est due à l'analyseur qui retarde le signal de $1 \mu s$.

La seconde période permet la mesure du taux de croissance de l'instabilité. Nous pouvons en effet écrire :

$$\gamma_m(\omega) = \frac{\log_e 2}{\Delta t}$$

Δt représentant l'intervalle pendant lequel la raie observée double d'amplitude. Nous avons ainsi mesuré le taux de croissance des trois premiers harmoniques et l'avons comparé aux résultats théoriques déduits des relations (12) et (13) fig.(41). Quoique plus faibles, les taux de croissance expérimentaux restent compatibles avec les valeurs théoriques.

Remarque : La bande passante de l'analyseur synchroscope étant $\Delta\omega = 5 \text{ MHz}$, nous ne pouvons espérer observer à l'aide de cet appareil que la croissance d'oscillations ayant un temps de montée supérieur à $2 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ ce qui est le cas des harmoniques mais risque d'apporter quelques restrictions pour le fondamental.

E- Discussion du mécanisme de génération des harmoniques :

Au chapitre II nous avons montré qu'il existe, dans l'approximation linéaire, des mécanismes de génération d'harmoniques de la fréquence $\frac{F_{ce}}{2}$. Bien que les mesures des taux de croissance des deux premiers harmoniques ne soient pas incompatibles avec cette théorie, il est à remarquer que les taux de croissance calculés décroissent très rapidement avec l'ordre de l'harmonique. Un calcul dû à Brossier [31] montre que cette décroissance est encore beaucoup plus rapide lorsque l'on tient compte de la température parallèle des faisceaux ($T_{\parallel} \approx T_{\perp}$). Il paraît donc difficile d'expliquer par une théorie linéaire la présence d'harmoniques d'ordre élevé. La question se pose donc de savoir si les

Fig.41 MESURE DU TEMPS DE CROISSANCE POUR LES TROIS PREMIERS HARMONIQUES ET VALEURS THEORIQUES CORRESPONDANTES

Ordre de l'harmonique	$\gamma_m(\omega)$ mesuré en s^{-1}	$\gamma_m(\omega)$ théorique	
		Interaction plasma-cyclotron P_{Cn}	Interaction cyclotron-cyclotron $C_n C_p$
1	$\geq 6,9 \cdot 10^6$	$n=1; p=2$ $3,6 \cdot 10^7$	$n=2; p=3$ $2,7 \cdot 10^6$ $n=3; p=4$ $5,5 \cdot 10^5$
2	$2,8 \cdot 10^6$	$n=2$ $1,3 \cdot 10^7$	$n=2; p=4$ $1,5 \cdot 10^6$ $n=3; p=5$ $1,9 \cdot 10^5$
3	$1,7 \cdot 10^6$	$n=3$ $5 \cdot 10^6$	$n=3; p=6$ $3,8 \cdot 10^4$

Instabilité P_{Cn} : Interaction entre l'onde plasma d'un faisceau avec l'onde cyclotronique harmonique de rang n de l'autre faisceau.

Instabilité $C_n C_p$: Interaction entre l'onde cyclotronique harmonique de rang n d'un faisceau avec l'onde cyclotronique harmonique de rang p de l'autre faisceau.

$$n_0 = 4 \cdot 10^7 \text{ el/cm}^3$$

$$K_{\perp} = 2\pi \text{ cm}^{-1}$$

$$\omega_{ce} = 1,8 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$$

mécanismes non linéaires d'interaction d'ondes jouent un rôle important dans ce type d'expériences et s'ils peuvent expliquer la génération d'harmoniques d'ordre élevé. Une réponse complète à cette question nécessiterait un travail théorique qui, du fait de sa complexité, dépasserait le cadre de cette étude. Nous présentons toutefois, dans ce qui suit, plusieurs séries d'observations qui mettent en évidence l'importance du rôle joué par ces mécanismes. [41]

a) Action sur les conditions aux limites.

Dans l'approximation linéaire chaque harmonique est instable et peut se développer en ignorant la présence des autres instabilités. Dans un mécanisme non linéaire au contraire l'amplitude d'une onde correspond à un équilibre avec celle des autres ondes présentes et il est en particulier impossible d'engendrer les harmoniques de la fréquence $\frac{F_{ce}}{2}$ en l'absence du fondamental.

Nous avons pu imposer à volonté la disparition d'un harmonique de rang n quelconque en modifiant les conditions aux limites. Ceci peut être réalisé en changeant la longueur d'onde par action sur la vitesse des faisceaux ou sur l'intensité du champ magnétique. Nous avons noté que la disparition d'un harmonique de rang élevé ($n \gg 3$) ne modifiait pas notablement l'allure du spectre, alors que la disparition du fondamental ou de l'harmonique $n=2$ entraînait dans tous les cas la disparition complète des autres harmoniques. Cette observation n'est explicable que dans la seconde hypothèse.

b) Excitation d'une onde à l'aide d'un générateur extérieur.

Nous avons cherché à mettre en évidence la présence éventuelle d'effets non linéaires d'interactions d'ondes, en excitant le système par un générateur extérieur couplé aux faisceaux par une antenne en hélice. Un filtre était disposé entre le générateur et l'antenne pour éliminer les harmoniques du générateur. Nous avons fait osciller le générateur à des fréquences égales à $\frac{\eta F_{ce}}{2}$ et à des fréquences différentes de $\frac{\eta F_{ce}}{2}$.

1) excitation du système à une fréquence égale à $\frac{\eta F_{ce}}{2}$.

Le système "double faisceau" est excité au moyen du générateur extérieur à la fréquence $\frac{\eta F_{ce}}{2}$, ce qui permet d'augmenter à volonté l'amplitude des oscillations de cet harmonique. Nous avons constaté que le renforcement de l'amplitude d'un harmonique entraînait en général celui d'harmoniques de rang différents et même la génération d'harmoniques initialement absents. Ainsi, dans un cas type, en augmentant de 10db l'amplitude de l'harmonique 2 nous avons vu l'amplitude de l'harmonique 3 augmenter de 5db et celle de l'harmonique 4 augmenter de 30 db. Dans un autre cas, en augmentant de 15db l'amplitude de l'harmonique 3 nous avons engendré l'harmonique 4 à un niveau de 10 db au-dessus du bruit de fond alors qu'il n'existait pas initialement.

2) Excitation du système à une fréquence différente de $\frac{\eta F_{ce}}{2}$.

A l'aide du générateur nous avons excité le système à une fréquence F_1 différente de $\frac{\eta F_{ce}}{2}$. Sur la figure 42, la vue I_a montre un spectre observé en l'absence d'oscillateur, la vue I_b montre l'allure du spectre modifié par la présence d'oscillations à la fréquence F_1 . En plus des fréquences $\frac{\eta F_{ce}}{2}$ et F_1 , nous constatons l'apparition d'un spectre de raies dont les fréquences satisfont la relation :

$$F = \frac{\eta F_{ce}}{2} + n_1 F_1 \quad (n \text{ et } n_1 : \text{ nombres entiers algébriques})$$

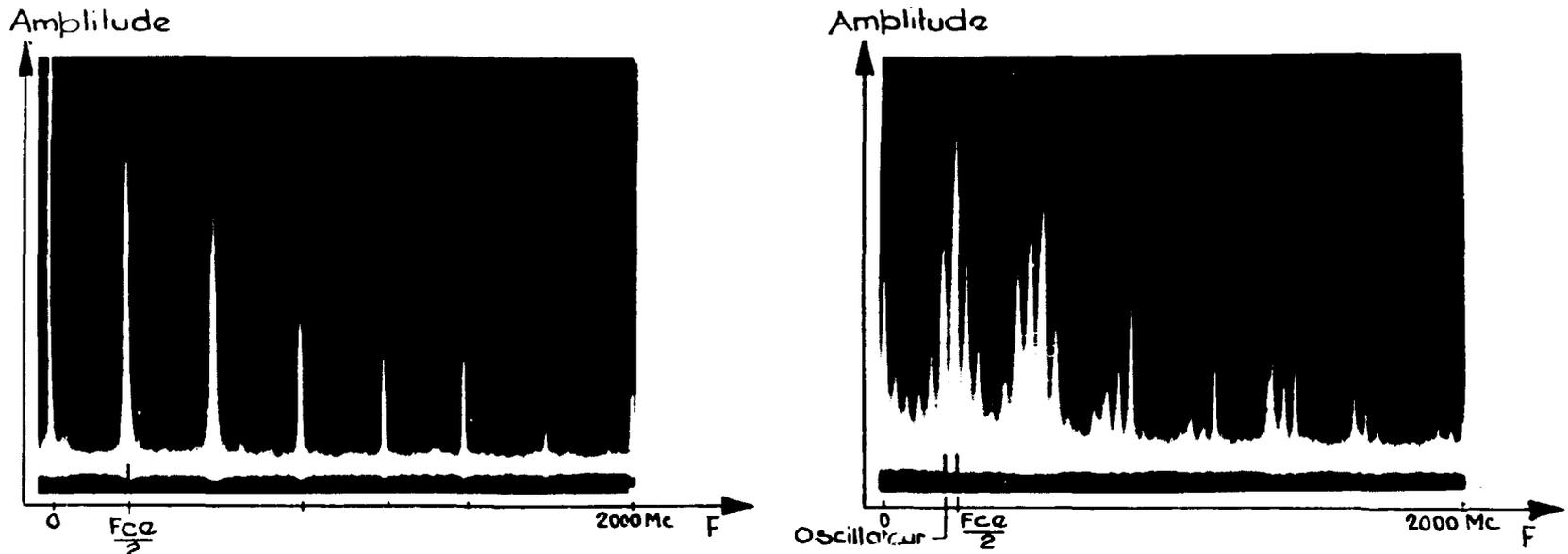
Si nous désignons chaque raie par les 2 nombres n et n_1 , nous notons sur la vue I_b la présence des raies :

(1, -1), (2, -2), (3, -3), (4, -4), (-1, 2), (0, 1), (1, 0), (2, -1), (3, -2), (4, -3), (5, -4), (0, 2), (1, 1), (2, 0), (3, -1), (4, -2), (5, -3), (6, -4), (1, 2), (2, 1), (3, 0), (4, -1), (5, -2), (2, 2), (3, 1), (4, 0), (3, 2), (4, 1), (5, 0), (4, 2), (5, 1), (6, 0), (5, 2), (6, 1).

Un autre cas est représenté figures (IIa) et (IIb) sur lequel nous notons les raies : (-1, 1), (1, 0), (0, 1), (2, 0), (1, 1), (3, 0), (2, 1), (4, 0), (3, 1), (5, 0), (4, 1), (6, 0), (5, 1).

GENERATION D'UN SPECTRE DE RAYES PAR COUPLAGE NON LINEAIRE

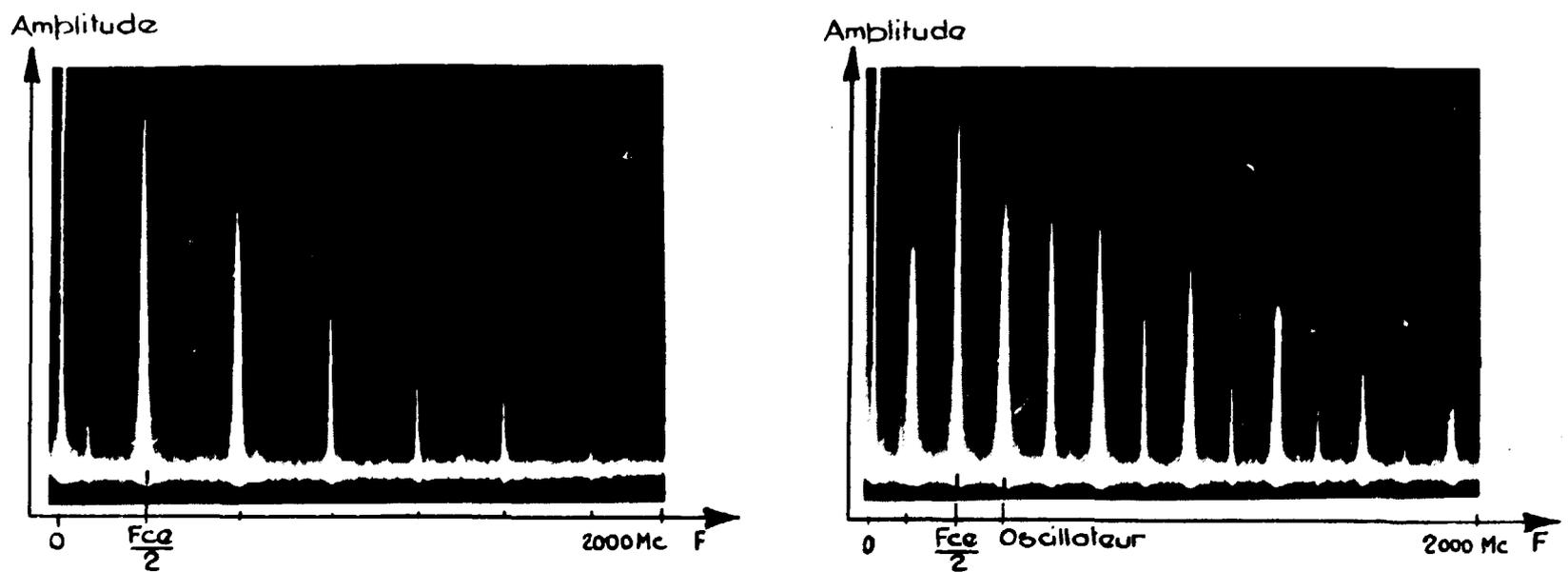
Fig. 42



a) Système double-faisceau sans oscillateur b) Système double-faisceau + oscillateur

Fig. 1 Conditions expérimentales :

Energie des faisceaux : 1780 eV - Intensité : 12 mA / faisceau
Champ magnétique : 200 gauss



a) Système double-faisceau sans oscillateur b) Système double faisceau + oscillateur

Fig. 2 Conditions expérimentales :

Energie des faisceaux : 1780 eV. - Intensité : 12 mA / faisceau
Champ magnétique B_0 : 200 gauss.

La génération de spectres de ce type met en évidence le rôle important joué par les effets non linéaires dans le système.

IV. CONCLUSION.

Les observations effectuées au cours de ce travail ont permis de confirmer l'existence dans un système symétrique "double faisceau" d'un mécanisme d'instabilité à la demi-fréquence giromagnétique électronique. La structure des ondes engendrées et l'amplitude des quantités perturbées ont pu être mesurées. Nous avons montré que le champ électrique associé à ces ondes était sensiblement irrotationnel ($|\vec{\nabla} \cdot \vec{E}| \gg |\vec{\nabla} \wedge \vec{E}|$) ce qui justifie l'utilisation de l'hypothèse quasi électrostatique dans la théorie de ce type d'instabilités.

Nous avons également mis en évidence la génération d'harmoniques de la fréquence $\frac{F_{ca}}{2}$. Des mesures de l'amplitude et de la largeur de ces raies ont été effectuées. L'amortissement Landau semble être responsable de la disparition de ces harmoniques et du fondamental dans le domaine des courtes longueurs d'onde, c'est à dire pour des champs magnétiques forts ($B_0 > 300$ gauss).

Pour des champs magnétiques forts, nous avons observé la génération d'harmoniques de la fréquence de transit. Ces mécanismes ne sont pas expliqués par le modèle en milieu infini et attirent l'attention sur l'intérêt qu'il y aurait à développer la théorie des effets de longueur finie [36].

Nous donnons en fin quelques observations montrant le rôle important des effets non linéaires dans le système double faisceau. Il apparaît clairement que l'approximation linéaire n'est pas suffisante pour expliquer de façon satisfaisante le mécanisme de génération d'harmoniques.

Manuscrit reçu le 23 juillet 1966.

REFERENCES.

A) Ouvrages généraux sur les plasmas et les ondes dans les plasmas.

- J.L.DELCROIX - Physique des Plasmas - Monographie Dunod.
- L.SPITZER - Physics of fully ionized gases .
- J.F.DENISSE - J.L.DELCROIX- Théorie des ondes dans les plasmas- Monographie Dunod .
- H.STIX - The theory of plasma waves .
- W.P.ALLIS- S.J.BUCHSBAUM -A.BERS - Waves in anisotropic plasmas. -

B) Références citées dans le présent mémoire .

- [1] B.A.TRUBNIKOV - "Plasma Radiation in a Magnetic field". Proc. of the 2th Intern. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy. United Nations, Geneva, 1958, Pergamon Press, London 31 , 93 (1958).
- [2] C.B.WHARTON " Microwave radiation measurements of very hot plasma" . Proc. of the 4th Int. Conf. on Ionization Phenomena in gases" , Uppsala, Sweden, August 1959, North Holland Pub. Amsterdam , 2 , 737 (1960).
- [3] G.LANDAUER -"Experimental study on the emission of cyclotron-harmonics" -Annual Meeting of the plasma physics division of the American Physical Society-San Diego n°6 to 9 (1963).
- [4] G.BEKEFI, J.HIRSHFIELD and S.C.BROWN Phys. Fluids 4 , 173 (1961) .
- [5] G.BEKEFI, J.D.COCCOLI, E.B.HOOPER and S.J.BUCHSBAUM Phys.Rev. Letters 9 , 6 (1962) .
- [6] F.W.CRAWFORD, G.S.KINO and H.H.WEISS. Microwave Laboratory report n° 1168-Stanford University Stanford -California (May 1964) - Phys. Rev. Letters 13 , 229 (1964).

- [7] S. GRUBER, W.D. Mc BEE and L.T. SHEPHERD
Appl. Phys. Letters 4 , 137 (1964).
- [8] H. DREICER, Bull. Am. Phys. Soc. 9 , 312 (1964).
- [9] C.D. LUSTIG, W.D. Mc BEE and A. KALISKY
Sperry Rand Research Center Sudbury, Mass. Report n° RR 64-5 (1963).
- [10] S. TANAKA, K. MITANI and H. KUBO - Institute of plasma physics
Nagoya University - Japan - Report n° 13 (july 1963).
- [11] A.V. BORTNIKOV, N.M. BREVNOV, V.G. JOUKOVSKY and
M.K. ROMANOVSKY - Conf. de Culham - Royaume Uni -
(6-10 septembre 1965.)
- [12] P.R. BELL, G.G. KELLEY , N.H. LAZAR, R.F. STRATTON
7th Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases - Belgrade- 4-4-2 (14-1965).
- [13] W. BERNSTEIN, L.G. KUO, E.G. MURPHY, M. PETRANIC,
D.R. SWEETMAN - "Expériences avec les plasmas produits par injection d'atomes neutres". Conf. de Culham- Royaume Uni-
(6-10 septembre 1965) .
- [14] A.H. FUTCH et col. - Conférence de Culham-Royaume Uni -
CN-21/234 (-6-10 septembre 1965).
- [15] M. PERULLI, C. ETIEVANT, E. LUTAUD
"Interactions of two counterstreaming ion beam in the "EOS"
Experiment" . 7th Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases.
Belgrade 4-4-3 (-august 1965.)
- [16] A. SIMON, M.N. ROSENBLUTH - "Single particle cyclotron radiation near
walls and sheaths"-Phys. Fluids 6 , n°11 (nov. 1963)
- [17] E. CANOBBIO and R. CROCI - Proc. VIth Int. Conf. on Ionization
Phenomena in Gases Paris 3 p. 269 -(July 1963.)
- [18] S. TANAKA - Institute of Plasma Physics Report IPPJ-23
Nagoya University- Nagoya Japan - J. Phys. Soc. Japan 19 , 221
(1964).

- [19] SAGDEV and V.D.SHAFRANOV -"On the instability of a plasma with an anisotropic distribution of velocities in a magnetic field". Sov. Phys. J.E.T.P. 12 , 130 (1961).
- [20] E.G.HARRIS -"The electron cyclotron instability" Rap.GA-5581.
- [21] R.F.POST, M.N.ROSENBLUTH -"High-Frequency Electrostatic Plasma Instability Inherent to "Loss-Cone" Particle distribution". Phys.Fluids 547 (1964).
- [22] G.E.GUEST - Phys.Rev.Letters 5 , 131 (1965).
- [23] E.G.HARRIS -"Unstable plasma oscillations in a magnetic field". ORNL 2728 .
- [24] K.G.MALMFORS- Arkiv Fysik 1 , 569 .
- [25] S.GRUBER -"Beam-Plasma interaction at the cyclotron harmonics" Sperry Rand Research Center - Sudbury Massachusetts. SRRC.RR.64-48 (July 1964.)
- [26] A.BERS, S.GRUBER -" Negative-Energy plasma waves and instabilities at cyclotron harmonics" Appl.Phys.Letters 6 n°2 (15 january 1965.)
- [27] PISTUNOVITCH -"Cyclotron Instability of the plasma in OGRA" J.Nuclear Energy part C 5 , 392-399 (1963).
- [28] F.W.CRAWFORD, G.S.KINO and H.H.WEISS
"Transmission characteristics of cyclotron harmonics waves in plasma" -Stanford University M.L.Report n° 1210-(august 1964).
- [29] C.ETIEVANT, M.PERULLI-"Introduction à l'étude des microinstabilités" - Service de physique des plasmas- Faculté des Sciences Centre d'Orsay .
- [30] C.ETIEVANT , M.PERULLI -"Ondes quasi-électrostatiques dans les systèmes "multi-faisceaux" - Rapport EUR-CEA-FC-191 .
- [31] C.BROSSIER - Association Euratom -CEA - travail non publié .

- [32] Y. ARCHAMBAULT " Interaction d'un plasma et d'un faisceau de particules dans une géométrie cylindrique " Rapport STGI EUR-CEA-FC n° 136 (Décembre 1961).
- [33] C. ETIEVANT - "Etudes d'interactions faisceau-plasma en la présence d'un champ magnétique " Rapport CEA R2456 .
- [34] C. ETIEVANT - M. PERULLI - " Mesures de faibles densités de plasma à l'aide de cavités résonantes " Rapport EUR-CEA-FC-194 .
- [35] C. ETIEVANT - J. OLIVAIN - M. PERULLI
"Application de l'effet de miroir à la mesure de la distribution de vitesses perpendiculaires d'un faisceau d'électrons" Rapport EUR-CEA-FC-340 .
- [36] M. COTSAFTIS - "Stabilité électrostatique des plasmas de longueur finie" - Rapports EUR-CEA-FC-369 (partie 2)
EUR-CEA-FC-371 (partie 3)
et partie 4 à paraître .
- [37] B. J. MAXUM - "Cyclotron-wave instabilities" - Report n° 6314-
Electronics Research Laboratory - Berkeley - (July 15, 1963)
- [38] J. OLIVAIN - C. ETIEVANT - M. PERULLI " Génération d'harmoniques de la demi-fréquence giromagnétique électronique dans un système à double faisceau " . Comptes Rendus Académie des Sciences Paris , 261 , p.3310-3313 (27 octobre 1965)
- [39] J. OLIVAIN - C. ETIEVANT - M. PERULLI " Génération d'harmoniques dans un système double faisceau en la présence d'un champ magnétique " Journal de Physique - 26 , 505 (Août/Septembre 1965).
- [40] M. PERULLI - C. ETIEVANT - J. OLIVAIN " Etude du caractère électrostatique d'oscillations cyclotroniques ioniques" . Comptes Rendus Académie des Sciences Paris, 262 , 181-184 (17 janvier 1966) .
- [41] C. ETIEVANT - J. OLIVAIN - M. PERULLI " Couplages d'ondes et générations d'harmoniques dans un système double faisceau " Comptes Rendus Académie des Sciences Paris, (à paraître).

FIN