



MX0500006

Congreso Internacional Conjunto Cancún 2004 LAS/ANS-SNM-SMSR/International Joint Meeting Cancun 2004 LAS/ANS-SNM-SMSR  
XV Congreso Anual de la SNM y XXII Reunión Anual de la SMSR/XV SNM Annual Meeting and XXII SMSR Annual Meeting  
Cancún, Q.R., México, 11-14 de Julio, 2004/Cancún, Q.R., Mexico, July 11-14, 2004

## **Modelo Acoplado de Canales en Paralelo y Cinética Neutrónica en Dos Dimensiones**

**Miguel Ceceñas Falcón, Rina M. Campos González**

*Instituto de Investigaciones Eléctricas*

*Av. Reforma 113 Col. Palmira*

*62490 Cuernavaca, Mor.*

*mcf@iie.org.mx; rmc campos@iie.org.mx*

**Edmundo del Valle Gallegos**

*Instituto Politécnico Nacional*

*Escuela Superior de Física y Matemáticas*

*Depto. de Ing. Nuclear*

*Av. IPN s/n, Col. Lindavista,*

*07738 México, D.F.*

*edmundo@esfm.ipn.mx*

### **Resumen**

En este trabajo se presenta un arreglo de canales termohidráulicos que representan los cuatro cuadrantes de un núcleo de reactor tipo BWR. Los canales están acoplados a un modelo de neutrónica en dos dimensiones que permiten generar el perfil radial de potencia del reactor. No obstante que el modelo de neutrónica es de dos dimensiones, se complementa con información adicional axial al considerar los perfiles axiales de potencia para cada canal termohidráulico.

El estado estacionario se obtiene al imponer como condición de frontera la misma caída de presión para todos los canales. Esta condición se satisface al iterar sobre el flujo de refrigerante en cada canal para igualar la caída de presión en todos los canales. Este estado estacionario es posteriormente perturbado al modificar los valores para las secciones eficaces correspondientes a un ensamble. El cálculo en paralelo de la neutrónica y la termohidráulica se realiza con PVM (Parallel Virtual Machine) mediante un esquema maestro-esclavo en una red local de computadoras

### **1. INTRODUCCIÓN**

Antes de que aparecieran los primeros reactores de agua en ebullición, el estudio de canales termohidráulicos calentados eléctricamente se realizaba principalmente por interés académico o de investigación. A raíz de las primeras observaciones de inestabilidad en los reactores experimentales BORAX [1] se incrementó el interés en comprender de la mejor manera la fenomenología del acoplamiento de flujo en dos fases con el efecto de cambios de reactividad por

fracción de vacíos en canales calentados por fisión nuclear y con distribución no uniforme de potencia a lo largo del canal.

En la literatura se encuentran análisis lineales y no lineales para canales calentados uniforme y no uniformemente [2-4]. El modelo de cinética puntual ha sido usualmente empleado en estos análisis, existiendo también trabajos que emplean cinética modal [5,6] o unidimensional [7].

En este trabajo se ha mejorado el tratamiento de la cinética neutrónica al incorporar la solución en dos dimensiones de la ecuación de difusión de neutrones a un arreglo de canales termohidráulicos en paralelo. Cada canal contempla de manera independiente tres regiones: la de una fase, la de ebullición subenfriada y finalmente la de ebullición de bulto. El modelo se programa en Lenguaje C para la termohidráulica y Fortran para la neutrónica. Ambos módulos se acoplan mediante la configuración maestro-esclavo en un ambiente de computación distribuida mediante el software Parallel Virtual Machine (PVM) [8].

El objetivo final de este trabajo es preparar un modelo detallado del núcleo de la unidad 1 de Ringhals, que posteriormente sea perturbado para generar oscilaciones fuera de fase. Este tipo de oscilaciones se obtienen cuando la potencia generada en un grupo de canales oscila 180 grados fuera de fase con respecto a los canales diametralmente opuestos en el núcleo. El agrupamiento de canales se realiza de manera que no existan canales del mismo grupo en posiciones diametralmente opuestas, lo cual eliminaría la posibilidad de obtener oscilaciones fuera de fase.

El elemento básico con el cual se construye el modelo termohidráulico consiste en un canal genérico, el cual se adecúa al transferirle sus datos de operación como área de flujo, potencia generada, perfil axial de potencia, y subenfriamiento, entre otros parámetros. Cada canal tiene asociado un número de ensambles del núcleo, y se obtiene un promedio del perfil axial de vacíos ponderado con el perfil axial de potencia.

No obstante el modelo neutrónico es de dos dimensiones, se considera información adicional relacionada a la distribución axial de potencia al considerar el perfil para cada canal, el cual se obtiene del promedio aritmético de los perfiles de cada ensamble. Se asume que este perfil calculado en estado estacionario es invariante en el tiempo, y es empleado para pesar los promedios axiales de secciones eficaces y fracciones de vacíos.

Para realizar la implementación numérica del modelo, se selecciona el Benchmark de Estabilidad de Ringhals, organizado por la Agencia de Energía Nuclear (NEA) en 1994 [9]. El arreglo de canales se obtiene agrupando los 648 ensambles de que consta el núcleo en 36 canales, con lo cual se obtiene una definición de 9 canales por cuadrante. Al seleccionar el caso 9 del ciclo 14 de este benchmark, se obtienen las condiciones de operación reales para las cuales se desarrolló una oscilación fuera de fase.

## **2. MODELO TERMOHIDRÁULICO**

El modelo termohidráulico comprende la solución de las ecuaciones de conservación en las tres regiones que contempla el canal: región de una fase, de ebullición subenfriada y de ebullición de bulto. El sistema recibe calor mediante una fuente no uniforme cuyo perfil axial está definido por

un polinomio. Este polinomio permite incluir una amplia gama de perfiles axiales, desde relativamente planos hasta perfiles con su valor pico en la parte superior o inferior del núcleo.

## 2.1 Dinámica del Combustible

La transferencia de calor y la distribución de temperaturas en el combustible y el encamisado se calcula mediante un modelo simple, donde la ecuación de difusión de calor se resuelve en una dimensión para una varilla de combustible, dado que la conducción en la dirección axial es pequeña comparada con la radial y se puede despreciar. Un balance de energía por unidad de longitud lleva a:

$$m_f c_{pf} \frac{d\bar{T}_f}{dt} = q'(t) - \frac{1}{R_g} [\bar{T}_f(t) - \bar{T}_c(t)] \quad (1)$$

$$m_c c_{pc} \frac{d\bar{T}_c}{dt} = \frac{1}{R_g} [\bar{T}_f(t) - \bar{T}_c(t)] - \frac{1}{R_c} [\bar{T}_c(t) - \bar{T}_m(t)] \quad (2)$$

donde  $R_g'$  y  $R_c'$  representan resistencias térmicas por unidad de longitud:

$$R_g' = \frac{1}{8\pi k_f} + \frac{1}{2\pi a h_g} + \frac{1}{2\pi k_c} \left[ \left( \frac{b^2}{b^2 - a^2} \right) \ln \left( \frac{b}{a} \right) - \frac{1}{2} \right] \quad (3)$$

$$R_c' = \frac{1}{2\pi k_c} \left[ \frac{1}{2} - \left( \frac{a^2}{b^2 - a^2} \right) \ln \left( \frac{b}{a} \right) \right] + \frac{1}{2\pi b h_c} \quad (4)$$

El coeficiente de transferencia de calor al refrigerante se calcula mediante la correlación de Dittus-Boelter o de Chen, dependiendo del tipo de flujo, que puede ser en una o dos fases. Estas ecuaciones son empleadas para promediar radialmente las temperaturas para la varilla de combustible.

## 2.2 Dinámica del Refrigerante

Las ecuaciones de conservación de masa, energía y momento se aplican en este caso a un flujo de agua a lo largo de un canal vertical, donde se modela la dinámica del fluido calentado por la pared del combustible. Las ecuaciones de conservación se pueden expresar como: [10]

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{\partial G_m}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial G_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{G_m^2}{\rho_m} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{f G_m |G_m|}{2 D_e \rho_m} - \rho_m g \cos \theta \quad (6)$$

$$\rho_m \frac{\partial h_m}{\partial t} + G_m \frac{\partial h_m}{\partial z} = \frac{q'' P_h}{A_z} + \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{G_m}{\rho_m} \left( \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{f G_m |G_m|}{2 D_e \rho_m} \right) \quad (7)$$

En este trabajo las ecuaciones de conservación se resuelven mediante el método de la Integral de Momento [11], según el cual se supone que el refrigerante es incompresible pero térmicamente expandible y la densidad es una función de entalpía a presión constante:

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} = \frac{\partial \rho_m}{\partial h_m} \left| \frac{\partial h_m}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m}{\partial p} \right|_{h_m} \frac{\partial p}{\partial t} = R_h \frac{\partial h_m}{\partial t} + R_p \frac{\partial p}{\partial t} \quad (8)$$

Despreciando los términos relacionados con cambios de presión y fuerzas de fricción en la pared, la ecuación de energía se simplifica a la siguiente expresión:

$$\rho_m \frac{\partial h_m}{\partial t} + G_m \frac{\partial h_m}{\partial z} = \frac{q'' P_h}{A_z} \quad (9)$$

Donde la variación axial del flujo se obtiene combinando con las Ecuaciones (8) y (5)

$$\frac{\partial G_m}{\partial z} = - \frac{R_h}{\rho_m} \left( \frac{q'' P_h}{A} - G_m \frac{\partial h_m}{\partial z} \right) \quad (10)$$

Esta ecuación proporciona la variación del flujo respecto a un valor promedio impuesto como valor de frontera o proporcionado por la dinámica del sistema de recirculación.

Se definen tres regiones por las que circula el refrigerante al ascender por el canal: región de una fase, región de ebullición subenfriada, y región de ebullición de bulto. La primera región comienza en la parte inferior del canal, donde el refrigerante entra con entalpía conocida, y termina en el punto de separación de las burbujas  $Z_{sc}$ . La temperatura de bulto en este punto se obtiene mediante la correlación de Saha y Zuber. La región de ebullición subenfriada termina cuando la temperatura de bulto alcanza la temperatura de saturación, y su localización axial se determina mediante un balance de energía.

La distribución de entalpía permite calcular la calidad de equilibrio termodinámico, usada para calcular la calidad de flujo. La distribución axial de la fracción de vacíos se calcula resolviendo iterativamente la ecuación para fracción de vacíos  $\alpha$  y la correlación de Bankoff [12] para deslizamiento o slip (S):

$$\alpha = \frac{x}{S \left( \frac{\rho_g}{\rho_f} \right) + x \left( 1 - S \left( \frac{\rho_g}{\rho_f} \right) \right)} \quad (11a)$$

$$S = \frac{1 - \alpha}{k_s - \alpha + (1 - k_s) \alpha^r} \quad (11b)$$

donde  $k_s$  y  $r$  son expresiones en función de la presión:  $k_s=0.71+1.2865 \times 10^{-3}p$  y  $r=3.33-2.56021 \times 10^{-3}p+9.306 \times 10^{-5}p^2$  [12].

La caída total de presión en el canal está compuesta por la contribución de cada región, más la caída de los seis separadores especificados por el benchmark y la caída de presión del orificio de entrada al canal.

$$\Delta p = \Delta p_{i\phi_e} + \Delta p_{SCB} + \Delta p_{BB} + \Delta p_{sep} + \Delta p_{orif} \quad (12)$$

Cada término de cada región incluye la contribución por aceleración, gravedad y fricción. Para considerar los separadores, se empleó el método de Rehme para el cálculo de caída de presión en separadores con configuración de panel [13]. El orificio de entrada al canal se modela conforme a la sección 3.3 del Benchmark [9].

### 3. MODELO NEUTRÓNICO

#### 3.1 Las Ecuaciones de Difusión Dependientes del Tiempo

Las ecuaciones de difusión dependientes del tiempo para varios grupos de energía en tres dimensiones están dadas por [14]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{v^g} \frac{\partial}{\partial t} \phi^g(\mathbf{r}, t) = \nabla \cdot D^g(\mathbf{r}, t) \nabla \phi^g(\mathbf{r}, t) - \Sigma_R^g(\mathbf{r}, t) \phi^g(\mathbf{r}, t) + \sum_{g'=1}^G \Sigma_s^{g \rightarrow g'}(\mathbf{r}, t) \phi^{g'}(\mathbf{r}, t) \\ + (1 - \beta) \chi^g \sum_{g'=1}^G v^{g'} \Sigma_f^{g'}(\mathbf{r}, t) + \sum_{i=1}^I \lambda_i \chi_i^g C_i(\mathbf{r}, t); \quad g = 1, \dots, G; \end{aligned} \quad (13)$$

y

$$\frac{\partial}{\partial t} C_i(\mathbf{r}, t) = \beta_i \sum_{g=1}^G v^g \Sigma_f^g(\mathbf{r}, t) \phi^g(\mathbf{r}, t) - \lambda_i C_i(\mathbf{r}, t); \quad i = 1, \dots, I_p; \quad (14)$$

donde  $\phi^g(\mathbf{r}, t)$  es el flujo de neutrones en la posición  $\mathbf{r}$ , tiempo  $t$  y grupo  $g$ , de un total de  $G$ , y  $C_i(\mathbf{r}, t)$  es la concentración de precursores en la posición  $\mathbf{r}$ , tiempo  $t$  e  $i$ -ésimo grupo de neutrones retardados, de un total de  $I_p$ . Todas las demás constantes físicas tienen el significado usual [14]. Además, las soluciones a las ecuaciones (13) y (14) deben satisfacer condiciones iniciales y de frontera dadas.

En este trabajo no se resuelve el sistema formado por las Ecs. (13) y (14) sino más bien un sistema bidimensional equivalente que se obtiene al integrar axialmente, es decir en la dirección  $z$ , dichas ecuaciones e introduciendo secciones eficaces promediadas en forma pesada con la distribución axial del flujo de neutrones, proporcionada ésta en el benchmark de Ringhals, para que mantengan el balance de neutrones. Dichas ecuaciones están dadas por

$$\frac{1}{v^g} \frac{\partial}{\partial t} \hat{\phi}^g(x, y, t) = \nabla \cdot \hat{D}^g(x, y, t) \nabla \hat{\phi}^g(x, y, t) - (\hat{D}^g(x, y, t) B_z^2 + \hat{\Sigma}_R^g(x, y, t)) \hat{\phi}^g(x, y, t) +$$

$$+ \sum_{g'=1}^G \hat{\Sigma}_s^{g \rightarrow g'}(x, y, t) \hat{\phi}^g(x, y, t) + (1 - \beta) \chi^g \sum_{g'=1}^G \nu \hat{\Sigma}_f^{g'}(x, y, t) + \sum_{i=1}^I \lambda_i \chi_i^g \hat{C}_i(x, y, t); \quad g = 1, \dots, G; \quad (15)$$

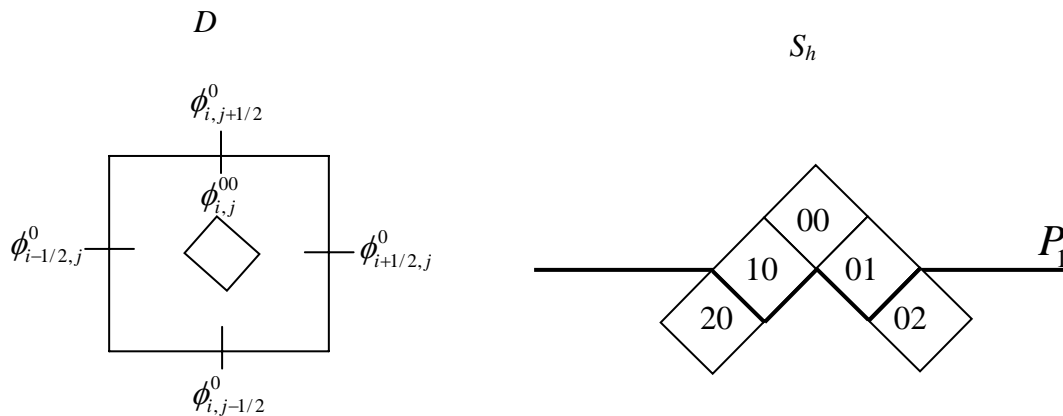
y

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{C}_i(x, y, t) = \beta_i \sum_{g=1}^G \nu \hat{\Sigma}_f^g(x, y, t) \hat{\phi}^g(x, y, t) - \lambda_i \hat{C}_i(x, y, t); \quad i = 1, \dots, I_p; \quad (16)$$

donde aparece el buckling axial  $B_z^2$  que toma en cuenta las fugas axiales. Cada una de las secciones eficaces y coeficientes de difusión involucrados en las Ecs. (15) y (16) dependerán del quemado y la fracción de vacíos, esta última determinada por la parte termohidráulica descrita en la Sección 2. El problema benchmark de Ringhals considera sólo dos grupos de energía y las secciones eficaces vienen dadas para cada nodo en forma de tablas que toman en cuenta las variaciones en las fracciones de vacío, incluyendo los vacíos históricos, y el quemado de combustible. Las contribuciones debidas a la presencia de barras de control en un nodo las maneja mediante una base de datos adicional. Cada sección eficaz utilizada en el cálculo bidimensional se determina utilizando estas tablas así como los flujos de neutrones correspondientes a los grupos rápido y térmico, información que también viene en la documentación del benchmark mencionado.

### 3.2 Discretización Espacial

El método empleado para discretizar este último sistema de ecuaciones fue el método nodal de elemento finito conocido como RT0, de Raviart-Thomas [15], el cual fue aplicado en la solución de la ecuación de difusión en el caso estático por Hennart *et al* [16]. Este método emplea una aproximación polinomial que interpola 5 parámetros en cada una de las celdas en que se discretiza el dominio de interés. Estos parámetros son los valores promedio en cada una de las caras y el valor promedio dentro de la celda, aplicándose por igual al flujo de neutrones como a las concentraciones de precursores teniendo presente que éstas últimas son discontinuas de manera natural a través de las interfaces. La Figura 1 ilustra esto para el caso del flujo de neutrones. También en esta figura se muestra el espacio polinomial  $S_h$  donde se construyen las interpolantes en cada celda.



**Figura 1. Parámetros de interpolación y espacio polinomial**

El procedimiento usual en la discretización espacial consiste en proponer que el flujo de neutrones en el  $g$ -ésimo grupo de energía y las concentraciones de precursores en el  $i$ -ésimo grupo de neutrones retardados, presentes en las ecuaciones (13) y (14), se aproximen, respectivamente, sobre todo el dominio  $\Omega$  por [17]

$$\hat{\phi}^g(x, y, t) \equiv \sum_{k=1}^{N_f} U_k(x, y) \hat{\phi}_k^g(t); \quad g = 1, \dots, G \quad (17)$$

$$\hat{C}_i(x, y, t) \equiv \sum_{m=1}^{N_p} V_m(x, y) \hat{C}_i^m(t); \quad i = 1, \dots, I_p \quad (18)$$

donde

$N_f$ : es el número de parámetros para el flujo de neutrones en cada grupo de energía,

$N_p$ : es el número de parámetros para las concentraciones de precursores en cada grupo de neutrones retardados,

$U_k$ : es la  $k$ -ésima función base global para los flujos de neutrones y,

$V_m$ : es la  $m$ -ésima función base global para las concentraciones de precursores.

Si las ecuaciones (17) y (18) se substituyen en las ecuaciones (15) y (16), y las ecuaciones resultantes se multiplican por  $U_j$  y  $V_l$  y se integran sobre el dominio  $\Omega$ , se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\frac{M_f}{v^g} \frac{d\hat{\phi}^g(t)}{dt} = -K^g \hat{\phi}^g(t) - \sum_{g'=1}^G S^{g' \rightarrow g} \hat{\phi}^{g'}(t) + (1 - \beta) \sum_{g'=1}^G F^{gg'} \hat{\phi}^{g'}(t) + \sum_{i=1}^I F^{gi} \hat{C}_i(t); \quad g = 1, \dots, G \quad (19)$$

y

$$M_p \frac{d\hat{C}_i(t)}{dt} = \sum_{g'=1}^G P^{ig'} \hat{\phi}^{g'}(t) + \lambda_i M_p \hat{C}_i(t); \quad i = 1, \dots, I_p \quad (20)$$

en donde  $\hat{\phi}^g(t) = [\hat{\phi}_1^g(t), \dots, \hat{\phi}_{N_f}^g(t)]^T$ ;  $g = 1, \dots, G$ ;  $\hat{C}_i(t) = [\hat{C}_i^1(t), \dots, \hat{C}_i^{N_p}(t)]^T$ ;  $i = 1, \dots, I_p$ ,

y los elementos de matriz involucrados se describen en la Tabla I.

### 3.3 Discretización en Tiempo

Una vez que se ha hecho la discretización espacial, las ecuaciones (19) y (20) forman un conjunto de  $N_f G + N_p I$  ecuaciones diferenciales ordinarias. El siguiente paso es llevar a cabo la discretización del intervalo de tiempo  $(0, T]$ . Una forma de hacerlo, puesta en práctica en los casos 1D y 3D en [18,19] y [20] respectivamente, es integrando las ecuaciones (19) y (20) en el intervalo  $[t_j, t_{j+1}]$  y aproximando las integrales con el método  $\theta$ , el cual está dado por la siguiente expresión:

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} f(t) dt = \Delta t [\theta f_{j+1} + (1 - \theta) f_j] \quad (21)$$

**Tabla I. Definición de las matrices elementales**

<b>Matriz</b>	<b>Tipo</b>	<b>N<sub>filas</sub> x N<sub>columnas</sub></b>	<b>Elemento de Matriz</b>
$M_f$	Masa	$N_f \times N_f$	$m_{f,ij} \equiv \int_{\Omega} U_i(x,y) U_j(x,y) dx dy$
$M_p$	Masa	$N_p \times N_p$	$m_{p,ij} \equiv \int_{\Omega} V_i V_j dx dy$
$K^g$	Rigidez	$N_f \times N_f$	$k_{ij}^g \equiv \int_{\Omega} D^g \nabla U_i \cdot \nabla U_j dx dy$
$S^{g' \rightarrow g}$	Masa	$N_f \times N_f$	$s_{ij}^{g' \rightarrow g} \equiv \int_{\Omega} \Sigma^{g' \rightarrow g} U_i U_j dx dy$
$F^{gg'}$	Masa	$N_f \times N_f$	$f_{ij}^{gg'} \equiv \chi^g \int_{\Omega} \nu^{g'} \Sigma_f^{g'} U_i U_j dx dy$
$F^{gi}$	Masa	$N_f \times N_p$	$f_{jk}^{gi} \equiv \lambda_i \chi_i^g \int_{\Omega} U_j V_k dx dy$
$P^{ig'}$	Masa	$N_p \times N_f$	$p_{jk}^{ig'} \equiv \beta_i \int_{\Omega} \nu^{g'} \Sigma_f^{g'} V_j U_k dx dy$

La elección del parámetro de integración  $\theta$  conduce a diferentes esquemas de discretización ya conocidos. Por ejemplo, si se toma  $\theta=1/2$ , se obtiene el esquema de Crank-Nicolson, y si  $\theta=1$  se tendrá el esquema de Euler hacia atrás.

De esta manera, después de integrar las ecuaciones (19) y (20) sobre el intervalo de tiempo  $[t_j, t_{j+1}]$  mediante el método  $\theta$  y de realizar algunas simplificaciones se obtiene el siguiente sistema matricial: [18,19]

$$A_{j+1} \underline{\psi}_{j+1} = \underline{\hat{S}}_j ; j = 0, 1, 2, \dots \quad (22)$$

en donde

$$\underline{\psi}_{j+1} = [\hat{\phi}_{j+1}^1, \dots, \hat{\phi}_{j+1}^G, \underline{C}_1^{j+1}, \dots, \underline{C}_{I_p}^{j+1}]^T$$

y

$$\underline{\hat{S}}_j = [\underline{\hat{S}}_j^1, \dots, \underline{\hat{S}}_j^G, \underline{\hat{S}}_1^j, \dots, \underline{\hat{S}}_{I_p}^j]^T.$$

La matriz  $A_{j+1}$  es cuadrada de orden  $N_f G + N_p I_p$  y tiene acoplamientos entre flujos de neutrones y entre flujos y concentraciones de precursores. El vector de incógnitas  $\underline{\psi}_{j+1}$  está compuesto por los flujos de neutrones, en cada grupo de energía  $g$ , así como las concentraciones de precursores, en cada grupo  $i$ , al tiempo  $t_{j+1}$ . De las ecuaciones que corresponden a las concentraciones de precursores se pueden despejar éstas en términos de  $\hat{\phi}_j^g$  y  $\hat{\phi}_{j+1}^g$  para  $g=1, \dots, G$  y sustituir en las ecuaciones restantes las expresiones obtenidas con lo cual se obtiene el siguiente sistema algebraico reducido que tendrá como incógnitas únicamente el flujo al tiempo  $t_{j+1}$ .



$$B_{j+1} \hat{\underline{\phi}}_{j+1} = \hat{\underline{Q}}_j \quad (23)$$

con

$$\hat{\underline{\phi}}_{j+1} = [\hat{\phi}_{j+1}^1, \dots, \hat{\phi}_{j+1}^G]^T \quad \text{y} \quad \hat{\underline{Q}}_j = [\hat{Q}_{f,j}^1, \dots, \hat{Q}_{f,j}^G]^T$$

donde la matriz  $B_{j+1}$  es de orden  $N_f G$ . El sistema dado por la Ec. (23) es resuelto para  $\hat{\underline{\phi}}_{j+1}$  en cada paso de tiempo  $j$  una vez que se conocen los flujos y concentraciones de precursores al tiempo  $t_j$ . Al final de cada paso de tiempo las concentraciones de precursores son actualizadas utilizando las expresiones para  $\hat{C}_i^{j+1}$ ,  $i=1, \dots, I_p$  ya mencionadas. Este proceso se realiza durante 10 pasos de integración utilizando un paso de tiempo de  $10^{-3}$  segundos al término de los cuales los valores de las secciones son actualizados utilizando la distribución de vacíos que proporciona la solución para los 36 canales termohidráulicos mencionados en la Sección 2. Así, mientras se desarrolla el cálculo neutrónico durante estos 10 pasos se realiza en paralelo el cálculo de las distribuciones de vacíos utilizando PVM.

#### 4. RESULTADOS

El Benchmark de estabilidad realizado en 1994 por personal de la planta sueca Ringhals en conjunto con la Agencia de Energía Nuclear (NEA) se ha convertido en una fuente muy importante de información para estudios de estabilidad. Este Benchmark documentó la configuración del núcleo, perfiles de potencia, quemados, y lecturas de variables de proceso, como caudal en el núcleo y flujo neutrónico, para una serie de puntos en diferentes ciclos de operación. De particular interés es el punto 9 del ciclo 14, donde se registró una oscilación fuera de fase.

Para agrupar los 648 ensambles en 36 canales, se realizaron dos consideraciones, siendo la primera que los ensambles de cada canal se encuentren siempre en el mismo cuadrante, y la segunda consideración establece agrupar por tipo de ensamble. La Tabla II presenta los diferentes canales y los ensambles que contienen. La Figura 2 muestra la localización de cada canal, de los cuales hay 9 en cada cuadrante, obteniéndose un total de 36 canales para representar al núcleo.

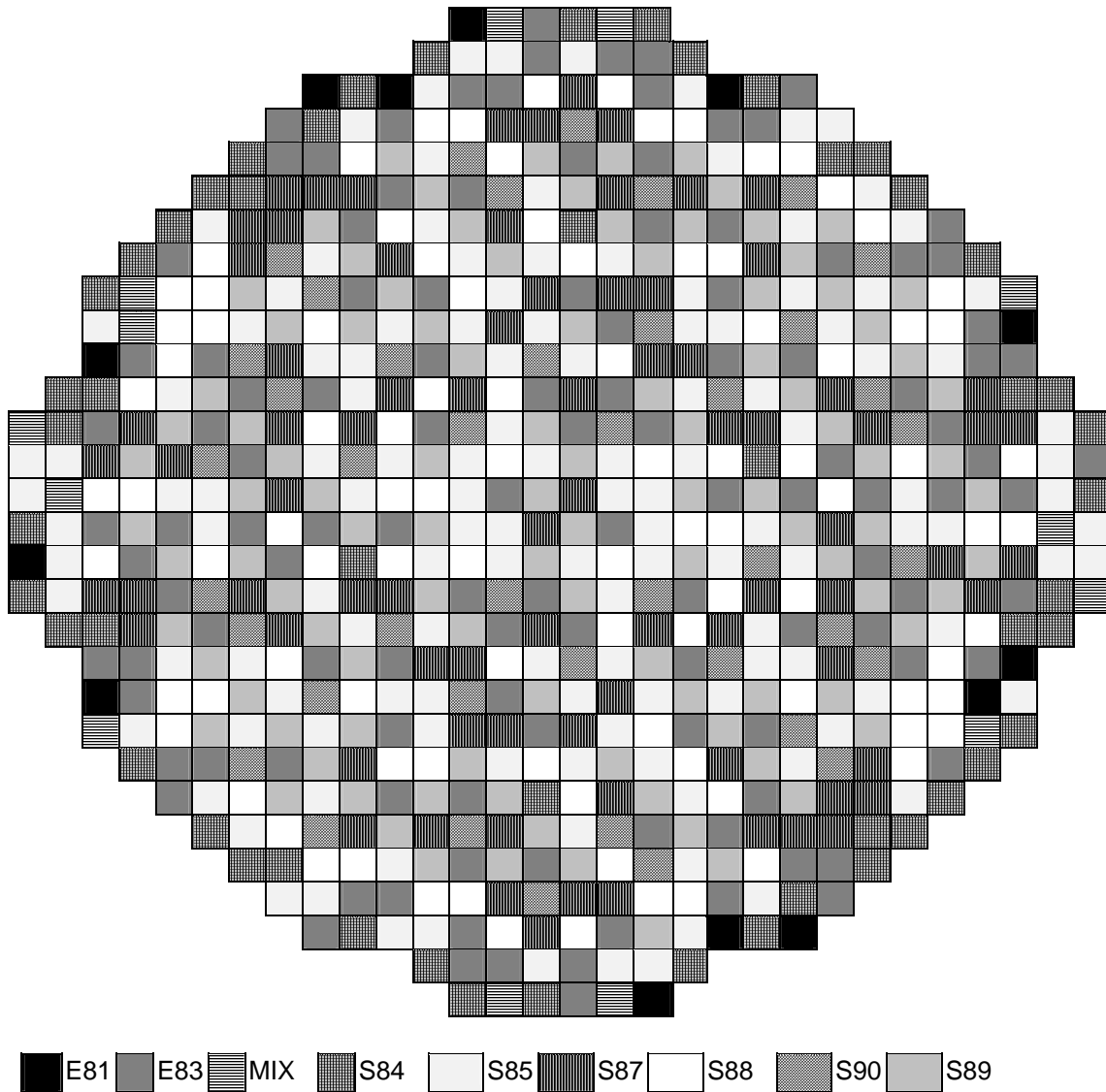
Una vez definidos los canales, se promedia el perfil axial de potencia de todos los ensambles que los componen, de manera que se obtiene una curva a la cual se le realiza un ajuste polinomial de grado 6. Este polinomio que resulta fácil de integrar y evaluar, describe el perfil axial promedio del canal y es empleado para el cálculo de la termohidráulica del canal. Los 36 perfiles promedio obtenidos se integran a lo largo del núcleo y se normaliza su área total a 1,648 MWth, que corresponde al 72.6 % de la potencia térmica nominal. A cada perfil se ajusta un polinomio de orden 6 que permite realizar los cálculos termohidráulicos. La Figura 3 muestra algunos de los perfiles promedio así como el ajuste polinomial realizado.

Para el arreglo de canales, el estado estacionario se obtiene iterando el caudal de refrigerante de cada canal de manera que se obtenga la misma caída de presión para todos ellos. Esta iteración consiste en una corrección al caudal definida por la desviación de la caída de presión del canal con respecto a la media de todos los canales:

$$G_i^{k+1} = G_i^k + w G_i^k \left( \frac{\bar{P}^k - P_i^k}{P_i^k} \right) \quad (24)$$

donde  $G_i$  es el caudal para el canal  $i$ , el índice  $k$  representa el número de la iteración,  $w$  es un peso arbitrario para controlar la convergencia, y  $\bar{P}$  es la caída de presión promedio de todos los canales en la iteración  $k$ , obtenida como

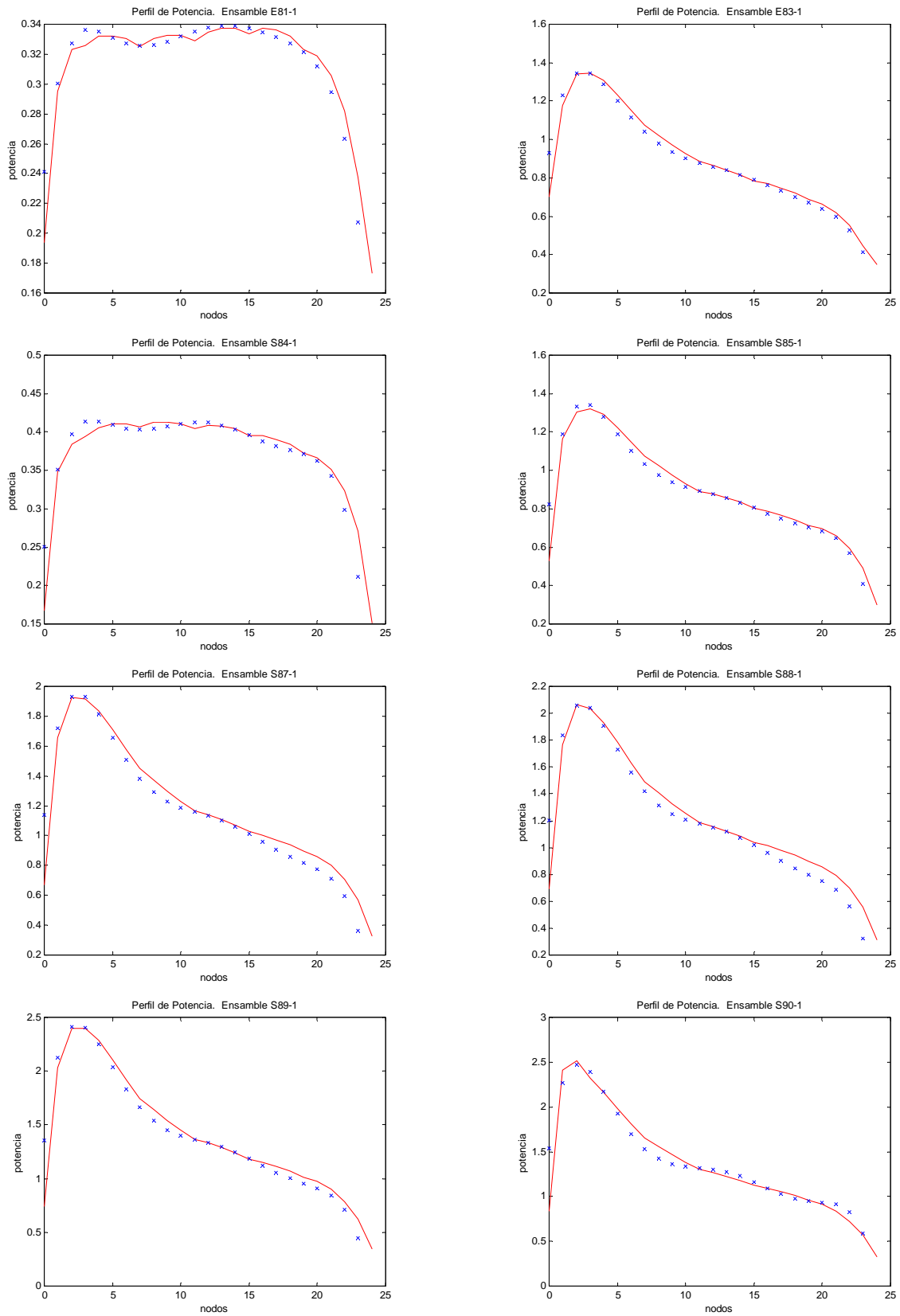
$$\bar{P}^k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_i^k \quad (25)$$



**Figura 2. Localización de los ensambles que componen cada canal**

**Tabla II. Clasificación de canales por tipo de ensamble**

<b>Canal</b>	<b>Tipo</b>	<b>Ensamblajes</b>
1	E81-1	1, 15, 17, 181
2	E81-2	26, 180
3	E81-3	468, 493, 632, 6 34, 648
4	E81-4	355, 469
5	E83-1	3, 10, 19, 20, 29, 32, 46, 47, 68, 70, 88, 106, 136, 138, 182, 184, 190, 212, 214, 220, 237, 240, 246, 271, 308
6	E83-2	12, 13, 24, 28, 41, 42, 54, 56, 96, 98, 104, 124, 126, 127, 142, 146, 169, 179, 198, 200, 205, 206, 222, 230, 250, 252, 260, 287, 291, 294, 314, 316, 318, 320, 322
7	E83-3	341, 378, 403, 409, 412, 429, 435, 437, 459, 465, 467, 511, 513, 543, 561, 579, 581, 602, 603, 617, 620, 629, 630, 639, 646
8	E83-4	327, 329, 331, 333, 335, 358, 362, 389, 397, 399, 419, 427, 443, 444, 449, 451, 470, 480, 503, 507, 522, 523, 525, 545, 551, 553, 593, 595, 607, 608, 621, 625, 636, 637
9	S84-1	7, 16, 30, 45, 63, 64, 83, 105, 129, 207, 208, 236
10	S84-2	4, 6, 14, 27, 61, 62, 82, 94, 128, 233, 234, 264, 285, 324
11	S84-3	413, 441, 442, 520, 544, 566, 585, 586, 604, 619, 633, 642
12	S84-4	325, 364, 385, 415, 416, 521, 555, 567, 587, 588, 622, 635, 643, 645
13	S85-1	8, 9, 18, 31, 50, 72, 84, 90, 110, 114, 116, 134, 140, 155, 159, 163, 165, 167, 187, 188, 192, 210, 215, 248, 265, 266, 273, 275, 277, 279, 295, 299, 300, 304, 307
14	S85-2	11, 25, 43, 44, 58, 81, 100, 103, 118, 145, 148, 150, 153, 171, 172, 175, 194, 202, 204, 224, 226, 256, 263, 281, 283, 293, 311, 312, 319, 323
15	S85-3	342, 345, 349, 350, 354, 370, 372, 374, 376, 383, 384, 401, 434, 439, 457, 461, 462, 482, 484, 486, 490, 494, 509, 515, 533, 535, 539, 559, 565, 577, 599, 618, 631, 640, 641
16	S85-4	326, 330, 337, 338, 356, 366, 368, 386, 393, 423, 425, 445, 447, 455, 474, 477, 478, 496, 499, 501, 504, 531, 546, 549, 568, 591, 605, 606, 623, 624, 638
17	S87-1	35, 36, 65, 66, 67, 85, 86, 92, 108, 112, 141, 166, 186, 216, 218, 238, 242, 244, 267, 269, 302
18	S87-2	22, 38, 74, 76, 78, 122, 143, 144, 196, 197, 221, 228, 232, 254, 255, 258, 261, 262, 310
19	S87-3	347, 380, 382, 405, 407, 411, 431, 433, 463, 483, 508, 537, 541, 557, 563, 564, 582, 583, 584, 613, 614
20	S87-4	339, 387, 388, 391, 394, 395, 417, 421, 428, 452, 453, 505, 506, 527, 571, 573, 575, 611, 627
21	S88-1	21, 33, 34, 48, 52, 89, 93, 107, 113, 131, 132, 139, 157, 158, 161, 183, 209, 217, 219, 243, 245, 278, 297, 298, 305, 306
22	S88-2	23, 39, 40, 59, 60, 80, 102, 117, 120, 121, 152, 173, 177, 178, 195, 201, 282, 284, 286, 289, 292, 317
23	S88-3	343, 344, 351, 352, 371, 404, 406, 430, 432, 440, 466, 488, 491, 492, 510, 517, 518, 536, 542, 556, 560, 597, 601, 615, 616, 628
24	S88-4	332, 357, 360, 363, 365, 367, 448, 454, 471, 472, 476, 497, 528, 529, 532, 547, 569, 589, 590, 609, 610, 626
25	S89-1	49, 53, 69, 87, 91, 111, 115, 133, 137, 160, 162, 164, 191, 211, 239, 241, 249, 268, 272, 276, 301, 303, 309
26	S89-2	55, 57, 73, 77, 95, 97, 99, 101, 119, 123, 147, 149, 151, 168, 176, 199, 203, 223, 227, 231, 253, 257, 280, 288, 290, 313, 315, 321
27	S89-3	340, 346, 348, 373, 377, 381, 400, 408, 410, 438, 458, 485, 487, 489, 512, 516, 534, 538, 558, 562, 580, 596, 600
28	S89-4	328, 334, 336, 359, 361, 369, 392, 396, 418, 422, 426, 446, 450, 473, 481, 498, 500, 502, 526, 530, 548, 550, 552, 554, 572, 576, 592, 594
29	S90-1	51, 71, 109, 135, 185, 189, 193, 213, 247, 270, 274
30	S90-2	37, 75, 79, 125, 170, 174, 225, 229, 251, 259
31	S90-3	375, 379, 402, 436, 456, 460, 464, 514, 540, 578, 598
32	S90-4	390, 398, 420, 424, 475, 479, 524, 570, 574, 612
33	MIX-1	2, 130, 156, 235, 296
34	MIX-2	5, 154
35	MIX-3	353, 414, 519, 647
36	MIX-4	495, 644



**Figura 3. Ajuste polinomial a los canales del cuadrante 1.**

se observa que no obstante se igualan las presiones, el valor de la caída de presión en el núcleo no se impone como condición de frontera. La convergencia se alcanza cuando se cumple la siguiente relación:

$$\sum_{i=1}^N |\bar{P}^k - P_i^k| < \varepsilon \quad (26)$$

Al cambiar el caudal del canal en cada iteración se afectan los perfiles de entalpía y de fracción de vacíos. Es necesario recalcular la solución termohidráulica en cada iteración para todos los canales.

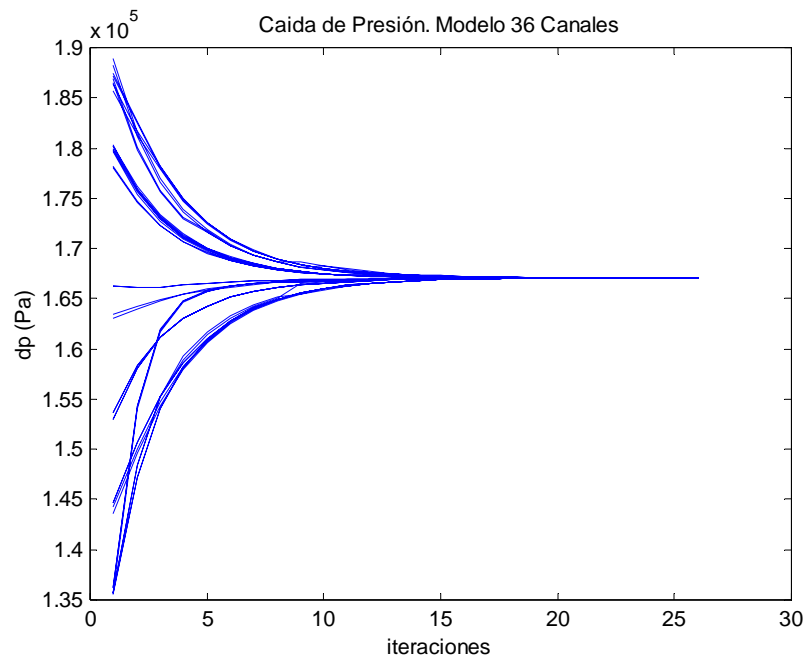
Particularizando al caso 9 de Ringhals, el flujo en el núcleo es de 3,694 kg/s, del cual 3,371 kg/s pasa a través de los ensambles (obtenido al sumar el caudal para cada ensamble), y el caudal restante fluye por el baipás. El caudal total de los ensambles se divide entre 648 ensambles y para cada uno de los 36 canales se multiplica por el número de ensambles para obtener el valor inicial del caudal para cada canal. A partir de este valor inicial se itera mediante las ecuaciones (24) a (26). La Figura 4 muestra la convergencia de la caída de presión, y la Figura 5 muestra la convergencia del caudal.

Como resultado del estado estacionario obtenido, la Figura 6 muestra el perfil de flujos por canal como una línea continua azul. Sumando los caudales registrados por el benchmark para todos los ensambles que constituyen cada canal, se obtiene el caudal real para cada uno de ellos, el cual se muestra como una línea roja con cruces. El proceso de igualar presiones en todos los canales produce un excelente resultado en la distribución de caudal para los diferentes canales.

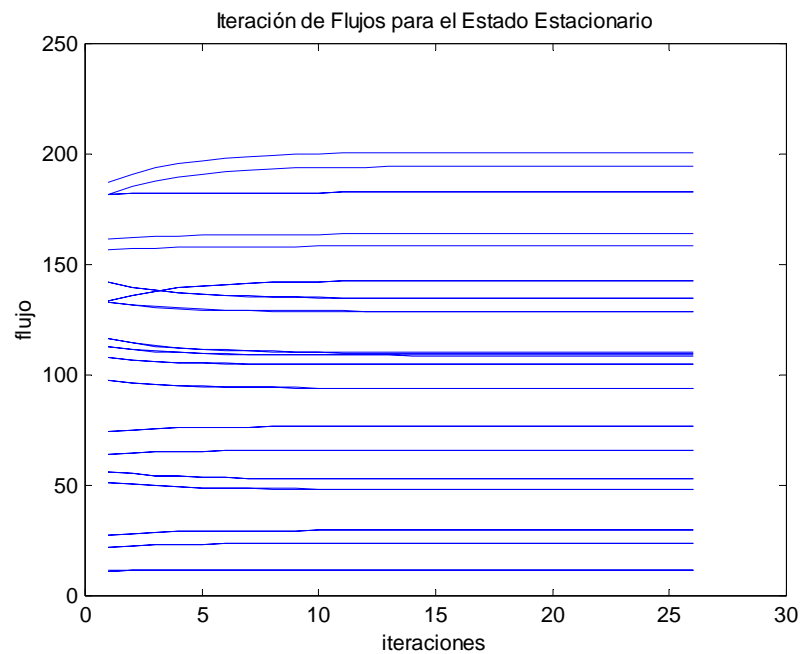
La fracción de vacíos es un valor de particular importancia para el acoplamiento con la parte neutrónica porque el cálculo de las secciones eficaces es función de éste valor para cada canal. La Figura 7 muestra el valor de la fracción de vacíos a la salida de cada canal, donde se observa que la solución iterativa a las ecuaciones (11a) y (11b) produce resultados con la misma tendencia que los valores del benchmark. Se observa que los valores de fracción de vacíos a la salida de los canales muestran una fuerte correlación con el caudal, esto es, con la velocidad del refrigerante.

La Figura 8 compara los valores de fracción de vacíos promedio para cada canal.

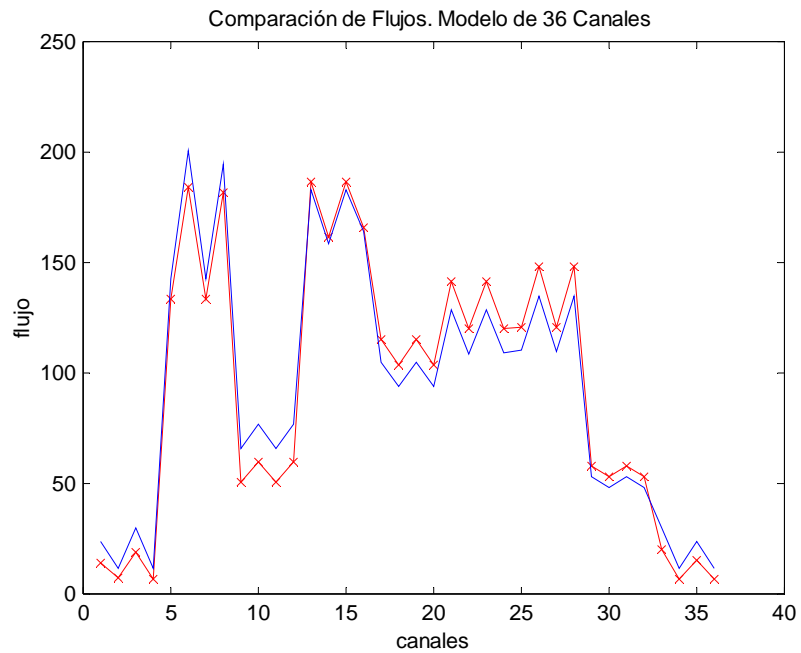
En cuanto a la parte neutrónica, ésta se comunica con la parte termohidráulica para recibir los perfiles axiales de fracción de vacíos, considera la posición de las barras de control, y obtiene la solución en estado estacionario mostrada en la Figura 9. Esta figura muestra la distribución radial de potencia, y se observa una especie de grieta que atraviesa el núcleo.



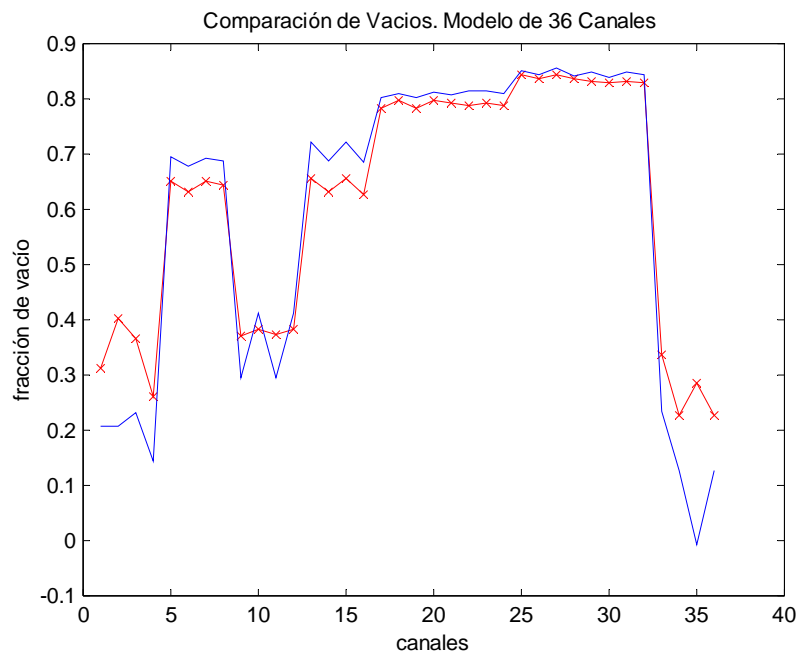
**Figura 4. Iteraciones para igualar la caída de presión**



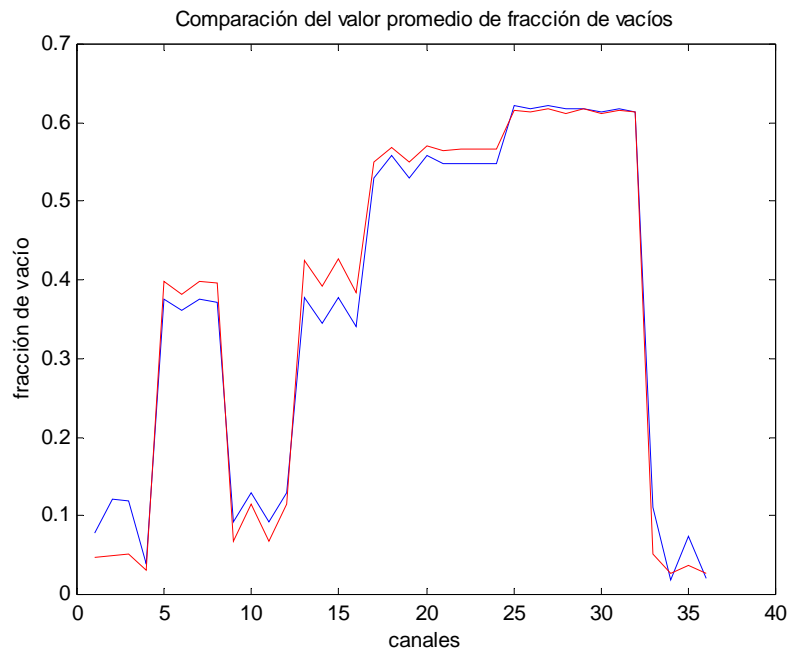
**Figura 5. Convergencia de los caudales**



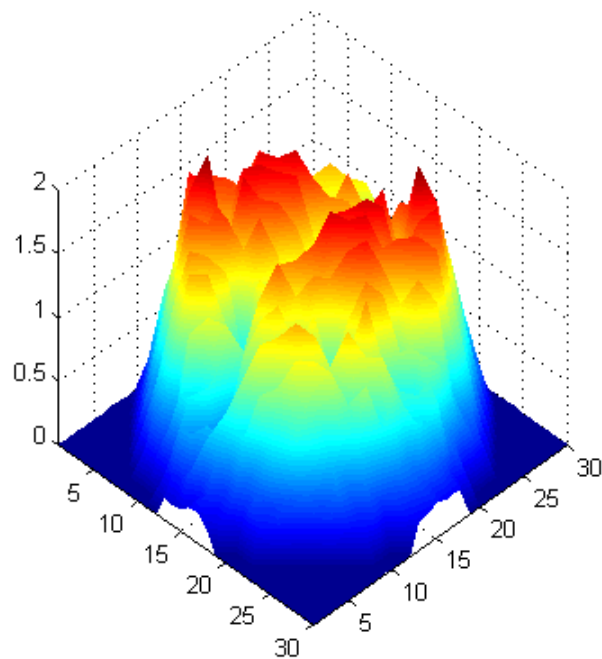
**Figura 6. Comparación de los caudales calculados (azul) con los caudales reportados en el Benchmark (rojo con cruces)**



**Figura 7. Comparación de las fracciones de vacío a la salida calculadas (azul) con los valores reportados en el Benchmark (rojo con cruces)**



**Figura 8.** Comparación de las fracciones de vacío promedio calculadas (azul) con los valores reportados en el Benchmark (rojo con cruces)



**Figura 9.** Distribución calculada de la potencia



## 5. CONCLUSIONES

El agrupamiento del núcleo en 36 canales basado en tipos de ensambles, acoplado a una malla de 648 nodos neutrónicos, permite reproducir el perfil radial en dos dimensiones del núcleo de Ringhals definido en el caso 9 del ciclo 14 del Benchmark. El perfil radial obtenido del estado estacionario se compara favorablemente con el perfil radial de los datos del Benchmark.

El modelo obtenido permite disponer de un núcleo que posteriormente puede ser perturbarlo para observar su comportamiento dinámico.

El software de libre distribución PVM proporciona un ambiente adecuado para acoplar de manera relativamente sencilla dos códigos que fueron creados de manera independiente y en lenguajes diferentes. Esto en general facilita la integración de trabajos que se desarrollan de manera independiente y pueden acoplarse como un trabajo más completo, tal como el que se presenta.

## AGRADECIMIENTOS

El tercer autor agradece el apoyo del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo recibido a través del Proyecto de Investigación 33806-U.

## REFERENCIAS

1. Andrew W. Kramer, *Boiling Water Reactors*. Addison-Wesley Publishing Company, 1958.
2. J.L. Achard, D.A. Drew, R.T. Lahey, 1985, "The analysis of nonlinear density-wave oscillations in boiling channels", *J. Fluid Mechanics*, **155**, pp 213-232.
3. M.Z. Podowsky, M.Pinheiro Rosa, 1997, "Modeling and numerical simulation of oscillatory two-phase flows, with application to boiling water nuclear reactors", *Nuclear Engineering and Design*, **177**, pp 179-188.
4. Rizwan-Uddin, J.J. Dorning, 1986, "Some nonlinear dynamics of a heated channel", *Nuclear Engineering and Design*, **93**, pp 1-14.
5. J.L. Muñoz-Cobo, M.Z. Podowski, S. Chiva, 2002, "Parallel channel instabilities in boiling water reactor systems: boundary conditions for out of phase oscillations", *Annals of Nuclear Energy*, **29**, pp 1891-1917.
6. M. Ceceñas-Falcón, R.M. Edwards, 2000, "Stability monitoring tests using a nuclear-coupled boiling channel model", *Nuclear Technology*, **131**.
7. Miguel Ceceñas, Rina M. Campos, "Simulation of Out-of-Phase Oscillations Using a Parallel Channel Model", *The Tenth International Topical Meeting on Nuclear Reactor ThermalHydraulics*, Seúl, Corea del Sur, Octubre 5 al 11 de 2003.
8. A. Geist et al., *PVM Parallel Virtual machine. A User's Guide and Tutorial for Networked Parallel Computing*. The MIT Press, 1994.
9. T. Lefvert, 1994, OECD/NEA BWR stability benchmark, final specifications, NEA/NSC/DOC(94)13.
10. N.E. Todreas, M.S. Kazimi, *Nuclear Systems I: Thermal Hydraulic Fundamentals*. Hemisphere Publishing, USA, 1989.

11. N.E. Todreas, M.S. Kazimi, *Nuclear Systems II: Elements of Thermal Hydraulic Design*. Hemisphere Publishing, USA, 1990.
12. A.B. Jones, *Hydrodynamic Stability of a Boiling Channel*, KAPL-2170, 1961.
13. Klaus Rehme, "Pressure drop correlations for fuel element spacers", *Nuclear Technology* **17**, 15-23 (1973).
14. J.J. Duderstadt and L. J. Hamilton, *Nuclear Reactor Analysis*, John Wiley & Sons, New York (1976).
15. J.P. Hennart, J. Jaffré, J.E. Roberts, "A Constructive Method for Deriving Finite Elements of Nodal Type", *Numer. Math.* **53**, 701-738 (1988).
16. J.P. Hennart, E.M. Malambu, E.H. Mund, E. del Valle, "Efficient Higher Order Nodal Finite Element Formulations for Neutron Multigroup Diffusion Equations", *Nuclear Science and Engineering* **124**, 97-110 (1996).
17. E. del Valle G., *Aplicación del Método de Elementos Finitos a la Dinámica de Reactores Nucleares*, Tesis de Maestría, Instituto Politécnico Nacional, México (1981).
18. E. del Valle, "Application of the galerkin finite element method to reactor dynamic problems", *Transport Theory and Statistical Physics*, **12**(3), pp 251 – 269 (1983).
19. Armando M. Gómez Torres, *Acoplamiento de la Neutrónica y la Termohidráulica para el Análisis de un BWR*, Tesis de Maestría, Instituto Politécnico Nacional, México (2003).
20. Andrés Rodríguez Hernández, *Solución numérica de las ecuaciones de la cinética 3D de reactores nucleares usando el método nodal RTN-0*, Tesis de Maestría, Instituto Politécnico Nacional, México (2002).