



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS  
TECNOLOGIAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES  
PROTEN - DEN / UFPE



BR0443959

INIS-BR--3861

Nº 103  
DISSERTAÇÃO DE  
MESTRADO

***USO DE TÉCNICAS MONTE CARLO  
PARA DETERMINAÇÃO DE CURVAS  
DE ISODOSE EM BRAQUITERAPIA***

AUTOR: JOSÉ WILSON VIEIRA

RECIFE - PERNAMBUCO - BRASIL  
AGOSTO - 2001

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
DEPARTAMENTO DE ENERGIA NUCLEAR

Av. Prof. Luiz Freire, 1000 - Cidade Universitária  
CEP 50740-540 - Recife - PE - Brasil

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS**  
**ESCOLA DE ENGENHARIA DE PERNAMBUCO**  
**DEPARTAMENTO DE ENERGIA NUCLEAR**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM TECNOLOGIAS ENERGÉTICAS E**  
**NUCLEARES**

**USO DE TÉCNICAS MONTE CARLO PARA DETERMINAÇÃO**  
**DE CURVAS DE ISODOSE EM BRAQUITERAPIA**

**JOSÉ WILSON VIEIRA**

RECIFE – PERNAMBUCO – BRASIL

AGOSTO – 2001

**USO DE TÉCNICAS MONTE CARLO PARA DETERMINAÇÃO  
DE CURVAS DE ISODOSE EM BRAQUITERAPIA**

**JOSÉ WILSON VIEIRA**

**USO DE TÉCNICAS MONTE CARLO PARA DETERMINAÇÃO  
DE CURVAS DE ISODOSE EM BRAQUITERAPIA**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Tecnologias Energéticas e Nucleares, da Universidade Federal de Pernambuco, para obtenção do título de Mestre em Ciências, área de concentração: Dosimetria e Instrumentação Nuclear.

**ORIENTADOR:** Prof<sup>o</sup> Dr. FERNANDO ROBERTO ANDRADE LIMA

**CO-ORIENTADORA:** Prof<sup>a</sup> Dra. HELEN JAMIL KHOURY

**RECIFE – PERNAMBUCO – BRASIL**

**AGOSTO – 2001**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**Biblioteca Prof<sup>o</sup> Hervásio de Carvalho, DEN, UFPE.**

612 014 48  
V657u

Vieira, José Wilson

Uso de Técnicas Monte Carlo para Determinação de Curvas de Isodose em Braquiterapia / José Wilson Vieira – Recife : O autor, 2001.

ix, 76 p. . il. – (Dissertação de Mestrado – DEN)

Orientador : Fernando Roberto Andrade Lima

Dissertação (Mestrado) Universidade Federal de Pernambuco – UFPE Centro de Tecnologia e Geociências – CTG Departamento de Energia Nuclear, 2001.

1 Dosimetria – teses 2 Instrumentação Nuclear – teses 3 Braquiterapia – teses 4 Física Médica. I. Khoury, Helen Jamil II Título. III Série.

CDD 612 014 48 (21 ed)

PE-UFPE-DEN, 2001

**USO DE TÉCNICAS MONTE CARLO PARA DETERMINAÇÃO DE  
CURVAS DE ISODOSE EM BRAQUITERAPIA**

**José Wilson Vieira**

**APROVADO EM: 06.08.01**

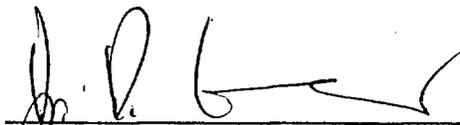
**ORIENTADOR : Prof. Dr. Fernando Roberto de Andrade Lima**

**CO-ORIENTADORA : Profa. Dra. Helen Jamil Khoury**

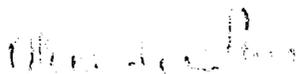
**COMISSÃO EXAMINADORA:**



**Prof. Dr. Fernando Menezes Campello de Souza - DES/UFPE**

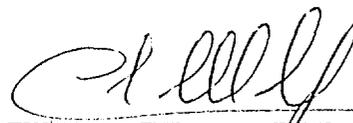


**Prof. Dr. Richard Kramer - CNPq**



**Prof. Dr. Alejandro César Frery Orgambide - DIS/UFPE**

**Visto e permitida a impressão**



**Coordenador do PROTEN/DEN/UFPE**

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho ao meu pai, Antônio Vicente Vieira, à minha mãe, Expedita Gonçalves Vieira, e às amigas inestimáveis Catarina Nazaré de Souza e Maria Vandelice de Oliveira.

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dr. Fernando Roberto Andrade Lima, pela orientação segura durante todo o processo de elaboração deste trabalho. Obrigado, professor, por expor as diretrizes a serem seguidas sem abrir mão da fraternidade inerente às relações humanas duradouras.

À Professora Dra. Helen Jamil Khoury, pela atuação como co-orientadora em momentos cruciais, principalmente, quando do meu ingresso no Departamento de Energia Nuclear (DEN) da UFPE.

A todos os professores do DEN e, em particular, aos doutores Clóvis A. Hazin, Elias S. Filho, Rajendra Narain e Richard Kramer, com os quais tive interação mais direta ao cursar disciplinas fundamentais para a minha formação. Agradeço também aos professores Dr. Alejandro Frery (Centro de Informática – UFPE) e Dr. Francisco Cribari (Departamento de Estatística – UFPE), com os quais cursei a disciplina Simulações Estocásticas.

Aos professores que fizeram parte das bancas dos meus Seminários de Dissertação: doutores Clóvis A. Hazin, Richard Kramer, Alejandro Frery, Fernando Campello e Carlos Brayner, pelas sugestões valiosas e pelo incentivo constante.

A todos os colegas do DEN, especialmente a Válter Dantas, Eduardo, Paulo, Ana Maia, Jaberson, Gustavo, Cleomácio, Frederico, Ferdinand e Wallther, pelo convívio, amizade e ajuda mútua.

A todos os profissionais dos institutos de radioterapia do Hospital do Câncer e do Hospital Português de Recife, pelas informações prestadas nas sessões de braquiterapia (ou simulações) que assisti nestes institutos, e pelo material fornecido para referências e validação dos resultados deste trabalho.

Aos meus amigos João José de Oliveira, Adriano Márcio dos Santos e José de Melo, por serem amigos de todas as horas.

A todos os colegas da Escola Politécnica de Pernambuco – Poli/UPE, do Centro Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco – CEFET-PE, e de todas as instituições de ensino por onde já passei. Em especial, agradeço ao professor Paulo Jofilsan, por me apontar, com a sua prática educacional, tantos caminhos.

## SUMÁRIO

DEDICATÓRIA .....	I
AGRADECIMENTOS.....	II
LISTA DE FIGURAS.....	IV
LISTA DE TABELAS.....	V
RESUMO .....	VI
ABSTRACT .....	VII
<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>2. REVISÃO DA LITERATURA.....</b>	<b>3</b>
2.1. GERADORES DE NÚMEROS ALEATÓRIOS.....	3
2.1.1. GERADOR DO C.....	5
2.1.2. GERADOR DA HP .....	5
2.1.3. GERADORES LINEARES CONGRUENTES .....	6
2.1.4. GERADORES COMPOSTOS.....	7
2.2. TESTES ESTATÍSTICOS.....	9
2.3. INTRODUÇÃO ÀS TÉCNICAS MONTE CARLO.....	12
2.3.1. HISTÓRIA E DEFINIÇÃO.....	12
2.3.2. PRINCIPAIS COMPONENTES DE UM ALGORITMO MONTE CARLO.....	13
2.3.3. FUNÇÕES DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE.....	14
2.3.4. TÉCNICAS MONTE CARLO UTILIZADAS.....	16
2.4. PROGRAMAS UTILIZADOS NO PLANEJAMENTO DA BRAQUITERAPIA.....	19
<b>3. METODOLOGIA.....</b>	<b>20</b>
3.1. O PROGRAMA GNATESTES.....	20
3.1.1. CORPO DO GNATestes.....	20
3.1.2. ALGORITMO DO GNATestes .....	25
3.2. O PROGRAMA ISIEVERT.....	26
3.2.1. TAXA DE EXPOSIÇÃO DEVIDA A UMA FONTE RADIOATIVA LINEAR .....	26
3.2.2. CORPO DO ISievert.....	28
3.2.3. ALGORITMO DO ISievert .....	30
3.3. O PROGRAMA ISODOSE.....	31
3.3.1. O PROGRAMA ISODOSE PARA UMA FONTE LINEAR .....	32
3.3.2. O PROGRAMA ISODOSE PARA N FONTES LINEARES .....	38
3.3.3. CORPO DO ISODOSE.....	40
3.3.4. ALGORITMO DO ISODOSE.....	44
<b>4. RESULTADOS .....</b>	<b>46</b>
4.1. RESULTADOS DOS TESTES ESTATÍSTICOS.....	46
4.2. RESULTADOS MONTE CARLO DA INTEGRAL DE SIEVERT.....	51
4.3. CURVAS DE ISODOSE EM TORNO DE FONTES LINEARES.....	54
4.3.1. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS DO ISODOSE.....	55
4.3.2. ESTIMATIVA DO TEMPO COMPUTACIONAL DO ISODOSE.....	67
<b>5. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS .....</b>	<b>69</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>72</b>
<b>APÊNDICE: FLUXOGRAMAS .....</b>	<b>74</b>
A. FLUXOGRAMA DO GNATestes.....	74
B. FLUXOGRAMA DO ISIEVERT .....	75
C. FLUXOGRAMA DO ISODOSE.....	76

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA		PÁGINA
1	Porcentagem de rejeição da hipótese nula do teste chi-quadrado	11
2	Distribuição Uniforme no intervalo $[a, b]$	16
3	Área sob a curva $f(x)$ no intervalo $[a, b]$	17
4	Uma curva de isodose no plano $z = 0$	18
5	Rede bidimensional de spins	24
6	Fonte linear encapsulada	26
7	Gráfico do integrando de Sievert	28
8	Sistema de coordenadas usado no programa ISODOSE [MARANHÃO, 1999]	32
9	Esboço de uma fonte linear no sistema de referência adotado no ISODOSE	33
10	Geometria para cálculo da taxa de exposição	33
11	Gráfico do integrando de Sievert para $N = 1.000$ pontos	53
12	Curvas de isodose muito próximas a uma fonte de $^{137}\text{Cs}$	56
13	Curvas de isodose no plano $y = 0$ em torno de quatro fontes de $^{137}\text{Cs}$	58
14	Curvas de isodose no plano $x = 0$ em torno de quatro fontes de $^{137}\text{Cs}$	60
15	Curvas de isodose no plano $x = 0$ em torno de uma fonte de $^{192}\text{Ir}$	62
16	Curvas de isodose no plano $x = 0$ em torno de vinte fontes de $^{192}\text{Ir}$	64
17	Curvas de isodose no plano $z = 0$ em torno de vinte fontes de $^{192}\text{Ir}$	65
18	Curvas de isodose no plano $y = 0$ em torno de vinte fontes de $^{192}\text{Ir}$	66
19	Tempo computacional do ISODOSE para o sistema de vinte fontes de $^{192}\text{Ir}$	68

## LISTA DE TABELAS

TABELA		PÁGINA
1	Parâmetros para geradores lineares congruentes [PRESS <i>et al.</i> , 1992]	7
2	Constante de emissão de kerma no ar para algumas fontes [SCAFF, 1997]	35
3	Coefficientes de Meisberger para radionuclídeos [ATTIX e TOCHILIN, 1969]	36
4	Dados sobre as fontes radioativas utilizadas no programa ISODOSE (arquivo Dados1.dat) [BREITMAN, 1974; MARANHÃO, 1999; CERAPE, 2000]	42
5	Dados sobre as fontes de $^{137}\text{Cs}$ utilizadas no programa ISODOSE (arquivo Dados2.dat) [BREITMAN, 1974; MARANHÃO, 1999]	43
6	Dados sobre as fontes de $^{192}\text{Ir}$ utilizadas no programa ISODOSE (arquivo Dados3.dat) [CERAPE, 2000]	43
7	Sementes usadas nas simulações do GNATestes	47
8	Teste do Período para 22.000 números $R_i$ , $0 \leq R_i \leq R_{max}$	47
9	Teste da Paridade para 22.000 números $R_i$ , $0 \leq R_i \leq R_{max}$	48
10	Teste da 1ª Média para 22.000 números $R_i$ , $0 \leq R_i \leq R_{max}$	48
11	Teste da Uniformização dos subintervalos para 22.000 números $R_i$ , $0 \leq R_i \leq 1$ , em 11 subintervalos	49
12	Valores selecionados da distribuição Chi-quadrado [KNUTH, 1997]	50
13	Teste do Chi-quadrado para 22.000 números $R_i$ , $0 \leq R_i \leq 1$ , em 11 subintervalos	50
14	Teste da Não-correlação para 22.000 números $R_i$ , $0 \leq R_i \leq 1$ , considerando um alcance de 20 vizinhos	51
15	Erro relativo médio (%) entre valores da Integral de Sievert: SCAFF (1997) $\times$ ISievert	52
16	Valores da Integral de Sievert para $N = 1.000$ : SCAFF (1997) $\times$ ISievert	53
17	Taxas de dose absorvida na água, em pontos do plano $z = 0$ , em torno de uma fonte linear de $^{137}\text{Cs}$ com atividade de 1.000 MBq: ISODOSE $\times$ BREITMAN	55
18	Taxas de dose absorvida na água, em pontos do plano $y = 0$ . Implante intersticial de quatro fontes de $^{137}\text{Cs}$ no cérebro de um paciente, visto lateralmente: ISODOSE $\times$ BRA	57
19	Taxas de dose absorvida na água, em pontos do plano $x = 0$ . Implante intersticial de quatro fontes de $^{137}\text{Cs}$ no cérebro de um paciente, visto de frente: ISODOSE $\times$ BRA	59
20	Dose absorvida na água, durante 117,7 s, em pontos em torno de uma fonte de $^{192}\text{Ir}$ com $A = 98$ GBq: ISODOSE $\times$ PLATO	61
21	Dose absorvida na água, durante 25,4 s, em pontos em torno de vinte fontes de $^{192}\text{Ir}$ com $A = 272$ GBq, implantadas no útero de uma paciente: ISODOSE $\times$ PLATO	63
22	Tempo computacional do ISODOSE para o sistema de 20 fontes de $^{192}\text{Ir}$	68

## USO DE TÉCNICAS MONTE CARLO PARA DETERMINAÇÃO DE CURVAS DE ISODOSE EM BRAQUITERAPIA

Autor: José Wilson Vieira

Orientador: Prof<sup>o</sup> Dr. Fernando Roberto de Andrade Lima

Co-orientadora: Prof<sup>a</sup> Dra. Helen Jamil Khoury

### RESUMO

A braquiterapia é uma forma especial de tratamento oncológico na qual a fonte radioativa é colocada muito próxima ou dentro do tumor com o objetivo de causar a necrose do tecido cancerígeno. A intensidade da resposta das células à radiação varia de acordo com o tipo histológico e com o seu grau de diferenciação. Como as células malignas são menos diferenciadas do que as normais, são mais sensíveis à radiação. Este é o fato em que se baseiam as técnicas de radioterapia. Os institutos que trabalham com aplicação de altas taxas de dose utilizam programas computacionais sofisticados que calculam a dose suficiente para necrosar o tumor, minimizando a irradiação nos tecidos e órgãos da vizinhança. Conhecendo-se as características da fonte e do tumor, é possível traçar curvas de isodose com as informações necessárias para o planejamento da braquiterapia nos pacientes. O objetivo deste trabalho é, utilizando técnicas Monte Carlo, desenvolver um programa computacional – o ISODOSE – que permita determinar curvas de isodose em volta de fontes radioativas lineares utilizadas em braquiterapia. O desenvolvimento do ISODOSE se justifica porque os programas comerciais disponíveis, em geral, são muito caros e praticamente inacessíveis a pequenas clínicas. E a utilização de técnicas Monte Carlo é viável porque elas evitam problemas inerentes às soluções analíticas como, por exemplo, a integração de funções com singularidades no seu domínio. Os resultados do ISODOSE foram comparados com similares encontrados na literatura e também com resultados obtidos nos institutos de radioterapia do Hospital do Câncer de Recife e do Hospital Português do Recife. O ISODOSE apresentou bom desempenho, principalmente, por causa das técnicas Monte Carlo nele contidas, que permitiram um desenho bastante detalhado das curvas de isodose nos contornos das fontes lineares.

## USE OF MONTE CARLO METHODS FOR DETERMINATION OF ISODOSE CURVES IN BRACHYTHERAPY

Author: José Wilson Vieira

Adviser: Prof<sup>º</sup> Dr. Fernando Roberto de Andrade Lima

Co-adviser: Prof<sup>º</sup> Dra. Helen Jamil Khoury

### ABSTRACT

Brachytherapy is a special form of cancer treatment in which the radioactive source is very close to or inside the tumor with the objective of causing the necrosis of the cancerous tissue. The intensity of cell response to the radiation varies according to the tissue type and degree of differentiation. Since the malign cells are less differentiated than the normal ones, they are more sensitive to the radiation. This is the basis for radiotherapy techniques. Institutes that work with the application of high dose rates use sophisticated computer programs to calculate the necessary dose to achieve the necrosis of the tumor and the same time, minimizing the irradiation of tissues and organs of the neighborhood. With knowledge the characteristics of the source and the tumor, it is possible to trace isodose curves with the necessary information for planning the brachytherapy in patients. The objective of this work is, using Monte Carlo techniques, to develop a computer program – the ISODOSE – which allows to determine isodose curves in turn of linear radioactive sources used in brachytherapy. The development of ISODOSE is important because the available commercial programs, in general, are very expensive and practically inaccessible to small clinics. The use of Monte Carlo techniques is viable because they avoid problems inherent to analytic solutions as, for instance, the integration of functions with singularities in its domain. The results of ISODOSE were compared with similar data found in the literature and also with those obtained at the institutes of radiotherapy of the “Hospital do Câncer do Recife” and of the “Hospital Português do Recife”. ISODOSE presented good performance, mainly, due to the Monte Carlo techniques, that allowed a quite detailed drawing of the isodose curves in turn of linear sources.

## 1. INTRODUÇÃO

A braquiterapia é uma forma especial de tratamento oncológico, com radiação ionizante, na qual a fonte radioativa é colocada muito próxima ou dentro do volume alvo. Algumas formas de câncer são extirpadas com grande precisão utilizando-se essa técnica. Uma das vantagens da braquiterapia é que altas taxas de dose podem ser aplicadas, localmente, em um tempo relativamente curto, pois a pouca distância entre a fonte e o tumor permite que a quase totalidade da energia proveniente daquela incida sobre este, reduzindo a dose absorvida pelos tecidos sadios da vizinhança.

A intensidade da resposta das células à radiação varia de acordo com o tipo histológico e com o seu grau de diferenciação. Como as células malignas são menos diferenciadas do que as normais, são mais sensíveis à radiação. Este é o fato em que se baseiam as técnicas de radioterapia.

Há três formas de braquiterapia: a intracavitária, a intersticial e a superficial. Na braquiterapia intracavitária a fonte radioativa é colocada em cavidades do corpo próximas ao tumor. A irradiação é sempre temporária (a fonte fica no paciente até acumular a dose absorvida desejada quando, então, é retirada) e, no caso da aplicação de baixas taxas de dose absorvida, o material radioativo permanece no paciente cerca de um a quatro dias. Na braquiterapia intersticial o material radioativo é colocado dentro do tumor. A irradiação pode ser temporária ou permanente. Neste último caso, utilizam-se radionuclídeos de meia-vida curta (da ordem de dias) e é fornecida ao paciente uma alta taxa de dose no início do tratamento. A braquiterapia superficial é utilizada em tratamento de tumores na superfície da pele.

Os atuais institutos de radioterapia brasileiros utilizam dois sistemas de operação com carregamento remoto: o sistema de fontes de baixa e o de alta atividade. Num sistema de carregamento remoto, as fontes são posicionadas por instrumentos, o que evita a exposição desnecessária dos radioterapeutas. Os institutos que usam sistemas de baixa atividade, geralmente fazem o cálculo manual das taxas de dose absorvida na região do tumor. Os institutos que adotam sistemas com fontes de altas taxas de dose utilizam programas computacionais sofisticados, que levam em consideração variáveis como a

geometria da fonte, sua atividade e as características do meio onde ela é colocada (por exemplo, a densidade) para calcular estas taxas. Tais cálculos são necessários pois se deve aplicar uma dose suficiente para necrosar os tecidos cancerosos, minimizando a irradiação nos tecidos e órgãos da vizinhança. Uma curva de isodose é formada pelos pontos de um dado plano com a mesma taxa de dose absorvida. O campo que envolve a fonte e o tumor deve ser mapeado com curvas de isodose para que sejam conhecidas as taxas de dose que atingem os órgãos sadios próximos ao tumor. Com esta informação o tratamento pode ser executado, se as taxas que atingem os órgãos monitorados estão abaixo dos limites estabelecidos pela Radioproteção; ou o planejamento deve ser refeito, por exemplo, mudando-se a posição da fonte.

O objetivo deste trabalho é, utilizando técnicas Monte Carlo, desenvolver um programa computacional – o ISODOSE – que permita determinar curvas de isodose em torno de fontes radioativas lineares utilizadas em braquiterapia.

Existem diversos programas que determinam curvas de isodose como, por exemplo, o MIBraq, desenvolvido por MARANHÃO (1999), em sua dissertação de Mestrado, no Departamento de Energia Nuclear da Universidade Federal de Pernambuco.

O desenvolvimento de um programa que trace curvas de isodose se justifica porque os programas comerciais disponíveis, em geral, são muito caros e praticamente inacessíveis a pequenas clínicas. A utilização de técnicas Monte Carlo é viável porque elas evitam problemas inerentes às soluções analíticas como, por exemplo, a integração de funções com singularidades.

## 2. REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo está dividido em quatro partes. A primeira tem por tema a geração de números aleatórios; a segunda descreve alguns testes estatísticos a serem implementados no programa desenvolvido para este fim – o GNATestes; a terceira enfoca as técnicas Monte Carlo em geral e, em particular, as utilizadas no programa ISODOSE; e a quarta referencia alguns programas computacionais que traçam curvas de isodose para planejamento da braquiterapia.

### 2.1. GERADORES DE NÚMEROS ALEATÓRIOS

Seqüências de números verdadeiramente aleatórios podem ser geradas, por exemplo, a partir de sinais eletrônicos produzidos no próprio computador. Mas, será este um tipo de seqüência desejável em implementações Monte Carlo? Para se ter controle sobre o código do programa, é preciso obter seqüências que possam ser reproduzidas, se necessário. Isto facilita a análise de erros nos códigos. E, quando se tem controle sobre uma seqüência de números gerada, ela passa a ser pseudo-aleatória. Qualquer algoritmo que, para as mesmas condições iniciais, produza a mesma seqüência, é um gerador de números pseudo-aleatórios. Contudo, se a capacidade de produzir números distintos deste algoritmo (período do gerador) for bem maior do que o número de vezes que ele é chamado em uma execução, pode-se considerar “satisfatoriamente aleatória” a seqüência gerada. Sem distinção fina entre números aleatórios, satisfatoriamente aleatórios ou pseudo-aleatórios, a partir deste ponto são usadas apenas as palavras “números aleatórios” para designar seqüências que se prestem a implementações Monte Carlo.

Segundo GOULD e TOBOCHNIK (1996), a maioria dos geradores de números aleatórios produz uma seqüência na qual cada número é usado para encontrar o sucessor de acordo com um algoritmo bem definido. Uma maneira introdutória de se verificar o funcionamento do caráter não determinístico de uma seqüência gerada em computador, é observar se o algoritmo gerador de números independe, sob todos os aspectos mensuráveis, do restante do programa. Se isto ocorrer, quaisquer dois geradores diferentes devem

produzir estatisticamente o mesmo resultado, quando acoplados a um programa para uma aplicação particular. Se não produzirem, pelo menos um deles não é um bom gerador.

Pode-se concluir, sem medo de incorrer em erros de precipitações, que o caráter não determinístico de uma seqüência está na necessidade e no olho do observador (ou programador). O que é suficientemente aleatório para uma aplicação pode não ser para outra. É preciso que o programador “sinta” a eficiência do seu algoritmo. Entretanto, não se está inteiramente à deriva no mar inmensurável das aplicações de programas computacionais: há uma lista de testes estatísticos [KNUTH, 1997; MARSAGLIA, 2000] – alguns, sensíveis; outros, citados apenas por questão histórica – cuja principal função é detectar qualquer provável correlação que possa existir entre os números de uma dada seqüência. Um bom gerador de números aleatórios deve passar em todos esses testes; ou, pelo menos, o usuário deve ficar atento para identificar os testes em que dado gerador fálhou e avaliar se são relevantes no caso estudado. Entre outras características, esses testes mostram que uma seqüência de números aleatórios:

- deve ter uma distribuição de probabilidade uniforme;
- deve ter um período maior do que a quantidade de números necessária para uma dada aplicação;
- deve ser eficiente na solução do problema tratado;
- deve permitir sua reprodução, quando necessário;
- deve ser computacionalmente rápida;
- seu algoritmo deve ser independente da máquina e do compilador usados.

Qualquer gerador de números que produz palavras de  $n$  bits pode produzir no máximo  $2^n$  palavras diferentes (de 0 a  $2^n - 1$ ). Em algum passo (normalmente antes das  $2^n$  palavras), o gerador reproduzirá uma das palavras, depois da qual a seqüência se repetirá (todo algoritmo é, por natureza, determinístico: o que entra determina o que sai). Isto define o período do gerador.

A seguir são discutidas as características de cinco geradores de números aleatórios. No capítulo Metodologia, deste trabalho, é elaborado um programa de computação em

linguagem C (GNATestes) com o intuito de submeter os geradores escolhidos a alguns testes estatísticos. O gerador usado nas simulações Monte Carlo do programa ISODOSE (produto final do presente trabalho) é escolhido de acordo com os resultados dos testes estatísticos.

### 2.1.1. GERADOR DO C

O ANSI (American National Standards Institute) padrão C contém a função geradora de números aleatórios (16 bits, inteiro com sinal) *rand()*, que é implementada por vários fabricantes de compilador normalmente com um algoritmo linear congruente (ver item 2.1.3), mas com valores de parâmetros variáveis de fabricante para fabricante [SCHILDT, 1996]. O compilador utilizado neste trabalho é o Microsoft Visual C++ 6.0.

Para se utilizar a função *rand()*, é preciso incluir, no cabeçalho do código de programa, a biblioteca que a contém e, para chamá-la dentro do corpo do programa, basta nomear uma variável inteira, por exemplo, *R*. O fragmento de código em C abaixo mostra as frases necessárias.

```
#include <stdlib.h> //Biblioteca que contém a função rand()
...
void main()
{
    int R; //Declaração de uma variável inteira
    ...
    R=rand()
    ...
}
```

Toda vez que a variável *R* for executada, ela retornará um número inteiro entre 0 e  $RAND\_MAX$ , onde  $RAND\_MAX = 2^{15} - 1 = 32.767$ , no compilador aqui usado.

### 2.1.2. GERADOR DA HP

A calculadora HP-25\* gera uma seqüência de números aleatórios  $R_i$ ,  $0 \leq R_i < 1$ , utilizando o seguinte algoritmo [TURNER *et al.*, 1985]:

1) A semente  $R_0$  da seqüência a ser gerada pode ser qualquer número real entre 0 e 1;

---

\* Calculadora programável Hewlett-Packard, Modelo HP-25.

2) Para gerar os demais valores, define-se,  $N_{HP} = (\pi + R_{i-1})^5$  e

$$R_i = N_{HP} - [N_{HP}], \quad (1)$$

onde  $R_i$  é o  $i$ -ésimo número gerado a partir de  $R_{i-1}$  e  $[N_{HP}]$  é a parte inteira de  $N_{HP}$ .

### 2.1.3. GERADORES LINEARES CONGRUENTES

Os geradores de números aleatórios mais comumente usados (ou os mais tradicionais) são os lineares congruentes [GOULD e TOBOCHNIK, 1996; PRESS *et al.*; 1992]. Eles, na verdade, não são muito bons para simulações de altas precisões.

Um gerador linear congruente começa em alguma semente arbitrária, e produz uma seqüência que usa a relação de repetição

$$R_n = (a * R_{n-1} + c) \text{ mod } m, \quad (2)$$

onde  $a$  é o Multiplicador,  $c$  é o Incremento e  $m$  é o Módulo. A operação mod retorna o resto da divisão de  $(a * R_{n-1} + c)$  por  $m$ .

Para a maioria das escolhas de  $a$ ,  $c$  e  $m$ , a relação de recorrência acima produzirá uma seqüência com um período pequeno, isto é, logo repetirá um dos números gerados. Daí em diante, continuará repetindo a seqüência. Como o maior número que pode ser gerado é  $m - 1$ , a seqüência produzida tem, no máximo,  $m$  elementos distintos. A escolha dos “números mágicos”  $a$ ,  $c$  e  $m$  é fundamental, pois determina a qualidade do gerador.

A vantagem dos geradores lineares congruentes é que eles requerem poucas operações e, portanto, são muito rápidos. A principal desvantagem é que os números “aleatórios” sucessivos estão, até certo ponto, correlacionados [ENTACHER, 2000]. Se, por exemplo, usarmos 3 números sucessivos para representar pontos  $(x, y, z)$  no espaço tridimensional, pode-se mostrar que, em vez de encher completamente o volume, os pontos tendem a ficar em, no máximo,  $m^{1/3}$  planos. Um gerador de números de 16 bits produz “pontos ao acaso” que tenderão a se concentrar em, no máximo,  $32.768^{1/3} = 32$  planos. Portanto, formam uma distribuição de pontos discreta (não-aleatória), a menos que a

seqüência desejada seja muito pequena. Para um gerador de 32 bits sem sinal haverá, no máximo,  $4.294.967.296^{1/3} \cong 1.600$  planos, que é uma situação bem mais razoável.

Algumas das escolhas dos parâmetros  $a$ ,  $c$  e  $m$  que têm sido extensivamente usadas, testadas e informadas na literatura são discutidas em PRESS *et al.* (1992). A Tabela 1 mostra alguns conjuntos dos parâmetros  $a$ ,  $c$  e  $m$  tirados da referência citada. A linha em destaque contém os valores utilizados no programa GNATestes.

**Tabela 1:** *Parâmetros para geradores lineares congruentes* [PRESS *et al.*, 1992]

$a$	$c$	$m$
106	1.283	6.075
9.301	49.297	233.280
4.096	150.889	714.025
16.807	0	2.147.483.647
48.271	0	2.147.483.647
69.621	0	2.147.483.647
1.664.525	1.013.904.223	4.294.967.296

Quando se utiliza um gerador linear congruente de 32 bits, deve-se estar atento ao resultado da conta  $(a * R_{n-1} + c)$ . Este termo não pode superar  $2^{32} - 1$ , pois a multiplicação de inteiros descarta excesso de bits em uma palavra, o que faria a seqüência tender aos números maiores, isto é, ser determinística.

#### 2.1.4. GERADORES COMPOSTOS

Os geradores mencionados até aqui, com boas escolhas dos parâmetros, passam nos testes enumerados em KNUTH (1997). Esses testes foram o conjunto padrão usado durante décadas. Mais recentemente, com o crescimento da produção de programas e acessórios computacionais baratos e poderosos, os métodos numéricos têm se tornado cada vez mais exigentes, e os testes padrões de KNUTH já não se mostram tão eficazes, porque os geradores simples como os lineares congruentes não atendem satisfatoriamente a todas as exigências das novas e sofisticadas aplicações. O melhor conjunto de testes existente para números aleatórios na atualidade é a bateria denominada DIEHARD, desenvolvida por George MARSAGLIA. Os códigos em C, como também os arquivos executáveis para

vários sistemas operacionais, implementando estes testes estão disponíveis na página eletrônica citada na referência MARSAGLIA (2000).

Como os testes estatísticos para geradores são o tema da seção 2.2 deste trabalho, por enquanto basta citar que até mesmo o melhor dos geradores simples, que passa em todos os testes padrões de KNUTH, fracassa em alguns dos testes do DIEHARD.

Há diversas variações operacionais que melhoram notavelmente o desempenho dos geradores até aqui estudados. Combinando-se dois ou mais geradores simples, através das operações +, -, \* ou ^, geralmente se obtêm algoritmos com propriedades melhores do que as de qualquer um dos componentes. Na seqüência são apresentados dois destes geradores compostos.

### Gerador composto COMBO

Este gerador [MARSAGLIA, 2000] tem período  $2^{32}$  e pode ser implementado em C quando se inclui as linhas abaixo no código fonte:

```
#define RMAX      4294967295UL // Módulo do gerador COMBO
#define xxnew     (xx=x1)
#define xlnew     (x1=x2)
#define xnew      (x2=xxnew*x1new)
#define ynew      (y=(30903*(y&65535)+(y>>16)))
#define COMBO     (xnew+ynew)
```

Deve-se também declarar a seguinte linha de variáveis dentro do programa:

```
unsigned long x1, x2, xx, y;
```

As sementes  $x1$ ,  $x2$  e  $y$  devem ser cuidadosamente escolhidas. No capítulo 4 deste trabalho é mostrado a influência da escolha destes números iniciais na seqüência gerada. A macro COMBO pode ser chamada em qualquer lugar do programa onde seja necessário gerar um novo número de 32 bits entre 0 e  $RMAX = 2^{32} - 1 = 4.294.967.295$ .

### Gerador composto UNI

O gerador UNI produz inteiros de 32 bits e passa em todos os testes do DIEHARD. Pode ser implementado em C incluindo, no cabeçalho do código, as linhas

```
#define RMAX      4294967295UL //O módulo do gerador UNI é  $2^{32}-1$ 
#define s1new     (s1=(18000*(s1&65535)+(s1 >> 16)))
#define s2new     (s2=(30903*(s2&65535)+(s2 >> 16)))
#define UNI       (s1new << 16)+(s2new&0xffff)
```

Deve-se também declarar a seguinte linha de variáveis dentro do programa:

```
unsigned long s1, s2;
```

As sementes  $s1$  e  $s2$  podem ser quaisquer dois inteiros distintos. A macro UNI pode ser chamada em qualquer lugar do programa onde for preciso um novo inteiro de 32 bits entre 0 e  $RMAX = 2^{32} - 1 = 4.294.967.295$ .

Na próxima seção são descritos os testes estatísticos que vão ser usados para verificar a eficácia dos cinco geradores aqui apresentados.

## 2.2. TESTES ESTATÍSTICOS

Sérios erros e conclusões equivocadas podem ocorrer em trabalhos com Monte Carlo quando se assume que uma seqüência de números apresenta uma distribuição suficientemente uniforme para uma dada aplicação e isto não é verdade. Em vista de tal problema, como fazer para testar um gerador ou uma tabela de números e saber se são satisfatoriamente aleatórios? Há um grande número de testes possíveis e seus resultados devem sempre ser tomados em acordo com os objetivos do problema tratado, já que o próprio computador introduz erros quando realiza operações matemáticas.

Neste trabalho, foram escolhidos seis testes que podem ser encontrados em GOULD e TOBOCHNIK (1996), TURNER *et al.* (1985) ou BUSTOS e FRERY (1992), onde também há diversas referências sobre o tema.

### Teste do período

O requerimento mais óbvio para um gerador de números aleatórios é que seu período seja maior do que a quantidade de números necessária para um determinado cálculo. Se a capacidade de um gerador retornar números diferentes quando acionado num programa é ultrapassada, a seqüência fica tendenciosamente contaminada, isto é, determinística.

### Teste da paridade

Numa seqüência de inteiros satisfatoriamente aleatória, a quantidade de números pares deve ser igual à de ímpares.

### Teste da uniformização dos subintervalos

Se um intervalo é dividido em  $n$  subintervalos, cada um destes deve ter, em média, o mesmo número de elementos, caso a seqüência seja satisfatoriamente aleatória.

### Teste da média de primeira ordem

Gerando uma seqüência aleatória de números  $R_i$ ,  $0 \leq R_i \leq 1$ , espera-se que

$$\langle R_i \rangle = 0,5. \quad (3)$$

### Teste chi-quadrado

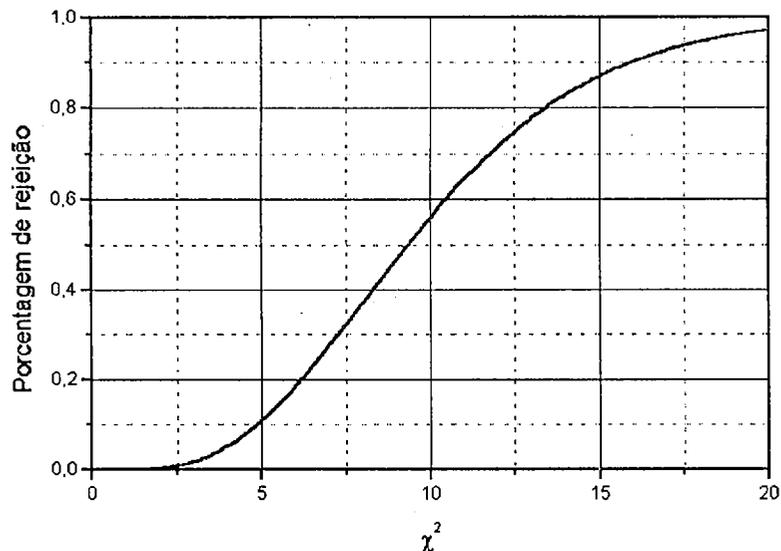
O chi-quadrado é, talvez, o teste estatístico mais conhecido na literatura [KNUTH (1997); BUSTOS e FRERY (1992); MEYER (2000)]. Ele é usado em conexão com muitos outros testes e, neste trabalho, ajuda na interpretação dos resultados do teste dos subintervalos como descrito a seguir.

Supondo que se realize o teste da uniformização dos subintervalos em uma seqüência de  $N = 10.000$  números em  $n = 10$  subintervalos iguais. Seja  $y_i$  a quantidade de números observada no  $i$ -ésimo subintervalo e  $E_i$  a esperança neste subintervalo.  $E_i = N.p_i$ , onde  $p_i$  é a probabilidade de que um dado número da seqüência esteja no  $i$ -ésimo subintervalo. No exemplo aqui enfocado,  $p_i = 1/n$ , o que implica  $E_i = N/n = 10.000/10 = 1.000$  para todos os subintervalos. O teste estatístico do chi-quadrado é dado por

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - E_i)^2}{E_i}. \quad (4)$$

A magnitude do número  $\chi^2$  mede a concordância entre as distribuições observada e esperada. Embora usualmente se deseje  $\chi^2$  tão pequeno quanto possível, é preciso tomar cuidado com valores próximos de zero, porque tal limite sugere  $N$  ser um múltiplo do período do gerador e que cada valor na seqüência aparece um número igual de vezes. A probabilidade de rejeição da hipótese nula (a hipótese nula neste trabalho é: *a seqüência gerada é uniformemente distribuída entre 0 e 1*) pode ser encontrada em tabelas da distribuição  $\chi_k^2(x)$ , onde  $k = n - 1$  é o número que indica os graus de liberdade da distribuição e  $x$  é o valor testado [BUSTOS e FRERY (1992); KNUTH (1997)]. A Figura 1 mostra o comportamento da porcentagem de rejeição da hipótese nula em função do teste

$\chi^2$ , para  $k = 10$ . Nesta figura vê-se que, para  $\chi^2 = 20$ , a taxa de porcentagem de rejeição é quase 100%, isto é, uma seqüência cujo resultado do  $\chi^2$  for desta ordem não é uniforme.



**Figura 1:** Porcentagem de rejeição da hipótese nula em função do teste chi-quadrado.

### Teste da não-correlação

Uma seqüência aleatória deve ser completamente não correlacionada, isto é, a escolha de um elemento da seqüência deve ser completamente independente da escolha de outro qualquer. Esta não-correlação pode ser verificada calculando médias de ordens superiores a 1 para um dado conjunto de  $N$  números  $R_i$ ,  $0 \leq R_i \leq 1$  (ver equações 17).

#### *Média de segunda ordem*

Para 2 números,  $R_i$  e  $R_j$ , de uma seqüência sem correlação alguma, espera-se que

$$\langle R_i R_j \rangle = \langle R_i \rangle \langle R_j \rangle = 0,25, \quad \forall i \text{ e } \forall j \neq i, \quad (5)$$

isto é, a média do produto é o produto da média.

#### *Média de terceira ordem*

Para três números não correlacionados em uma seqüência, o valor médio deve ser

$$\langle R_i R_j R_k \rangle = \langle R_i \rangle \langle R_j \rangle \langle R_k \rangle = 0,5^3 = 0,125. \quad (6)$$

Os testes estatísticos aqui apresentados formam a bateria a que são submetidos os geradores de números aleatórios escolhidos na seção 2.1. O GNATestes, programa de computador em linguagem C desenvolvido no presente trabalho, implementa-os e os resultados são apresentados e analisados no capítulo 4. A bateria DIEHARD, que pode ser encontrada na página eletrônica de MARSAGLIA citada nas referências deste trabalho, contém testes estatísticos bem mais complexos e eficazes do que os aqui apresentados. Assim deve-se frisar o caráter didático do GNATestes. Testes como o de Kolmogorov-Smirnov e o Serial [KNUTH (1997); BUSTOS e FRERY (1992)] não foram aproveitados mas devem ser citados, pois não apresentam grandes dificuldades de implementação em qualquer linguagem computacional e também ajudam a verificar se uma dada seqüência de números tem a distribuição uniforme requerida pelo problema tratado.

### **2.3. INTRODUÇÃO ÀS TÉCNICAS MONTE CARLO**

#### **2.3.1. HISTÓRIA E DEFINIÇÃO**

Os métodos numéricos que são conhecidos como Monte Carlo podem ser livremente descritos como métodos estatísticos de simulação, onde a simulação estatística é definida, em termos totalmente gerais, como sendo qualquer técnica que utilize seqüências de números aleatórios em alguma parte do problema tratado [CSEP, 1995]. Os métodos Monte Carlo têm sido usados há séculos, mas somente nas últimas décadas ganharam o *status* de métodos numéricos desenvolvidos e capazes de serem úteis às mais complexas aplicações. A primeira aplicação efetiva dos métodos Monte Carlo como utilitários de pesquisa ocorreu no projeto da bomba atômica, durante a Segunda Guerra Mundial. Este trabalho envolveu uma simulação direta de problemas probabilísticos relacionados com a difusão aleatória de nêutrons em materiais físeis. Logo nas fases iniciais das investigações científicas, von NEUMANN e ULAM usaram o nome "Monte Carlo" [METROPOLIS e ULAM (1949); PLLANA (2000)] para designar os métodos "roleta russa" desenvolvidos por eles, numa referência à capital de Mônaco e seus famosos cassinos. Técnicas Monte Carlo, isto é, técnicas de sorteio, são atualmente utilizadas em diversos campos, da simulação de fenômenos físicos complexos – como a radiação transportada na atmosfera terrestre e o estudo de processos nucleares em experimentos de altas energias – a simulações mundanas como, por exemplo, um jogo de roleta. A analogia de métodos Monte Carlo a jogos de azar

é uma boa idéia, mas o “jogo” é um sistema físico, e o resultado do “jogo” não é um pacote de dinheiro ou uma pilha de fichas (a menos que simulado), mas, e isto já basta, uma solução de algum problema.

Os métodos de simulação estatística podem ser contrastados com os métodos convencionais de discretização numérica tipicamente aplicados a equações diferenciais parciais ou ordinárias e que descrevem algum sistema físico ou matemático. Em muitas aplicações Monte Carlo o processo físico é simulado diretamente e não é necessário escrever as equações diferenciais que descrevem o seu comportamento, bastando a utilização de algumas relações básicas. Em contraste, uma solução numérica convencional usa um modelo matemático desde o início, discretizando as equações diferenciais e, então, resolvendo um conjunto de equações algébricas para um estado não conhecido do sistema.

É natural pensar que os métodos Monte Carlo são usados apenas na simulação de processos estocásticos por natureza. Porém este acoplamento é atualmente muito restritivo porque muitas aplicações Monte Carlo, como o cálculo de uma integral definida, aparentemente não têm conteúdo estocástico. Assim, uma definição mais geral destas técnicas inclui todos os métodos que envolvam simulação estatística de algum sistema considerado, isto é, toda vez que se lança mão de um sorteio, se pratica uma técnica Monte Carlo.

### 2.3.2. PRINCIPAIS COMPONENTES DE UM ALGORITMO MONTE CARLO

Os principais componentes de um algoritmo Monte Carlo são, sucintamente, descritos a seguir. Estes componentes fundamentam a maioria das aplicações e compreendê-los implica em adquirir uma sólida base para se realizar uma aplicação Monte Carlo específica. São eles:

- *Distribuições de probabilidade*: O sistema físico (ou matemático) deve ser descrito por uma ou mais distribuições de probabilidade.
- *Gerador de números aleatórios*: Deve-se ter disponível uma fonte confiável de números aleatórios uniformemente distribuídos num dado intervalo. Se o fenômeno estudado não tiver probabilidade uniformemente distribuída, pode-se, através de transformação da

seqüência uniforme gerada, conseguir a distribuição pretendida (por exemplo, distribuição Gaussiana, Exponencial, etc.).

- *Regras para amostragem*: Quando não se utiliza toda a seqüência de números aleatórios gerada no programa, é preciso especificar claramente os critérios que levam à amostra coletada.
- *Marcação (ou contagem)*: Os resultados devem ser acumulados anexando-se contadores às quantidades de interesse.
- *Estimativa de erro*: Uma estimativa do erro estatístico, como uma função do número de tentativas e outras quantidades, também deve ser determinada.
- *Técnicas de redução do erro*: Deve-se lançar mão de métodos que melhorem a solução estimada. Geralmente isto implica em estabelecer o limite da máquina usada na simulação Monte Carlo específica em função do período do gerador de números aleatórios, levando-se em conta um tempo mínimo de computação que não comprometa o resultado esperado.
- *Paralelização e vetorização*: Tais algoritmos permitem implementação de métodos Monte Carlo com mais eficiência em arquiteturas computacionais avançadas.

### 2.3.3. FUNÇÕES DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE

O significado de uma função de densidade de probabilidade  $f(x)$  é que  $f(x)dx$  é a probabilidade de que a variável contínua esteja no intervalo  $[x, x + dx]$ , isto é,

$$P(x \leq x' \leq x + dx) = f(x)dx. \quad (7)$$

A probabilidade de se encontrar  $x$  em algum lugar de um intervalo finito  $[a, b]$  é

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x')dx'. \quad (8)$$

$P(a \leq x \leq b)$  é a área sob a curva  $f(x)$  entre  $x = a$  e  $x = b$ .

As restrições impostas à definição de uma densidade de probabilidade são:

- Como  $f(x)$  é uma densidade de probabilidade, ela deve ser positiva para todos os valores de  $x$ ;
- Além disso, a probabilidade de se encontrar a variável contínua  $x$  em algum lugar do eixo real deve ser igual a 1.

Matematicamente tem-se

$$\begin{cases} f(x) \geq 0, -\infty < x < \infty \\ \int_{-\infty}^{\infty} f(x') dx' = 1 \end{cases} \quad (9)$$

Estas são as duas condições necessárias para que  $f(x)$  possa ser considerada uma função de densidade de probabilidade.

Se existe uma aplicação particular baseada em funções que obedecem às condições (9), pode-se tratá-las como funções de densidade de probabilidade e talvez empregar as potentes técnicas Monte Carlo para resolver tal aplicação.

As técnicas Monte Carlo usadas no presente trabalho estão associadas a distribuições uniformes. Quando se lida com uma seqüência de  $N$  números aleatoriamente gerados entre 0 e  $RMAX$ , pode-se escolher tratar este problema como um processo contínuo e dividir cada número gerado por  $RMAX$  para obter números reais entre 0 e 1. Assim, pode-se afirmar que a probabilidade de se conseguir um número entre 0 e 1 é determinada por  $f(x)dx = dx1_{[0,1]}(x)$ , onde [BUSTOS e FRERY, 1992]

$$1_{[0,1]}(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (10)$$

$1_{[0,1]}(x)$  é o indicador de  $x$ .

A Figura 2 ilustra a forma mais geral da distribuição uniforme de probabilidade, onde

$$f(x) = \frac{1}{b-a} 1_{[a,b]}(x). \quad (11)$$

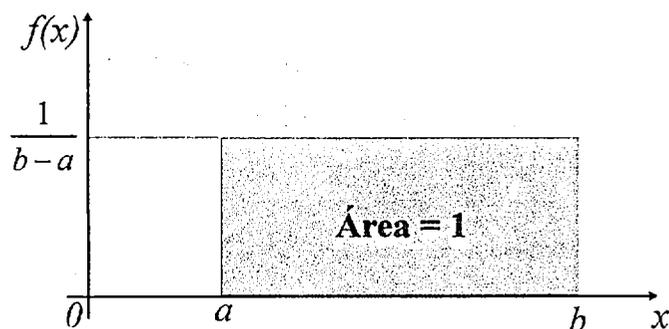


Figura 2: Distribuição Uniforme no intervalo  $[a, b]$ .

#### 2.3.4. TÉCNICAS MONTE CARLO UTILIZADAS

O objetivo final deste trabalho é desenvolver o programa de computador ISODOSE para determinar as curvas de isodose em torno de fontes radioativas lineares. Para isto são utilizadas as duas técnicas Monte Carlo descritas a seguir.

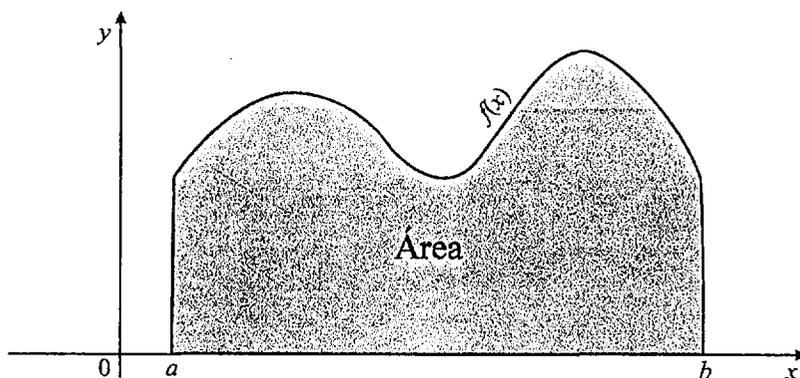
##### Método do Valor Médio

Há, na literatura especializada, diversos métodos de integração Monte Carlo cujos algoritmos não apresentam grandes dificuldades de implementação. Entre eles, o Método de Importância de Amostragem e o Monte Carlo *Primitivo* [PERES (2001); TURNER *et al.* (1985); GOULD e TOBOCHNIK (1996)]. Este último é o método de integração usado neste trabalho e aqui batizado de Método do Valor Médio.

O Método do Valor Médio é utilizado inicialmente para calcular a Integral de Sievert [SCAFF, 1997] em um programa de computador – o Isievert – desenvolvido especialmente para aferir a eficiência do gerador de números aleatórios de melhor desempenho nos testes estatísticos, o UNI, no cálculo de integrais com singularidades.

A Figura 3 é utilizada para explicar como funciona o método de integração numérica do Valor Médio. Nesta figura, a área sob a curva  $f(x)$ , entre  $x = a$  e  $x = b$ , é igual a

$$A = \int_a^b f(x) dx. \quad (12)$$



**Figura 3:** Área sob a curva  $f(x)$  no intervalo  $[a, b]$ .

Para calcular  $A$  pelo método do Valor Médio:

- Escolhem-se, aleatoriamente,  $N$  valores  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , no intervalo  $[a, b]$ ;
- Calcula-se o  $y$  médio, usando

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) ; \quad (13)$$

- A área sob a curva da Figura 3 é estimada em

$$A \cong (b - a)\bar{y}. \quad (14)$$

O método Monte Carlo consiste em gerar os números aleatórios  $x_i$ . Vale a pena frisar que o algoritmo responsável pela geração destes  $x_i$ , isto é, o gerador de números aleatórios, deve ser inteiramente confiável para os propósitos da simulação. Por isso os testes estatísticos são de importância fundamental em qualquer trabalho que utilize uma técnica Monte Carlo.

Apesar do cálculo de taxas de dose em torno de fontes lineares não ser um problema natureza intrinsecamente estocástica, o sorteio dos valores de  $x$  é, computacionalmente, mais barato do que determinar um incremento  $dx$  e fazer

$$x_{i+1} = x_i + dx, \quad (15)$$

pois, como se vê adiante (seção 3.2.1), o integrando da Integral de Sievert,  $f(x_i)$ , é uma função com singularidades no seu domínio. Para este tipo de conta, os métodos Monte Carlo são mais convenientes do que outros métodos numéricos [TURNER *et al.*, 1985], porque

basta colocar no código do programa uma condição que recuse apenas os valores de  $x_i$  que provocam indeterminações em  $f(x_i)$ .

### Método dos Pontos Aleatórios

Este método também é usado no presente trabalho para gerar as coordenadas  $(x, y, z)$  das curvas de isodose em um campo contendo fontes lineares. A técnica utilizada no programa ISODOSE é a seguinte:

- A taxa de dose absorvida ( $TDTeste$ ) da isodose a ser mapeada, o raio  $r_{max}$  do campo e o número de pontos por isodose ( $Npi$ ) são fornecidos;
- Sorteia-se um ponto em um dado plano, por exemplo,  $(x_i, y_i)$ , com  $x_i^2 + y_i^2 \leq r^2$ ;
- Calcula-se a taxa de dose absorvida ( $TD$ ) em  $(x_i, y_i)$ . Se  $|TD - TDTeste| < 0,02 * TDTeste$ , imprime-se o ponto  $(x_i, y_i)$ ; caso contrário, o ponto é desprezado e sorteia-se outro ponto até que o  $Npi$  de cada isodose seja atingido.

A Figura 4 mostra uma curva de isodose em torno de uma fonte linear posta simetricamente sobre o eixo dos  $x$ . Vê-se também os pontos  $(x_1, y_1)$  e  $(x_2, y_2)$  que ilustram, respectivamente, um ponto descartado e um contado como pertencente à isodose.

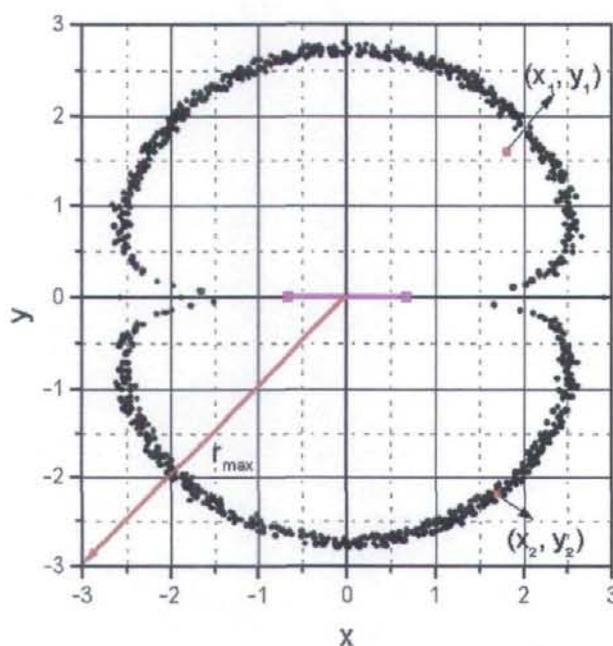


Figura 4: Uma curva de isodose no plano  $z = 0$ .

#### **2.4. PROGRAMAS UTILIZADOS NO PLANEJAMENTO DA BRAQUITERAPIA**

Os resultados deste trabalho são apresentados e analisados no capítulo 4. Para isto foram utilizados resultados similares conseguidos em institutos de radioterapia de Recife. A seguir são feitos breves comentários a respeito de programas acadêmicos ou comerciais que determinam curvas de isodose para tratamento braquiterápico.

##### **MIBraq**

Este programa foi desenvolvido por MARANHÃO (1999) e traça curvas de isodose em torno de fontes lineares, utilizando o Método de Integração de Simpson no cálculo das taxas de dose absorvida.

##### **BRA**

Programa que já foi utilizado no Hospital Português do Recife [MARANHÃO, 1999] para planejamento de braquiterapia, principalmente, com fontes lineares de Cs-137.

##### **PLATO**

Programa comercializado pela NUCLETRON (2001) juntamente com toda a aparelhagem necessária ao tratamento braquiterápico. Atualmente está sendo usado no Hospital Português do Recife, com fontes de  $^{125}\text{I}$ , e no Hospital do Câncer do Recife, com fontes de  $^{192}\text{Ir}$  [CERAPE, 2000].

O programa **ISODOSE**, que utiliza técnicas Monte Carlo para cálculo das taxas de dose absorvida, uma vez adaptado para uma clínica de pequeno porte que realize um tratamento específico (por exemplo, câncer no útero) com um dado tipo de fonte, não dependerá de máquinas ou compiladores para ser executado. Isto diminuirá em muito o custo do planejamento da braquiterapia.

### **3. METODOLOGIA**

Para a realização do presente trabalho foram desenvolvidos três programas de computador em linguagem C – O GNATestes, o ISievert e o ISODOSE. Este capítulo foi escrito para explicar a metodologia empregada em cada um destes programas.

#### **3.1. O PROGRAMA GNATestes**

Este programa usa seis testes estatísticos para diagnosticar a eficiência de cinco algoritmos de diferentes origens na geração de seqüências de números aleatórios. Os geradores foram descritos na seção 2.1 deste trabalho e os testes na seção 2.2. Para organizar a saída de dados, que é analisada no capítulo 4, os geradores estão ordenados da seguinte maneira:

- 1 – Gerador de números aleatórios do C (GNAC);
- 2 – Gerador de números aleatórios da HP (GNAHP);
- 3 – Gerador de números aleatórios Linear Congruente (GNALC);
- 4 – Gerador de números aleatórios COMBO;
- 5 – Gerador de números aleatórios UNI.

##### **3.1.1. CORPO DO GNATestes**

Para facilitar a compreensão da metodologia usada no desenvolvimento do programa GNATestes, ele foi dividido em cinco partes: O Cabeçalho, a Declaração de Variáveis, a Entrada de Dados, os Cálculos e a Saída de Dados. Como estas partes não estão necessariamente seqüenciadas, foram colocadas várias frases explicativas dentro do programa para tornar a leitura do código acessível a qualquer pessoa interessada. A seguir são explicadas cada parte do GNATestes.

## Cabeçalho do GNATestes

Um cabeçalho de programa em C contém as diretivas `#include`, `#define`, definições de funções, etc. De uma maneira geral, tudo que não estiver dentro da função `main()`, pode ser classificado como parte do cabeçalho. A diretiva `#include` incorpora bibliotecas padrões do C ao executável e a diretiva `#define` cria macros a serem utilizadas no programa [SCHILDT, 1996]. No cabeçalho do GNATestes estão:

- As bibliotecas `<stdio.h>`, `<math.h>` e `<stdlib.h>`, que contêm funções necessárias em alguma parte do código;
- Quatro macros específicas: duas para dimensionar vetores e matrizes (MAX e MIN), a constante `pi` e o período dos geradores COMBO e UNI (RMAX);
- Os algoritmos dos geradores COMBO e UNI.

As demais partes do GNATestes estão dentro da função `main()`.

## Declaração de variáveis do GNATestes

O GNATestes contém variáveis `int`, `unsigned long` e `float` que são utilizadas como constantes, contadores, variáveis comuns, vetores e matrizes. Os arquivos de saída são declarados em sete estruturas de controle de arquivo do tipo `FILE`. Estes arquivos têm extensão `*.dat` porque a intenção é abri-los no MICROCAL ORIGIN 5.0, o programa intérprete usado no presente trabalho.

## Entrada de dados do GNATestes

Alguns dados de entrada do programa GNATestes estão declarados junto com as variáveis ou no cabeçalho. As sementes dos geradores são digitadas pelo teclado. Os demais dados dependem da opção escolhida quando o programa é rodado.

O programa sempre utiliza os cinco geradores de números aleatórios em qualquer uma das opções mostradas na tela no início da sua execução. A opção

1 – Realiza o teste do período;

2 – Realiza o teste da paridade;

3 – Realiza os testes da uniformização dos subintervalos e do chi-quadrado;

4 – Realiza o teste da primeira média;

5 – Realiza o teste da não-correlação;

6 – Realiza todos os testes.

### **Cálculos realizados pelo GNATestes**

Utilizando os algoritmos dos geradores definidos na seção 2.1, o GNATestes produz cinco seqüências de números inteiros e outras cinco de números reais entre 0 e 1. O primeiro conjunto de seqüências é utilizado nos testes do período e da paridade; o segundo, nos demais testes.

O método utilizado para se encontrar o período de um gerador é o seguinte:

- A semente do gerador,  $R_0$ , e um contador de ciclo do programa são nomeados;
- Em cada ciclo,  $R_0$  é comparado com o  $R$  atual e o contador é incrementado de 1;
- Se  $R = R_0$ , a seqüência começa a se repetir. O período do gerador é igual ao contador de ciclos, quando  $R = R_0$ .

Para saber se um dado número  $R$  é par ou ímpar, foi usado o seguinte método:

- Dividiu-se  $R$  (inteiro) por 2;
- Se o resto for 0,  $R$  é par; se for 1,  $R$  é ímpar.

Foi nomeado um contador de números pares e um de ímpares para cada gerador.

Para realizar o teste da uniformização dos subintervalos é preciso saber quantos subintervalos são usados ( $n$ ). Dividindo a quantidade de números por seqüência ( $N$ ) por  $n$  se obtém a quantidade esperada em cada subintervalo. Os limites dos subintervalos são  $\frac{i}{n}$ ,

onde  $i$  varia de 0 a  $n$ . Para saber quantos números estão no subintervalo  $\left[ \frac{i}{n}, \frac{i+1}{n} \right]$ , usa-se um contador que é incrementado sempre que o  $R$  gerado pertencer a ele.

O teste do chi-quadrado é realizado como complemento do teste da uniformização dos subintervalos.  $N/n$  é a esperança do  $i$ -ésimo subintervalo ( $E_i$ ) e o  $\chi^2$  é calculado fazendo  $y_i$  da equação (4) igual à quantidade de números encontrada neste subintervalo.

No teste da média de ordem 1 usa-se

$$\langle R_i \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} R_i. \quad (16)$$

Finalmente, o teste da não-correlação é implementado usando-se

$$\left\{ \begin{aligned} \langle R_i R_j \rangle &= \sum_{i=n_v}^{N-(n_v+1)} \left( \frac{R_i}{N-2n_v} \right) \sum_{\substack{j=i-n_v \\ j \neq i}}^{i+n_v} \left( \frac{R_j}{2n_v} \right) \\ \langle R_i R_j R_k \rangle &= \sum_{i=n_v}^{N-(n_v+1)} \left( \frac{R_i}{N-2n_v} \right) \sum_{\substack{j=i-n_v \\ j \neq i}}^{i+n_v} \left( \frac{R_j}{2n_v} \right) \sum_{\substack{k=i-n_v \\ k \neq j}}^{i+n_v} \left( \frac{R_k}{2n_v-1} \right) \end{aligned} \right. \quad (17)$$

onde  $n_v$  é a quantidade de vizinhos de um dado número da seqüência usada para definir o alcance da provável correlação. Numa seqüência de  $N$  números, a correlação de alcance  $n_v$  é testada em  $N - 2n_v$  números.  $n_v$  números nas extremidades da seqüência ficam de fora para permitir a execução correta dos somatórios de (17).

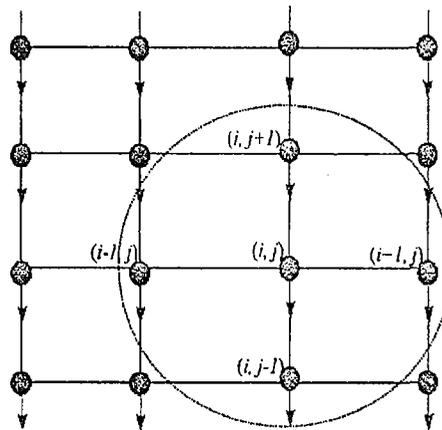
Esta simplificação nos somatórios de (17) melhora em muito o tempo de computação e é bastante usada em Física. Em Mecânica Estatística, por exemplo, a aproximação dos primeiros vizinhos é usada nos modelos para o Ferromagnetismo [HUANG, 1987]. Seja uma rede de  $N$  átomos de spin 1/2. Os operadores de spin da Mecânica Quântica do  $i$ -ésimo átomo são as matrizes de PAULI,  $\sigma_i$ . Assumindo que apenas os vizinhos mais próximos sentem a presença de um dado sítio  $i$ , o Hamiltoniano (operador de energia) para o Modelo de HEISENBERG do Ferromagnetismo é

$$H_{\text{Heisenberg}} = \varepsilon \sum_{\langle ij \rangle} \sigma_i \sigma_j - \mu \sum_{i=1}^N \sigma_i \mathbf{H},$$

onde  $\langle ij \rangle$  denota os pares de vizinhos mais próximos,  $\mathbf{H}$  é o campo magnético externo,  $\varepsilon$  e  $\mu$  são constantes positivas. Outro modelo, o de ISING, é construído associando ao  $i$ -ésimo átomo um número  $s_i$  (+1 ou -1) e escrevendo o Hamiltoniano como

$$H_{\text{Ising}} = -\varepsilon \sum_{\langle ij \rangle} s_i s_j - \mu \sum_{i=1}^N s_i H_z ,$$

onde  $H_z$  é a componente  $z$  do campo  $\mathbf{H}$ . Neste modelo  $\langle ij \rangle$  significa que um átomo na posição  $(i, j)$  interage apenas com os vizinhos  $(i-1, j)$ ,  $(i+1, j)$ ,  $(i, j-1)$  e  $(i, j+1)$ . Na Figura 5 é desenhada uma circunferência em torno do que seria o curto alcance do modelo de Ising [SOUZA, 1997]. Esta figura mostra uma rede bidimensional de spins alinhados, isto é, uma magnetização espontânea, presente em materiais ferromagnéticos.



**Figura 5:** Rede bidimensional de spins.

A simulação computacional de modelos como o de Heisenberg ou o de Ising [GOULD e TOBOCHNIK, 1996] se torna possível por causa da correlação de curto alcance neles considerada, que simplifica drasticamente a conta a ser feita.

### Saída de dados do GNATestes

A saída de dados do GNATestes é organizada em sete arquivos \*.dat:

- O `Sequencias.dat`, com as seqüências de números entre 0 e 1 produzidas pelos geradores testados;
- O `Sementes.dat`, com as sementes usadas numa execução do programa;
- O `Paridade.dat`, onde são impressas as quantidades de números pares e ímpares produzidas por cada gerador;

- O `UsInterv.dat`, onde são impressas as quantidades de números produzidas por cada gerador em cada subintervalo;
- O `ChiSquare.dat`, com o resultado do teste chi-quadrado para cada gerador;
- O `Media1.dat`, que contém as médias de ordem 1 de cada seqüência;
- E o `NCorrelacao.dat`, que contém as médias de 2ª e 3ª ordens para cada seqüência de números aleatórios testada.

Estes arquivos foram abertos no MICROCAL ORIGIN 5.0 ou no MICROSOFT EXCEL 2000, editados e os resultados são apresentados e analisados no capítulo 4.

### 3.1.2. ALGORITMO DO GNATestes

O fluxograma do GNATestes está no apêndice A deste trabalho. Quando acionado, o programa realiza os seguintes passos:

1º PASSO: Solicita a escolha e uma das opções de execução;

2º PASSO: Solicita a digitação das sementes dos geradores;

3º PASSO: Solicita a entrada, pelo teclado, de dados adicionais, como  $N$  (tamanho das seqüências),  $n$  (número de subintervalos) e  $n_r$  (alcance da correlação);

4º PASSO: Realiza o cálculo das seqüências de números aleatórios;

5º PASSO: Realiza os testes estatísticos solicitados na opção de entrada;

6º PASSO: Imprime em arquivos `*.dat` os resultados dos testes estatísticos.

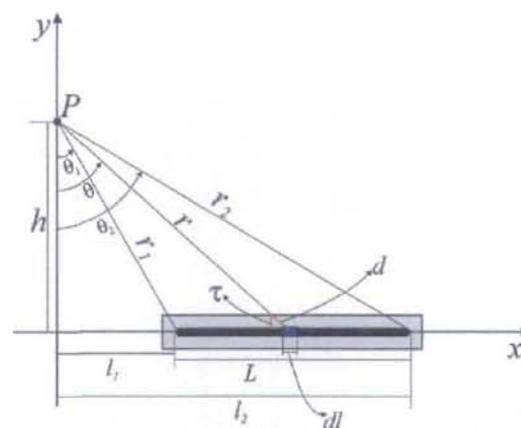
### 3.2. O PROGRAMA ISievert

Este programa foi desenvolvido com a intenção de mostrar que o algoritmo escolhido para as simulações Monte Carlo neste trabalho, o UNI (ver justificativas para a escolha deste gerador na seção 4.1), de fato é um excelente gerador de números aleatórios, para estabelecer o número ideal de pontos,  $N$ , a ser usado no cálculo da Integral de Sievert e também para observar o comportamento deste gerador em função das sementes  $s1$  e  $s2$ .

Na seqüência, e antes de explicar a metodologia utilizada no ISievert, descreve-se o contexto da física radiológica onde aparece a Integral de Sievert.

#### 3.2.1. TAXA DE EXPOSIÇÃO DEVIDA A UMA FONTE RADIOATIVA LINEAR

A Figura 6 mostra a geometria usada para cálculo da taxa de exposição no ponto  $P$  devida a uma fonte radioativa linear.



**Figura 6:** Fonte linear encapsulada.

Se a concentração de atividade linear ( $mCi/cm$ ) de um emissor  $\gamma$ , com constante de emissão  $\Gamma$  ( $R.cm^2/mCi.h$ ), é conhecida, então a taxa de exposição no ponto  $P$  da Figura 6, a uma distância  $r$  do comprimento infinitesimal  $dl$ , é [CEMBER, 1997]

$$d\dot{X} = \frac{\Gamma dA}{r^2} = \frac{\Gamma}{r^2} \frac{Adl}{L}, \quad (18)$$

onde  $L$  é o comprimento ativo da fonte ( $cm$ ) e  $A$  é a sua atividade ( $mCi$ ).

Se a fonte for envolvida com um material de coeficiente de atenuação linear  $\mu$  ( $cm^{-1}$ ) e espessura  $\tau$  ( $cm$ ), deve-se considerar a atenuação provocada por esta cápsula envoltória acrescentado-se o termo  $e^{-\mu\tau}$  à equação (18). Tem-se

$$d\dot{X} = \frac{A\Gamma}{r^2} e^{-\mu d} \frac{dl}{L}, \quad (19)$$

onde  $d$  é a espessura que a radiação emitida de  $dl = dx$  atravessa na direção de  $P$ , como é mostrado na Figura 6.

$$\text{Se a espessura da cápsula é } \tau, \cos\theta = \frac{\tau}{d} \Rightarrow d = \frac{\tau}{\cos\theta} \Rightarrow \dot{X} = \frac{A\Gamma}{L} \int_1^2 e^{-\frac{\mu\tau}{\cos\theta}} \frac{dx}{r^2} \therefore$$

$$\text{Da Figura 6: } \tan\theta = \frac{x}{h} \Rightarrow x = h \tan\theta \Rightarrow dx = \sec^2\theta d\theta \Rightarrow dx = \frac{h}{\cos^2\theta} d\theta.$$

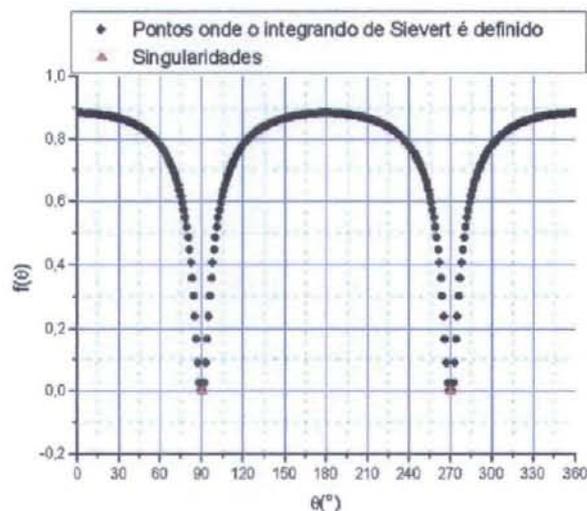
$$\text{Assim, tem-se } \left\{ \begin{array}{l} x = l_1 \Rightarrow \theta_1 = \arctan\left(\frac{l_1}{h}\right) \\ x = l_2 \Rightarrow \theta_2 = \arctan\left(\frac{l_2}{h}\right) \end{array} \right\} \Rightarrow \dot{X} = \frac{A\Gamma}{Lh} \int_{\theta_1}^{\theta_2} e^{-\frac{\mu\tau}{\cos\theta}} d\theta \Rightarrow$$

$$\dot{X} = \frac{A\Gamma}{Lh} I_S, \quad (20)$$

onde  $I_S$  é a Integral de Sievert,

$$I_S = \int_{\theta_1}^{\theta_2} e^{-\frac{\mu\tau}{\cos\theta}} d\theta. \quad (21)$$

A integral  $I_S$  pode ser obtida por métodos numéricos. Extensas tabelas desta integral, no limite  $30^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ , foram publicadas por SIEVERT [ATTIX e TOCHILIN, 1969]. O gráfico do integrando de (21) em função de  $\theta$ , para  $0 \leq \theta \leq 360^\circ$  e  $\mu\tau = 0,125$ , é mostrado na Figura 7. Como se vê nesta figura, a função  $f(\theta) = e^{-\frac{\mu\tau}{\cos\theta}}$ , não é definida nos pontos  $\theta = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Diante deste problema se justifica usar um método Monte Carlo para calcular  $I_S$ , pois, sorteando  $\theta$ , fica bastante fácil evitar os valores onde  $f(\theta)$  não existe.



**Figura 7:** Gráfico do integrando de Sievert.

O ISievert calcula  $I_S$  para o caso particular em que  $\theta_1 = 0$ ,  $\mu\tau = 0,125$  e  $0 < \theta_2 < 90^\circ$ . Na seqüência é feita uma descrição do corpo deste programa.

### 3.2.2. CORPO DO ISievert

#### Cabeçalho do ISievert

Além das bibliotecas `<stdio.h>` e `<math.h>`, o cabeçalho do ISievert contém a macro `pi`, a `MAX` (dimensão de vetores) e o gerador de números aleatórios `UNI`.

#### Declaração de variáveis do ISievert

O ISievert usa variáveis `int`, `unsigned long` e `double`, como constantes, contadores, variáveis comuns, vetores e a matriz `IsScaff`, onde são colocados os dados do arquivo externo `Scaff.dat`. Há quatro estruturas de controle de arquivo do tipo `FILE`: três para arquivos de saída e uma que lê o arquivo de entrada `Scaff.dat`, onde estão os cálculos de `SCAFF (1997)`, a serem comparados com os do programa.

### Entrada de dados do ISievert

Quando executado, o ISievert solicita a digitação das sementes do UNI,  $s1$  e  $s2$ , inteiros entre 0 e  $2^{32} - 1$ . A seguir, o programa abre o arquivo externo `Scaff.dat` e transfere seus dados ( $\theta_2$  e  $I_S$  calculada por SCAFF (1997)) para uma matriz declarada internamente. De acordo com (21), a integral calculada no ISievert é

$$I_S = \int_0^{\theta_2} e^{-\frac{0,125}{\cos \theta}} d\theta, \quad 0 < \theta_2 < 90^\circ. \quad (22)$$

### Cálculos realizados pelo ISievert

A Integral de Sievert é calculada para cada valor de  $\theta_2$  contido no arquivo `Scaff.dat`, utilizando-se diversos valores de  $N$ , da seguinte maneira:

- Cada ciclo do programa equivale a um  $N$ , que é calculado por

$$N = k_2 10^{k_1}, \quad (23)$$

onde  $k_1 = \{1, 2, \dots, 6\}$  e  $k_2 = \{1, 5\}$ . Assim tem-se  $N = \{10, 50, \dots, 5 \times 10^6\}$ ;

- Em cada ciclo,  $N$  valores de  $\theta$  são gerados, usando-se o algoritmo Monte Carlo

$$\theta = \frac{UNI}{RMAX} \theta_2, \quad 0 \leq UNI \leq RMAX; \quad (24)$$

- Para cada  $\theta$  gerado aleatoriamente, calcula-se o valor do integrando

$$f(\theta) = e^{-\frac{0,125}{\cos \theta}}; \quad (25)$$

- Em cada ciclo,  $f(\theta)$  é adicionado aos valores anteriores. Para cada  $N$ , há um  $\bar{f}$  e a Integral de Sievert é calculada, de acordo com o Método do Valor Médio descrito na seção 2.3.4, por

$$I_S = \frac{\theta_2 \times \bar{f}}{N}, \quad (26)$$

com  $\theta_2$  em radianos. Também é calculado o erro relativo, usando-se

$$ER(\%) = \frac{|I_S - I_{SScaff}|}{I_{SScaff}} \times 100, \quad (27)$$

onde  $I_{SScaff}$  é o valor da Integral de Sievert encontrado em SCAFF (1997);

- O programa pára quando  $N > 10^6$ .

### Saída de dados do ISievert

A saída de dados do programa ISievert é organizada em três arquivos:

- O `fteta.dat`, com os valores de  $\theta$  e  $f(\theta)$  para  $N = 1000$  e  $\theta_2 = 86^\circ$ ;
- O `ISievert.dat`, que contém as colunas:  $\theta_2$ ,  $I_{SScaff}$ ,  $I_S$  e  $ER$ . Estes valores são impressos para  $N = 1000$ . Através destes dados se pode avaliar a eficiência do gerador de números aleatórios UNI;
- O `Precisao.dat`, que contém as colunas:  $N$  e  $\overline{ER}$ . Com estes dados se pode escolher um  $N$  razoável para as simulações Monte Carlo a serem realizadas no programa ISODOSE. Um  $N$  razoável é o que implique num erro relativo médio baixo e num tempo de computação compatível com a máquina utilizada.

### 3.2.3. ALGORITMO DO ISievert

O fluxograma do ISievert está no apêndice B deste trabalho. Quando acionado, o programa realiza os seguintes passos:

1º PASSO: Solicita a entrada, pelo teclado, das sementes  $s1$  e  $s2$  do gerador UNI;

2º PASSO: Abre e lê o arquivo `Scaff.dat`, armazenando em uma matriz  $n \times 2$ , os dados contidos neste arquivo.  $n$  é o número de vezes que a integral é calculada para cada  $N$ ;

3º PASSO: Calcula o  $N$  para o ciclo atual;

4º PASSO: Calcula, para cada  $N$ , usando o Método Monte Carlo do Valor Médio, a Integral de Sievert. Compara o resultado com o fornecido pelo arquivo `Scaff.dat`,

calculando o erro relativo médio ( $ERM$ ) para o ciclo atual. Os resultados do ciclo com  $N = 1000$  são impressos nos arquivos `fteta.dat` e `ISievert.dat`;

5º PASSO: Imprime, na tela e no arquivo externo `Precisao.dat`,  $N$  e  $ERM$ ;

6º PASSO: Se  $N > 10^6$ , o programa imprime, na tela,  $s1$  e  $s2$ , e pára; caso contrário, volta ao 3º PASSO.

### 3.3. O PROGRAMA ISODOSE

O ISODOSE foi desenvolvido para calcular taxas de dose absorvida em volta de uma ou mais fontes lineares braquiterápicas; imprimindo uma tabela com as coordenadas ( $x, y, z$ ) de alguns pontos com suas respectivas taxas de dose absorvida, e outra com as coordenadas dos pontos das isodoses requeridas na entrada do programa.

Ele pode ser executado de 12 maneiras que diferem pela quantidade de fontes e/ou plano de observação. Pode-se, na entrada do programa, escolher a opção:

- 1 – uma fonte de  $^{137}\text{Cs}$  com as curvas de isodose no plano  $z = 0$ ;
- 2 – uma fonte de  $^{137}\text{Cs}$  com as curvas de isodose no plano  $y = 0$ ;
- 3 – uma fonte de  $^{137}\text{Cs}$  com as curvas de isodose no plano  $x = 0$ ;
- 4 – quatro fontes de  $^{137}\text{Cs}$  com as curvas de isodose no plano  $y = 0$ ;
- 5 – quatro fontes de  $^{137}\text{Cs}$  com as curvas de isodose no plano  $x = 0$ ;
- 6 – cinco fontes de  $^{137}\text{Cs}$  com as curvas de isodose no plano  $y = 0$ ;
- 7 –  $n$  curvas de isodose muito próximas a uma fonte de  $^{137}\text{Cs}$  no plano  $z = 0$ ;
- 8 – uma fonte de  $^{192}\text{Ir}$  com as curvas de isodose no plano  $x = 0$ ;
- 9 – uma fonte de  $^{192}\text{Ir}$  com as curvas de isodose no plano  $z = 0$ ;
- 10 – vinte fontes de  $^{192}\text{Ir}$  com as curvas de isodose no plano  $x = 0$ ;
- 11 – vinte fontes de  $^{192}\text{Ir}$  com as curvas de isodose no plano  $z = 0$ ;

12 – vinte fontes de  $^{192}\text{Ir}$  com as curvas de isodose no plano  $y = 0$ .

A validação do ISODOSE é feita comparando seus resultados com:

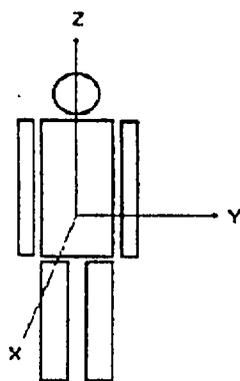
- resultados teóricos similares obtidos por BREITMAN (1974);
- resultados fornecidos pelo Hospital Português de Recife e contidos em MARANHÃO (1999);
- resultados fornecidos pelo Hospital do Câncer de Recife [CERAPE, 2000].

Nesta seção, partindo da equação (20), e levando-se em consideração correções devidas à mudança de meio (ar para água), à absorção e ao espalhamento na água, chega-se a uma expressão para cálculo das taxas de dose em volta de uma fonte linear; depois é feita a generalização para  $N$  fontes; e, por fim, descreve-se o corpo do programa ISODOSE.

### 3.3.1. O PROGRAMA ISODOSE PARA UMA FONTE LINEAR

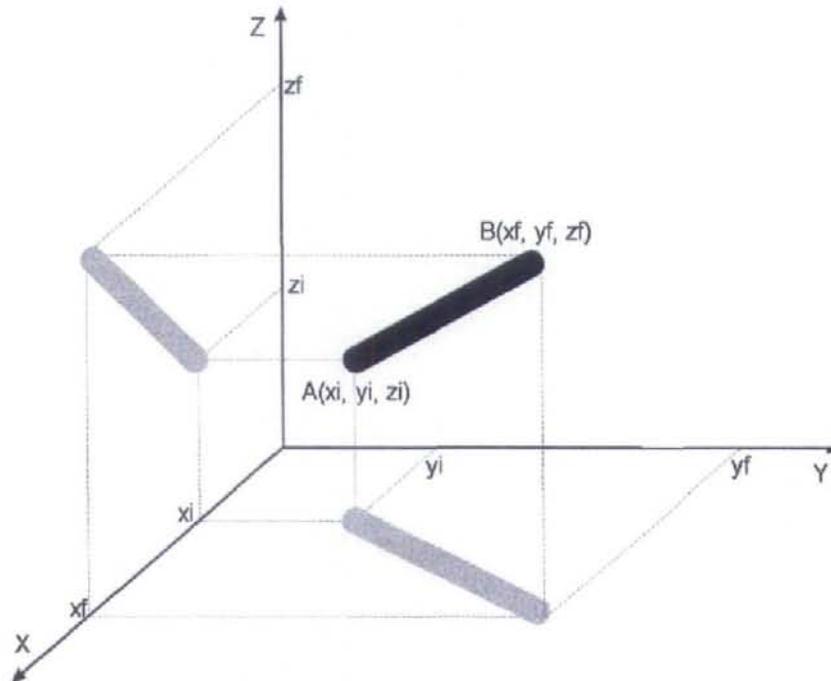
Nesta etapa do trabalho, considera-se uma fonte linear dentro de uma esfera de água com raio  $1 \leq r \leq 10 \text{ cm}$ , entre os pontos extremos  $(x_i, y_i, z_i)$  e  $(x_f, y_f, z_f)$ .

O sistema de coordenadas utilizado é o da Figura 8, onde o eixo  $z$  é vertical para cima, o  $y$  é da direita para a esquerda do paciente e o  $x$  é das costas para a frente do paciente (nas simulações com fontes de  $^{192}\text{Ir}$ , a orientação  $(x, y, z)$  é trocada para  $(z, x, y)$ , que é o sistema adotado pelo programa PLATO, usado no Hospital do Câncer de Recife).



**Figura 8:** Sistema de coordenadas usado no programa ISODOSE [MARANHÃO, 1999].

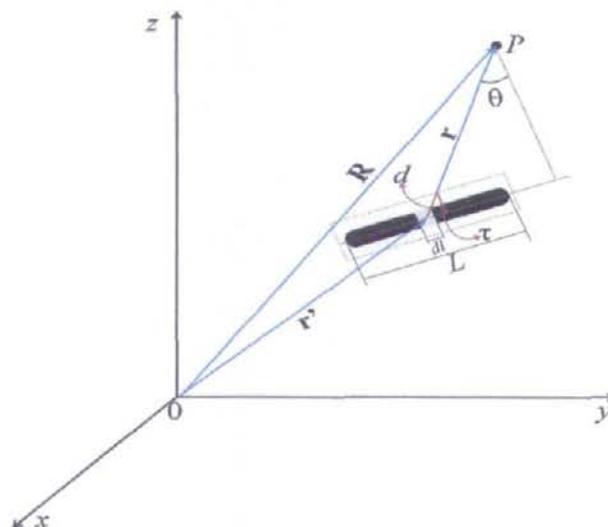
A Figura 9 mostra o esboço de uma fonte linear neste sistema de referência.



**Figura 9:** Esboço de uma fonte linear no sistema de referência adotado no ISODOSE.

### Taxa de exposição devida a uma fonte linear

A Figura 10 mostra a geometria usada para cálculo da taxa de exposição no ponto  $P$  devida à fonte de comprimento ativo  $L$ .



**Figura 10:** Geometria para cálculo da taxa de exposição.

A taxa de exposição no ponto  $P$  da Figura 10, a uma distância  $r$  do comprimento infinitesimal de fonte  $dl$ , é dada pela equação (19), onde  $r$  é o módulo do vetor  $\mathbf{r} = \mathbf{R} - \mathbf{r}'$  e  $d$  é a espessura que a radiação emitida de  $dl$  atravessa na direção de  $P$ .

De acordo com as Figuras 8 e 9, tem-se

$$\begin{cases} \mathbf{R} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k} \\ \mathbf{r}' = x'\bar{i} + y'\bar{j} + z'\bar{k} \\ \mathbf{r} = (x - x')\bar{i} + (y - y')\bar{j} + (z - z')\bar{k} \\ \mathbf{L} = (x_f - x_i)\bar{i} + (y_f - y_i)\bar{j} + (z_f - z_i)\bar{k} \end{cases}$$

Se a espessura da cápsula envoltória é  $\tau$  e  $\theta$  é o ângulo entre  $\mathbf{r}$  e a linha perpendicular ao eixo da fonte, com vértice em  $P$ , tem-se, de acordo com a Figura 10,  $d = \frac{\tau}{|\cos\theta|} \Rightarrow$

$$\dot{X} = \frac{A\Gamma}{L} \int_0^L \frac{e^{-\frac{\mu r}{|\cos\theta|}}}{r^2} dl, \quad (28)$$

onde a integral é calculada ao longo do comprimento  $L$  e  $dl = dl(x', y', z')$ , o que implica

$$dl = \frac{\partial l}{\partial x'} dx' + \frac{\partial l}{\partial y'} dy' + \frac{\partial l}{\partial z'} dz',$$

com  $l = \sqrt{(x' - x_i)^2 + (y' - y_i)^2 + (z' - z_i)^2}$ .

$$\text{Assim, } \frac{\partial l}{\partial x'} = \frac{(x' - x_i)}{\sqrt{(x' - x_i)^2 + (y' - y_i)^2 + (z' - z_i)^2}} = \frac{x' - x_i}{l} \therefore$$

De modo semelhante se calculam as outras derivadas parciais. Tem-se

$$dl = \frac{1}{l} [(x' - x_i)dx' + (y' - y_i)dy' + (z' - z_i)dz'] \Rightarrow \begin{cases} l = 0 \Rightarrow x' = x_i; y' = y_i; z' = z_i \\ l = L \Rightarrow x' = x_f; y' = y_f; z' = z_f \end{cases} \Rightarrow$$

$$\dot{X} = \frac{A\Gamma}{L} \left[ \int_{x_i}^{x_f} \frac{e^{-\frac{\mu r}{|\cos\theta|}}}{lr^2} (x' - x_i) dx' + \int_{y_i}^{y_f} \frac{e^{-\frac{\mu r}{|\cos\theta|}}}{lr^2} (y' - y_i) dy' + \int_{z_i}^{z_f} \frac{e^{-\frac{\mu r}{|\cos\theta|}}}{lr^2} (z' - z_i) dz' \right]. \quad (29)$$

Falta colocar  $|\cos\theta|$  em função das variáveis de integração. De acordo com a Figura 10, pode-se escrever  $|\mathbf{L.r}| = Lr|\cos(90^\circ - \theta)| = Lr|\sin\theta| \Rightarrow$

$$|\cos\theta| = \sqrt{1 - \left(\frac{\mathbf{L.r}}{Lr}\right)^2},$$

onde,

$$\mathbf{L.r} = (x_f - x_i)(x - x') + (y_f - y_i)(y - y') + (z_f - z_i)(z - z').$$

### Taxa de kerma no ar em pontos em torno de uma fonte linear

A taxa de kerma no ar em função da taxa de exposição é

$$\dot{K}_{ar} = \frac{\Gamma_K}{\Gamma} \dot{X}, \quad (30)$$

onde  $\Gamma_K$  é a constante de emissão de kerma no ar ( $mGy.cm^2/MBq.h$ ) [ICRU, 1998], para as distâncias em  $cm$ , a atividade da fonte em  $MBq$  e a taxa de kerma no ar em  $mGy/h$ . A Tabela 2 fornece o  $\Gamma_K$  para alguns radionuclídeos usados em braquiterapia [SCAFF, 1997]. As linhas em destaque desta tabela contêm o  $\Gamma_K$  dos radionuclídeos utilizados no programa ISODOSE.

**Tabela 2:** Constante de emissão de kerma no ar para algumas fontes [SCAFF, 1997]

Radionuclídeo	$\Gamma_K (mGy.cm^2/MBq.h)$
<sup>226</sup> Ra	1,95
<sup>60</sup> Co	3,09
<sup>137</sup> Cs	0,78
<sup>198</sup> Au	0,56
<sup>125</sup> I	0,33
<sup>192</sup> Ir	1,13

Substituindo (29) em (30), tem-se

$$\dot{K}_{ar} = \frac{A\Gamma_K}{L} \left[ \int_{x_1}^{x_2} \frac{e^{-\mu r |\cos\theta|}}{lr^2} (x' - x_1) dx' + \int_{y_1}^{y_2} \frac{e^{-\mu r |\cos\theta|}}{lr^2} (y' - y_1) dy' + \int_{z_1}^{z_2} \frac{e^{-\mu r |\cos\theta|}}{lr^2} (z' - z_1) dz' \right]. \quad (31)$$

### Efeitos da absorção e do espalhamento

Em um meio diferente do vácuo, os fótons são espalhados e absorvidos de várias formas, dependendo da sua energia e do tamanho da sua trajetória no meio. Sendo assim, um fator representado por  $f_2(r)$  [ATTIX e TOCHILIN, 1969], deve ser incluído na equação (31). Este fator pode ser calculado, para  $1 \leq r \leq 10 \text{ cm}$ , pelo polinômio de Meisberger [MEISBERGER *et al.*, 1968], que define a absorção e o espalhamento dos fótons no meio como a razão entre a exposição na água (a água tem características, como, por exemplo, densidade e peso atômico efetivo, similares às dos músculos) e a exposição no ar. Tem-se

$$\text{Exposição na água/Exposição no ar} = A + Br + Cr^2 + Dr^3,$$

ou

$$f_2(r) = A + Br + Cr^2 + Dr^3, \quad (32),$$

onde  $r$  é a distância ( $1 \leq r \leq 10 \text{ cm}$ ) entre o elemento de comprimento ativo da fonte,  $dl$ , e o ponto onde se calcula a taxa de kerma no ar,  $P$ .  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  são constantes relativas ao radionuclídeo usado como fonte. A Tabela 3 fornece valores dessas constantes para alguns radionuclídeos e as linhas em destaque nesta tabela se referem a fontes utilizadas no programa ISODOSE.

**Tabela 3:** Coeficientes de Meisberger para radionuclídeos [ATTIX e TOCHILIN, 1969]

Radionuclídeo	A	B ( $\text{cm}^{-1}$ )	C ( $\text{cm}^{-2}$ )	D ( $\text{cm}^{-3}$ )
<sup>198</sup> Au	1,03060	-0,008134	0,0011110	-0,00015970
<sup>192</sup> Ir	1,01280	0,005019	-0,0011780	-0,00002008
<sup>137</sup> Cs	1,00910	-0,009015	-0,0003459	-0,00002817
<sup>226</sup> Ra	1,00050	-0,004423	-0,0017070	0,00007448
<sup>60</sup> Co	0,99423	-0,005318	-0,002610	0,00013270

Portanto, a taxa de kerma no ar em um ponto em torno de a uma fonte linear é

$$\dot{K}_{ar} = \frac{A\Gamma_K}{L} \left[ \int_{x_i}^{x_f} \frac{e^{-\frac{\mu r}{|\cos\theta|}}}{lr^2} (x'-x_i) f_2(r) dx' + \int_{y_i}^{y_f} \frac{e^{-\frac{\mu r}{|\cos\theta|}}}{lr^2} (y'-y_i) f_2(r) dy' + \int_{z_i}^{z_f} \frac{e^{-\frac{\mu r}{|\cos\theta|}}}{lr^2} (z'-z_i) f_2(r) dz' \right]. \quad (33)$$

A taxa de dose absorvida no ar pode ser determinada pela equação [ICRU, 1998]:

$$\dot{D}_{ar} = \dot{K}_{ar} (1-g), \quad (34a)$$

onde  $g$  representa uma correção devida à produção de *bremsstrahlung* no volume infinitesimal onde a taxa de kerma é calculada. Para ar, água e tecidos moles do corpo humano, vale a aproximação

$$\dot{D}_{ar} \cong \dot{K}_{ar}, \quad (34b)$$

ou

$$\dot{D}_{ar} = \frac{A\Gamma_K}{L} \left[ \int_{x_i}^{x_f} \frac{e^{-\frac{\mu r}{|\cos\theta|}}}{lr^2} (x'-x_i) f_2(r) dx' + \int_{y_i}^{y_f} \frac{e^{-\frac{\mu r}{|\cos\theta|}}}{lr^2} (y'-y_i) f_2(r) dy' + \int_{z_i}^{z_f} \frac{e^{-\frac{\mu r}{|\cos\theta|}}}{lr^2} (z'-z_i) f_2(r) dz' \right]. \quad (34c)$$

### Fator de conversão de taxa de dose absorvida no ar em taxa de dose absorvida na água

A expressão (34c) não leva em conta a conversão de taxa de dose absorvida no ar para taxa de dose absorvida na água. Este fator é dado por [CEMBER, 1997]

$$f_3 = \frac{\left[ \frac{\mu_{en}}{\rho} \right]_{\text{água}}}{\left[ \frac{\mu_{en}}{\rho} \right]_{\text{ar}}}, \quad (35)$$

onde  $\left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{\text{água}}$  e  $\left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{\text{ar}}$  são, respectivamente, os coeficientes de absorção de massa para a água e para o ar.

Para todos os radionuclídeos da Tabela 3  $f_3 = 1,11$ , exceto para o  $^{125}\text{I}$ , que tem  $f_3 = 1,28$  [MARANHÃO, 1999].

Portanto, a taxa de dose absorvida na água, em um ponto em torno de uma da fonte linear é

$$\dot{D}_{\text{água}} = \frac{A\Gamma_K f_3}{L} (I_x + I_y + I_z), \quad (36)$$

onde

$$\begin{cases} I_x = \int_{x_i}^{x_f} \frac{e^{-\frac{\mu r}{|\cos \theta|}}}{r^2 l} (x' - x_i) f_2(r) dx' \\ I_y = \int_{y_i}^{y_f} \frac{e^{-\frac{\mu r}{|\cos \theta|}}}{r^2 l} (y' - y_i) f_2(r) dy' \\ I_z = \int_{z_i}^{z_f} \frac{e^{-\frac{\mu r}{|\cos \theta|}}}{r^2 l} (z' - z_i) f_2(r) dz' \end{cases} \quad (37)$$

$$\begin{cases} l = \sqrt{(x' - x_i)^2 + (y' - y_i)^2 + (z' - z_i)^2} \\ L = \sqrt{(x_f - x_i)^2 + (y_f - y_i)^2 + (z_f - z_i)^2} \\ r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \\ \mathbf{L} \cdot \mathbf{r} = (x_f - x_i)(x - x') + (y_f - y_i)(y - y') + (z_f - z_i)(z - z') \\ |\cos \theta| = \sqrt{1 - \left(\frac{\mathbf{L} \cdot \mathbf{r}}{Lr}\right)^2} \\ f_2(r) = A + Br + Cr^2 + Dr^3 \end{cases} \quad (38)$$

### 3.3.2. O PROGRAMA ISODOSE PARA N FONTES LINEARES

Quando  $N$  fontes de um mesmo radionuclídeo são implantadas numa esfera de raio  $R$ , a taxa de dose absorvida na água, num ponto  $(x, y, z)$ , é

$$\dot{D}_{\text{água}} = \Gamma_K f_3 \sum_{n=1}^N \frac{A_n}{L_n} (I_x^{(n)} + I_y^{(n)} + I_z^{(n)}), \quad (39)$$

onde

$$\left\{ \begin{array}{l} I_x^{(n)} = \int_{x_i^{(n)}}^{x_f^{(n)}} \frac{e^{-|\cos \theta_n| \mu \tau}}{r_n^2 l_n} (x'_n - x_i^{(n)}) f_2(r_n) dx'_n \\ I_y^{(n)} = \int_{y_i^{(n)}}^{y_f^{(n)}} \frac{e^{-|\cos \theta_n| \mu \tau}}{r_n^2 l_n} (y'_n - y_i^{(n)}) f_2(r_n) dy'_n, \\ I_z^{(n)} = \int_{z_i^{(n)}}^{z_f^{(n)}} \frac{e^{-|\cos \theta_n| \mu \tau}}{r_n^2 l_n} (z'_n - z_i^{(n)}) f_2(r_n) dz'_n \end{array} \right. \quad (40)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} l_n = \sqrt{(x'_n - x_i^{(n)})^2 + (y'_n - y_i^{(n)})^2 + (z'_n - z_i^{(n)})^2} \\ L_n = \sqrt{(x_f^{(n)} - x_i^{(n)})^2 + (y_f^{(n)} - y_i^{(n)})^2 + (z_f^{(n)} - z_i^{(n)})^2} \\ r_n = \sqrt{(x_n - x'_n)^2 + (y_n - y'_n)^2 + (z_n - z'_n)^2} \\ \mathbf{L}_n \cdot \mathbf{r}_n = (x_f^{(n)} - x_i^{(n)})(x_n - x'_n) + (y_f^{(n)} - y_i^{(n)})(y_n - y'_n) + (z_f^{(n)} - z_i^{(n)})(z_n - z'_n), \\ |\cos \theta_n| = \sqrt{1 - \left( \frac{\mathbf{L}_n \cdot \mathbf{r}_n}{L_n r_n} \right)^2} \\ f_2(r_n) = A + Br_n + Cr_n^2 + Dr_n^3 \end{array} \right. \quad (41)$$

$(x_n, y_n, z_n) \equiv$  Ponto onde se calcula a taxa de dose absorvida devida à  $n$ -ésima fonte (cm);

$(x_i^{(n)}, y_i^{(n)}, z_i^{(n)}) \equiv$  Extremidade inicial do comprimento ativo da  $n$ -ésima fonte (cm);

$(x_f^{(n)}, y_f^{(n)}, z_f^{(n)}) \equiv$  Extremidade final do comprimento ativo da  $n$ -ésima fonte (cm);

$(x'_n, y'_n, z'_n) \equiv$  Ponto variável sobre a  $n$ -ésima fonte (extremidade do vetor  $l_n$ ) (cm);

$\mu \equiv$  Coeficiente de atenuação linear da cápsula que envolve as fontes ( $\text{cm}^{-1}$ );

$\tau \equiv$  Espessura da cápsula que envolve as fontes (cm);

$\theta_n \equiv$  Ângulo entre o vetor  $\mathbf{r}_n$  e a direção perpendicular ao eixo da  $n$ -ésima fonte, com vértice em  $P$ , de acordo com a Figura 10 (radiano);

$L_n \equiv$  Comprimento ativo da  $n$ -ésima fonte (cm);

$A_n \equiv$  Atividade da  $n$ -ésima fonte (MBq);

$\Gamma_K \equiv$  Constante kerma-ar do radionuclídeo usado ( $mGy.cm^2/MBq.h$ );

$f_3 \equiv$  Fator de conversão de taxa de dose absorvida no ar para a água;

$$f_2(r_n) = A + Br_n + Cr_n^2 + Dr_n^3, 1 \leq r_n \leq 10 \text{ cm};$$

$\dot{D}_{\text{água}} \equiv$  Taxa de dose absorvida na água, no ponto  $P$  ( $mGy/h$ ).

O ISODOSE usa a equação (39) para calcular a taxa de dose absorvida em alguns pontos em volta de  $N$  fontes e também encontra  $N_{pi}$  pontos para cada curva de isodose pretendida. Na seqüência é descrita cada parte deste programa.

### 3.3.3. CORPO DO ISODOSE

#### Cabeçalho do ISODOSE

O cabeçalho deste programa contém as bibliotecas do C `<stdio.h>`, `<math.h>` e `<time.h>` (esta biblioteca permite o cálculo do tempo computacional), as macros `dim`, `DIM` e `pi`, e o algoritmo do gerador de números aleatórios UNI.

#### Declaração de variáveis do ISODOSE

Além das variáveis `int`, `unsigned long` e `double`, utilizadas como constantes, contadores, variáveis comuns, vetores e matrizes, é declarada uma variável do tipo `time_t`, necessária para imprimir na tela o tempo computacional. Há também cinco estruturas de controle de arquivo do tipo `FILE`: duas para arquivos de saída e três para arquivos de entrada.

Neste ponto é preciso escolher uma das 12 opções de execução do ISODOSE. Feito isto, o programa procura os dados de entrada.

#### Entrada de dados no ISODOSE

As entradas de dados deste programa ocorrem:

ATRAVÉS DOS ARQUIVOS `*.dat`, apresentados a seguir.

O Dados1.dat é a Tabela 4, montada com dados coletados em BREITMAN (1974), ATTIX e TOCHILIN (1969), MARANHÃO (1999) e CERAPE (2000). As 6 primeiras colunas desta tabela contêm os pontos iniciais,  $(x_i, y_i, z_i)$ , e finais,  $(x_f, y_f, z_f)$ , do comprimento ativo de todas as fontes usadas no programa ISODOSE; A 7ª coluna contém as atividades das fontes; A 8ª, os coeficientes de atenuação linear das cápsulas que envolvem as fontes; a 9ª, seus comprimentos ativos; a 10ª, a constante de emissão de kerma no ar para os radionuclídeos utilizados; e a 11ª rotula o sistema de fontes (por exemplo, as 20 últimas linhas são dados sobre o 6º sistema: 20 fontes de  $^{192}\text{Ir}$ ).

O Dados2.dat é a Tabela 5 [BREITMAN, 1974; MARANHÃO, 1999], onde estão os pontos a serem monitorados (podem representar, por exemplo, a posição de órgãos) em simulações com fontes de  $^{137}\text{Cs}$ . Cada simulação ocorre num plano do espaço onde uma das coordenadas é nula. Além das coordenadas dos pontos a serem monitorados, a Tabela 5 também mostra as taxas de dose absorvida nestes. Na simulação 1, as taxas de dose absorvida nos pontos do plano  $z = 0$ , foram obtidas de BREITMAN (1974), onde as taxas estão em  $\text{rad/h}$  ( $1 \text{ rad} = 10 \text{ mGy}$ ) e a atividade da fonte é  $2,55 \text{ mCi} = 94,35 \text{ MBq}$ . Os valores das taxas que estão na 3ª coluna da Tabela 5 foram obtidos multiplicando-se os valores de BREITMAN por  $(1000/94,35) \times 10 = 105,99$ , já que a fonte usada no ISODOSE tem atividade de  $1000 \text{ MBq}$ .

O Dados3.dat é a Tabela 6 [CERAPE, 2000] e contém pontos a serem monitorados em simulações com fontes de  $^{192}\text{Ir}$  e as respectivas doses absorvidas.

**Tabela 4:** Dados sobre as fontes radioativas utilizadas no programa ISODOSE (arquivo Dados1.dat) [BREITMAN, 1974; MARANHÃO, 1999; CERAPE, 2000]

$x_i$ (cm)	$y_i$ (cm)	$z_i$ (cm)	$x_f$ (cm)	$y_f$ (cm)	$z_f$ (cm)	A (MBq)	$\mu$ (cm <sup>-1</sup> )	L (cm)	$\Gamma_K^*$	$n^{\circ}$
-1,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1000	1,25	1,35	0,78	1
-0,45	0,10	1,40	-0,45	0,12	-0,80	1640	1,25	1,35	0,78	2
0,10	-1,20	2,35	0,00	-1,20	0,10	1425	1,25	1,35	0,78	3
0,00	-1,20	-1,28	-0,10	-1,20	-3,30	1795	1,25	1,35	0,78	3
0,15	2,15	4,00	0,09	1,97	1,85	1795	1,25	1,35	0,78	3
0,00	1,85	0,55	-0,02	1,65	-1,60	722	1,25	1,35	0,78	3
-0,06	1,49	5,94	-0,02	0,71	4,51	1132	1,25	2,00	0,78	4
-0,03	0,69	4,41	-0,03	0,10	2,90	1132	1,25	2,00	0,78	4
-0,02	0,11	2,82	0,02	-0,12	1,02	1132	1,25	2,00	0,78	4
-1,65	-0,60	0,30	-1,07	1,40	-0,63	1132	1,25	2,00	0,78	4
0,88	-1,32	0,71	1,47	0,67	-0,13	1132	1,25	2,00	0,78	4
0,00	-0,10	0,00	0,00	0,10	0,00	98050	1,25	0,10	1,13	5
0,00	0,40	0,00	0,00	0,60	0,00	271580	1,25	0,10	1,13	6
0,00	0,90	0,00	0,00	1,10	0,00	271580	1,25	0,10	1,13	6
0,00	1,40	0,00	0,00	1,60	0,00	271580	1,25	0,10	1,13	6
0,00	1,90	0,00	0,00	2,10	0,00	271580	1,25	0,10	1,13	6
0,00	2,40	0,00	0,00	2,60	0,00	271580	1,25	0,10	1,13	6
0,00	2,90	0,00	0,00	3,10	0,00	271580	1,25	0,10	1,13	6
0,00	3,40	0,00	0,00	3,60	0,00	271580	1,25	0,10	1,13	6
0,00	3,90	0,00	0,00	4,10	0,00	271580	1,25	0,10	1,13	6
0,00	4,40	0,00	0,00	4,60	0,00	271580	1,25	0,10	1,13	6
0,00	4,90	0,00	0,00	5,10	0,00	271580	1,25	0,10	1,13	6
0,00	5,40	0,00	0,00	5,60	0,00	271580	1,25	0,10	1,13	6
0,00	5,90	0,00	0,00	6,10	0,00	271580	1,25	0,10	1,13	6
-1,60	-0,10	0,50	-1,60	0,10	0,50	271580	1,25	0,10	1,13	6
-1,70	-0,10	0,00	-1,70	0,10	0,00	271580	1,25	0,10	1,13	6
-1,60	-0,10	-0,50	-1,60	0,10	-0,50	271580	1,25	0,10	1,13	6
-1,40	-0,10	-1,00	-1,40	0,10	-1,00	271580	1,25	0,10	1,13	6
1,60	-0,10	-1,00	1,60	0,10	-1,00	271580	1,25	0,10	1,13	6
1,80	-0,10	-0,50	1,80	0,10	-0,50	271580	1,25	0,10	1,13	6
1,80	-0,10	0,00	1,80	0,10	0,00	271580	1,25	0,10	1,13	6
1,80	-0,10	0,50	1,80	0,10	0,50	271580	1,25	0,10	1,13	6

\*  $\Gamma_K$  é dada em  $mGy.cm^2/MBq.h$

**Tabela 5:** Dados sobre as fontes de  $^{137}\text{Cs}^*$  utilizadas no programa ISODOSE (arquivo Dados2.dat) [BREITMAN, 1974; MARANHÃO, 1999]

Coordenadas em cm; Taxas de dose em mGy/h; Atividade em MBq																	
Simulação 1			Simulação 2			Simulação 3			Simulação 4			Simulação 5			Simulação 6		
x	y	TD	x	z	TD	y	z	TD	x	z	TD	y	z	TD	x	z	TD
0,0	0,5	2289	-3,0	0,0	210	3,5	0,5	105	-6,0	-2,0	105	5,5	-3,5	105	-4,5	0,0	208
0,0	1,0	732	1,9	0,0	210	-1,5	1,5	310	4,0	-1,0	210	5,0	0,0	210	4,0	-1,0	208
0,0	1,5	347	1,5	1,0	310	-1,5	-1,0	310	-4,0	1,5	210	-3,0	-4,0	310	-3,0	-1,0	417
0,0	2,0	199	-2,5	0,5	310	2,0	-0,5	310	-4,0	-1,0	210	-3,0	3,0	310	1,0	-2,0	417
0,0	2,5	128	1,5	-0,5	310	-1,5	1,0	420	-3,0	0,0	310	-3,5	-1,5	420	3,0	-0,5	417
0,0	3,0	89	-2,2	0,0	420	1,5	1,5	420	-2,5	3,0	310	-0,5	-4,0	420	-1,5	-1,5	625
0,0	3,5	66	-2,0	1,0	520	1,5	-0,5	520	2,0	-2,5	420	3,5	0,0	420	0,0	-1,5	625
0,0	4,0	50	-2,0	0,0	520	-1,0	1,5	520	-2,0	2,5	420	-3,0	0,5	520	2,0	-1,0	625
0,0	4,5	39	1,0	1,0	520	1,0	1,7	520	2,0	1,0	520	3,0	-1,1	520	0,0	-1,0	833
0,0	5,0	32	1,0	-0,5	520	-1,4	0,0	520	-1,5	2,5	520	-1,5	-4,0	520	2,0	1,5	833

\* As atividades das fontes de  $^{137}\text{Cs}$  estão na coluna 7 da Tabela 4.

**Tabela 6:** Dados sobre as fontes de  $^{192}\text{Ir}$  utilizadas no programa ISODOSE (arquivo Dados3.dat) [CERAPE, 2000]

Coordenadas (x, y, z) em cm; Dose absorvida (D) em cGy							
Simulações 8 e 9; A = 98 GBq; Duração do tratamento: 117,7 s				Simulações 10, 11 e 12; A = 272 GBq; Duração do tratamento: 25,4 s			
x	y	z	D	x	y	z	D
2,43	5,73	1,62	8,5	0,76	0,69	2,23	456,0
0,04	0,10	-2,30	74,1	0,09	-1,04	-2,44	351,2
-1,69	1,46	-0,01	73,2	-0,06	6,08	-1,44	498,2
-1,70	0,96	-0,01	96,6	-0,55	0,29	0,52	1557,5
-1,71	0,46	-0,01	119,2	0,50	0,55	0,72	1366,5
-1,71	-0,04	-0,01	128,7	-2,00	2,00	0,00	696,5
-1,72	-0,54	-0,01	117,7	2,00	2,00	0,00	703,5
-1,72	-1,04	-0,01	94,1	-5,00	2,00	0,00	173,0
-1,73	-1,54	-0,01	70,5	5,00	2,00	0,00	177,1

ATRAVÉS DA DIGITAÇÃO INTERNA: Dentro do código estão digitados:

- O número de pontos monitorados,  $n_{\text{pontos}}$ ;
- As sementes do UNI,  $s1 = 23.165$  e  $s2 = 3$ ;
- Os coeficientes do polinômio de Meisberger para o  $^{137}\text{Cs}$  e para o  $^{192}\text{Ir}$  (Tabela 3);
- A espessura das cápsulas envoltórias,  $\tau = 0,05$  cm;
- O fator de conversão de dose absorvida ar/água:  $f_3(^{137}\text{Cs}) = f_3(^{192}\text{Ir}) = 1,11$ .

PELO TECLADO: Nas 12 opções de execução, o programa solicita que se digite:

- O raio máximo ( $r_{max}$ ) da esfera de água que contém o sistema de fontes (cm);
- Os números de pontos usado na integral ( $ni\_Sievert$ ), de pontos por isodose ( $Npi \leq 5000$ ), de curvas de isodoses ( $n\_isodoses \leq 6$ ) e suas respectivas taxas ( $TDTeste$ ).

### **Cálculos e impressões do ISODOSE**

Em um ciclo, para uma dada fonte em um dado  $(x, y, z)$  escolhido aleatoriamente, o programa calcula inicialmente as integrais (40) para  $ni\_Sievert$  pontos sobre a fonte. Feita esta conta, o ISODOSE calcula a taxa de dose absorvida no  $(x, y, z)$  atual e percorre (se houver) as outras fontes até obter a taxa total no dado ponto. Este valor e as coordenadas são guardadas em matrizes, se a taxa corresponder à de alguma isodose pretendida. Enquanto percorre este ciclo de cálculos, o programa imprime na tela  $x, y, z, TDTeste[i], Npi\_total$  e  $r_{max}$ , onde  $TDTeste[i]$  é o valor da taxa na  $i$ -ésima isodose pretendida,  $Npi\_total$  é o somatório dos pontos encontrados até então nas  $n\_isodoses$  curvas pesquisadas e  $r_{max}$  é o raio da esfera de água atual. Este raio é sempre redefinido para o módulo máximo do vetor posição ( $R$ ) ocorrido nos últimos  $(0,05 * Npi)$  pontos. Quando encontra todos os pontos de todas as isodoses pretendidas, o programa imprime, no arquivo de saída `curvas.dat`, os  $Npi$  pontos encontrados para cada isodose. A seguir, se for necessário, o programa calcula as taxas de dose absorvida nos pontos monitorados e imprime as coordenadas destes pontos, bem como as taxas fornecida e encontrada, e o erro relativo entre elas, no arquivo de saída `pontos.dat`. Feito isto, imprime na tela o tempo computacional em segundos e solicita a digitação de qualquer tecla para fechá-lo.

### **3.3.4. ALGORITMO DO ISODOSE**

O fluxograma do ISODOSE está no apêndice C deste trabalho. Quando acionado, o programa realiza os seguintes passos:

1º PASSO: Solicita a escolha de uma das opções de execução;

2º PASSO: Solicita a digitação do nº de pontos usado na integral ( $ni\_Sievert$ ), do raio máximo da esfera de água ( $r_{max}$ ), do nº de pontos a ser impresso por isodose ( $Npi$ ), do nº de isodoses ( $n\_isodoses$ ) e das taxas de dose para cada isodose ( $TDTeste[i]$ );

3º PASSO: Abre e transfere para matrizes (se for necessário) o `Dados1.dat`, o `Dados2.dat` e o `Dados3.dat`;

4º PASSO: Escolhe, nas matrizes internas criadas, de acordo com a opção a ser executada, dados de entrada complementares como  $\mu$ ,  $L$ ,  $\Gamma_K$ , etc.. Atribui valores pré-definidos a  $n\_pontos$ ,  $s1$ ,  $s2$ ,  $\tau$ ,  $f_3$  e  $(A, B, C, D)$ ;

5º PASSO: Escolhe, aleatoriamente, um ponto  $(x, y, z)$  onde calcular a taxa de dose;

6º PASSO: Escolhe, aleatoriamente, um ponto  $(x', y', z')$  sobre a fonte atual;

7º PASSO: Calcula a integral  $I_S$  no ponto  $(x, y, z)$  atual;

8º PASSO: Calcula a taxa de dose absorvida ( $TD$ ) no ponto atual  $(x, y, z)$ ;

9º PASSO: Se  $TD$  for igual a uma das taxas das isodoses pretendidas,  $TD_{Teste}$  (na verdade o programa verifica se  $|TD - TD_{Teste}| < 0,02 * TD_{Teste}$ , isto é, se o desvio entre o valor pretendido e o calculado é menor do que 2% do valor pretendido. Este desvio pode ser manipulado para obter-se um tempo computacional e curvas de isodoses razoáveis), guarda em matrizes o ponto e a taxa atuais, imprimindo na tela  $x, y, z, TD, Npi\_total$  e  $r_{max}$ ; caso contrário, despreza  $TD$  e volta ao 5º passo até que  $Npi\_total = n\_isodoses * Npi$ ;

10º PASSO: Imprime, no arquivo externo `curvas.dat`, as curvas de isodoses  $x[i]$ ,  $y[i]$ ,  $z[i]$  e  $TD[i]$ ,  $0 \leq i < n\_isodoses$  (se a opção de execução envolver fontes de  $^{192}\text{Ir}$ , ao invés de taxas de dose, são impressas as doses absorvidas durante o tempo de tratamento);

11º PASSO: Se necessário, calcula as taxas de dose absorvida nos pontos monitorados e imprime, no arquivo externo `pontos.dat`,  $x[j]$ ,  $y[j]$ ,  $z[j]$ ,  $TD[j]$ ,  $Tt[j]$  e  $er[j]$ ,  $0 \leq j < n\_pontos$ , onde  $Tt[j]$  é a  $j$ -ésima taxa pretendida e  $er[j]$  é o erro relativo entre a taxa pretendida e a calculada no  $j$ -ésimo ciclo desta impressão;

12º PASSO: Fecha os arquivos abertos, imprime na tela o nº de ciclos executados, o tempo computacional e solicita a digitação de qualquer tecla para encerrar a simulação.

## 4. RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados e analisados os resultados da execução dos programas em C desenvolvidos no presente trabalho. O capítulo é composto de três seções. A primeira mostra os resultados dos testes estatísticos realizados nos geradores de números aleatórios; a segunda apresenta o gerador escolhido e mostra seu desempenho no cálculo da Integral de Sievert; e a terceira compara taxas de dose calculadas com valores conhecidos na literatura e com resultados reais obtidos em exames para planejamento de braquiterapia em pacientes do Hospital Português de Recife e do Hospital do Câncer de Recife. Para fazer esta comparação foram elaboradas tabelas com pontos do espaço em torno do sistema de fontes, as taxas fornecidas e calculadas nestes pontos e o erro relativo médio entre estas. Também foram montados gráficos com as curvas de isodoses nos planos  $x = 0$ ,  $y = 0$  ou  $z = 0$ . E, por fim, se fez uma avaliação qualitativa do tempo computacional do programa ISODOSE quando ele determinou as curvas de isodose para o sistema de fontes mais complexo da Tabela 4, o de 20 fontes de  $^{192}\text{Ir}$ .

Os resultados foram obtidos no compilador MICROSOFT VISUAL C++ 6.0, instalado num PENTIUM III, 550 MHz e 256 Mb de RAM.

### 4.1. RESULTADOS DOS TESTES ESTATÍSTICOS

O programa GNATestes foi executado cinco vezes, gerando cinco seqüências de 22.000 números aleatórios cujas características são apresentadas nas Tabelas 7, 8, 9, 10, 11, 13 e 14. Como o gerador de números aleatórios escolhido foi o UNI, seu desempenho foi mostrado em destaque nestas tabelas (linhas ou colunas com fundo cinza). À medida que algum gerador foi sendo rejeitado em um dado teste estatístico, sua linha (ou coluna) na atual tabela e nas seguintes passou a ter fundo vermelho.

A Tabela 7 mostra as sementes usadas em cada simulação. A semente do GNAC é 41 e não foi alterada nas simulações. Nas outras tabelas estas simulações são caracterizadas pelo número de ordem dado na primeira coluna da Tabela 7.

**Tabela 7:** Sementes usadas nas simulações do GNATestes

SIMULAÇÃO	GNAC	GNAHP	GNALC	COMBO			UNI	
	R0	RnHC	RLC	x1	x2	y	s1	s2
1	41	0,5342	32	657	65	4	65.948	234
2	41	0,2600	3.425	457	98	451	354.872	265
3	41	0,2530	35	36	5	2	23	2
4	41	0,0214	287	27	5	3	1	2
5	41	0,9120	1	30	6	2	654	9

Os resultados das simulações mostram, de acordo com as Tabelas 7 e 8, que o período dos geradores não depende das sementes aqui usadas. Todos, exceto o GNALC, “passaram” no teste do período, isto é, têm período maior que 22.000. O gerador linear congruente (GNALC) usado tem o algoritmo (ver linha em destaque na Tabela 1)

$$R_{n+1} = (106 * R_n + 1283) \bmod 6075. \quad (42)$$

Assim, o período máximo do algoritmo (42) é 6.075. A Tabela 7 mostra que este gerador é ótimo se o número de pontos necessário for inferior a 6.075. Portanto, para os testes subsequentes, não se considera mais o desempenho do GNALC, já que ele está “contaminado” para seqüências de 22.000 números.

**Tabela 8:** Teste do Período para simulações com 22.000 números  $R_i$ ,  $0 \leq R_i \leq R_{max}$ 

GERADOR	PERÍODO
GNAC	>22.000
GNAHP	>22.000
<b>GNALC</b>	<b>6.075</b>
COMBO	>22.000
UNI	>22.000

A Tabela 9 mostra que os outros quatro geradores “passaram” no teste da paridade, uma vez que, para 22.000 inteiros aleatoriamente escolhidos, se espera que 11.000 sejam pares e 11.000 ímpares. Vê-se que as sementes usadas nas simulações pouco influem nos resultados do teste da paridade e, no caso do GNAC (função interna do C), vê-se também que o resultado é o mesmo nas cinco simulações, o que era de se esperar, pois as condições iniciais deste gerador são fixas.

**Tabela 9: Teste da Paridade para 22.000 números  $R_i$ ,  $0 \leq R_i \leq R_{max}$** 

GERADOR	1		2		3		4		5	
	PAR	ÍMPAR								
GNAC	10.901	11.099	10.901	11.099	10.901	11.099	10.901	11.099	10.901	11.099
GNAHP	11.053	10.947	11.081	10.919	11.585	10.415	11.382	10.618	11.504	10.496
<b>GNALC</b>	<b>11.005</b>	<b>10.995</b>	<b>10.979</b>	<b>11.021</b>	<b>11.005</b>	<b>10.995</b>	<b>11.010</b>	<b>10.990</b>	<b>11.019</b>	<b>10.981</b>
COMBO	10.951	11.049	11.021	10.979	10.922	11.078	10.975	11.025	10.922	11.078
UNI	10.914	11.086	11.018	10.982	10.922	11.078	10.922	11.078	11.051	10.949

A Tabela 10 mostra as simulações do GNATestes para a média de ordem 1 de 22.000 números escolhidos entre 0 e 1. O valor esperado é 0,5. Este teste serviu para mostrar que o gerador COMBO depende fortemente das sementes  $x_1$ ,  $x_2$  e  $y$ . Os conjuntos usados na 1ª e na 4ª simulações tiveram ótimo desempenho; os demais conjuntos de sementes do COMBO (ver Tabela 7), tiveram desempenho catastrófico. Portanto, para usar este gerador em simulações Monte Carlo, é preciso escolher bem as suas sementes.

**Tabela 10: Teste da 1ª Média para 22.000 números  $R_i$ ,  $0 \leq R_i \leq 1$** 

GERADOR	1	2	3	4	5
GNAC	0,504	0,504	0,504	0,504	0,504
GNAHP	0,498	0,497	0,500	0,485	0,501
<b>GNALC</b>	<b>0,500</b>	<b>0,500</b>	<b>0,501</b>	<b>0,500</b>	<b>0,500</b>
COMBO	0,503	0,237	0,235	0,501	0,235
UNI	0,500	0,502	0,501	0,501	0,502

Da Tabela 11 vê-se que, aparentemente, os quatro geradores restantes “passaram” no teste da uniformização dos subintervalos (com exceção do COMBO nas 2ª, 3ª e 5ª simulações), pois, se 22.000 números estão uniformemente distribuídos em 11 subintervalos iguais, esperam-se 2.000 números em cada subintervalo. O teste do Chi-quadrado mostrado na Tabela 13 faz uma leitura mais estatística dos resultados da Tabela 11.

A Tabela 12 mostra valores selecionados da distribuição Chi-quadrado para diversos graus de liberdade [KNUTH, 1997]. O resultado do GNATestes deve ser comparado com os da linha em destaque ( $k = 10$ ). Rejeitando a hipótese nula para  $\chi^2 > n = 11$ , a Tabela 13 mostra que o GNAHP e o GNAC não “passaram” no teste do Chi-quadrado. Portanto, no quesito distribuição uniforme de 22.000 de números entre 0 e 1, estes geradores foram “reprovados”.

**Tabela 11:** Teste da uniformização dos subintervalos para 22.000 números  $R_i$ ,  $0 \leq R_i \leq 1$ , em 11 subintervalos

		SIMULAÇÃO 1					SIMULAÇÃO 2				
LI*	LS*	GNAC	GNAHP	GNALC	COMBO	UNI	GNAC	GNAHP	GNALC	COMBO	UNI
0,00	0,09	1.955	2.176	2.004	2.051	1.994	1.955	2.184	1.997	4.183	1.982
0,09	0,18	1.983	1.991	2.016	2.032	1.982	1.983	1.991	2.016	4.195	1.980
0,18	0,27	1.996	2.019	1.996	1.883	2.023	1.996	2.025	2.013	4.182	1.993
0,27	0,36	1.911	1.812	1.991	1.985	1.966	1.911	1.811	1.992	4.351	2.032
0,36	0,45	1.982	1.807	1.989	2.020	2.084	1.982	1.801	1.987	4.247	2.001
0,45	0,55	1.964	2.165	2.001	1.957	1.980	1.964	2.167	1.992	839	1.938
0,55	0,64	2.109	2.129	2.020	1.952	1.965	2.109	2.144	2.000	0	1.987
0,64	0,73	2.012	1.951	2.009	1.945	2.022	2.012	1.978	2.017	0	12.001
0,73	0,82	1.994	2.061	1.989	1.983	1.955	1.994	2.038	2.007	0	12.001
0,82	0,91	2.065	1.966	1.993	2.055	2.058	2.065	1.960	1.987	0	22.038
0,91	1,00	2.029	1.923	1.992	2.137	1.971	2.029	1.901	1.992	0	12.047
		SIMULAÇÃO 3					SIMULAÇÃO 4				
LI	LS	GNAC	GNAHP	GNALC	COMBO	UNI	GNAC	GNAHP	GNALC	COMBO	UNI
0,00	0,09	1.955	2.108	1.996	4.314	1.967	1.955	2.404	2.021	1.958	1.997
0,09	0,18	1.983	2.001	1.992	4.218	1.989	1.983	1.803	2.005	1.951	2.011
0,18	0,27	1.996	1.696	1.995	4.228	1.988	1.996	2.033	1.992	2.022	1.965
0,27	0,36	1.911	2.118	2.006	4.191	2.075	1.911	2.436	1.992	2.078	1.989
0,36	0,45	1.982	1.880	2.013	4.228	1.994	1.982	1.780	1.989	1.951	1.969
0,45	0,55	1.964	2.432	1.995	819	1.992	1.964	2.165	1.999	2.011	2.027
0,55	0,64	2.109	1.956	1.992	0	1.930	2.109	1.564	2.025	2.009	1.966
0,64	0,73	2.012	1.809	1.987	0	1.999	2.012	2.208	1.995	2.053	2.022
0,73	0,82	1.994	1.895	1.998	0	12.028	1.994	1.838	1.989	2.018	2.058
0,82	0,91	2.065	2.199	2.021	0	12.005	2.065	2.030	1.989	2.010	2.028
0,91	1,00	2.029	1.906	2.005	0	12.033	2.029	1.739	2.004	1.939	1.968
		SIMULAÇÃO 5									
LI	LS	GNAC	GNAHP	GNALC	COMBO	UNI					
0,00	0,09	1.955	2.094	2.022	4.314	1.948					
0,09	0,18	1.983	1.989	1.981	4.217	2.005					
0,18	0,27	1.996	1.705	1.990	4.229	1.942					
0,27	0,36	1.911	2.099	1.987	4.191	2.010					
0,36	0,45	1.982	1.912	2.011	4.229	2.003					
0,45	0,55	1.964	2.375	2.026	819	2.014					
0,55	0,64	2.109	1.974	1.999	0	2.029					
0,64	0,73	2.012	1.835	1.983	0	2.047					
0,73	0,82	1.994	1.925	1.983	0	1.993					
0,82	0,91	2.065	2.216	1.999	0	1.970					
0,91	1,00	2.029	1.876	2.019	0	12.039					

\*LI = Limite inferior; LS = Limite superior

**Tabela 12:** Valores selecionados da distribuição Chi-quadrado [KNUTH, 1997]

k	Probabilidade de não rejeição hipótese nula (%)						
	99	95	75	50	25	5	1
1	0,0002	0,0040	0,1020	0,4549	1,323	3,841	6,635
2	0,0200	0,1030	0,5750	1,386	2,773	5,991	9,210
3	0,1150	0,3520	1,213	2,366	4,108	7,815	11,35
4	0,2970	0,7110	1,923	3,357	5,385	9,488	13,28
5	0,5540	1,145	2,675	4,351	6,626	11,07	15,09
6	0,8720	1,635	3,455	5,348	7,841	12,59	16,81
7	1,239	2,167	4,255	6,346	9,037	14,07	18,48
8	1,646	2,733	5,071	7,344	10,22	15,51	20,09
9	2,088	3,325	5,899	8,343	11,39	16,92	21,67
10	2,558	3,940	6,737	9,342	12,55	18,31	23,21
11	3,053	4,575	7,584	10,34	13,70	19,68	24,73
12	3,571	5,226	8,438	11,34	14,85	21,03	26,22
15	5,229	7,261	11,04	14,34	18,25	25,00	30,58
20	8,260	10,85	15,45	19,34	23,83	31,41	37,57
30	14,95	18,49	24,48	29,34	34,80	43,77	50,89

**Tabela 13:** Teste do Chi-quadrado para 22.000 números  $R_i$ ,  $0 \leq R_i \leq 1$ , em 11 subintervalos

GERADOR	1	2	3	4	5
GNAC	14,499	14,499	14,499	14,499	14,499
GNAHP	80,542	85,919	208,454	398,730	174,855
GNALC	0,603	0,651	0,519	0,812	1,426
COMBO	23,600	23128,387	23194,666	10,145	23198,906
UNI	8,720	4,733	6,939	4,989	5,959

A Tabela 14 mostra a provável não-correlação entre números sucessivos nas seqüências. Esperam-se

$$\begin{cases} \langle R_i, R_j \rangle = 0,250, j \neq i \\ \langle R_i, R_j, R_k \rangle = 0,125, j \neq i \neq k \neq j \end{cases}$$

para seqüências de números não correlacionados. O UNI e o COMBO (4ª simulação) se comportam muito bem neste teste de vital importância para a “saúde” de um gerador de números aleatórios.

**Tabela 14:** Teste da Não-correlação para 22.000 números  $R_i$ ,  $0 \leq R_i \leq 1$ , considerando um alcance de 20 vizinhos

GERADOR	1		2		3		4		5	
	$\langle R_i R_j \rangle$	$\langle R_i R_j R_k \rangle$	$\langle R_i R_j \rangle$	$\langle R_i R_j R_k \rangle$	$\langle R_i R_j \rangle$	$\langle R_i R_j R_k \rangle$	$\langle R_i R_j \rangle$	$\langle R_i R_j R_k \rangle$	$\langle R_i R_j \rangle$	$\langle R_i R_j R_k \rangle$
GNAC	0,254	0,125	0,254	0,125	0,254	0,125	0,254	0,125	0,254	0,125
GNAHP	0,248	0,122	0,247	0,121	0,252	0,126	0,235	0,111	0,253	0,126
GNALC	0,250	0,123	0,250	0,123	0,251	0,123	0,250	0,123	0,250	0,123
COMBO	0,253	0,125	0,056	0,013	0,055	0,013	0,251	0,123	0,055	0,013
UNI	0,250	0,122	0,252	0,124	0,251	0,123	0,251	0,124	0,252	0,124

Como já foi dito na seção 2.1.4., o gerador UNI “passou” em todos os testes do DIEHARD de MARSAGLIA (2000) e tem período  $RMAX = 4.294.967.295$ , o que é uma grande vantagem frente a qualquer gerador simples. Assim, com base nos resultados dos testes aqui realizados e na avaliação do DIEHARD, foi escolhido este gerador para as simulações subseqüentes deste trabalho.

A próxima seção mostra o desempenho do UNI no cálculo da Integral de Sievert em função do número de pontos usados na integral e do par de semente  $s1$  e  $s2$  do gerador.

#### 4.2. RESULTADOS MONTE CARLO DA INTEGRAL DE SIEVERT

O programa ISievert foi executado algumas vezes para cálculo da integral (22), usando diferentes pares de sementes do UNI, e os resultados mostraram que é preciso ter cuidado na escolha destas sementes. O resultado de cinco execuções é mostrado a seguir.

A Tabela 15 mostra o erro relativo (equação (27)) médio entre a Integral de Sievert calculada por SCAFF (1997), em 22 pontos, e a calculada pelo ISievert, em função das sementes  $s1$  e  $s2$  do UNI e do número de pontos usados na integral. Nesta tabela vê-se que, para alguns pares ( $s1$ ,  $s2$ ), o erro relativo médio não cai monotonamente com o crescimento de  $N$ . Estão assinalados (células com fundo cinza) o que seriam os menores erros relativos médios “confiáveis” para cada simulação. Mas isto não significa que um determinado par de sementes seja melhor ou pior que outro, uma vez que se está comparando uma conta feita pelo ISievert com outra que, necessariamente, não é o valor “mais exato”.

**Tabela 15:** Erro relativo médio (%) entre valores da Integral de Sievert: SCAFF (1997)  $\times$  ISievert

$N$	Simulação 1 $s1 = 21$ $s2 = 5.987$	Simulação 2 $s1 = 1$ $s2 = 2$	Simulação 3 $s1 = 2$ $s2 = 1$	Simulação 4 $s1 = 23$ $s2 = 4.568$	Simulação 5 $s1 = 23.165$ $s2 = 3$
10	0,85039	0,58315	0,77372	1,08671	0,68057
50	0,23230	0,52187	0,45529	0,47479	0,54478
100	0,40750	0,20526	0,22836	0,19726	0,32612
500	0,18419	0,21018	0,17047	0,08666	0,19401
1.000	0,06659	0,11484	0,07539	0,08041	0,09419
5.000	0,03709	0,04121	0,04698	0,03801	0,05153
10.000	0,03171	0,03029	0,02769	0,02867	0,02197
50.000	0,01638	0,02228	0,01869	0,01430	0,01446
100.000	0,00852	0,00945	0,01440	0,01304	0,01193
500.000	0,00941	0,00944	0,00821	0,01134	0,00951
1.000.000	0,00758	0,00773	0,00786	0,00654	0,00644

A partir deste ponto, o par de sementes

$$(s1, s2) = (23.165, 3) \quad (43)$$

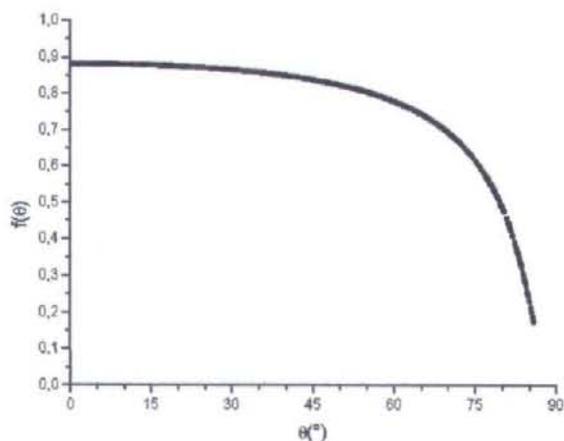
é usado em todas as simulações computacionais deste trabalho, já que há um decrescimento contínuo do erro relativo médio, à medida que  $N$  cresce, quando este par de sementes é usado (ver a última coluna da Tabela 15).

A Tabela 16 mostra os valores da Integral de Sievert (SCAFF (1997)  $\times$  ISievert) em função do limite superior da integral (22), para  $N = 1.000$  pontos. Os resultados indicam que o UNI praticamente independe das suas sementes e que a Integral de Sievert pode ser calculada com um número relativamente pequeno de pontos (para  $N = 10$ , o erro relativo médio foi da ordem de 1%). O valor de  $N$  é sempre função do tempo computacional e da precisão desejada pelo usuário.

A Figura 11 mostra o gráfico do integrando de (22) em função de  $\theta$ ,  $0 \leq \theta < 90^\circ$ .

**Tabela 16:** Valores da Integral de Sievert para  $N = 1.000$ : SCAFF (1997)  $\times$  ISievert

$\theta_2$ (°)	$I_{SScaff}$	$I_S$	$ER_m(\%)$
2	0,0308	0,0308	0,0000
6	0,0924	0,0924	0,0000
10	0,1539	0,1539	0,0000
14	0,2154	0,2154	0,0000
18	0,2767	0,2767	0,0000
22	0,3378	0,3378	0,0000
26	0,3987	0,3986	0,0251
30	0,4592	0,4592	0,0000
34	0,5195	0,5193	0,0385
38	0,5793	0,5792	0,0173
42	0,6386	0,6382	0,0626
46	0,6973	0,6977	0,0574
50	0,7552	0,7552	0,0000
54	0,8122	0,8112	0,1231
58	0,8680	0,8685	0,0576
62	0,9223	0,9213	0,1084
66	0,9748	0,9734	0,1436
70	1,0248	1,0201	0,4586
74	1,0713	1,0716	0,0280
78	1,1128	1,1082	0,4134
82	1,1466	1,1483	0,1483
86	1,1673	1,1711	0,3255
			<b>0,0912</b>



**Figura 11:** Gráfico do integrando de Sievert, para  $N = 1.000$  pontos.

### **4.3. CURVAS DE ISODOSE EM TORNO DE FONTES LINEARES**

O programa ISODOSE foi desenvolvido para fontes lineares braquiterápicas e usa a geometria da Figura 10 com o sistema de referência da Figura 8. Na sua versão atual podem ser realizadas até doze simulações envolvendo os seis sistemas de fontes da Tabela 4. Nesta seção são apresentados e analisados os casos rotulados por:

- Caso 1: Uma fonte de  $^{137}\text{Cs}$  – ISODOSE × BREITMAN;
- Caso 2: Uma fonte de  $^{137}\text{Cs}$  – Curvas de isodose muito próximas à fonte;
- Caso 3: Quatro fontes de  $^{137}\text{Cs}$  – ISODOSE × BRA;
- Caso 4: Fontes de  $^{192}\text{Ir}$  – ISODOSE × PLATO;

No final da seção, é feita uma análise do tempo computacional para o caso 4.

### 4.3.1. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS DO ISODOSE

#### Caso 1: Uma fonte de $^{137}\text{Cs}$ – ISODOSE $\times$ BREITMAN

Nesta simulação foi usada a fonte de  $^{137}\text{Cs}$  cujos dados estão na 1ª linha da Tabela 4 e nas três primeiras colunas da Tabela 5. Foram calculadas as taxas de dose absorvida na água, em pontos do plano  $z = 0$ . A Tabela 17 mostra os resultados do ISODOSE comparados com valores similares constantes em BREITMAN (1974).

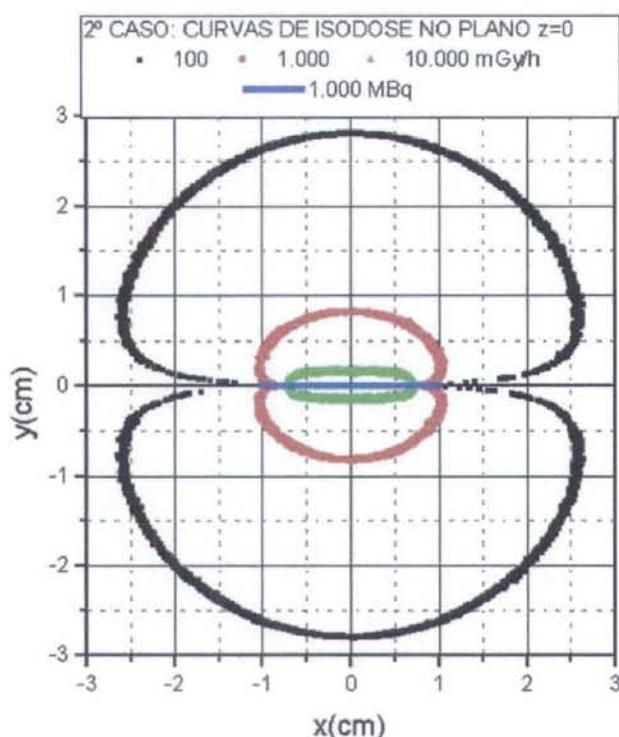
**Tabela 17:** Taxas de dose absorvida na água, em pontos do plano  $z = 0$ , em torno de uma fonte linear de  $^{137}\text{Cs}$  com atividade de 1000 MBq: ISODOSE  $\times$  BREITMAN

1º CASO, Plano $z = 0$ - Taxas (mGy/h); ER(%)									
Coordenadas (cm)			TDB	TDB=Taxas de Breitman; TD=Taxas do ISODOSE					
				Número de pontos nas integrais:					
				250		1.000		10.000	
x	y	z		TD	ER	TD	ER	TD	ER
0,0	0,5	0,0	2.289,0	2.292,4	0,15	2.223,2	2,87	2.242,2	2,04
0,0	1,0	0,0	732,0	706,9	3,43	714,8	2,35	713,3	2,55
0,0	1,5	0,0	347,0	337,3	2,80	337,7	2,68	336,9	2,91
0,0	2,0	0,0	199,0	193,5	2,76	193,9	2,56	193,8	2,61
0,0	2,5	0,0	128,0	124,9	2,42	125,0	2,34	124,9	2,42
0,0	3,0	0,0	89,0	86,9	2,36	87,0	2,25	86,9	2,36
0,0	3,5	0,0	66,0	63,7	3,48	63,7	3,48	63,7	3,48
0,0	4,0	0,0	50,0	48,6	2,80	48,6	2,80	48,6	2,80
0,0	4,5	0,0	39,0	38,2	2,05	38,2	2,05	38,2	2,05
0,0	5,0	0,0	32,0	30,8	3,75	30,8	3,75	30,8	3,75
Erros relativos médios					2,60		2,71		2,70

Há uma boa concordância entre os dois resultados, com um erro relativo médio abaixo de 3%. Também pode-se ver, na Tabela 17, que os resultados obtidos com 250 pontos no cálculo das integrais (40) não mudam significativamente quando se usa uma quantidade maior de pontos.

### Caso 2: Uma fonte de $^{137}\text{Cs}$ – Curvas de isodose muito próximas à fonte

Usando a mesma fonte do caso 1, o ISODOSE foi utilizado para observar o efeito da radiação em pontos muito próximos à cápsula da fonte. O resultado está na Figura 12. Nesta e nas demais figuras de curvas geradas por fontes de  $^{137}\text{Cs}$  foram utilizados 250 pontos no cálculo das integrais e 2.000 pontos por isodose.



**Figura 12:** Curvas de isodose muito próximas a uma fonte de  $^{137}\text{Cs}$ .

A Figura 12 mostra que a radiação é mais intensa na região em torno do eixo dos y e muito próxima à fonte, como era de se esperar. Se uma pessoa, acidentalmente, fechasse na mão uma fonte de  $^{137}\text{Cs}$  como a desta simulação ( $L \sim 2,0 \text{ cm}$ ), sofreria queimaduras cujas intensidades teriam o perfil das curvas da Figura 12.

### Caso 3: Quatro fontes de $^{137}\text{Cs}$ – ISODOSE $\times$ BRA

Esta é a simulação de um implante intersticial de quatro fontes de  $^{137}\text{Cs}$  (linhas de rótulo 3 na Tabela 4) no cérebro de um paciente, numa visão lateral (colunas 10, 11 e 12 da Tabela 5) e frontal (colunas 13, 14 e 15 da Tabela 5) ao mesmo. Os resultados desta simulação são comparados com resultados similares obtidos pela equipe de radioterapia do Hospital Português de Recife, usando o programa BRA [MARANHÃO, 1999].

A Tabela 18 mostra taxas de dose calculadas pelo BRA e pelo ISODOSE no plano  $y = 0$  (visão lateral ao paciente).

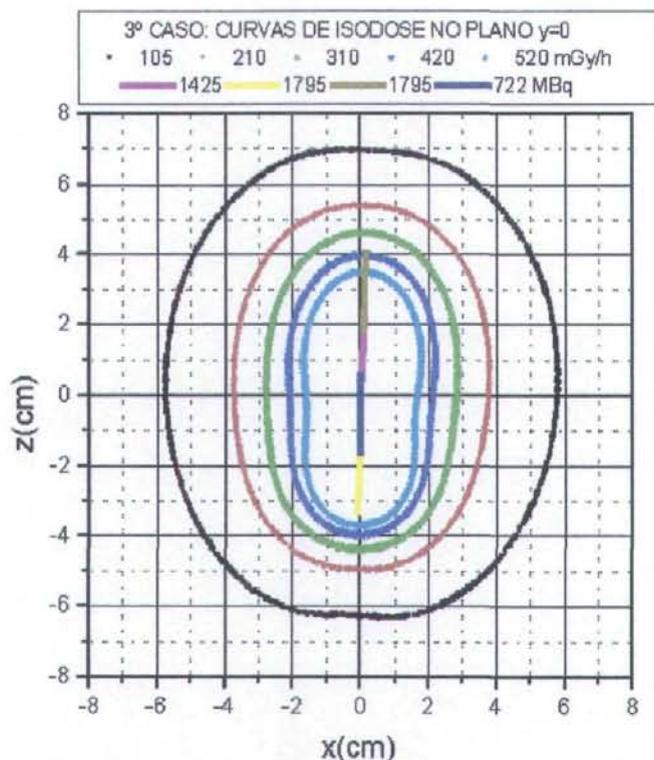
**Tabela 18:** Taxas de dose absorvida na água, em pontos do plano  $y = 0$ . Implante intersticial de quatro fontes de  $^{137}\text{Cs}$  no cérebro de um paciente, visto lateralmente: ISODOSE  $\times$  BRA

3º CASO, Plano $y = 0$ - Taxas (mGy/h); ER(%)									
Coordenadas (cm)			TDbra	TDbra=Taxas do BRA; TD=Taxas do ISODOSE					
				Número de pontos nas integrais:					
				250		1.000		10.000	
x	y	z	TD	ER	TD	ER	TD	ER	
-6,0	0,0	-2,0	105	88,8	15,43	89	15,24	89,2	15,05
4,0	0,0	-1,0	210	184,9	11,95	184,5	12,14	184,2	12,29
-4,0	0,0	1,5	210	183,3	12,71	183,8	12,48	183,6	12,57
-4,0	0,0	-1,0	210	183,5	12,62	183,8	12,48	183,7	12,52
-3,0	0,0	0,0	310	281,9	9,06	281,5	9,19	281,5	9,19
-2,5	0,0	3,0	310	281,1	9,32	281,7	9,13	280,9	9,39
2,0	0,0	-2,5	420	379,1	9,74	380,4	9,43	380,5	9,40
-2,0	0,0	2,5	420	378,1	9,98	382,7	8,88	382,4	8,95
2,0	0,0	1,0	520	466,3	10,33	463,7	10,83	464,2	10,73
-1,5	0,0	2,5	520	478,5	7,98	478,7	7,94	479,7	7,75
Erros relativos médios					10,91		10,77		10,78

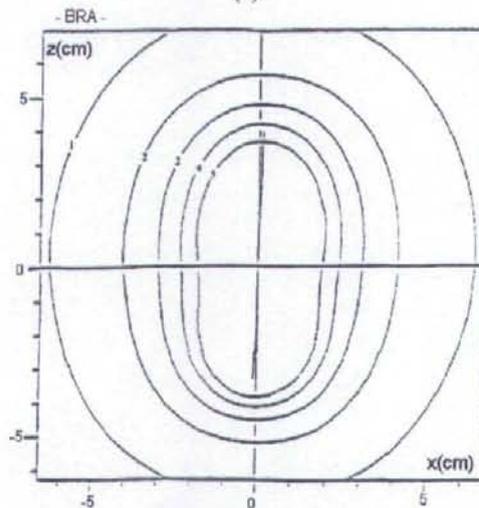
\*Atividades das fontes: 1.425, 1.795, 1.795 e 722 MBq.

Como se vê na Tabela 18, os valores das taxas de dose absorvida calculadas pelo ISODOSE são sempre menores do que os correspondentes do BRA. Como este programa foi substituído pelo PLATO [NUCLETRON, 2001], no instituto de radioterapia do Hospital Português de Recife (com fontes de  $^{125}\text{I}$ ) e também no instituto do Hospital do Câncer de Recife (com fontes de  $^{192}\text{Ir}$ ), a análise desta simulação fica para mais adiante, quando os resultados do PLATO (caso 4) forem apresentados.

A Figura 13a mostra cinco curvas de isodose no plano  $y = 0$  geradas pelo ISODOSE e a 13b, curvas similares geradas pelo BRA [MARANHÃO, 1999].



(a)



(b)

**Figura 13:** Curvas de isodose no plano  $y = 0$  em torno de quatro fontes de  $^{137}\text{Cs}$ .

(a) Curvas geradas pelo ISODOSE; (b), Curvas geradas pelo BRA.

Este é um caso de implante intersticial das fontes no cérebro de um paciente, numa visão lateral ao mesmo.

Como se vê na Figura 13a, o sistema de fontes está praticamente alinhado com o eixo  $z$ . Se fosse uma única fonte, as curvas de isodose seriam como as da Figura 12: com

anisotropias bem acentuadas ao longo do eixo que contém a fonte. Estas anisotropias não aparecem nas curvas da Figura 13a. Isto se deve a dois fatos: primeiro, as fontes não estão exatamente alinhadas, o que permite um cálculo Monte Carlo em pontos que seriam singulares em caso de alinhamento total de uma única fonte com o eixo z; segundo, o efeito de cada fonte em qualquer ponto é independente do efeito das demais, isto é, a superposição de quatro efeitos independentes em um dado ponto é, fisicamente, diferente de um único efeito, mesmo que a atividade da fonte única seja o somatório das atividades das quatro fontes componentes. Se as fontes da Figura 13a forem substituídas por uma única fonte, o sistema gerador de radiação perde três graus de liberdade.

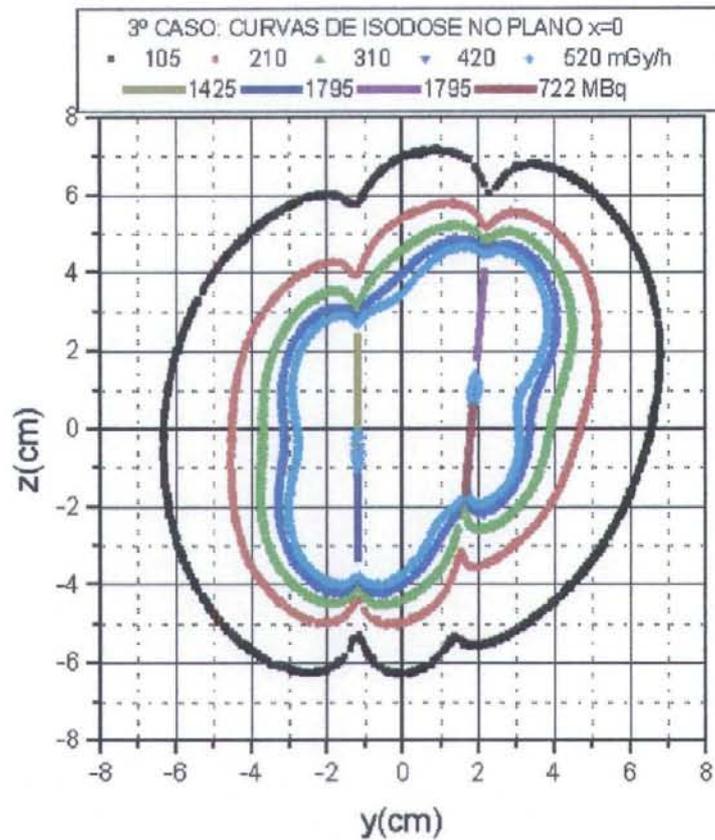
A Tabela 19 mostra taxas de dose absorvida na água calculadas pelo BRA e pelo ISODOSE no plano  $x = 0$  (visão frontal ao paciente).

**Tabela 19:** Taxas de dose absorvida na água, em pontos do plano  $x = 0$ . Implante intersticial de quatro fontes de  $^{137}\text{Cs}^*$  no cérebro de um paciente, visto de frente: ISODOSE  $\times$  BRA

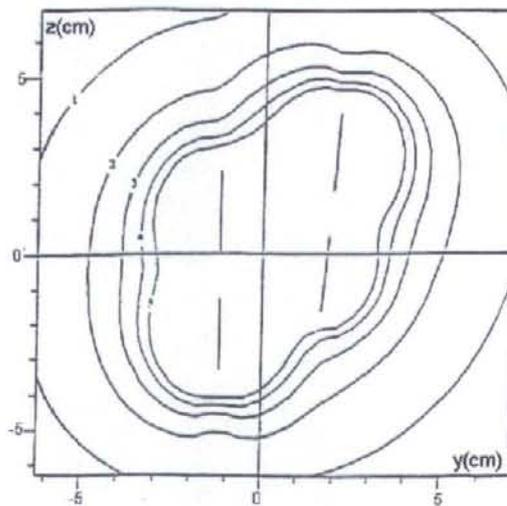
3º CASO, Plano $x = 0$ - Taxas (mGy/h); ER(%)									
Coordenadas (cm)			TDbra	TDbra=Taxas do BRA; TD=Taxas do ISODOSE					
				Número de pontos nas integrais:					
x	y	z	TDbra	250		1.000		10.000	
				TD	ER	TD	ER	TD	ER
0,0	5,5	-3,5	105,0	90,0	14,29	90,0	14,29	90,3	14,00
0,0	5,0	0,0	210,0	186,0	11,43	184,9	11,95	185,5	11,67
0,0	-3,0	-4,0	310,0	284,3	8,29	296,9	4,23	292,6	5,61
0,0	-3,0	3,0	310,0	283,8	8,45	278,6	10,13	278,9	10,03
0,0	-3,5	-1,5	420,0	361,3	13,98	363,3	13,50	362,2	13,76
0,0	-0,5	-4,0	420,0	517,7	23,26	507,1	20,74	509,5	21,31
0,0	3,5	0,0	420,0	383,9	8,60	384,0	8,57	383,8	8,62
0,0	-3,0	0,5	520,0	478,0	8,08	481,6	7,38	480,7	7,56
0,0	3,0	-1,1	520,0	481,2	7,46	481,0	7,50	483,9	6,94
0,0	-1,5	-4,0	520,0	528,2	1,58	496,3	4,56	499,5	3,94
Erros relativos médios					10,54		10,28		10,34

\*Atividades das fontes: 1.425, 1.795, 1.795 e 722 MBq.

A Figura 14a mostra cinco curvas de isodose no plano  $x = 0$  geradas pelo ISODOSE e a 14b, curvas similares geradas pelo BRA [MARANHÃO, 1999].



(a)



(b)

**Figura 14:** Curvas de isodose no plano  $x = 0$  em torno de quatro fontes de  $^{137}\text{Cs}$ .

(a) Curvas geradas pelo ISODOSE; (b) Curvas geradas pelo BRA.

Este é um caso do implante intersticial das fontes no cérebro de um paciente, numa visão frontal ao mesmo.

As curvas mostradas nas Figuras 14a e 14b têm o mesmo formato exceto nos pontos onde ocorre singularidade no integrando das equações (40). Nestes pontos as curvas do ISODOSE são bem mais anisotrópicas. Isto se deve, principalmente, ao uso das técnicas Monte Carlo, que permitem cálculo até muito próximo aos “pontos proibidos”.

#### Caso 4: Fontes de $^{192}\text{Ir}$ – ISODOSE $\times$ PLATO

Os dados para esta simulação estão na Tabela 4 (linhas de rótulos 5 e 6) e na Tabela 6 [CERAPE, 2000]. Inicialmente foi simulada a permanência de uma fonte de  $^{192}\text{Ir}$  durante 117,7 segundos na posição fornecida na Tabela 4.

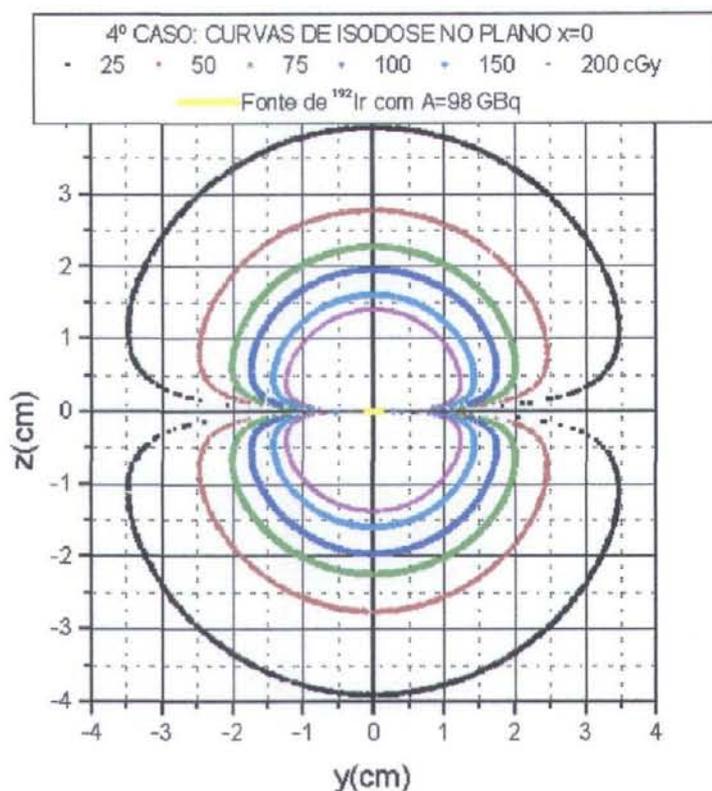
A Tabela 20 mostra doses calculadas pelo PLATO e pelo ISODOSE em pontos monitorados pelos programas.

**Tabela 20:** Dose absorvida na água, durante 117,7s, em pontos em torno de uma fonte de  $^{192}\text{Ir}$  com  $A = 98 \text{ GBq}$ : ISODOSE  $\times$  PLATO

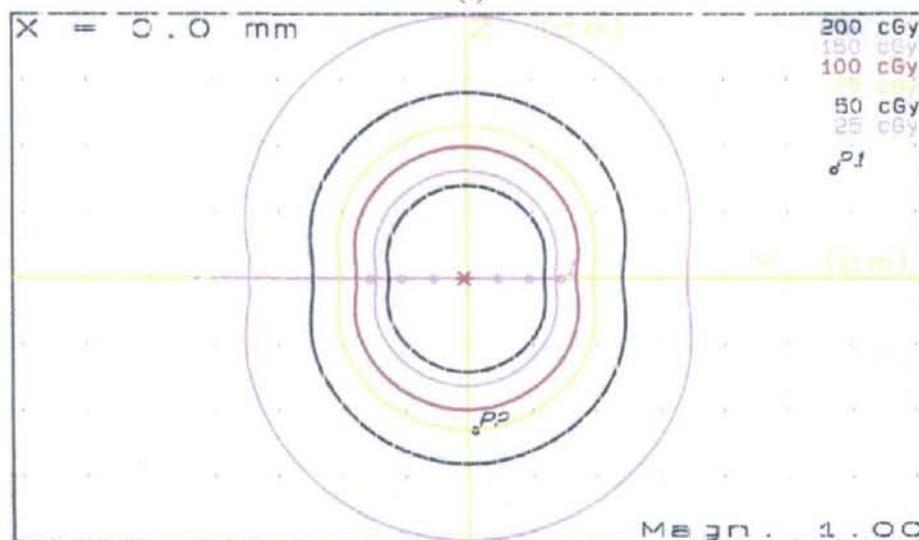
4º CASO: 1 fonte de $^{192}\text{Ir}$ - Doses (cGy); ER(%)									
Coordenadas (cm)			Dplato	DPlato=Doses do PLATO; D=Doses do ISODOSE					
				Número de pontos nas integrais:					
25		100		1.000					
x	y	z	D	ER	D	ER	D	ER	
2,4	5,7	1,6	8,5	8,4	1,18	8,4	1,18	8,4	1,18
0,0	0,1	-2,3	74,1	72,5	2,16	72,5	2,16	72,5	2,16
-1,7	1,5	0,0	73,2	75,7	3,42	75,5	3,14	75,6	3,28
-1,7	1,0	0,0	96,6	99,7	3,21	100,1	3,62	99,9	3,42
-1,7	0,5	0,0	119,2	122,3	2,60	122,4	2,68	122,4	2,68
-1,7	0,0	0,0	128,7	131,3	2,02	131,3	2,02	131,3	2,02
-1,7	-0,5	0,0	117,7	118,0	0,25	117,8	0,08	117,9	0,17
-1,7	-1,0	0,0	94,1	94,0	0,11	94,2	0,11	94,0	0,11
-1,7	-1,5	0,0	70,5	70,3	0,28	70,2	0,43	70,1	0,57
Erros relativos médios				1,69		1,71		1,73	

Vê-se, na Tabela 20, que os resultados do ISODOSE estão em ótima concordância com os do PLATO (erro relativo médio abaixo de 2%). Também se vê que, no cálculo das integrais, é bastante utilizar 25 pontos (o comprimento da fonte de  $^{192}\text{Ir}$  foi estimado em cerca de 2 mm com base em observações diretas do sistema de braquiterapia usado no Hospital do Câncer do Recife. O comprimento das fontes de  $^{137}\text{Cs}$  é em torno de 20 mm).

A Figura 15a mostra seis curvas de isodose no plano  $x = 0$  geradas pelo ISODOSE e a 15b, curvas similares geradas pelo PLATO [CERAPE, 2000].



(a)



(b)

**Figura 15:** Curvas de isodose no plano  $x = 0$  em torno de uma fonte de  $^{192}\text{Ir}$ .  
 (a) Curvas geradas pelo ISODOSE; (b) Curvas geradas pelo PLATO.

Como o gráfico desenhado pelo PLATO (Figura 15b) não mostra linhas de grade, fica difícil fazer uma comparação fina entre este e o gráfico gerado pelo ISODOSE (Figura 15a). Contudo, é nítida a diferença entre as duas figuras nos contornos da fonte. A anisotropia conseguida com os métodos Monte Carlo usados neste trabalho (Figura 15a) é bastante acentuada porque o cálculo das integrais (40) pode ser feito até muito próximo aos

pontos singulares (no caso da Figura 15a, são singulares os pontos  $(0, y, 0)$ , já que a fonte está sobre o eixo dos  $y$ ). Como o PLATO é um programa comercial e, portanto, não se tem acesso ao seu código fonte, não é possível afirmar se ele faz os cálculos nas proximidades destes pontos singulares ou simplesmente “desenha” as anisotropias. Por outro lado, qualquer ponto do campo tem igual probabilidade de ser sorteado para cálculo da taxa de dose no ISODOSE, pois apenas quando  $l_n = 0$ , ou  $r_n = 0$ , ou  $\cos\theta_n = 0$  (ver equações (40)), são sorteados novos pontos. Os resultados mostrados na Tabela 20 foram calculados em pontos não singulares do sistema, onde os dois programas mostram boa concordância.

A Tabela 21 mostra doses calculadas pelo PLATO e pelo ISODOSE em pontos monitorados pelos programas, para o sistema de vinte fontes lineares de  $^{192}\text{Ir}$  (rótulo 6 na Tabela 4). Esta é uma simulação de implante intracavitário para braquiterapia uterina onde o sistema de fontes permaneceu durante 25,4 segundos na paciente.

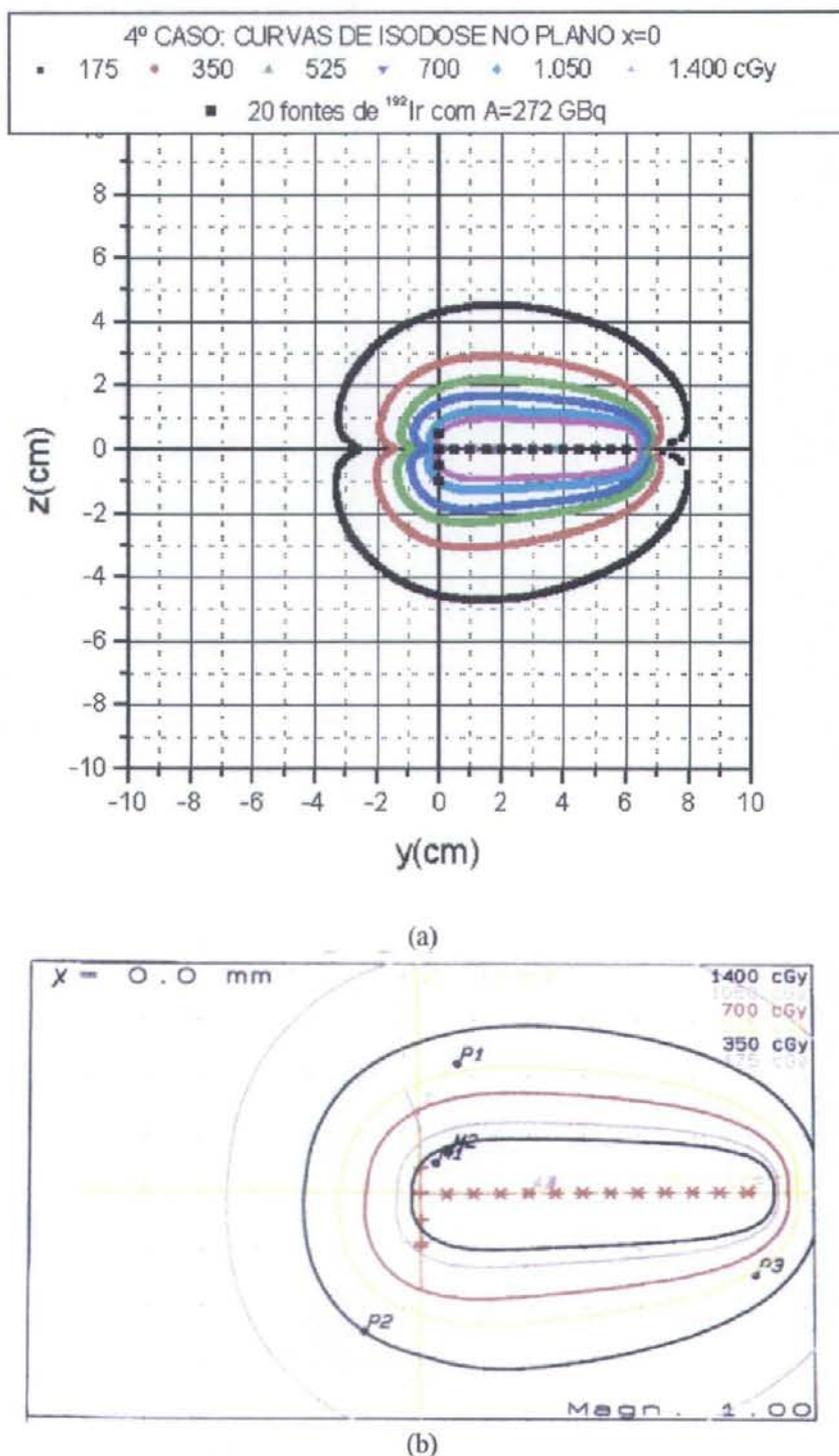
**Tabela 21:** Dose absorvida na água, durante 25,4 s, em pontos em torno de vinte fontes de  $^{192}\text{Ir}$  com  $A = 272 \text{ GBq}$ , implantadas no útero de uma paciente: ISODOSE  $\times$  PLATO

4º CASO: 20 fontes - Doses(cGy); ER(%)											
Coordenadas (cm)			Dplato	DPlato=Doses do PLATO; D=Doses do ISODOSE							
				Número de pontos nas integrais:							
x	y	z		25		100		1.000			
			D	ER	D	ER	D	ER			
0,8	0,7	2,2	456,0	466,2	2,24	466,1	2,21	466,1	2,21		
0,1	-1,0	-2,4	351,2	360,6	2,68	361,0	2,79	360,8	2,73		
-0,1	6,1	-1,4	498,2	483,8	2,89	483,7	2,91	483,8	2,89		
-0,6	0,3	0,5	1557,5	1510,7	3,00	1509,9	3,06	1511,2	2,97		
0,5	0,6	0,7	1366,5	1357,6	0,65	1354,7	0,86	1355,8	0,78		
-2,0	2,0	0,0	696,5	639,2	8,23	638,1	8,38	638,2	8,37		
2,0	2,0	0,0	703,5	635,2	9,71	635,1	9,72	635,4	9,68		
-5,0	2,0	0,0	173,0	168,1	2,83	168,0	2,89	168,1	2,83		
5,0	2,0	0,0	177,1	173,4	2,09	173,3	2,15	173,4	2,09		
Erros relativos médios				3,81		3,89		3,84			

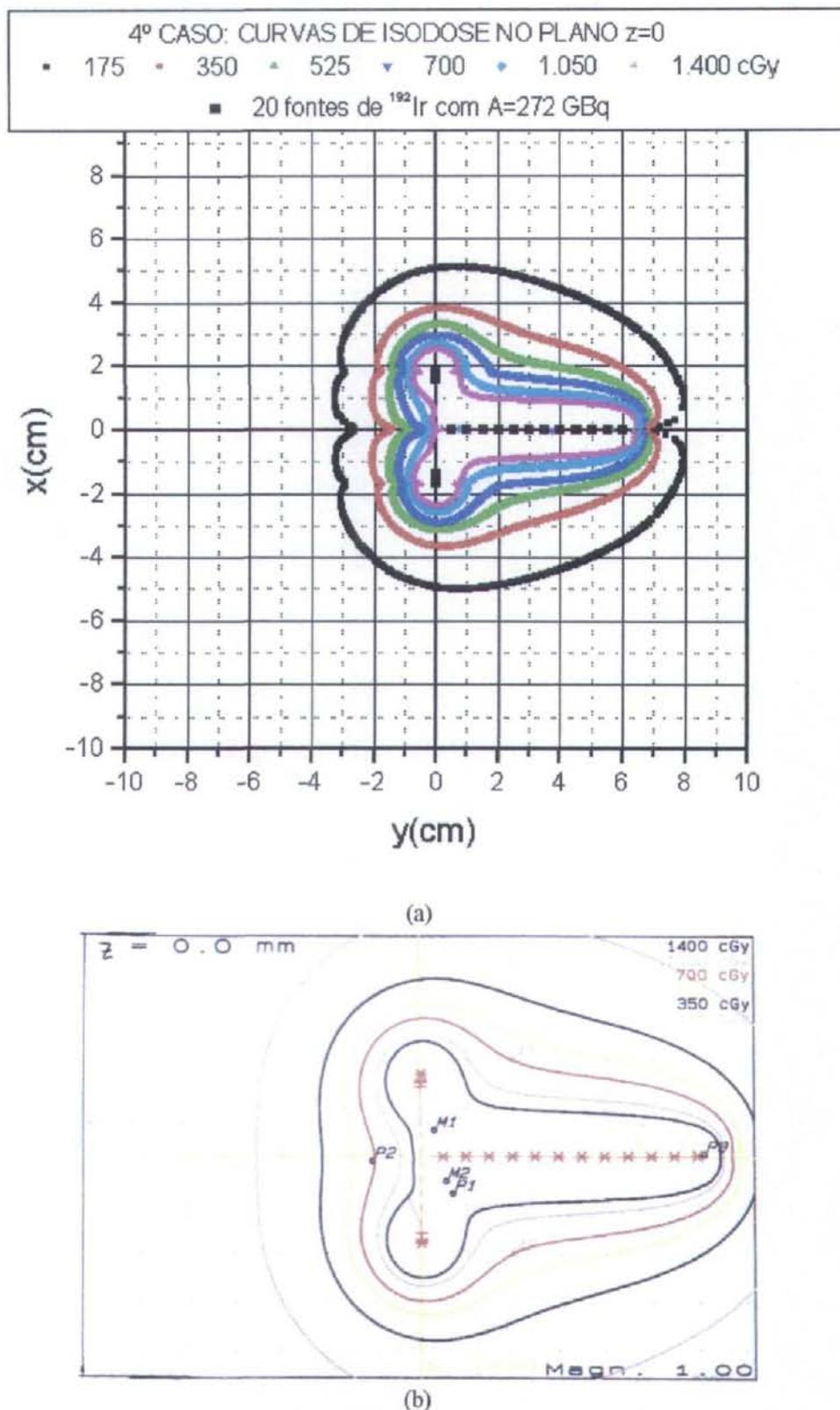
As Figuras 16, 17 e 18 mostram seis curvas de isodose (ISODOSE  $\times$  PLATO) devidas às vinte fontes de  $^{192}\text{Ir}$ , vistas dos planos  $x = 0$ ,  $z = 0$  e  $y = 0$ . As figuras foram traçadas no sistema de referência  $(x, y, z)$  do PLATO onde:

- $x \equiv$  Eixo da direita para a esquerda do paciente (equivalente ao  $y$  do ISODOSE);

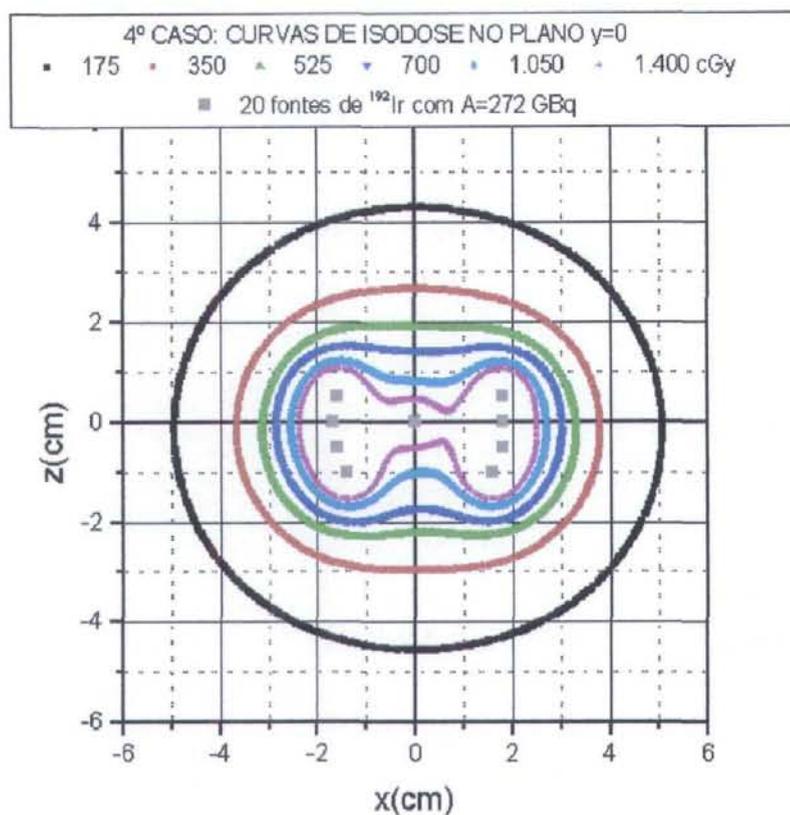
- $y \equiv$  Eixo dos pés para a cabeça do paciente ( equivalente ao  $z$  do ISODOSE);
- $z \equiv$  Eixo das costas para a frente do paciente ( equivalente ao  $x$  do ISODOSE).



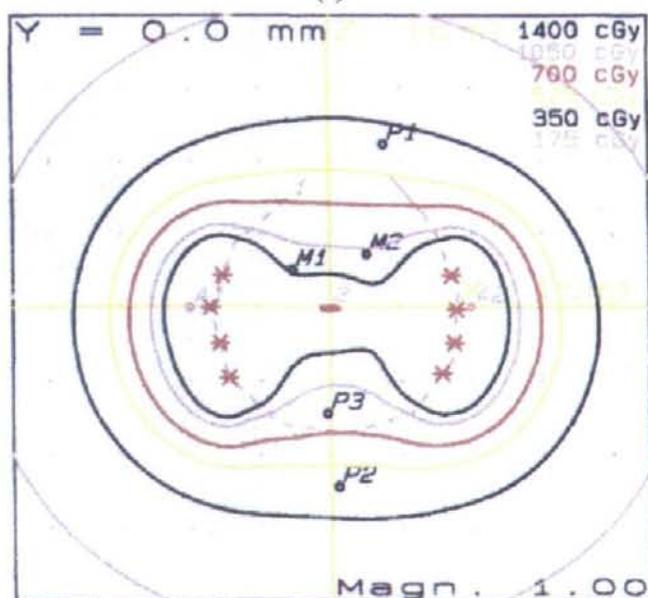
**Figura 16:** Curvas de isodose no plano  $x = 0$  em torno de vinte fontes de  $^{192}\text{Ir}$ .  
 (a) Curvas geradas pelo ISODOSE; (b) Curvas geradas pelo PLATO.  
 Esta é a simulação de uma braquiterapia no útero de uma paciente, vista lateralmente.



**Figura 17:** Curvas de isodose no plano  $z = 0$  em torno de vinte fontes de  $^{192}\text{Ir}$ .  
 (a) Curvas geradas pelo ISODOSE; (b) Curvas geradas pelo PLATO.  
 Esta é a simulação de uma braquiterapia no útero de uma paciente, vista de frente.



(a)



(b)

**Figura 18:** Curvas de isodose no plano  $y = 0$  em torno de vinte fontes de  $^{192}\text{Ir}$ .  
 (a) Curvas geradas pelo ISODOSE; (b) Curvas geradas pelo PLATO.  
 Esta é a simulação de uma braquiterapia no útero de uma paciente, vista no sentido pés/cabeça.

Todas as figuras traçadas pelo ISODOSE mostram os detalhes das curvas, principalmente nos pontos singulares. Como já foi dito, isto se deve aos métodos Monte Carlo empregados, que permitem sortear pontos extremamente próximos aos singulares.

A seguir é feita uma estimativa do tempo computacional para execução do sistema de vinte fontes <sup>192</sup>Ir usado nesta 4<sup>o</sup> caso.

#### 4.3.2. ESTIMATIVA DO TEMPO COMPUTACIONAL DO ISODOSE

O tempo computacional de um programa é um item fundamental para sua viabilidade, seja qual for o seu destino. Este tempo é função do número de ciclos que o programa executa. De uma maneira bastante geral, pode-se estimar o número total de ciclos como o produto dos números de vezes que cada laço é executado no programa. Isto foi feito para o ISODOSE e o resultado está na Tabela 22, onde

- $N \equiv$  Número de fontes (fixo em 20);
- $n_{isodoses} \equiv$  Número de isodoses (fixo em 6);
- $N_{pi} \equiv$  Número de pontos por isodose (500, 1.000, 2.000);
- $ni_{Sievert} \equiv$  Número de pontos para as integrais (5, 10, 15, 20, 25, 50);
- $n_{ciclos} \equiv$  Estimativa do número de ciclos do ISODOSE para a 4<sup>a</sup> simulação ( $N \times n_{isodoses} \times N_{pi} \times ni_{Sievert}$ ).

O sistema de fontes utilizado foi o de vinte fontes de <sup>192</sup>Ir, visto dos três planos de referência, correspondentes às Figuras 16, 17 e 18.

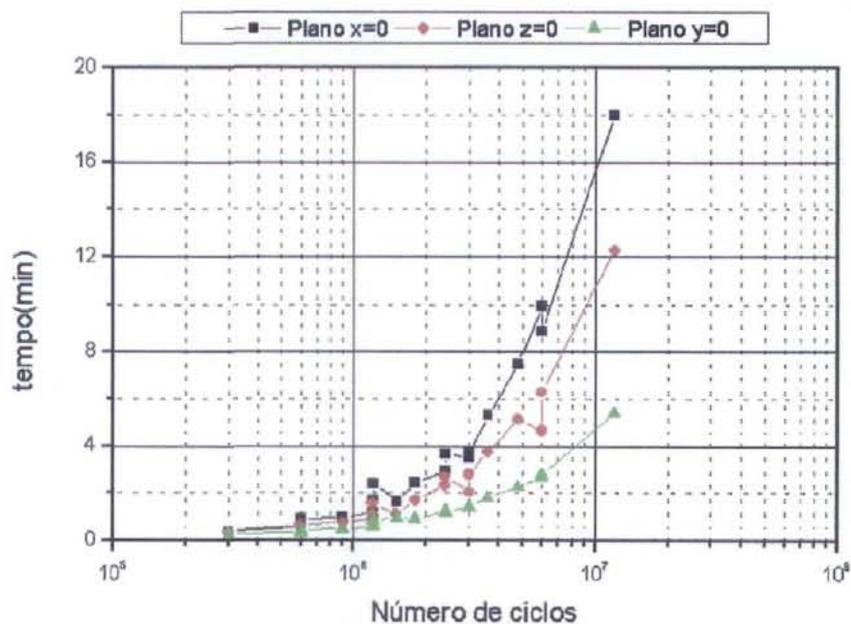
É preciso lembrar que, no laço onde o ISODOSE calcula a taxa de dose absorvida em um ponto, ele despreza as taxas não correspondentes às das isodoses procuradas. Isto significa ciclos não contados. Portanto, há mais ciclos do que os contados na Tabela 22.

Os resultados da Tabela 22 e o gráfico monolog da Figura 19 mostram que, como era de se esperar, o tempo computacional do ISODOSE cresce com o número de ciclos que ele realiza. Também mostram que este tempo depende do plano de observação. Como o sistema de fontes visto do plano  $y = 0$  possui maior simetria em torno da origem cartesiana (ver Figura 18), e o raio do campo é redefinido ao longo da execução do programa, a execução desta simulação é mais rápida do que, por exemplo, quando o sistema é visto do plano  $x = 0$ .

A linha em destaque na Tabela 22 contém o tempo computacional gasto na obtenção da Figuras 16, 17 e 18, respectivamente.

**Tabela 22:** Tempo computacional do ISODOSE para o sistema de 20 fontes de  $^{192}\text{Ir}$

N	Npi	n isodoses	ni Sievert	n ciclos	$t_{x=0}$ (min)	$t_{z=0}$ (min)	$t_{y=0}$ (min)
20	500	6	5	300.000	0,37	0,32	0,25
20	500	6	10	600.000	0,63	0,52	0,32
20	500	6	15	900.000	0,95	0,73	0,47
20	500	6	20	1.200.000	1,15	0,88	0,55
20	500	6	25	1.500.000	1,62	1,05	0,92
20	500	6	50	3.000.000	3,52	2,00	1,33
20	1.000	6	5	600.000	0,88	0,67	0,40
20	1.000	6	10	1.200.000	1,67	1,13	0,62
20	1.000	6	15	1.800.000	2,42	1,65	0,87
20	1.000	6	20	2.400.000	2,93	2,30	1,15
20	1.000	6	25	3.000.000	3,72	2,78	1,38
20	1.000	6	50	6.000.000	9,90	4,62	2,62
20	2.000	6	5	1.200.000	2,40	1,53	0,82
20	2.000	6	10	2.400.000	3,68	2,70	1,20
20	2.000	6	15	3.600.000	5,28	3,75	1,77
20	2.000	6	20	4.800.000	7,48	5,12	2,25
20	2.000	6	25	6.000.000	8,88	6,25	2,77
20	2.000	6	50	12.000.000	18,00	12,25	5,37



**Figura 19:** Tempo computacional do ISODOSE para o sistema de vinte fontes de  $^{192}\text{Ir}$ .

## 5. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Este trabalho foi desenvolvido com base nos programas GNATestes, ISievert e ISODOSE, desenvolvidos em linguagem C, onde:

- O GNATestes se destinou ao uso de seis testes estatísticos em cinco geradores de números aleatórios. Os resultados dos testes (Tabelas de 7 a 14) apontaram para o gerador de números aleatórios UNI, algoritmo usado no ISievert e no ISODOSE. Com esta excelente fonte de números aleatórios, foi possível implementar com segurança as técnicas Monte Carlo descritas na seção 2.3.4.
- O ISievert mostrou que o gerador de números aleatórios UNI produz seqüências de números uniformemente distribuídos num dado intervalo, calculando a Integral de Sievert e obtendo ótimos resultados em comparação com resultados similares contidos em SCAFF (1997) (Tabelas 15 e 16).
- E o ISODOSE calculou as taxas de dose absorvida (ou doses, quando se conhecia o tempo de duração do tratamento) em pontos monitorados, determinando curvas de isodose em simulações com diferentes sistemas de fontes radioativas lineares. Os resultados foram comparados com os obtidos por BREITMAN (1974), pelo programa BRA e pelo PLATO.

Houve uma ótima concordância entre os resultados do ISODOSE e os de BREITMAN (1974) com um erro relativo médio entre as duas contas inferior a 3% (Tabela 17).

A Figura 12 mostrou que o programa ISODOSE pode calcular taxas de dose absorvida em pontos muito próximos à fonte, podendo ser usado para simular acidentes em que, por exemplo, uma pessoa segure uma fonte ou carregue-a no bolso.

Quando foram comparados os resultados do ISODOSE com os do BRA (Tabelas de 18 e 19), se constatou o seguinte:

- O erro relativo médio entre os resultados do ISODOSE e os do BRA foi em torno de 11%;

- Os valores de taxas obtidos pelo ISODOSE foram, geralmente, menores do que os obtidos pelo BRA.

O programa BRA não é mais utilizado no planejamento da braquiterapia nos institutos de radiologia do Hospital do Câncer e do Hospital Português de Recife. Em seu lugar, atualmente, os dois institutos utilizam o programa PLATO em conjunto com todo o sistema braquiterápico desenvolvido pela NUCLETRON (2001).

Quando comparados resultados do ISODOSE com similares do PLATO, observou-se que:

- O erro relativo médio entre as doses calculadas pelos dois programas em pontos da região em torno do sistema de fontes difere muito pouco: menos de 2% quando se utilizou uma fonte de  $^{192}\text{Ir}$  (Tabela 20) e menos de 4% quando foram utilizadas 20 fontes de  $^{192}\text{Ir}$  (Tabela 21). Este pequeno erro relativo pode ser atribuído ao fato de que parâmetros como o comprimento ativo das fontes ( $L$ ) e o coeficiente de atenuação linear da cápsula que envolve as fontes ( $\mu$ ) não foram informados nas referências consultadas, tendo sido estimados com base em observações diretas do sistema no instituto de radioterapia do Hospital do Câncer do Recife;
- As anisotropias, causadas principalmente pelas singularidades dos integrandos que aparecem nas equações (40), são mais acentuadas nas curvas traçadas pelo ISODOSE. Isto porque as técnicas Monte Carlo usadas permitem sorteio de pontos extremamente próximos às singularidades.

A estimativa do tempo computacional do ISODOSE foi apresentada na Tabela 22 e na Figura 19, para o sistema de fontes mais complexo utilizado neste trabalho: 20 fontes de  $^{192}\text{Ir}$ . Uma conclusão que se pode tirar dos resultados é que este tempo é função do número de ciclos do programa, da disposição geométrica das fontes na região do tratamento e, naturalmente, do computador utilizado.

Espera-se que o ISODOSE se torne um *software* viável a pequenas clínicas que fazem braquiterapia. Para que isto seja possível é preciso, entre outras coisas:

- Adaptar o código do programa para qualquer sistema de fontes radioativas lineares usado em braquiterapia, criando arquivos de entrada específicos;

- Construir uma interface gráfica que, além de permitir ao operador uma sistematização do seu uso (banco de dados de pacientes, por exemplo), consiga boa resolução gráfica das curvas de isodose com um número razoável de pontos, que implique num tempo computacional satisfatório.

A utilização de técnicas Monte Carlo para determinação de curvas de isodose em torno de sistemas de fontes lineares foi, provavelmente, o fato mais revelador neste trabalho. Estas técnicas permitiram uma boa resolução das curvas, principalmente, nas anisotropias causadas pelas singularidades no domínio das funções integrando. Isto foi conseguido graças a um bom gerador de números aleatórios.

Enfim, pode-se concluir que os resultados do programa ISODOSE o credenciam a tornar-se uma importante ferramenta a ser utilizada no planejamento da braquiterapia em clínicas de pequeno porte.

## REFERÊNCIAS

- ATTIX, F. H. and TOCHILIN, E., **Radiation Dosimetry**, 2<sup>a</sup> ed., Vol. 3, *sources, fields, measurements, and applications*, Academic Press, (1969).
- BREITMAN, K. E., **Dose Rate Tables for Clinical Caesium Sources Sheathed in Platinum**, *British Journal of Radiology*, 47, p. 650, (1974).
- BUSTOS, O. H. e FRERY, C. A., **Simulação Estocástica: Teoria e Algoritmos (Versão Completa)**, Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA, Rio de Janeiro RJ, (1992).
- CEMBER, H., **Introduction to Health Physics**, 3<sup>a</sup> ed., McGraw-Hill, (1997).
- CERAPE. Centro de Radioterapia de Pernambuco (Hospital do Câncer, Recife-PE), **Resumo de duas simulações de braquiterapia usando fontes de Ir-192**, realizadas pelo programa Nucletron PLATO – BPS v13.7, (2000).
- CSEP (By the Computational Science Education Project), **Introduction to Monte Carlo Methods**, <http://csep1.phy.ornl.gov/CSEP/MC/NODE1A.html>, página visitada em Jul./2000, (1995).
- ENTACHER, K., **Linear Congruential Generator: LCG**, <http://crypto.mat.sbg.ac.at/results/karl/server/node3.html>, página visitada em Abr./2001, (2000).
- GOULD, H. and TOBOCHNIK, J., **An Introduction to Computer Simulation Methods – Applications to Physical Systems**, 2<sup>a</sup> ed., Wesley, (1996).
- HUANG, K., **Statistical Mechanics**, 2<sup>a</sup> ed., Wesley, (1987).
- ICRU, **Fundamental Quantities and Units for Ionizing Radiation**, ICRU Report 60, (1998).
- KNUTH, D. E., **The Art of Computer Programming: Seminumerical Algorithms**, Vol.2, 3<sup>a</sup> ed., Wesley, (1997).
- MARANHÃO, F. B., **Cálculo de Doses e Determinação de Curvas de Isodose em Braquiterapia**, Dissertação de Mestrado, UFPE, (1999).

MARSAGLIA, G., DIEHARD, *Source Files in C*, <http://stat.fsu.edu/~geo/>, consultada em Nov. 2000.

MEISBERGER, L. L., KELLER, R. and SHALEK, R. J., **The Effective Attenuation in Water of the Gamma Rays of Gold-198, Iridium-192, Cesium-137, Radium-226 and Cobalt-60**, *Radiology*, **90**, 953, (1968).

METROPOLIS, N. and ULAM, S., **The Monte Carlo Method**, *J. Amer. Stat. Assoc.*, **44**, 335, (1949).

MEYER, P. L., **PROBABILIDADE Aplicações à Estatística**, 2ª Ed., Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro RJ, (2000).

NUCLETRON Home page, **PLATO Complete**, <http://www.nucletron.com/>, página visitada em Abr. 2001, (2001).

PERES, N. M. R., **Métodos de Monte Carlo**, <http://evunix.uevora.pt/~peres/MCF/node23.html>, página visitada em Mai./2001, (2001).

PLLANA, S., **History Of Monte Carlo Method**, <http://stud4.tuwien.ac.at/~e9527412/index.html>, página visitada em Jul./2001, (2000).

PRESS, W. H., TEUKOLSKY, S. A., VETTERLING, W. T. and FLANNERY, B. P., **Numerical Recipes in C – The Art of Scientific Computing**, 2ª ed., Cambridge University Press, (1992).

SCAFF, L. A. M., **Física da Radioterapia**, Sarvier, São Paulo, (1997).

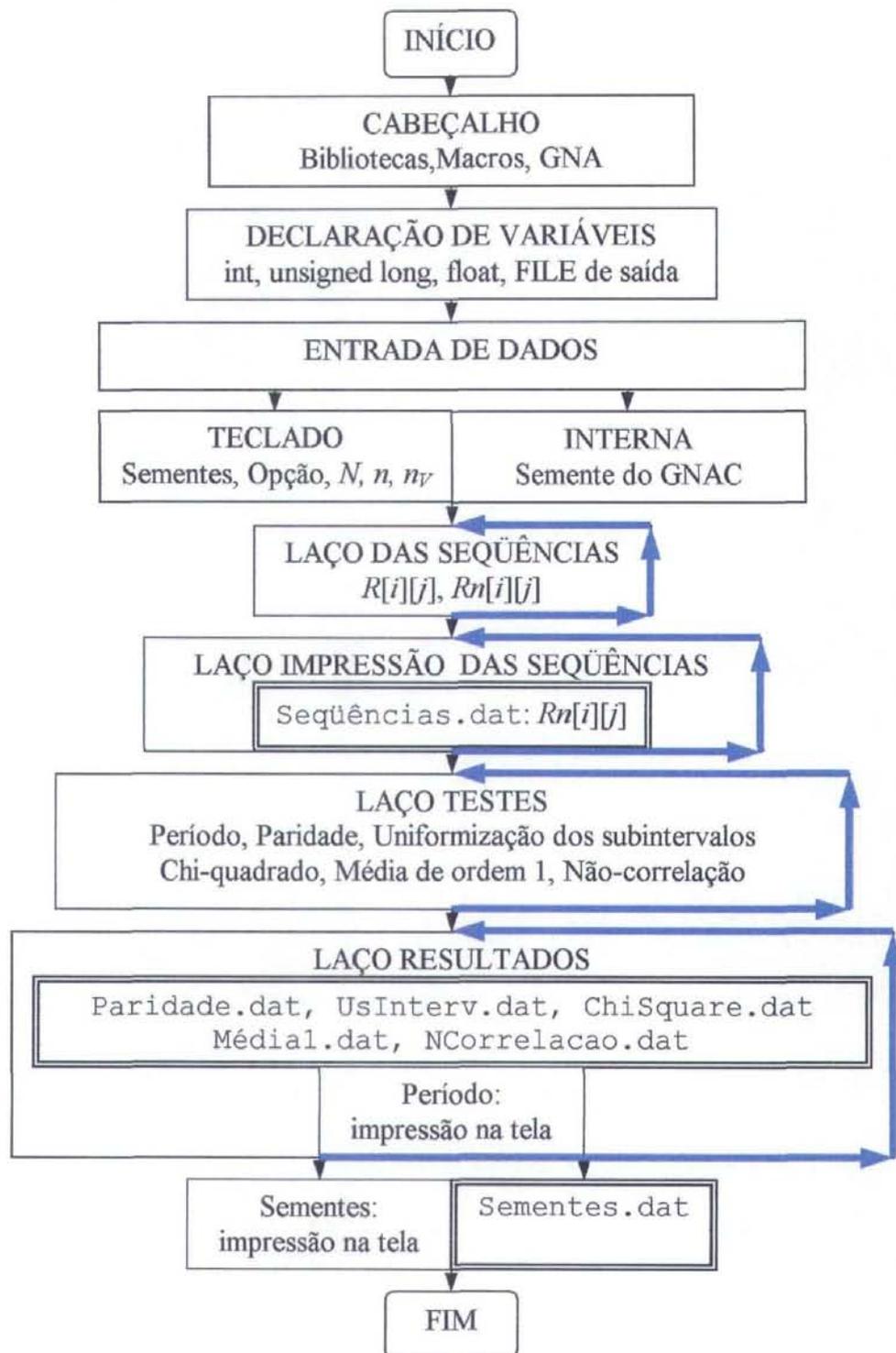
SCHILDT, H., **C Completo e Total**, 3ª ed., Makron Books, São Paulo, (1996).

SOUZA, S. R., **O Modelo de Ising**, [www.if.ufrj.br/teaching/sergio/ising/ising.html](http://www.if.ufrj.br/teaching/sergio/ising/ising.html), página visitada em Abr. 2001, (1997).

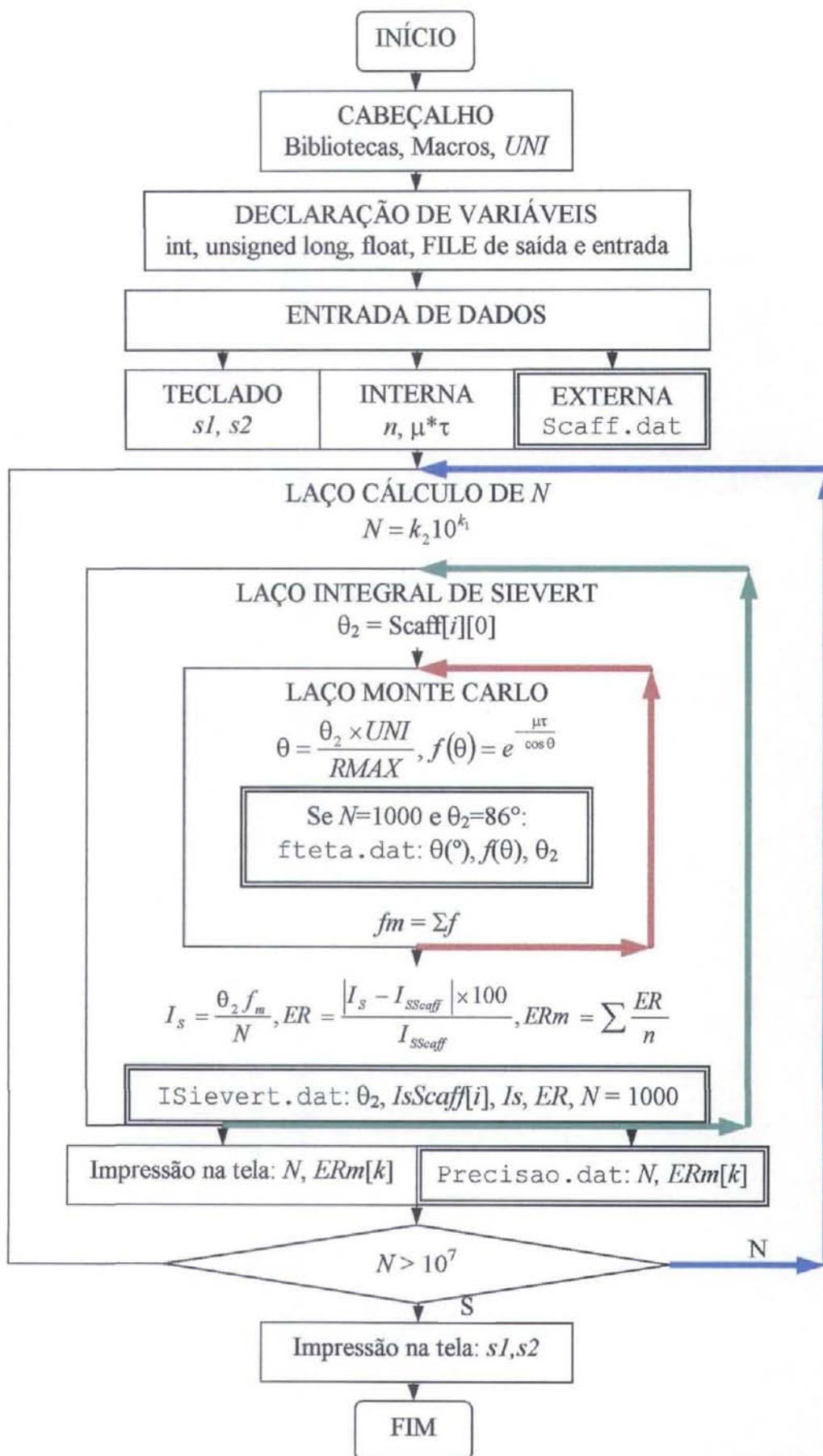
TURNER, J. E., WHIGHT, A. H. and HAMM, R. N., **A Monte Carlo Primer Health Physicists**, (*Review Article*), *Health Physics*, Vol. **48**, pp. 717-733, USA, (1985).

## APÊNDICE: FLUXOGRAMAS

### A. FLUXOGRAMA DO GNATestes



**B. FLUXOGRAMA DO ISievert**



C. FLUXOGRAMA DO ISODOSE

