

PREMIER MINISTRE  
COMMISSARIAT A  
L'ÉNERGIE ATOMIQUE

**CONTRIBUTION A L'ETUDE  
DE L'ÉCOULEMENT TURBULENT  
DANS UNE CONDUITE CYLINDRIQUE  
A PAROI POREUSE**

par

Henri BURNAGE

*Institut de Mécanique Statistique de la Turbulence*

**Rapport C E A N° 2208**

**1962**

CENTRE D'ETUDES  
NUCLÉAIRES DE SACLAY

# PUBLICATIONS SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES

DU MINISTÈRE DE L'AIR

NOTES TECHNIQUES

TRAVAUX DE L'INSTITUT DE MÉCANIQUE STATISTIQUE  
DE LA TURBULENCE

## CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE L'ÉCOULEMENT TURBULENT DANS UNE CONDUITE CYLINDRIQUE A PAROI POREUSE

PAR

HENRI BURNAGE  
DOCTEUR D'AÉRODYNAMIQUE

PRÉFACE DE A. FAVRE  
PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE MARSEILLE  
DIRECTEUR DE L'I.M.S.T.



EN VENTE  
AU SERVICE DE DOCUMENTATION ET D'INFORMATION TECHNIQUE  
DE L'AÉRONAUTIQUE

MAGASIN C. T. O. : 2, AVENUE DE LA PORTE-D'ISSY, PARIS (15<sup>e</sup>)

1962

**N° N. T. 114**

## DERNIÈRES PUBLICATIONS PARUES DANS LA MÊME SÉRIE

### Numéros

90. — H. BÜCKLE. — *L'essai de microdureté et ses applications* (mars 1960).
  91. — Alenouche TÉRYAN. — *Recherches sur les propriétés optiques des carbures aromatiques* (août 1960).
  92. — Jean-Paul PÉREZ y JORBA. — *Étude des spins et parités de niveaux excités de noyaux par des méthodes d'orientation aux basses températures, de corrélations angulaires et de corrélations direction-polarisation* (septembre 1960).
  93. — Claude J. GARIGUES. — *Contribution à la chimie des solutions aqueuses de titane tétravalent* (novembre 1960).
  94. — J. J. C. PICOT. — *Étude expérimentale de la convection de la chaleur dans un canal avec profils de vitesse variables* (décembre 1960).
  95. — Charles HERVÉ. — *Contribution à l'étude des caractéristiques vibratoires non linéaires d'une éprouvette en matériau plastique* (janvier 1961).
  96. — Gerhard SCHEUCH. — *Étude de la répartition des contraintes sous les dalles reposant sur le sol : fondations, routes, pistes d'aérodrome* (avril 1961).
  97. — Marie-Claude PETIT. — *Contribution à l'étude des phénomènes aux électrodes au cours de la dissolution anodique du cuivre dans l'acide phosphorique concentré* (juin 1961).
  98. — *Actes des colloques de calcul numérique* (Namur 1959 - Angers 1959) (juin 1961).
  99. — *Actes du colloque « Calcul numérique, calcul physique »* (Paris, le 19 mars 1960) (juin 1961).
  100. — Jean MONTUELLE. — *Sur la mise en évidence de la compétition entre les phénomènes de polygonisation et de recristallisation* (septembre 1961).
  101. — Charles BORY, Jean GOSSE, Léo de PERETTI. — *Étude expérimentale de la diffusion au sein d'un écoulement turbulent (chaleur, matière, quantité de mouvement)* (septembre 1961).
  102. — Pierre CALVET et Dietrich FAULMANN. — *Bases de calcul des conditions limites de vol permanent hypersonique imposées par l'échauffement aérodynamique* (septembre 1961).
  103. — J.-Philippe BERGE. — *Étude de la stabilité de la passivité des aciers inoxydables en solution sulfurique* (octobre 1961).
  104. — Raymond SIFFERLEN. — *Sur la structure de l'interface fer-oxyde de fer et sur l'insolubilité de l'oxygène dans le fer de haute pureté* (octobre 1961).
  105. — Claude MATHURIN. — *Fonction caractéristique d'un contour algébrique simple. Application à l'équation  $\Delta \Delta \varphi = 0$  de l'élastostatique plane* (février 1962).
  106. — Dhetty BLET-TALBOT. — *Étude thermodynamique des photopiles au sélénium au moyen de l'analyse thermique différentielle* (février 1962).
  107. — Jean Ch. VIÉNOT. — *Réalisation d'un périodographe optique. Applications à l'étude des fonctions de transparence* (mars 1962).
  108. — Jean MARTINET. — *Contribution à l'étude de la thermocimétrie : les méthodes transitoires et leurs applications* (mars 1962).
  109. — Claudette RIGAUD. — *Étude de la structure de bandes du tellure par les phénomènes de transport* (avril 1962).
  110. — Noël GASTINEL. — *Matrices du second degré et normes générales en analyse numérique linéaire* (avril 1962).
  111. — Francisque SALLES. — *Utilisation en technique des équations et systèmes différentiels. Exemples pratiques d'emploi* (mai 1962).
  112. — F. DENNERY et R. GUENOT. — *Contribution à l'étude des sources calorifiques dans les problèmes de conduction* (juillet 1962).
  113. — Michel COANTIC. — *Contribution à l'étude théorique et expérimentale de l'écoulement turbulent dans un tube circulaire* (août 1962).
  114. — Henri BURNAGE. — *Contribution à l'étude de l'écoulement turbulent dans une conduite cylindrique à paroi poreuse* (août 1962).
-

## DERNIÈRES PUBLICATIONS PARUES DANS LA SÉRIE DES BULLETINS DES SERVICES TECHNIQUES

### Numéros

103. — M. AUBERT et J. VILLEY. — *Recherches physicochimiques sur les carburants et les lubrifiants* (mai 1943).
104. — Fernand CHARRON. — *Étude des cycles d'hystérésis des capsules altimétriques en fonction de la vitesse des parcours* (mai 1943).
105. — Jean VILLEY. — *Les souffleries aérodynamiques à grandes vitesses* (mai 1943).
106. — Guy MAILLART. — *Aspiration des couches limites* (mai 1946).
107. — Georges DUBOIS. — *Étude expérimentale de la vrille* (mai 1946).
108. — Guy ROBERT. — *Théorie des compas magnétiques et des indicateurs de cap utilisés en aviation* (octobre 1946).
109. — Henri PORTIER. — *Les tracés des pièces de fonderie en alliages légers et ultra-légers* (février 1947).
110. — Donatien COT. — *Exposé des méthodes de calcul des éphémérides aéronautiques pour 1947 et 1948* (mai 1949).
111. — Robert GENTY. — *Le point astronomique à terre, sans instrument* (septembre 1949).
112. — F. T. SALLES. — *Détermination d'un état plan des contraintes à l'aide d'un extensomètre à résistance électrique à trois directions (rosette). Abaques pratiques d'emploi* (décembre 1949).
113. — B. DUBUISSON. — *Restitution planimétrique des photographies aériennes. Instruments et méthodes* (janvier 1950).
114. — R. ROUANET. — *Contribution à l'aide des avions à ailes déformables* (avril 1951).
115. — F. SALLES et C. THORN. — *Méthode des différences finies appliquée aux problèmes bi-dimensionnels de calcul des contraintes d'une plaque* (mai 1951).
116. — Pierre BARCHWITZ, Gilbert AMAT et Colette ROSSETTI. — *Contribution à l'étude de la transmission infrarouge de la basse atmosphère* (février 1954).
117. — Roger BÉTEILLE. — *Éléments de base des mesures en vol* (décembre 1954).
118. — François VIOLETTE. — *Étude expérimentale et théorique de la décompression explosive et de ses effets physiologiques* (novembre 1955).
119. — Robert LÉCARDONNEL. — *La rénovation de la Soufflerie S3 du Service Technique Aéronautique* (mai 1957).
120. — André FAUQUET. — *Limites d'applications de la théorie de la ligne portante au calcul d'ailes d'avions munies de spoilers* (décembre 1957).
121. — Maurice BRUNET. — *Écoulement des liquides visqueux dans des canaux resserrés — Ses lois, ses applications* (décembre 1958).
122. — *Caractéristiques des aciers* (décembre 1958).
123. — Donatien COT. — *Éléments des calculs d'interpolation* (mai 1959).
124. — M. KADOSCH. — *Mécanisme de la déviation des jets propulsifs* (novembre 1959).
125. — M. André PAPON. — *Sur le calcul des grilles de profils* (novembre 1960).
126. — G. CZERWENKA. — *Théorie du calcul des cerces* (janvier 1961).
127. — A. SAULNIER et R. DEVELAY. — *Structures et propriétés caractéristiques de quelques alliages de titane* (décembre 1961).

## DERNIÈRES PUBLICATIONS PARUES DANS LA SÉRIE GRISE

### Numéros

353. — André MARTINOT-LAGARDE. — *Sur quelques problèmes posés par l'expérimentation en soufflerie aérodynamique* (octobre 1959).
354. — F. Marcel DEVIENNE, Georges M. FORESTIER, André F. ROUSTAN. — *Construction et étalonnage d'une soufflerie à gaz très raréfié* (octobre 1959).
355. — Jean-François DONAND. — *Explorations de la couche limite, en turbulence naturelle et en turbulence provoquée, dans le cas d'un écoulement supersonique le long d'une plaque plane* (décembre 1959).
356. — Jean CRISTESCU. — *Doublet d'hélices coaxiales. Hélice unique* (décembre 1959).
357. — Jules CAISSO. — *Contribution à l'étude du phénomène de Portevin-Le Chatelier* (février 1960).
358. — Gérard HACQUES. — *Problèmes de la surface portante annulaire traités par la méthode des analogies rhéoelectriques* (mars 1960).
359. — Roger CURTET. — *Sur l'écoulement d'un jet entre parois* (mars 1960).
360. — Roger DEPASSEL. — *Écoulement de l'air à grande vitesse dans un tuyau de section circulaire* (mars 1960).
361. — Roger BOUYER. — *Application de la méthode optique du contraste de phase à l'étude des écoulements gazeux* (mai 1960).
362. — Osmane AÏDI. — *Contribution à l'étude des diffuseurs courts de révolution* (juin 1960).
363. — Jean LUNEAU. — *Sur l'influence de l'accélération sur la résistance au mouvement dans les fluides* (août 1960).
364. — Roger DER AGOBIAN. — *Étude expérimentale des ondes de choc produites par décharges d'un condensateur dans un tube à gaz* (septembre 1960).
365. — Pierre COUVERTIER. — *Application des décharges électriques à l'exploration des écoulements gazeux aux grandes vitesses* (septembre 1960).
366. — N. MANSON. — *Détermination, par la « méthode inverse », des caractéristiques des ondes explosives* (septembre 1960).
367. — Gérard GONTIER. — *Mise en œuvre d'un procédé de détermination expérimentale du domaine transsonique dans un écoulement de type mixte* (octobre 1960).
368. — François-Joseph BOURRIÈRES. — *Équations intrinsèques du mouvement à trois dimensions des fluides à viscosité* (octobre 1960).
369. — Émile RODET. — *Étude de l'écoulement d'un fluide dans un tunnel prismatique de section trapézoïdale* (novembre 1960).
370. — N. SIVOLOBOV. — *Contribution à la détermination des limites d'inflammabilité des hydrocarbures* (novembre 1960).
371. — Gilles BATAILLER. — *Chronophotographie électronique. Application à l'étude des phénomènes aérodynamiques évolutifs* (décembre 1960).
372. — R. COMOLET. — *Contribution à l'étude du rendement d'une turbomachine axiale à fluide incompressible* (décembre 1960).
373. — P. GIRARDIN et F. TESSON. — *Les effets secondaires de jet d'un engin autopropulsé* (décembre 1960).
374. — Jean MATHIEU. — *Contribution à l'étude aérothermique d'un jet plan évoluant en présence d'une paroi* (janvier 1961).
375. — André DAUBERT. — *Théorie approchée de la houle pure et de la houle complexe* (février 1961).
376. — Roland FUCHSHUBER. — *Étude mathématique de l'influence des dimensions finies de la veine d'air autour d'un modèle, dans les souffleries, pour le domaine de l'écoulement compressible subsonique* (octobre 1961).
377. — A. FAVRE, R. DUMAS et E. VEROLLET. — *Couche limite sur paroi plane poreuse avec aspiration* (octobre 1961).

## Numéros

378. — Ahmet BUYUKTUR. — *Amortissement des perturbations dans les canalisations cylindriques longues* (octobre 1961).
379. — Pierre VERNOTTE. — *Thermocnéttique générale* (novembre 1961).
380. — Che-Pen CHEN. — *Contribution à l'étude des pertes de charge dans les canaux* (novembre 1961).
381. — Ambarish GHOSH. — *Contribution à l'étude de la couche limite laminaire instationnaire* (novembre 1961).
382. — S. CASACCI. — *Flexion des coques de révolution soumises à des champs axisymétriques de forces et de températures* (janvier 1962).
383. — Bernard LE FUR. — *Nouvelle méthode de résolution par itération des équations dynamique et thermique de la couche limite laminaire* (mars 1962).
384. — Pierre CASAL. — *Théorie tourbillonnaire de l'aile portante de très faible envergure* (mars 1962).
385. — J. GAVIGLIO. — *Sur quelques problèmes de mesures de turbulence, effectuées à l'aide de l'anémomètre à fils chauds parcourus par un courant d'intensité constante* (avril 1962).
386. — Claude GASC. — *Contribution à l'étude de la texture cristalline et des propriétés mécaniques du béryllium transformé* (avril 1962).
387. — Jacqueline NAZE. — *Sur l'équation de Boltzmann des gaz faiblement ionisés* (août 1962).
388. — Stéphane THOUVENOT. — *Propriétés arithmétiques déduites d'une présentation simplifiée de la formule du binôme* (août 1962).

## En réédition

- 237 a. — L. AGOSTINI et J. BASS. — *Les théories de la turbulence* (mai 1950). Deuxième édition, revue et complétée (mai 1960).
- 259 a. — Pierre VERNOTTE. — *Séries de Fourier, régularité, séries divergentes et formulation expérimentale*. Deuxième édition (novembre 1961).
- 266 a. — G. RIBAUD. — *Constantes thermodynamiques des gaz aux températures élevées* (décembre 1952). Deuxième édition, revue et complétée (mai 1961).

## Hors série

- Leçons sur la résistance des fluides non visqueux*, professées par Paul PAINLEVÉ, rédigées par A. MÉTRAL et R. MAZET, revues par R. MAZET (tome I).
- Leçons sur la résistance des fluides non visqueux*, professées par Paul PAINLEVÉ, rédigées par A. MÉTRAL et R. MAZET, revues par R. MAZET (1949, tome II) (janvier 1950).
- Mémoires sur la Mécanique des Fluides*, offerts à M. Dimitri P. RIABOUCHINSKY par ses amis, ses collègues et ses anciens élèves à l'occasion de son Jubilé Scientifique (juin 1954).
- Recherches sur l'hydrodynamique*, par Pierre DUEM (septembre 1961).

**PUBLICATIONS SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES**  
**DU MINISTÈRE DE L'AIR**

NOTES TECHNIQUES

TRAVAUX DE L'INSTITUT DE MÉCANIQUE STATISTIQUE  
DE LA TURBULENCE

**CONTRIBUTION A L'ÉTUDE**  
**DE L'ÉCOULEMENT TURBULENT**  
**DANS UNE CONDUITE CYLINDRIQUE**  
**A PAROI POREUSE**

PAR

**HENRI BURNAGE**  
DOCTEUR D'AÉRODYNAMIQUE

PRÉFACE DE A. FAVRE  
PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE MARSEILLE  
DIRECTEUR DE L'I.M.S.T.



EN VENTE  
AU SERVICE DE DOCUMENTATION ET D'INFORMATION TECHNIQUE  
DE L'AÉRONAUTIQUE

MAGASIN C. T. O. : 2, AVENUE DE LA PORTE-D'ISSY, PARIS (15<sup>e</sup>)

1962

**N° N.T. 114**

*Tous droits de reproduction et de traduction réservés*

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE  
DE L'ÉCOULEMENT TURBULENT  
DANS UNE CONDUITE CYLINDRIQUE  
A PAROI POREUSE

---

## SOMMAIRE

---

Une étude théorique de l'écoulement turbulent pleinement développé dans une conduite cylindrique de section circulaire soumise à une aspiration pariétale uniforme a été entreprise. Elle a permis de trouver une relation donnant le coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration local et du gradient de pression statique longitudinal. Une méthode de calcul des tensions de Reynolds à partir des mesures de pression a été établie.

Un dispositif expérimental a été réalisé et mis au point.

Des mesures de pression ont été effectuées.

L'utilisation des résultats expérimentaux a permis d'obtenir une expression semi-empirique du coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration, du nombre de Reynolds d'entrée et de l'abscisse.

---

## PRÉFACE

*Les travaux effectués par M. BURNAGE, concernant l'écoulement turbulent pleinement développé dans une conduite cylindrique avec aspiration pariétale, participent au programme des recherches scientifiques de l'Institut de Mécanique Statistique de la Turbulence.*

*Les travaux entrepris à l'I.M.S.T. ont pour objet l'étude de plusieurs écoulements turbulents, du point de vue théorique et expérimental, et comportent des explorations de ces écoulements aussi complètes que possible, par la mesure des différents termes des équations qui les régissent.*

*Les principaux mouvements étudiés sont, d'une part, les couches limites incompressibles sur parois planes étanches, sur parois planes chauffées, sur parois planes poreuses avec aspiration, les couches limites supersoniques sur paroi plane; d'autre part, les écoulements incompressibles en conduites cylindriques étanches, chauffées, poreuses avec aspiration.*

*L'étude de M. BURNAGE constitue une suite de celle de M. COANTIC qui concerne l'écoulement turbulent pleinement développé en conduite cylindrique étanche, et un complément de celle que nous avons entreprise avec MM. DUMAS et VÉROLLET, pour le Commissariat à l'Énergie Atomique, relative à la couche limite sur une paroi plane poreuse avec aspiration.*

*L'auteur examine d'abord le problème à la lumière des équations établies par BERMAN et WEISSBERG, qu'il présente sous une forme améliorée, et il calcule les tensions de Reynolds d'après les pressions.*

*Il décrit ensuite l'appareillage expérimental, avec le dispositif qu'il a réalisé permettant l'aspiration pariétale, les mesures de pression et de débit, leur contrôle. La précision des mesures est, en fait, limitée par les imperfections de forme et d'homogénéité du tube poreux, dont la technologie est délicate.*

*Les résultats concordent avec ceux concernant l'action de l'aspiration sur la couche limite d'une plaque plane, mais font apparaître les effets plus importants dus à la diminution du débit provoquée par l'aspiration.*

*M. BURNAGE donne la distribution de la composante radiale de la vitesse moyenne, qui présente un maximum au voisinage de la paroi, et justifie, du point de vue théorique, l'existence de ce maximum.*

*Les mesures mettent en évidence la variation quasi linéaire du gradient de pression statique en fonction du taux d'aspiration, limité à quelques millièmes.*

*Le coefficient de frottement à la paroi est calculé semi-empiriquement, en fonction du taux d'aspiration et de l'abscisse longitudinale, en utilisant le résultat précédent.*

*En première analyse, les effets principaux de l'aspiration sont presque linéaires lorsque le taux d'aspiration ne dépasse pas la valeur du coefficient de frottement à la paroi en l'absence d'aspiration, pour la couche limite, et une fraction de celui-ci, pour l'écoulement dans le tube.*

*Cette étude a été faite, par M. BURNAGE, avec méthode et avec conscience ; elle confirme les effets connus de l'aspiration pariétale, et apporte des résultats complémentaires dont certains, concernant le frottement à la paroi, ont déjà été utilisés dans d'importantes applications.*

A. FAVRE,

Professeur à la Faculté des Sciences de Marseille,  
Directeur de l'I.M.S.T.

---

# TABLE DES MATIÈRES

---

	PAGES
	—
<b>1 Introduction</b> .....	1
LISTE DES SYMBOLES .....	3
<b>2 Étude théorique</b> .....	5
2,1 Coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration ..	5
2,2 Expression des tensions de Reynolds dans le cas des taux d'aspiration très faibles .....	8
<b>3 Appareillage expérimental</b> .....	10
3,1 Soufflerie aérodynamique .....	10
3,2 Dispositif d'aspiration .....	12
3,3 Maquette à paroi poreuse .....	12
3,4 Mesure des pressions .....	14
<b>4 Méthode expérimentale</b> .....	17
4,1 Établissement de l'écoulement turbulent pleinement développé avec aspiration pariétale uniforme .....	17
4,2 Paramètres définissant l'écoulement .....	17
4,3 Contrôle des paramètres de l'écoulement .....	18
4,4 Gradients de pression .....	19
<b>5 Résultats de mesures</b> .....	21
<b>6 Conclusions</b> .....	37
TABLEAUX .....	39
BIBLIOGRAPHIE .....	45

---

## INTRODUCTION

L'effet du contrôle des couches limites laminaires ou turbulentes par l'aspiration pariétale a fait, depuis longtemps, l'objet de nombreuses recherches suscitées par les effets de réduction de traînée observés sur les ailes d'avion. Le problème de l'écoulement laminaire sur plaque plane avec aspiration fut analysé par SCHLICHTING qui a pu déterminer le profil des vitesses dans la couche limite par intégration des équations de NAVIER-STOKES loin en aval dans la zone perméable. Plus récemment, une étude expérimentale de l'influence de l'aspiration sur la couche limite turbulente sur paroi plane a été faite à l'Institut de Mécanique Statistique de la Turbulence par A. FAVRE, R. DUMAS et E. VEROLLET où l'on a examiné l'effet de l'extraction de fluide par la paroi sur les paramètres turbulents de la couche limite. Il était intéressant de mener parallèlement à ce travail, un programme de recherches effectuées sur l'écoulement à l'intérieur d'une conduite cylindrique, pour comparer les effets de l'aspiration dans les deux types d'écoulement. Il fallait, avant toute chose, préciser la nature du problème du point de vue théorique, choisir les paramètres définissant l'écoulement, puis réaliser un appareillage permettant d'en aborder l'étude expérimentale. L'interprétation des mesures de pression a donné des renseignements sur l'évolution du phénomène. Ce sont ces résultats qui sont présentés dans ce travail, en attendant que soient effectuées des mesures plus détaillées et plus complètes à l'aide de l'anémomètre à fil chaud.

M. le Professeur A. FAVRE, Directeur de l'I.M.S.T., qui m'avait attribué ce programme de recherches, m'a constamment guidé et prodigué ses conseils, qu'il trouve ici l'expression respectueuse de ma profonde gratitude.

C'est avec plaisir que je m'acquitte de ma dette envers M. R. DUMAS, Maître Assistant à la Faculté des Sciences, Sous-Directeur de l'I.M.S.T., pour avoir très souvent examiné et critiqué mes résultats et pour avoir tout fait pour faciliter ma tâche.

M. J. GAVIGLIO, Ingénieur Chef de Groupe de Recherches à l'O.N.E.R.A., a souvent écouté avec indulgence et esprit critique les exposés théoriques et les discussions de résultats d'où est finalement sorti le présent travail. Je le remercie très vivement de son aide amicale et efficace.

Je remercie également mes collègues et tout le personnel technique de l'Institut de leurs encouragements et de leur collaboration sans laquelle cette thèse n'aurait jamais vu le jour : MM. ASTIER, qui a contribué à illustrer ce mémoire, BAHUON, Physicien

Adjoint au C.N.R.S., MAZZANTINI, Modeleur, MORAND, Électricien, ainsi que M<sup>me</sup> MAGLIONE et M<sup>lle</sup> CIAVALDINI, employées au Secrétariat.

Le Commissariat à l'Énergie Atomique a subventionné et suivi de près ce travail, je le remercie vivement de son aide et de m'avoir permis de faire état de résultats lui appartenant.

Ma profonde gratitude va tout particulièrement à M. l'Ingénieur D. MASSIGNON, Adjoint au Chef du Département de Physico-Chimie du Commissariat à l'Énergie Atomique, qui a été à l'origine de ces recherches et dont l'intérêt constant et la bienveillante attention m'ont continuellement encouragé.

---

## LISTE DES SYMBOLES

$x$ .....	Abscisse longitudinale parallèle à l'axe du tube : origine à section d'entrée.
$r$ .....	Abscisse radiale origine sur l'axe du tube, positive en s'éloignant de l'axe.
$\theta$ .....	Angle méridien mesuré depuis une direction origine.
$a$ .....	Rayon du tube (3,91 cm).
$L$ .....	Longueur du tube soumise à l'aspiration.
$t$ .....	Temps.
$U$ .....	Composante de la vitesse moyenne parallèle à l'axe du tube.
$V$ .....	Composante de la vitesse moyenne radiale.
$W$ .....	Composante de la vitesse moyenne tangentielle.
$u'$ .....	Composante fluctuante de la vitesse moyenne parallèle à l'axe du tube.
$v'$ .....	Composante fluctuante radiale de la vitesse moyenne.
$w'$ .....	Composante fluctuante tangentielle de la vitesse moyenne.
$\tilde{U}$ .....	Vitesse moyenne longitudinale de débit : $\tilde{U} = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a 2 \pi U r dr$ .
$\tilde{U}_0$ .....	Vitesse moyenne longitudinale de débit à l'entrée du tube poreux (7,75 m/s pour toutes les mesures).
$U_{e\max}$ .....	Vitesse moyenne au centre de la section d'entrée.
$v_0$ .....	Vitesse normale à la paroi (positive dans le cas de l'aspiration).
$A = \frac{v_0}{\tilde{U}}$ .....	Taux d'aspiration local.
$\bar{A} = \frac{v_0}{\tilde{U}_0}$ .....	Taux d'aspiration général.
$p$ .....	Pression statique.
$p_{AT}$ .....	Pression atmosphérique.
$p_D$ .....	Pression différentielle.
$\left[ \frac{\partial p}{\partial x} \right]_A$ .....	Gradient de pression statique avec aspiration.
$\left[ \frac{\partial p}{\partial x} \right]_0$ .....	Gradient de pression statique sans aspiration.
$\rho$ .....	Masse spécifique de l'air.

$\mu$ .....	Coefficient de viscosité de l'air.
$\nu$ .....	Coefficient de viscosité cinématique de l'air.
$\tau_0$ .....	Effort de frottement à la paroi.
$V^*$ .....	Vitesse de frottement.
$C_{f_A}$ .....	Coefficient de frottement à la paroi avec aspiration.
$C_{f_0}$ .....	Coefficient de frottement à la paroi sans aspiration.
$R_e$ .....	Nombre de Reynolds à l'entrée du tube poreux $\left( R_e = \frac{2 a \tilde{U}_0}{\nu}; 40\ 800 \right.$ dans toutes les expériences).
$R_A$ .....	Nombre de Reynolds d'aspiration $R_A = \frac{2 a v_0}{\nu}$ .
$\alpha$ .....	Taux de variation du gradient de pression statique longitudinal en fonction du taux d'aspiration général $\alpha = \frac{\partial}{\partial A} \left[ \frac{a}{2 \rho} \tilde{U}_0^2 \frac{\partial p}{\partial x} \right]$ .
$k$ .....	Constante $k = 4 - \frac{\alpha}{2}$ .
$G$ .....	Porosité exprimée en moles/mn.cm <sup>2</sup> .mm.cm Hg.

On considère un écoulement turbulent pleinement développé stationnaire, à l'intérieur d'une conduite cylindrique de section circulaire (rayon  $a$ ) à paroi poreuse soumise à une aspiration uniforme qui se traduit par une vitesse moyenne normale à la paroi  $V(x, a) = v_0$ .

### 2,1 CALCUL DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT A LA PAROI

L'équation de quantité de mouvement suivant l'axe du tube s'écrit avec les notations habituelles :

$$(1) \quad \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{W}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} \right] \\ - \frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \overline{u'v'} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \overline{u'w'}$$

et l'équation de conservation de la masse :

$$(2) \quad \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} rV + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} = 0.$$

Si l'on considère un écoulement turbulent pleinement développé dans une conduite cylindrique de section circulaire, le mouvement étant stationnaire, on a :

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0.$$

De plus,  $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$  en vertu de la symétrie de l'écoulement; on fera aussi l'hypothèse qu'il n'y a pas de rotation d'ensemble soit  $W = 0$ .

Les équations (1) et (2) deviennent respectivement :

$$(3) \quad U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \overline{u'^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \overline{u'v'};$$

$$(4) \quad \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} rV = 0.$$

On peut mettre l'équation (3) sous la forme :

$$(5) \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{U^2}{2} + \bar{u}'^2 + \frac{p}{\rho} - v \frac{\partial U}{\partial x} \right] = -V \frac{\partial U}{\partial r} + v \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{v \partial U}{r \partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \bar{u}' v'$$

en groupant les deuxième et troisième termes du second membre de (5) et en décomposant le premier terme, il vient :

$$(6) \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{U^2}{2} + \bar{u}'^2 + \frac{p}{\rho} - v \frac{\partial U}{\partial x} \right] = -\frac{\partial}{\partial r} UV + U \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{v \partial}{r \partial r} \left( r \frac{\partial U}{\partial r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \bar{u}' v'.$$

D'autre part, l'équation (4) développée et multipliée par U donne :

$$U \frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{1}{2} \frac{\partial U^2}{\partial x} - \frac{UV}{r},$$

et en remplaçant dans l'équation (6), on obtient :

$$(7) \quad r \frac{\partial}{\partial x} \left[ U^2 + \bar{u}'^2 + \frac{p}{\rho} - v \frac{\partial U}{\partial x} \right] = -\frac{\partial}{\partial r} r \left[ UV + \bar{u}' v' - v \frac{\partial U}{\partial r} \right],$$

on peut intégrer de 0 à r les deux membres de cette équation, on trouve alors :

$$(8) \quad -\frac{\partial}{\partial x} \int_0^r r \left[ U^2 + \bar{u}'^2 + \frac{p}{\rho} - v \frac{\partial U}{\partial x} \right] dr = r \left[ UV + \bar{u}' v' - v \frac{\partial U}{\partial r} \right],$$

l'intégrale  $-\int_0^r \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} r dr$  doit être étudiée séparément.

En effet :

$$-\int_0^r \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} r dr = -\frac{r^2}{2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \int_0^r \frac{r^2}{2} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial r} dr.$$

On sait que dans le cas de l'écoulement turbulent pleinement développé dans une conduite cylindrique de section circulaire  $\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial r}$  est nul.

Par ailleurs, BERMAN a démontré qu'en écoulement laminaire en tube circulaire avec aspiration pariétale uniforme ce terme est également nul. Il paraît donc raisonnable de supposer qu'il sera négligeable dans le cas considéré. Ainsi, l'équation (8) deviendra :

$$(9) \quad -\frac{r^2}{2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^r r \left[ U^2 + \bar{u}'^2 - v \frac{\partial U}{\partial x} \right] dr = r \left[ UV + \bar{u}' v' - v \frac{\partial U}{\partial r} \right].$$

On remarquera que l'intégrale :

$$\frac{2}{a^2} \int_0^r r \Phi(x, r) dr$$

représente le débit de la fonction  $\Phi(x, r)$  à travers une section circulaire de rayon  $r$  concentrique du tube en particulier :

$$\frac{2}{a^2} \int_0^a r \Phi(x, r) dr = \tilde{\varphi}(x)$$

représente le débit de  $\Phi$  à travers toute la section considérée.

L'équation (9) intégrée de 0 à  $a$  donne donc :

$$(10) \quad -\frac{a}{2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{a}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \tilde{U}^2 + \tilde{u}'^2 - v \frac{\partial \tilde{U}}{\partial x} \right] = -v \left[ \frac{\partial U}{\partial r} \right]_{r=a}.$$

WEISSBERG a noté que  $\frac{\partial \tilde{u}'^2}{\partial x}$  est négligeable devant  $\frac{\partial \tilde{U}^2}{\partial x}$  et que ce dernier terme est pratiquement égal à  $\frac{\partial \tilde{U}^2}{\partial x}$ . Dans le cas d'une aspiration l'équation de conservation de la masse intégrée sur toute la section s'exprime sous la forme :

$$(11) \quad \tilde{U}(x) = \tilde{U}_0 - \frac{2}{a} v_0 x,$$

où  $\tilde{U}(x)$  est la vitesse moyenne de débit dans la section d'abscisse  $x$ ,  $\tilde{U}_0$  la vitesse moyenne à l'abscisse  $x = 0$ . Donc :

$$\frac{\partial^2 \tilde{U}}{\partial x^2} = 0,$$

de plus :

$$-v \left[ \frac{\partial U}{\partial r} \right]_{r=a} = \frac{\tau_0}{\rho} \quad (\text{par définition}),$$

donc (10) devient :

$$(12) \quad -\frac{a}{2} \frac{\partial p}{\rho \partial x} - \frac{a}{2} \frac{\partial \tilde{U}^2}{\partial x} = \frac{\tau_0}{\rho} \quad (\text{équation due à WEISSBERG}),$$

en tirant de l'équation (11)  $\frac{\partial \tilde{U}^2}{\partial x}$ , et le reportant dans (12) dont on rend tous les termes non dimensionnels en divisant par  $\tilde{U}_1$ , vitesse moyenne dans la section de mesure, il vient :

$$(13) \quad \frac{a}{\frac{1}{2} \rho \tilde{U}_1^2} \frac{\partial p}{\partial x} - 8 \frac{v_0}{\tilde{U}_1} = -2 \frac{\tau_0}{\frac{1}{2} \rho \tilde{U}_1^2},$$

soit :

$$(13') \quad \frac{a}{\frac{1}{2} \rho \tilde{U}_1^2} \frac{\partial p}{\partial x} = 8 \Lambda - 2 C_{f,\Lambda}.$$

Dans cette équation  $8 \Lambda$  représente la perte de quantité de mouvement par le débit aspiré et  $2 C_{f,\Lambda}$  représente la quantité de mouvement perdue par frottement.

2,2

**CALCUL DES TENSIONS DE REYNOLDS  
DANS LE CAS DES TAUX D'ASPIRATION TRÈS FAIBLES  
( $\Lambda < 10^{-3}$ )**

On suppose que  $\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x}$  est petit devant  $\frac{\partial U^2}{\partial x}$ , (9) s'écrit alors :

$$-\frac{r^2}{2\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^r r \left[ U^2 - \nu \frac{\partial U}{\partial x} \right] dr = r \left[ UV + \overline{u'v'} - \nu \frac{\partial U}{\partial r} \right].$$

Cette équation permet de calculer les tensions de Reynolds à partir des mesures de pression.

En considérant que pour les taux d'aspiration faibles ( $\Lambda < 10^{-3}$ ) dans la plus grande partie du rayon  $\frac{\partial U}{\partial x}$  est constant,  $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0$ , d'où :

$$(9') \quad -\frac{r^2}{2\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \int_0^r 2Ur \frac{\partial U}{\partial x} dr = r \left[ UV + \overline{u'v'} - \nu \frac{\partial U}{\partial r} \right]$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{1}{r} \frac{\partial rV}{\partial r}.$$

Donc :

$$-\int_0^r 2Ur \frac{\partial U}{\partial x} dr = \int_0^r 2U \frac{\partial rV}{\partial r} dr = 2 \left( rUV - \int_0^r rV \frac{\partial U}{\partial r} dr \right).$$

En remplaçant dans (9'), on obtient :

$$-\frac{r^2}{2\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + rUV - 2 \int_0^r rV \frac{\partial U}{\partial r} dr = \overline{u'v'} - \nu r \frac{\partial U}{\partial r}.$$

En posant :

$$V^{*2} = -\frac{a}{2\rho} \frac{\partial p}{\partial x},$$

on trouve :

$$(14) \quad \overline{u'v'} = \frac{r}{a} V^{*2} + \nu \frac{\partial U}{\partial r} + UV - \frac{2}{r} \int_0^r rV \frac{\partial U}{\partial r} dr.$$

S'il n'y a pas d'aspiration on retrouve l'équation de LAUFER :

$$\overline{u'v'} = \frac{r}{a} V^{*2} + \nu \frac{\partial U}{\partial r}.$$

REMARQUE.

Le fait de poser  $V^{*2} = -\frac{a}{2\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$  suppose que le gradient de pression soit négatif. Ceci est vrai dans le cas des expériences présentées dans ce mémoire pour les taux les plus faibles et dans le cas d'essais antérieurs effectués à l'I.M.S.T. Il n'est cependant pas évident, *a priori*, que la condition  $A < 10^{-3}$  pour un nombre de Reynolds d'entrée  $R_e$  quelconque entraîne nécessairement  $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$ . Seuls les résultats de mesures de pression peuvent donner les limites de validité des hypothèses faites dans le paragraphe précédent.

---

Il comprend :

- 1<sup>o</sup> une petite soufflerie aérodynamique;
- 2<sup>o</sup> le dispositif d'aspiration;
- 3<sup>o</sup> la maquette à paroi poreuse;
- 4<sup>o</sup> les appareils de mesures de pression.

Cette soufflerie (*fig. 1 et 2*) avait précédemment servi à l'étude de l'écoulement turbulent pleinement développé dans une conduite cylindrique étanche de section circulaire, par M. COANTIC (thèse 1959).

Elle est actionnée par un ventilateur centrifuge aspirant l'air atmosphérique à travers une cartouche filtrante en papier dont l'objet est d'arrêter les poussières et, par conséquent, d'éviter le colmatage de la paroi poreuse. Le choix de ces filtres s'est avéré satisfaisant. Ce ventilateur, capable de délivrer 0,07 m<sup>3</sup>/s sous une pression statique de 34 mm d'eau, est couplé directement en bout d'arbre d'un moteur asynchrone triphasé de 0,75 ch tournant à 1 450 tr/mn.

Le choix de cet ensemble moteur-ventilateur s'est avéré très satisfaisant du point de vue du fonctionnement de la soufflerie. Les vibrations faibles sont, de plus, bien amorties par les supports élastiques, sur lesquels repose le groupe, et par la manchette souple qui relie l'ensemble moteur-ventilateur à la soufflerie proprement dite.

A la sortie du ventilateur (extrémité amont de la soufflerie) se trouve un premier filtre à larges mailles qui régularise la distribution des vitesses de l'air. Un divergent faisant le raccordement de la section carrée à la section circulaire conduit à une fente annulaire à ouverture variable, dont l'objet est de régler le débit de la soufflerie en agissant sur des fuites d'air périphériques sans modifier les conditions de fonctionnement du moteur. On peut ainsi faire varier la vitesse de 3 à 10 m/s dans la section des mesures à  $\pm 0,05$  m/s.

Immédiatement en aval de la fente, deux filtres augmentent son efficacité et régularisent la distribution des vitesses, un divergent raccordement cercle-octogone conduit ensuite à la chambre de tranquillisation par un nid d'abeille destiné à empêcher la rotation de l'air et à briser les tourbillons de grande dimension. La tranquillisation s'effectue par passage à travers une série de quatre filtres antiturbulents à mailles très fines. L'écoulement est alors accéléré par un convergent de coefficient de contraction 1,48 débouchant dans un tube cylindrique étanche en polyéthylène de section circulaire

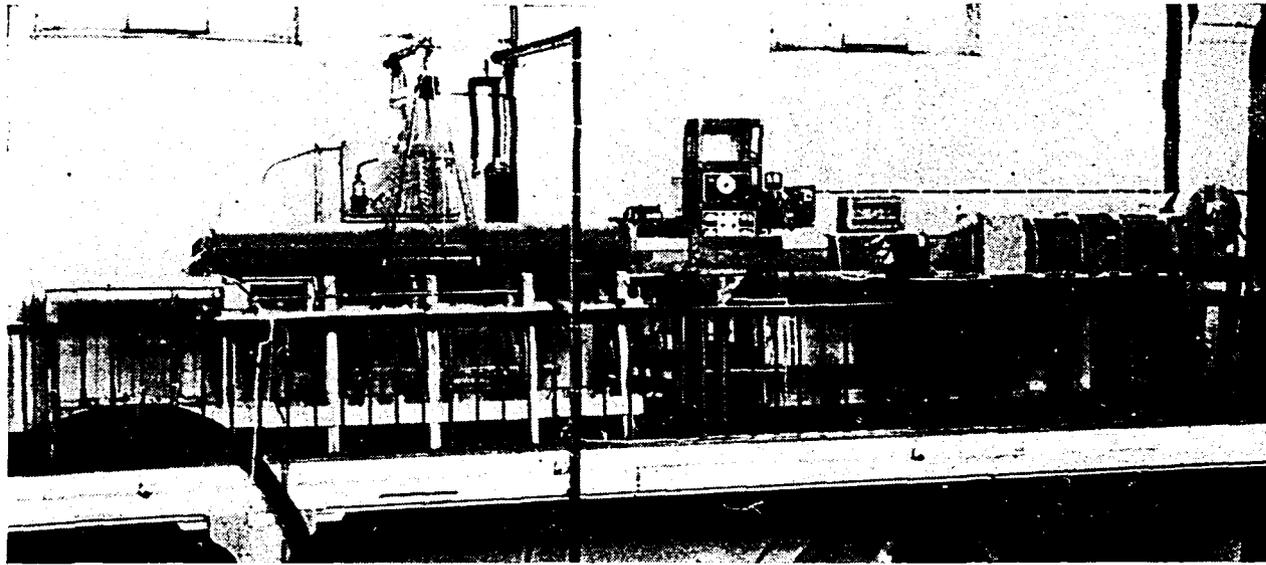


Fig. 1

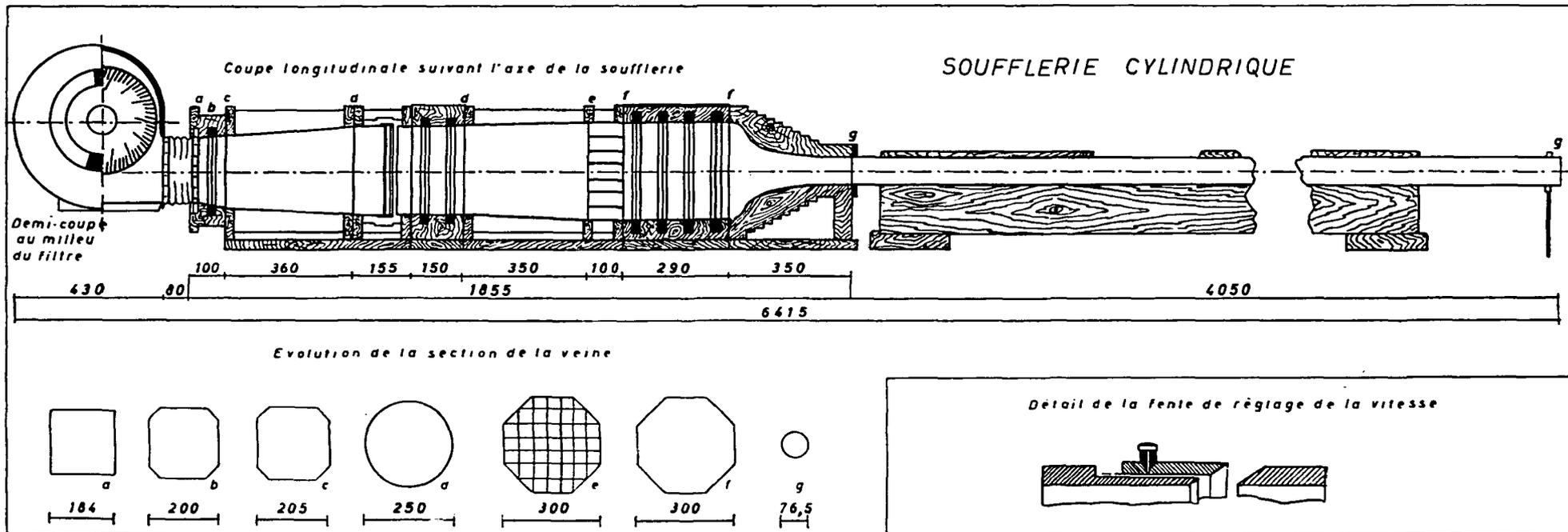


Fig. 2

de 76,5 mm de diamètre et de 2 505 mm de long, dont les quinze premiers centimètres ont été intérieurement tapissés de toile émeri n° 5 pour favoriser la transition et le développement de la turbulence. Un tube poreux coaxial est raccordé au précédent au moyen d'un manchon d'aluminium présentant un léger divergent intérieur de 30' d'angle d'ouverture.

3,2

### DISPOSITIF D'ASPIRATION

Le tube est disposé à l'intérieur d'une gaine étanche (*fig. 3 et 4*) dans laquelle on crée une dépression. L'aspiration se fait à travers la paroi du tube poreux, de l'intérieur vers l'extérieur.

La gaine est constituée par un tube en acier doux de 2,50 m de longueur, 316 mm de diamètre extérieur, 300 mm de diamètre intérieur. Ce tube a été coupé suivant deux génératrices diamétralement opposées et muni de fers plats avec des joints d'étanchéité en caoutchouc. Deux flasques ferment la gaine aux extrémités; le flasque amont comporte un joint presse-étoupe, l'autre porte un disque mince en laiton pressant le joint en forme de corolle contre le flasque et laissant passer en son centre l'extrémité aval de la maquette enserrée par la partie cylindrique du joint. Ce flasque comporte un système de trois vis à 120° permettant d'aligner le tube poreux en bronze fritté.

L'ensemble de l'installation est démontable, la demi-coquille inférieure comporte, en outre, deux colliers de centrage avec trois vis à 120°. La demi-coquille supérieure tient lieu de couvercle et peut être soulevée par une poulie.

Le caisson est relié à une pompe à anneau liquide par une canalisation semi-rigide circulaire 30 × 40. Un gyromètre, donnant par lecture directe des débits de 1 à 10 l/s avec une précision de  $\pm 0,1$  l/s, est placé en série sur cette canalisation entre la vanne d'isolation du caisson et une prise d'air atmosphérique branchée entre le gyromètre et la pompe, réglable par une petite vanne de 1/2". Ce dispositif permet un contrôle satisfaisant du débit aspiré; la vanne d'isolation permet, de plus, de créer une perte de charge supplémentaire et d'obtenir ainsi des débits d'air aspiré très faibles. Un manomètre différentiel, constitué par un tube vertical en verre calibré de diamètre intérieur 4 mm, rempli d'eau, donne la différence entre la pression atmosphérique et la pression dans la gaine en millimètres d'eau, avec une précision de 0,5 mm d'eau.

3,3

### MAQUETTE A PAROI POREUSE

Elle consiste en un tube de section circulaire de bronze fritté obtenu par cintrage d'une plaque de bronze fritté, une soudure ayant été effectuée bord à bord suivant une génératrice du cylindre ainsi obtenu. Elle a 1,50 m de long, un diamètre extérieur de 81,45 mm, un diamètre intérieur de 77,85 mm, l'erreur moyenne sur le diamètre est de  $\pm 0,45$  mm, ce qui est important. D'autre part, les influences combinées de l'irrégularité de la section de la maquette et la présence de la soudure ont conduit à choisir, par essais successifs, une orientation optimale par rapport au plan diamétral des mesures. Le tube est recouvert de quatre manchons de latex de 24 cm de longueur. Pour avancer vers l'amont la limite amont de l'aspiration, il suffit d'enlever le dernier

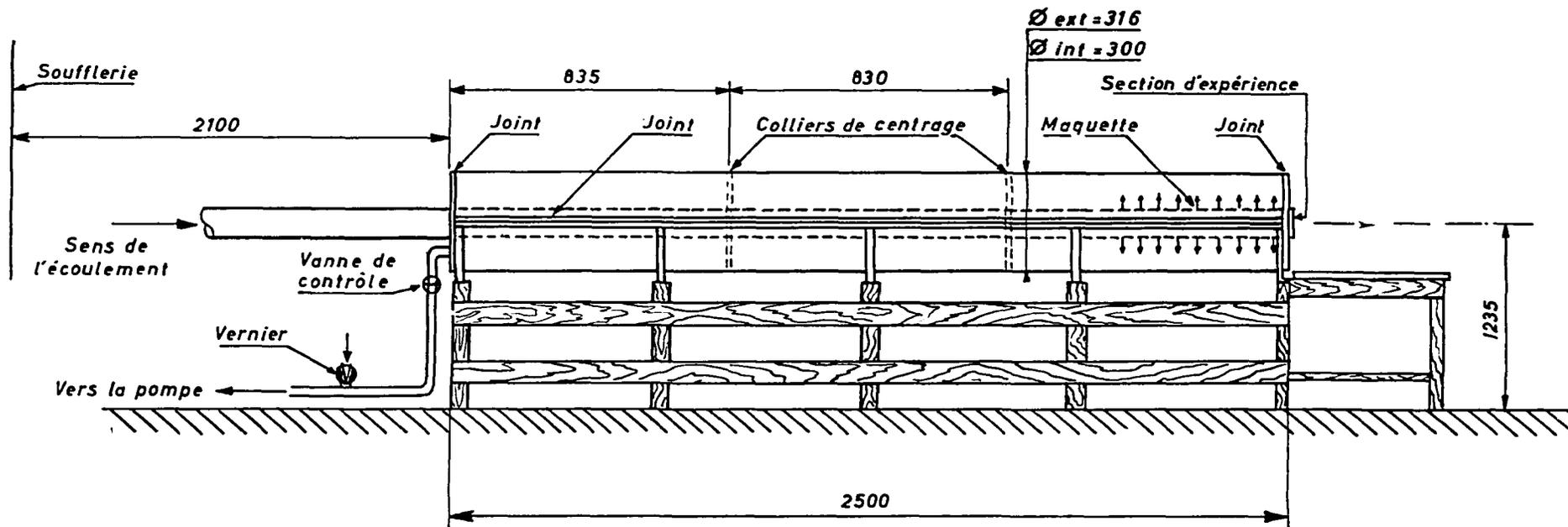


Fig. 3. — Schéma de la gaine d'aspiration

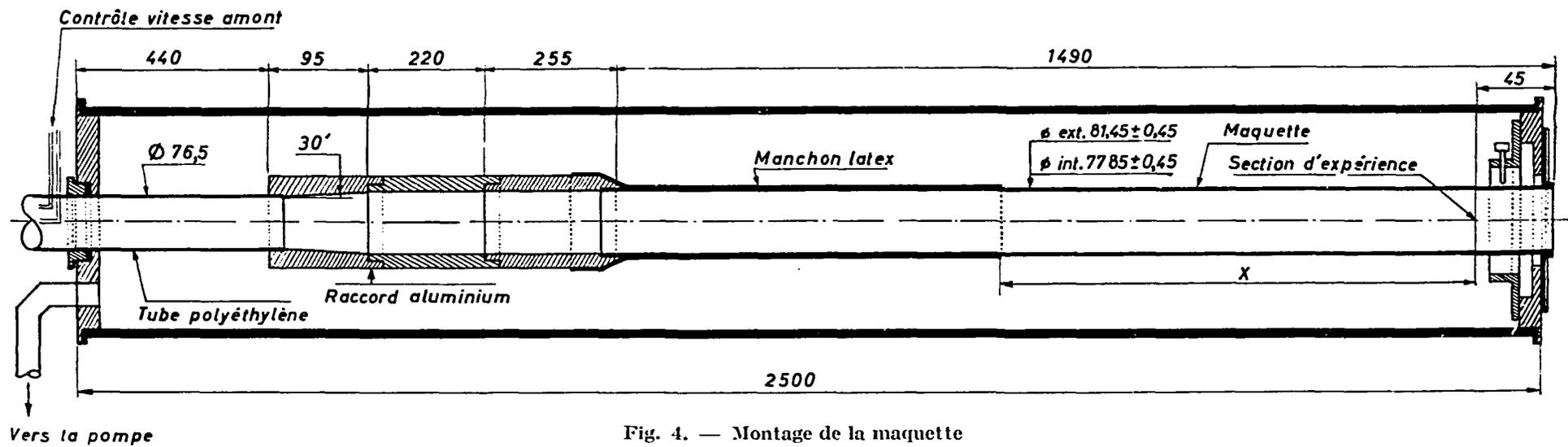


Fig. 4. — Montage de la maquette

manchon. Ce procédé a l'avantage d'être simple et de ne pas détériorer le tube poreux, mais, en contrepartie, il ne permet pas d'avoir une variation continue du débit de la zone aspirée, un tel manchon ôté ne peut être remplacé sans sortir le tube poreux de la gaine d'aspiration.

3,4

### MESURE DES PRESSIONS

Les vitesses sont mesurées par une sonde composée en forme de trident (*fig. 5*). Les prises de pression totale se trouvant de part et d'autre de la prise de pression statique,

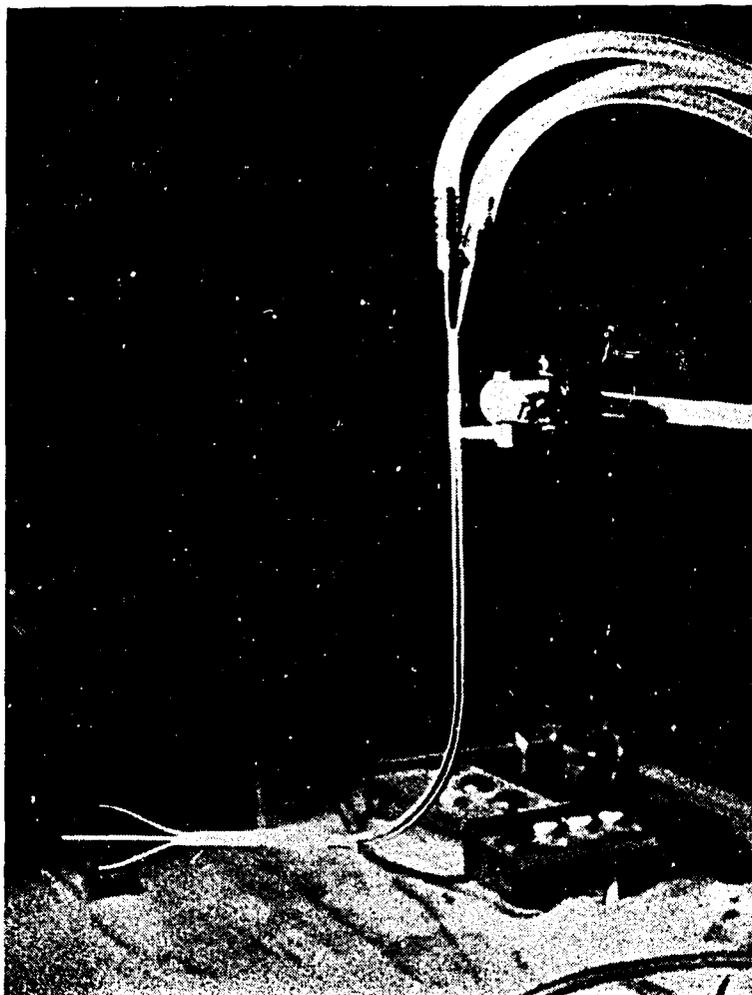


Fig. 5

et le tout monté sur un support muni d'un vernier donnant le  $1/50$  de millimètre (*fig. 6*). Les orifices de pression totale sont constitués par des tubes de nickel de  $6/10$  de mm de diamètre extérieur, et de  $4/10$  de mm de diamètre intérieur. Cet arrangement a pour but d'établir un profil de vitesse complet avec un même réglage de la sonde sur son support pour les rayons supérieur et inférieur de la section des mesures. Le zéro se fait à la paroi par contact électrique, le contact entre la sonde et la paroi fermant le circuit sur un oscilloscope. Ce procédé permet de placer la sonde avec une précision de  $1/50$  de millimètre.

Les prises de pression statique au long du tube ont été abandonnées au profit d'une sonde unique que l'on déplace au long de l'axe du tube (*fig. 7*). Cette sonde est

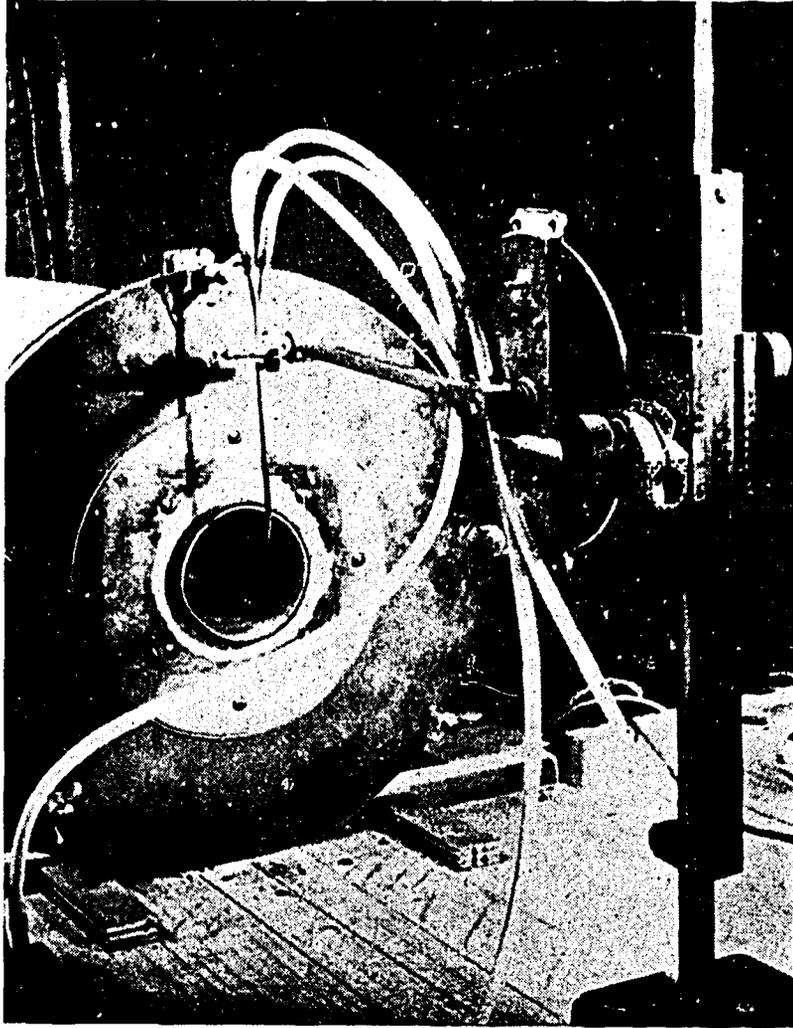


Fig. 6

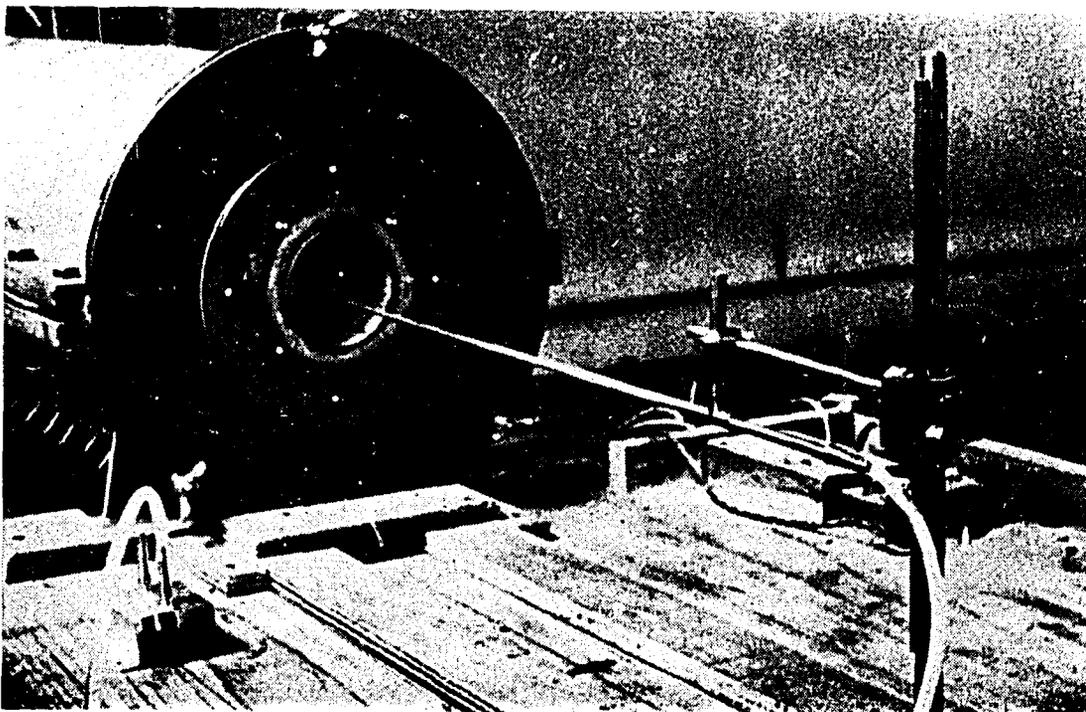


Fig. 7

constituée par un montage télescopique de tubes calibrés dont le dernier a 2 mm de diamètre et est percé, dans sa partie antérieure, de quatre trous de 5/10 de millimètre. La longueur totale de la sonde est de 610 mm. Les résultats obtenus paraissent satisfaisants.

Une sonde de pression totale et une prise de pression statique ont été placées dans le tube de polyéthylène en amont de la gaine afin de pouvoir contrôler la vitesse et le débit en amont de la maquette.

Les différences de pression sont mesurées par un manomètre à membrane avec amplification optique. Le fait que cet appareil a une petite constante de temps permet de relever les profils de vitesse assez rapidement en diminuant les risques de colmatage par la poussière de la paroi poreuse pendant les expériences, mais, par contre, rend parfois la lecture difficile car il répond aux basses fréquences.

Un micromanomètre à cuve à eau type « Oldham » donne la pression dynamique au centre du tube en amont de la maquette avec une précision de 1/50 de millimètre d'eau, et sert à tarer le manomètre à membrane périodiquement.

**ÉTABLISSEMENT DE L'ÉCOULEMENT TURBULENT  
PLEINEMENT DÉVELOPPÉ  
AVEC ASPIRATION PARIÉTALE UNIFORME**

L'étude expérimentale de l'écoulement turbulent pleinement développé dans un tube cylindrique de section circulaire avec aspiration, se fait comme celle du tube étanche, en tenant compte du fait que les dérivées, par rapport à la direction  $x$ , y compris celle du débit, ne peuvent être négligées. Il faut donc étudier le phénomène suivant un diamètre et en plusieurs stations de la zone perméable. Pour des raisons de commodités expérimentales ceci a été fait en déplaçant la limite amont de la partie aspirante le long du tube et en effectuant les mesures dans une section fixe. On peut, en effet, étancher toute la portion du tube située en amont de la zone aspirante au moyen de manchons de caoutchouc. Toutefois, pour que la méthode soit valable, il faut faire l'hypothèse que le régime turbulent stationnaire est établi dans le tube de polyéthylène même pour le cas où le début de l'aspiration est le plus en amont. Cette hypothèse, difficile à vérifier avec l'appareillage en service, paraît raisonnable car la longueur du tube étanche est de trente-neuf à cinquante et une fois son diamètre, et rien n'a révélé au cours des expériences qu'elle ait été mise sérieusement en défaut. Le nombre de Reynolds à l'entrée est de 40 800. On constate, d'ailleurs, que la vitesse indiquée par la sonde placée au centre du tube de polyéthylène, en amont du caisson, est la même, à moins de 1 % près, que la vitesse au centre de la section de mesure lorsqu'on n'applique pas l'aspiration, ce qui suggère que le profil des vitesses n'a pas sensiblement évolué entre les deux stations.

**PARAMÈTRES DÉFINISSANT L'ÉCOULEMENT**

Les paramètres choisis sont au nombre de trois. Le nombre de Reynolds de l'écoulement à turbulence pleinement développée en amont de la zone aspirée :

$R_e = \frac{2 a \tilde{U}_0}{\nu}$ , le paramètre définissant la position au long de l'axe de la zone aspirée en laquelle on se place :  $\frac{x}{a}$ , et le nombre de Reynolds d'aspiration  $R_A = \frac{2 a v_0}{\nu}$  basé sur la vitesse normale à la paroi. Ce paramètre a été choisi de préférence au taux d'aspiration  $A$ , rapport de  $v_0$  à la vitesse moyenne, dans la section considérée, qui est une fonction de  $\frac{x}{a}$ ; cette définition du taux d'aspiration facilite toutefois les calculs comme on l'a vu dans l'exposé théorique qui fait l'objet du chapitre 2.

On pourrait cependant concevoir un taux d'aspiration rapporté à la vitesse moyenne amont de l'écoulement, qui serait indépendant de  $\frac{x}{a}$  et introduirait de façon directement interprétable l'effet de l'aspiration, mais ce nouveau paramètre est lié au nombre de Reynolds  $R_e$ , bien que ceci soit moins critique qu'une relation avec la distance  $\frac{x}{a}$ . On conservera donc  $R_A$  comme étant un paramètre indépendant, représentatif de la vitesse d'aspiration à la paroi, comme l'a d'ailleurs fait WEISSBERG. Cependant, le taux d'aspiration général sera utilisé chaque fois qu'il conviendra. Un tableau donne la correspondance entre  $R_A$  et  $\Lambda$ .

### 4,3            **CONTROLE DES PARAMÈTRES DE L'ÉCOULEMENT**

#### a) **Nombre de Reynolds amont $R_e$ .**

Comme on l'a mentionné plus haut, ce paramètre est maintenu constant pour les diverses valeurs du nombre de Reynolds d'aspiration, en rétablissant la vitesse au centre du tube de polyéthylène à sa valeur fixe sans aspiration par réglage de la fente annulaire de la soufflerie. On fait l'hypothèse que le profil turbulent pleinement développé est atteint et qu'il n'est pas modifié par les perturbations apportées en aval par l'aspiration.

#### b) **Paramètre de distance $\frac{x}{a}$ .**

La section des mesures restant fixe par rapport à la soufflerie et au tube poreux, on découvre pour chaque nouvelle limite amont de l'aspiration une portion de tube poreux, préalablement étanchée au moyen de manchons de caoutchouc.

#### c) **Nombre de Reynolds d'aspiration $R_A$ .**

Avant chaque série de mesures, après avoir ôté un segment de manchon et avoir refermé le caisson d'aspiration, un tarage du débit aspiré, en fonction de la pression différentielle, est effectué.

La courbe obtenue est une droite, pour les dépressions utilisées qui varient de 0 à 60 mm H<sub>2</sub>O, de pente  $\frac{dQ}{dp_0}$ ; ce coefficient angulaire est divisé par la longueur de tube soumise à l'effet de l'aspiration, soit  $x + 30$  mm, on obtient ainsi un coefficient de porosité  $\frac{1}{L} \times \frac{dQ}{dp_0}$ , qui donne le débit d'air aspiré, à la pression qui règne à l'intérieur du caisson, par seconde, par millimètre d'eau de pression et par millimètre de longueur suivant l'axe du tube. Dans le cas d'un matériau poreux parfaitement homogène et en l'absence de fuite, ce coefficient devrait être le même pour toutes les valeurs de  $\frac{x}{a}$ . Les résultats obtenus figurent dans le tableau ci-contre.

L'erreur maximale est de l'ordre de 7,5 %. Il est difficile d'en établir avec certitude les causes. Ce coefficient ne paraît pas évoluer de façon systématique au fur et à mesure

$\frac{x}{a}$	$\frac{1}{L} \frac{dQ}{dp_D}$ 1/s.mm H <sub>2</sub> O.mm	G moles/mm.cm <sup>3</sup> .mm.cm Hg
7,2	$1,825 \times 10^{-4}$	$270 \times 10^{-4}$
14,8	$1,825 \times 10^{-4}$	$270 \times 10^{-4}$
22,7	$1,750 \times 10^{-4}$	$259 \times 10^{-4}$
30,1	$1,715 \times 10^{-4}$	$254 \times 10^{-4}$
37,1	$1,815 \times 10^{-4}$	$268 \times 10^{-4}$

que l'on découvre le tube poreux. Signalons cependant que les porosités locales ont été mesurées sur une plaque plane de même matériau par A. FAVRE, R. DUMAS, E. VEROLLET (Stresa 1960) et présentent une variation de  $\pm 12 \%$  sur une surface totale de 50 cm<sup>2</sup>.

A partir des données précédentes on calcule une porosité moyenne de :

$$1\,790 \times 10^{-4} \text{ l/s.mm H}_2\text{O.mm.}$$

La tension superficielle donne dans le manomètre différentiel une dénivellation constante à la pression atmosphérique de 6 mm, valeur qui concorde bien avec le résultat donné par la théorie des tubes capillaires; le débit aspiré à travers la paroi sera donc donné en litres par seconde, par la formule :

$$Q = 1\,790 \times 10^{-4} \times L (p_D - 6),$$

L mesuré en millimètres;  $p_D$  mesuré en millimètres H<sub>2</sub>O, ou encore en divisant par la surface aspirée :

$$V_0 = 7,30 \times 10^{-4} (p_D - 6) \text{ m/s.}$$

On a adopté les valeurs suivantes des paramètres d'aspiration :

$P_D$ , mm H <sub>2</sub> O	$V_0$ m/s	$R_A$	$\bar{A}$
13	0,0050	26,6	0,00065
18	0,0085	44,4	0,0011
25	0,014	73,0	0,0018
32	0,019	99,2	0,0025
41	0,025	130,5	0,0032

4,4

#### GRADIENTS DE PRESSION

Les gradients de pression statique ont été mesurés pour diverses valeurs de la vitesse d'aspiration, afin de s'assurer que l'on obtenait bien les mêmes conditions d'écoulement lorsque la limite amont de la zone aspirée était déplacée vers l'amont.

Les gradients de pression sont rapportés à la vitesse moyenne amont; le tableau ci-après (p. 41) en donne les valeurs en fonction du taux d'aspiration général  $\bar{A}$  pour les différentes positions du début de la zone du tube rendue perméable. Le gradient rapporté à la vitesse moyenne dans le cas d'une aspiration nulle est de 0,01250, alors que la formule de BLASIUS donne 0,01090. Cette différence de 16 % est due à l'effet de bout de la section de mesures, la longueur de la sonde ne permettant pas de pénétrer au-delà de dix diamètres. Cet effet a déjà été observé par J. GAVIGLIO (thèse 1959) et M. COANTIC (thèse 1960) qui ont enregistré des écarts de même grandeur.

## RÉSULTATS DE MESURES

5,1 La *figure 8* montre la variation du gradient de pression statique rapporté à la vitesse moyenne amont en fonction du taux d'aspiration général  $\bar{A}$ . Les différents types de points correspondent à une valeur de  $\frac{x}{a}$ . La distribution des points laisse penser que dans les conditions de ces expériences, c'est-à-dire pour un nombre de Reynolds d'entrée

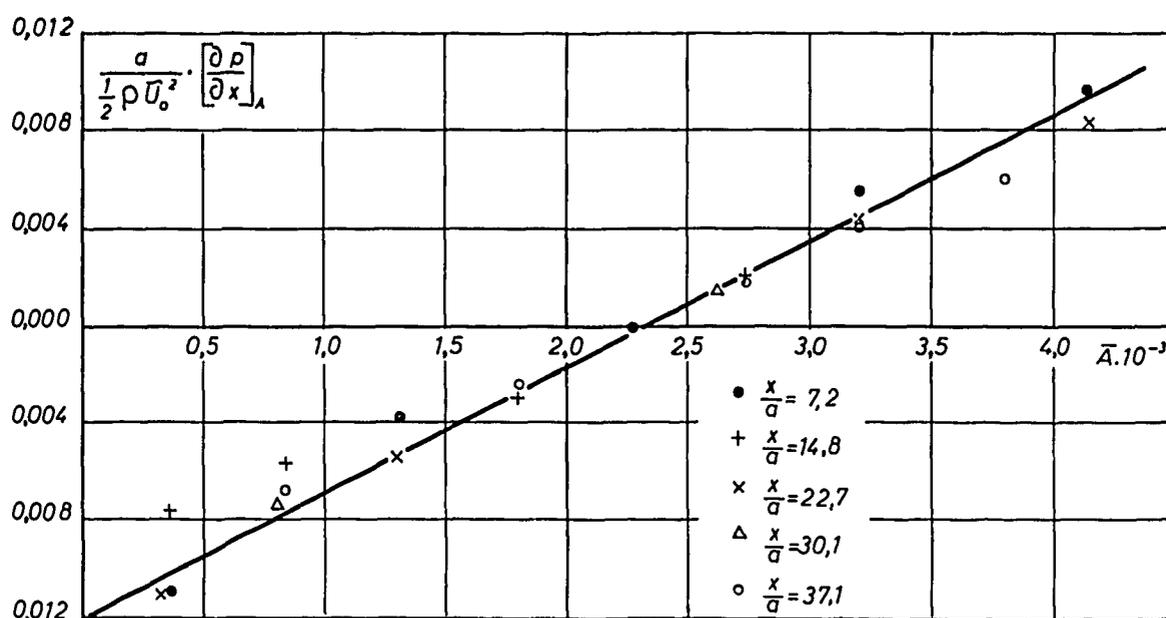


Fig. 8. — Variation du gradient de pression statique en fonction du taux d'aspiration général

de 40 800 et des taux d'aspiration  $\bar{A}$  inférieurs à  $3 \times 10^{-3}$ , le gradient de pression est une fonction linéaire de l'aspiration de la forme :

$$(15) \quad \frac{a}{\frac{1}{2} \rho \bar{U}_0^2} \left[ \frac{\partial p}{\partial x} \right]_A = \frac{a}{\frac{1}{2} \rho \bar{U}_0^2} \left[ \frac{\partial p}{\partial x} \right]_0 + 5,2 \bar{A}.$$

L'écart maximal observé sur le gradient de pression est de l'ordre de 20 %. On remarque que pour un taux d'aspiration donné, on retrouve la même valeur du gradient de pression statique quelle que soit la position de la limite amont de l'aspiration; résultat sur lequel repose la méthode expérimentale utilisée.

Pour  $\bar{A} = 0$  on trouve la valeur du gradient donnée par les formules classiques à 16,5 % près, par excès. Puis, sous l'influence du taux d'aspiration croissant, le gradient de pression augmente et s'annule pour une valeur comprise entre  $2 \times 10^{-3}$  et  $2,5 \times 10^{-3}$ , ce résultat confirme celui déjà obtenu par A. FAVRE, R. DUMAS, H. BURNAGE (C.E.A. 1960), où le gradient de pression changeait de signe pour  $\bar{A}$  de l'ordre de  $2 \times 10^{-3}$ , le nombre de Reynolds d'entrée  $R_e$  étant sensiblement le même.

5,2 Les figures 9, 10, 11, 12 et 13 montrent la variation des profils de vitesse moyenne locale rapportée à la vitesse maximale à l'entrée, en fonction de l'aspiration en chaque

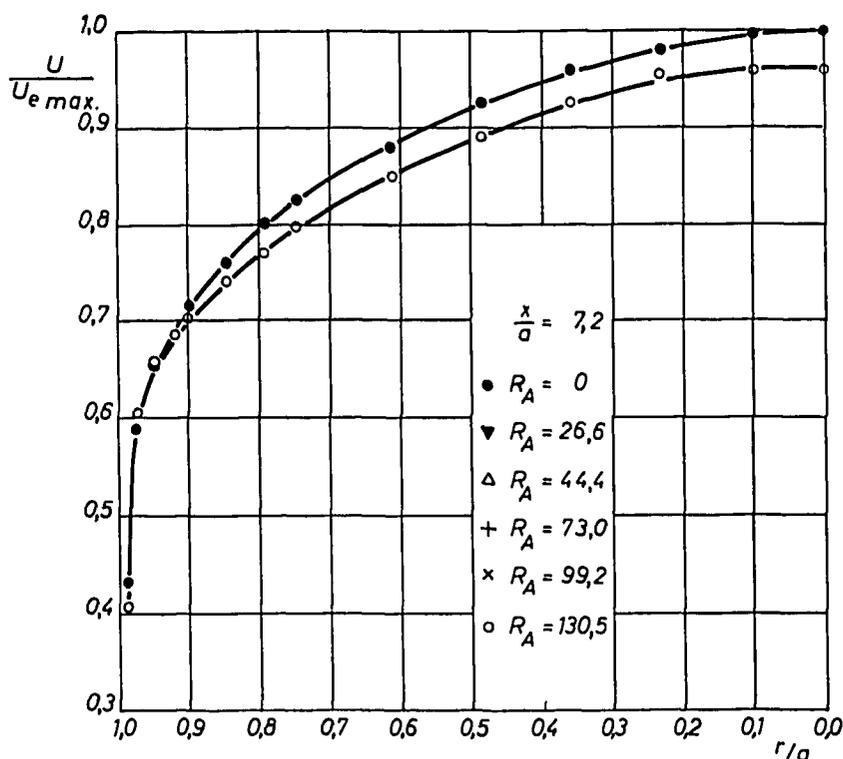


Fig. 9. — Influence de l'aspiration sur les profils de vitesse

section, les vitesses ont été relevées sur le rayon supérieur de la section de mesures, et à 45 mm en amont de l'extrémité aval de la maquette. Un contrôle de symétrie des

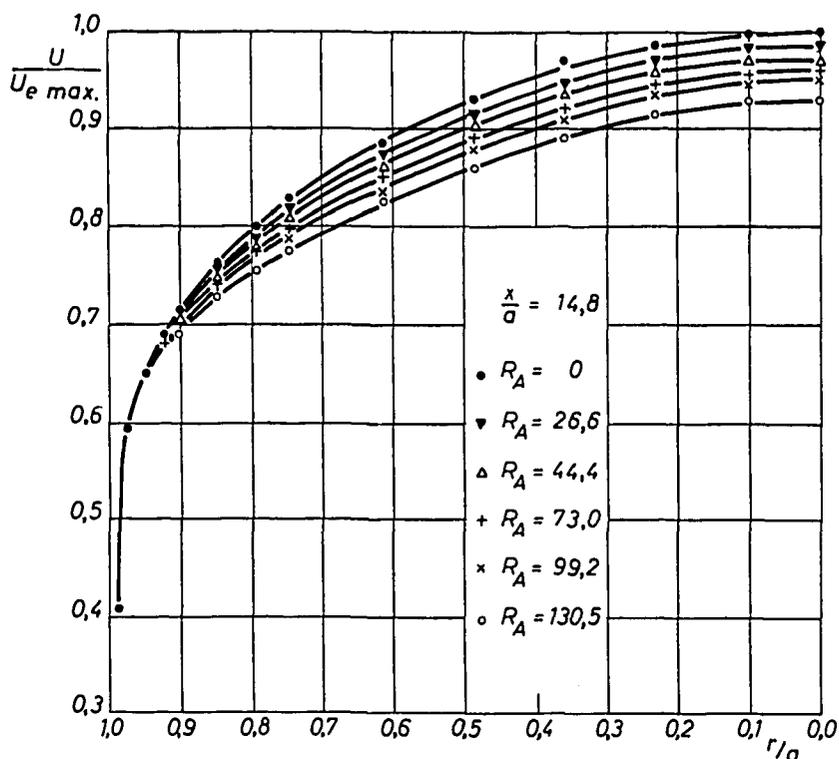


Fig. 10. — Influence de l'aspiration sur les profils de vitesse

profils de vitesse a été effectué lors de chaque série de mesures, il a permis de constater que la symétrie était satisfaisante pour  $\bar{A} = 0$ , se détériorait, dès que l'on éloignait la limite amont de la zone aspirée de la section de mesures. La dissymétrie la plus nette

a été notée pour  $\frac{x}{a} = 37,1$  et  $\bar{A} = 3,2 \times 10^{-3}$ , elle est de l'ordre de 15 % sur les valeurs de la vitesse près de la paroi. Cette altération des profils de vitesse est due à la mauvaise

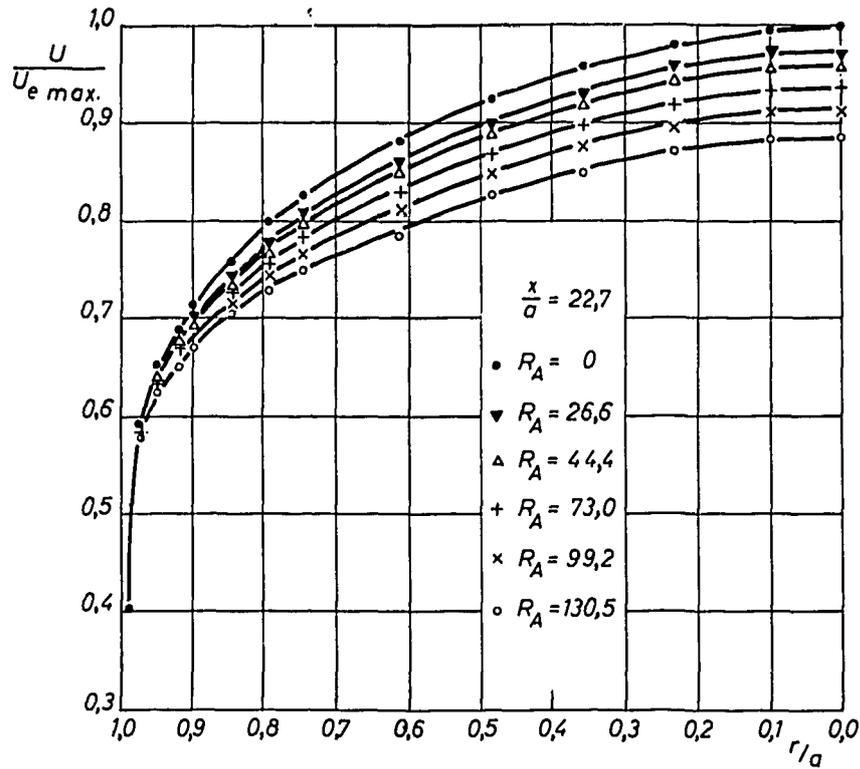


Fig. 11. — Influence de l'aspiration sur les profils de vitesse

homogénéité du matériau poreux, à la mauvaise forme géométrique du tube et aux imperfections de son alignement; on doit cependant considérer que, compte tenu de

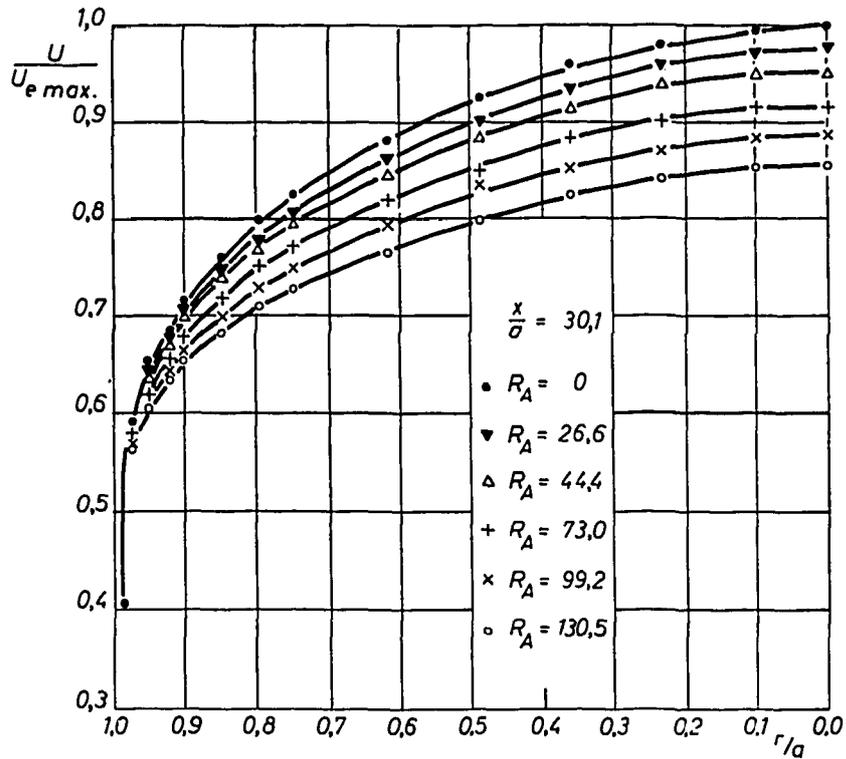


Fig. 12. — Influence de l'aspiration sur les profils de vitesse

tous ces facteurs, la forme des profils de vitesse est assez satisfaisante. Les points expérimentaux montrent une certaine dispersion qui, bien que faible, n'aurait pas été notée avec des micromanomètres type « Oldham » à réponse très lente. Le micromanomètre

à membrane utilisé possédant une constante de temps très faible répond aux basses fréquences, ce qui rend parfois la lecture difficile.

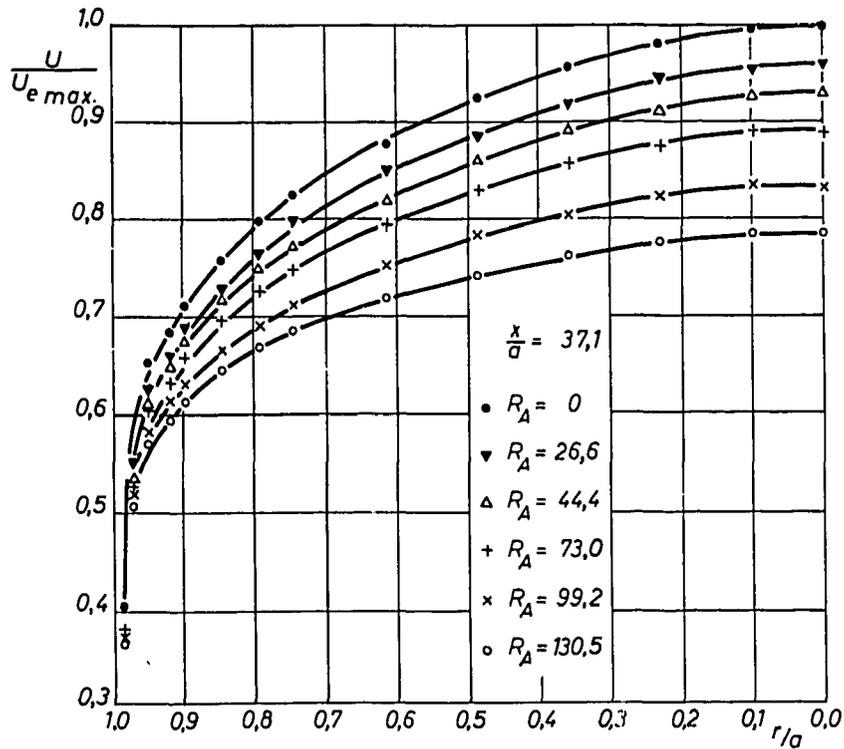


Fig. 13. — Influence de l'aspiration sur les profils de vitesse

Dans la *figure 9*, correspondant à  $\frac{x}{a} = 7,2$ , n'apparaissent que les courbes extrêmes pour  $R_A = 0$  et  $R_A = 130,5$ , il était, en effet, difficile de placer les profils intermédiaires sans nuire à la clarté du graphique.

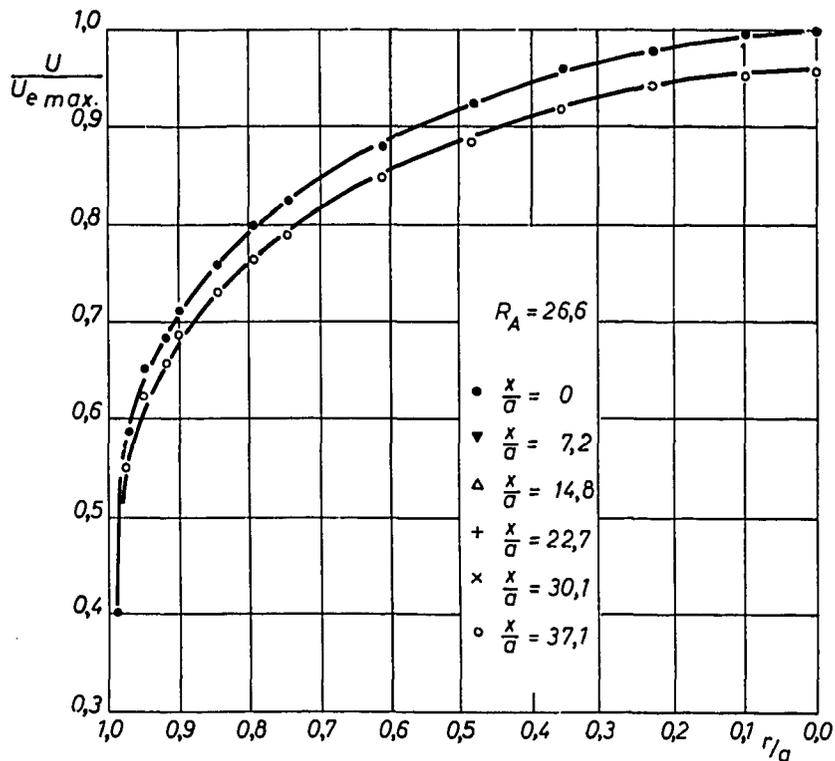


Fig. 14. — Évolution de la distribution des vitesses au long du tube

5,3 Les *figures 14, 15, 16, 17 et 18*, montrent l'évolution des profils de vitesse le long du tube, pour des nombres de Reynolds d'aspiration constants; les mêmes remarques que précédemment du point de vue de la précision des mesures s'appliquent.

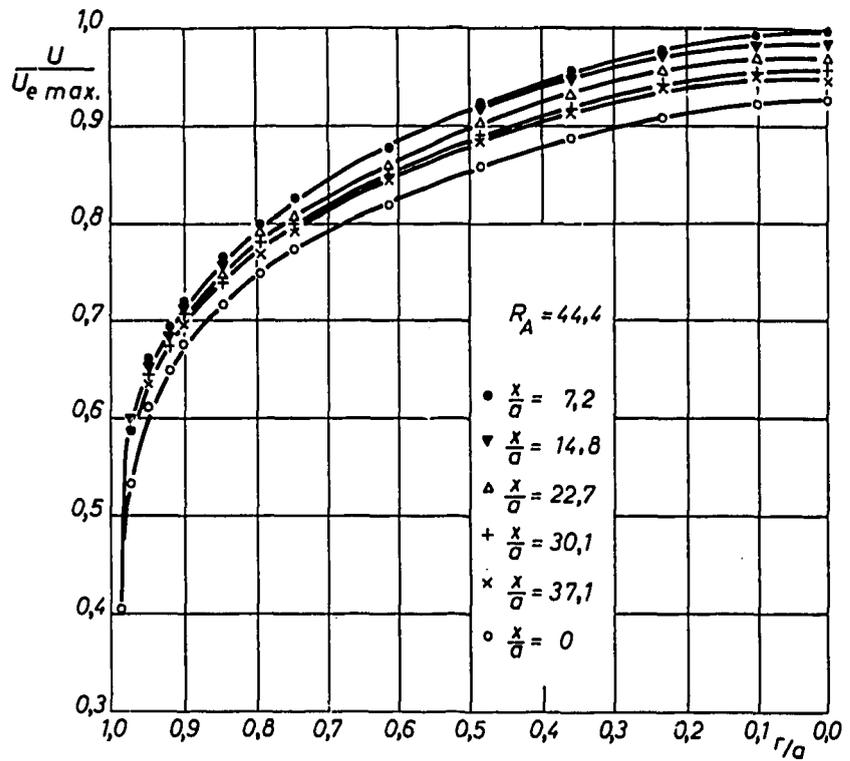


Fig. 15. — Évolution de la distribution des vitesses au long du tube

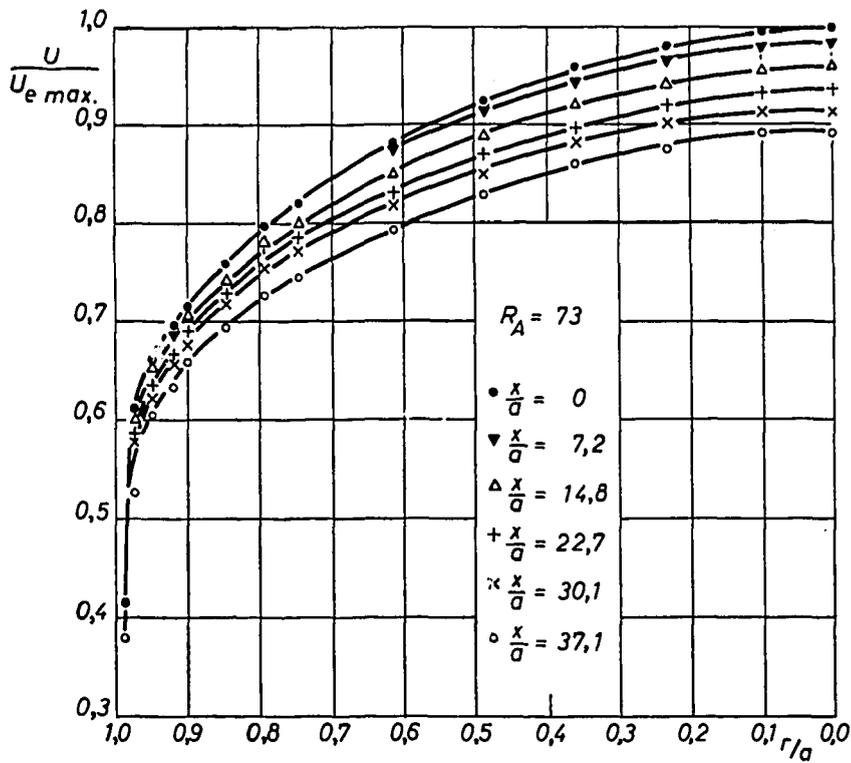


Fig. 16. — Évolution de la distribution des vitesses au long du tube

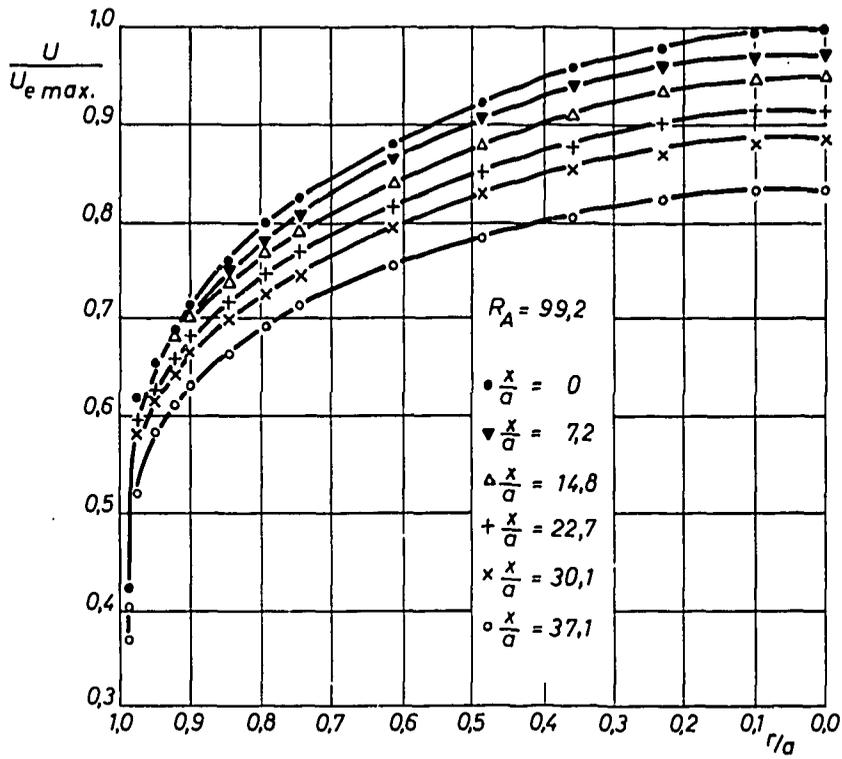


Fig. 17. — Évolution de la distribution des vitesses au long du tube

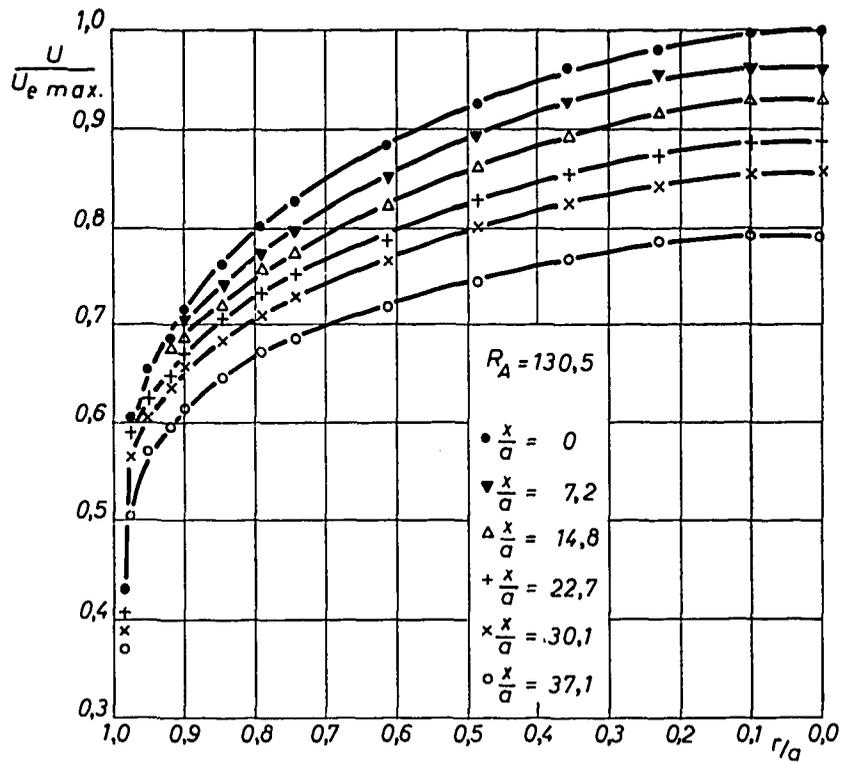


Fig. 18. — Évolution de la distribution des vitesses au long du tube

5,4 Sur les figures 19, 20, 21, 22 et 23 sont représentées les vitesses rapportées à la vitesse maximale d'entrée en fonction de l'abscisse  $\frac{x}{a}$  à diverses distances du centre du tube. Chaque graphique correspond à un régime d'aspiration. D'une façon générale, et dans les limites

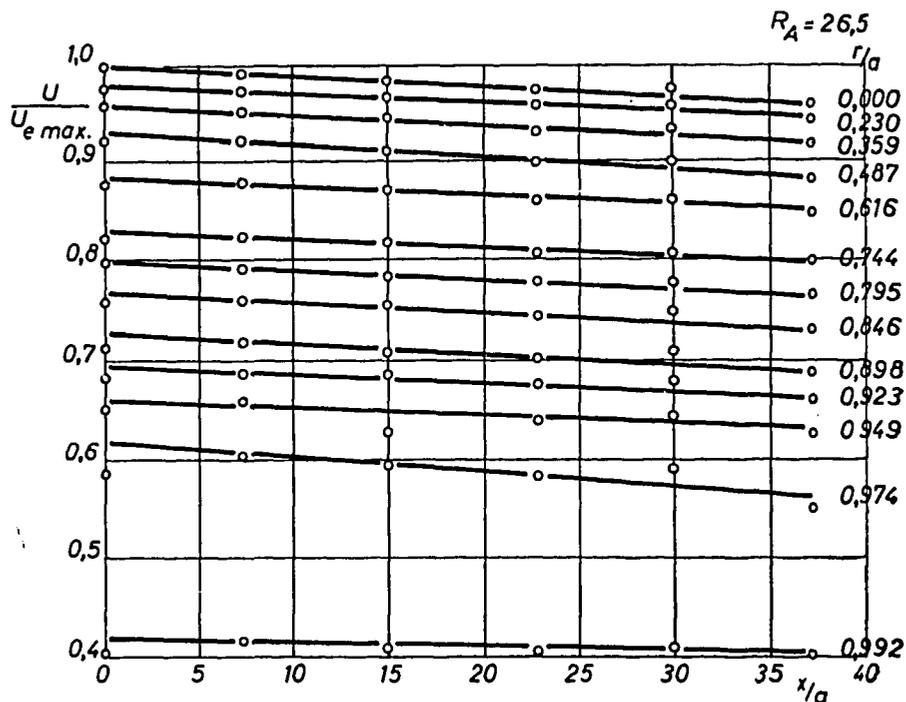


Fig. 19. — Évolution des vitesses à égale distance de l'axe du tube

de l'expérience, les vitesses paraissent décroître linéairement en première approximation. Les droites représentatives semblent être parallèles pour les taux très faibles ( $R_A = 26,5$ ;  $R_A = 44,4$ ) sur la plus grande partie de la section  $\frac{r}{a} < 0,9$ . Dans les trois autres cas

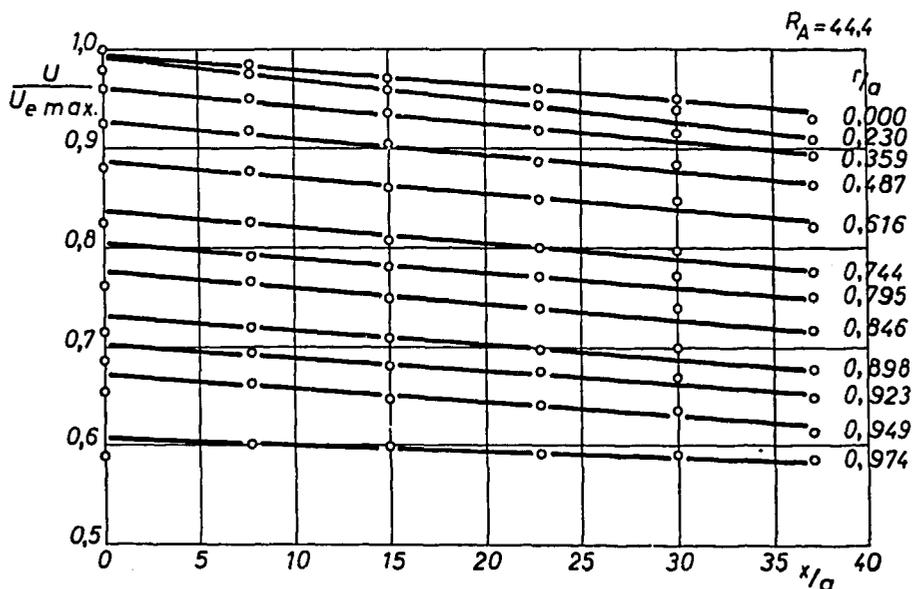


Fig. 20. — Évolution des vitesses à égale distance de l'axe du tube

la pente des droites diminue lorsqu'on s'écarte du centre. La dérivée partielle de la vitesse par rapport à l'abscisse, constante pour une valeur de  $\frac{r}{a}$  donnée, signifie que la distribution des composantes radiales de la vitesse  $V$  n'évolue pas lorsqu'on se

déplace le long du tube. En effet, l'équation de conservation de la masse s'écrivant :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial rV}{\partial r} = 0$$

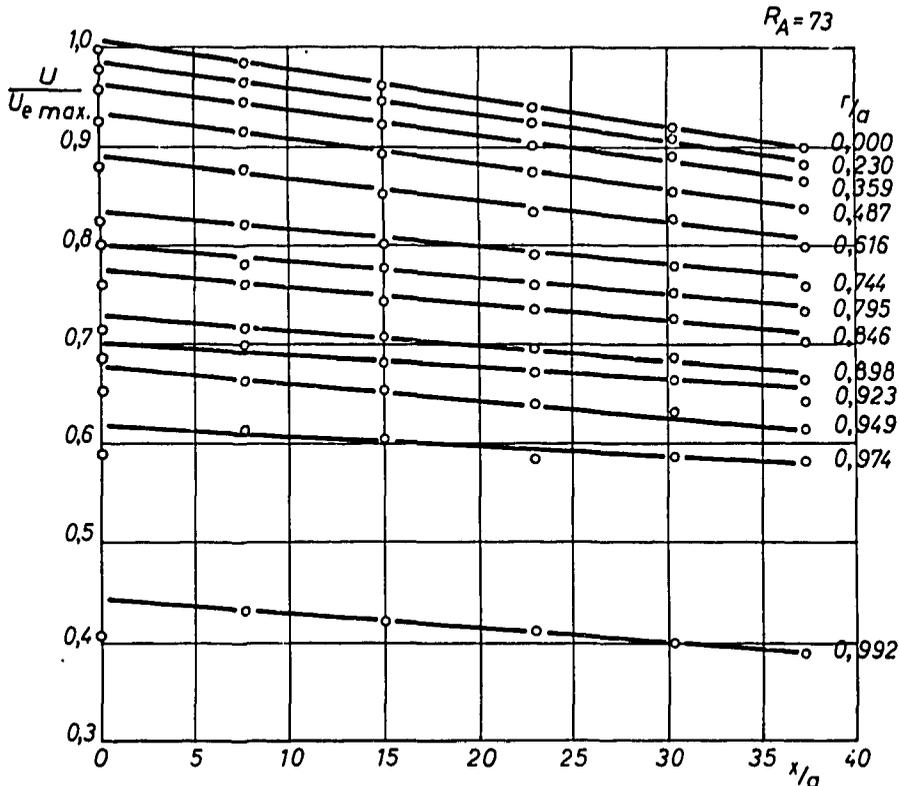


Fig. 21. — Évolution des vitesses à égale distance de l'axe du tube

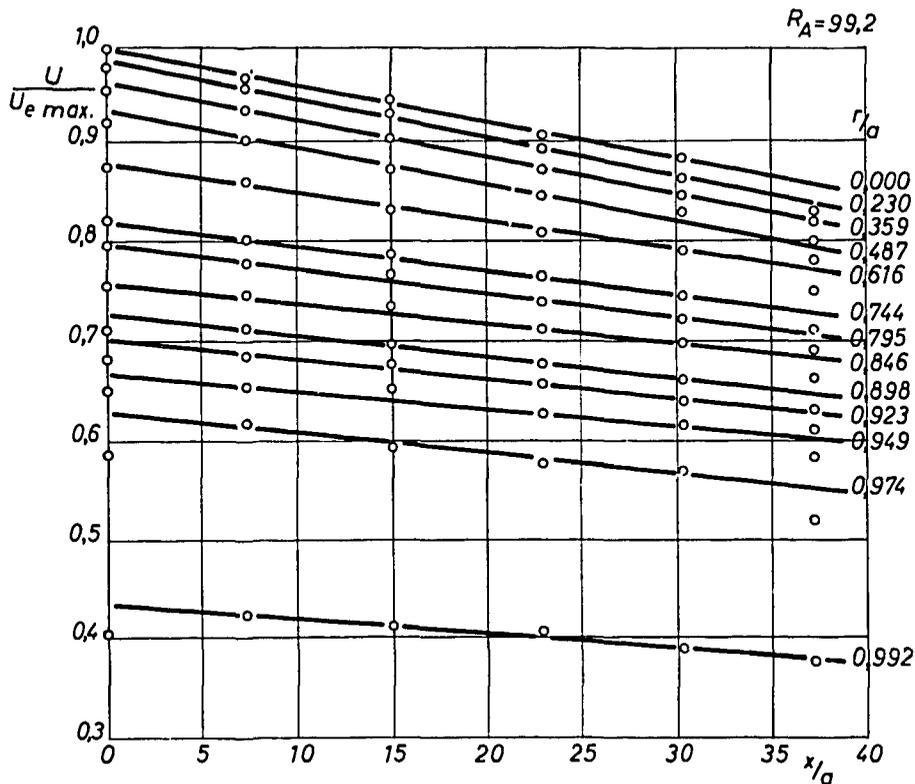


Fig. 22. — Évolution des vitesses à égale distance de l'axe du tube

si  $\frac{\partial U}{\partial x}$  est constant,  $V$  est indépendant de  $x$ . Ceci n'est vrai dans le cas présent que dans les limites de la précision des mesures, et en remarquant que la distance minimale de la section de mesure au début de la zone aspirée est de 7,2 rayons, donc à l'exclusion du début de la zone aspirée.

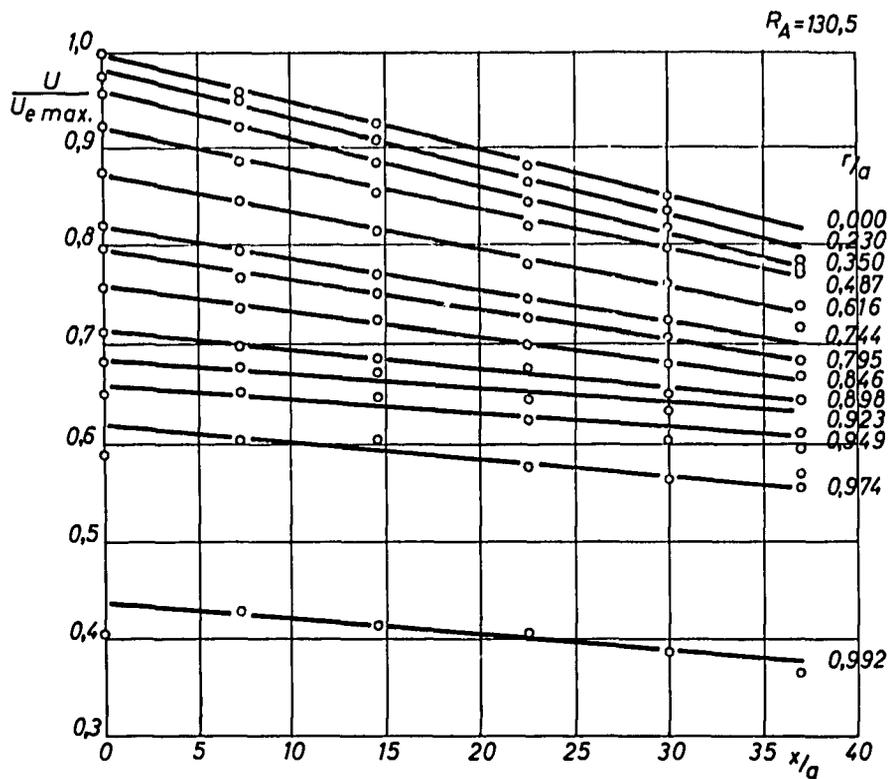


Fig. 23. — Évolution des vitesses à égale distance de l'axe du tube

5,5 On a tracé sur la *figure 24* la distribution suivant le rayon de  $\frac{a}{U_{e \max.}} \cdot \frac{\partial U}{\partial x}$  supposé constant tout au long du tube pour chaque valeur de  $\frac{r}{a}$ . Cette quantité paraît être constante sur le rayon à 20 % près pour les deux taux d'aspiration les plus faibles

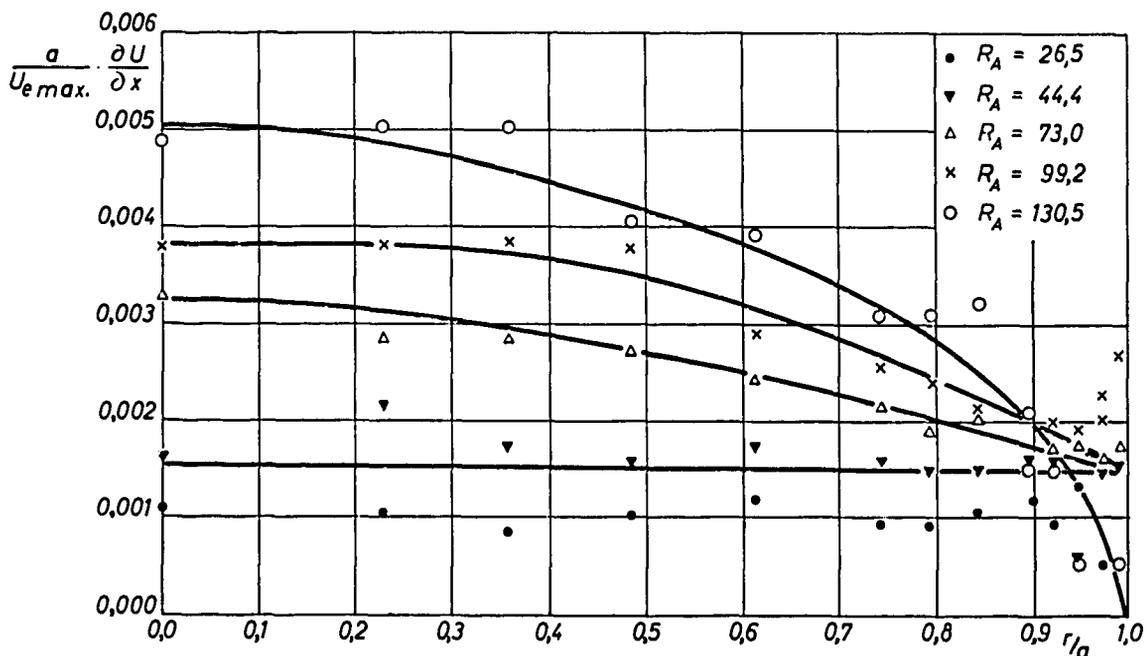


Fig. 24. — Distribution radiale de  $\frac{a}{U_{e \max.}} \cdot \frac{\partial U}{\partial x}$

et décroît lorsqu'on se déplace vers la paroi pour les trois taux les plus élevés. La dispersion augmente avec l'aspiration et donne d'assez mauvais résultats pour le nombre de Reynolds d'aspiration le plus fort.

Il est toutefois intéressant d'examiner s'il y a une correspondance entre le taux de ralentissement de la vitesse moyenne locale suivant l'axe du tube,  $\frac{a}{U_{e\max}} \cdot \frac{\partial U_{\max}}{\partial x}$ , et le taux de décroissance de la vitesse moyenne de débit en fonction de l'abscisse  $x$  que l'on tire de l'équation de conservation de la masse intégrée sur toute la section du tube :

$$(11) \quad \tilde{U}_x = \tilde{U}_0 - 2 \frac{x}{a} v_0.$$

On trouve :

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial x} = -2 \frac{v_0}{a}.$$

Soit encore :

$$\frac{a}{U_{e\max}} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial x} = -2 \frac{v_0}{U_{e\max}} = -2 \bar{\Lambda} \frac{\tilde{U}_0}{U_{e\max}}.$$

La comparaison donne les résultats suivants :

$\Lambda \times 10^3$	$\frac{a}{U_{e\max}} \cdot \frac{\partial U_{\max}}{\partial x}$	$2 \bar{\Lambda} \frac{\tilde{U}_0}{U_{e\max}}$
0,65	0,00100	0,00100
1,1	0,00155	0,00172
1,8	0,00320	0,00283
2,5	0,00380	0,00392
3,2	0,00500	0,00501

On voit que ces quantités sont très comparables et que pour les taux d'aspiration très faibles ( $\bar{\Lambda} < 10^{-3}$ ) il peut être possible de faire l'hypothèse que  $\frac{\partial U}{\partial x}$  est constant sur tout le rayon sauf au voisinage de la paroi, et directement calculable d'après le taux de diminution du débit le long du tube. On constate, de plus, que cette comparaison confirme les mesures de débit d'air aspiré et, par conséquent, les valeurs des taux d'aspiration.

5,6 Des résultats donnés sur la *figure 24* et de l'équation de conservation de la masse, on peut déduire la distribution selon le rayon des composantes radiales de la vitesse. Ces courbes sont représentées sur la *figure 25*. Elles laissent apparaître un maximum vers la paroi qui n'a pu être calculé théoriquement. On peut cependant montrer que la fonction représentée admet au moins un maximum entre  $\frac{r}{a} = 0$  et  $\frac{r}{a} = 1$ , en effet,  $V$  est nul au centre et a une valeur finie à la paroi, de plus, si l'on fait l'hypothèse classique que  $\frac{\partial U}{\partial x}$  est nul pour  $\frac{r}{a} = 1$ , l'équation de conservation de la masse donne :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial rV}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{V}{r} + \frac{\partial V}{\partial r} = 0,$$

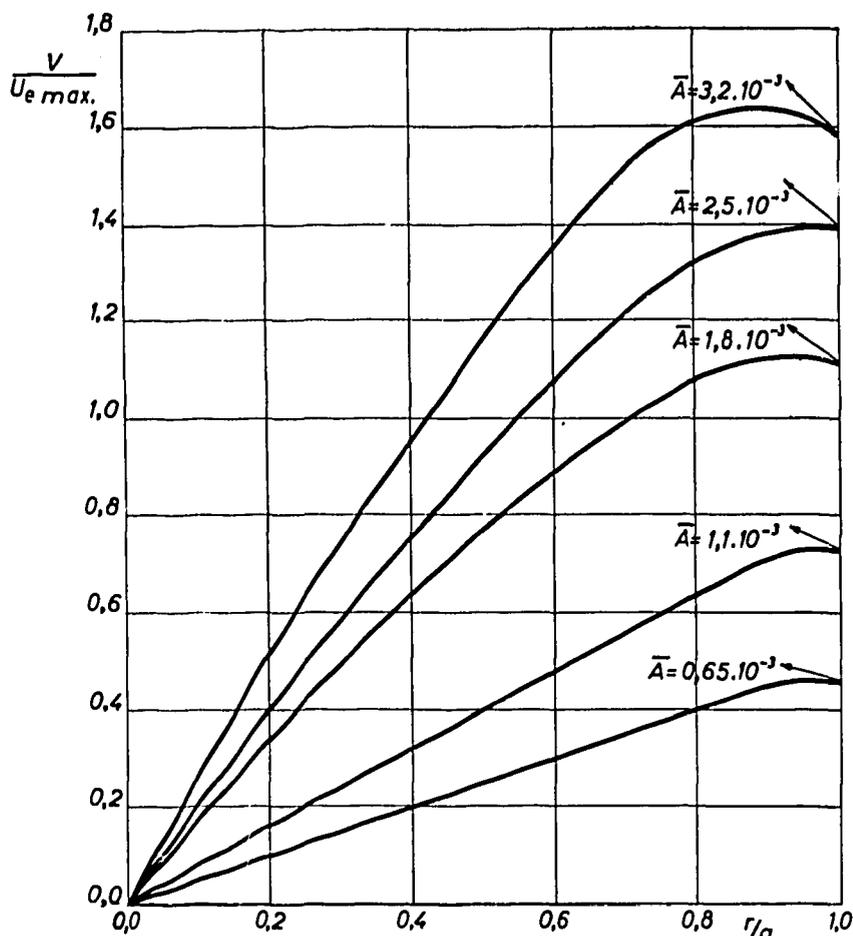


Fig. 25. — Distribution suivant le rayon de la composante radiale de la vitesse

à la paroi :

$$\left[ \frac{\partial U}{\partial r} \right]_{r=a} = -\frac{v_0}{a},$$

soit :

$$\frac{a}{U_{e \max}} \left[ \frac{\partial U}{\partial r} \right]_{r=a} = -\frac{v_0}{U_{e \max}},$$

soit une tangente négative indiquant que la vitesse doit décroître vers la paroi, la vitesse demeurant finie sur tout le rayon la courbe admet au moins un maximum. Pour les taux d'aspiration les plus faibles les distributions de la composante radiale de la vitesse sont rectilignes sur 90 % du rayon, dans les autres cas elles présentent une légère courbure dont le centre est dirigé vers le bas. Les valeurs de la vitesse normale à la paroi calculées dans ces conditions se comparent, comme le montre le tableau ci-après, aux valeurs calculées d'après le débit d'air aspiré.

$\bar{A}$	$\frac{v_0}{U_{e \max}} \cdot \frac{U_{e \max}}{\tilde{U}_0}$
0,00065	0,00058
0,0011	0,00092
0,0018	0,00142
0,0025	0,00175
0,0032	0,00200

Les meilleurs recouvrements sont obtenus pour les taux les plus faibles, alors que pour les taux les plus élevés les composantes radiales paraissent sous-estimées (30 % environ). Ceci est dû à la mauvaise définition des courbes à taux élevés de la *figure 24* par suite de la grande dispersion des points.

5,7 Les coefficients de frottement à la paroi avec aspiration, calculés d'après la relation :

$$(13') \quad \frac{1}{2} \frac{a}{\rho \bar{U}^2} \left[ \frac{\partial p}{\partial x} \right]_A - 8 A = -2 C_{f_A}$$

sont représentés sur les *figures 26, 27 et 28*.

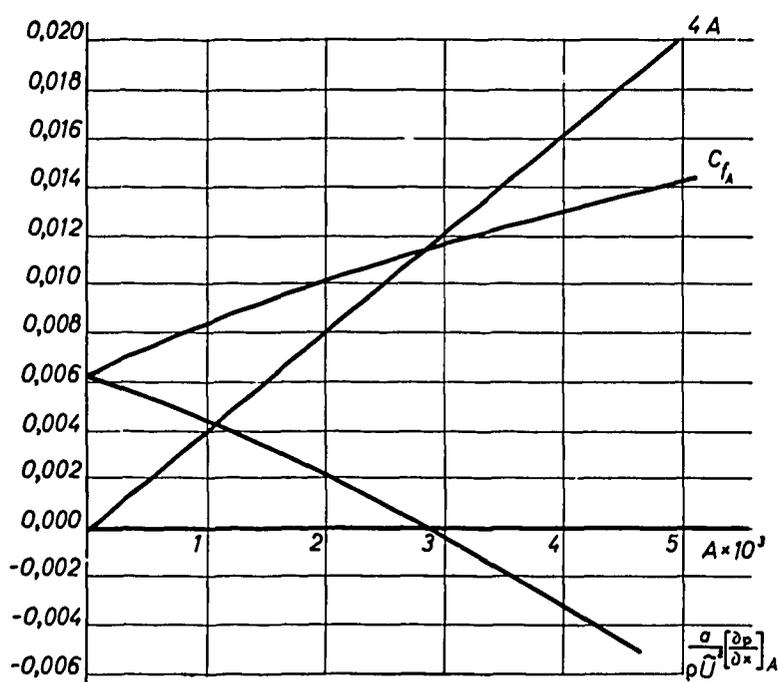


Fig. 26. — Variation des termes de l'équation :

$$C_{f_A} = 4 A - \frac{a}{\rho \bar{U}^2} \left[ \frac{\partial p}{\partial x} \right]_A$$

A titre d'indication on a montré sur la *figure 26* la variation en fonction du taux d'aspiration local A des trois termes de l'équation (13'). La section choisie est  $\frac{x}{a} = 37,1$ .

Les *figures 27 et 28* montrent les coefficients de frottement à la paroi, en fonction respectivement du taux d'aspiration général  $\bar{A}$  en cinq stations différentes, et en fonction de l'abscisse  $\frac{x}{a}$  pour chaque valeur du taux d'aspiration. L'erreur faite sur ces coefficients est mal connue, il faudrait, pour la calculer avec certitude, pouvoir déterminer avec précision les profils de vitesse près de la paroi et en déterminer les tangentes. Un essai en ce sens a déjà été fait par WEISSBERG et par A. FAVRE, R. DUMAS et H. BURNAGE (1960), le résultat obtenu a été le même dans les deux cas : le  $\frac{\partial U}{\partial r}$  à la paroi, calculé d'après la formule précédente, ne présente aucune incompatibilité avec les mesures effectuées, mais il faudrait pouvoir s'approcher beaucoup plus près de la paroi et refaire de nombreuses expériences pour pouvoir se faire une idée plus exacte de l'erreur que l'on commet.

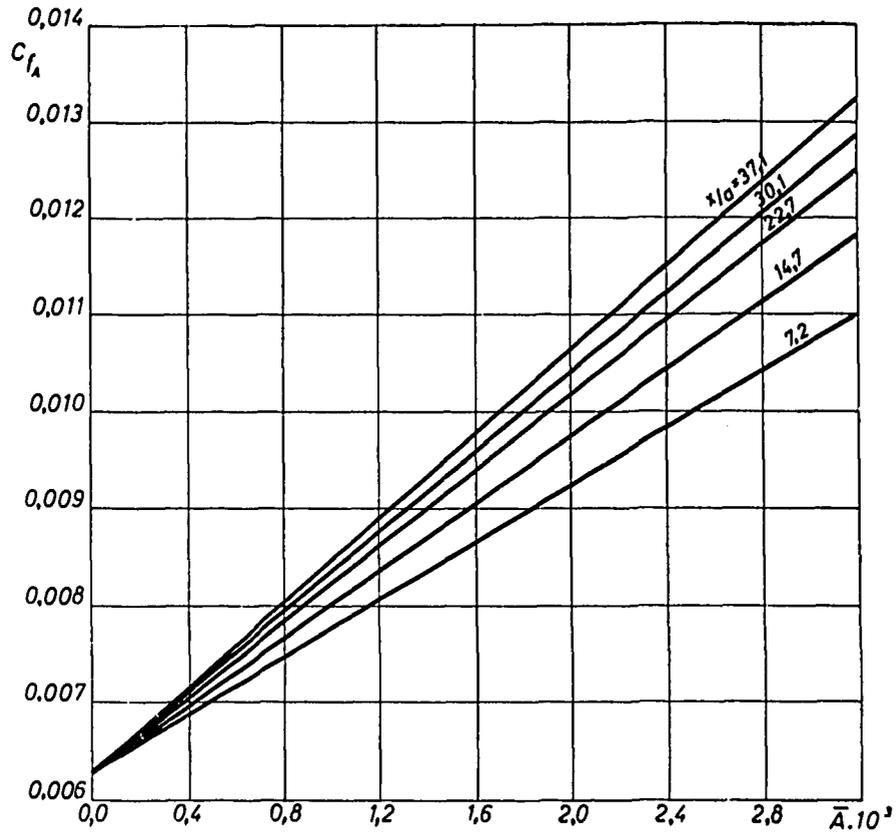


Fig. 27. — Coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration général

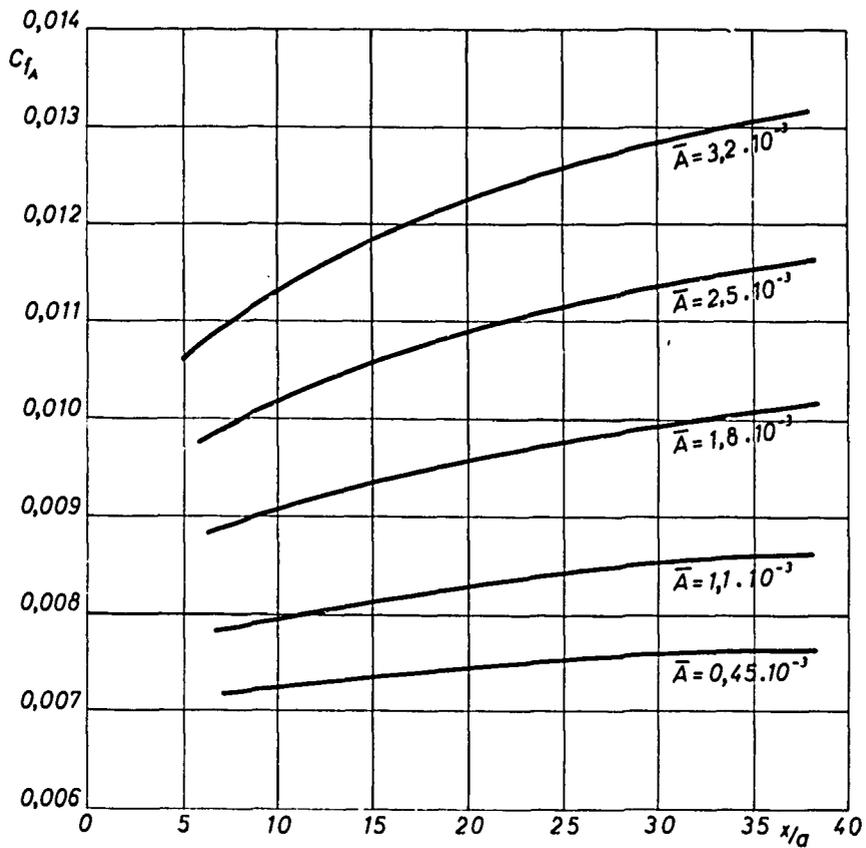


Fig. 28. — Évolution du coefficient de frottement à la paroi au long du tube poreux

Sur la *figure 26* les courbes correspondant à chaque valeur de  $\frac{x}{a}$  sont rectilignes en première approximation. Les coefficients de frottement les plus forts sont enregistrés pour  $\frac{x}{a}$  les plus élevés.

L'évolution des  $C_{f_A}$  lorsqu'on se déplace le long du tube est représentée sur la *figure 27* pour chaque taux d'aspiration général. Le coefficient de frottement augmente vers l'aval d'autant plus rapidement que le taux d'aspiration est plus grand. Ceci est dû à la décroissance au long du tube de la vitesse moyenne de débit. Les parties de courbes représentées ont la même allure générale, elles accusent une courbure dirigée vers le bas. La forme des courbes au voisinage de l'origine n'a pas été tracée car on ne connaît pas avec précision la position en amont du tube poreux où les coefficients de frottement à la paroi commencent à subir l'effet de l'aspiration.

Ces deux figures montrent que l'aspiration modifie profondément les coefficients de frottement à la paroi et que cette modification s'accroît lorsqu'on s'éloigne du début de la zone aspirante, ainsi, à 30,1 rayons de l'extrémité aval de la partie étanche du tube et pour  $\bar{A} = 3,2 \times 10^{-3}$ , le coefficient de frottement à la paroi augmente de 135 %.

5,8 Les coefficients de frottements à la paroi ont été calculés au moyen de l'équation :

$$(13') \quad \frac{1}{2} \frac{a}{\rho \tilde{U}^2} \left[ \frac{\partial p}{\partial x} \right]_A = 8 \bar{A} - 2 C_{f_A}$$

à laquelle on joint la relation empirique trouvée entre le gradient de pression avec aspiration et le taux d'aspiration général :

$$(15) \quad \frac{1}{2} \frac{a}{\rho \tilde{U}_0^2} \left[ \frac{\partial p}{\partial x} \right]_A = \frac{1}{2} \frac{a}{\rho \tilde{U}_0^2} \left[ \frac{\partial p}{\partial x} \right]_0 + 5,2 \bar{A}.$$

On peut éliminer le gradient de pression statique longitudinal  $\left[ \frac{\partial p}{\partial x} \right]_A$  entre les équations (13') et (15) et trouver ainsi une relation semi-empirique donnant le coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration général pour un écoulement turbulent pleinement développé dans une conduite cylindrique de section circulaire poreuse avec aspiration pariétale uniforme, et faible ( $\bar{A} < 3 \times 10^{-3}$ ).

En effet, l'équation (13') s'écrit :

$$(13') \quad 2 C_{f_A} = 8 \bar{A} - \frac{1}{2} \frac{a}{\rho \tilde{U}^2} \left[ \frac{\partial p}{\partial x} \right]_A,$$

soit encore, en faisant intervenir la vitesse moyenne d'entrée  $\tilde{U}_0$  :

$$2 C_{f_A} = 8 \bar{A} \left( \frac{\tilde{U}_0}{\tilde{U}} \right) - \frac{1}{2} \frac{a}{\rho \tilde{U}_0^2} \left[ \frac{\partial p}{\partial x} \right]_A \left( \frac{\tilde{U}_0}{\tilde{U}} \right)^2;$$

en remplaçant  $\frac{a}{2 \rho \tilde{U}_0^2} \left[ \frac{\partial p}{\partial x} \right]_{\Lambda}$  par sa valeur tirée de l'équation (15) et en exprimant  $\tilde{U}$  en fonction de  $\frac{x}{a}$  et  $v_0$ , équation (11), il vient :

$$2 C_{f_{\Lambda}} = 8 \bar{\Lambda} \left( \frac{\tilde{U}_0}{\tilde{U}_0 - 2 \frac{x}{a} v_0} \right) - \left( \frac{\tilde{U}_0}{\tilde{U}_0 - 2 \frac{x}{a} v_0} \right)^2 \left[ \frac{a}{2 \rho \tilde{U}_0^2} \left[ \frac{\partial p}{\partial x} \right]_0 + 5,2 \bar{\Lambda} \right],$$

mais :

$$\frac{a}{2 \rho \tilde{U}_0^2} \left[ \frac{\partial p}{\partial x} \right]_0 = -2 C_{f_0}$$

coefficient de frottement à la paroi du tube étanche, d'où :

$$(16) \quad 2 C_{f_{\Lambda}} = \frac{8 \bar{\Lambda}}{1 - 2 \frac{x}{a} \bar{\Lambda}} - \left[ \frac{1}{1 - 2 \frac{x}{a} \bar{\Lambda}} \right]^2 [-2 C_{f_0} + 5,2 \bar{\Lambda}],$$

si  $4 \frac{x}{a} \bar{\Lambda} < 10^{-1}$ , c'est-à-dire pour des taux faibles et des longueurs de tube perméable courtes (soit, par exemple, des taux inférieurs à  $10^{-3}$  et des longueurs inférieures à vingt fois le rayon).

La relation (16) s'écrit : en négligeant les termes en  $\bar{\Lambda}^2$  :

$$(17) \quad \frac{C_{f_{\Lambda}}}{C_{f_0}} = 1 + \left( \frac{1,4}{C_{f_0}} + 4 \frac{x}{a} \right) \bar{\Lambda}$$

ou, d'une façon plus générale :

$$(18) \quad \frac{C_{f_{\Lambda}}}{C_{f_0}} = 1 + \left( \frac{k}{C_{f_0}} + 4 \frac{x}{a} \right) \bar{\Lambda}$$

avec  $k = 1,4$  dans le cas de ces expériences.

On voit donc que le coefficient de frottement à la paroi dépend, par l'intermédiaire de la constante  $\bar{\Lambda}$ , du nombre de Reynolds et de l'abscisse le long du tube.

#### REMARQUE I.

La constante  $k$  dépend du taux de variation du gradient de pression longitudinal en fonction de l'aspiration, par conséquent du nombre de Reynolds à l'entrée du tube poreux; le calcul donne :

$$k = 4 - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \bar{\Lambda}} \left[ \frac{a}{2 \rho \tilde{U}_0^2} \frac{\partial p}{\partial x} \right].$$

$C_{f_0}$  peut être calculé par la formule de BLASIUS. On voit donc que  $\frac{k}{C_{f_0}}$  est une fonction du seul nombre de Reynolds que l'on peut établir expérimentalement.

REMARQUE II.

Le fait que  $\frac{C_{f_A}}{C_{f_0}}$  n'est pas égal à 1 lorsque  $\frac{x}{a} = 0$  est dû au fait que la loi de variation du gradient de pression en fonction de l'aspiration n'est pas valable au voisinage du début de l'aspiration; par conséquent, la formule proposée ne peut être appliquée qu'à partir de sections éloignées d'au moins quatre fois le diamètre du tube poreux à l'aval du début de la zone aspirée ou, comme l'expérience l'a montré, cette loi est suivie.

REMARQUE III.

Il est intéressant de noter que dans le cas des mesures effectuées sur plaque plane poreuse sans gradient de pression longitudinal par A. FAVRE, R. DUMAS et E. VEROLLET (Stresa 1960) pour les taux inférieurs à  $3 \times 10^{-3}$ , un nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de couche limite de 20 000 et en une station située à onze fois et demie l'épaisseur de couche limite en aval du début de la zone aspirée, soit des conditions correspondant à celle de ces expériences, on trouve une relation de la forme :

$$\frac{C_{f_A}}{C_{f_0}} = 1,1 \frac{A}{C_{f_0}}.$$

Si l'on considère que le terme  $\frac{x}{a}$  de la relation (17) représente la variation longitudinale du débit dans le tube qui ne peut être négligée, même en première approximation. On en déduit que l'effet de l'aspiration sur le transfert de quantité de mouvement longitudinal est du même ordre de grandeur dans une conduite cylindrique de section circulaire et sur une plaque plane.

---

6,1 Une étude théorique a permis de calculer le coefficient de frottement à la paroi, en fonction du taux d'aspiration local, et du gradient de pression statique longitudinal. Une relation a été établie qui donne la distribution suivant le rayon des tensions de frottement turbulent, à partir des mesures de pression.

6,2 Un appareillage a été construit, afin d'étudier expérimentalement l'écoulement pleinement développé dans une conduite cylindrique de section circulaire à paroi poreuse, avec aspiration pariétale uniforme. Le nombre de Reynolds à l'entrée de la zone perméable a été maintenu constant à 40 800, et les taux d'aspiration ont varié de 0 à  $3,2 \times 10^{-3}$ . Le fonctionnement de l'appareillage s'est avéré satisfaisant.

6,3 L'expérience a montré que pour les taux d'aspiration utilisés, le gradient de pression statique longitudinal variait de façon linéaire avec l'aspiration suivant une loi :

$$\frac{1}{2} \frac{a}{\rho \bar{U}_0^2} \left[ \frac{\partial p}{\partial x} \right]_A = \frac{1}{2} \frac{a}{\rho \bar{U}_0^2} \left[ \frac{\partial p}{\partial x} \right]_0 + \alpha \bar{A},$$

où  $\alpha$  ne paraît dépendre que du nombre de Reynolds d'entrée  $Re_e$ .

Dans le cas de ces expériences, on a trouvé  $\alpha = 5,2$ .

6,4 Les mesures de vitesses ont montré que les profils de vitesses étaient sensiblement modifiés par l'aspiration. Pour un régime d'aspiration donné, les profils de vitesses évoluent le long du tube.

6,5 Il a été observé que dans les limites de la précision de mesures, et pour les taux d'aspiration utilisés, à égale distance de l'axe du tube les vitesses décroissent de façon linéaire au long de l'axe du tube. Ce taux de décroissance peut être calculé en première approximation à partir de l'expression donnant le taux de décroissance du débit longitudinal.

6,6 Pour les aspirations les plus faibles  $\frac{\partial U}{\partial x}$  paraît être constant dans toute la section, sauf au voisinage de la paroi. Ceci confirme l'hypothèse faite dans le calcul des tensions de Reynolds (2,2); pour les taux les plus élevés, il semble décroître vers la paroi; cependant, la précision des mesures n'est pas assez grande pour que l'on ait une bonne définition des courbes.

6,7 La distribution suivant le rayon des composantes radiales de la vitesse a été calculée, d'après les mesures de vitesse longitudinales et l'équation de conservation de la masse. Elles montrent que la composante radiale est nulle au centre du tube,

augmente vers la paroi, atteint un maximum, puis décroît vers la paroi. Cette distribution ne paraît pas évoluer sensiblement lorsqu'on se déplace le long du tube.

6,8 Le coefficient de frottement à la paroi a été calculé d'après les mesures de pression. L'expérience montre que ce coefficient augmente linéairement en fonction de l'aspiration en une section donnée, et à aspiration constante, augmente vers l'aval. Ceci est dû au choix de la vitesse locale comme vitesse de référence. Pour les taux d'aspiration faibles, et pour des longueurs de tube poreux courtes, il a été possible d'établir une formule semi-empirique donnant ce coefficient de frottement à la paroi, en fonction du taux d'aspiration général et de l'abscisse longitudinale :

$$\frac{C_{f_A}}{C_{f_0}} = 1 + \left( \frac{k}{C_{f_0}} + 4 \frac{x}{a} \right) \bar{A} \quad \text{avec} \quad 4 \frac{x}{a} \bar{A} < 10^{-1}$$

où :

$$k = 4 - \frac{\alpha}{2}.$$

La constante  $k$  ne paraît dépendre que du nombre de Reynolds d'entrée. Des séries de mesures complémentaires, à divers nombre de Reynolds, seront nécessaires pour établir la variation de  $\frac{k}{C_{f_0}}$  et généraliser éventuellement l'emploi de la formule proposée. Les résultats donnés par cette formule devront, de plus, être comparés aux coefficients de frottement à la paroi calculés d'après les mesures au fil chaud droit et aux fils en X.

---

# TABLEAUX

---

**GRADIENTS DE PRESSION STATIQUE  
EN FONCTION DE L'ASPIRATION**

$\lambda$ \ $x/a$	7,2	14,8	22,7	30,1	37,1
0	0,0125	0,0124	0,0126	0,0124	0,0125
0,00032			0,0111		
0,00037	0,0110	0,00783			
0,00080				0,00735	
0,00084		0,0057			0,0068
0,0013	0,00368		0,00535		
0,0018		0,00029		0,00027	0,00023
0,00226	0,000		0,000		
0,00263				0,00155	
0,00274		0,00209			0,00194
0,00320	0,0056		0,00440	0,0056	0,00420
0,00350					
0,0038					
0,00413	0,00976		0,00845		

ÉVOLUTION DU PROFIL DE VITESSE DANS LA DIRECTION  $x$

$Re = 40\ 800$

$R_A = 26,6$  soit  $A = 0,00065$

$r/a \backslash x/a$	0	7,2	14,8	22,7	30,1	37,1
0,000	1,000	0,993	0,985	0,975	0,975	0,960
0,102	0,995	0,990	0,983	0,975	0,974	0,956
0,230	0,981	0,976	0,970	0,959	0,961	0,946
0,359	0,960	0,956	0,947	0,932	0,936	0,921
0,487	0,926	0,925	0,915	0,903	0,902	0,885
0,616	0,880	0,883	0,875	0,863	0,863	0,850
0,744	0,825	0,825	0,820	0,809	0,807	0,799
0,795	0,799	0,796	0,788	0,781	0,780	0,766
0,846	0,761	0,763	0,758	0,745	0,750	0,731
0,898	0,716	0,721	0,711	0,702	0,709	0,687
0,923	0,685	0,691	0,687	0,678	0,680	0,660
0,949	0,653	0,660	0,630	0,640	0,645	0,626
0,974	0,588	0,604	0,594	0,585	0,589	0,552
0,992	0,405	0,420	0,413	0,408	0,409	0,402

ÉVOLUTION DU PROFIL DE VITESSE DANS LA DIRECTION  $x$

$Re = 40\ 800$

$R_A = 44,4$  soit  $A = 0,0011$

$r/a \backslash x/a$	0	7,2	14,8	22,7	30,1	37,1
0,000	1,000	0,986	0,971	0,960	0,951	0,930
0,102	0,995	0,986	0,971	0,956	0,950	0,925
0,230	0,981	0,975	0,960	0,945	0,939	0,910
0,359	0,960	0,951	0,935	0,920	0,915	0,893
0,487	0,926	0,921	0,904	0,888	0,883	0,862
0,616	0,880	0,877	0,861	0,850	0,844	0,821
0,744	0,825	0,825	0,808	0,799	0,797	0,775
0,795	0,799	0,790	0,783	0,770	0,769	0,750
0,846	0,761	0,765	0,750	0,740	0,739	0,717
0,898	0,716	0,720	0,710	0,698	0,700	0,677
0,923	0,685	0,694	0,683	0,674	0,670	0,650
0,949	0,653	0,662	0,648	0,640	0,636	0,612
0,974	0,588	0,601	0,600	0,590	0,691	0,636
0,992	0,405	0,416	0,405	0,405	0,403	0,402

ÉVOLUTION DU PROFIL DE VITESSE DANS LA DIRECTION  $x$

$Re = 40\ 800$

$R_\lambda = 73$  soit  $\bar{A} = 0,0018$

$r/a \backslash x/a$	0	7,2	14,8	22,7	30,1	37,1
0,000	1,000	0,985	0,960	0,937	0,915	0,892
0,102	0,995	0,980	0,956	0,935	0,914	0,890
0,230	0,981	0,966	0,943	0,920	0,902	0,875
0,359	0,960	0,946	0,921	0,898	0,884	0,860
0,487	0,926	0,915	0,989	0,870	0,850	0,830
0,616	0,880	0,874	0,850	0,830	0,820	0,792
0,744	0,825	0,821	0,798	0,785	0,772	0,750
0,795	0,799	0,780	0,775	0,756	0,749	0,726
0,846	0,761	0,760	0,741	0,730	0,719	0,696
0,898	0,716	0,715	0,704	0,690	0,680	0,657
0,923	0,686	0,698	0,680	0,667	0,658	0,633
0,949	0,653	0,662	0,650	0,635	0,626	0,604
0,974	0,588	0,612	0,600	0,580	0,580	0,526
0,892	0,405	0,430	0,416	0,405	0,392	0,380

ÉVOLUTION DU PROFIL DE VITESSE DANS LA DIRECTION  $x$

$Re = 40\ 800$

$R_\lambda = 99,2$  soit  $\bar{A} = 0,0025$

$r/a \backslash x/a$	0	7,2	14,8	22,7	30,1	37,1
0,000	1,000	0,973	0,951	0,914	0,887	0,836
0,102	0,995	0,970	0,947	0,914	0,882	0,836
0,230	0,981	0,960	0,934	0,899	0,870	0,825
0,359	0,960	0,940	0,910	0,878	0,852	0,806
0,487	0,926	0,910	0,878	0,849	0,834	0,885
0,616	0,880	0,865	0,836	0,812	0,794	0,754
0,744	0,825	0,808	0,791	0,770	0,750	0,714
0,795	0,799	0,780	0,770	0,745	0,724	0,692
0,846	0,761	0,750	0,738	0,718	0,700	0,666
0,898	0,716	0,715	0,701	0,682	0,665	0,633
0,923	0,685	0,690	0,680	0,660	0,642	0,613
0,949	0,653	0,658	0,652	0,628	0,618	0,685
0,974	0,588	0,618	0,594	0,580	0,570	0,520
0,992	0,405	0,424	0,416	0,408	0,390	0,372

ÉVOLUTION DU PROFIL DE VITESSE DANS LA DIRECTION  $x$

$Re = 40\ 800$

$Re_\lambda = 130,5$  soit  $\Lambda = 0,0032$

$\begin{matrix} x/a \\ r/a \end{matrix}$	0	7,2	14,8	22,7	30,1	37,1
0,000	1,000	0,960	0,930	0,886	0,855	0,788
0,102	0,995	0,960	0,927	0,887	0,852	0,788
0,230	0,981	0,954	0,912	0,870	0,840	0,780
0,359	0,960	0,925	0,890	0,851	0,822	0,766
0,487	0,926	0,890	0,860	0,825	0,800	0,742
0,616	0,880	0,850	0,820	0,786	0,766	0,719
0,744	0,825	0,797	0,773	0,751	0,728	0,685
0,795	0,799	0,770	0,755	0,730	0,709	0,670
0,846	0,761	0,740	0,729	0,704	0,683	0,646
0,898	0,716	0,702	0,690	0,671	0,654	0,612
0,923	0,685	0,681	0,675	0,648	0,634	0,595
0,949	0,653	0,656	0,650	0,624	0,605	0,570
0,974	0,588	0,604	0,604	0,578	0,566	0,504
0,922	0,405	0,430	0,416	0,408	0,388	0,368

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. COANTIC. — *Contribution à l'étude théorique et expérimentale de l'écoulement turbulent dans un tube circulaire*. Thèse, 3<sup>e</sup> cycle, Faculté des Sciences, Marseille (2-7-59).
  - [2] A. FAVRE, R. DUMAS et H. BURNAGE. — *Mesures de vitesse dans l'écoulement turbulent en tube cylindrique poreux*. Commissariat à l'Énergie Atomique 7/2977 (13-7-60).
  - [3] A. FAVRE, R. DUMAS et E. VEROLLET. — *Couche limite sur paroi plane poreuse avec aspiration*. X<sup>e</sup> Congrès International de Mécanique Appliquée, Stresa (septembre 1960). Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, n<sup>o</sup> 377, Paris, 1961.
  - [4] J. GAVIGLIO. — *Sur quelques problèmes de mesures de turbulence effectuées à l'aide de l'anémomètre à fils chauds parcourus par un courant d'intensité constante*. Thèse de Doctorat, Faculté des Sciences, Marseille. Office National d'Études et de Recherches Aéronautiques (30-9-58).
  - [5] J. LAUFER. — *The structure of turbulence in fully developed pipe flow*. National Advisory Committee for Aeronautics, TN 2954 (1953).
  - [6] H. SCHLICHTING. — *Boundary layer theory*. Pergamon Press Ltd., London, 1955.
  - [7] H. L. WEISSBERG. — *Velocity and pressure distributions in turbulent pipe flow with uniform wall suction*. Carbide and Carbon Chemicals Company, Union Carbide and Carbon Corporation K, 25 Plant. Physics R.N. K, 1187.
-

3b2d4b

**Contribution à l'étude de l'écoulement turbulent dans une conduite cylindrique à paroi poreuse, par H. BURNAGE.**

*Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, N.T., n° 114 (48 p., 28 fig., 6 tabl.) — Août 1962.*

Une étude théorique de l'écoulement turbulent pleinement développé dans une conduite cylindrique de section circulaire soumise à aspiration pariétale uniforme, donne une méthode de calcul du coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration et du gradient de pression. Les mesures de pressions effectuées sur l'appareillage expérimental montrent l'évolution des profils des composantes longitudinales et radiales de la vitesse et du gradient de pression en fonction du taux d'aspiration.

L'utilisation des résultats expérimentaux a permis d'obtenir une expression semi-empirique du coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration, du nombre de Reynolds d'entrée et de l'abscisse.



**Contribution à l'étude de l'écoulement turbulent dans une conduite cylindrique à paroi poreuse, par H. BURNAGE.**

*Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, N.T., n° 114 (48 p., 28 fig., 6 tabl.) — Août 1962.*

Une étude théorique de l'écoulement turbulent pleinement développé dans une conduite cylindrique de section circulaire soumise à aspiration pariétale uniforme, donne une méthode de calcul du coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration et du gradient de pression. Les mesures de pressions effectuées sur l'appareillage expérimental montrent l'évolution des profils des composantes longitudinales et radiales de la vitesse et du gradient de pression en fonction du taux d'aspiration.

L'utilisation des résultats expérimentaux a permis d'obtenir une expression semi-empirique du coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration, du nombre de Reynolds d'entrée et de l'abscisse.



3b2d4b

**Contribution à l'étude de l'écoulement turbulent dans une conduite cylindrique à paroi poreuse, par H. BURNAGE.**

*Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, N.T., n° 114 (48 p., 28 fig., 6 tabl.) — Août 1962.*

Une étude théorique de l'écoulement turbulent pleinement développé dans une conduite cylindrique de section circulaire soumise à aspiration pariétale uniforme, donne une méthode de calcul du coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration et du gradient de pression. Les mesures de pressions effectuées sur l'appareillage expérimental montrent l'évolution des profils des composantes longitudinales et radiales de la vitesse et du gradient de pression en fonction du taux d'aspiration.

L'utilisation des résultats expérimentaux a permis d'obtenir une expression semi-empirique du coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration, du nombre de Reynolds d'entrée et de l'abscisse.



3b2d4b

**Contribution à l'étude de l'écoulement turbulent dans une conduite cylindrique à paroi poreuse, par H. BURNAGE.**

*Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, N.T., n° 114 (48 p., 28 fig., 6 tabl.) — Août 1962.*

Une étude théorique de l'écoulement turbulent pleinement développé dans une conduite cylindrique de section circulaire soumise à aspiration pariétale uniforme, donne une méthode de calcul du coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration et du gradient de pression. Les mesures de pressions effectuées sur l'appareillage expérimental montrent l'évolution des profils des composantes longitudinales et radiales de la vitesse et du gradient de pression en fonction du taux d'aspiration.

L'utilisation des résultats expérimentaux a permis d'obtenir une expression semi-empirique du coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration, du nombre de Reynolds d'entrée et de l'abscisse.



3b2d4b

**Contribution à l'étude de l'écoulement turbulent dans une conduite cylindrique à paroi poreuse, par H. BURNAGE.**

*Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, N.T., n° 114 (48 p., 28 fig., 6 tabl.) — Août 1962.*

Une étude théorique de l'écoulement turbulent pleinement développé dans une conduite cylindrique de section circulaire soumise à aspiration pariétale uniforme, donne une méthode de calcul du coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration et du gradient de pression. Les mesures de pressions effectuées sur l'appareillage expérimental montrent l'évolution des profils des composantes longitudinales et radiales de la vitesse et du gradient de pression en fonction du taux d'aspiration.

L'utilisation des résultats expérimentaux a permis d'obtenir une expression semi-empirique du coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration, du nombre de Reynolds d'entrée et de l'abscisse.



3b2d4b

**Contribution à l'étude de l'écoulement turbulent dans une conduite cylindrique à paroi poreuse, par H. BURNAGE.**

*Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, N.T., n° 114 (48 p., 28 fig., 6 tabl.) — Août 1962.*

Une étude théorique de l'écoulement turbulent pleinement développé dans une conduite cylindrique de section circulaire soumise à aspiration pariétale uniforme, donne une méthode de calcul du coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration et du gradient de pression. Les mesures de pressions effectuées sur l'appareillage expérimental montrent l'évolution des profils des composantes longitudinales et radiales de la vitesse et du gradient de pression en fonction du taux d'aspiration.

L'utilisation des résultats expérimentaux a permis d'obtenir une expression semi-empirique du coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration, du nombre de Reynolds d'entrée et de l'abscisse.



3b2d4b

**Contribution à l'étude de l'écoulement turbulent dans une conduite cylindrique à paroi poreuse, par H. BURNAGE.**

*Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, N.T., n° 114 (48 p., 28 fig., 6 tabl.) — Août 1962.*

Une étude théorique de l'écoulement turbulent pleinement développé dans une conduite cylindrique de section circulaire soumise à aspiration pariétale uniforme, donne une méthode de calcul du coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration et du gradient de pression. Les mesures de pressions effectuées sur l'appareillage expérimental montrent l'évolution des profils des composantes longitudinales et radiales de la vitesse et du gradient de pression en fonction du taux d'aspiration.

L'utilisation des résultats expérimentaux a permis d'obtenir une expression semi-empirique du coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration, du nombre de Reynolds d'entrée et de l'abscisse.



3b2d4b

**Contribution à l'étude de l'écoulement turbulent dans une conduite cylindrique à paroi poreuse, par H. BURNAGE.**

*Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, N.T., n° 114 (48 p., 28 fig., 6 tabl.) — Août 1962.*

Une étude théorique de l'écoulement turbulent pleinement développé dans une conduite cylindrique de section circulaire soumise à aspiration pariétale uniforme, donne une méthode de calcul du coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration et du gradient de pression. Les mesures de pressions effectuées sur l'appareillage expérimental montrent l'évolution des profils des composantes longitudinales et radiales de la vitesse et du gradient de pression en fonction du taux d'aspiration.

L'utilisation des résultats expérimentaux a permis d'obtenir une expression semi-empirique du coefficient de frottement à la paroi en fonction du taux d'aspiration, du nombre de Reynolds d'entrée et de l'abscisse.





IMPRIMERIE