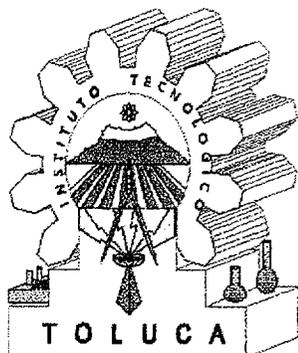




SEP

SEIT

DGIT



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE TOLUCA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS Y COMPUTACIÓN
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

**DISEÑO DE UN CONTROLADOR
BASADO EN LÓGICA DIFUSA PARA
LA REGULACIÓN DE FLUJO
NEUTRÓNICO**

Tesis de Maestría

que para obtener el título de

**Maestro en Ciencias
en Ciencias Computacionales**

P R E S E N T A:

Daniel Vélez Díaz

Director de tesis: Dr. Jorge Samuel Benítez Read

METEPEC, MÉXICO

FEBRERO DE 2000

31 / 41

2

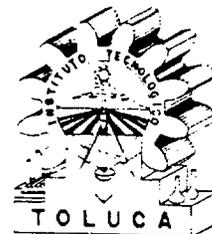
**Please be aware that all of the Missing Pages in this document were
originally blank pages**

DESIGN OF A FUZZY LOGIC BASED CONTROLLER FOR NEUTRON POWER REGULATION

ABSTRACT

This work presents a fuzzy logic controller design for neutron power control, from its source to its full power level, applied to a nuclear reactor model. First, we present the basic definitions on fuzzy sets as generalized definitions of the crisp (non fuzzy) set theory. Likewise, we define the basic operations on fuzzy sets (complement, union, and intersection), and the operations on fuzzy relations such as projection and cylindrical extension operations. Furthermore, some concepts of the fuzzy control theory, such as the main modules of the typical fuzzy controller structure and its internal variables, are defined. After the knowledge base is obtained by simulation of the reactor behaviour, where the controlled system is modeled by a simple nonlinear reactor model, this model is used to infer a set of fuzzy rules for the reactor's response to different insertions of reactivity. The reduction of the response time, using fuzzy rule based controllers on this reactor, is possible by adjusting the output membership functions, by selecting fuzzy rule sets, or by increasing the number of crisp inputs to the fuzzy controller. System characteristics, such as number of rules, response times, and safety parameter values, were considered in the evaluation of each controller's merits. Different fuzzy controllers are designed to attain the desired power level, to maintain a constant level for long periods of time, and to keep the reactor away from a shutdown condition. The basic differences among the controllers are the number of crisp inputs and the novel implementation of a crisp power level-based selection of different sets of output membership functions. Simulation results highlight, mainly: (1) A decrease of the response variations at low power levels, and (2) a decrease in the time required to attain the desired neutron power. Finally, we present a comparative study of different fuzzy control algorithms applied to a nuclear model.

KEYWORDS: nuclear reactor, fuzzy sets, fuzzy control structures, simulation, control algorithms.



DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
E INVESTIGACION.
OFICIO: DEPI-395-005/2000.

Asunto: Se Autoriza Impresión de Tesis de
Maestria.

Enero 12, del 2000.

C. DANIEL VELEZ DIAZ.
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN
CIENCIAS, EN CIENCIAS COMPUTACIONALES.
P R E S E N T E

De acuerdo con el reglamento de Titulación de Sistema Nacional de Institutos Tecnológicos de la Subsecretaría de Educación e Investigación Tecnológicas de la Secretaría de Educación Pública y habiendo cumplido con todas las indicaciones que la Comisión Revisora realizó con respecto a su trabajo de tesis titulado: "DISEÑO DE UN CONTROLADOR BASADO EN LOGICA DIFUSA PARA LA REGULACION DE FLUJO NEUTRONICO", la División de Estudios de Posgrado e Investigación concede autorización para que proceda a la impresión del mismo.

Sin más por el momento quedo de usted.

ATENTAMENTE.

M. C. JOSÉ RAFAEL CRUZ REYES.
JEFE DE LA DIVISION DE ESTUDIOS DE
POSGRADO E INVESTIGACION.

JRCR-jpm
2374-1997



271-21-91

271-12-91, 271-10-68
271-10-46, 271-21-85
271-01-00, 271-01-02

271-12-92, 271-12-41



**ACTA DE REVISION DE TESIS**
Metepec, México a 12 de enero del 2000.

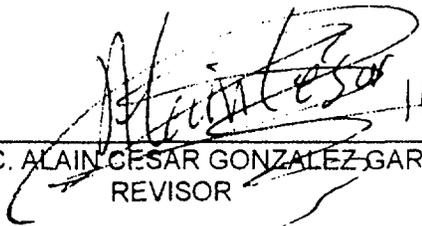
M. C. JOSE RAFAEL CRUZ REYES.
JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE
POSGRADO E INVESTIGACIÓN.
P R E S E N T E .

Los que suscriben, integrantes de la Comisión nombrada para examinar el manuscrito de Tesis titulado: "DISEÑO DE UN CONTROLADOR BASADO EN LOGICA DIFUSA PARA LA REGULACION DE FLUJO NEUTRONICO", que presenta el candidato al Grado Académico de Maestro en Ciencias, en Ciencias Computacionales, DANIEL VELEZ DIAZ, reunidos para tal efecto en esta fecha, manifiestan su aceptación a dicho trabajo en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias y que se han hecho las correcciones que cada uno consideró pertinentes para su presentación. Por lo cual se dictaminó proceder a la impresión del mismo.

Atentamente
La Comisión Revisora de Tesis.



DR. JORGE SAMUEL BENITEZ READ.
REVISOR



M.en C. ALAIN CESAR GONZALEZ GARCIA.
REVISOR



M.en I. ERÉNDIRA RENDON LARA.
REVISOR

JRRCR:jpm



271-21-91

Av. Tecnológico, S/N, Exrancho La Virgen,
Metepec, Méx., C.P. 52140
Apartado postal 890

INTERNET www.it-toluca.edu.mxCORREO ELECTRÓNICO: info@it-toluca.edu.mx

271-12-91, 271-10-68
271-10-46, 271-21-85
271-01-00, 271-01-02



271-12-92, 271-12-41



DEDICATORIA

A mis queridos padres, **Gustavo y Celia**, de quienes con su ejemplo he aprendido los valores que rigen mi conducta, y de quienes también sigo aprendiendo que lo más importante de la vida es la *Fe en Dios*.

A mis queridos hermanos **Gustavo, Leticia** y mi gemelo **Miguel**.

A mi compañera de todo momento, mi amada esposa **Irma**.

A mis preciosas hijas, **Dánae, Danya** y **Daniela**.

Con cariño para mi abuelita **Rebequita**, y con admiración y respeto al recuerdo de mis abuelitos: **Velente, Agustín** y **Modestita**.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Dr. Jorge Samuel Benítez Read por haberme propuesto el tema, por haber dirigido esta tesis, por su paciencia, apoyo y consejos permanentes que permitieron realizar este trabajo.

Mis agradecimientos a los Revisores de la tesis: el M. en C. Noé Morales, la M. en I. Erendira Rendón y , y al M. en C. Alain C. Gonzáles, por sus comentarios y por el tiempo dedicado al enriquecimiento de esta tesis.

Agradezco al Consejo del Sistema Nacional de Educación Tecnológica (COSNET) su apoyo a través del Convenio para Proyectos No. 202.95-P.

Agradezco a mis compañeros: al Maestro Eduardo Gabriel Balderas, por sus sinceros y atinados consejos; al Ing. Rafael Basurto, por su colaboración en la digitalización de algunas de las figuras; y al Sr. Carlos Guillén, por su ayuda para la presentación de este trabajo.

Esta tesis fue posible gracias al apoyo del Intituto Nacional de Investigaciones Nucleares (ININ) a través del Departamento de Automatización e Instrumentación. Agradezco en especial al Ing. Tonatiuh Rivero la oportunidad de pertenecer al departamento y así realizar este proyecto.

Contenido

1	INTRODUCCIÓN	1
1.1	Protocolo de Tesis	2
1.2	Antecedentes	4
1.3	Descripción de la Tesis	7
2	TEORÍA DE CONJUNTOS DIFUSOS	8
2.1	Introducción	8
2.2	Conceptos Básicos de Conjuntos Difusos	9
2.3	Clasificación de los Conjuntos Difusos	23
2.4	Operaciones Básicas de Conjuntos Difusos	26
2.4.1	Complementos difusos	27
2.4.2	Uniones difusas	34
2.4.3	Intersecciones difusas	36
2.5	Relaciones Difusas	37
2.5.1	Relaciones clásicas	38
2.5.2	Relaciones difusas	40
2.5.3	Operaciones en las relaciones difusas	41

3	TEORÍA DE CONTROL DIFUSO	48
3.1	Introducción	48
3.2	Razonamiento Aproximado	48
3.3	Principales Bloques de un Controlador Difuso	56
3.3.1	Variables y valores en un controlador difuso	56
3.3.2	Difusificación	60
3.3.3	Base de conocimientos	61
3.3.4	Procedimiento de inferencia	62
3.3.5	Desdifusificación	65
3.4	Base de Conocimientos	66
3.4.1	Base de reglas	67
3.4.2	Base de datos	68
3.5	Método de Inferencia	71
3.6	Métodos de Desdifusificación	73
4	METODOLOGÍA DE DISEÑO DEL CONTROLADOR DIFUSO	76
4.1	Introducción	76
4.2	Análisis y División del Sistema de Control	76
4.3	Definición de las Funciones de Membresía de Entrada y Salida	78
4.4	Escritura de las Reglas	83
4.5	Observación del Comportamiento del Sistema de Control	85

5	ALGORITMO DE CONTROL DIFUSO TÍPICO	86
5.1	Introducción	86
5.2	Algoritmo de Simulación	86
5.3	Algoritmo del Control Difuso Típico (FRBC-1)	92
5.3.1	Definición de la Base de Datos	92
5.3.2	Difusificación	93
5.3.3	Inferenciación	96
5.3.4	Desdifusificación	97
5.4	Observación del Comportamiento	100
5.5	Ajuste a la Base de Conocimientos (FRBC-2)	100
5.6	Nuevos Ajustes a la Base de Conocimientos (FRBC-3)	102
6	ALGORITMO DE CONTROL DIFUSO CON SELECTOR BOOLEANO	105
6.1	Introducción	105
6.2	Ampliación de la Base de Conocimientos	105
6.3	Controlador Difuso de Tres entradas / una salida (FRBC-4)	108
6.4	Algoritmo de Control Difuso con Selector Booleano (FRBC-5)	109

7	ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES	112
7.1	Descripción de los Controladores Difusos	112
7.2	Análisis Comparativo de Resultados	114
7.3	Conclusiones	118
	REFERENCIAS	120
	APÉNDICE A	
	REACTOR NUCLEAR TIPO TRIGA MARK III	A.1
	APÉNDICE B	
	ADQUISICIÓN DEL CONOCIMIENTO SOBRE EL SISTEMA A CONTROLAR	B.1
	APÉNDICE C	
	COEFICIENTES PARA EL MODELO PUNTUAL DEL REACTOR EN LA FUNCIÓN "ascr_coe.m"	C.1

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Los reactores nucleares de investigación y experimentación juegan un papel importante dentro de la industria nuclear. El desarrollo de tecnología, innovaciones y metodologías puede enfocarse hacia objetivos tangibles como el mejoramiento de algunas características dinámicas de los reactores nucleares, tales como estabilidad, quemado de combustible y robustez en los algoritmos de control. Un mayor grado de automatización puede aplicarse en plantas nucleares de potencia usando algoritmos y sistemas de control diseñados y probados primero para los reactores de investigación.

El Centro Nuclear "Dr. Nabor Carrillo Flores" del Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares (ININ) cuenta con un reactor nuclear del tipo TRIGA Mark III, el cual puede ser clasificado como un reactor de investigación [DEG 68]. En este reactor, la producción de neutrones se lleva a cabo en forma controlada, siendo las barras de control, conteniendo material absorbedor de neutrones, el medio con el cual se regulan las reacciones de fisión en el combustible nuclear [HET 71]. La potencia máxima estable que se puede alcanzar con este reactor es de 1 MW térmico. La operación y el control del reactor la realiza un operador especializado a través de la consola de operación, la cual proporciona cuatro formas de operarlo, conocidas como "modos de operación" [NAV 91b]. Estas formas de operación son: (a) Modo Pulsado [NAV 93], (b) Modo de Onda Cuadrada [NAV 91a], (c) Modo Manual [NAV 91c], y (d) Modo Automático [NAV 91d].

La consola de operación original de este reactor está basada en una electrónica analógica cuya tecnología data de la década de los 1960s. Debido a la obsolescencia de esta instrumentación, que dificulta las labores de mantenimiento, y a la necesidad de contar con una forma más versátil de operar el reactor, personal altamente calificado del Departamento de Automatización e Instrumentación del ININ ha diseñado y construido una nueva consola de operación, conocida como consola de control digital o CCD [GON 95]. Esta nueva consola se encuentra actualmente en las etapas finales del proceso de licenciamiento por

parte de la Comisión Nacional de Seguridad Nuclear y Salvaguardias (CNSNS) de México.

Entre la ventajas de ofrece la nueva CCD está la posibilidad de implantar algoritmos de control basados en diversas teorías de control moderno y control inteligente, con los que se podría regular la potencia en el reactor por largos períodos de tiempo, prácticamente sin intervención continua del operador, así como proponer ciertos perfiles de potencia para su seguimiento.

1.1 PROTOCOLO DE TESIS

Planteamiento del Problema.

En los proyectos de desarrollo tecnológico en el área de control de procesos y sistemas dinámicos, antes de pasar a la etapa de construcción de dispositivos, sistemas, y la implantación de algoritmos de control en tiempo real, es fundamental una etapa de investigación sobre las características del sistema a controlar, así como de las distintas teorías o métodos de control que pudieran eventualmente aplicarse. En este sentido, se plantea la necesidad de simular el comportamiento o respuesta del reactor, en base a un modelo dinámico simplificado del mismo [BEN 94], a distintas señales de excitación al sistema. Se consideran como señales de excitación las inserciones de reactividad externa [PER 94] en el núcleo del reactor, las cuales se obtienen físicamente con el movimiento de las barras de control. Mediante la extracción de las barras de control se logra una inserción de reactividad externa positiva en el núcleo, con el correspondiente aumento en la potencia del reactor. Por otra parte, entre las distintas alternativas de control de potencia en un reactor TRIGA, se analizará la posibilidad de aplicar un controlador basado en conocimiento, empleando lógica difusa, para la regulación de potencia en el reactor. Debido a la llamada característica de seguridad intrínseca de este reactor [PON 80], existe un alto grado de confiabilidad en el empleo de técnicas de control no convencional, como lo es el uso de sistemas basados en conocimiento para la regulación de potencia neutrónica.

En resumen, se plantea el problema de controlar la potencia en un reactor tipo TRIGA

Mark III, para lo cual se identifican las necesidades de (a) obtener las características de comportamiento y reglas de operación en forma heurística, y (b) analizar la posibilidad de aplicar control difuso [CHA 95] [HEG 95] para la regulación de la potencia.

Hipótesis.

La complejidad que presentan algunos sistemas, tal como un reactor nuclear, pone a prueba tanto las técnicas de control convencional como a las técnicas novedosas del control basado en conocimiento. Una de éstas es el control basado en lógica difusa. Para el desarrollo de este trabajo de tesis se parte de la hipótesis de que es posible diseñar un sistema de control basado en conocimiento, empleando lógica difusa, con el cual se pueda regular la potencia del reactor en forma análoga a la de un operador humano experto, liberándolo a éste de las acciones rutinarias necesarias para la regulación en períodos de tiempo largos.

Objetivos.

Diseñar un algoritmo de control basado en lógica difusa¹ para la regulación de la potencia neutrónica en el reactor nuclear TRIGA Mark III, considerando principalmente: (1) una potencia inicial de 50 W y una potencia final de 1 MW, (2) la estabilidad del sistema en la potencia final, y (3) cumplir con las condiciones de seguridad [NAV 91b].

Justificación.

Para el control de procesos, y basados en teorías de control clásico, se requiere de un modelo matemático que represente el comportamiento del reactor, el cual es complejo y dificulta la obtención del modelo. Sin embargo, la utilización de la teoría de conjuntos difusos permite realizar el control automático sin la rigurosa necesidad del modelo

¹ En el presente trabajo, se utilizará la palabra *difusa* o *difuso* como una interpretación de la palabra en inglés "fuzzy"; ya que realizar una traducción "adecuada" para la palabra "fuzzy" es una tarea difícil, con la palabra "difusa" o "difuso" (de la palabra "difusión", por la cual se entiende una propagación atenuada, esto es, una extensión sin límites exactos) se pretende que tenga el mismo sentido que el adjetivo *fuzzy*. En México, no se ha empleado una palabra única y representativa; por ejemplo, algunas de las expresiones utilizadas en nuestro país para "fuzzy logic" son: "lógica difusa", "lógica borrosa" o "lógica fuzzy".

matemático, para lo que se requiere el conocimiento de las reglas heurísticas de operación del reactor. Los algoritmos de control difuso utilizan información en la misma forma que lo haría un experto humano, y no requiere de la complejidad matemática asociada con la teoría ya sea de control clásico o avanzado [JAM 93].

Metodología.

- a) Obtención de las características dinámicas más relevantes de la respuesta del reactor a distintas inserciones de reactividad externa.
- b) Formulación de una base de conocimiento de la operación normal del reactor.
- c) Definición de la arquitectura del controlador difuso propuesto.
- d) Determinación de los parámetros difusos para las variables involucradas en el controlador.
- e) Selección de los métodos de evaluación de reglas difusas y de desdifusificación.
- f) Integración del controlador difuso.
- g) Simulación y evaluación del sistema de control difuso de lazo cerrado.
- h) Análisis de modificaciones y variantes estructurales en el controlador.
- i) Estudio de factibilidad de implantación de los algoritmos resultantes para su aplicación en tiempo real.

1.2 ANTECEDENTES

Por mucho tiempo, el control de sistemas o procesos se ha enfrentado a obstáculos tales como: la modelación de los procesos, las estrategias de control avanzado y la complejidad de los sistemas. El creciente interés por resolver el problema de controlar sistemas cada vez más complejos, incrementa, de la misma forma, el interés por desarrollar nuevas técnicas de control. La complejidad que presentan algunos sistemas, tal como los procesos nucleares, pone a prueba tanto a las técnicas de control convencional como a las técnicas novedosas del control basado en conocimiento.

Control Convencional.

Cuando un sistema es descrito en términos de las leyes físicas que gobiernan su comportamiento dinámico, se obtiene generalmente un conjunto de ecuaciones diferenciales simultáneas. Éstas constituyen sólo un modelo del sistema físico; la determinación de estas ecuaciones requiere de un gran número de suposiciones que las simplifican (primeramente en conexión con la linealidad, pero también con el rechazo de ciertos parámetros los cuales son de una importancia secundaria). Si el modelo representa adecuadamente al sistema y si los parámetros son conocidos con una exactitud razonable, entonces se está en posición para evaluar el rendimiento del proceso bajo todas las condiciones posibles de operación y excitación, ya sea por evaluación analítica o simulada por computadora [MIS 61].

Algunos de los antecedentes del control convencional en los procesos nucleares se muestran en el control de plantas de potencia nuclear [FRO 78] o en el control óptimo robusto de reactores y plantas de potencia nucleares [EDW 92]. Recientemente, los métodos de control convencional y control difuso se combinan, como en las estrategias de automatización de la operación de emergencia para el corte óptimo en los reactores de agua presurizada [CHO 98].

Control Basado en Conocimiento.

La mayoría de los procesos del mundo real que requieren del control automático son de naturaleza no lineales. Esto es, el valor de sus parámetros se altera conforme cambia el punto de operación o el tiempo, o ambos. Como los esquemas del control convencional son lineales, un controlador puede ser entonado sólo para dar un buen rendimiento en un punto de operación particular o para un período de tiempo limitado. El controlador necesita ser reentonado si el punto de operación cambia, o ser periódicamente reentonado si el proceso cambia con el tiempo. Esta necesidad ha conducido a requerir de controladores adaptables que puedan ser automáticamente autoentoados. Los controladores difusos basados en conocimientos son no lineales y así pueden ser diseñados para afrontar una cierta cantidad de procesos no lineales; sin embargo, tales diseños son difíciles, especialmente si los controladores deben enfrentarse con las no linealidades sobre una parte significativa del

intervalo de operación del proceso [DRI 96].

Sin embargo, en muchas situaciones y por varias razones el control difuso no puede ser matemáticamente sustentado como lo impone la teoría del control convencional; no obstante, la tecnología difusa puede satisfacer los requerimientos de diseño, para el desarrollo de sistemas de control de productos de consumo, como: (1) características no lineales y sistemas de toma de decisiones, (2) hacer frente al creciente número de sensores y a la gran cantidad de información en los procesos, (3) reducir el tiempo de diseño, y (4) reducir los costos asociados con la tecnología. Además, los controladores difusos han resultado ser una herramienta poderosa cuando es aplicada para el control de procesos que no son manejables por las técnicas de diseño convencional [MAR 94].

Aproximadamente en los primeros diez años, después de que Lotfi A. Zadeh publicara su primer artículo sobre "conjuntos difusos" en 1965, los especialistas no pusieron mucha atención a esta teoría; no así el investigador Michiya Serizawa, de los Laboratorios de Investigaciones en Energía Atómica, quien realizaba estudios sobre el empleo de la nueva teoría difusa en aplicaciones nucleares [SER 73]. Sin embargo, las investigaciones sobre la utilización de la lógica difusa en las ciencias nucleares se incrementaron en la década de los 80s. Como ejemplos, en 1980 se realizaron estudios sobre la relevancia de la teoría de los conjuntos y sistemas difusos para el análisis y diagnóstico de fallas en un reactor nuclear [SHA 80]; en 1983, la teoría de conjuntos difusos es usada para incorporar las reglas lingüísticas de un operador humano en el control de una planta de potencia nuclear HTR [BUB 83]; J. A. Bernard del Instituto Tecnológico de Massachusetts presentó, en 1986, el empleo de la lógica difusa para representar el conocimiento en el control en tiempo real de la potencia de un reactor de investigación [BER 86].

Actualmente, es amplia la variedad de procesos controlados bajo los conceptos de lógica difusa; sin embargo, son relativamente limitadas las aplicaciones del control difuso en plantas nucleares de potencia (una razón es la ausencia de un análisis cuantitativo de la estabilidad y de un método sistemático para la generación de las reglas difusas). Algunas de éstas son, por ejemplo, un controlador difuso de nivel del agua de un generador de vapor en reactores

de agua presurizada [KUA 92], un controlador difuso para una planta de potencia nuclear del tipo PWR [AKI 91], y un controlador difuso para generadores de vapor nuclear [CHO 96].

1.3 DESCRIPCIÓN DE LA TESIS

En el Capítulo 2 se presentan las definiciones de los conceptos básicos de conjuntos difusos como una generalización de los conceptos de la teoría de conjuntos clásicos (no difusos o exactos). De la misma forma, se definen: las operaciones difusas básicas, como unión, intersección y complemento; las relaciones difusas básicas, como proyección y extensión cilíndrica. Algunos conceptos de la teoría de control difuso se presentan en el Capítulo 3, iniciando con la definición de las variables y conceptos empleados en la "aproximación al razonamiento"; también, se presentan las definiciones tanto de los principales bloques de un controlador difuso típico como de las variables internas. En el Capítulo 4, empleando el conocimiento adquirido sobre el sistema a controlar, se presenta la metodología de un diseño del controlador difuso. Posteriormente, en el Capítulo 5, se presenta el algoritmo de control difuso típico y los resultados que se obtuvieron de la simulación. En base a éstos, en el Capítulo 6, se realizaron algunas modificaciones tanto en la base de conocimientos como en la arquitectura del controlador difuso típico, dando lugar a esquemas de control difuso con ajuste o adaptación booleana de sus parámetros internos. Finalmente, en el Capítulo 7, se presenta un análisis comparativo de los resultados y las conclusiones de este trabajo.

En el Apéndice A se presentan algunos conceptos básicos relacionados con un reactor nuclear. Particularmente, se comenta la obtención de las ecuaciones dinámicas de un modelo puntual para el reactor nuclear del tipo TRIGA Mark III. En el Apéndice B se describen las simulaciones realizadas en lazo abierto con el modelo puntual del reactor nuclear (descrito en el Capítulo A) para la adquisición del conocimiento del sistema a controlar. En el Apéndice C se presentan los coeficientes para el modelo puntual del reactor, empleados para la simulación del modelo.

CAPÍTULO 2

TEORÍA DE CONJUNTOS DIFUSOS

En este capítulo se presentan los conceptos fundamentales de la teoría de conjuntos difusos, como una generalización de la teoría de los conjuntos clásicos (no difusos), así como sus operaciones y relaciones difusas. Para distinguir los conjuntos difusos de los conjuntos clásicos, a estos últimos se les llama conjuntos exactos.

2.1 INTRODUCCIÓN

Un *conjunto exacto* se puede definir, en forma intuitiva, como una lista, colección o clase de objetos bien definidos, los cuales se llaman elementos o miembros del conjunto. Los conjuntos exactos son indicados por letras mayúsculas y sus elementos por letras minúsculas. Por ejemplo, sea X el conjunto universal que contiene todos los elementos x de interés en cada contexto particular o de aplicación.

Hay tres formas básicas [KLI 95], mediante las cuales los conjuntos exactos pueden ser definidos dentro de un conjunto universal X :

1. Un conjunto exacto puede ser definido nombrando todos sus miembros (método de lista). Esta forma es usada sólomente para conjuntos finitos. El conjunto exacto A , cuyos miembros son a_1, a_2, \dots, a_n , usualmente es escrito como

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}. \quad (2.1)$$

2. Un conjunto exacto puede ser definido por las propiedades satisfechas por sus miembros (método de regla). El conjunto exacto A , cuyos miembros satisfacen las propiedades P_1, P_2, \dots, P_n , comúnmente se escribe como

$$A = \{ a \mid a \text{ satisface } P_1, P_2, \dots, P_n \}. \quad (2.2)$$

3. Un conjunto exacto puede ser definido por una función, usualmente llamada *función característica*, que declara cuales elementos de X son miembros del conjunto exacto y cuales no. Un conjunto exacto A es definido por su función característica, χ_A , como sigue

$$\chi_A = \begin{cases} 1 & \text{si y sólo si } x \in A \\ 0 & \text{si y sólo si } x \notin A. \end{cases} \quad (2.3)$$

Esto es, la función característica lleva los elementos de X a elementos del conjunto exacto $\{0, 1\}$, la cual es formalmente expresada por

$$\chi_A : X \rightarrow \{0, 1\}. \quad (2.4)$$

2.2 CONCEPTOS BÁSICOS DE CONJUNTOS DIFUSOS

Esta sección introduce algunos de los conceptos y terminología de los conjuntos difusos. Muchos de éstos son extensiones y generalizaciones de los conceptos básicos de los conjuntos exactos, pero otros son únicos a la estructura de los conjuntos difusos. En general cuando se dice extensión, significa que en la mayoría de los casos algunas de las características originales son perdidas (así, los complementos difusos no siempre tienen todas las características de los complementos exactos).

Como una generalización de la definición intuitiva de conjunto exacto, un *conjunto difuso* se puede definir como una lista, colección o clase de objetos, cada uno de los cuales presenta cierto *grado de membresía* (asociación o pertenencia) al conjunto que se define. En este texto, los conjuntos difusos son indicados por letras mayúsculas precedidas por el símbolo " \sim ". Por ejemplo, el conjunto difuso A será denotado por $\sim A$.

Grado de membresía. Sea x un elemento del conjunto universal X , y sea $\sim A$ un conjunto difuso definido en X . Entonces, el grado de membresía del elemento x en $\sim A$, denotado por $\mu_{\sim A}(x)$, es un valor que indica "que tanto pertenece x al conjunto $\sim A$ ". Generalmente, $\mu_{\sim A}(x)$ es un elemento del intervalo unitario $[0, 1]$.

Función de membresía. La *función de membresía* es denotada por $\mu_{\sim A}$.

Definición 2.1. Sea X un conjunto universal, y sea $\sim A$ un conjunto difuso definido en X . La *función de membresía* de $\sim A$ es una función

$$\mu_{\sim A} : X \rightarrow [0, 1], \quad (2.5)$$

que asigna un grado de membresía, $\mu_{\sim A}(x)$, a cada x elemento de X . ■

Conjunto difuso. Al conjunto definido en base a su función de membresía se le llama *conjunto difuso*.

Definición 2.2. Sea X un conjunto universal. Un *conjunto difuso* $\sim A$ es definido completamente en X por su función de membresía $\mu_{\sim A}$, tal que

$$\sim A = \{ (x, \mu_{\sim A}(x)) \mid x \in X, \mu_{\sim A}(x) \in [0, 1] \}. \quad (2.6)$$

De la definición anterior, un *conjunto difuso* se puede leer como: *el conjunto de todos los pares elemento - grado de membresía, tal que $x \in X$ y $\mu_{\sim A}(x) \in [0, 1]$.*

Ejemplo 2.1. Si X es el conjunto universal definido por los todos los números reales del intervalo $[-2, 4]$, entonces algunos de los posibles conjuntos difusos definidos en X son los conjuntos de: *los números cercanos a "0"* ($\sim CZ$), *los números muy*

cercanos a "0" ($\sim MZ$) y los números cercanos a "2" ($\sim CD$); definidos por,

$$\mu_{\sim CZ}(x) = \frac{1}{1 + 10x^2} ,$$

$$\mu_{\sim MZ}(x) = \left(\frac{1}{1 + 10x^2} \right)^2$$

y

$$\mu_{\sim CD}(x) = \frac{1}{1 + 10(x-2)^2} ,$$

respectivamente. Así,

$$\sim CZ = \{ (x, \mu_{\sim CZ}(x)) \mid x \in [-2, 4] \text{ y } \mu_{\sim CZ}(x) \in [0, 1] \} ,$$

$$\sim MZ = \{ (x, \mu_{\sim MZ}(x)) \mid x \in [-2, 4] \text{ y } \mu_{\sim MZ}(x) \in [0, 1] \}$$

y

$$\sim CD = \{ (x, \mu_{\sim CD}(x)) \mid x \in [-2, 4] \text{ y } \mu_{\sim CD}(x) \in [0, 1] \} ;$$

los cuales se muestran en la Figura 2.1. ■

Para ilustrar algunos conceptos, consideramos los grados de membresía de los elementos de un pequeño *conjunto universal finito* de temperaturas en cinco diferentes conjuntos difusos, como son mostrados en la Tabla 2.1 y expresados gráficamente en la Figura 2.2. Aquí, el conjunto exacto universal X de temperaturas que se ha seleccionado es

$$X = \{-5, 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40\} , \tag{2.7}$$

en donde se definen los conjuntos difusos etiquetados como: *muy fría* ($\sim MF$), *fría* ($\sim F$), *templada* ($\sim T$), *caliente* ($\sim C$) y *muy caliente* ($\sim MC$).

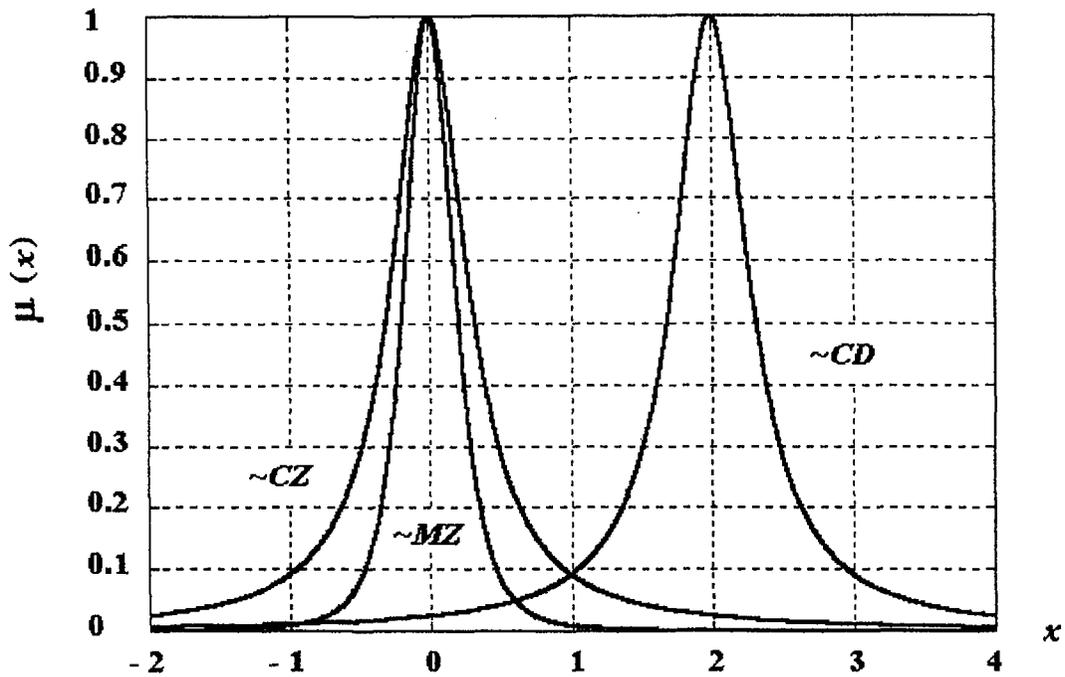


Figura 2.1. Conjuntos difusos, del Ejemplo 2.1, definidos en $X = [-2, 4]$.

TABLA 2.1. EJEMPLOS DE CONJUNTOS DIFUSOS

Elementos x de X	Grados de membresía de cada x en los siguientes conjuntos difusos:				
	<i>Muy Fría</i>	<i>Fría</i>	<i>Templada</i>	<i>Caliente</i>	<i>Muy Caliente</i>
-5	0.8	1	0	0	0
0	0.5	1	0	0	0
5	0.2	1	0	0	0
10	0.1	0.9	0.1	0.1	0
15	0	0.7	0.5	0.3	0
20	0	0.4	1	0.6	0
25	0	0.2	1	0.8	0.2
30	0	0	0.5	1	0.5
35	0	0	0.1	1	0.8
40	0	0	0	1	1

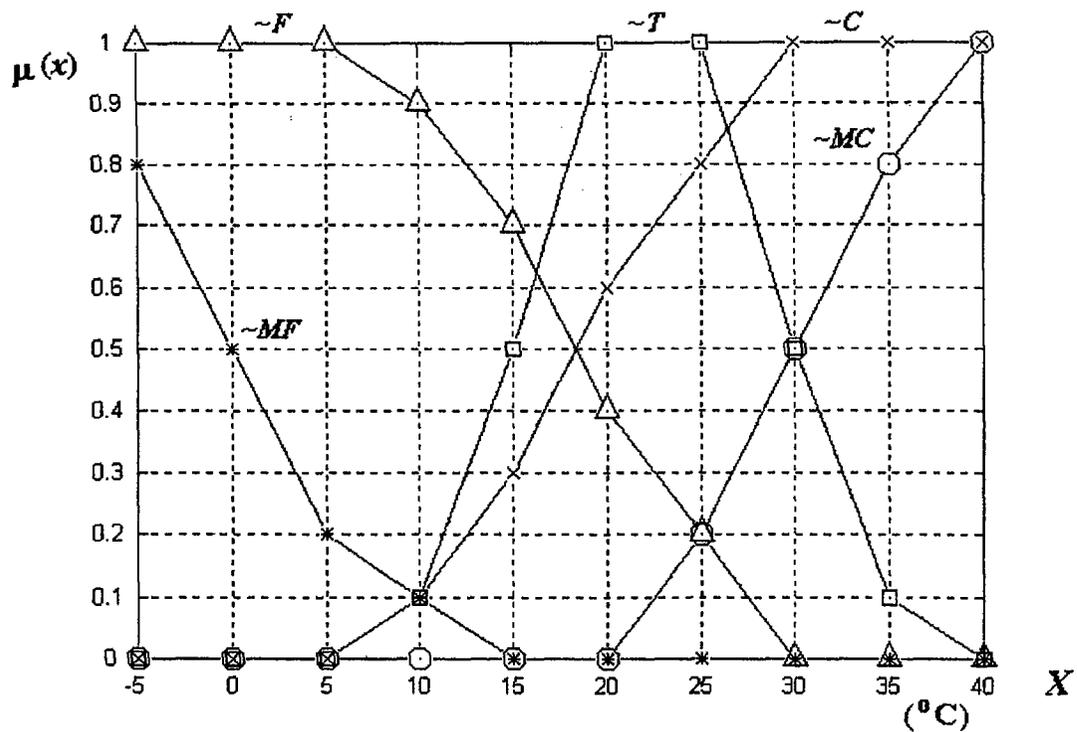


Figura 2.2. Conjuntos difusos definidos, en la Tabla 2.1, para la variable Temperatura: *muy fría* ($\sim MF$), *fría* ($\sim F$), *templada* ($\sim T$), *caliente* ($\sim C$), *muy caliente* ($\sim MC$).

Ejemplo 2.2. Si X es el conjunto universal definido en la Tabla 2.1, entonces $\sim MF$ y $\sim T$ se definen, en X , como

$$\sim MF = \{(-5,0.8), (0,0.5), (5,0.2), (10,0.1), (15,0), (20,0), (25,0), (30,0), (35,0), (40,0)\},$$

y

$$\sim T = \{(-5,0), (0,0), (5,0), (10,0.1), (15,0.5), (20,1), (25,1), (30,0.5), (35,0.1), (40,0)\}. \blacksquare$$

Conjunto soporte. Es un conjunto exacto asociado a un conjunto difuso, y se define de la siguiente manera:

Definición 2.3. Sea $\sim A$ un conjunto difuso definido en el conjunto universal X . El *Soporte* o *Conjunto Soporte* de $\sim A$ es un conjunto exacto, denotado por $sop(\sim A)$ y definido como

$$sop(\sim A) = \{ x \in X \mid \mu_{\sim A}(x) > 0 \} . \blacksquare \quad (2.8)$$

Ejemplo 2.3. El conjunto soporte, para cualquier conjunto difuso del Ejemplo 2.1, es el mismo conjunto universal, $X = [-2, 4]$; esto es, $\sim CZ$, $\sim MZ$ y $\sim CD$, tiene un *soporte infinito*, ya que X tiene un número infinito de elementos. \blacksquare

Ejemplo 2.4. Para el conjunto difuso $\sim T$ del Ejemplo 2.2, el conjunto soporte está definido como :

$$sop(\sim T) = \{10, 15, 20, 25, 30, 35\},$$

el cual es un conjunto finito. \blacksquare

Núcleo. El núcleo de un conjunto difuso es un conjunto exacto, el cual contiene a todos los elementos del conjunto universal con grado de membresía igual a 1 en el conjunto difuso. Si existe sólo un elemento de X con grado de membresía igual a 1, entonces a este elemento se le conoce como el *valor pico* de $\sim A$.

Definición 2.4. Sea $\sim A$ un conjunto difuso definido en un conjunto universal X . El *núcleo* de $\sim A$ es un conjunto exacto, denotado por $núcleo(\sim A)$, y está definido como

$$núcleo(\sim A) = \{ x \mid x \in X, \mu_{\sim A}(x) = 1 \} . \blacksquare \quad (2.9)$$

Ejemplo 2.5. Para $\sim T$ definido en la Tabla 2.1, el núcleo de $\sim T$ puede ser escrito como

$$núcleo(\sim T) = \{20, 25\} . \blacksquare$$

Ejemplo 2.6. Para $\sim CD$ definido en el Ejemplo 2.1, el núcleo de $\sim CD$ puede ser escrito como

$$\text{núcleo}(\sim CD) = \{ 2 \} . \blacksquare$$

Notación especial. Se introduce una notación especial que es frecuentemente usada para definir a los conjuntos difusos con soporte finito. Dado un conjunto difuso $\sim A$ definido en un conjunto universal finito, X , y siendo x_1, x_2, \dots, x_n elementos del $\text{sop}(\sim A)$, entonces $\sim A$ puede ser escrito como

$$\sim A = \sum_{i=1}^n \mu_{\sim A}(x_i) / x_i \quad , \quad (2.10a)$$

o bien

$$\sim A = \mu_{\sim A}(x_1) / x_1 + \mu_{\sim A}(x_2) / x_2 + \dots + \mu_{\sim A}(x_n) / x_n \quad , \quad (2.10b)$$

donde el signo " / " representa la relación "elemento - grado de membresía" y el signo "+" representa la unión de los pares.

Ejemplo 2.7. EL conjunto $\sim T$, definido en el Ejemplo 2.2, puede ser escrito como

$$\sim T = 0.1 / 10 + 0.5 / 15 + 1 / 20 + 1 / 25 + 0.5 / 30 + 0.1 / 35 \quad ;$$

ya que $\text{sop}(\sim T) = \{ 10, 15, 20, 25, 30, 35 \} . \blacksquare$

Corte- α . Uno de los conceptos más importantes de los conjuntos difusos es el concepto de un corte- α , en donde α es un elemento de la imagen de la función de membresía.

Definición 2.5. Sea $\sim A$ un conjunto difuso definido en un conjunto universal X . El corte- α de $\sim A$ es un conjunto exacto, denotado por $\text{corte}(\sim A)_\alpha$, y definido como

$$\text{corte}(\sim A)_\alpha = \{ x \mid x \in X, \mu_{\sim A}(x) \geq \alpha \} . \blacksquare \quad (2.11)$$

Ejemplo 2.8. Si $\alpha = 0.6$, entonces el corte-0.6 para los diferentes conjuntos difusos $\sim CZ$, definido en el Ejemplo 2.1, y $\sim C$, definido en el Ejemplo 2.2, son:

$$\begin{aligned} \text{corte}(\sim CZ)_{0.6} &= \{ x \mid x \in [-2, 4], \mu_{\sim CZ}(x) \geq 0.6 \} \\ &= [-0.2581988, 0.2581988] , \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \text{corte}(\sim C)_{0.6} &= \{ x \mid x \in X, \mu_{\sim C}(x) \geq 0.6 \} \\ &= \{20, 25, 30, 35, 40\} . \blacksquare \end{aligned}$$

Conjunto nivel. Es un conjunto exacto formado por los grados de membresía de los elementos del conjunto universal en un determinado conjunto difuso.

Definición 2.6. Sea $\sim A$ un conjunto difuso definido en un conjunto universal X . El *conjunto nivel de $\sim A$* , denotado por $\Lambda(\sim A)$, es un conjunto exacto definido como

$$\Lambda(\sim A) = \{ \alpha \mid \alpha = \mu_{\sim A}(x) \text{ para alguna } x \in X \} . \blacksquare \quad (2.12)$$

Ejemplo 2.9. El conjunto nivel para el conjunto difuso $\sim F$, del Ejemplo 2.2, es

$$\Lambda(\sim F) = \{0, 0.2, 0.4, 0.7, 0.9, 1\} ;$$

mientras que, el conjunto nivel para cada conjunto difuso del Ejemplo 2.1 es

$$\Lambda(\sim CZ) = \Lambda(\sim CD) = [0.00621, 1]$$

y

$$\Lambda(\sim MZ) = [0.0000385, 1] . \blacksquare$$

Altura. La *altura* de un conjunto difuso $\sim A$ es el máximo grado de membresía alcanzado por algún elemento del conjunto universal en $\sim A$.

Definición 2.7. Sea $\sim A$ un conjunto difuso definido en un conjunto universal X . La *altura* de $\sim A$, denotada por $h(\sim A)$, está definida como:

$$\begin{aligned} h(\sim A) &= \text{máximo elemento de } \Lambda(\sim A) \\ &= \max \Lambda(\sim A), \end{aligned} \quad (2.13)$$

en donde $\Lambda(\sim A)$ es el conjunto nivel de $\sim A$. ■

Ejemplo 2.10. Si $\Lambda(\sim F)$ es el conjunto nivel de $\sim F$, entonces su altura es

$$\begin{aligned} h(\sim F) &= \max \Lambda(\sim F) \\ &= \max \{ 0, 0.2, 0.4, 0.7, 0.9, 1 \} = 1. \quad \blacksquare \end{aligned}$$

Ejemplo 2.11. Determinar la altura del conjunto difuso $\sim MZ$, definido en el Ejemplo 2.1,

$$\begin{aligned} h(\sim MZ) &= \max \Lambda(\sim MZ) \\ &= \max [0, 1] = 1. \quad \blacksquare \end{aligned}$$

Conjuntos difusos iguales.

Definición 2.8. Sean $\sim A$ y $\sim B$ conjuntos difusos definidos en X . Se dice que $\sim A$ es igual a $\sim B$, denotado como $\sim A = \sim B$, si y sólo si $\mu_{\sim A}(x) = \mu_{\sim B}(x)$, para toda $x \in X$. ■

Conjuntos difusos desiguales.

Definición 2.9. Sean $\sim A$ y $\sim B$ conjuntos difusos definidos en X . Se dice que $\sim A$ no es igual a $\sim B$, denotado como $\sim A \neq \sim B$, si y sólo si $\mu_{\sim A}(x) \neq \mu_{\sim B}(x)$, para alguna $x \in X$. ■

Ejemplo 2.12. Dados los conjuntos difusos $\sim C$ y $\sim MC$, definidos en el Ejemplo 2.2. Se analiza la relación de igualdad entre los grados de membresía:

$$\mu_{\sim C}(-5) = 0 = 0 = \mu_{\sim MC}(-5),$$

$$\mu_{\sim C}(0) = 0 = 0 = \mu_{\sim MC}(0),$$

$$\mu_{\sim C}(5) = 0 = 0 = \mu_{\sim MC}(5),$$

$$\mu_{\sim C}(10) = 0.1 \neq 0 = \mu_{\sim MC}(10),$$

$$\mu_{\sim C}(15) = 0.3 \neq 0 = \mu_{\sim MC}(15),$$

$$\mu_{\sim C}(20) = 0.6 \neq 0 = \mu_{\sim MC}(20),$$

$$\mu_{\sim C}(25) = 0.8 \neq 0.2 = \mu_{\sim MC}(25),$$

$$\mu_{\sim C}(30) = 1 \neq 0.5 = \mu_{\sim MC}(30),$$

$$\mu_{\sim C}(35) = 1 \neq 0.8 = \mu_{\sim MC}(35)$$

y

$$\mu_{\sim C}(40) = 1 = 1 = \mu_{\sim MC}(40).$$

Dado que $\mu_{\sim C}(x) \neq \mu_{\sim MC}(x)$, para alguna $x \in X$, entonces $\sim C \neq \sim MC$. ■

Subconjuntos.

Definición 2.10. Sean $\sim A$ y $\sim B$ conjuntos difusos definidos en X . Se dice que $\sim A$ es un subconjunto de $\sim B$, denotado por $\sim A \subseteq \sim B$, si y sólo si $\mu_{\sim A}(x) \leq \mu_{\sim B}(x)$, para toda $x \in X$. ■

El enunciado $\sim A \subseteq \sim B$ no excluye la posibilidad que $\sim B \subseteq \sim A$. De hecho, $\sim A \subseteq \sim A$ es siempre verdadero. Más generalmente, se puede tener que $\sim A \subseteq \sim B$ y $\sim B \subseteq \sim A$, pero esto sucede si y sólo si $\mu_{\sim A}(x) = \mu_{\sim B}(x)$, para toda $x \in X$. La negación " $\sim A$ no es un subconjunto de $\sim B$ " es denotado por $\sim A \not\subseteq \sim B$.

Ejemplo 2.13. Dados los conjuntos difusos $\sim C$ y $\sim MC$, definidos en el Ejemplo 2.2. Se analiza la relación "menor o igual" entre los grados de membresía:

$$\begin{aligned}\mu_{\sim MC}(-5) &= 0 = 0 = \mu_{\sim C}(-5), \\ \mu_{\sim MC}(0) &= 0 = 0 = \mu_{\sim C}(0), \\ \mu_{\sim MC}(5) &= 0 = 0 = \mu_{\sim C}(5), \\ \mu_{\sim MC}(10) &= 0 < 0.1 = \mu_{\sim C}(10), \\ \mu_{\sim MC}(15) &= 0 < 0.3 = \mu_{\sim C}(15), \\ \mu_{\sim MC}(20) &= 0 < 0.6 = \mu_{\sim C}(20), \\ \mu_{\sim MC}(25) &= 0.2 < 0.8 = \mu_{\sim C}(25), \\ \mu_{\sim MC}(30) &= 0.5 < 1 = \mu_{\sim C}(30), \\ \mu_{\sim MC}(35) &= 0.8 < 1 = \mu_{\sim C}(35)\end{aligned}$$

y

$$\mu_{\sim MC}(40) = 1 = 1 = \mu_{\sim C}(40).$$

Del análisis mostrado, se puede determinar que $\sim MC$ es un subconjunto de $\sim C$; esto se debe a que $\mu_{\sim MC}(x) \leq \mu_{\sim C}(x)$, $\forall x \in X$. ■

Subconjunto propio.

Definición 2.11. Sean $\sim A$ y $\sim B$ conjuntos difusos definidos en X . Se dice que $\sim A$ es un subconjunto propio de $\sim B$, denotado por $\sim A \subset \sim B$, si y sólo si $\mu_{\sim A}(x) \leq \mu_{\sim B}(x)$, para toda $x \in X$, y $\mu_{\sim A}(x) \neq \mu_{\sim B}(x)$, para alguna $x \in X$. ■

Ejemplo 2.14. Del análisis realizado en los Ejemplos 2.12 y 2.13, se puede determinar que $\sim MC$ es un subconjunto propio de $\sim C$; ya que $\mu_{\sim MC}(x) \leq \mu_{\sim C}(x)$ para toda $x \in X$, y $\mu_{\sim MC}(x) \neq \mu_{\sim C}(x)$ para alguna $x \in X$. ■

Ejemplo 2.15. Analizando la relación entre los conjuntos $\sim CZ$ y $\sim MZ$, definidos por las funciones de membresía $\mu_{\sim CZ}(x)$ y $\mu_{\sim MZ}(x)$ en el Ejemplo 2.1.
Si

$$\mu_{\sim CZ}(x) = \frac{1}{1 + 10x^2} \leq \left(\frac{1}{1 + 10x^2} \right)^2 = \mu_{\sim MZ}(x) ,$$

para toda $x \in X$, entonces se requiere que $x^2 \leq 0$, lo cual no es verdadero para toda $x \in X$; por lo que se puede determinar que: $\sim CZ \not\subset \sim MZ$. Sin embargo, si

$$\mu_{\sim MZ}(x) = \left(\frac{1}{1 + 10x^2} \right)^2 \leq \frac{1}{1 + 10x^2} = \mu_{\sim CZ}(x) ,$$

para toda $x \in X$, entonces se requiere que $0 \leq x^2$, lo cual es verdadero para toda $x \in X$, y $\mu_{\sim MZ}(x) \neq \mu_{\sim CZ}(x)$ para alguna $x \in X$; por lo que se puede determinar que: $\sim MZ \subset \sim CZ$. ■

Cardinalidad escalar de un conjunto difuso.

Definición 2.12. Sea $\sim A$ un conjunto difuso definido en un conjunto universal finito X . La *cardinalidad escalar de $\sim A$* , denotada por $|\sim A|$, está definida como

$$|\sim A| = \sum_{x \in X} \mu_{\sim A}(x) . \quad \blacksquare \quad (2.14)$$

Ejemplo 2.16. Dado el conjunto difuso $\sim T$, del Ejemplo 2.2, se tiene que su cardinalidad escalar es :

$$\begin{aligned} |\sim T| &= \mu_{\sim T}(10) + \mu_{\sim T}(15) + \mu_{\sim T}(20) + \mu_{\sim T}(25) + \mu_{\sim T}(30) + \mu_{\sim T}(35) \\ &= 0.1 + 0.5 + 1 + 1 + 0.5 + 0.1 \\ &= 3.2 \quad \blacksquare \end{aligned}$$

Conjunto difuso vacío. El concepto de conjunto difuso vacío es equivalente al concepto de conjunto vacío de los conjuntos exactos. En éstos, el conjunto vacío no contiene elemento alguno; equivalentemente, el conjunto difuso vacío no contiene elemento alguno con grado de membresía diferente de cero.

Definición 2.13. Sea X un conjunto universal. Un *conjunto difuso vacío*, denotado por $\sim \emptyset$, está definido en X como

$$\sim \emptyset = \{ (x, \mu_{\sim \emptyset}(x)) \mid x \in X \text{ y } \mu_{\sim \emptyset}(x) = 0, \forall x \in X \} . \quad \blacksquare \quad (2.15)$$

Definición 2.14. Se dice que $\sim A$ es un *conjunto difuso vacío* si

$$sop(\sim A) = \emptyset ; \quad (2.16)$$

o bien,

$$|\sim A| = 0 . \quad \blacksquare \quad (2.17)$$

Ejemplo 2.17. Dado el conjunto universal X de temperaturas, empleado en el Ejemplo 2.2, se puede definir el conjunto difuso de las "temperaturas extremadamente calurosas", $\sim EC$, como:

$$\begin{aligned} \sim EC &= \{ (-5, 0), (0, 0), (5, 0), (10, 0), (15, 0), (20, 0), (25, 0), (30, 0), \\ &\quad (35, 0), (40, 0) \} . \end{aligned}$$

De acuerdo a la Definición 2.13, $\sim EC = \sim \emptyset$. O bien, debido a que

$$\text{sop}(\sim EC) = \emptyset ,$$

o

$$\begin{aligned} |\sim EC| &= \mu_{\sim EC}(-5) + \mu_{\sim EC}(0) + \mu_{\sim EC}(5) + \mu_{\sim EC}(10) + \mu_{\sim EC}(15) \\ &\quad + \mu_{\sim EC}(20) + \mu_{\sim EC}(25) + \mu_{\sim EC}(30) + \mu_{\sim EC}(35) + \mu_{\sim EC}(40) \\ &= 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 , \end{aligned}$$

por la Definición 2.14, $\sim EC$ es un conjunto difuso vacío. ■

Conjunto potencia difuso.

Definición 2.15. El conjunto potencia difuso de X , denotado por $\sim \mathcal{P}(X)$, es el conjunto de todos los conjuntos difusos que pueden ser definidos en X . ■

Definición 2.16. Sea $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ un conjunto universal y sea $M = \{\mu_1(x), \mu_2(x), \dots, \mu_m(x)\}$ el conjunto de todos los grados de membresía asignados por

$$\mu : X \rightarrow M . \tag{2.18}$$

Entonces, la cardinalidad del conjunto potencia difuso, $|\sim \mathcal{P}(X)|$, está definida como

$$|\sim \mathcal{P}(X)| = m^n . \quad \blacksquare \tag{2.19}$$

Por lo que, la cardinalidad del conjunto potencia difuso es finita si y sólo si m y n son finitas.

Ejemplo 2.18. Si $X = \{a, b\}$ y $M = \{0, 1\}$, entonces el conjunto potencia difuso es:

$$\sim \mathcal{P}(X) = \{ \{(a, 0), (b, 0)\}, \{(a, 1), (b, 0)\}, \{(a, 0), (b, 1)\}, \{(a, 1), (b, 1)\}, \};$$

y su cardinalidad, $|\sim \mathcal{P}(X)| = 2^2 = 4$. ■

Ejemplo 2.19. Determinar $\sim \mathcal{P}(X)$, si $X = \{a, b\}$ y $M = \{0, 0.5, 1\}$.

$$\begin{aligned} \sim \mathcal{P}(X) = \{ & \{(a, 0), (b, 0)\}, \{(a, 0.5), (b, 0)\}, \{(a, 1), (b, 0)\}, \\ & \{(a, 0), (b, 0.5)\}, \{(a, 0), (b, 1)\}, \{(a, 0.5), (b, 0.5)\}, \\ & \{(a, 1), (b, 0.5)\}, \{(a, 0.5), (b, 1)\}, \{(a, 1), (b, 1)\} \}; \end{aligned}$$

y su cardinalidad, $|\sim \mathcal{P}(X)| = 3^2 = 9$. ■

2.3 CLASIFICACIÓN DE LOS CONJUNTOS DIFUSOS

Conjunto difuso normal. Un conjunto difuso $\sim A$, definido en X , es *normal* o *normalizado* cuando al menos un elemento x , elemento de X , tiene un grado de membresía igual al máximo elemento del conjunto de los grados de membresía posibles.

Definición 2.17. Sea $\sim A$ un conjunto difuso definido en X por la función de membresía,

$$\mu_{\sim A} : X \rightarrow [0, 1].$$

$\sim A$ es un conjunto difuso normal si

$$h(\sim A) = 1. \quad \blacksquare \tag{2.20}$$

Los conjuntos difusos son llamados *subnormales* cuando $h(\sim A) < 1$.

Ejemplo 2.20. Dados los conjuntos difusos de la Figura 2.1, se tiene

$$h(\sim F) = h(\sim T) = h(\sim C) = h(\sim MC) = 1 .$$

Por lo que, $\sim F$, $\sim T$, $\sim C$ y $\sim MC$ son conjuntos difusos normales. Mientras que, el conjunto difuso $\sim MF$ es subnormal, ya que $h(\sim MF) = 0.8$. ■

Conjuntos difusos ordinarios. A los conjuntos difusos vistos hasta este momento, definidos por la función de membresía

$$\mu : X \rightarrow [0,1] ,$$

se les conoce como conjuntos difusos ordinarios.

Conjuntos difusos de nivel 1. Un *conjunto difuso de nivel 1* es un conjunto difuso ordinario.

Conjuntos difusos de nivel 2. Un *conjunto difuso de nivel 2* es un conjunto difuso definido en un conjunto universal cuyos elementos son conjuntos difusos.

Definición 2.18. Sea X un conjunto universal. Un *conjunto difuso de nivel 2* es completamente definido por la función de membresía

$$\mu : \sim \mathcal{P}(X) \rightarrow [0,1] ; \quad (2.21)$$

en donde $\sim \mathcal{P}(X)$ es el conjunto potencia difuso de X . ■

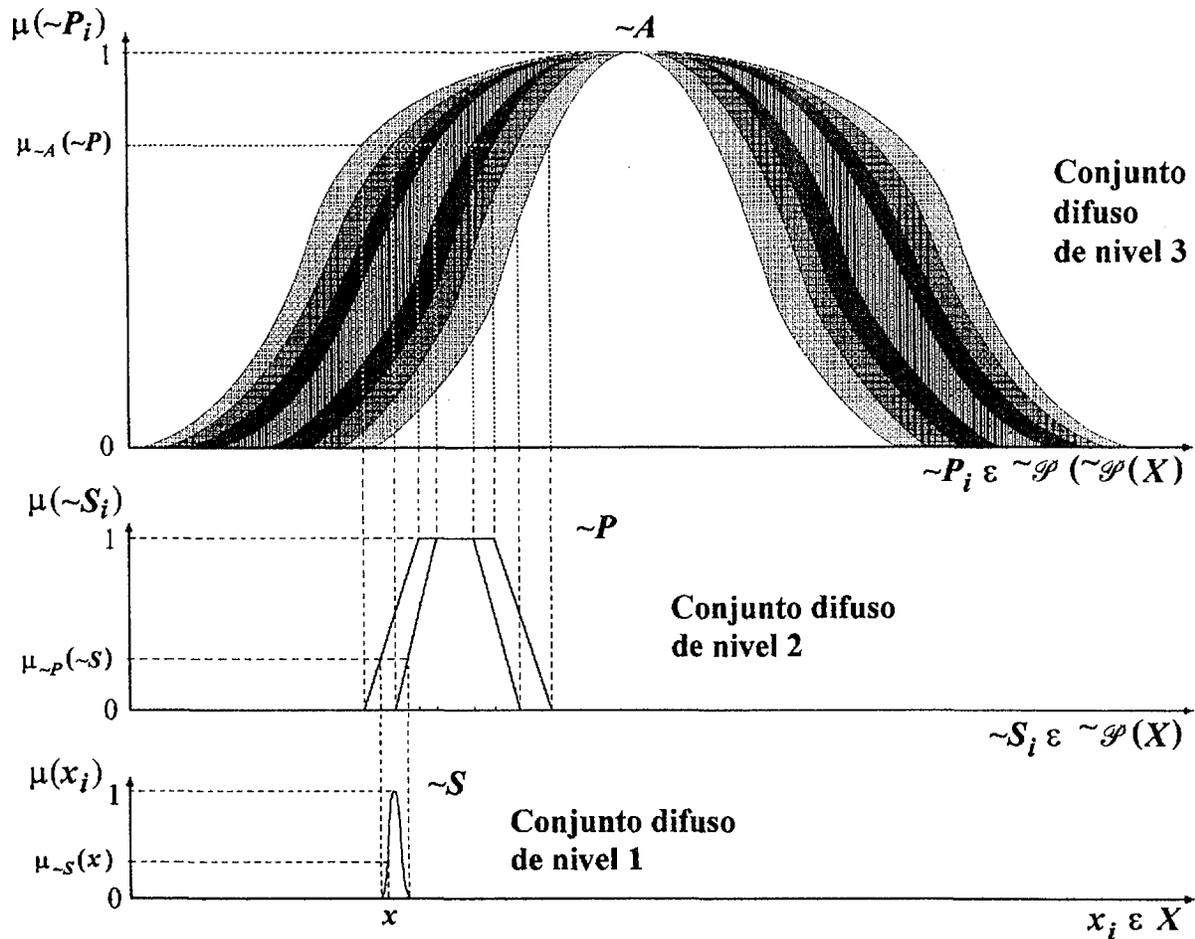


Figura 2.3. Conjuntos difusos de diferentes niveles: $\sim S$, es de nivel 1; $\sim P$, es de nivel 2; y $\sim A$ es de nivel 3.

Ejemplo 2.21. Un conjunto difuso de nivel 2 se muestra en la Figura 2.3. ■

Conjuntos difusos de nivel 3.

Definición 2.19. Sea X un conjunto universal. Un *conjunto difuso de nivel 3* es completamente definido por la función de membresía

$$\mu : \sim \mathcal{P}(\sim \mathcal{P}(X)) \rightarrow [0,1]; \tag{2.22}$$

en donde, $\sim \mathcal{P}(\sim \mathcal{P}(X)) = \sim \mathcal{P}^2(X)$. ■

Ejemplo 2.22. Un conjunto difuso de nivel 3 se muestra en la Figura 2.3. ■

Conjuntos difusos de nivel k .

Definición 2.20. Sea X un conjunto universal. Un *conjunto difuso de nivel k* es completamente definido por la función de membresía

$$\mu : \sim \mathcal{P}^{k-1}(X) \rightarrow [0,1]; \quad (2.23)$$

en donde, $\sim \mathcal{P}^{k-1}(X) = \sim \mathcal{P}(\sim \mathcal{P}^{k-2}(X))$. ■

2.4 OPERACIONES BÁSICAS DE CONJUNTOS DIFUSOS

La teoría de conjuntos difusos original fue formulada en términos de los siguientes operadores específicos de complemento, unión e intersección de conjuntos:

$$\mu_{(\sim A)^c}(x) = 1 - \mu_{\sim A}(x), \quad (2.23)$$

$$\mu_{\sim A \cup \sim B}(x) = \max(\mu_{\sim A}(x), \mu_{\sim B}(x)), \quad (2.24)$$

$$\mu_{\sim A \cap \sim B}(x) = \min(\mu_{\sim A}(x), \mu_{\sim B}(x)). \quad (2.25)$$

Note que, cuando el intervalo de los grados de membresía es restringido al conjunto $\{0,1\}$, estas funciones se comportan, precisamente, como los operadores correspondientes a los conjuntos exactos, estableciéndolas así como generalizaciones claras de éstos últimos.

Las operaciones definidas por las Ecuaciones (2.23) a la (2.25) son llamadas *operaciones estándar* de la teoría de conjuntos difusos.

2.4.1 Complementos Difusos

Definición 2.21. Sea $\sim A$ un conjunto difuso definido en un conjunto universal X . Un *complemento difuso* de $\sim A$, denotado por $(\sim A)^C$, es definido como

$$(\sim A)^C = \{ (x, \mu_{(\sim A)^C}(x)) \mid \mu_{(\sim A)^C}(x) = c(\mu_{\sim A}(x)) \}, \quad (2.26)$$

para toda $x \in X$, en donde c es una función de complemento difuso, tal que

$$c : [0,1] \rightarrow [0,1]. \quad \blacksquare \quad (2.27)$$

Para que alguna función c sea considerada como un complemento difuso, debe satisfacer al menos los siguientes dos axiomas (llamados el *esqueleto axiomático para los complementos difusos*).

Axioma c1. $c(0) = 1$ y $c(1) = 0$, esto es, c se comporta como el complemento ordinario de los conjuntos exactos (*condiciones de frontera*).

Axioma c2. Para toda $a, b \in [0,1]$, generalmente valores de membresía, si $a < b$ entonces $c(a) \geq c(b)$, esto es, c es *monótona no creciente*.

Complemento difuso continuo. Un subconjunto propio del conjunto de complementos difusos, son los complementos difusos continuos, los cuales son definidos por funciones complemento difuso que satisfacen, adicionalmente, el axioma c3.

Axioma c3. c es una función *continua*.

Complemento difuso involutivo. Un subconjunto propio del conjunto de complementos difusos continuos, son los complementos difusos involutivos, los cuales son definidos por funciones complemento difuso continuo que satisfacen, adicionalmente, el axioma *c4*.

Axioma *c4*. Para toda $a \in [0, 1]$, $c(c(a)) = a$; esto es, la función c es *involutiva*.

Complemento difuso clásico. Un subconjunto propio del conjunto de complementos difusos involutivos, es el complemento difusos clásico, definido por la función de complemento estándar:

$$c(a) = 1 - a \quad (2.28)$$

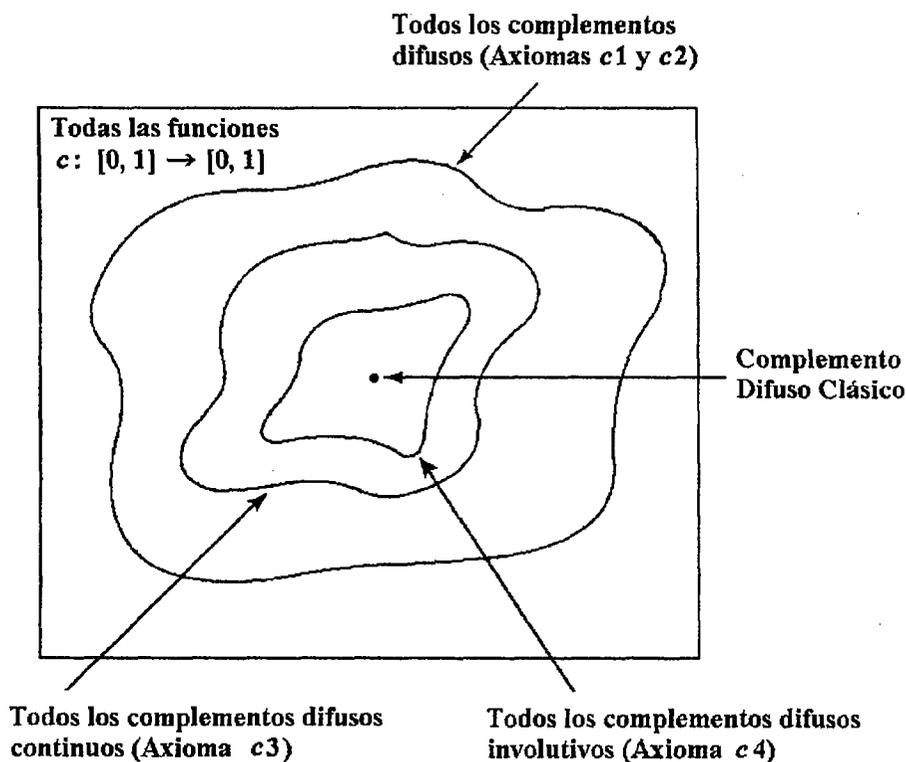


Figura 2.4. Ilustración de la relación anidada de los subconjuntos de las clases básicas de los complementos difusos.

Definición 2.22. Sea $\sim A$ un conjunto difuso definido en un conjunto universal X . El *complemento difuso clásico* de $\sim A$ es definido como

$$(\sim A)^C = \{ (x, \mu_{(\sim A)^C}(x)) \mid \mu_{(\sim A)^C}(x) = c(\mu_{\sim A}(x)) \}, \quad (2.29)$$

en donde $c(\mu_{\sim A}(x)) = 1 - \mu_{\sim A}(x)$, para toda $x \in X$. ■

En la Figura 2.4, se muestra la relación anidada de los diferentes conjuntos difusos, en base a las clases básicas de los complementos difusos que satisfacen.

Ejemplos de complementos difusos.

Ejemplo 2.23. En general, las funciones de complemento difuso que satisfacen sólo los axiomas $c1$ y $c2$ son del tipo umbral. Sea la función mostrada en la Figura 2.5(a), definida como

$$c(a) = \begin{cases} 1, & \text{para } a \leq t \\ 0, & \text{para } a > t \end{cases},$$

en donde $a \in [0,1]$ y $t \in [0,1)$.

- i) Si $a = 0$, entonces $c(a) = 1$; para cualquier t . Si $a = 1$, entonces $c(1) = 0$; para cualquier t . Esto es, c satisface las condiciones de frontera (axioma $c1$).
- ii) Si $a < b \leq t$, entonces $c(a) = 1 \geq c(b) = 1$. Si $a \leq t < b$, entonces $c(a) = 1 \geq c(b) = 0$. Si $t < a < b$, entonces $c(a) = 0 \geq c(b) = 0$. Esto es, c es monótona no creciente (axioma $c2$).

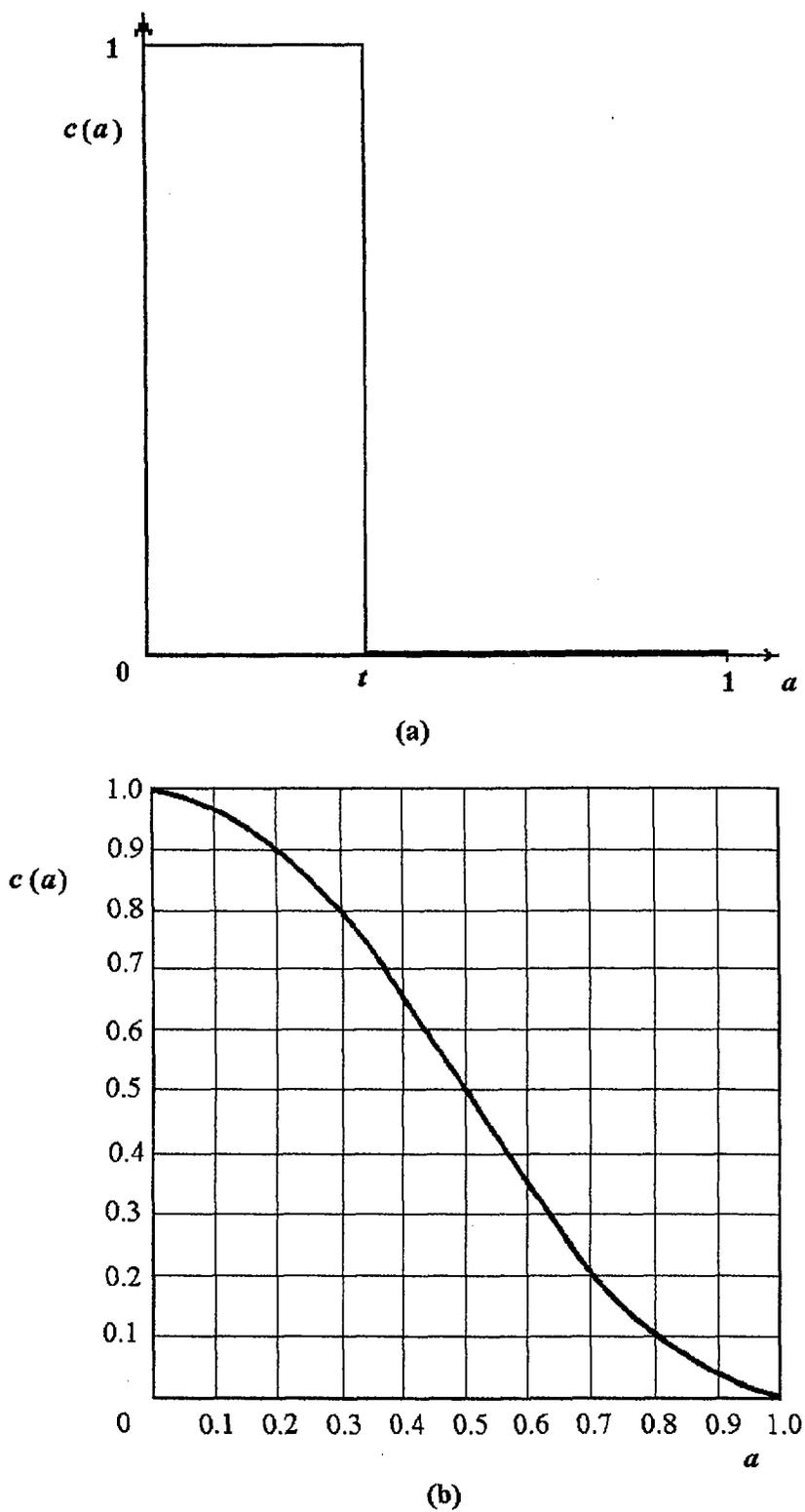


Figura 2.5. Funciones de complemento difuso, adicionalmente la función en (b) es continua.

iii) La función c es continua si:

- 1) $c(a)$ está definida para $a = t$, para cualquier t , y
- 2) el límite de $c(a)$ cuando $a \rightarrow t$ existe y es igual a $c(t)$.

Si $a = t$, entonces $c(a) = c(t) = 1$; esto es, la función c está definida en $a = t$. Por otro lado,

$$\lim_{a \rightarrow t^-} c(a) = \lim_{a \rightarrow t^-} 1 = 1 \quad \text{y} \quad \lim_{a \rightarrow t^+} c(a) = \lim_{a \rightarrow t^+} 0 = 0 ;$$

ya que, $\lim_{a \rightarrow t^-} c(a) \neq \lim_{a \rightarrow t^+} c(a)$ se concluye que $\lim_{a \rightarrow t} c(a)$ no existe,

por lo que, c es discontinua en t .

Por lo tanto, c es un *complemento difuso* que satisface sólo los axiomas $c1$ y $c2$. ■

Ejemplo 2.24. Sea la función mostrada en la Figura 2.5(b) definida como

$$c(a) = (\sqrt{2}) (1 + \cos(\pi a)) ,$$

en donde $a \in [0,1]$.

- i) Si $a = 0$, entonces $c(a) = 1$; para cualquier t . Si $a = 1$, entonces $c(1) = 0$; para cualquier t . Esto es, c satisface las condiciones de frontera (axioma $c1$).
- ii) Para $b \in [0,1]$, si $a < b$, entonces $\pi a < \pi b$, así que $\cos(\pi a) > \cos(\pi b)$, y $(\sqrt{2})(1 + \cos(\pi a)) > (\sqrt{2})(1 + \cos(\pi b))$. De aquí, si $a < b$ implica que $c(a) \geq c(b)$. Esto es, c es monótona no creciente (axioma $c2$).

iii) Si $a = b$, entonces $c(a) = c(b) = (1/2)(1 + \cos(\pi b))$.

$$\lim_{a \rightarrow b^-} c(a) = \lim_{a \rightarrow b^-} (1/2)(1 + \cos(\pi a)) = (1/2)(1 + \cos(\pi b)) ;$$

$$\lim_{a \rightarrow b^+} c(a) = \lim_{a \rightarrow b^+} (1/2)(1 + \cos(\pi a)) = (1/2)(1 + \cos(\pi b)) ;$$

ya que, $\lim_{a \rightarrow b^-} c(a) = \lim_{a \rightarrow b^+} c(a)$, se concluye que $\lim_{a \rightarrow b} c(a)$ existe,

por lo que, c es continua.

iv) Si $a = 0.33$, entonces $c(a) = 0.75$, así que $c(c(a)) = c(0.75) = 0.15$, por lo que $c(c(a)) \neq a$.

Por lo tanto, c es un *complemento difuso continuo*, ya que satisface $c1$, $c2$ y $c3$. ■

Ejemplo 2.25. Una clase de complemento difuso involutivo es la *clase Sugeno*, definida por

$$c_{\lambda}(a) = (1 - a) / (1 + \lambda a), \tag{2.30}$$

en donde $\lambda \in (-1, \infty)$. Para cada valor del parámetro λ , se obtiene un complemento difuso involutivo particular. Esta clase se muestra en la Figura 2.6(a) para diferentes valores de λ . Note como la forma de la función es afectada conforme el valor de λ cambia. Para $\lambda = 0$, la función se convierte en el complemento difuso clásico definido por la Ec. (2.28).

■

Ejemplo 2.26. Otro ejemplo de una clase de complemento difuso involutivo está definido por

$$c_{\omega}(a) = (1 - a^{\omega})^{1/\omega}, \tag{2.31}$$

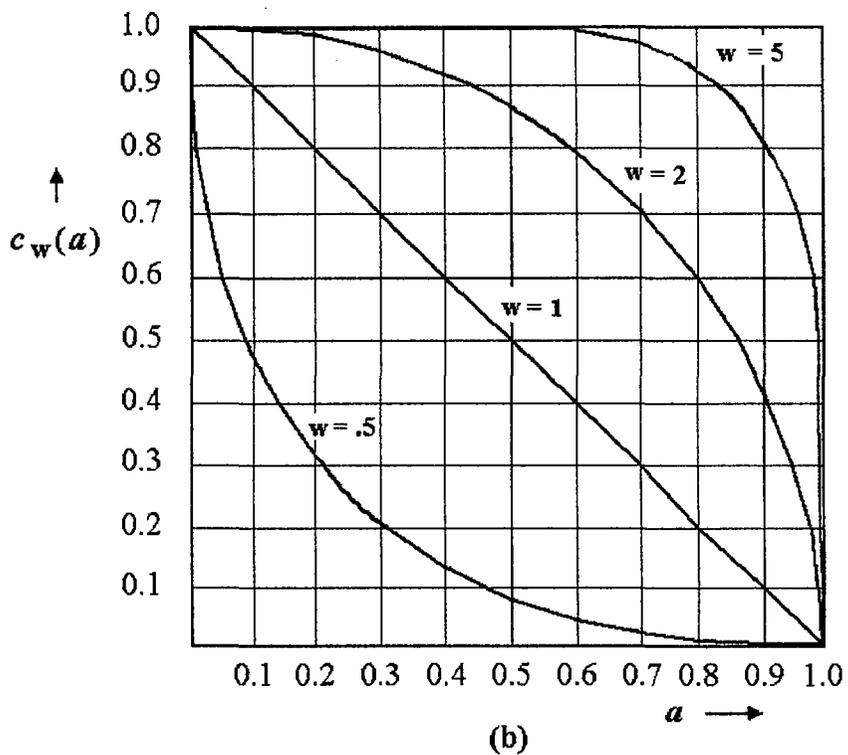
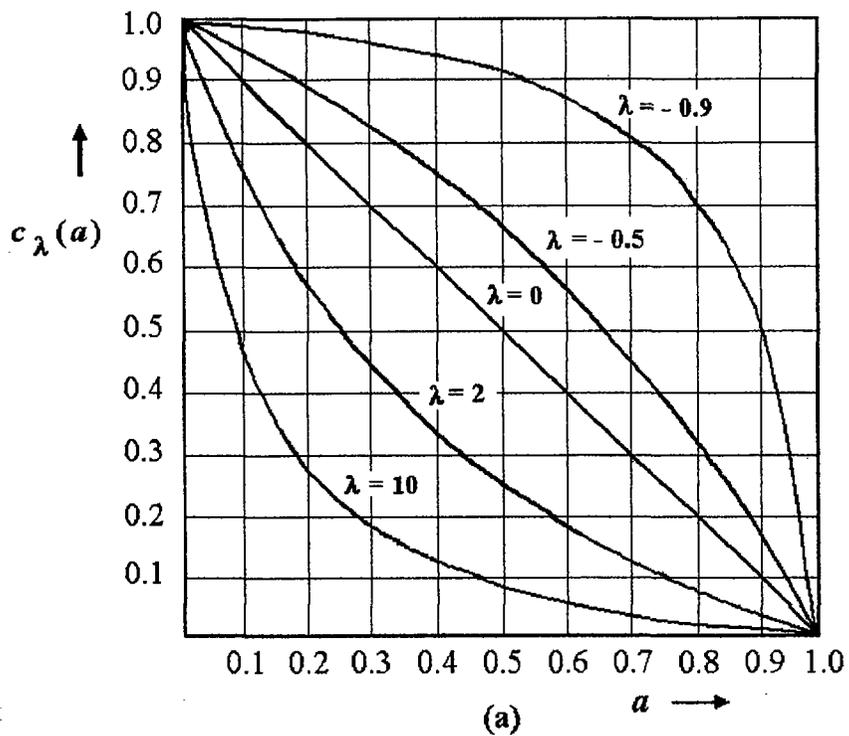


Figura 2.6. Ejemplos de dos clases de complementos difusos involutivos: (a) Clase Sugeno; (b) Clase Yager.

en donde $\omega \in (0, \infty)$; ésta es conocida como la *clase Yager* de complementos difusos. La Figura 2.6(b) muestra esta clase de funciones para varios valores de ω . Aquí nuevamente, cambiando los valores del parámetro ω cambian las formas de las curvas de la función. Cuando ω es igual a 1, esta función se convierte en el complemento difuso clásico de $c(a) = 1 - a$. ■

Ejemplo 2.26. El complemento difuso clásico de $\sim T$ definido en la Figura 2.1, es

$$(\sim T)^C = \{ (-5, 1), (0, 1), (5, 1), (10, 0.9), (15, 0.5), (20, 0), (25, 0), (30, 0.5), (35, 0.9), (40, 1) \}. \blacksquare$$

2.4.2 Uniones Difusas

Definición 2.23. Sean $\sim A$ y $\sim B$ conjuntos difusos definidos en un conjunto universal X . Una *unión difusa* de $\sim A$ y $\sim B$, denotada por $\sim A \cup \sim B$, es definida para toda $x \in X$ como

$$\sim A \cup \sim B = \{ (x, \mu_{\sim A \cup \sim B}(x)) \mid \mu_{\sim A \cup \sim B}(x) = u(\mu_{\sim A}(x), \mu_{\sim B}(x)) \}, \quad (2.32)$$

en donde u es una función, tal que,

$$u : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]. \blacksquare \quad (2.33)$$

Para que cualquier función de esta forma se clasifique como una unión difusa, ésta debe satisfacer al menos los siguientes cuatro axiomas:

Axioma u1. $u(0, 0) = 0$; $u(0, 1) = u(1, 0) = u(1, 1) = 1$; esto es, u se comporta como la unión clásica con conjuntos exactos (*condiciones de frontera*).

Axioma u2. $u(a, b) = u(b, a)$; esto es, u es *conmutativa*.

Axioma u3. Si $a_1 \leq a_2$ y $b_1 \leq b_2$, entonces $u(a_1, b_1) \leq u(a_2, b_2)$; esto es, u es *monótona*.

Axioma u4. $u(u(a, b), c) = u(a, u(b, c))$; esto es, u es *asociativa*.

Este conjunto de axiomas es llamado el *esqueleto axiomático para las uniones difusas*.

Es frecuentemente deseable restringir la clase de uniones difusas considerando varios requerimientos adicionales. Dos de los más importantes son expresados por los siguientes axiomas:

Axioma u5. u es una función *continua*.

Axioma u6. $u(a, a) = a$; esto es, u es *idempotente*.

Diferentes clases de funciones han sido propuestas cuyos miembros individuales satisfacen todos los requerimientos axiomáticos para la unión difusa y ninguno, uno o ambos de los axiomas opcionales.

Ejemplo de unión difusa. Una de estas clases de uniones difusas es conocida como la *clase Yager* y está definida por la función

$$u_{\omega}(a, b) = \min(1, (a^{\omega} + b^{\omega})^{1/\omega}), \quad (2.34)$$

en donde los valores del parámetro ω corresponden al intervalo abierto $(0, \infty)$. Esta clase de funciones satisfacen los axiomas de $u1$ a $u5$, pero estas funciones no son, en general, idempotentes [KLI 88].

Las diferentes funciones de la clase Yager, las cuales son definidas por las diferentes

selecciones del parámetro ω , pueden ser interpretadas como la realización de operaciones de unión de distintas intensidades. En este sentido, entonces, las funciones de la clase Yager realizan una operación de unión, la cual incrementa la intensidad cuando el valor del parámetro ω se incrementa.

2.4.3 Intersecciones difusas

Definición 2.24. Sean $\sim A$ y $\sim B$ conjuntos difusos definidos en un conjunto universal X .

Una *intersección difusa* de $\sim A$ y $\sim B$, denotada por $\sim A \cap \sim B$, es definida para toda $x \in X$ como

$$\sim A \cap \sim B = \{ (x, \mu_{\sim A \cap \sim B}(x)) \mid \mu_{\sim A \cap \sim B}(x) = i(\mu_{\sim A}(x), \mu_{\sim B}(x)) \}, \quad (2.35)$$

en donde i es una función, tal que,

$$i : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]. \quad (2.36)$$

Para que cualquier función de esta forma se clasifique como una intersección difusa, ésta debe satisfacer al menos los siguientes cuatro axiomas:

Axioma i1. $i(1, 1) = 1$; $i(0, 1) = i(1, 0) = i(0, 0) = 0$; esto es, i se comporta como la intersección clásica con conjuntos exactos (*condiciones de frontera*).

Axioma i2. $i(a, b) = i(b, a)$; esto es, i es *conmutativa*.

Axioma i3. Si $a_1 \leq a_2$ y $b_1 \leq b_2$, entonces $i(a_1, b_1) \leq i(a_2, b_2)$; esto es, i es *monótona*.

Axioma i4. $i(i(a, b), c) = i(a, i(b, c))$; esto es, i es *asociativa*.

Este conjunto de axiomas es llamado el *esqueleto axiomático para las intersecciones difusas*.

Los requerimientos adicionales más importantes para las intersecciones de conjuntos difusos, las cuales son deseables en ciertas aplicaciones, son expresados por los dos siguientes axiomas:

Axioma i5. i es una función *continua*.

Axioma i6. $i(a, a) = a$; esto es, i es *idempotente*.

Ejemplo de intersección difusa. Algunas de estas clases de funciones que satisfacen los axiomas del $i1$ al $i4$ es la *clase Yager*, la cual está definida por la función

$$i_{\omega}(a, b) = 1 - \min(1, ((1 - a)^{\omega} + (1 - b)^{\omega})^{1/\omega}), \quad (2.37)$$

en donde los valores del parámetro ω corresponden al intervalo abierto $(0, \infty)$.

Para cada valor del parámetro ω , se obtiene una intersección particular del conjunto difuso. En la clase Yager de intersecciones difusas, todas las funciones de esta clase son continuas pero la mayoría no son idempotentes [KLI 88].

Como es el caso con las funciones en la clase Yager de las uniones difusas, la selección del parámetro ω determina la intensidad de las operaciones de intersección realizadas por las funciones Yager de la Ec. (2.37).

2.5 RELACIONES DIFUSAS

Una *relación exacta* representa la presencia o ausencia de asociación, interacción o interconectividad entre los elementos de dos o más conjuntos. Este concepto puede ser

generalizado para permitir varios grados o intensidades de relación o interacción entre elementos. Los grados de asociación en una *relación difusa* pueden ser representados en la misma forma como los grados de asociación son representados en los conjuntos difusos. De hecho, así como los conjuntos exactos pueden ser vistos como un caso restringido del concepto más general de conjuntos difusos, la relación exacta puede ser considerada como un caso restringido de la relación difusa.

2.5.1 Relaciones Clásicas

El *producto Cartesiano* de dos conjuntos exactos X y Y , denotado por $X \times Y$, es el conjunto exacto de todos los pares ordenados tal que el primer elemento en cada par es un miembro de X , y el segundo elemento en cada par es un elemento de Y . Formalmente,

$$X \times Y = \{ (x, y) \mid x \in X \text{ y } y \in Y \}. \quad (2.38)$$

Note que si $X \neq Y$, entonces $X \times Y \neq Y \times X$.

El producto Cartesiano puede ser generalizado por una familia de conjuntos exactos

$$\mathcal{X} = \{ X_i \mid i \in \mathbb{N}_n \}, \quad (2.39)$$

y denotado por

$$X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n = \prod_{i \in \mathbb{N}_n} X_i. \quad (2.40)$$

Los elementos del producto Cartesiano son tuplas (x_1, x_2, \dots, x_n) , tal que $x_i \in X_i$ para toda $i \in \mathbb{N}_n$. Así,

$$X = \{ (x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_i \in X_i \text{ para toda } i \in \mathbb{N}_n \}. \quad (2.41)$$

Es posible que todos los conjuntos X_i sean iguales, esto es, sea un conjunto único X . En este

caso, el producto cartesiano de un conjunto X consigo mismo n veces es usualmente denotado por X^n .

Una *relación* entre conjuntos X_1, X_2, \dots, X_n es un subconjunto del producto cartesiano $\prod_{i \in \mathbb{N}_n} X_i$. Es denotado ya sea por $R(X_1, X_2, \dots, X_n)$ o por la forma abreviada $R(X_i \mid i \in \mathbb{N}_n)$. Así,

$$R(X_1, X_2, \dots, X_n) \subset X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n, \quad (2.42)$$

así que para las relaciones entre los conjuntos X_1, X_2, \dots, X_n , el producto Cartesiano $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ representa el conjunto universal. Porque una relación es por sí misma un conjunto, los conceptos básicos de conjuntos tales como subconjunto, unión, intersección y complemento pueden ser aplicados sin modificación para las relaciones.

Así como los conjuntos exactos, las relaciones exactas pueden ser definidas por una función característica.

Definición 2.25. Sea R una relación exacta n -aria definida en $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$, entonces

$$\mu_R : X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n \rightarrow \{0,1\} \quad (2.43)$$

es una función característica del conjunto R si, y sólo si, para toda tupla (x_1, x_2, \dots, x_n) ,

$$\mu_R((x_1, x_2, \dots, x_n)) = \begin{cases} 1, & \text{si y sólo si } (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (2.44)$$

■

2.5.2 Relaciones Difusas

Una relación difusa es un conjunto difuso de tuplas, esto es, cada tupla tiene un grado de membresía entre 0 y 1.

Definición 2.26. Sean X y Y conjuntos universales incontables (*continuos*), y

$$\mu_{\sim R} : X \times Y \rightarrow [0,1] ,$$

entonces

$$\sim R = \int_{X \times Y} \mu_{\sim R}((x, y)) / (x, y) , \tag{2.45}$$

es una *relación difusa binaria* en $X \times Y$. ■

Definición 2.27. Sean X y Y conjuntos universales contables (*discretos*),

$$\mu_{\sim R} : X \times Y \rightarrow [0,1] ,$$

entonces

$$\sim R = \sum_{X \times Y} \mu_{\sim R}((x, y)) / (x, y) , \tag{2.46}$$

es una *relación difusa binaria* en $X \times Y$. ■

Ejemplo 2.27. Una relación difusa binaria "aproximadamente igual" cuando $X = \{1, 2, 3\}$ es:

$$\begin{aligned} \sim R = & 1/(1,1) + 1/(2,2) + 1/(3,3) + 0.8/(1,2) + 0.8/(2,3) + 0.8/(2,1) + \\ & 0.8/(3,2) + 0.3/(1,3) + 0.3/(3,1). \end{aligned}$$

La función de membresía $\mu_{\sim R}$ de esta relación puede ser descrita por

$$\mu_{\sim R}((x,y)) = \begin{cases} 1, & \text{cuando } x = y, \\ 0.8, & \text{cuando } |x - y| = 1, \\ 0.3, & \text{cuando } |x - y| = 2. \end{cases}$$

Esta relación puede ser representada en notación matricial como

		Y		
		1	2	3
~R =	X	1	0.8	0.3
	2	0.8	1	0.8
	3	0.3	0.8	1

Ejemplo 2.28. Considere la regla de un controlador difuso basado en conocimiento:

Si e es PB y e' es PS , entonces p' es NM ,

en donde $\sim PB$, $\sim PS$ y $\sim NM$ son conjuntos difusos, definidos en el conjunto universal E , ΔE y ΔU respectivamente. Esta regla es frecuentemente representada por la relación difusa ternaria $\sim R$, definida como:

$$\sim R = \int_{E \times \Delta E \times \Delta U} \min(\mu_{\sim PB}(e), \mu_{\sim PS}(e'), \mu_{\sim NM}(u')) / (e, e', p').$$

esto es, cada terna (e, e', u') tiene un grado de membresía igual al mínimo de $\mu_{\sim PB}(e)$, $\mu_{\sim PS}(ep)$, $\mu_{\sim NM}(up)$. ■

2.5.3 Operaciones en las relaciones difusas

Las relaciones difusas son muy importantes en control difuso, porque pueden describir las

interacciones entre variables. Esto es particularmente interesante en las reglas "Si- entonces" o comúnmente conocidas en inglés como "if-then".

Intersección de relaciones difusas.

Definición 2.28. Sean $\sim R$ y $\sim S$ relaciones binarias definidas en $X \times Y$. La intersección de $\sim R$ y $\sim S$ es definida por

$$\mu_{\sim R \cap \sim S}((x, y)) = \min(\mu_{\sim R}((x, y)), \mu_{\sim S}((x, y))), \tag{2.47}$$

para todo $(x, y) \in X \times Y$. ■

Cualquier función de intersección difusa puede ser usada.

Ejemplo 2.29. La intersección de las relaciones $\sim R$ y $\sim S$, tal que

$\sim R = "x \text{ considerablemente mayor que } y" :$

	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0.8	1	0.1	0.7
x_2	0	0.8	0	0
x_3	0.9	1	0.7	0.8

y

$\sim S = "y \text{ muy cerca a } x" :$

	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0.4	0	0.9	0.6
x_2	0.9	0.4	0.5	0.7
x_3	0.3	0	0.8	0.5

está dada por

$$\sim R \cap \sim S = \begin{array}{c|cccc} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ \hline x_1 & 0.4 & 0 & 1 & 0.6 \\ x_2 & 0 & 0.4 & 0 & 0 \\ x_3 & 0.3 & 0 & 0.7 & 0.5 \end{array}$$

■

Unión de relaciones difusas.

Definición 2.29. Sean $\sim R$ y $\sim S$ relaciones binarias definidas en $X \times Y$. La unión de $\sim R$ y $\sim S$ es definida por

$$\mu_{\sim R \cup \sim S}((x, y)) = \max(\mu_{\sim R}((x, y)), \mu_{\sim S}((x, y))), \tag{2.48}$$

para todo $(x, y) \in X \times Y$. ■

Ejemplo 2.30. La unión de las relaciones $\sim R$, "x considerablemente mayor que y", y $\sim S$, "y muy cerca a x", está dada por la relación:

$$\sim R \cup \sim S = \begin{array}{c|cccc} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ \hline x_1 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.7 \\ x_2 & 0.0 & 0.8 & 0.5 & 0.7 \\ x_3 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 \end{array}$$

■

Proyección.

Considerar el producto Cartesiano de todos los conjuntos en la familia $\mathcal{X} = \{X_i \mid i \in \mathbb{N}_n\}$. Para cada secuencia

$$\mathbf{x} = (x_i \mid i \in \mathbb{N}_n) \in \prod_{i \in \mathbb{N}_n} X_i \tag{2.49}$$

y cada secuencia

$$y = (y_j \mid j \in \mathbb{N}_r) \in \prod_{j \in \mathbb{N}_r} X_j, \quad (2.50)$$

en donde $r \leq n$, $\mathbb{N}_r \subseteq \mathbb{N}_n$, sea y llamada una *subsecuencia* de x si y sólo si $y_j = x_j$ para toda j elemento de \mathbb{N}_r . La notación $y < x$ indica que y es una subsecuencia de x .

Definición 2.30. Sea $\sim R$ una relación difusa definida en X y sea $\mathcal{Y} = \{X_j \mid j \in \mathbb{N}_r\}$. La *proyección de $\sim R$ en \mathcal{Y}* , denotada por $[\sim R \downarrow \mathcal{Y}]$, es una relación difusa cuya función de membresía está definida en el producto cartesiano de conjuntos en \mathcal{Y} por la ecuación

$$\mu_{[\sim R \downarrow \mathcal{Y}]}(y) = \max_{x > y} (\mu_{\sim R}(x)). \quad (2.51)$$

Ejemplo 2.31. Considere los conjuntos $X_1 = \{x, y\}$, $X_2 = \{a, b\}$ y $X_3 = \{*, \$\}$ y la relación difusa ternaria, definida en $X_1 \times X_2 \times X_3$ como

$$\begin{aligned} \sim R = & 0.9 / (x, a, *) + 0.4 / (x, b, *) + 1 / (y, a, *) + 0.7 / (y, a, \$) \\ & + 0.8 / (y, b, \$) \end{aligned}$$

Sea

$$\sim R_{i,j} = [\sim R \downarrow \{X_i, Y_j\}]$$

y

$$\sim R_i = [\sim R \downarrow \{X_i\}]$$

para todo $i, j \in \mathbb{N}_3$. Entonces,

$$\sim R_{1,2} = 0.9/(x, a) + 0.4/(x, b) + 1/(y, a) + 0.8/(y, b),$$

$$\sim R_{1,3} = 0.9/(x, *) + 1/(y, *) + 0.8/(y, \$),$$

$$\sim R_{2,3} = 1/(a, *) + 0.4/(b, *) + 0.7/(a, \$) + 0.8/(b, \$),$$

$$\sim R_1 = 0.9/x + 1/y ,$$

$$\sim R_2 = 1/a + 0.8/b ,$$

$$\sim R_3 = 1/* + 0.8/\$. \blacksquare$$

La proyección definida por la Ec. (2.51) puede ser generalizada reemplazando el operador *max* con cualquiera de las clases de operadores para las uniones difusas.

Extensión cilíndrica. Otra operación en las relaciones difusas es la llamada *extensión cilíndrica*, la cual es, en algún sentido, inversa a la proyección. \mathcal{X} y \mathcal{Y} indican las mismas familias de conjuntos empleadas en la definición de la proyección.

Definición 2.31. Sea $\sim R$ una relación definida en el producto Cartesiano de conjuntos en la familia \mathcal{Y} . La extensión cilíndrica de $\sim R$ en los conjuntos X_i ($i \in \mathbb{N}_n$) que están en \mathcal{X} pero no están en \mathcal{Y} , denotada por $[\sim R \uparrow \mathcal{X} - \mathcal{Y}]$ o $ec(\sim R)$, es definida por su función de membresía

$$\mu_{[\sim R \uparrow \mathcal{X} - \mathcal{Y}]}(\mathbf{x}) = \mu_{\sim R}(\mathbf{y}) , \tag{2.62}$$

para cada \mathbf{x} tal que $\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$. \blacksquare

Ejemplo 2.32. Las funciones de membresía de las extensiones cilíndricas de todas las proyecciones en el Ejemplo 2.30 con respecto a \mathcal{X} son mostrados en la Tabla 2.2. Así,

$$\mu_{[\sim R_{1,2} \uparrow \{X_3\}]}((x, a, *)) = \mu_{[\sim R_{1,2} \uparrow \{X_3\}]}((x, a, \$)) = \mu_{\sim R_{1,2}}((x, a)) = 0.9$$

Podemos ver que ninguna de las extensiones cilíndricas especificadas en la Tabla 2.2 son iguales a la relación difusa original de la cual las proyecciones involucradas en las extensiones cilíndricas fueron

determinadas. Esto significa que algo de la información se pierde cuando la relación es reemplazada por alguna de sus proyecciones. ■

Composición. La combinación de conjuntos difusos y relaciones difusas, con la ayuda de las operaciones de extensión cilíndrica y proyección, es conocida como composición.

Definición 2.32. Sea $\sim A$ un conjunto difuso definido en X , y $\sim R$ una relación difusa definida en $X \times Y$. Entonces, la *composición de $\sim A$ y $\sim R$* , denotada por $\sim A \circ \sim R$, es un conjunto difuso definido en Y por

$$\sim A \circ \sim R = [(\sim R \uparrow \sim A) \cap \sim R] \downarrow \mathcal{Y}. \tag{2.53}$$

Si la intersección es realizada con la operación *min* y la proyección con la operación *max*, entonces

TABLA 2.2. EXTENSIONES CILINDRICAS DE LAS PROYECCIONES CALCULADAS EN EL EJEMPLO 2.31.

	Funciones de Asociación de las extensiones cilíndricas de:					
(x_1, x_2, x_3)	$\sim R_{1,2}$	$\sim R_{1,3}$	$\sim R_{2,3}$	$\sim R_1$	$\sim R_2$	$\sim R_3$
$(x, a, *)$.9	.9	1	.9	1	1
$(x, a, \$)$.9	0	.7	.9	1	.8
$(x, b, *)$.4	.9	.4	.9	.8	1
$(x, b, \$)$.4	0	.8	.9	.8	.8
$(y, a, *)$	1	1	1	1	1	1
$(y, a, \$)$	1	.8	.7	1	1	.8
$(y, b, *)$.8	1	.4	1	.8	1
$(y, b, \$)$.8	.8	.8	1	.8	.8

$$\sim A \circ \sim R = \int_Y \max_i (\min(\mu_{\sim A}(x_i), \mu_{\sim R}(x_i, y_i))) / y_i, \quad (2.54)$$

la cual es llamada *composición max-min*. ■

CAPÍTULO 3

TEORÍA DE CONTROL DIFUSO

3.1 INTRODUCCIÓN

Un *sistema difuso* es, en general, cualquier sistema cuyos dominios de sus variables (o, al menos, algunas de ellas) son estados representados por conjuntos difusos.

En general, los *controladores difusos* son sistemas expertos especiales; cada uno emplea una *base de conocimientos* expresada en términos de *reglas de inferencia difusas* relevantes y una *máquina de inferencia* apropiada para resolver un problema dado de control. Los controladores difusos son capaces de utilizar el conocimiento de operación del operador humano. El conocimiento del operador experto es difícil de expresarlo en términos precisos, por lo que una descripción lingüística de la manera de controlar no es difícil; ésta consiste en un conjunto de reglas de control que hacen uso de *proposiciones difusas*.

3.2 RAZONAMIENTO APROXIMADO

Lógica es el estudio de los métodos y principios del *razonamiento* en todas sus posibles formas. En *lógica clásica* las proposiciones en las premisas o en la conclusión sólo son verdaderas o falsas; esto es, la lógica clásica es una *lógica bi-valuada*. *Lógica difusa* es una *lógica valuada en forma continua*; esto es, las proposiciones toman valores en un espacio continuo de valores de verdad. El *razonamiento aproximado* es la mejor forma conocida de lógica difusa y abarca una gran variedad de *reglas de inferencia*, cuyas premisas contienen *proposiciones difusas*. La inferencia en el razonamiento aproximado es el cálculo con conjuntos difusos, que representan el significado de un cierto conjunto de proposiciones difusas, para obtener un conjunto difuso consecuente, que representa el significado de la conclusión.

Valor lingüístico.

Definición 3.1. Un *valor lingüístico* es una palabra o sentencia en lenguaje natural. ■

Ejemplo 3.1. Las siguientes sentencias son valores lingüísticos: *muy fría, fría, templada, caliente, muy caliente*, etc. ■

Variable lingüística. La unidad fundamental para la representación del conocimiento, en el razonamiento aproximado, es una *variable lingüística*.

Definición 3.2. Una *variable lingüística* es una variable cuyos valores son lingüísticos. ■

Ejemplo 3.2. La variable *temperatura*, de la Tabla 2.1, es una variable lingüística si sus posibles valores son lingüísticos en lugar de numéricos; esto es, si *temperatura* es igual a *muy fría, fría, templada, caliente* o *muy caliente*, en lugar de -5, 5, 15, 30 ó 40 °C. ■

Usualmente, una variable lingüística tiene asociada la siguiente estructura:

$$\langle \mathcal{X}, \mathcal{LX}, X, M_{\mathcal{X}} \rangle, \quad (3.1)$$

en donde, \mathcal{X} denota el nombre simbólico de la variable lingüística, \mathcal{LX} es el conjunto de valores lingüísticos que pueden ser asignados a \mathcal{X} , X es el conjunto universal o dominio de valores cuantitativos, o numéricos, asociados a la variable lingüística, que pueden ser asignados a la variable exacta x , y $M_{\mathcal{X}}$ es una función semántica. Esta función semántica, es una función que toma un valor lingüístico como su argumento y le asigna un "significado" (interpretación) en términos de un conjunto difuso definido en X ,

$$M_{\mathcal{X}}: \mathcal{LX} \rightarrow \sim \mathcal{P}(X), \quad (3.2)$$

en donde $\sim \mathcal{P}(X)$ es el conjunto potencia difuso de X .

Ejemplo 3.3. Para los conjuntos difusos definidos en la Figura 2.1, se tiene la siguiente estructura asociada:

$$\mathcal{X} = \text{temperatura} ,$$

$$\mathcal{LX} = \{\text{muy fría, fría, templada, caliente, muy caliente}\} ,$$

$$X = \{-5, 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40\} ,$$

$$M_{\mathcal{X}} : \mathcal{LX} \rightarrow \{\sim MF, \sim F, \sim T, \sim C, \sim MC\} ,$$

en donde $\{\sim MF, \sim F, \sim T, \sim C, \sim MC\} \subset \sim \mathcal{P}(X)$. ■

Proposición difusa. El razonamiento aproximado es usado para representar el conocimiento con expresiones en un lenguaje natural, por ejemplo:

$$\text{"la temperatura tiene un valor de muy caliente"} . \quad (3.3)$$

La traslación simbólica de esta expresión, en lenguaje natural, a una expresión en términos de variables lingüísticas es como sigue:

1. Un símbolo, \mathcal{X} , es seleccionado para indicar la variable física *temperatura* (variable lingüística),
2. un símbolo, MC , es seleccionado para indicar el valor lingüístico particular *muy caliente* de la *temperatura*,
3. la expresión en lenguaje natural puede reescribirse como

$$\text{"la temperatura tiene la propiedad de ser muy caliente"} , \quad (3.4)$$

4. la representación simbólica de la última expresión es

$$\mathcal{X} \text{ es } MC, \quad (3.5)$$

en donde el término "es" indica "tiene la propiedad de ser".

Tal expresión es llamada *proposición difusa*. El significado de esta expresión es entonces definido por un conjunto difuso $\sim MC$ o por una función de membresía $\mu_{\sim MC}$. En las aplicaciones en control, una expresión simbólica tal como " \mathcal{X} es MC " es usualmente escrita como " x es MC ", en donde $x \in X$.

Proposición difusa compuesta. En base a la notación de las proposiciones difusas y de los conectivos lingüísticos, tales como 'y', 'o', 'no' y 'si-entonces', se pueden formar proposiciones difusas más complejas llamadas *proposiciones difusas compuestas*.

Ejemplo 3.4. Las siguientes proposiciones son proposiciones difusas compuestas.

- a) \mathcal{X} es A y \mathcal{X} es B .
- b) \mathcal{X} es A o \mathcal{X} es B .
- c) \mathcal{X} no es A .
- d) (\mathcal{X} es A y \mathcal{X} no es B) o \mathcal{X} es C .
- e) si \mathcal{X} es A entonces \mathcal{X} es B . ■

El significado de estas proposiciones difusas compuestas está dado por la interpretación de los conectivos.

Proposición difusa condicional. Una *proposición difusa condicional* es simbólicamente expresada como

$$\text{si } \langle \text{proposición difusa } A \rangle \text{ entonces } \langle \text{proposición difusa } C \rangle. \quad (3.6)$$

En control, a esta proposición difusa condicional se le conoce como *regla difusa "si-entonces"*, la cual describe la relación causal entre las variables de estado del proceso y las variables de salida de control. La proposición difusa A es conocida como el *antecedente de*

la regla, la cual puede ser una proposición difusa compuesta. La proposición difusa C es conocida como el *consecuente de la regla*.

Reglas de inferencia. En el razonamiento aproximado, las dos principales reglas de inferencia (o deducción de conclusiones de conjuntos de premisas) de acuerdo con [DRI 96] son: la *regla de inferencia modus ponens generalizada* (conocida en lógica clásica como *regla de separación* [KOL 86]) y la *regla de inferencia composicional*. La primera usa una regla "si-entonces" que implícitamente representa una relación difusa, la cual puede ser determinada por cualquiera de las implicaciones difusas de la Tabla 3.1; la segunda usa una relación difusa explícitamente para representar la conexión entre dos proposiciones difusas.

TABLA 3.1. ALGUNAS IMPLICACIONES DIFUSAS.

Implicación	Notación	Definición
Kleene-Dienes	$\sim R_b$	$\mu_{\sim R_b}(x, y) = \max[1 - \mu_{\sim A}(x), \mu_{\sim C}(y)]$
Łukasiewicz	$\sim R_a$	$\mu_{\sim R_a}(x, y) = \min[1, 1 - \mu_{\sim A}(x) + \mu_{\sim C}(y)]$
Zadeh	$\sim R_m$	$\mu_{\sim R_m}(x, y) = \max[\min[\mu_{\sim A}(x), \mu_{\sim C}(y)], 1 - \mu_{\sim A}(x)]$
Estocástica	$\sim R_*$	$\mu_{\sim R_*}(x, y) = \min[1, 1 - \mu_{\sim A}(x) + \mu_{\sim A}(x) \mu_{\sim C}(y)]$
Goguen	$\sim R_\Delta$	$\mu_{\sim R_\Delta}(x, y) = \min[1, \mu_{\sim A}(x) / \mu_{\sim C}(y)]$
Gödel	$\sim R_g$	$\mu_{\sim R_g}(x, y) = [\mu_{\sim A}(x) \rightarrow_g \mu_{\sim C}(y)]^1$
Sharp	$\sim R_s$	$\mu_{\sim R_s}(x, y) = [\mu_{\sim A}(x) \rightarrow_s \mu_{\sim C}(y)]^1$
General	$\sim R_{\alpha\beta}$	$\mu_{\sim R_{\alpha\beta}}(x, y) = \min[\mu_{\sim A}(x) \rightarrow_\alpha \mu_{\sim C}(y), (1 - \mu_{\sim A}(x)) \rightarrow_\beta (1 - \mu_{\sim C}(y))]^1$
Mamdani	$\sim R_c$	$\mu_{\sim R_c}(x, y) = \min[\mu_{\sim A}(x), \mu_{\sim C}(y)]$

1

$$v(p \rightarrow_g q) = \begin{cases} 1, & \text{si } v(p) \leq v(q), \\ v(q), & \text{en otro caso;} \end{cases} \quad v(p \rightarrow_s q) = \begin{cases} 1, & \text{si } v(p) \leq v(q), \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

α y β pueden ser g o s .

Regla de inferencia composicional. Un esquema de inferencia simbólica para la regla de inferencia composicional es:

$$\begin{array}{l} \text{Regla: Relación entre } \mathcal{X} \text{ y } \mathcal{Y} \\ \text{Hecho: } \mathcal{X} \text{ es } A \\ \hline \text{Conclusión: } \mathcal{Y} \text{ es } C \end{array}$$

Ejemplo 3.5. Sea $\mathcal{X} \text{ es } A = \text{"La temperatura es fría"}$ y $\mathcal{Y} \text{ es } C = \text{"El tiempo de riego es corto"}$.

$$\begin{array}{l} \text{Regla: A mayor temperatura, mayor tiempo de riego.} \\ \text{Hecho: La temperatura es fría.} \\ \hline \text{Conclusión: El tiempo de riego es corto.} \end{array}$$

en donde "A mayor temperatura, mayor tiempo de riego" es la relación entre \mathcal{X} y \mathcal{Y} . ■

Sea $\sim A = \mathcal{X} \text{ es } A$ y $\sim C = \mathcal{Y} \text{ es } C$, se tiene

$$\begin{array}{l} \text{Regla: } \sim R (X,Y) \\ \text{Hecho: } \sim A \\ \hline \text{Conclusión: } \sim C \end{array} \tag{3.7}$$

Si $\sim R (X,Y) = \text{relación entre } \mathcal{X} \text{ y } \mathcal{Y}$, y $\sim A$ es un conjunto difuso definido en X , entonces el conjunto difuso $\sim C$ definido en Y , el cual es inducido por $\sim A$, está dado por la composición de $\sim A$ y $\sim R$; esto es,

$$\sim C = \sim A \circ \sim R . \tag{3.8}$$

Ejemplo 3.6. Sean los conjuntos de valores $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ y $Y = \{y_1, y_2\}$ para las variables x y y , respectivamente; y sean:

$$\sim A = 0.6/x_1 + 0.9/x_2 + 0.7/x_3$$

y

$$\begin{aligned} \sim R (X,Y) = & 1/(x_1, y_1) + 0.9/(x_1, y_2) + 1/(x_2, y_1) + 0.4/(x_2, y_2) + 1/(x_3, y_1) \\ & + 0.8/(x_3, y_2) \end{aligned}$$

Entonces, la conclusión definida como $\sim C_2 = \sim A_2 \circ \sim R$, está determinada por la Ec. (2.61)

$$\sim C_2 = 0.9/y_1 + 0.70/y_2 \quad \blacksquare$$

Regla de inferencia modus ponens. En este método se presenta una relación implícita entre el antecedente y el consecuente de la regla (premisa mayor), de tal forma que: dada una modificación en el antecedente, se determina la modificación en el consecuente. Un esquema de inferencia simbólica para la regla de inferencia modus ponens es:

$$\begin{array}{l} \text{Regla: Si } \mathcal{X} \text{ es } A_1, \text{ entonces } \mathcal{Y} \text{ es } C_1 \\ \text{Hecho: } \mathcal{X} \text{ es } \dots A_1 \text{ modificada} \\ \hline \text{Conclusión: } \mathcal{Y} \text{ es } \dots C_1 \text{ modificada.} \end{array}$$

Ejemplo 3.7. Sea \mathcal{X} es $A_1 =$ "La temperatura es fría" y \mathcal{Y} es $C_1 =$ "El tiempo de riego es corto".

$$\begin{array}{l} \text{Regla: Si la temperatura es fría, entonces el tiempo de riego es corto.} \\ \text{Hecho: La temperatura es muy fría.} \\ \hline \text{Conclusión: El tiempo de riego es muy corto} \end{array}$$

siendo en este caso el cuantificador "muy" la modificación. \blacksquare

Sea $\sim A_1 = \mathcal{X}$ es A_1 y $\sim C_1 = \mathcal{Y}$ es C_1 , se tiene

$$\begin{array}{l}
 \text{Regla: } \sim A_1 \rightarrow \sim C_1 \\
 \text{Hecho: } \sim A_2 \\
 \hline
 \text{Conclusión: } \sim C_2
 \end{array} \tag{3.9}$$

en donde $\sim A_2 = \mathcal{X}$ es ... A_1 modificada, y $\sim C_2 = \mathcal{Y}$ es ... $\sim C_1$ modificada. La relación implícita es determinada por una implicación difusa, y la conclusión está definida por la Ec. (3.8).

Ejemplo 3.8. Sean los conjuntos de valores $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ y $Y = \{y_1, y_2\}$ para las variables x y y , respectivamente; y sean: $\sim A_1 = 0.5/x_1 + 1/x_2 + 0.6/x_3$ y $\sim C_1 = 1/y_1 + 0.4/y_2$, respectivamente, el antecedente y consecuente de la regla, y $\sim A_2 = 0.6/x_1 + 0.9/x_2 + 0.7/x_3$ es la modificación de $\sim A_1$.

Empleando la implicación difusa de Łukasiewicz, se puede determinar la relación difusa implícita entre los conjuntos X y Y ; por ejemplo, para (x_1, y_1)

$$\begin{aligned}
 \mu_{\sim R_a}((x_1, y_1)) &= \min[1, 1 - \mu_{\sim A_1}(x_1) + \mu_{\sim C_1}(y_1)] \\
 &= \min[1, 1 - 0.5 + 1] = 1,
 \end{aligned}$$

para (x_1, y_2)

$$\begin{aligned}
 \mu_{\sim R_a}((x_1, y_2)) &= \min[1, 1 - \mu_{\sim A_1}(x_1) + \mu_{\sim C_1}(y_2)] \\
 &= \min[1, 1 - 0.5 + 0.4] = 0.9,
 \end{aligned}$$

etcétera. Entonces

$$\begin{aligned}
 \sim R(X, Y) &= 1/(x_1, y_1) + 0.9/(x_1, y_2) + 1/(x_2, y_1) + 0.4/(x_2, y_2) + 1/(x_3, y_1) \\
 &\quad + 0.8/(x_3, y_2),
 \end{aligned}$$

Por la Ec. (3.8),

$$\sim C_2 = 0.9/y_1 + 0.7/y_2 \quad \blacksquare$$

Significado de las reglas "si-entonces". Dado que una regla "si-entonces" es una proposición difusa compuesta (y proposición difusa condicional) entonces el significado de la regla está dado en términos de conjuntos difusos por una relación difusa $\sim R$.

Definición 3.3. El significado de una regla

si "x es A" entonces "y es C"

es una relación difusa $\sim R$, definida como

$$\forall x \in X, \forall y \in Y: \mu_{\sim R}(x, y) = \mu_{\sim A}(x) * \mu_{\sim C}(y), \quad (3.10)$$

en donde "*" es cualquier operador de implicación difusa. ■

En la Tabla 3.1 se consideran algunas implicaciones difusas que pueden ser empleadas para representar el significado de las reglas "si-entonces". Usualmente las implicaciones difusas son derivadas de la lógica multi-valuada [DRI 96].

3.3 PRINCIPALES BLOQUES DE UN CONTROLADOR DIFUSO

Los principales bloques de un controlador difuso son: difusificación, base de conocimientos, procedimiento de inferencia y desfusificación. El diagrama de la Figura 3.1 muestra estos bloques, así como las variables involucradas.

3.3.1 Variables y valores en un controlador difuso

De la misma forma como una variable lingüística tiene asociada una estructura particular, una variable difusa puede ser asociada a la siguiente estructura:

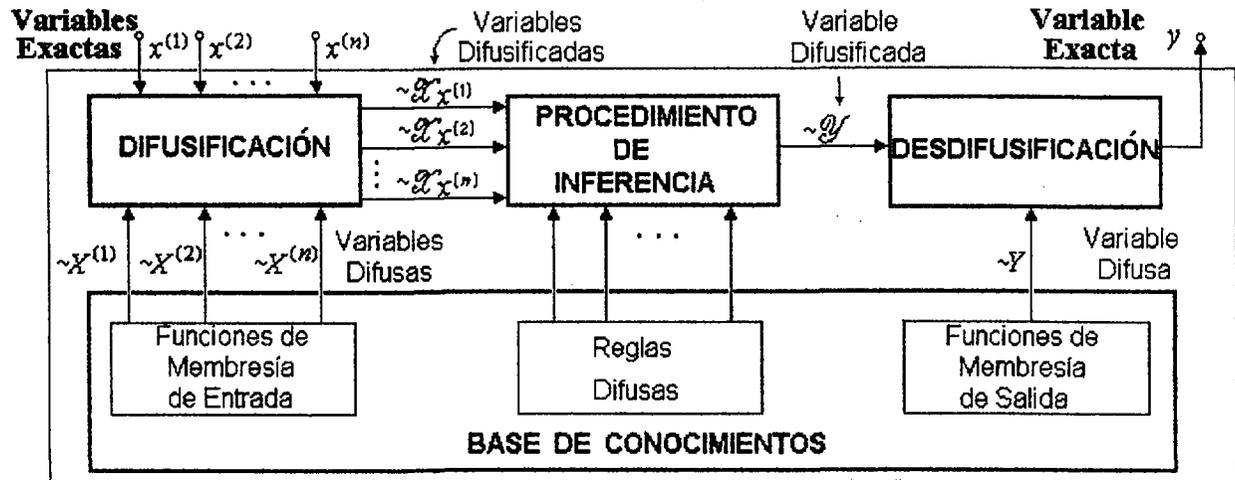


Figura 3.1. Diagrama a bloques de un controlador difuso.

$$\langle \sim X, \sim \mathcal{F}(X), X, \mu_{\sim X_i}(x) \rangle, \quad (3.11)$$

en donde, $\sim X$ denota el nombre de la variable difusa, $\sim \mathcal{F}(X)$ es el conjunto de valores difusos que pueden ser asignados a $\sim X$ (o conjunto de conjuntos difusos definidos en X), X es el conjunto universal o dominio de valores cuantitativos o numéricos que pueden ser asignados a la variable exacta x , asociados a cada estado o valor difuso de la variable difusa a través de la función de membresía $\mu_{\sim X_i}(x)$, en donde $\sim X_i$ es el estado o valor difuso elemento de $\sim \mathcal{F}(X)$, $\sim \mathcal{F}(X) \subseteq \sim \mathcal{P}(X)$.

Valor difuso.

Definición 3.4. Sea X un conjunto universal. Un *valor difuso* es un conjunto difuso ordinario, denotado por $\sim X_i$, definido como

$$\sim X_i = \{ (x, \mu_{\sim X_i}(x)) \mid x \in X \}; \quad (3.12)$$

en donde i indica un conjunto difuso particular de $\sim \mathcal{F}(X)$. ■

Ejemplo 3.9. Los valores lingüísticos del Ejemplo 3.1 pueden ser transformados en valores difusos a través de la función semántica $M_{\mathcal{F}}$; esto es,

$$\begin{aligned} M_{\mathcal{F}}(\text{muy fría}) &= \sim \text{muy fría (o } \sim MF), \\ M_{\mathcal{F}}(\text{fría}) &= \sim \text{fría (o } \sim F), \\ M_{\mathcal{F}}(\text{templada}) &= \sim \text{templada (o } \sim T), \\ M_{\mathcal{F}}(\text{caliente}) &= \sim \text{caliente (o } \sim C), \\ M_{\mathcal{F}}(\text{muy caliente}) &= \sim \text{muy caliente (o } \sim MC). \end{aligned}$$

Variable difusa.

Definición 3.5. Una *variable difusa*, denotada por $\sim X$, es una variable cuyos valores son estados o valores difusos.

Ejemplo 3.10. La variable difusa *temperatura*, de la Tabla 2.1, puede ser definida en X , cuyos posibles valores son los valores difusos: $\sim \text{muy fría}$, $\sim \text{fría}$, $\sim \text{templada}$, $\sim \text{caliente}$ o $\sim \text{muy caliente}$; y cuyo dominio es

$$\sim \mathcal{F}(X) = \{ \sim MF, \sim F, \sim T, \sim C, \sim MC \} . \blacksquare$$

Valor difusificado.

Definición 3.6. Sea x_i un valor particular de la variable exacta x , elemento de X , y sea $\sim X$ una variable difusa cuyos valores son elementos de $\sim \mathcal{F}(X)$. Un *valor difusificado* es un conjunto difuso, que puede ser denotado por $\sim \mathcal{X}_{x_i}$, definido en $\sim \mathcal{F}(X)$ como

$$\sim \mathcal{X}_{x_i} = \{ (\sim X, \mu_{\sim X}(x_i)) \mid \sim X \in \sim \mathcal{F}(X), x_i \in X \}, \quad (3.13)$$

o, en notación especial, como

$$\begin{aligned} \sim \mathcal{X}_{x_i} &= \sum \mu_{\sim X}(x_i) / \sim X. \quad \blacksquare \\ \sim X &\in \sim \mathcal{F}(X) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Ejemplo 3.11. De la Tabla 2.1, sea $\sim \mathcal{F}(X) = \{\sim MF, \sim F, \sim T, \sim C, \sim MC\}$ definidos en X , donde $X = \{-5, 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40\}$. El valor difusificado para la *temperatura* (\mathcal{F}) cuando ésta es igual a 25°C, es

$$\begin{aligned} \sim \mathcal{F}_{25} &= \{ (\sim MF, \mu_{\sim MF}(25)), (\sim F, \mu_{\sim F}(25)), (\sim T, \mu_{\sim T}(25)), \\ &\quad (\sim C, \mu_{\sim C}(25)), (\sim MC, \mu_{\sim MC}(25)) \}, \end{aligned}$$

$$\sim \mathcal{F}_{25} = \{ (\sim MF, 0), (\sim F, 0.2), (\sim T, 1), (\sim C, 0.8), (\sim MC, 0.2) \},$$

o, en notación especial

$$\begin{aligned} \sim \mathcal{F}_{25} &= \mu_{\sim MF}(25) / \sim MF + \mu_{\sim F}(25) / \sim F + \mu_{\sim T}(25) / \sim T \\ &\quad + \mu_{\sim C}(25) / \sim C + \mu_{\sim MC}(25) / \sim MC ; \end{aligned}$$

$$\sim \mathcal{F}_{25} = 0.2 / \sim F + 1 / \sim T + 0.8 / \sim C + 0.2 / \sim MC \quad \blacksquare$$

Variable difusificada.

Definición 3.7. Sea $\sim \mathcal{F}(X)$ un conjunto de conjuntos difusos definidos en X , subconjunto de $\sim \mathcal{P}(X)$. Una *variable difusificada*, denotada por $\sim \mathcal{X}_x$, es una variable cuyos posibles valores son valores difusificados, y cuyo dominio es el conjunto potencia difuso $\sim \mathcal{P}(\sim \mathcal{F}(X))$. \blacksquare

Ejemplo 3.12. De la Tabla 2.1, sea $\sim \mathcal{F}(X) = \{\sim MF, \sim F, \sim T, \sim C, \sim MC\}$ definidos en

X. La variable difusificada temperatura $\sim \mathcal{I}_x$ es

$$\sim \mathcal{I}_x = \{ (\sim MF, \mu_{\sim MF}(x)), (\sim F, \mu_{\sim F}(x)), (\sim T, \mu_{\sim T}(x)), (\sim C, \mu_{\sim C}(x)), (\sim MC, \mu_{\sim MC}(x)) \},$$

o, en notación especial

$$\sim \mathcal{I}_x = \mu_{\sim MF}(x) / \sim MF + \mu_{\sim F}(x) / \sim F + \mu_{\sim T}(x) / \sim T + \mu_{\sim C}(x) / \sim C + \mu_{\sim MC}(x) / \sim MC ;$$

se observa que la variable difusificada está en función de la definición de su estructura (3.11). ■

3.3.2 Difusificación

La *difusificación* es un proceso, como se observa en la Figura 3.1, el cual tiene como entradas *valores exactos*, de las variables exactas de entrada, y las correspondientes *variables difusas de entrada*. Como salida tiene *valores difusificados* asignados a las *variables difusificadas* del proceso de difusificación.

Definición 3.8. Sean $x \in X$, una variable exacta de entrada, y $\sim X \in \sim \mathcal{F}(X)$, una variable difusa de entrada. La *difusificación* es la transformación de una variable exacta en una variable difusificada, dada una variable difusa particular; esto es, la variable difusificada, $\sim \mathcal{I}_x$, está determinada por

$$\sim \mathcal{I}_x = Dif_{\sim X} \{ x \}, \tag{3.15}$$

en donde

$$Dif_{\sim X} \{ x \} = \sum_{i=1}^M \mu_{\sim X_i}(x) / \sim X_i, \tag{3.16}$$

$\sim X_i \in \sim \mathcal{F}(X) = \{\sim X_1, \sim X_2, \dots, \sim X_M\}$; la función de transformación $Dif_{\sim X}$ tiene la siguiente forma

$$Dif_{\sim X}: X \rightarrow \sim \mathcal{P}(\sim \mathcal{F}(X)) . \blacksquare \quad (3.17)$$

Los valores difusificados son conjuntos difusos de nivel 2, los cuales tienen grados de membresía constantes; una variable difusificada se puede ver como un conjunto difuso de nivel 2, cuyos grados de membresía son variables en función de la variable exacta.

3.3.3 Base de Conocimientos

La *base de conocimientos* consiste de una base de datos y una base de reglas, que contienen el conocimiento general para el dominio del problema. A continuación se presentan sólo las funciones básicas de ambas bases. En la sección 3.4 se tratarán en mayor detalle.

La función básica de la *base de datos* es proveer la información necesaria para el funcionamiento adecuado del proceso de difusificación, de la base de reglas y del proceso de desdifusificación. Esta información, es la referente a los conjuntos difusos (funciones de membresía) que representan el significado de los valores lingüísticos del "estado del proceso" y de las variables de salida para el "control del proceso".

La función básica de la *base de reglas* es representar, en una forma estructurada, la supervisión de un operador experimentado en el control del proceso. Esta representación puede ser realizada en la forma de un conjunto de reglas de operación (reglas difusas de inferencia), tal como

Si ⟨estado del proceso⟩ *entonces* ⟨salida de control⟩ ;

en donde, el antecedente de la regla es una descripción del estado del proceso en términos

de una combinación lógica de proposiciones difusas y el consecuente de la regla es, también, una descripción de la salida de control en términos de una combinación lógica de proposiciones difusas. Estas proposiciones establecen el valor lingüístico que toma la variable de salida de control; esto es, las reglas de producción relacionan las condiciones con las acciones.

3.3.4 Procedimiento de Inferencia

El *procedimiento de inferencia* recibe como entradas a las *variables difusificadas de entrada* y a un *conjunto de reglas difusas de inferencia*, el cual representa en forma lingüística el control del sistema. La salida de esta etapa es una *variable difusificada de salida*.

Definición 3.9. Sea $\sim R$ la relación difusa que se infiere por el conjunto de reglas difusas de inferencia, con proposiciones difusas compuestas $\sim A$ como antecedentes y proposiciones difusas $\sim C$ como consecuentes. Sea el conjunto de antecedentes $\sim \mathcal{A}$, un conjunto de variables difusificadas $\sim \mathcal{X}_{x(1)}, \sim \mathcal{X}_{x(2)}, \dots, \sim \mathcal{X}_{x(n)}$ definidas en $\sim \mathcal{F}(X_1), \sim \mathcal{F}(X_2), \dots, \sim \mathcal{F}(X_n)$, respectivamente; y sea $\sim \mathcal{C}$ la variable difusificada definida en $\sim \mathcal{F}(Y)$. La *función de inferenciación* dada una $\sim R$, denotada por $I_{\sim R}$, está definida como

$$I_{\sim R} \{ \sim \mathcal{A} \} = \sim \mathcal{A} \circ \sim R ; \quad (3.18)$$

esto es,

$$I_{\sim R} \{ \sim \mathcal{A} \} = \text{Proyección de } [ec(\sim \mathcal{A}) \cap \sim R] \text{ en } \sim \mathcal{F}(Y) . \blacksquare \quad (3.19)$$

Definición 3.10. Dados $\sim \mathcal{A}$ y $\sim R$, el *procedimiento de inferencia* es la determinación del consecuente $\sim \mathcal{C}$ a través de la función de inferenciación, esto es

$$\sim \mathcal{C} = I_{\sim R} \{ \sim \mathcal{A} \}, \quad (3.20)$$

donde $\sim \mathcal{C}$ es un conjunto difuso definido en $\sim \mathcal{F}(Y)$. ■

De acuerdo con la Figura 3.1, la variable difusificada $\sim \mathcal{Y}$ es la salida del procedimiento de inferencia, la cual puede ser determinada por la Ec. (3.20), esto es $\sim \mathcal{Y} = I_{\sim R} \{ \sim \mathcal{A} \}$. Por lo que $I_{\sim R}$ tiene la forma

$$I_{\sim R}: \prod_{i \in N_n} \sim \mathcal{F}(X_i) \rightarrow \sim \mathcal{F}(Y). \quad (3.21)$$

en donde X_i es el conjunto universal para la variable exacta $x^{(i)}$.

Ejemplo 3.13. Sean $\sim \mathcal{P}$ y $\sim \mathcal{F}$ las variables difusificadas de entrada y $\sim \mathcal{Y}$ la variable difusificada de salida; y dado el siguiente conjunto de reglas:

Regla 1: Si $\sim A_1$ y $\sim B_1$, entonces $\sim C_1$

Regla 2: Si $\sim A_1$ y $\sim B_2$, entonces $\sim C_1$

Regla 3: Si $\sim A_1$ y $\sim B_3$, entonces $\sim C_1$

Regla 4: Si $\sim A_1$ y $\sim B_4$, entonces $\sim C_2$

Regla 5: Si $\sim A_2$ y $\sim B_1$, entonces $\sim C_1$

Regla 6: Si $\sim A_2$ y $\sim B_2$, entonces $\sim C_1$

Regla 7: Si $\sim A_2$ y $\sim B_3$, entonces $\sim C_2$

Regla 8: Si $\sim A_2$ y $\sim B_4$, entonces $\sim C_3$

Regla 9: Si $\sim A_3$ y $\sim B_1$, entonces $\sim C_2$

Regla 10: Si $\sim A_3$ y $\sim B_2$, entonces $\sim C_2$

Regla 11: Si $\sim A_3$ y $\sim B_3$, entonces $\sim C_3$

Regla 12: Si $\sim A_3$ y $\sim B_4$, entonces $\sim C_3$

y

Hecho 1: $\sim \mathcal{P} = 0.2 / \sim A_1 + 0.4 / \sim A_2 + 0.7 / \sim A_3$

Hecho 2: $\sim \mathcal{F} = 0.3 / \sim B_1 + 1 / \sim B_2 + 0.8 / \sim B_3 + 0 / \sim B_4$

determinar la conclusión: $\sim \mathcal{Y}$.

La relación heurística entre los antecedentes y el consecuente se presenta en la siguiente forma matricial:

$\sim R =$		$\sim C_1$	$\sim C_2$	$\sim C_3$
	$(\sim A_1, \sim B_1)$	1	0	0
	$(\sim A_1, \sim B_2)$	1	0	0
	$(\sim A_1, \sim B_3)$	1	0	0
	$(\sim A_1, \sim B_4)$	0	1	0
	$(\sim A_2, \sim B_1)$	1	0	0
	$(\sim A_2, \sim B_2)$	1	0	0
	$(\sim A_2, \sim B_3)$	0	1	0
	$(\sim A_2, \sim B_4)$	0	0	1
	$(\sim A_3, \sim B_1)$	0	1	0
	$(\sim A_3, \sim B_2)$	0	1	0
	$(\sim A_3, \sim B_3)$	0	0	1
	$(\sim A_3, \sim B_4)$	0	0	1

$\mu_{\sim \mathcal{A}}((\sim A_i, \sim B_j)) = \min[\mu_{\sim \mathcal{G}}(\sim A_i), \mu_{\sim \mathcal{G}}(\sim B_j)]$, dado que los conectivos son "y"; entonces,

$ec(\sim \mathcal{A}) =$		$\sim C_1$	$\sim C_2$	$\sim C_3$
	$(\sim A_1, \sim B_1)$	0.2	0.2	0.2
	$(\sim A_1, \sim B_2)$	0.2	0.2	0.2
	$(\sim A_1, \sim B_3)$	0.2	0.2	0.2
	$(\sim A_1, \sim B_4)$	0	0	0
	$(\sim A_2, \sim B_1)$	0.3	0.3	0.3
	$(\sim A_2, \sim B_2)$	0.4	0.4	0.4
	$(\sim A_2, \sim B_3)$	0.4	0.4	0.4
	$(\sim A_2, \sim B_4)$	0	0	0
	$(\sim A_3, \sim B_1)$	0.3	0.3	0.3
	$(\sim A_3, \sim B_2)$	0.7	0.7	0.7
	$(\sim A_3, \sim B_3)$	0.7	0.7	0.7
	$(\sim A_3, \sim B_4)$	0	0	0

$$ec(\sim \mathcal{A}) \cap \sim R =$$

	$\sim C_1$	$\sim C_2$	$\sim C_3$
$(\sim A_1, \sim B_1)$	0.2	0	0
$(\sim A_1, \sim B_2)$	0.2	0	0
$(\sim A_1, \sim B_3)$	0.2	0	0
$(\sim A_1, \sim B_4)$	0	0	0
$(\sim A_2, \sim B_1)$	0.3	0	0
$(\sim A_2, \sim B_2)$	0.4	0	0
$(\sim A_2, \sim B_3)$	0	0.4	0
$(\sim A_2, \sim B_4)$	0	0	0
$(\sim A_3, \sim B_1)$	0	0.3	0
$(\sim A_3, \sim B_2)$	0	0.7	0
$(\sim A_3, \sim B_3)$	0	0	0.7
$(\sim A_3, \sim B_4)$	0	0	0

finalmente, con la proyección de $[ec(\sim \mathcal{A}) \cap \sim R]$ en $\sim \mathcal{F}(Y)$, donde $\sim \mathcal{F}(Y) = \{\sim C_1, \sim C_2, \sim C_3\}$, se tiene

$$\sim y = 0.4 / \sim C_1 + 0.7 / \sim C_2 + 0.7 / \sim C_3 \quad \blacksquare$$

El procedimiento de inferencia está determinado por algún tipo de implicación; en la Tabla 3.1 se indican algunos tipos de implicaciones difusas. Los métodos de inferencia básicos se presentarán con mayor detalle en la sección 3.5.

3.3.5 Desdifusificación

La *desdifusificación* se puede ver como el proceso inverso de la difusificación. Esto es, como se observa en la Figura 3.1, el proceso de desdifusificación tiene como entradas a una

variable difusificada y al dominio de la variable difusa de salida; la salida de este proceso es un valor exacto, para la variable exacta de salida.

Definición 3.11. Sean $y \in Y$, una variable exacta de salida, y $\sim Y \in \sim \mathcal{F}(Y)$, una variable difusa de salida. La *desdifusificación* es la transformación de una variable difusificada en una variable exacta, dada una variable difusa particular; esto es, la variable exacta, y , está determinada por

$$y = Ddif_{\sim Y} \{ \sim \mathcal{Y} \}, \quad (3.22)$$

la transformación $Ddif_{\sim Y}$ tiene la forma

$$Ddif_{\sim Y}: \sim \mathcal{P}(\sim \mathcal{F}(Y)) \rightarrow Y. \quad \blacksquare \quad (3.23)$$

Existen varios métodos de realizar la transformación $Ddif_{\sim Y}$, por lo que éste debe ser seleccionado en la etapa de diseño. Algunos de estos métodos se discutirán en la sección 3.6.

3.4 BASE DE CONOCIMIENTOS

La base de conocimientos contiene, en la base de reglas, la información relacionada con la experiencia en el control del sistema, la cual está contenida en un conjunto de reglas difusas de inferencia, esto es, reglas en donde las condiciones infieren una acción, y, en la base de datos, la información sobre el significado tanto de los antecedentes como del consecuente. Dado que, el significado de las proposiciones difusas está en términos de conjuntos difusos, entonces la base de datos contiene un conjunto de funciones de membresía para cada variable exacta, sea de entrada o de salida.

3.4.1 Base de reglas

Derivación de las reglas. La forma más usada para la derivación del conjunto de reglas es a través de la experiencia en el control del sistema, la cual puede ser adquirida: (1) con entrevistas con el operador experto del sistema, o (2) con simulaciones del sistema en lazo abierto, hasta adquirir el conocimiento que sustituya a la experiencia.

Propiedades de un conjunto de reglas difusas. Un conjunto de reglas difusas "si-entonces" puede ser: *completo, consistente, continuo y/o interactuante.*

Sean

$$\sim \mathcal{F}(X_1) = \{\sim A_i \mid i \in \mathbb{N}_n\}, \quad (3.24a)$$

$$\sim \mathcal{F}(X_2) = \{\sim B_j \mid j \in \mathbb{N}_m\} \quad (3.24b)$$

y

$$\sim \mathcal{F}(Y) = \{\sim C_k \mid k \in \mathbb{N}_l\}, \quad (3.24c)$$

conjuntos de conjuntos difusos definidos en X_1 , X_2 y Y respectivamente, tal que permitan definir el conjunto de reglas difusas $\sim \mathcal{R}$ como

$$\sim \mathcal{R} = \{\text{Regla } r: \text{ Si } x_1 \text{ es } \sim A_i \text{ y } x_2 \text{ es } \sim B_j \text{ entonces } y \text{ es } \sim C_k\}, \quad (3.25)$$

en donde $x_1 \in X_1$, $x_2 \in X_2$, $y \in Y$, $r \in \mathbb{N}_{nm}$, $i \in \mathbb{N}_n$, $j \in \mathbb{N}_m$, $k \in \mathbb{N}_l$.

Definición 3.12. El conjunto de reglas difusas $\sim \mathcal{R}$, definido por las expresiones (3.24), es *completo* si cualquier combinación de los valores de entrada x_1 y x_2 produce un valor de salida y . Formalmente, esto significa que

$$\forall x_1, x_2: h(\sim C_k) > 0, \text{ para alguna } k \in \mathbb{N}_l \quad (3.26)$$

en donde $h(\sim C_k)$ es la *altura* del conjunto difuso. ■

Definición 3.12. Un conjunto de reglas difusas $\sim \mathcal{R}$ es consistente si no contiene contradicciones; esto es, si no hay dos o más reglas con los mismos antecedentes pero con diferente consecuente. ■

Definición 3.13. Un conjunto de reglas difusas $\sim \mathcal{R}$ es continuo si todo par de reglas difusas vecinas contiene como consecuentes conjuntos difusos adyacentes². ■

Definición 3.14. Un conjunto de reglas difusas $\sim \mathcal{R}$ interactúa si

$$\sim C_{\text{comp}} \neq \sim C_{\text{indiv}} , \tag{3.27}$$

en donde $\sim C_{\text{comp}}$ es obtenida con la inferencia composicional, esto es $\sim C_{\text{comp}} = \{ \sim \mathcal{X}_{x(1)}, \sim \mathcal{X}_{x(2)}, \dots, \sim \mathcal{X}_{x(n)} \} \circ \sim R$, y $\sim C_{\text{indiv}}$ es obtenida con la inferencia basada en reglas individuales, por lo que $\sim C_{\text{indiv}} = \bigcup_k \sim C_k$; siendo $\sim C$ conjuntos difusos de salida. ■

La inferencia composicional y la inferencia basada en reglas individuales se describen en la sección 3.5.

3.4.2 Base de datos

La base de datos contiene los significados de las proposiciones difusas del conjunto de reglas, los cuales están en términos de conjuntos difusos. Esto es, la base de datos contiene cada una

² Sean $\sim A$ y $\sim B$ elementos de $\sim \mathcal{P}(X)$. Se dice que $\sim A$ y $\sim B$ son conjuntos difusos adyacentes sólo si

$$\sim A \cap \sim B \neq \emptyset .$$

de las funciones de membresía, $\mu_{\tilde{A}}$, que definen completamente a los conjuntos difusos de cada variable difusa.

En forma general, las funciones de membresía más usadas en control tienen la forma: trapezoidal, definidas por las funciones L, Γ y Π ; triangular, definida por la función Δ ; exponencial, definida por la función S y, de impulso por la función I. En la Figura 3.2 se muestra la forma de cada función.

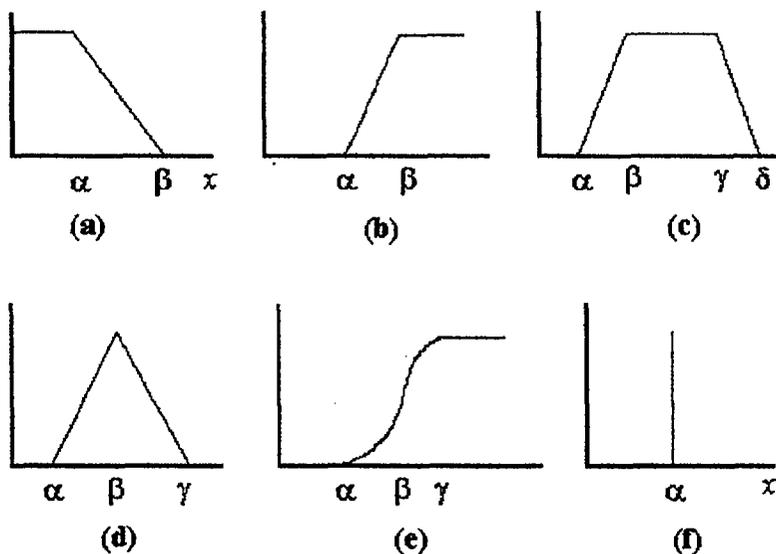


Figura 3.2. Las funciones de membresía más usadas en control difuso son: funciones trapezoidales (a), (b) y (c); funciones triangulares (d); exponenciales (e), y el impulso (f).

Definición 3.15. La función L es una función definida en X (ver Figura 3.2(a)) como

$$L(x; \alpha, \beta) = \begin{cases} 1, & x < \alpha, \\ (\beta-x) / (\beta-\alpha), & \alpha \leq x \leq \beta, \\ 0, & x > \beta; \end{cases} \quad (3.28)$$

en donde α y β son parámetros elementos de X . ■

Definición 3.16. La función Γ es una función definida en X (ver Figura 3.2(b)) como

$$\Gamma(x; \alpha, \beta) = \begin{cases} 0, & x < \alpha, \\ (x - \alpha) / (\beta - \alpha), & \alpha \leq x \leq \beta, \\ 1, & x > \beta; \end{cases} \quad (3.29)$$

en donde α y β son parámetros elementos de X . ■

Definición 3.17. La función Π es una función definida en X (ver Figura 3.2(c)) como

$$\Pi(x; \alpha, \beta, \gamma, \delta) = \begin{cases} 0, & x < \alpha, \\ (x - \alpha) / (\beta - \alpha), & \alpha \leq x \leq \beta, \\ 1, & \beta \leq x \leq \gamma, \\ (\delta - x) / (\delta - \gamma), & \gamma \leq x \leq \delta, \\ 0, & x > \delta; \end{cases} \quad (3.30)$$

en donde α, β, γ y δ son parámetros elementos de X . ■

Definición 3.18. La función Λ es una función definida en X (ver Figura 3.2(d)) como

$$\Lambda(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0, & x < \alpha, \\ (x - \alpha) / (\beta - \alpha), & \alpha \leq x \leq \beta, \\ (\gamma - x) / (\gamma - \beta), & \beta \leq x \leq \gamma, \\ 0, & x > \gamma; \end{cases} \quad (3.31)$$

en donde α, β y γ son parámetros elementos de X . ■

Definición 3.19. La función S es una función definida en X (ver Figura 3.2(e)) como

$$S(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0, & x < \alpha, \\ 2 \left(\frac{x-\alpha}{\gamma-\alpha} \right)^2, & \alpha \leq x \leq \beta, \\ 1 - 2 \left(\frac{x-\gamma}{\gamma-\alpha} \right)^2, & \beta \leq x \leq \gamma, \\ 1, & x > \gamma; \end{cases} \quad (3.32)$$

en donde α, β y γ son parámetros elementos de X . ■

Definición 3.20. La función I es una función definida en X (ver Figura 3.2(f)) como

$$I(x; \alpha) = \begin{cases} 1, & x = \alpha, \\ 0, & x \neq \alpha; \end{cases} \quad (3.33)$$

en donde α es un parámetro elemento de X . ■

3.5 MÉTODOS DE INFERENCIA

Básicamente, el procedimiento de inferencia, dado un conjunto de reglas, puede ser de dos tipos: la inferencia basada en composición, y la inferencia basada en las reglas individuales.

Inferencia basada en composición. En este caso, las relaciones difusas que representan el significado de cada regla individual son agregadas en una relación difusa que describe el significado del conjunto de reglas. Entonces, la inferencia con esta relación difusa es realizada a través de la operación de composición entre el valor difusificado y la relación difusa que representa el significado del conjunto de reglas. Como un resultado de la composición, se obtiene el conjunto difuso que describe el valor difuso de la salida del controlador.

Los siguientes métodos son los propuestos por la literatura para la operación de composición $\sim C = \sim A \circ \sim R$ [ROS 95], en donde $\sim A$ es el antecedente definido en X , $\sim C$ es el consecuente definido en Y , y $\sim R$ es una relación difusa definida por alguna implicación difusa que describe la relación entre entradas específicas x y salidas específicas y :

$$\text{max-min} \quad \mu_{\sim C}(y) = \max_{x \in X} \{ \min [\mu_{\sim A}(x), \mu_{\sim R}(x, y)] \} \quad (3.34)$$

$$\text{max-producto} \quad \mu_{\sim C}(y) = \max_{x \in X} [\mu_{\sim A}(x) \cdot \mu_{\sim R}(x, y)] \quad (3.35)$$

$$\text{min-max} \quad \mu_{\sim C}(y) = \min_{x \in X} \{ \max [\mu_{\sim A}(x), \mu_{\sim R}(x, y)] \} \quad (3.36)$$

$$\text{max-max} \quad \mu_{\sim C}(y) = \max_{x \in X} \{ \max [\mu_{\sim A}(x), \mu_{\sim R}(x, y)] \} \quad (3.37)$$

$$\text{min-min} \quad \mu_{\sim C}(y) = \min_{x \in X} \{ \min [\mu_{\sim A}(x), \mu_{\sim R}(x, y)] \} \quad (3.38)$$

$$\text{max-promedio} \quad \mu_{\sim C}(y) = (\frac{1}{2}) \max_{x \in X} [\mu_{\sim A}(x) + \mu_{\sim R}(x, y)] \quad (3.39)$$

Particularmente, cada método de inferencia es conocido de acuerdo a la operación de implicación o composición empleada.

Inferencia basada en regla individual. En este caso, cada regla simple es recortada. Este recorte puede ser simplemente descrito por: (1) el cálculo del grado de membresía del valor exacto de entrada en cada conjunto difuso que describe el significado del antecedente de la regla, (2) se determina la intensidad de la regla (iR) como el mínimo de los grados de membresía determinados, (3) el recorte de cada conjunto difuso, que describe el significado del consecuente común de un grupo de reglas, con la máxima intensidad de las reglas involucradas.

Ejemplo 3.13. Sean $\sim \mathcal{P}$, $\sim \mathcal{F}$, $\sim R$ las variables y reglas definidas en el Ejemplo 3.13. Determinar $\sim \mathcal{Y}$, empleando la inferencia basada en reglas individuales.

Regla 1: Si $\sim A_1$ y $\sim B_1$, entonces $\sim C_1$; iR 1 = $\min (0.2 , 0.3)$

Regla 2: Si $\sim A_1$ y $\sim B_2$, entonces $\sim C_1$; iR 2 = $\min (0.2 , 1)$

Regla 3: Si $\sim A_1$ y $\sim B_3$, entonces $\sim C_1$; iR 3 = $\min (0.2 , 0.8)$

Regla 4: Si $\sim A_1$ y $\sim B_4$, entonces $\sim C_2$; iR 4 = $\min (0.2 , 0)$

Regla 5: Si $\sim A_2$ y $\sim B_1$, entonces $\sim C_1$; iR 5 = $\min (0.4 , 0.3)$

Regla 6: Si $\sim A_2$ y $\sim B_2$, entonces $\sim C_1$; iR 6 = $\min (0.4 , 1)$

Regla 7: Si $\sim A_2$ y $\sim B_3$, entonces $\sim C_2$; iR 7 = $\min (0.4 , 0.8)$

Regla 8: Si $\sim A_2$ y $\sim B_4$, entonces $\sim C_3$; iR 8 = $\min (0.4 , 0)$

Regla 9: Si $\sim A_3$ y $\sim B_1$, entonces $\sim C_2$; iR 9 = $\min (0.7 , 0.3)$

Regla 10: Si $\sim A_3$ y $\sim B_2$, entonces $\sim C_2$; iR 10 = $\min (0.7 , 1)$

Regla 11: Si $\sim A_3$ y $\sim B_3$, entonces $\sim C_3$; iR 11 = $\min (0.7 , 0.8)$

Regla 12: Si $\sim A_3$ y $\sim B_4$, entonces $\sim C_3$; iR 12 = $\min (0.7 , 0)$

$$\mu_{\sim y}(\sim C_1) = \max (0.2 , 0.2 , 0.2 , 0.3 , 0.4) = 0.4$$

$$\mu_{\sim y}(\sim C_2) = \max (0 , 0.4 , 0.3 , 0.7) = 0.7$$

$$\mu_{\sim y}(\sim C_3) = \max (0 , 0.7 , 0) = 0.7$$

$$\sim y = 0.4 / \sim C_1 + 0.7 / \sim C_2 + 0.7 / \sim C_3 \quad \blacksquare$$

La inferencia basada en composición y la inferencia basada en reglas individuales son equivalentes para el tipo de inferencia de Mamdani. El tipo de inferencia basada en reglas individuales es el más usado en control dada la facilidad para su implantación [DRI 96].

3.6 MÉTODOS DE DESDIFUSIFICACIÓN

Existen varios métodos para relizar el proceso de desdifusificación; cada uno produce diferentes resultados para el valor exacto (y^*) de la variable exacta de salida y del controlador difuso. Los siguientes métodos son los más empleados:

- *Centro de Área o Gravedad* (Center of area / gravity)
- *Centro de las Sumas* (Center of sums)
- *Altura* (Height)
- *Primero (o último) del Máximo* (First of maxima)

Centro de área o gravedad. El proceso de desfusificación por el método de *centro de área* o *gravedad*, también conocido como el método del *centroide*, es el más conocido. El centro de área o gravedad está dado por la siguiente expresión:

$$y^* = \frac{\sum_{k=1}^n \mu_{\sim CC_k}(y_k) \cdot y_k}{\sum_{k=1}^n \mu_{\sim CC_k}(y_k)} \quad (3.40)$$

en donde $\sim CC_1, \sim CC_2, \dots, \sim CC_n$, son conjuntos difusos recortados.

Centro de las Sumas. Este método de desfusificación es más rápido que algunos de los métodos que se emplean actualmente. Este proceso se realiza con la suma de los conjuntos difusos de salida individuales recortados $\sim CC_1, \sim CC_2, \dots, \sim CC_n$, en lugar de realizar la unión de éstos. Con este método de *centro de las sumas* el valor de y^* está dado por:

$$y^* = \frac{\sum_{i=1}^m y_i \cdot \sum_{k=1}^n \mu_{\sim CC(k)}(y_i) \cdot y_i}{\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n \mu_{\sim CC(k)}(y_i)} \quad (3.41)$$

Altura. El método de desfusificación *altura* emplea los conjuntos difusos de salida recortados, $\sim CC_k$, individualmente, en lugar del conjunto difuso agregado. Este método toma el valor pico de cada conjunto difuso $\sim C_k$, y forma una suma ponderada de valores

pico; así, en el método de desdifusificación *altura*, el valor y^* está dado por:

$$y^* = \frac{\sum_{k=1}^n f_{(\sim CC_k)} \cdot f_k}{\sum_{k=1}^n f_{(\sim CC_k)}} \quad (3.42)$$

en donde $f_{(\sim CC_k)}$ es la altura de $\sim CC_k$ y f_k es el valor pico del conjunto difuso $\sim C_k$.

Primero (o último) del Máximo. Este método emplea el conjunto difuso agregado, $\sim U$, y toma el valor más pequeño del dominio, de la variable de salida y , con el máximo grado de membresía en $\sim U$. Este método se realiza de la siguiente forma: sea

$$h(\sim U) = \max \{ \mu_{\sim U}(y) \} \quad (3.43)$$

el máximo grado de membresía de $\sim U$, y sea

$$\{ y \in Y \mid \mu_{\sim U}(y) = h(\sim U) \} \quad (3.44)$$

el conjunto de elementos del dominio con grado de membresía igual a $h(\sim U)$. Entonces y^* está dado por:

$$y^* = \min \{ y \in Y \mid \mu_{\sim U}(y) = h(\sim U) \}. \quad (3.45)$$

Una versión alternativa de este método es llamado *Último del máximo* y está dado como:

$$y^* = \max \{ y \in Y \mid \mu_{\sim U}(y) = h(\sim U) \}. \quad (3.46)$$

CAPÍTULO 4

METODOLOGÍA DE DISEÑO DEL CONTROLADOR DIFUSO

4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo, se presenta el proceso de diseño del controlador difuso, el cual inicia, como en cualquier problema de control, en analizar y dividir al sistema de control en un diagrama a bloques. Esta presentación permite identificar los bloques exactos (en donde la relación entrada-salida de cada bloque puede ser definida por una ecuación, una función de transferencia, una tabla entrada / salida, etc.) y los bloques difusos (en donde la entrada y la salida están relacionadas por la experiencia del operador en dicha relación). Una vez identificado el bloque difuso, se definen para éste: (a) la base de conocimientos, esto es, las funciones de membresía para las variables de entrada y salida, y las reglas difusas, las cuales relacionan heurísticamente las entradas con la salida; y (b) los procedimientos de difusificación, evaluación de reglas, y desdifusificación. Finalmente, se presentan las modificaciones al diseño en base a los resultados obtenidos.

4.2 ANÁLISIS Y DIVISIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL

Los principales bloques del sistema simplificado, para la regulación de la potencia en un reactor del tipo TRIGA Mark III, se muestran en la Figura 4.1.

Modelo matemático del reactor nuclear. El comportamiento del reactor nuclear del tipo TRIGA Mark III (sistema controlado) es simulado utilizando las ecuaciones dinámicas de un reactor puntual (A.15) en la función ODE23.m de Matlab, en donde la variable $n(t)$ es la salida del sistema de interés (variable controlada) y la variable $\rho_{\text{ext}}(t)$ es la entrada al sistema (variable de control).

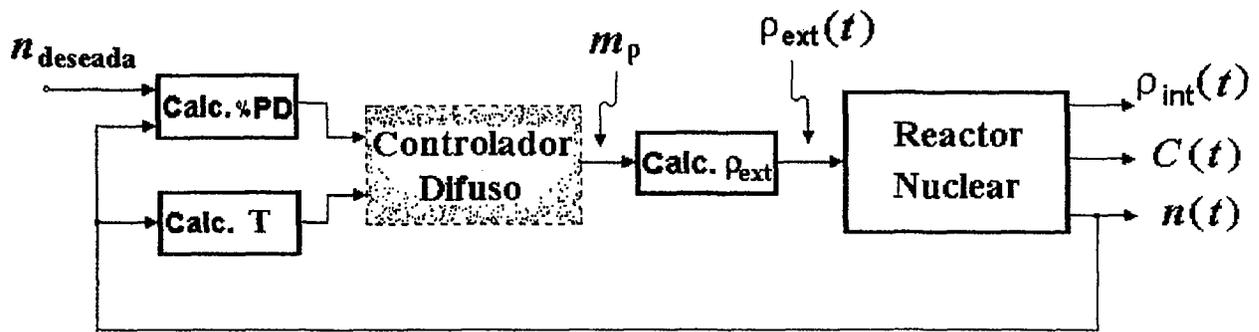


Figura 4.1. Diagrama a bloques del sistema de control de potencia.

Cálculo del período, T. Una de las variables exactas de entrada al controlador difuso es el período, T, que representa el tiempo que tardaría la potencia en multiplicarse e veces y cuyo valor, para propósitos de simulación, se determina en forma analítica de la siguiente forma:

$$T = \frac{t_i - t_{i-1}}{\ln \left(\frac{n(t_i)}{n(t_{i-1})} \right)}, \quad (4.1)$$

en donde t_i representa el tiempo discreto actual, t_{i-1} representa el tiempo discreto previo, $n(t_i)$ representa la potencia en el tiempo t_i , y $n(t_{i-1})$ representa la potencia en el tiempo t_{i-1} ; así, observando que $n(t_i) \neq n(t_{i-1})$, se puede calcular el valor del período en función de un par de puntos conocidos $(t_{i-1}, n(t_{i-1}))$ y $(t_i, n(t_i))$.

Cálculo de la diferencia de potencia porcentual, %PD. La otra variable exacta de entrada al controlador difuso es la diferencia entre la potencia en el tiempo actual y la potencia deseada (o de referencia) en relación porcentual con la diferencia entre la potencia deseada y la potencia inicial, llamada en forma más breve como diferencia de potencia porcentual,

%PD, la cual es determinada por:

$$\%PD = \frac{n(t_i) - n_{deseada}}{n_{deseada} - n_{inicial}} \times 100 \% . \quad (4.2)$$

Bloque difuso. Una vez que se ha identificado el bloque difuso en el sistema de control, se pueden identificar fácilmente las variables de entrada y salida de éste. Estas variables son el período (T) y la diferencia de potencia en forma porcentual (%PD), como variables de entrada, y la razón de variación de la reactividad externa, como variable de salida (m_ρ). Esto es, para cada par de valores para las variables exactas de entrada al bloque difuso, se obtiene un valor exacto como salida.

Cálculo de la reactividad externa, $\rho_{ext}(t)$. La reactividad, ρ , es la desviación relativa del factor de generación de neutrones¹, y $\rho_{ext}(t)$ es la contribución a la ρ debida a causas externas². Una vez definida m_ρ , es utilizada para obtener la reactividad externa, $\rho_{ext}(t)$ (variable de control), calculada por:

$$\rho_{ext}(t_i) = \rho_{ext}(t_{i-1}) + m_\rho(t_i - t_{i-1}) , \quad (4.3)$$

Este valor de reactividad externa es válido en el intervalo de tiempo $t_i \leq t < t_{i-1}$.

4.3 DEFINICIÓN DE LAS FUNCIONES DE MEMBRESÍA DE ENTRADA Y SALIDA

Una vez que se han identificado las variables de entrada y salida del bloque difuso, se deben identificar los estados lingüísticos (conjuntos difusos) para cada una de éstas.

¹ Ver páginas A.3 y A.7 en el Apéndice A.

² Ver página A.7 en el Apéndice A.

Especificación del universo de posibles valores. En base a la experiencia en el control del proceso en lazo abierto, definir para cada variable de entrada y salida el universo de posibles valores que puede tomar.

La Ec. (4.1) indica el tiempo que tardaría la potencia en multiplicarse e veces, dados dos puntos de una curva de potencia, asumiendo un comportamiento exponencial³. Si $n(t_i) = n(t_{i-1})$ entonces $T = \infty$; con lo cual, el dominio del período es el intervalo $[0, \infty)$; sin embargo, es acotado para la simulación, por lo que se propone el intervalo $[0, 2.5 \times 10^3]$ para el control de la potencia.

El dominio para la variable %PD se puede establecer de la Ec. (4.2). Inicialmente, $n(t_i) = n_{inicial}$, entonces %PD = -100%; cuando $n(t_i) = n_{deseada}$, %PD = 0%, siendo $[-100, 0]$ el intervalo resultante. Sin embargo, se recomienda ampliar el intervalo, dado que se pudieran generar valores no considerados en el intervalo causando problemas en el algoritmo; por lo que se propone el siguiente dominio $[-110, 20]$.

De los resultados obtenidos con las simulaciones del comportamiento dinámico del reactor, operado en lazo abierto (ver Apéndice B), se observa el sobretiro porcentual de la respuesta, el cual es un punto importante en la realización de los sistemas de control. Particularmente, se tratará de evitar el sobretiro mayor al 20%; para esto, se debe limitar m_ρ a valores aproximadamente menores a 0.04, como se puede observar en la Figura B.24(c). En el caso de producirse un pequeño sobretiro (<20%), se debe disminuir gradualmente la potencia hacia su valor de referencia, tomando m_ρ valores negativos pequeños del orden de 0.015, con lo cual se evitan sobretiros (en la disminución de potencia) mayores al 10%, como se puede ver en la Figura B.25(c). Se propone el intervalo $[-0.015, 0.04]$ como

³ Cabe mencionar que la Ec. (4.1) es válida para inserciones de reactividad externa tipo escalón y transcurrido un cierto tiempo que puede llegar a ser de segundos. Como en realidad estas inserciones son de tipo rampa, y el valor del período se calcula a intervalos del orden de los milisegundos, se tiene entonces que los períodos reales son mayores a los calculados; esto se traduce en una respuesta conservadora por parte del algoritmo de control en cuanto a la rapidez en el aumento de la potencia. Para el caso del reactor TRIGA Mark III se restringe el período a valores mayores a los tres segundos.

dominio para la variable exacta m_p . Cabe mencionar que, dado que el diseño de los sistemas de control difuso es un proceso iterativo, los dominios propuestos pueden ser reajustados posteriormente.

Escalamiento del Universo. Usualmente es deseable, y frecuentemente necesario, escalar, o normalizar, el universo de una variable de entrada y/o salida. Por ejemplo, cuando el intervalo de valores para las entradas o salidas es extremadamente amplio, una representación semilogarítmica es muy apropiada. Tal es el caso para la variable T, como se puede observar en la Figura 4.3(a).

Selección del número y forma de las Funciones de Membresía. No existe un procedimiento sistemático para la determinación del número y forma de las funciones de membresía; sin embargo, es común seleccionar un número impar de funciones de membresía (entre 3 y 9) de forma triangular o trapezoidal, la forma trapezoidal se emplea sobre todo para los conjuntos difusos de los extremos. Se propone emplear 5 conjuntos difusos para cada variable de entrada, y cuatro para la variable de salida, de formas triangulares y trapezoidales. La distribución de los conjuntos difusos, a lo largo del dominio, está en función de las necesidades del sistema de control; por ejemplo, para la variable %PD, cerca del valor ideal se requiere de mayor control, por lo que se aumenta la densidad de conjuntos difusos en esta zona.

En un sistema de control difuso, el empalme entre las funciones de membresía impacta el rendimiento del sistema. Un sistema difuso sin funciones de membresía empalmadas es en cierta forma una aproximación a un sistema basado en lógica Booleana. Los puntos importantes sobre el empalme de las funciones de membresía son: 1) cada elemento del universo deberá pertenecer al soporte de, al menos, un conjunto difuso; al mismo tiempo, no deberá pertenecer al soporte de más de dos conjuntos difusos; 2) dos conjuntos difusos no deben tener el mismo núcleo, y 3) la suma de los grados de membresía en los diferentes conjuntos difusos empalmados se sugiere que sea menor o igual a uno, de lo contrario la

salida del controlador puede producir un comportamiento inesperado [CECT 92].

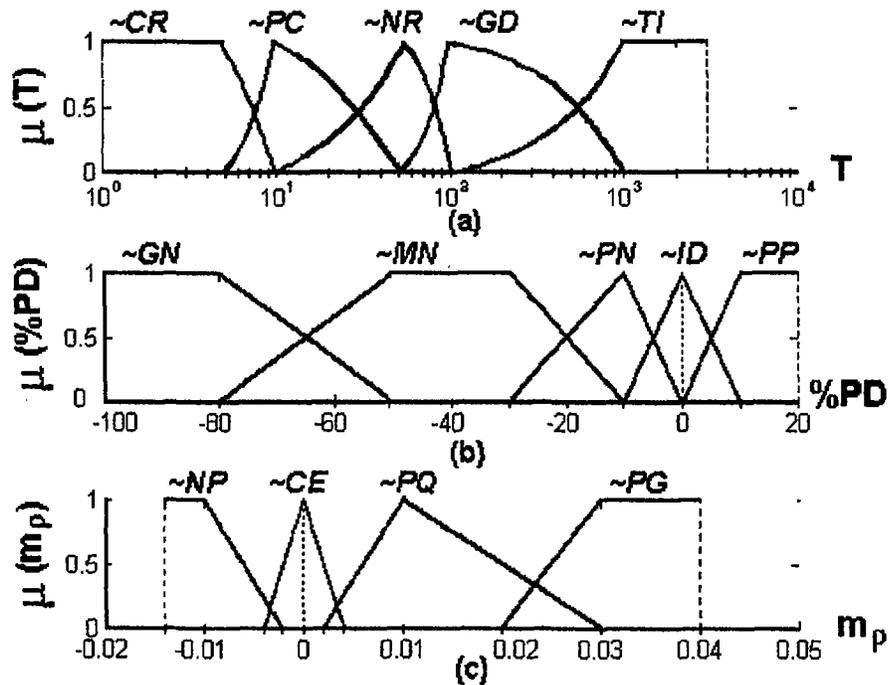


Figura 4.3. Conjuntos difusos empleados en el FRBC-1. (a) Período, T ; (b) diferencia porcentual, $\%PD$; y (c) pendiente para la $\rho_{ext}(t)$, m_p .

Funciones de membresía para el Período. En la Figura 4.3(a) se pueden observar los cinco diferentes conjuntos difusos propuestos para la variable exacta T , los cuales están indicados como: $\sim CR$, período crítico; $\sim PC$, período poco crítico; $\sim NR$, período normal; $\sim GD$, período grande; y $\sim TI$, el período tiende a infinito.

Funciones de membresía para la Diferencia de Potencia Porcentual. El universo de valores para la variable exacta de entrada $\%PD$ (diferencia de potencia porcentual), y las funciones de membresía, $\mu(\%PD)$, se pueden observar en la Figura 4.3(b). Los diferentes conjuntos difusos asociados con esta entrada están indicados como: $\sim GN$, grande negativa; $\sim MN$, media negativa; $\sim PN$, pequeña negativa; $\sim ID$, ideal; y $\sim PP$, pequeña positiva.

Funciones de membresía para la razón de cambio de la $\rho_{ext}(t)$. En la Figura 4.3(c) se puede observar el universo de valores para la variable exacta de salida m_p (pendiente de la reactividad externa), y las funciones de membresía, $\mu(m_p)$, de los diferentes conjuntos difusos asociados con la salida, los cuales están indicados como: $\sim NP$, *negativa pequeña*; $\sim CE$, *cero*; $\sim PQ$, *positiva pequeña*; y $\sim PG$, *positiva grande*.

Selección del Método de Desdifusificación. En la Tabla 4.1 se presenta una comparación entre algunos métodos de desdifusificación [CECT 92]. Una característica sobresaliente de los métodos de COG, con funciones de membresía no singleton, y Centro de Sumas es que presenta una salida suave. Particularmente, se requiere que el reactor alcance una potencia de 1 MW, partiendo de un nivel de potencia estable de aproximadamente 50 W. A niveles de potencia bajos, como el inicial, el manejo del incremento de potencia debe ser muy suave, por lo que para este controlador se selecciono el método de centro de gravedad. Este controlador difuso, por ser el primero en nuestro estudio se le identificará de aquí en adelante como FRBC-1 (de sus siglas en inglés de *fuzzy rule-based controller*).

TABLA 4.1. COMPARACIÓN DE ALGUNOS MÉTODOS DE DESDIFUSIFICACIÓN

Método de Desdifusificación	Requerimiento de Memoria ¹	Velocidad Computacional ²
Centro de Gravedad (COG), empleando funciones de membresía de la forma singleton	1	5
Centro de Gravedad (COG), empleando funciones de membresía de la forma no singleton	5	1
Promedio del Máximo	4	3
Punto medio del Máximo	3	4
Centro de Sumas	5	1

¹ (1)=bajo, . . . (5)=alto ² (1)=baja, . . . , (5)=alta

4.4 ESCRITURA DE LAS REGLAS

Para escribir las reglas, se debe, primero, codificar el conocimiento que describe el comportamiento del sistema. Este conocimiento resulta de: 1) las consultas a los operadores del sistema, 2) las entrevistas con el experto, o 3) las observaciones del comportamiento del sistema en lazo abierto.

Entonces, la primera fase de la escritura de reglas involucra la descripción de todas las reglas que son prácticas para describir un sistema. Para un sistema de 2 entradas y 1 salida, las reglas se pueden escribir construyendo una matriz de Memoria Asociativa Difusa, esto es, de acuerdo a la combinación de las entradas llenar las celdas con el valor deseado. La memoria asociativa difusa también es conocida como FAM (de sus siglas en inglés) o tabla de control. Específicamente, primero se deben escribir todas las reglas que son obvias, un ejemplo es: Si %PD es *ideal*, entonces m_p es *cero*, independientemente del valor de T. Posteriormente, escribir las reglas que son menos obvias, aunque intuitivamente correctas, como por ejemplo: Si T es *crítico*, entonces m_p es *cero*, independientemente del valor de %PD. Finalmente, se escriben el resto de las reglas, tal como: Si %PD es *grande negativa* y T es *poco crítico*, entonces m_p es *positiva pequeña*; obteniéndose una tabla de control como se muestra en la Figura 4.4.

		T				
		~CR	~PC	~NR	~GD	~TI
	~GN	~CE	~PQ	~PG	~PG	~PG
	~MN	~CE	~PQ	~PG	~PG	~PG
% PD	~PN	~CE	~PQ	~PQ	~PQ	~PQ
	~ID	~CE	~CE	~CE	~CE	~CE
	~PP	~CE	~NP	~NP	~NP	~NP
		m_p				

Figura 4.4. Tabla de reglas difusas de control para el FRBC-1.

Como se puede observar, el número de reglas para el control de ascenso de potencia es de 25, el cual está determinado por el número de combinaciones de los conjuntos difusos

de entrada. Así, las reglas difusas son:

- Regla 1: Si %PD es *grande negativa* ($\sim GN$) y T es *crítico* ($\sim CR$), entonces m_ρ es *cero* ($\sim CE$).
- Regla 2: Si %PD es *grande negativa* ($\sim GN$) y T es *poco crítico* ($\sim PC$), entonces m_ρ es *positiva pequeña* ($\sim PQ$).
- Regla 3: Si %PD es *grande negativa* ($\sim GN$) y T es *normal* ($\sim NR$), entonces m_ρ es *positiva grande* ($\sim PG$).
- Regla 4: Si %PD es *grande negativa* ($\sim GN$) y T es *grande* ($\sim GD$), entonces m_ρ es *positiva grande* ($\sim PG$).
- Regla 5: Si %PD es *grande negativa* ($\sim GN$) y T *tiende a infinito* ($\sim TI$), entonces m_ρ es *positiva grande* ($\sim PG$).
- Regla 6: Si %PD es *media negativa* ($\sim MN$) y T es *crítico* ($\sim CR$), entonces m_ρ es *cero* ($\sim CE$).
- Regla 7: Si %PD es *media negativa* ($\sim MN$) y T es *poco crítico* ($\sim PC$), entonces m_ρ es *positiva pequeña* ($\sim PQ$).
- Regla 8: Si %PD es *media negativa* ($\sim MN$) y T es *normal* ($\sim NR$), entonces m_ρ es *positiva grande* ($\sim PG$).
- Regla 9: Si %PD es *media negativa* ($\sim MN$) y T es *grande* ($\sim GD$), entonces m_ρ es *positiva grande* ($\sim PG$).
- Regla 10: Si %PD es *media negativa* ($\sim MN$) y T *tiende a infinito* ($\sim TI$), entonces m_ρ es *positiva grande* ($\sim PG$).
- Regla 11: Si %PD es *pequeña negativa* ($\sim PN$) y T es *crítico* ($\sim CR$), entonces m_ρ es *cero* ($\sim CE$).
- Regla 12: Si %PD es *pequeña negativa* ($\sim PN$) y T es *poco crítico* ($\sim PC$), entonces m_ρ es *positiva pequeña* ($\sim PQ$).
- Regla 13: Si %PD es *pequeña negativa* ($\sim PN$) y T es *normal* ($\sim NR$), entonces m_ρ es *positiva pequeña* ($\sim PQ$).
- Regla 14: Si %PD es *pequeña negativa* ($\sim PN$) y T es *grande* ($\sim GD$), entonces m_ρ es *positiva pequeña* ($\sim PQ$).
- Regla 15: Si %PD es *pequeña negativa* ($\sim PN$) y T *tiende a infinito* ($\sim TI$), entonces m_ρ es *positiva pequeña* ($\sim PQ$).

- Regla 16: Si %PD es *ideal* ($\sim ID$) y T es *crítico* ($\sim CR$), entonces m_ρ es *cero* ($\sim CE$).
- Regla 17: Si %PD es *ideal* ($\sim ID$) y T es *poco crítico* ($\sim PC$), entonces m_ρ es *cero* ($\sim CE$).
- Regla 18: Si %PD es *ideal* ($\sim ID$) y T es *normal* ($\sim NR$), entonces m_ρ es *cero* ($\sim CE$).
- Regla 19: Si %PD es *ideal* ($\sim ID$) y T es *grande* ($\sim GD$), entonces m_ρ es *cero* ($\sim CE$).
- Regla 20: Si %PD es *ideal* ($\sim ID$) y T *tiende a infinito* ($\sim TI$), entonces m_ρ es *cero* ($\sim CE$).
- Regla 21: Si %PD es *pequeña positiva* ($\sim PP$) y T es *crítico* ($\sim CR$), entonces m_ρ es *cero* ($\sim CE$).
- Regla 22: Si %PD es *pequeña positiva* ($\sim PP$) y T es *poco crítico* ($\sim PC$), entonces m_ρ es *negativa pequeña* ($\sim NP$).
- Regla 23: Si %PD es *pequeña positiva* ($\sim PP$) y T es *normal* ($\sim NR$), entonces m_ρ es *negativa pequeña* ($\sim NP$).
- Regla 24: Si %PD es *pequeña positiva* ($\sim PP$) y T es *grande* ($\sim GD$), entonces m_ρ es *negativa pequeña* ($\sim NP$).
- Regla 25: Si %PD es *pequeña positiva* ($\sim PP$) y T *tiende a infinito* ($\sim TI$), entonces m_ρ es *negativa pequeña* ($\sim NP$).

4.5 OBSERVACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA DE CONTROL

Las características del sistema de control que requieren ser examinadas son: (1) los valores de salida, (2) la superficie de control, y (3) el tiempo de simulación. Un análisis basado en estas observaciones, puede indicar si es necesario regresar al paso anterior para ajustar las reglas, las funciones de membresía, o el método de desdifusificación.

En el siguiente capítulo, se realiza la simulación del comportamiento del sistema de control difuso, y en base a los resultados se realizarán los ajustes necesarios.

CAPÍTULO 5

ALGORITMO DE CONTROL DIFUSO TÍPICO

5.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presenta, inicialmente, el algoritmo de simulación del sistema de control de la potencia del reactor. Posteriormente, el algoritmo del controlador difuso es presentado especificando los procedimientos de difusificación, inferenciación, y desdifusificación [VEL 96a]. En base a la observación del comportamiento del sistema de control, se realizan los ajustes necesarios a la base de conocimientos del controlador difuso típico (FBRC-1), llamándole a esta nueva versión de controlador difuso típico FRBC-2. Finalmente, en base a la observación de los resultados y a la restricción con respecto a la rapidez de crecimiento de la potencia, se ajusta nuevamente la base de conocimientos del controlador difuso típico, llamándole ahora FRBC-3.

5.2 ALGORITMO DE SIMULACIÓN

Con el fin de observar el desempeño del controlador difuso, se desarrolló un algoritmo de simulación en MATLAB que muestra el comportamiento del reactor cuando éste es controlado en base a reglas difusas. En la Figura 5.1, se muestra el algoritmo de simulación en un diagrama de flujo, en donde se identifican los siguientes procedimientos.

Procedimiento Principal

Procedimiento de inicialización de condiciones iniciales

Mientras la potencia actual no logre la estabilidad en la potencia deseada

Procedimiento para Calcular %PD

Función "Controlador Difuso FRBC"

Procedimiento para Calcular la ley de Control $u(t), \rho_{\text{ext}}$

Procedimiento para la Simulación del Reactor

Procedimiento para Calcular el Período, T

Procedimiento para Almacenar Datos

Procedimiento para el incremento del contador de la potencia estable deseada

Termina cuando la potencia logre la estabilidad en la potencia deseada

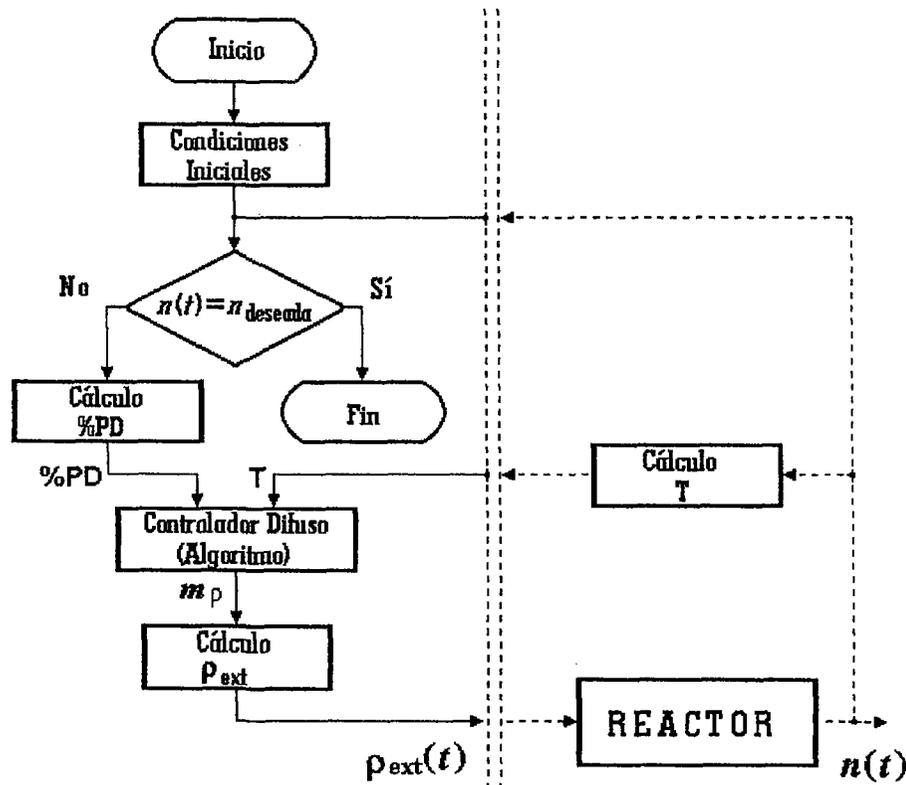


Figura 5.1. Diagrama de flujo del algoritmo de simulación para el control de $n(t)$.

Procedimiento de inicialización de condiciones iniciales

Inicia

bandera = 0;

if bandera == 0

 D = ascr_coe ; % determina los coeficientes del sistema

```

x(1) = D(8) ; % valor inicial de la potencia del reactor
x(2) = ( x(1) * D(1) ) / ( D(3) * D(2) ); % concentración de precursores de
                                           % neutrones retardados

x(3) = 0 ; % reactividad interna en el reactor
x = x'; % transpuesta de la matriz "x"
% * * Inicialización de los datos * *
t1 = 0 ; % tiempo inicial
ut = D(9); % valor inicial para la variable de control (reactividad inicial,  $\rho_{ext}$ )
nt = x(1); % valor inicial de la variable controlada (potencia inicial,  $n(0)$ )
T = 1.0e+09; % valor inicial del período
td = t1; % primer dato en el vector tiempo
ud = ut; % primer dato en el vector variable de control
nd = nt; % primer dato en el vector variable controlada
pd = T; % primer dato en el vector período
save datos td ud nd pd ; % almacena los vectores de datos
else
% * * Reinicialización * * * *
load datos; % carga los vectores de datos
last = length(td); % longitud del vector tiempo
t1 = td(last); % tiempo actual igual último dato del vector tiempo
ut = ud(last); %  $\rho_{ext}$  actual igual último dato del vector variable de control
nt = nd(last); %  $n(t)$  actual igual último dato del vector variable controlada
T = pd(last); % período actual igual último dato del vector período
end
n0 = nd(1); % valor inicial de la potencia
n_final = 1e06; % valor final deseado
tdel = 0.1 ; % valor para el incremento del tiempo
t2 = t1 + tdel; % tiempo posterior
tol = 1.0e-08 ; % valor de la tolerancia en el método de Runge-Kutta
delta = abs((n_final - n0) * 1 / 100) ; % uno por ciento

```

Termina

En este procedimiento se determinan las condiciones iniciales del sistema (reactor) y se asignan los valores iniciales para las variables. Si por alguna razón la simulación es interrumpida, entonces al reiniciar la simulación la bandera debe ser diferente de "0", con lo cual a las variables se les asigna el último dato almacenado. La función "ascr_coe.m" se puede ver en detalle en el Apéndice C.

Procedimiento para Calcular %PD

Inicia

$$pPD = (nt - n_final) * 100 / (n_final - n0);$$

Termina

En este procedimiento se determina, con la Ec. (4.2), la diferencia de potencia entre la deseada (n_final) y la actual (nt) en forma porcentual.

Función "Controlador Difuso FRBC"

Inicia

$$m = frbc(T, pPD) ;$$

Termina

En este procedimiento se determina la razón de cambio m_p de la reactividad externa con la función "frbc", la cual requiere a T y pPD como parámetros. Esta función realiza la tarea del controlador empleando conceptos de control difuso.

Procedimiento para Calcular la ley de Control $u(t), \rho_{ext}$

Inicia

$$b = ut - (m * t1) ; \quad \% \text{ valor de la "ordenada"}$$

$$ut = (m * t2) + b; \quad \% \text{ valor para la variable de control}$$

Termina

En este procedimiento se determina, con la Ec. (4.3), el valor de la reactividad externa en donde se utiliza el valor de m_p , determinado por el controlador difuso.

Procedimiento para la Simulación del Reactor***Inicia***

```

% la función "ode45.m", de MATLAB, resuelve el sistema de ecuaciones diferenciales
% ordinarias, almacenando las respuestas del sistema en la matriz "xout"
[tout, xout] = ode45('sis_ode', t1, t2, x, tol, ut);
% actualización de variables
last = length(tout); % determina la longitud del vector "tout"
x = xout(last,:); % recupera el último renglón de la matriz "xout"
n_ant= nt; % la potencia actual se almacena como la inmediata anterior
nt = x(1); % potencia actual

```

Termina

Para fines de simulación, en este procedimiento la dinámica del sistema a controlar se determina empleando el modelo puntual del reactor, Ecs. (A.15), en la función "sis_ode".

```
function xdot = sis_ode(t, x, u);
```

Inicia

```

D = ascr_coe ; % determina los coeficientes del sistema
% Ecuaciones diferenciales Ordinarias del reactor, en lazo-cerrado :
xdot(1) = ( u + x(3) - D(1) ) * x(1)/D(2) + D(3) * x(2) ;
xdot(2) = D(1) * x(1)/D(2) - D(3) * x(2) ;
xdot(3) = - D(7) * ( x(1) - D(8) ) - D(6) * x(3) ;
xdot = xdot' ;

```

Termina

Esta función es empleada por la función ode45().m de MATLAB.

Procedimiento para Calcular el Período, T***Inicia***

```

% si hay crecimiento en la potencia, entonces se calcula el período
if nt > n_ant,

```

```

T = (t2-t1) /log(nt / n_ant);
if T > 1.0e+09, T = 1.0e+09; end; % se limita el valor del período
else
    T = 1.0e+09 ; % se limita el período (no hay crecimiento en la potencia)
end;

```

Termina

Dado que es una simulación, este procedimiento determina el período con la Ec. (4.1).

*Procedimiento para Salvar Datos*Inicia

```

td = [td; tout(last)]; % incrementa el vector tiempo con el último dato
nd = [nd; nt]; % incrementa el vector variable controlada con el último dato
ud = [ud; ut]; % incrementa el vector variable de control con el último dato
pd = [pd; T]; % incrementa el vector período con el último dato
save datos td ud nd pd ; % almacena los vectores de datos

```

Termina*Procedimiento para el incremento del contador de la potencia deseada y estable*Inicia

```

% Actualización de variables
t1 = tout(last);
t2 = t1 + tdel ;
% Si la potencia actual es igual a la potencia final y es estable ( $\pm 1\%$ ), entonces se
% incrementa el contador "testable"
if (n_final - delta <= nt) & (nt <= n_final + delta),
    testable = testable + 1; % se incrementa el contador
else testable = 0;
end

```

Termina

La simulación finaliza cuando el contador "testable" sea igual a un número preestablecido de iteraciones, con el cual se considera que la potencia se mantuvo en el valor de la potencia deseada ($n_{\text{final}} \pm 1 \%$).

5.3 ALGORITMO DEL CONTROL DIFUSO TÍPICO (FRBC-1)

Función $m = frbc_1(T, pPD)$

Inicia

Procedimiento para definir las Funciones de Membresía

Procedimiento de Difusificación

Procedimiento de Inferenciación

Procedimiento de Desdifusificación

Termina

5.3.1 Definición de la Base de Datos

Los conjuntos difusos de la Figura 4.3 se definen como se mostró en la Secc. 3.4.2, para lo cual es necesario establecer los valores para los parámetros α , β , γ y δ . En seguida, se muestra el procedimiento para definir las funciones de membresía de entrada para T y %PD.

Procedimiento para definir las Funciones de Membresía

Inicia

% Conjuntos difusos para la variable de entrada "T"

% valor inicial y parámetros α y β , para el conjunto difuso CRÍTICO.

Ti_CR = 0 ; Tm_CR = 5 ; Tf_CR = 10 ;

% parámetros α , β y γ , para el conjunto difuso POCO CRÍTICO.

Ti_PC = 5 ; Tm_PC = 10 ; Tf_PC = 50 ;

% parámetros α , β y γ , para el conjunto difuso NORMAL.

Ti_NR = 10 ; Tm_NR = 50 ; Tf_NR = 100 ;

```

% parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ , para el conjunto difuso GRANDE.
Ti_GD = 50 ; Tm_GD = 100 ; Tf_GD = 1000 ;
% parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$ , y el valor final, para el conjunto difuso TIENDE A INFINITO.
Ti_TI = 100 ; Tm_TI = 1000 ; Tf_TI = 1e15 ;
% Conjuntos difusos para la variable de entrada "pPD"
% valor inicial y parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ , para el conj. difuso GRANDE NEGATIVA.
PDi_GN = -100 ; PDm_GN = -80 ; PDf_GN = -50 ;
% parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\delta$ , para el conjunto difuso MEDIA NEGATIVA.
PDi_MN = -80 ; PDm1_MN = -50 ; PDm2_MN = -30 ; PDf_MN = -10;
% parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ , para el conjunto difuso PEQUEÑA NEGATIVA.
PDi_PN = -30 ; PDm_PN = -10 ; PDf_PN = 0 ;
% parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ , para el conjunto difuso IDEAL.
PDi_ID = -10 ; PDm_ID = 0 ; PDf_ID = 10 ;
% parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y valor final, para el conjunto difuso PEQUEÑA POSITIVA.
PDi_PP = 0 ; PDm_PP = 10 ; PDf_PP = 20 ;
% Conjuntos difusos para la variable de salida " $m_p$ "
% valor inicial y parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ , para el conjunto difuso Negativa Pequeña.
mi_NP = -0.014 ; mm_NP = -0.010 ; mf_NP = -0.002 ;
% parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ , para el conjunto difuso CEro.
mi_CE = -0.004 ; mm_CE = 0.000 ; mf_CE = 0.004 ;
% parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ , para el conjunto difuso Positiva peQueña.
mi_PQ = 0.002 ; mm_PQ = 0.010 ; mf_PQ = 0.030 ;
% parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y valor final, para el conjunto difuso Positiva Grande.
mi_PG = 0.020 ; mm_PG = 0.030 ; mf_PG = 0.040 ;

```

Termina

5.3.2 Difusificación

En esta etapa se realiza la difusificación de las variables exactas de entrada: T y %PD, para obtener las variables difusificadas, $\sim \mathcal{T}$ y $\sim \%PD$. Para este proceso se determinan: $\mu_{\sim CR}(T)$, $\mu_{\sim PC}(T)$, $\mu_{\sim NR}(T)$, $\mu_{\sim GD}(T)$, $\mu_{\sim TI}(T)$, $\mu_{\sim GN}(\%PD)$, $\mu_{\sim MN}(\%PD)$,

$\mu_{\sim PN}(\%PD)$, $\mu_{\sim ID}(\%PD)$ y $\mu_{\sim PP}(\%PD)$, ya que de acuerdo a la definición de variable difusificada, Def. (3.7), se tiene

$$\begin{aligned} \sim \mathcal{F} = \{ & (\sim CR, \mu_{\sim \mathcal{F}}(\sim CR)), (\sim PC, \mu_{\sim \mathcal{F}}(\sim PC)), \\ & (\sim NR, \mu_{\sim \mathcal{F}}(\sim NR)), (\sim GD, \mu_{\sim \mathcal{F}}(\sim GD)), (\sim TI, \mu_{\sim \mathcal{F}}(\sim TI)) \}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

y

$$\begin{aligned} \sim \% \mathcal{PD} = \{ & (\sim GN, \mu_{\sim \% \mathcal{PD}}(\sim GN)), (\sim MN, \mu_{\sim \% \mathcal{PD}}(\sim MN)), \\ & (\sim PN, \mu_{\sim \% \mathcal{PD}}(\sim PN)), (\sim ID, \mu_{\sim \% \mathcal{PD}}(\sim ID)), \\ & (\sim PP, \mu_{\sim \mathcal{F}}(\sim PP)) \}, \end{aligned} \quad (5.2)$$

en donde $\mu_{\sim \mathcal{F}}(\sim CR) = \mu_{\sim CR}(T)$, $\mu_{\sim \mathcal{F}}(\sim PC) = \mu_{\sim PC}(T)$, $\mu_{\sim \mathcal{F}}(\sim NR) = \mu_{\sim NR}(T)$, $\mu_{\sim \mathcal{F}}(\sim GD) = \mu_{\sim GD}(T)$, $\mu_{\sim \mathcal{F}}(\sim TI) = \mu_{\sim TI}(T)$, $\mu_{\sim \% \mathcal{PD}}(\sim GN) = \mu_{\sim GN}(\%PD)$, $\mu_{\sim \% \mathcal{PD}}(\sim MN) = \mu_{\sim MN}(\%PD)$, $\mu_{\sim \% \mathcal{PD}}(\sim PN) = \mu_{\sim PN}(\%PD)$, $\mu_{\sim \% \mathcal{PD}}(\sim ID) = \mu_{\sim ID}(\%PD)$ y $\mu_{\sim \% \mathcal{PD}}(\sim PP) = \mu_{\sim PP}(\%PD)$.

En el siguiente algoritmo, $\mu_{\sim CR}(T)$ es representado por M_{CR} , $\mu_{\sim PC}(T)$ es representado por M_{PC} , etc.

Procedimiento de Difusificación

Inicia

Si $(Ti_{CR} \leq T < Tm_{CR})$,
entonces $M_{CR} = 1$;
si $(Tm_{CR} \leq T \leq Tf_{CR})$,
entonces $M_{CR} = (Tf_{CR} - T) / (Tf_{CR} - Tm_{CR})$;
si $(Ti_{PC} \leq T < Tm_{PC})$,
entonces $M_{PC} = (T - Ti_{PC}) / (Tm_{PC} - Ti_{PC})$;
si $(Tm_{PC} \leq T \leq Tf_{PC})$,
entonces $M_{PC} = (Tf_{PC} - T) / (Tf_{PC} - Tm_{PC})$;
si $(Ti_{NR} \leq T < Tm_{NR})$,
entonces $M_{NR} = (T - Ti_{NR}) / (Tm_{NR} - Ti_{NR})$;

$\underline{\text{si}} (Tm_NR \leq T \leq Tf_NR),$
 $\quad \underline{\text{entonces}} M_NR = (Tf_NR - T) / (Tf_NR - Tm_NR);$

$\underline{\text{si}} (Ti_GD \leq T < Tm_GD),$
 $\quad \underline{\text{entonces}} M_GD = (T - Ti_GD) / (Tm_GD - Ti_GD);$

$\underline{\text{si}} (Tm_GD \leq T \leq Tf_GD),$
 $\quad \underline{\text{entonces}} M_GD = (Tf_GD - T) / (Tf_GD - Tm_GD);$

$\underline{\text{si}} (Ti_TI \leq T < Tm_TI),$
 $\quad \underline{\text{entonces}} M_TI = (T - Ti_TI) / (Tm_TI - Ti_TI);$

$\underline{\text{si}} (Tm_TI \leq T \leq Tf_TI),$
 $\quad \underline{\text{entonces}} M_TI = 1;$

$\underline{\text{si}} (PDi_GN \leq PD < PDm_GN),$
 $\quad \underline{\text{entonces}} M_GN = 1;$

$\underline{\text{si}} (PDm_GN \leq PD \leq PDi_GN),$
 $\quad \underline{\text{entonces}} M_GN = (PDi_GN - PD) / (PDi_GN - PDm_GN);$

$\underline{\text{si}} (PDi_MN \leq PD < PDm1_MN),$
 $\quad \underline{\text{entonces}} M_MN = (PD - PDi_MN) / (PDm1_MN - PDi_MN);$

$\underline{\text{si}} (PDm1_MN \leq PD < PDm2_MN),$
 $\quad \underline{\text{entonces}} M_MN = 1;$

$\underline{\text{si}} (PDm2_MN \leq PD \leq PDi_MN),$
 $\quad \underline{\text{entonces}} M_MN = (PDi_MN - PD) / (PDi_MN - PDm2_MN);$

$\underline{\text{si}} (PDi_PN \leq PD < PDm_PN),$
 $\quad \underline{\text{entonces}} M_PN = (PD - PDi_PN) / (PDm_PN - PDi_PN);$

$\underline{\text{si}} (PDm_PN \leq PD \leq PDi_PN),$
 $\quad \underline{\text{entonces}} M_PN = (PDi_PN - PD) / (PDi_PN - PDm_PN);$

$\underline{\text{si}} (PDi_ID \leq PD < PDm_ID),$
 $\quad \underline{\text{entonces}} M_ID = (PD - PDi_ID) / (PDm_ID - PDi_ID);$

$\underline{\text{si}} (PDm_ID \leq PD \leq PDi_ID),$
 $\quad \underline{\text{entonces}} M_ID = (PDi_ID - PD) / (PDi_ID - PDm_ID);$

$\underline{\text{si}} (PDi_PP \leq PD < PDm_PP),$
 $\quad \underline{\text{entonces}} M_PP = (PD - PDi_PP) / (PDm_PP - PDi_PP);$

si $(PDm_PP \leq PD \leq P Df_PP)$,
 entonces $M_PP = 1$.

Termina

5.3.3 Inferenciación

Las reglas difusas, mostradas en la Figura 4.4, son evaluadas con los valores de las variables difusificadas de entrada asignados a los antecedentes, obteniendo la intensidad de cada regla; determinada ésta por el mínimo de los antecedentes. Posteriormente, cada valor difusificado de salida es determinado por el máximo de las intensidades de las reglas que lo infieren, con lo cual queda determinada la correspondiente variable difusificada de salida, definida como

$$\sim_m = \{ (\sim NP, \mu_{\sim_m}(\sim NP)), (\sim CE, \mu_{\sim_m}(\sim CE)), (\sim PQ, \mu_{\sim_m}(\sim PQ)), (\sim PG, \mu_{\sim_m}(\sim PG)) \}, \quad (5.3)$$

en donde $\mu_{\sim_m}(\sim NP) = \mu_{\sim NP}(m_\rho)$, $\mu_{\sim_m}(\sim CE) = \mu_{\sim CE}(m_\rho)$, $\mu_{\sim_m}(\sim PQ) = \mu_{\sim PQ}(m_\rho)$ y $\mu_{\sim_m}(\sim PG) = \mu_{\sim PG}(m_\rho)$.

En el siguiente algoritmo, M_NP representa a $\mu_{\sim NP}(m_\rho)$, M_CE representa a $\mu_{\sim CE}(m_\rho)$, M_PQ representa a $\mu_{\sim PQ}(m_\rho)$ y M_PG representa a $\mu_{\sim PG}(m_\rho)$.

Procedimiento de Inferenciación

Inicia

$$\begin{aligned} M_NP &= \max (\min (\mu_{\sim PP}(\%PD), \mu_{\sim PC}(T)), \min (\mu_{\sim PP}(\%PD), \mu_{\sim NR}(T)), \\ &\quad \min (\mu_{\sim PP}(\%PD), \mu_{\sim GD}(T)), \min (\mu_{\sim PP}(\%PD), \mu_{\sim TI}(T))) \\ M_CE &= \max (\min (\mu_{\sim GN}(\%PD), \mu_{\sim CR}(T)), \min (\mu_{\sim MN}(\%PD), \mu_{\sim CR}(T)), \\ &\quad \min (\mu_{\sim PN}(\%PD), \mu_{\sim CR}(T)), \min (\mu_{\sim ID}(\%PD), \mu_{\sim CR}(T)), \\ &\quad \min (\mu_{\sim ID}(\%PD), \mu_{\sim PC}(T)), \min (\mu_{\sim ID}(\%PD), \mu_{\sim NR}(T)), \\ &\quad \min (\mu_{\sim ID}(\%PD), \mu_{\sim GD}(T)), \min (\mu_{\sim ID}(\%PD), \mu_{\sim TI}(T)), \\ &\quad \min (\mu_{\sim PP}(\%PD), \mu_{\sim CR}(T))) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{PQ} &= \max (\min (\mu_{\sim GN}(\%PD), \mu_{\sim PC}(T)), \min (\mu_{\sim MN}(\%PD), \mu_{\sim PC}(T)), \\
&\quad \min (\mu_{\sim PN}(\%PD), \mu_{\sim PC}(T)), \min (\mu_{\sim PN}(\%PD), \mu_{\sim NR}(T)), \\
&\quad \min (\mu_{\sim PN}(\%PD), \mu_{\sim GD}(T)), \min (\mu_{\sim PN}(\%PD), \mu_{\sim TI}(T))) \\
M_{PG} &= \max (\min (\mu_{\sim GN}(\%PD), \mu_{\sim NR}(T)), \min (\mu_{\sim GN}(\%PD), \mu_{\sim GD}(T)), \\
&\quad \min (\mu_{\sim GN}(\%PD), \mu_{\sim TI}(T)), \min (\mu_{\sim MN}(\%PD), \mu_{\sim NR}(T)), \\
&\quad \min (\mu_{\sim GN}(\%PD), \mu_{\sim GD}(T)), \min (\mu_{\sim GN}(\%PD), \mu_{\sim TI}(T))).
\end{aligned}$$

Termina

5.3.4 Desdifusificación

En esta etapa se realiza un corte sobre los elementos de la variable difusificada de salida (conjuntos difusos para la variable exacta de salida) con los correspondientes grados de membresía. Posteriormente, se obtiene un conjunto difuso agregado, $\sim A$, sobre el cual se realiza el método de *centro de gravedad* para obtener, finalmente, un valor exacto de la variable exacta de salida. El siguiente algoritmo realiza el proceso de desdifusificación.

Procedimiento de Desdifusificación

Inicia

Procedimiento para Generar el Conjunto Difuso Agregado

Procedimiento para Calcular el Centro de Gravedad

Termina

Procedimiento para Generar el Conjunto Difuso Agregado

Inicia

$k = 1;$

repite desde $m_i = m_{i_NP}$

si $(m_{i_NP} \leq m_i < m_{m_NP})$

entonces $M2_NP = 1;$

si $(m_{m_NP} \leq m_i < m_{f_NP})$

entonces $M2_NP = (m_{f_NP} - m) / (m_{f_NP} - m_{m_NP});$

```

si ( $mf\_NP \leq m\_i \leq mf\_PG$ )
    entonces  $M2\_NP = 0$ ;
si ( $mi\_NP \leq m\_i < mi\_CE$ )
    entonces  $M2\_CE = 0$ ;
si ( $mi\_CE \leq m\_i < mm\_CE$ )
    entonces  $M2\_CE = (m\_i - mi\_CE) / (mm\_CE - mi\_CE)$ ;
si ( $mm\_CE \leq m\_i < mf\_CE$ )
    entonces  $M2\_CE = (mf\_CE - m\_i) / (mf\_CE - mm\_CE)$ ;
si ( $mf\_CE \leq m\_i \leq mf\_PG$ )
    entonces  $M2\_CE = 0$ ;
si ( $mi\_NP \leq m\_i < mi\_PQ$ )
    entonces  $M2\_PQ = 0$ ;
si ( $mi\_PQ \leq m\_i < mm\_PQ$ )
    entonces  $M2\_PQ = (m\_i - mi\_PQ) / (mm\_PQ - mi\_PQ)$ ;
si ( $mm\_PQ \leq m\_i < mf\_PQ$ )
    entonces  $M2\_PQ = (mf\_PQ - m\_i) / (mf\_PQ - mm\_PQ)$ ;
si ( $mf\_PQ \leq m\_i \leq mf\_PG$ )
    entonces  $M2\_PQ = 0$ ;
si ( $mi\_NP \leq m\_i < mi\_PG$ )
    entonces  $M2\_PG = 0$ ;
si ( $mi\_PG \leq m\_i < mm\_PG$ )
    entonces  $M2\_PG = (m\_i - mi\_PG) / (mm\_PG - mi\_PG)$ ;
si ( $mm\_PG \leq m\_i \leq mf\_PG$ )
    entonces  $M2\_PG = 1$ ;
NP_rec(k) = min(M_NP, M2_NP);
CE_rec(k) = min(M_CE, M2_CE);
PQ_rec(k) = min(M_PQ, M2_PQ);
PG_rec(k) = min(M_PG, M2_PG);
m(k) = m_i ;
k = k + 1 ;

```

hasta que $m_i = mf_PG$,

repite desde $j = 1$,

$$M_A(j) = \max (NP_rec(j) , CE_rec(j) , PQ_rec(j) , PG_rec(j))$$

hasta que $j = k - 1$;

Termina

Procedimiento para Calcular el Centro de Gravedad

Inicia

repite de $i = 1$,

$$\text{num} = \text{num} + m(i) * M_A(i) ;$$

$$\text{den} = \text{den} + M_A(i) ;$$

hasta que $1 = j$;

$$m_ro = \text{num} / \text{den} .$$

Termina

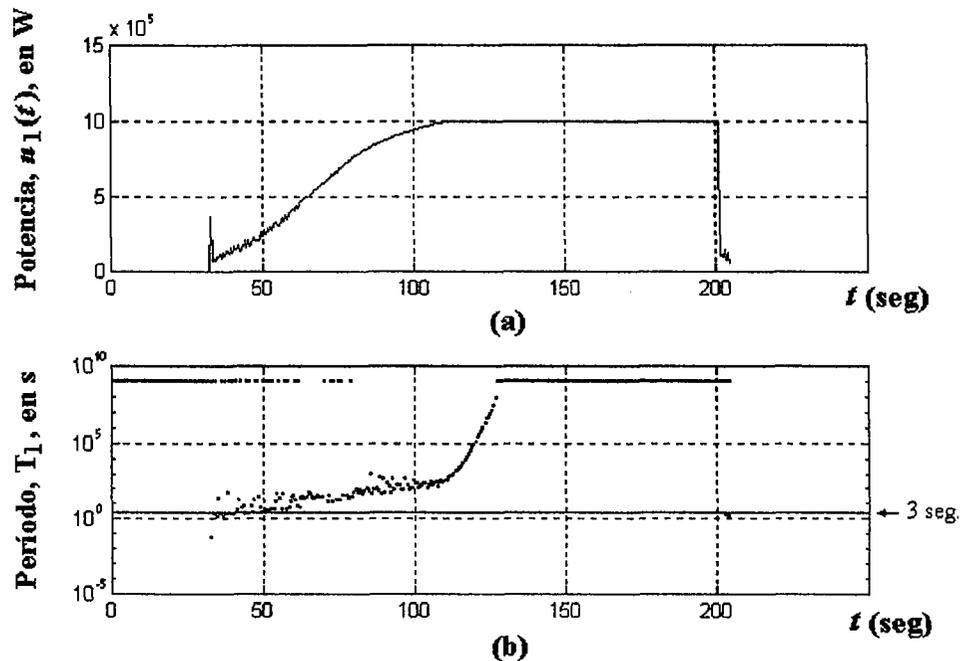


Figura 5.2. (a) Respuesta del sistema: $n_1(t)$, producida por el FRBC-1 , y (b) cálculo del período correspondiente, T_1 .

5.4 OBSERVACIÓN DEL COMPORTAMIENTO

La forma en la cual la reactividad externa $\rho_{ext}(t)$ es aplicada no contiene cambios abruptos; sin embargo, el sistema presenta respuestas indeseadas, como se puede observar en la Figura 5.2(a); éstas se deben a que el valor del período está por abajo de los 3 segundos, como se puede apreciar en la Figura 5.2(b).

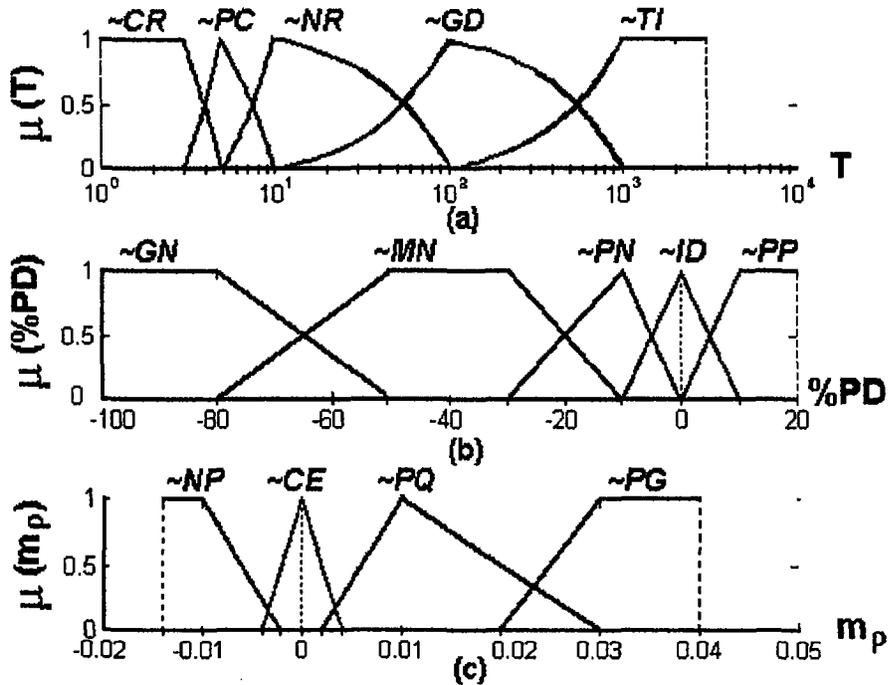


Figura 5.3. Conjuntos difusos empleados en el FRBC-2. (a) Período, T; (b) diferencia porcentual, %PD; y (c) pendiente para la $\rho_{ext}(t)$, m_p .

5.5 AJUSTE A LA BASE DE CONOCIMIENTOS (FRBC-2)

Las modificaciones realizadas, tanto en la base de datos como en la base de reglas del FRBC-1, se muestran respectivamente en las Figuras 5.3 y 5.4. Estas modificaciones, implantadas en el FRBC-2, pueden reducir la magnitud de las variaciones abruptas de la respuesta del sistema, como se observa en la curva para la potencia, $n_2(t)$, de la Figura

5.5(a); sin embargo, como se puede ver en la Figura 5.5(b), aún se presentan valores del período por debajo de los 3 segundos, por lo que se requiere de variaciones en la reactividad externa más suaves.

	T				
	~CR	~PC	~NR	~GD	~TI
% PD	~GN	~CE	~PQ	~PG	~PQ
	~MN	~CE	~PQ	~PG	~PG
	~PN	~CE	~PQ	~PQ	~PQ
	~ID	~CE	~CE	~CE	~CE
	~PP	~NP	~NP	~NP	~NP
	m_{ρ}				

Figura 5.4. Tabla de reglas difusas de control para el FRBC-2.

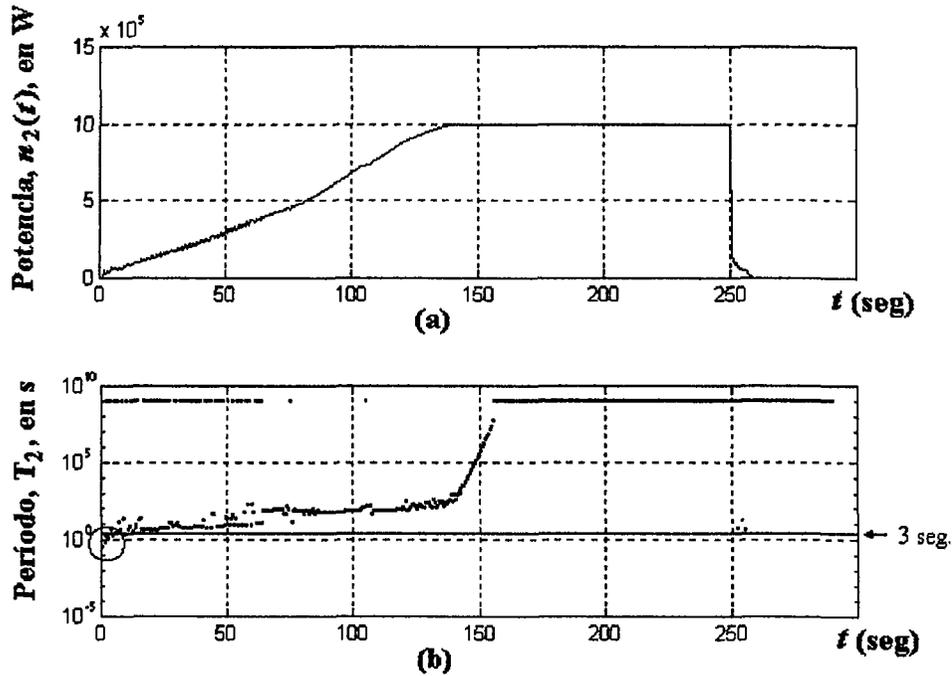


Figura 5.5. (a) Respuesta del sistema: $n_2(t)$, producida por el FRBC-2, y (b) cálculo del período correspondiente, T_2 .

En ambas simulaciones se puede observar que el problema se presenta en los niveles bajos de potencia, mientras que, en los niveles superiores, la respuesta es satisfactoria; esto es, se logra la potencia deseada y además no hay sobretiro de ésta.

5.6 NUEVOS AJUSTES A LA BASE DE CONOCIMIENTOS (FRBC-3)

Los resultados producidos por los controladores anteriores, FRBC-1 y FRBC-2, exigen cambios más suaves de la respuesta $n(t)$ en los niveles bajos de potencia, lo cual provocará un incremento en los tiempos en alcanzar el nivel deseado de potencia neutrónica.

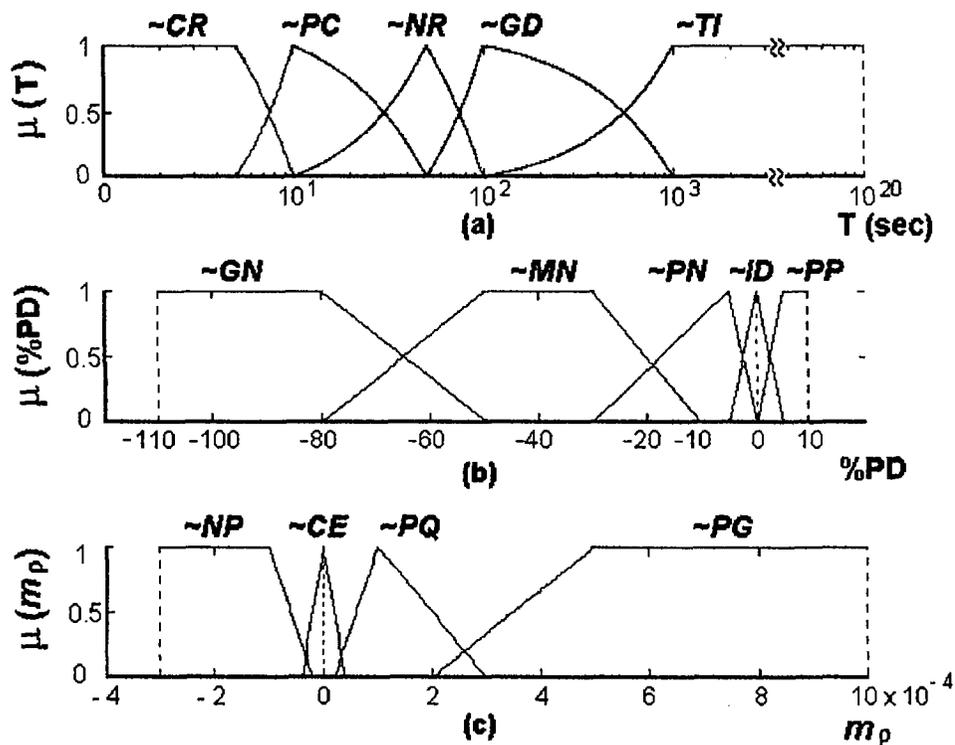


Figura 5.6. Funciones de membresía definidas para las variables exactas de entrada al controlador difuso FRBC-3. (a) Período, T; (b) diferencia de potencia porcentual, %PD; y (c) pendiente para la $\rho_{ext}(t)$, m_p .

En esta sección se presentan las modificaciones realizadas a la base de conocimientos

del algoritmo de control difuso, con lo cual se evitan las respuestas indeseadas (valores de período por debajo de los tres segundos).

Modificaciones. Ahora, para la variable T, el controlador del proceso es llevado a cabo utilizando los mismo conjuntos difusos que en los algoritmos FRBC-1 y FRBC-2, como de muestra en la Figura 5.6(a). Para la variable exacta de entrada, %PD, son utilizados los mismos conjuntos difusos que se definieron anteriormente, sin embargo su universo es redefinido, como se muestra en la Figura 5.6(b). También, para la variable exacta de salida, m_p , son utilizados los mismos conjuntos difusos que se definieron anteriormente, cambiando sólo su universo, como se muestra en la Figura 5.6(c). El conjunto de reglas difusas también son reajustadas, tal como se muestra en la tabla de control de la Figura 5.7.

		T				
		~CR	~PC	~NR	~GD	~TI
% PD	~GN	~CE	~PQ	~PQ	~PQ	~PQ
	~MN	~CE	~PG	~PG	~PG	~PG
	~PN	~CE	~PQ	~PQ	~PQ	~PQ
	~ID	~CE	~CE	~CE	~CE	~CE
	~PP	~NP	~NP	~NP	~NP	~NP
		m_p				

Figura 5.7. Tabla de reglas difusas de control para el FRBC-3.

Resultados. La respuesta del modelo del reactor indicada como $n_3(t)$, cuando el algoritmo FRBC-3 es utilizado, se muestra en la Figura 5.8(a). En la Figura 5.8(b), se puede observar como los valores del período, indicados por T_3 , están por arriba de los tres segundos. Sin embargo, el tiempo en alcanzar el valor de potencia neutrónica deseado es muy largo, comparado con el tiempo necesario para los FRBC-1 y FRBC-2.

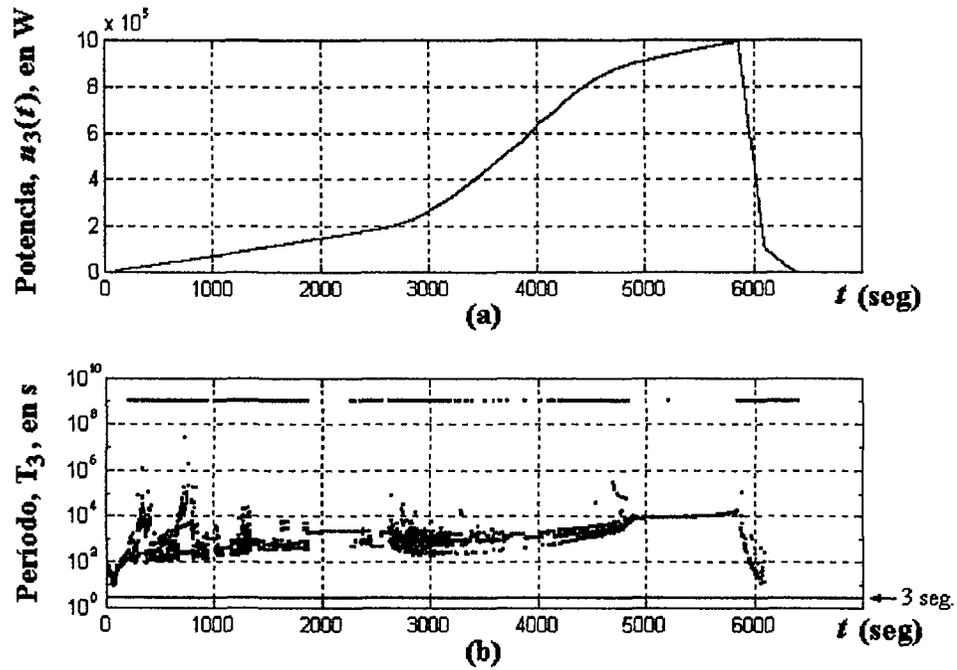


Figura 5.8. La respuesta del sistema modelado utilizando el algoritmo de control FRBC-3. (a) La potencia neutrónica $n_3(t)$ y, (b) los valores del período T_3 , en cada instante de t .

CAPÍTULO 6

ALGORITMO DE CONTROL DIFUSO CON SELECTOR BOOLEANO

6.1 INTRODUCCIÓN

El algoritmo de control difuso típico FRBC-3, produce la respuesta deseada en cuanto a las características de la respuesta del sistema; sin embargo, el tiempo de simulación es demasiado extenso. En este capítulo, se presenta un controlador difuso de tres entradas/una salida, lo que produce un incremento en el número de reglas difusas. Posteriormente, se propone un algoritmo de control difuso con selector Booleano, reduciendo en forma considerable el tiempo de simulación. Esta selección Booleana es de uno de los diferentes conjuntos de: (1) reglas difusas, o (2) funciones de membresía de salida.

Los nuevos controladores difusos diseñados, y simulados con el modelo del reactor, pueden ser identificados como: FRBC-4, para el controlador difuso de tres entradas/una salida, y FRBC-5, para el controlador difuso de dos entradas/una salida con selección booleana de funciones de membresía de salida. Las funciones de membresía de entrada, las funciones de membresía de salida y las reglas difusas, usadas por los nuevos controladores, son definidas en las siguientes secciones.

6.2 AMPLIACIÓN DE LA BASE DE CONOCIMIENTOS

Funciones de membresía de entrada. Se proponen las mismas funciones de membresía para las variables exactas de entrada T y $\%PD$, propuestas para el FRBC-3, como se muestra en la Figura 6.1(a) y 6.1(b). La "nueva" variable propuesta es la potencia neutrónica $n(t)$, considerada como variable exacta de entrada en uno de los algoritmos modificados, y como entrada exacta de selección en otro. Cuando la potencia neutrónica es considerada como variable exacta de entrada al controlador difuso, los conjuntos difusos definidos en la Figura

6.1(c) son también empleados como funciones de membresía de entrada, representando la potencia neutrónica "pequeña" (P), "mediana" (M) y "grande" (G). En esta misma figura se pueden observar tanto el universo de valores para la variable como los dominios de cada una de las funciones de membresía definidas.

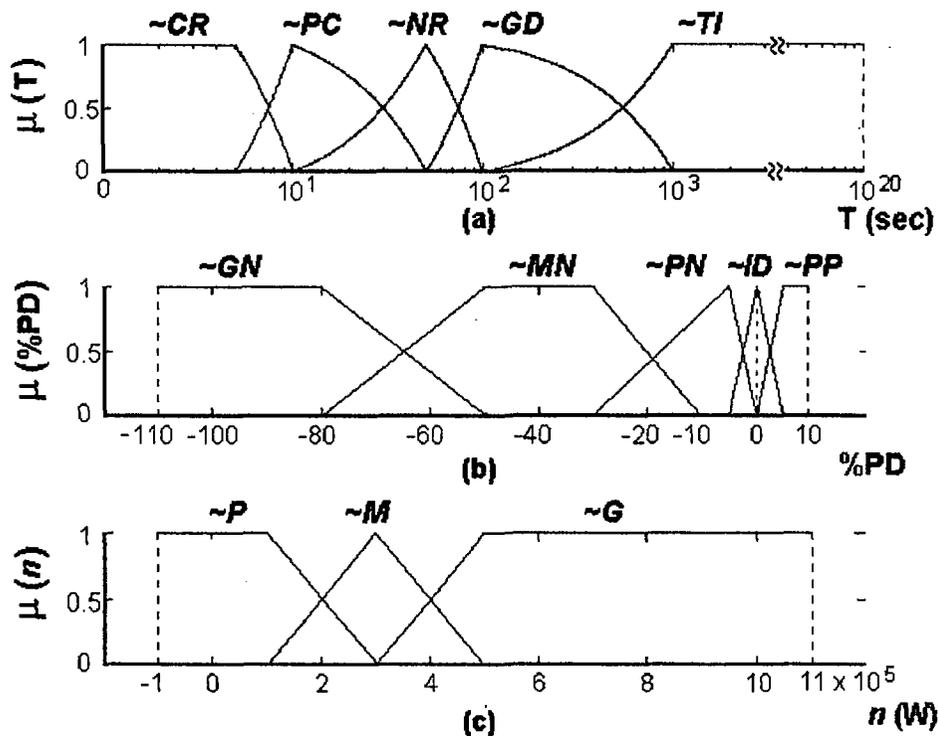


Figura 6.1. Funciones de membresía definidas para las variables exactas de entrada al controlador difuso. (a) Período, T ; (b) diferencia de potencia porcentual, %PD; y (c) potencia neutrónica, $n(t)$.

Funciones de membresía de salida. La Figura 6.2 muestra tres conjuntos de conjuntos difusos definidos para la variable exacta m_ρ (razón de cambio de la reactividad externa). Los conjuntos difusos indican una m_ρ : "negativa pequeña" (NP), "cero" (CE), "positiva pequeña" (PQ) y "positiva grande" (PG).

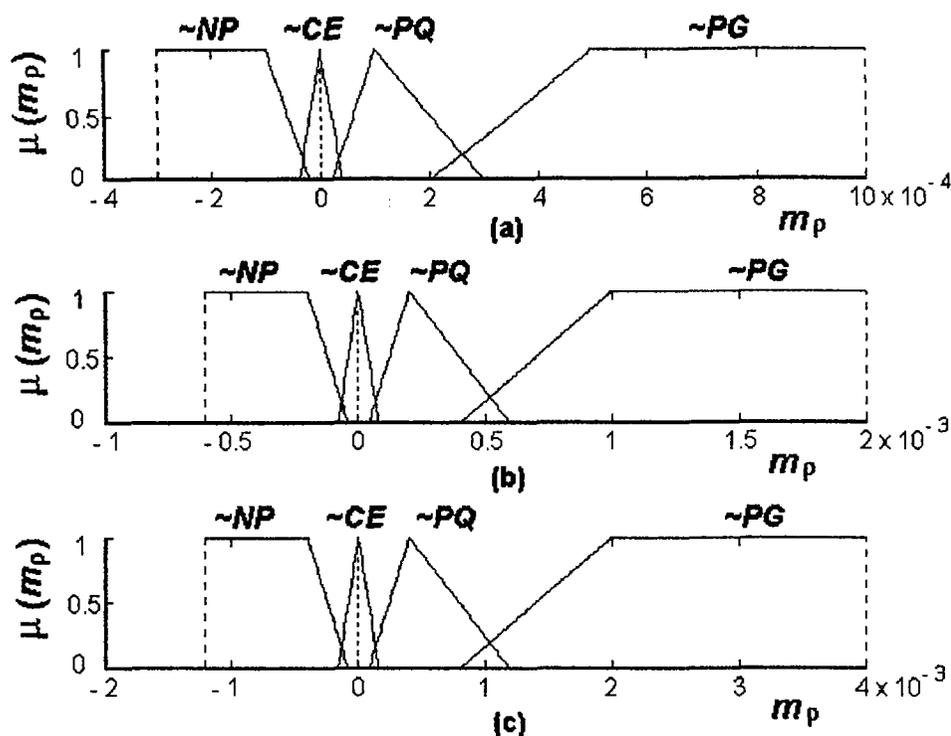


Figura 6.2. Diferentes conjuntos de funciones de membresía de salida para la variable exacta razón de cambio de la reactividad externa, m_p .

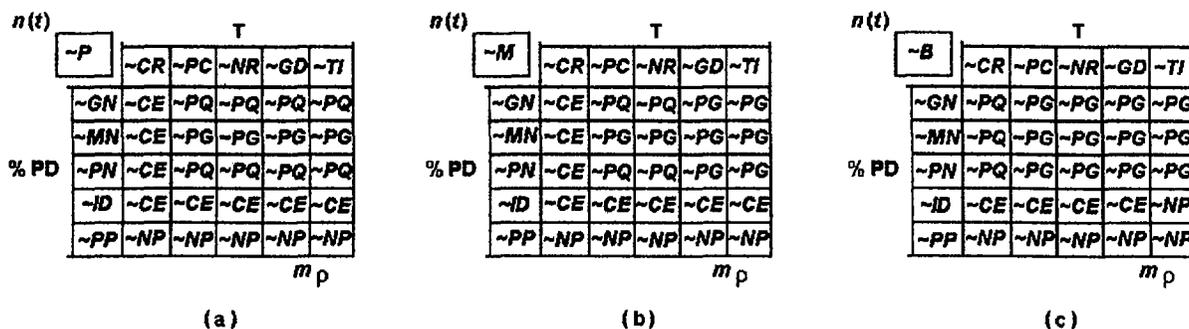


Figura 6.3. Diferentes conjuntos de reglas difusas.

Reglas difusas. El número de reglas difusas, cuando se consideran tres variables exactas, es setenta y cinco, o bien, tres conjuntos diferentes de veinticinco reglas difusas cada uno,

cuando son dos variables de entrada únicamente. En la Figura 6.3 se muestra la tabla de control, de la cual se definen las reglas difusas.

6.3 CONTROLADOR DIFUSO DE TRES ENTRADAS/UNA SALIDA (FRBC-4)

Este controlador, mostrado en la Figura 6.4, considera el nivel de la potencia neutrónica, $n(t)$, como una tercera variable exacta de entrada. Esta variable es difusificada utilizando los conjuntos difusos mostrados en la Figura 6.1(c). Las otras dos entradas, tanto el período como la desviación de potencia normalizada, son difusificadas utilizando los conjuntos de las Figuras 6.1(a) y 6.1(b), respectivamente; la salida del controlador, m_p , utiliza los conjuntos difusos mostrados en la Figura 6.2.

El número de reglas difusas utilizadas es incrementado de veinticinco a setenta y cinco, las cuales se muestran en la Figura 6.3.

La potencias $n_4(t)$ se muestra en la Figura 6.5(a), como resultado de la simulación del sistema de control difuso empleando FRBC-4. Además de lograr el valor deseado, la trayectoria de la respuesta se realiza sin provocar ningún corte por período, esto es, los valores del período están por arriba de los tres segundos, como se puede observar en la Figura 6.5(b).

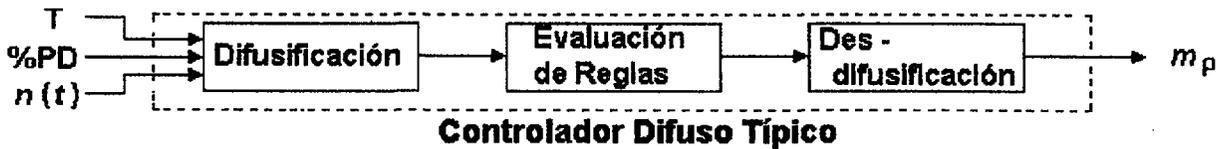


Figura 6.4. Controlador difuso típico de tres entradas /una salida (FRBC-4).

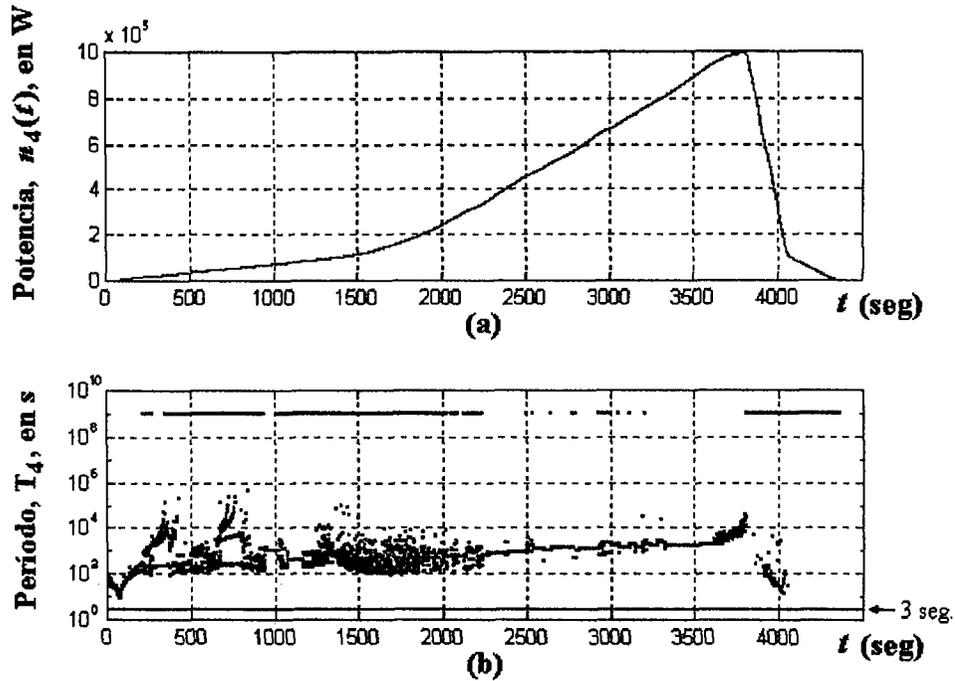


Figura 6.5. La respuesta del sistema modelado utilizando el algoritmo de control FRBC-4. (a) La potencia neutrónica $n_4(t)$ y, (b) los valores del período T_4 , en cada instante de t .

6.4 ALGORITMO DE CONTROL DIFUSO CON SELECTOR BOOLEANO

La Figura 6.6 muestra otro esquema de controlador difuso; en éste, la variable $n(t)$ es empleada como entrada de selección booleana. Particularmente, las reglas difusas utilizadas en el FRBC-5 son las mostradas en la Figura 6.3(a), mientras que la $n(t)$ realiza la selección del conjunto de funciones de membresía de salida, Figura 6.2(a) ó Figura 6.2(b) ó Figura 6.2(c), en base a los intervalos $[0,100 \text{ KW}]$, $(100, 500 \text{ KW}]$ y $(500,1000\text{KW}]$, respectivamente. Así, el algoritmo FRBC-5 es igual que un FRBC típico con la selección Booleana del conjunto de conjuntos difusos para la variable exacta de salida; esto es, anexando el siguiente procedimiento de selección antes de iniciar el procedimiento de desdifusificación:

Procedimiento de Desdifusificación

Inicia

si ($0 \leq n_t < 100\ 000$)

entonces conjunto de conjuntos difusos de 1a Figura 6.2(a);

si ($100\ 000 \leq n_t < 500\ 000$)

entonces conjunto de conjuntos difusos de 1a Figura 6.2(b);

si ($500\ 000 \leq n_t \leq 1\ 100\ 000$)

entonces conjunto de conjuntos difusos de 1a Figura 6.2(c);

Termina

sin embargo, la selección puede ser, o bien del conjunto de reglas difusas a utilizarse en cada iteración, o del conjunto de funciones de membresía para las variables de entrada.

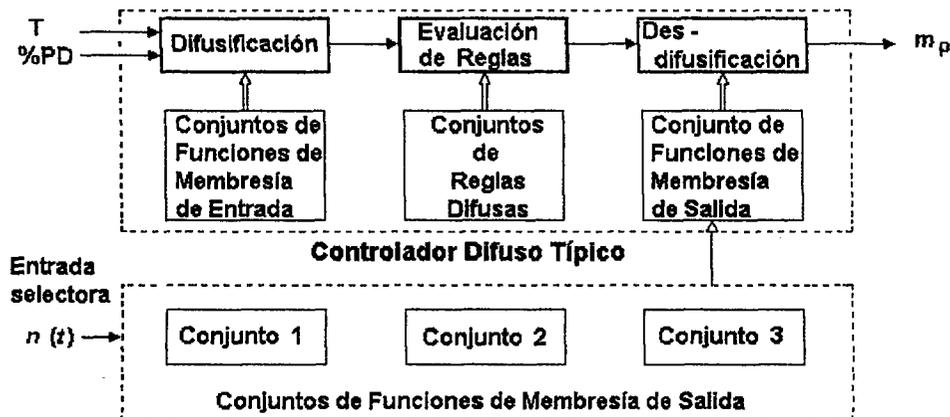


Figura 6.6. Controlador difuso de tres entradas /una salida, con entrada selectora (FRBC-5).

La potencia $n_5(t)$ es la respuesta obtenida con el uso del algoritmo FRBC-5, mostrada en la Figuras 6.7(b). Al igual que con los controladores FRBC-3 y FRBC-4, el FRBC-5 logra el valor deseado de la potencia sin provocar ningún corte por período, producido éste con los valores del período por debajo de los tres segundos (ver la Figura 6.7(b)).

Dada la necesidad de manejar incrementos en la pendiente de la reactividad externa muy pequeños, produce el aumento considerablemente en los tiempos en alcanzar la potencia deseada, como se puede observar en la Figura 5.8(a) que presenta la respuesta del sistema de control que utiliza el FRBC-3. Por lo que se propuso un controlador que reduzca tales tiempos (FRBC-4); sin embargo, el tiempo requerido para realizar, exclusivamente, las operaciones del controlador, se incrementa, debido al número de reglas difusas. Este inconveniente se reduce utilizando la arquitectura del FRBC-5. En el siguiente capítulo se presenta un análisis comparativo de los resultados, así como las conclusiones finales de este trabajo.

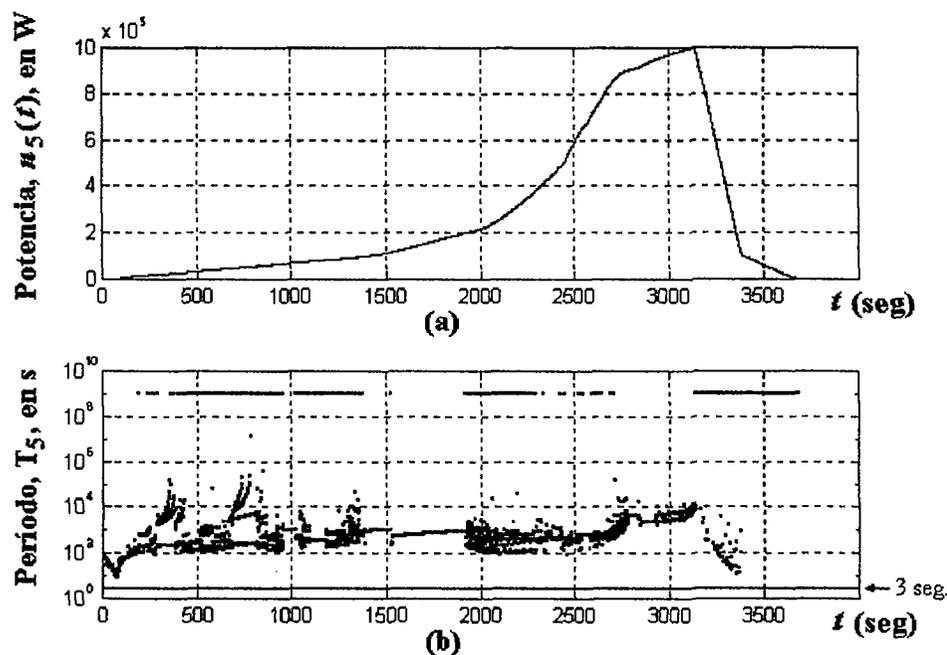


Figura 6.7. La respuesta del sistema modelado utilizando el algoritmo de control FRBC-5. (a) La potencia neutrónica $n_5(t)$ y, (b) los valores del período T_5 , en cada instante de t .

CAPÍTULO 7

ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El propósito principal en este capítulo es presentar una comparación sobre el comportamiento dinámico de un modelo simplificado de un reactor nuclear de investigación tipo TRIGA Mark III, similar al que se encuentra en el Centro Nuclear de México "Dr. Nabor Carrillo", cuando la potencia neutrónica del reactor es controlada por los distintos controladores difusos diseñados en el capítulo anterior. En las conclusiones se analiza la factibilidad de aplicación en tiempo real de los controladores difusos, y se describen brevemente algunos trabajos futuros posibles relacionados con el modelado del sistema y con posibles innovaciones en la arquitectura de los controladores.

7.1 DESCRIPCIÓN DE LOS CONTROLADORES DIFUSOS.

A continuación se describen brevemente los cinco controladores basados en reglas difusas (FRBC-1 al FRBC-5) desarrollados para el sistema de control (Figura 4.1):

FRBC-1 .- Primer controlador difuso diseñado; consta de dos variables exactas de entrada (período T y porcentaje de desviación de potencia $\%PD$) y una variable exacta de salida (pendiente m_p de la reactividad externa a insertar en el reactor). Los conjuntos difusos asociados a las variables T , $\%PD$ y m_p , así como las reglas difusas en forma de memoria asociativa difusa (FAM), fueron introducidos en la sección 5.5.

FRBC-2 .- Este segundo controlador tiene una estructura similar a la del primer controlador: dos variables exactas de entrada (T y $\%PD$) y una variable exacta de salida (m_p). Las diferencias entre ambos pueden apreciarse en las funciones de membresía de entrada (ver Figuras 4.3(a) y 5.3(a)) y en las reglas difusas aplicadas (ver Figuras 4.4 y 5.4). Dichas modificaciones tienen el propósito de reducir las variaciones abruptas en la potencia neutrónica del reactor.

FRBC-3 .- Nuevamente, se utiliza la misma estructura (Figura 4.1) con las variables de entrada T y $\%PD$, y la salida m_p . Para la difusificación de la variable T , se utiliza el mismo número de conjuntos difusos que en el FRBC-1 y el FRBC-2, pero se redefinen tanto el universo de la variable como el dominio de cada uno de sus conjuntos difusos; estas modificaciones se muestran en la Figura 5.6(a). Los conjuntos difusos para las variable $\%PD$ son los mismos que para el FRBC-1 y el FRBC-2, y se muestran en la Figura 5.6(b). Los nuevos conjuntos difusos para la variable de salida m_p y las nuevas reglas difusas utilizadas (FAM) se muestran en las Figuras 5.6(c) y 5.7, respectivamente. La razón principal para estas modificaciones es la de evitar un corte del reactor (apagado rápido) por valores del período por abajo de los tres segundos.

FRBC-4 .- Controlador difuso que utiliza una arquitectura (Figura 6.4) con tres variables exactas de entrada (período T , porcentaje de desviación de potencia $\%PD$, y potencia neutrónica $n(t)$), y con la misma variable de salida (m_p). Los conjuntos difusos para las variables T , $\%PD$, $n(t)$, y m_p , se muestran en las Figuras 6.1(a), 6.1(b), 6.1(c), y 6.2(a), respectivamente, mientras que el conjunto de reglas difusas se presenta como FAM en la Figura 6.5. Se pretende con este controlador mantener, nuevamente, el valor del período por arriba de los tres segundos en los ascensos de potencia, y lograr alcanzar la potencia final deseada en un tiempo menor al logrado por el FRBC-3.

FRBC-5 .- Controlador difuso cuya arquitectura se muestra en la Figura 6.6. Sus entradas al proceso de difusificación son el período T y el porcentaje de desviación de potencia $\%PD$. Los conjuntos difusos asociados a T y $\%PD$ se muestran en las Figuras 6.1(a) y 6.1(b), respectivamente. El valor de la potencia neutrónica, $n(t)$, se utiliza como un selector booleano de los conjuntos difusos a utilizar para la variable de salida m_p . Así, para una $n(t)$ en los intervalos $[0, 100\text{kW}]$, $(100, 500\text{kW}]$, ó $(500, 1000\text{kW}]$, los respectivos conjuntos difusos para m_p a utilizar son los mostrados en las Figuras 6.2(a), 6.2(b), ó 6.2(c). Las reglas difusas utilizadas corresponden a las mostradas en la Fig. 6.3(a), sin considerar a $n(t)$ como una variable difusa. Con este controlador se pretende mejorar la respuesta en tiempo en el ascenso de potencia, con respecto al comportamiento del FRBC-4.

7.2 ANÁLISIS COMPARATIVO DE RESULTADOS.

Los controladores difusos diseñados manejan el incremento de la potencia neutrónica hasta un valor deseado, y lo mantienen en ese valor por períodos largos de tiempo. En la Figura 7.1(a) se puede observar la manera en la cual la reactividad externa, ρ_{ext} , es aplicada sin cambios abruptos, utilizando los controladores difusos FRBC-1 y FRBC-2. La respuesta de la potencia obtenida al utilizar el controlador FRBC-1 es muy rápida, ya que alcanza el nivel de potencia deseado en aproximadamente 110 segundos. Sin embargo, como se observa en la Figura 7.1(b), la curva de la respuesta del sistema, $n_1(t)$, debida al FRBC-1, presenta variaciones abruptas, sobre todo al inicio del ascenso de potencia. Estas perturbaciones, las cuales están involucradas en el cálculo del período T, son las causantes de los valores pequeños de T (ver Figura 5.2(b)) que pueden ocasionar un corte del reactor por período.

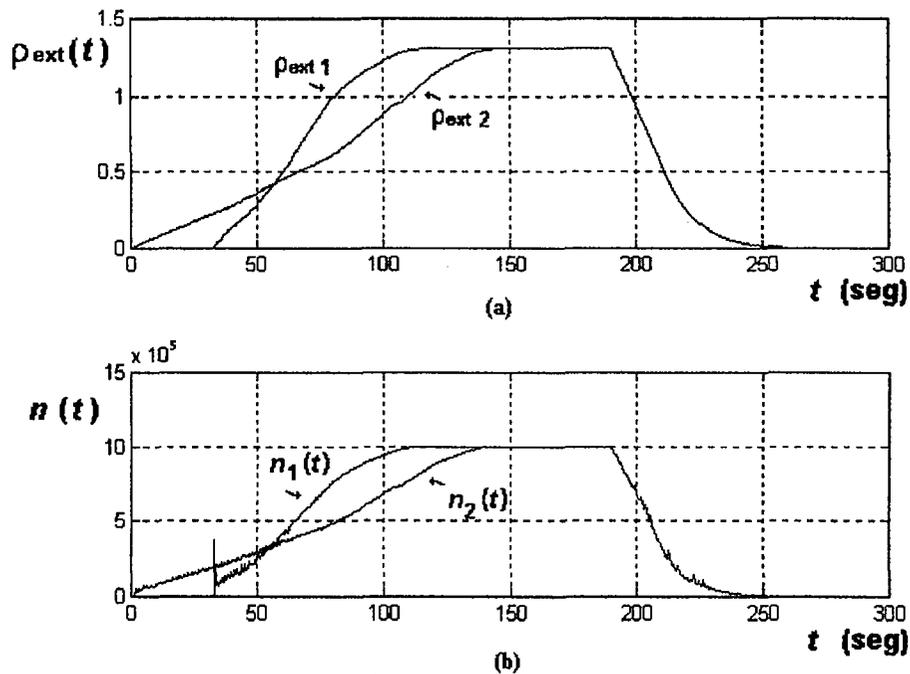


Figura 7.1. (a) Las variables de control $\rho_{ext 1}$ y $\rho_{ext 2}$ producidas por los algoritmos FRBC-1 y FRBC-2, respectivamente; (b) respuestas $n_1(t)$ y $n_2(t)$ generadas por $\rho_{ext 1}$ y $\rho_{ext 2}$, respectivamente.

Con el FRBC-2 se logra una gran atenuación en las oscilaciones de potencia en la región de baja potencia. Al atenuar esas excursiones de potencia, se tiene como resultado colateral un ascenso de potencia en forma un poco más lenta, como se puede observar en la Figura 7.1(b), alcanzando la potencia deseada en aproximadamente 135 segundos. Aún habiendo reducido considerablemente esas oscilaciones indeseadas, se pueden observar en la Figura 5.5(b) que todavía se tienen valores de período por abajo de los tres segundos, precisamente al inicio del ascenso de potencia, con lo que nuevamente se tiene el riesgo de un corte del reactor.

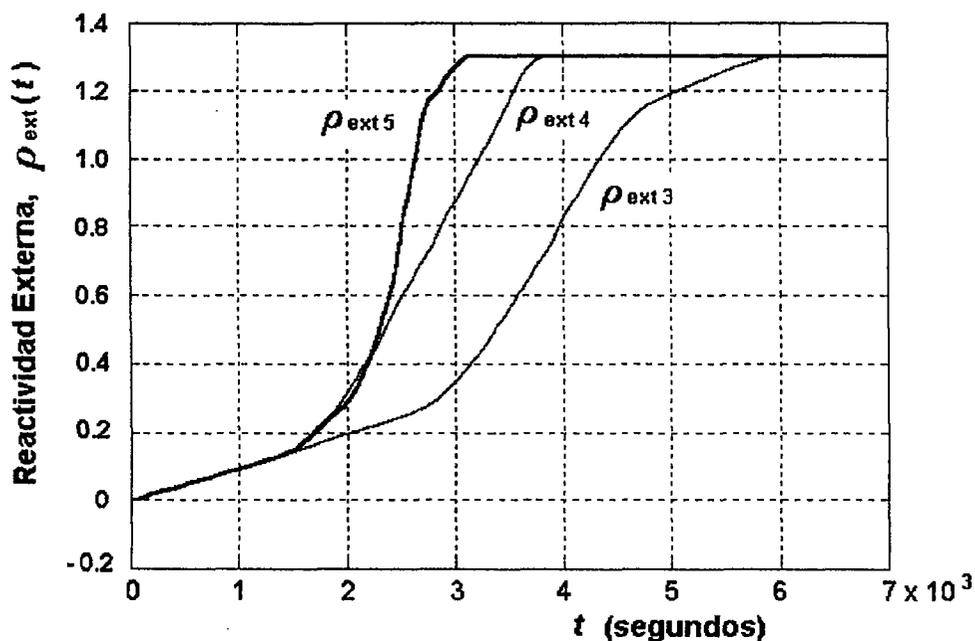


Figura 7.2. Las variables de control $\rho_{ext 3}$, $\rho_{ext 4}$ y $\rho_{ext 5}$ producidas por los algoritmos FRBC-3, FRBC-4 y FRBC-5, respectivamente.

Los problemas potenciales de corte del reactor por período, que pudieran presentarse al utilizar los controladores FRBC-1 y FRBC-2, condujeron a la realización de un análisis cuidadoso sobre las pendientes de la reactividad externa insertada en el reactor. El estudio se enfocó a identificar los intervalos de valores en las pendientes antes mencionadas,

necesarias para evitar en lo posible un problema de corte, y lograr, al mismo tiempo, un ascenso de potencia aceptable. La idea general era aplicar bajas pendientes en la región de baja potencia, ya que era ahí donde se presentaban los problemas de bajo período, y tratar de incrementar dichas pendientes a medida que el nivel de potencia se alejaba de esa región crítica. Bajo esta premisa, se diseñaron los controladores FRBC-3 al FRBC-5, los cuales generan las reactividades externas $\rho_{\text{ext}3}(t)$, $\rho_{\text{ext}4}(t)$, y $\rho_{\text{ext}5}(t)$ mostradas en la Figura 7.2. Las respuestas de potencia neutrónica se muestran en la Figura 7.3, en donde $n_3(t)$, $n_4(t)$, y $n_5(t)$ corresponden a las respuestas debidas a FRBC-3, FRBC-4, y FRBC-5, respectivamente. A continuación se comentan, en forma comparativa, dichas respuestas, en función de la región de potencia en la que se encuentren.

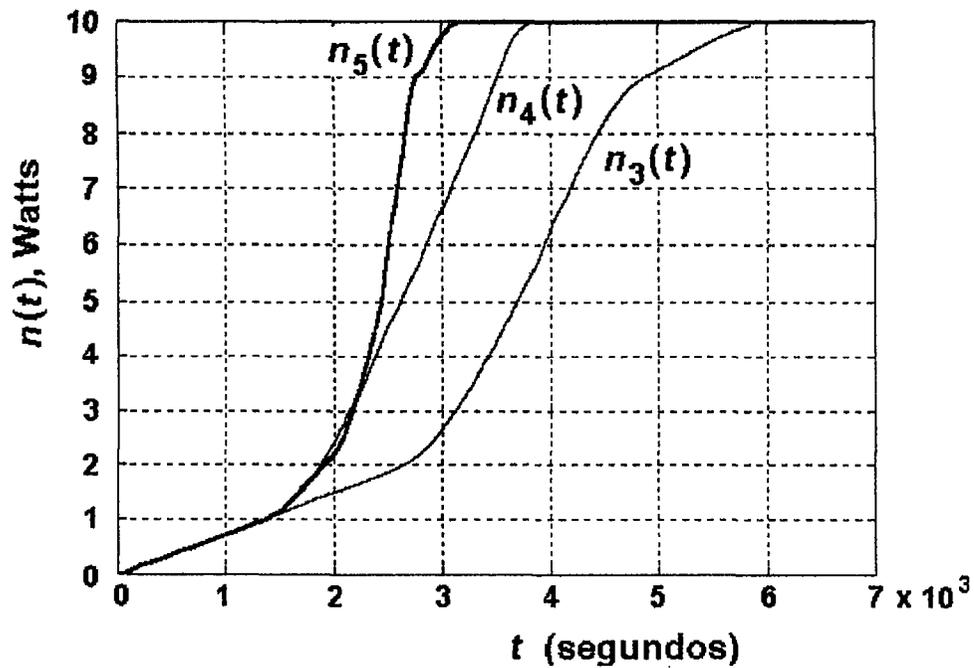


Figura 7.3. La potencia neutrónica $n_3(t)$, $n_4(t)$ y $n_5(t)$, como respuesta del modelo de un reactor nuclear tipo TRIGA Mark III, cuando se utiliza el algoritmo FRBC-3, FRBC-4 y FRBC-5, respectivamente.

Región de potencia neutrónica baja. La Figura 7.3 muestra la gran similitud que existe entre las respuestas $n_3(t)$, $n_4(t)$ y $n_5(t)$, para los niveles de potencia neutrónica por debajo de 100 KW, aproximadamente. La razón para este comportamiento, en esta región, es que los tres controladores difusos usan prácticamente las mismas funciones de membresía de salida (Figura 6.2(a)) y las mismas reglas (Figura 6.3(a)), lo que produce valores similares de reactividad externa. En la Figura 7.2 se puede ver que $\rho_{\text{ext } 3}(t) \approx \rho_{\text{ext } 4}(t) \approx \rho_{\text{ext } 5}(t)$ cuando la potencia neutrónica está en el intervalo de 0 a 100 kW. Para esta región de potencias bajas, los controladores FRBC-3, FRBC-4, y FRBC-5, generan valores pequeños para la pendiente m_p , como se puede ver en la Figura 7.2, asegurando así que el crecimiento de la potencia tenga un período mayor a tres segundos (ver Figuras 5.8(b), 6.5(b), y 6.7(b)).

Región de potencia neutrónica mediana. Los controladores FRBC-4 y FRBC-5 aceleran el proceso de ascenso de potencia $n(t)$, con respecto a la producida por el controlador FRBC-3. Las razones más importantes para este mejoramiento, en el caso del FRBC-4, es que se activan gradualmente otros conjuntos de reglas difusas; esto es, gradualmente se van activando reglas de las Figuras 6.3(b) y 6.3(c). Por su parte, el FRBC-5 conmuta los conjuntos de funciones de membresía para incrementar la cantidad de inserción de reactividad externa (ver Figura 7.2); en esta región se estarían usando primordialmente los conjuntos difusos de la Figura 6.2(b).

Región de potencia neutrónica alta. En esta región, el algoritmo FRBC-4 utiliza en mayor grado el conjunto de reglas difusas relacionadas con la potencia alta del reactor (Figura 6.3(c)); sin embargo, la salida del controlador está limitada por las funciones de membresía de salida, las cuales están definidas en un universo de valores para m_p relativamente pequeños. En esta misma región, el controlador FRBC-5 selecciona el tercer conjunto de funciones de membresía de salida (Figura 6.2(c)), por lo que incrementa la cantidad de reactividad externa insertada (ver Figura 7.2). La Figura 7.3 muestra la respuesta $n_5(t)$ producida por el FRBC-5; se puede observar como alcanza el valor deseado en un tiempo menor, comparado con los tiempos utilizados con los otros controladores.

7.3 CONCLUSIONES

Una de las características obtenidas con los algoritmos de control difuso, desde el FRBC-1 hasta el FRBC-5, es la ausencia de sobretiro en las respuestas del sistema. Otra característica importante, para el caso de los controladores FRBC-1 al FRBC-5, es la eliminación de los valores del período por debajo de los tres segundos, lo cual mantiene las condiciones de seguridad del reactor, con lo que se minimiza la posibilidad de un corte por período. El FRBC-4 (tres entradas / una salida) reduce el tiempo requerido para alcanzar el nivel deseado de potencia, comparado con el tiempo necesario con el FRBC-3. El FRBC-5 (dos entradas / una salida, con selección booleana de funciones de membresía de salida) reduce, aún más, el tiempo para lograr el valor deseado de potencia, y con un número de reglas difusas pequeño (veinticinco) comparado con las setenta y cinco del FRBC-4.

Cualitativamente, el FRBC5 reduce el tiempo para alcanzar el nivel de potencia deseada en un 17.2% con respecto a la respuesta producida por el FRBC4, y aproximadamente en un 46% cuando es comparada con la respuesta producida por el FRBC3.

Un resultado de la minimización de corte por período, lograda con los algoritmos de los controladores FRBC-3 al FRBC-5, es el gran incremento en los tiempos requeridos para alcanzar el nivel de potencia de 1 MW, de 3000 segundos para el FRBC-5 hasta 5900 segundos para el FRBC-3. Estos tiempos son mucho mayores que los obtenidos con el FRBC-1 (110 segundos aprox.) y el FRBC-2 (135 segundos aprox.), e igualmente son también mayores que el tiempo que toma un operador experto para alcanzar plena potencia, de entre 200 y 500 segundos. Esto en principio hace impráctico el uso de los controladores FRBC-3, FRBC-4, y FRBC-5, para el ascenso de potencia, aunque podrían ser utilizados sin dificultad para la regulación del nivel de potencia neutrónica por largos períodos de tiempo.

Un aspecto que se tiene pensado explorar es el modelado del canal de medición del período. Si se obtiene como resultado que en la medición de este parámetro está involucrado un proceso de filtrado, tipo pasa-bajos, entonces se podrían retomar los controladores FRBC-1 y FRBC-2 para, en un nuevo análisis, determinar si se mantienen

valores del período que no causen problemas de corte. De igual forma, se podrían modificar los algoritmos de los controladores FRBC-3, FRBC-4, y FRBC-5, para tratar de acelerar el proceso de ascenso de potencia, aprovechando al mismo tiempo sus características de consideración del nivel de potencia para modificar, en forma experta y adecuada, la inserción de reactividad externa.

Para finalizar, aunque una técnica de control convencional (como PID) podría intentarse para el problema de regulación de la potencia neutrónica en el reactor, la presencia de no linealidades y de incertidumbres tanto paramétricas como dinámicas, en el modelo del reactor, así como la disponibilidad de un conocimiento teórico-empírico acerca del control del reactor, resultó ser una guía natural para considerar el uso de la lógica difusa en esta aplicación de control.

Actualmente, la optimización y el desarrollo de algoritmos adaptables de control difuso se encuentran en estudio [VEL 97] [BEN 99].

REFERENCIAS

- [AKI 91] **Akin, H. L. and V. Altin**, "Rule-Based Fuzzy Logic Controller for a PWR-type Nuclear Power Plant", *IEEE Trans. on Nuclear Science.*, vol. 38, No. 2, Apr., pp. 883-890, 1991.
- [APO 57] **Apostol, T. M.** *Mathematical Analysis.* Addison-Wesley, Inc. 1957.
- [BEN 94] **Benítez-Read, J.S., C. Abdallah, and K. K. Kumbla**, "Adaptive Nonlinear Control for Neutron Power Tracking in a Research Reactor", *Proc. of the European Simulation Symposium (ESS'94)*, V. II, pp. 195-199. 1994.
- [BEN 99] **Benítez-Read, J. S. and D. Vélez Díaz**, "Controlling Neutron Power of a TRIGA Mark III Research Nuclear Reactor with Fuzzy Adaptation of the Set of Output Membership Functions", en *Fuzzy Systems and Soft Computing in Nuclear Engineering (en Edición)*, Da Ruan (Editor). Springer. 1999.
- [BER 86] **Bernard, J. A.**, "The construction and use of a knowledge base in the real-time control of research reactor power", *Proceedings of Power Plant Dynamics, Control and Testing Symposium. Knoxville, TN (USA)*; Apr., pp. 57.01-57.25. 1986.
- [BUB 83] **Bubak, M., J. Moscinski, and J. Jewulski**, "A Fuzzy-Logic Approach to HTR Nuclear Power Plant Model Control", *Annals of Nuclear Energy UK*; vol. 10, no. 9, pp. 467-471. 1983.
- [CECT 92] **Center for Emerging Computer Technologies**, *Fuzzy Logic Education Program.* Motorola, Inc., 1992.

- [CHO 96] **Cho, B. H. and H. C. No**, "Design of Stability-Guaranteed Fuzzy Logic Controller for Nuclear Steam Generators", *IEEE Trans. on Nuclear Science*, vol 43, No. 2, Apr., pp. 716-730, 1996.
- [CHO 98] **Choi, S. S., S. H. Chang, and D. H. Lee**, "Automating Strategies of Emergency Operation for Optimal Shutdown in Pressurized Water Reactors", *IEEE Trans. on Nuclear Science*, vol. 45, No.1 , February, pp. 17-29, 1998.
- [DEG 68] **DeGroot, M. N.**, "Triga Mark III Reactor, Instrumentation Maintenance Manual", *Document No. GA-8585*. Gulf General Atomic, Inc., 1968.
- [DRI 96] **Driankov, D., H. Hellendoorn and M. Reinfrank**, *An Introduction to Fuzzy Control*. 2nd. Ed. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1996.
- [EDW 92] **Edwards, R. M., K. Y. Lee, and A. Ray**, "Robust Optimal Control of Nuclear Reactors and Power Plants", *Nuclear Technology*, vol. 98, May, pp. 137-148, 1992.
- [FRO 78] **Frogner, B. and H. S. Rao**, "Control of Nuclear Power Plants", *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. AC-23, pp. 405-417, 1978.
- [GON 95] **González-Marroquín, J. L., T. Rivero-Gutiérrez y E. Sáinz-Mejía**, "Operación de la Nueva Consola del Reactor Triga Mark III: Diseño e Implantación", *Memorias del VI Congreso Internacional Anual de la Sociedad Nuclear Mexicana*, pp. 122-128. Huatulco, Oaxaca, México, Sept. 17-20, 1995.
- [HET 71] **Hetrick, D.L.**, *Dynamics of Nuclear Reactors*, The University of Chicago Press, 1971.

- [JAM 93] **Jamshidi, M., N. Vadiee and T. Ross**, *Fuzzy Logic and Control: Software and Hardware Applications*. PTR Prentice-Hall, Inc., 1993.
- [JOH 68] **Johnston, J. B., G. B. Price, and F. S. Van Vleck**, *Sets, Functions, and Probability*. Addison-Wesley Publishing Co., Inc. 1968.
- [KLI 88] **Klir, G. J. and T. A. Folger**, *Fuzzy Sets, Uncertainty, and Information*. Prentice-Hall, N.J. 1988.
- [KLI 95] **Klir, G. J. and B. Yuan**, *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic*. Prentice-Hall, N.J. 1995.
- [KUA 92] **Kuan, C. C., et al.**, "Fuzzy Logic Control of Steam Generator Water Level in Pressurized Water Reactors", *Nuclear Technology*, vol. 100, Apr., pp. 125-134, 1992.
- [MAR 94] **Marks, R. J.**, *Fuzzy Logic Technology and Applications*. IEEE Technology UPDATE SERIES, Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., 1994.
- [MIS 61] **Mishkin, E. and L. Braun, Jr.** (Editors), *Adaptive Control Systems*; McGraw-Hill Company, Inc., 1961.
- [NAV 91a] **Nava S., W.**, "Operación del Reactor en Modo Onda Cuadrada." *Instrucción I.UR-17*, Rev. 2, mayo 7, Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares, México, 1991.
- [NAV 91b] **Nava S., W.**, "Modos de Operación del Reactor", *Procedimiento: P.UR-6*, Rev. 2, mayo 13. Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares. México, 1991.

- [NAV 91c] Nava S., W., "Operación Manual del Reactor en Estado Estacionario." *Instrucción I.UR-6*, Rev. 2, mayo 17, Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares, México, 1991.
- [NAV 91d] Nava S., W., "Operación Automática en Modo Estacionario." *Instrucción: I.UR-10*, Rev. 2, mayo 17, Intituto Nacional de Investigaciones Nucleares, México, 1991.
- [NAV 93] Nava S., W., "Operación del Reactor en Modo Pulsado." *Instrucción I.UR-2*, Rev. 3, enero 23, Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares, México, 1993.
- [PER 94] Pérez, V. , *Control Linealizador Entrada-Salida de un Reactor Nuclear*. Tesis Profesional, Instituto Tecnológico de Toluca, Méx. 1994.
- [PON 80] Ponce M., A., *El Reactor Triga Mark III del Centro Nuclear de México*. 5 Serie de Divulgación, Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares. México, 1980.
- [VEL 95] Vélez Díaz, D. y J. S. Benítez Read, "Diagrama de Flujo de la Operación Automática del Reactor TRIGA MARK III", *Informe: IF.ETA-9502*. Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares, Salazar, Edo. de México, 1995.
- [VEL 96a] Vélez Díaz, Daniel y Jorge S. Benítez Read; *Algoritmo de Simulación de un Controlador de Potencia, Basado en Reglas Difusas, para el Reactor Triga Mark III*. Informe Técnico: IT.AU-9611, ININ. Noviembre, 1996.

- [VEL 96b] Vélez Díaz, Daniel y Jorge S. Benítez Read; *Algoritmo Difuso para un Controlador de Flujo Neutrónico con Funciones de Membresía de Salida Determinadas por Regiones Exactas de Potencia*. Informe Técnico: IT.AU-9612, ININ. Noviembre, 1996.
- [VEL 97] Vélez-Díaz, D. and J. S. Benítez-Read, "Fuzzy system to control the neutron power with different sets of output membership functions", *Proc. 7th IFSA World Congress*, Prague, Czech Republic, June 25-29, Vol. IV, págs. 132-136. 1997.
- [VIA 94] Viais Juárez, J., *Cálculo de los Parámetros Fundamentales para el Estudio Dinámico del Reactor TRIGA Mark III del Centro Nuclear de México (Núcleo Mixto)*. Tesis Profesional. Universidad Nacional Autónoma de México, México, 1994.
- [SER 73] Serizawa, Michiya, "A Search Technique of Control Rod Pattern for Smoothing Core Power Distributions by Fuzzy Automaton", *Journal of Nuclear Science and Technology Tokyo Japan*; Apr., vol. 10, no. 4, pp. 195-201. 1973.
- [SHA 80] Shahinpoor, M. and D. J. Wells, "Applications Possibilities for Fuzzy Failure Analysis, and Diagnosis of Reactor Plant Components and Areas", *Nuclear Engineering and Design Netherlands*; Nov., vol. 61, no. 1, pp. 93-100. 1980.

APÉNDICE A

REACTOR NUCLEAR TIPO TRIGA MARK III

A.1 INTRODUCCIÓN

Mediante ciertos métodos complejos, se puede lograr que una partícula como el neutrón choque contra el núcleo de un átomo y, debido a que su estructura se altera, sufra una excitación, pudiendo llegar esta excitación a partir el núcleo en dos o más pequeños núcleos (fragmentos de fisión). Este proceso de división del núcleo se llama *fisión*. Si este proceso se repite cíclicamente, se dice que existe una reacción en cadena. A cada ciclo de la reacción en cadena se llama *generación*.

En cada una de las fisiones se produce una pequeña cantidad de energía en forma de calor; al producirse la reacción en cadena se suman las energías producidas en cada fisión y se puede obtener con este proceso una cantidad de energía considerable. Este es el origen de la energía nuclear. Afortunadamente, se puede controlar la reacción en cadena dejando que cierta cantidad de neutrones se escapen del sistema y que otros sean absorbidos por núcleos que no se fisioan; con esto se tiene, en promedio, que sólo uno de los neutrones emitidos en cada fisión produce otra fisión.

Reactor nuclear. Un sistema en el cual se controla a voluntad una reacción de fisión en cadena se llama *reactor nuclear*. Entre los elementos esenciales que constituyen los reactores se encuentran: (1) el material activo capaz de producir la reacción en cadena, llamado *combustible nuclear*, el cual forma el núcleo del reactor; (2) el material usado en el núcleo del reactor para moderar o reducir la velocidad de los neutrones a un nivel que eleve la probabilidad de fisión, conocido este material como *moderador*; y (3) los materiales empleados, conocidos con el nombre de *refrigerante*, para evacuar el calor de los reactores nucleares.

El combustible nuclear puede ser un compuesto de uranio enriquecido con el isótopo U-235. Entre los elementos de combustible se pueden introducir barras de control, fabricadas de boro, material capaz de absorber los neutrones libres. Al introducir más o menos estas barras entre los elementos combustibles, se puede controlar el número de fisiones que se producen.

Clasificación de los reactores. Los reactores pueden clasificarse, en base a su aplicación, en reactores de potencia y reactores de investigación. El objetivo de los reactores de potencia es generar energía en forma útil, convirtiendo el calor generado en el núcleo en alguna forma de trabajo mecánico. El propósito primordial en los reactores de investigación es la producción de neutrones.

El reactor que está instalado en el Centro Nuclear de México es del tipo TRIGA Mark III, fabricado por General Atomic de Estados Unidos de Norteamérica, el cual es clasificado en forma general como un reactor de investigación.

Características del reactor tipo TRIGA Mark III. Las características principales de este reactor son su versatilidad y su seguridad intrínseca. Su potencia máxima a nivel estable es de 1 MW y de 1500 MW en forma de pulsos repetibles, de ser necesario, cada 5 minutos. Otras características son la posibilidad de operarlo a diferentes niveles de potencia, hay varias alternativas de trabajo: (1) en operación estable desde cero hasta 1 MW de potencia, con control manual o automático; (2) en operación de onda cuadrada a niveles de potencia entre 300 y 1 MW; y (3) en operación de pulso a 1500 MW.

A.2. CONCEPTOS BÁSICOS

Factor de generación. El *factor de generación* se define como el número de neutrones en una generación dividido entre el número de neutrones en la generación inmediata anterior, y es

denotado por k . Si $k = 1$, la reacción será estable; ya que el número de neutrones ni crece ni disminuye. Si $k < 1$, la reacción está disminuyendo. Si $k > 1$, la reacción está creciendo.

Cuando un reactor tiene $k = 1$, se dice que el reactor está *crítico*; cuando $k < 1$, se dice que el reactor está *subcrítico* y cuando $k > 1$, el reactor está *supercrítico*.

Reactividad. La *reactividad*¹ es la desviación relativa del factor de generación de neutrones, k , con respecto a la unidad, y está definida por

$$\rho = \frac{k - 1}{k} . \quad (\text{A.1})$$

De esta expresión se puede deducir que cuando el reactor está crítico la reactividad es cero. En un reactor subcrítico la reactividad es negativa y cuando el reactor está supercrítico la reactividad es positiva.

Tiempo de generación de neutrones. El *tiempo de generación* de neutrones es el tiempo promedio para la reproducción neutrónica y depende, principalmente, del número de colisiones de dispersión, que sufre un neutrón antes de salir del reactor (fuga) o desaparecer en una reacción nuclear (absorción).

Neutrones retardados. Los núcleos generados en el proceso de fisión, fragmentos de fisión, son usualmente inestables, por lo que subsecuentemente decaerán. Estas reacciones de

¹ La reactividad [PON 80] es una propiedad integral de todo el reactor, y depende por lo tanto del tamaño del reactor, de las cantidades y densidades relativas de varios materiales, y de las secciones transversales neutrónicas para la dispersión, absorción y fisión. Ya que estos factores se alteran con la temperatura, presión y otros efectos de la fisión, la reactividad depende de la historia del comportamiento del reactor.

decaimiento producen neutrones que pueden ser usados para propagar la reacción de fisión en cadena; estos neutrones son conocidos como *neutrones de fisión*.

En un evento de fisión, a los neutrones que aparecen dentro de los primeros 10^{-14} segundos se les conoce como *neutrones instantáneos*, y como *neutrones retardados* a los subsecuentes. Aunque los neutrones retardados forman una fracción muy pequeña de los neutrones de fisión, es importante considerarlos para el control efectivo de la fisión en cadena [VIA 94].

A.3 COMPORTAMIENTO DINÁMICO

El comportamiento dinámico de la población de neutrones dentro del núcleo determina la generación de energía, así como los cambios de temperatura que experimentan los elementos combustibles y demás componentes del núcleo.

Los neutrones que principalmente ocasionan las fisiones en los llamados reactores térmicos son llamados neutrones térmicos, cuya energía es menor a 0.1 eV [GIL 67]. Un reactor lento o térmico se caracteriza por contener un material moderador que frena o desacelera los neutrones hasta una velocidad en la que hallan su equilibrio térmico con sus alrededores.

A.3.1 Ecuaciones Dinámicas

Las ecuaciones de difusión describen el comportamiento de la población de neutrones en función de la posición y del tiempo. En la obtención de esta ecuación se utiliza la aproximación de difusión y se establece un balance entre la razón de producción de neutrones y la razón de pérdida de neutrones en el elemento de volumen dV alrededor del punto r en el tiempo t . La ecuación de difusión, considerando sólo el grupo térmico, está dada por

$$\left(\frac{1}{v}\right) \frac{\partial \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \nabla \cdot D \nabla \phi(\mathbf{r}, t) - \sum_a \phi(\mathbf{r}, t) + (1 - \beta) v \sum_f \phi(\mathbf{r}, t) + \sum_i^n \lambda_i C_i(\mathbf{r}, t) + S_0 \quad (\text{A.2})$$

y la expresión para la concentración de precursores de neutrones retardados

$$\frac{\partial C_i(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \beta_i \sum_f \phi(\mathbf{r}, t) + \lambda_i C_i(\mathbf{r}, t) \quad (\text{A.3})$$

En donde v es la magnitud de la velocidad de los neutrones en consideración, D es el coeficiente de difusión, $\phi(\mathbf{r}, t)$ es el flujo de neutrones térmicos, $\nabla \cdot D \nabla \phi(\mathbf{r}, t) dV$ es el número de neutrones que se difunden dentro del elemento de volumen dV alrededor del punto \mathbf{r} en el tiempo t , \sum_a y \sum_f son las secciones macroscópicas de absorción y fisión respectivamente, $\sum_a \phi(\mathbf{r}, t) dV$ es el número de neutrones absorbidos en el elemento de volumen dV alrededor del punto \mathbf{r} en el tiempo t , β es la fracción total de neutrones que son retardados, v es el número promedio de neutrones (tanto instantáneos como retardados) producidos por fisión, $(1-\beta) v \sum_f \phi(\mathbf{r}, t) dV$ es el número de neutrones instantáneos producidos en el elemento de volumen dV alrededor del punto \mathbf{r} en el tiempo t , λ_i es la constante de decaimiento del i -ésimo grupo de precursores de neutrones retardados, $C_i(\mathbf{r}, t) dV$ es el número de precursores de neutrones retardados del i -ésimo grupo en el elemento de volumen dV alrededor del punto \mathbf{r} en el tiempo t , $\sum_i \lambda_i C_i(\mathbf{r}, t) dV$ es el número de neutrones retardados producidos en el elemento de volumen dV alrededor del punto \mathbf{r} en el tiempo t , S_0 es una fuente de neutrones externa al proceso de fisión, y β_i es la fracción de neutrones que son producidos debido al decaimiento de los precursores del i -ésimo grupo. [HET 71]

A.3.2 Ecuaciones de Cinética Puntual

La separación², en espacio y tiempo, de las funciones de potencia neutrónica y de precursores de neutrones retardados permite suponer al núcleo del reactor como puntual; con esto, se obtienen las ecuaciones del reactor independientes de la posición y sólo en función del tiempo [PER 94]:

$$\frac{d}{dt}n(t) = \left(\frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} \right) n(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(t) + S_0, \quad (\text{A.4})$$

para la potencia neutrónica, $n(t)$; y

$$\frac{d}{dt}C_i(t) = \frac{\beta_i}{\Lambda}n(t) - \lambda_i C_i(t), \quad (\text{A.5})$$

para la concentración debida al i -ésimo grupo de precursores de neutrones retardados. En donde $\rho(t)$ es la reactividad, β es la fracción efectiva de neutrones retardados, Λ es el tiempo de generación de neutrones instantáneos, S_0 es la fuente externa efectiva de neutrones, y β_i es la fracción del i -ésimo grupo de neutrones retardados .

Si se agrupan los seis grupos de precursores de neutrones retardados en un sólo grupo equivalente, las ecuaciones anteriores se pueden escribir como:

$$\frac{d}{dt}n(t) = \left(\frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} \right) n(t) + \lambda C(t), \quad (\text{A.6})$$

² Esto es válido sólo si el reactor está cerca de criticidad y no se localiza una gran perturbación.

$$\frac{d}{dt}C(t) = \frac{\beta}{\Lambda}n(t) - \lambda C(t), \quad (\text{A.7})$$

en donde la constante de decaimiento equivalente estará dada por

$$\lambda = \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^6 \beta_i \cdot \lambda_i \quad (\text{A.8})$$

A.3.3 Ecuación de Retroalimentación de la Reactividad

En general la reactividad total de un sistema se puede expresar como :

$$\rho_{\text{total}}(t) = \rho_{\text{ext}}(t) + \rho_{\text{int}}(t), \quad (\text{A.9})$$

en donde $\rho_{\text{ext}}(t)$ es la contribución a la reactividad total debida a causas externas, tales como inserción o extracción de barras de combustible de control, y $\rho_{\text{int}}(t)$ es la contribución debida a cambios en las características internas de los componentes del reactor; como son los cambios de fase refrigerante o los cambios en la densidad de los elementos combustibles. A los efectos que causan que $\rho_{\text{int}}(t)$ sea diferente de cero se les denomina *efectos de retroalimentación*.

La reactividad interna del sistema, cuando sólo depende de los cambios de temperatura, se puede expresar como:

$$\rho_{\text{int}}(t) = -\alpha (T - T_0), \quad (\text{A.10})$$

en donde α es el negativo del coeficiente de reactividad por temperatura, T es la temperatura promedio, y T_0 es la temperatura promedio de referencia para la cual la reactividad de retroalimentación es cero.

Debido a que la temperatura es función de la potencia del reactor, se utiliza la ley de enfriamiento de Newton, la cual es válida para representar la variación de la temperatura cuando se usa el modelo de cinética puntual, de la siguiente forma :

$$\frac{d}{dt}T = K n (t) - \gamma (T - T_c) , \quad (\text{A.11})$$

en donde K es el recíproco de la cantidad calorífica del reactor ($^{\circ}\text{C}/\text{Watt}\cdot\text{seg}$), $1/\gamma$ es el tiempo promedio de transferencia de calor del combustible al refrigerante (1/seg), y T_c es la temperatura promedio del refrigerante ($^{\circ}\text{C}$).

Si T_0 representa la temperatura de equilibrio a una potencia estacionaria n_0 , entonces

$$\frac{d}{dt}T_0 = K n_0 - \gamma (T_0 - T_c) = 0 . \quad (\text{A.12})$$

Así, restando las ecuaciones (A.11) y (A.12)

$$\frac{d}{dt}T = K [n (t) - n_0] - \gamma (T - T_0) , \quad (\text{A.13})$$

y sustituyendo las ecuaciones (A.12) y (A.13) en la derivada de $\rho_{int}(t)$, se obtiene

$$\frac{d}{dt}\rho_{int}(t) = - \alpha K [n (t) - n_0] - \gamma \rho_{int}(t) , \quad (\text{A.14})$$

la cual es la *ecuación de retroalimentación de la reactividad*.

A.4 MODELO PUNTUAL DEL REACTOR TRIGA MARK III

En resumen, el modelo puntual es un tratamiento aproximado [PER 94] que parte de la suposición de que las funciones de la potencia neutrónica, $n(t)$, y de los precursores de neutrones retardados, $C(t)$, son separables en espacio y tiempo, lo cual es válido sólo si el reactor está cerca de criticidad y si no se localiza una gran perturbación. Esta suposición lleva finalmente a suponer al reactor localizado en un punto, con lo cual se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales independientes de la posición y en función sólo del tiempo,

$$\frac{d}{dt} n(t) = \left(\frac{\rho_{ext}(t) + \rho_{int}(t) - \beta}{\Lambda} \right) n(t) + \lambda C(t) , \quad (\text{A.15a})$$

$$\frac{d}{dt} C(t) = \frac{\beta}{\Lambda} n(t) - \lambda C(t) , \quad (\text{A.15b})$$

$$\frac{d}{dt} \rho_{int}(t) = -\alpha k [n(t) - n_0] - \gamma \rho_{int}(t) , \quad (\text{A.15c})$$

en donde la constante de decaimiento está dada por la Ec. (A.8).

APÉNDICE B

ADQUISICIÓN DEL CONOCIMIENTO SOBRE EL SISTEMA

B.1 INTRODUCCIÓN

Un sistema experto simula el proceso de razonamiento de un experto dentro de un dominio específico de conocimientos. Los controladores difusos son sistemas expertos especiales, los cuales emplean una *base de conocimientos* que contiene el proceso de razonamiento del experto expresado en términos de reglas de inferencia difusas. La elaboración de la base de conocimientos, apropiados para resolver un problema dado de control, puede ser realizada a través de: (1) entrevistas con el operador experto, o (2) la adquisición del conocimiento de operación del sistema a controlar por medio de simulaciones.

El estudio del comportamiento del reactor TRIGA Mark III, a través de simulaciones de control en lazo abierto (ver la Figura B.1), proporciona el conocimiento sobre la operación de este sistema. El estudio se inicia con la determinación de la relación entre la reactividad externa $\rho_{\text{ext}}(t)$, como señal de entrada, y la potencia del reactor $n(t)$, como una de las señales de salida. El estudio de la respuesta $n(t)$, a diferentes señales de entrada, proporciona el conocimiento sobre sus características, entre las cuales se pueden mencionar el sobretiro porcentual y el tiempo de estabilización. Finalmente, se determinan los órdenes del valor de la pendiente para la reactividad externa, con los cuales se puede definir el universo de valores posibles para la variable de control.

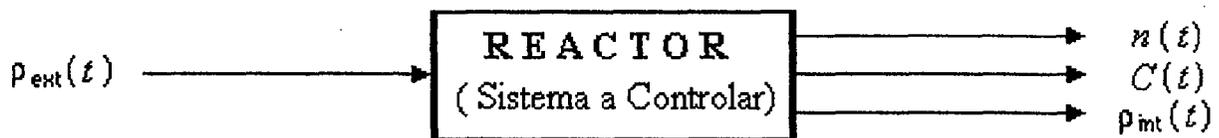


Figura B.1. Entrada y salidas del sistema en lazo abierto.

B.2 CONDICIONES INICIALES

Las condiciones iniciales de un sistema o proceso establecen el estado actual de éste. La determinación del estado actual de un sistema es indispensable cuando se desea conocer el efecto de la variable de control en el estado del sistema.

Definiendo, de las ecuaciones (A.15), $x_1(t) = n(t)$, $x_2(t) = C(t)$, $x_3(t) = \rho_{\text{int}}(t)$, como las variables de estado, y $u(t) = \rho_{\text{ext}}(t)$, como la entrada de control del reactor (sistema a controlar), se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\dot{x}_1(t) = \left(\frac{x_3(t) - \beta}{\Lambda} \right) x_1(t) + \lambda x_2(t) + \frac{x_1(t)}{\Lambda} u(t) \quad , \quad (\text{B.1a})$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{\beta}{\Lambda} x_1(t) - \lambda x_2(t) \quad , \quad y \quad (\text{B.1b})$$

$$\dot{x}_3(t) = -\alpha k [x_1(t) - n_0] - \gamma x_3(t) \quad . \quad (\text{B.1c})$$

Considerando: (a) un tiempo inicial arbitrario t_0 , como el tiempo a partir del cual se modificará la condición del reactor operando en estado estable; (b) un valor inicial de la variable de control igual a cero, esto es $u(t_0) = 0$; y (c) una potencia inicial arbitraria n_0 , se obtiene, del sistema de ecuaciones (B.1), el siguiente sistema de ecuaciones algebraicas:

$$-\frac{\beta}{\Lambda} n_0 + \lambda x_2(t_0) + \frac{n_0}{\Lambda} x_3(t_0) = 0 \quad , \quad (\text{B.2a})$$

$$\frac{\beta}{\Lambda} n_0 - \lambda x_2(t_0) = 0 \quad , \quad (\text{B.2b})$$

$$-\gamma x_3(t_0) = 0 \quad . \quad (B.2c)$$

De las Ecs. (B.2b) y (B.2c) se determinan los valores iniciales para $x_2(t_0)$ y $x_3(t_0) = 0$, respectivamente. Así, las condiciones iniciales del reactor son:

$$\begin{aligned} x_1(t_0) &= n_0 \quad , \\ x_2(t_0) &= n_0 \frac{\beta}{\lambda \Lambda} \quad , \\ x_3(t_0) &= 0 \quad , \\ u(t_0) &= 0 \quad . \end{aligned} \quad (B.3)$$

B.3 RELACIÓN $n(t)$ vs $\rho_{\text{ext}}(t)$

En esta sección se observa el comportamiento del sistema, en función de los incrementos en la variable de control. En base a simulaciones de la operación del reactor en lazo abierto, se determina la relación entre las magnitudes de la potencia del reactor $n(t)$ y la reactividad externa $\rho_{\text{ext}}(t)$, considerando diferentes valores de potencia inicial n_0 .

Simulación #1: Respuesta a escalones de $\rho_{\text{ext}}(t)$ de $0.5e-03$ con n_0 igual a 1050 W.

Inicialmente, con el reactor estable a 1050 W, la reactividad externa es igual a cero y después de 10 segundos se aplica un escalón de reactividad igual a $0.5e-03$, como se puede ver en la Figura B.2(a), forzando la variación en las salidas, mostradas en las Figuras B.2(b), (c), y (d). Particularmente se puede ver que la potencia se incrementa aproximadamente 383.15 W. Cuando el sistema está estable, ahora a 1433.15 W, se aplica nuevamente un escalón de $0.5e-03$ unidades de reactividad, con el cual se obtiene un incremento en la potencia de aproximadamente 383.15 W, alcanzando una potencia estable de 1816.3 W. Finalmente, se aplica un tercer escalón de $0.5e-03$, logrando una potencia final estable de

aproximadamente 2199.45 W, con lo cual se manifiesta un incremento de 383.15 W. Para esta simulación, la entrada total de reactividad fue de 1.5×10^{-3} y el incremento en la salida de la potencia fue de 1149.45 w.

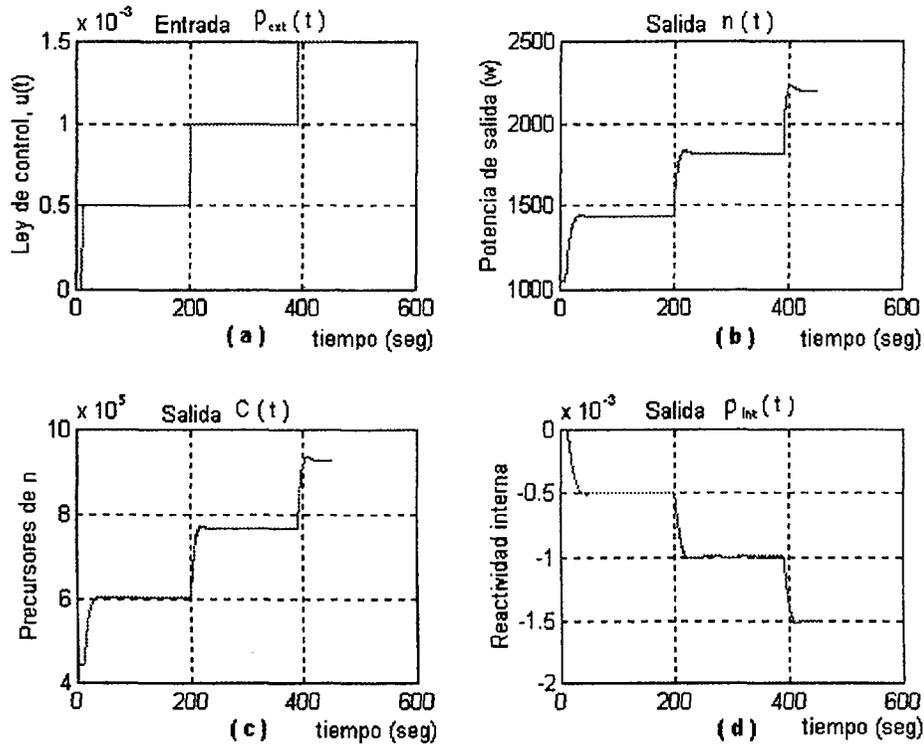


Figura B.2. Entrada y salidas del sistema en la Simulación #1.

Simulación #2: Respuesta a un escalón de $\rho_{ext}(t)$ de 1.0×10^{-3} con n_0 igual a 1433.15 W.

Inicialmente el reactor está estable a 1050 W y la reactividad externa tiene un valor de cero, después de 10 segundos se aplica un escalón de 0.5×10^{-3} , como se puede ver en la Figura B.3(a), forzando la variación en las salidas, mostradas en las Figuras B.3(b), (c) y (d). Particularmente, se puede ver que la potencia se incrementa aproximadamente 383.15 W. Cuando el sistema está estable, ahora a 1433.15 W, se aplica un escalón de 1.0×10^{-3} , con el cual se obtiene un incremento en la potencia de aproximadamente 766.3 W, alcanzando una

potencia estable en 2199.45 W. Finalmente, se aplica un escalón negativo de $0.5e-03$ unidades de reactividad, logrando una potencia final estable de aproximadamente 1816.3 W, con lo cual se manifiesta un decremento de 383.15 W.

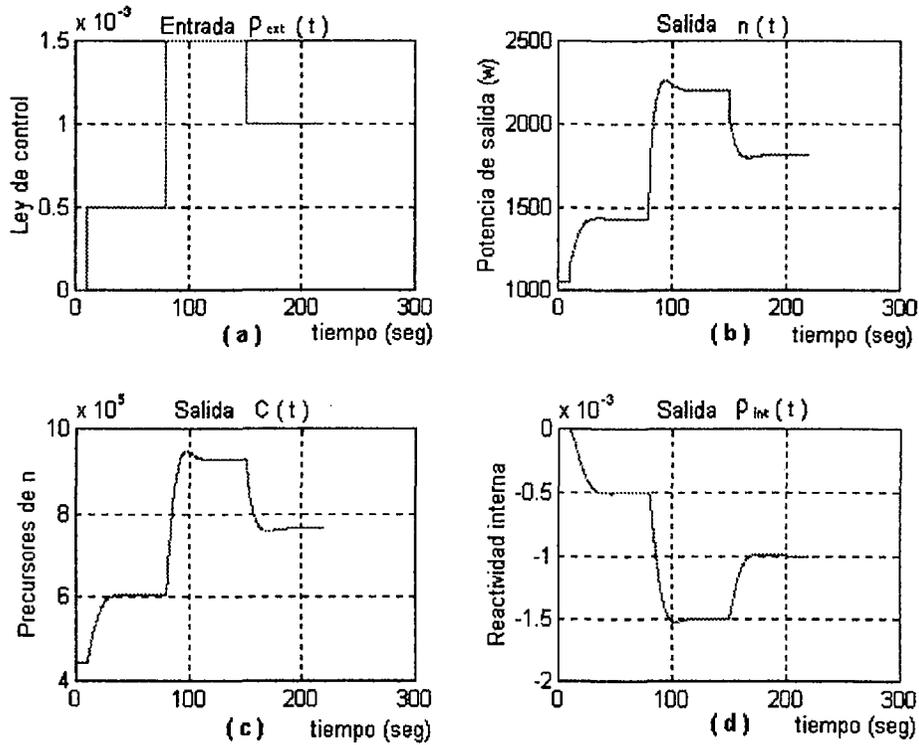


Figura B.3. Entrada y salidas del sistema en la Simulación #2.

Simulación #3: Respuesta a un escalón de $\rho_{ext}(t)$ de $0.5e-03$ con n_0 igual a 50 W.

Para esta simulación, se inicia con una potencia estable en 50 W, ver la Figura B.4. En el tiempo t igual a 10 segundos se le aplica un escalón de $0.5e-03$ de reactividad, para esta excitación se obtiene una potencia estable de 433.15 W, aproximadamente. Se puede observar que para un escalón de $0.5e-03$ le corresponde un incremento en la potencia de salida de 383.15 W.

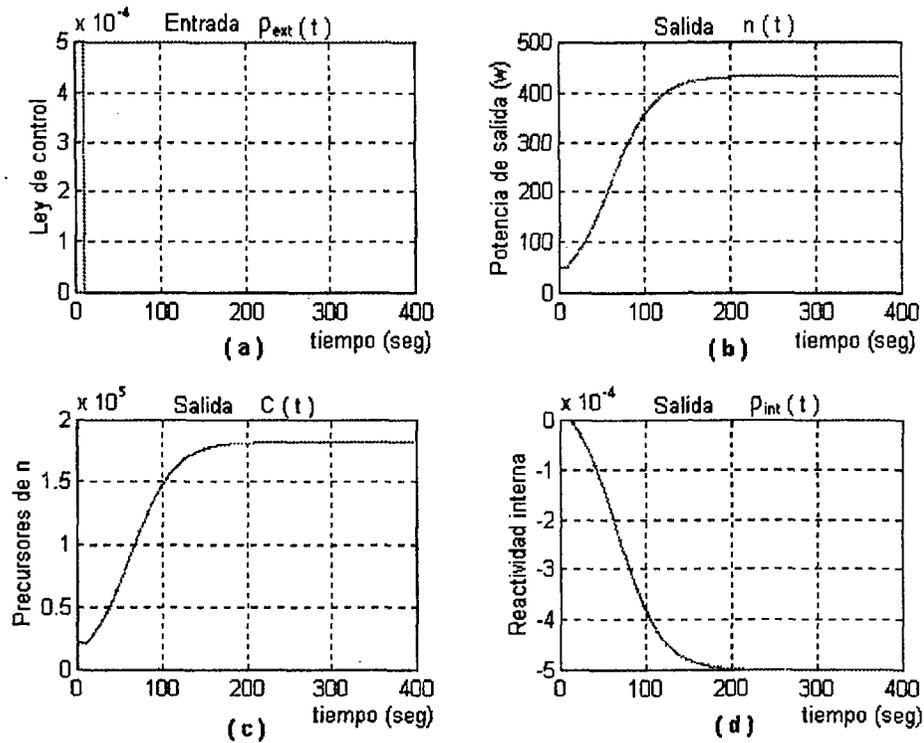


Figura B.4. Entrada y salidas del sistema en la *Simulación #3*.

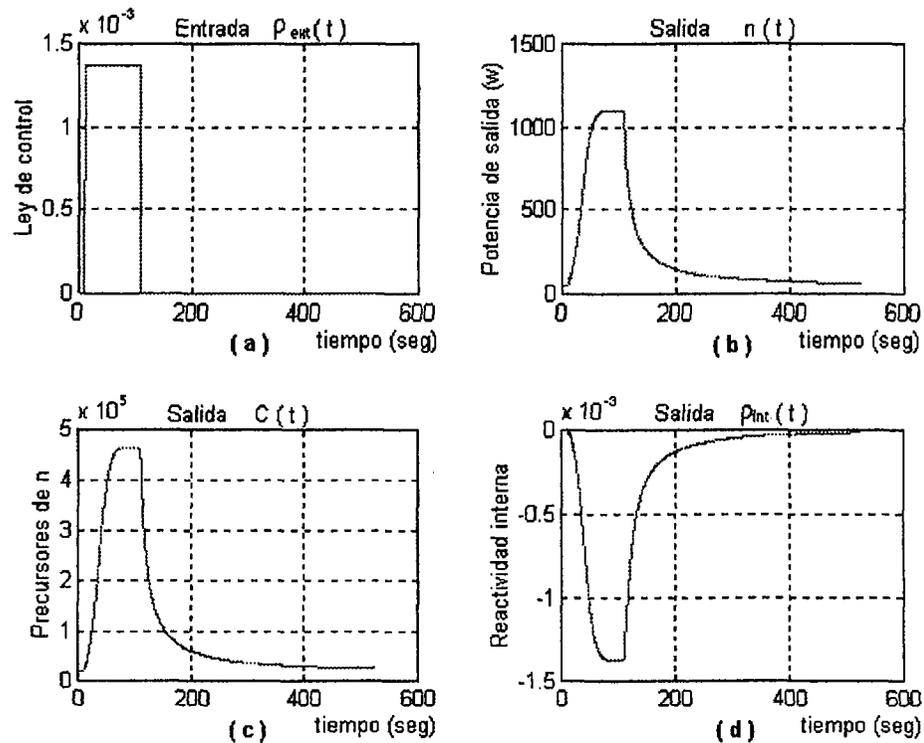


Figura B.5. Entrada y salidas del sistema en la *Simulación #4*.

Simulación #4: Respuesta a un escalón de $\rho_{ext}(t)$ de $1.37e-03$ (con $m=0.0137$ y $n_0=50$ W).

En esta simulación se propone una potencia inicial estable es de 50 W. Para lograr un incremento en la potencia de 1050 W se maneja un escalón de $1.37e-03$; sin embargo ahora, el crecimiento del escalón no será inmediato, sino con una pendiente igual 0.0137. En la Figura B.5 se pueden observar los resultados.

Simulación #5: Respuesta a un escalón de $\rho_{ext}(t)$ de $3.19e-03$ (con $m=0.0319$ y $n_0=50$ W).

La potencia inicial estable es de 50 W, en el tiempo t igual a 10 segundos se aplica un escalón de $3.19e-03$ de reactividad, con pendiente igual a 0.0319, ver la Figura B.6(a). Con esta reactividad externa como entrada se logra una potencia estable igual a 2500 W, como se puede ver en la Figura B.6(b).

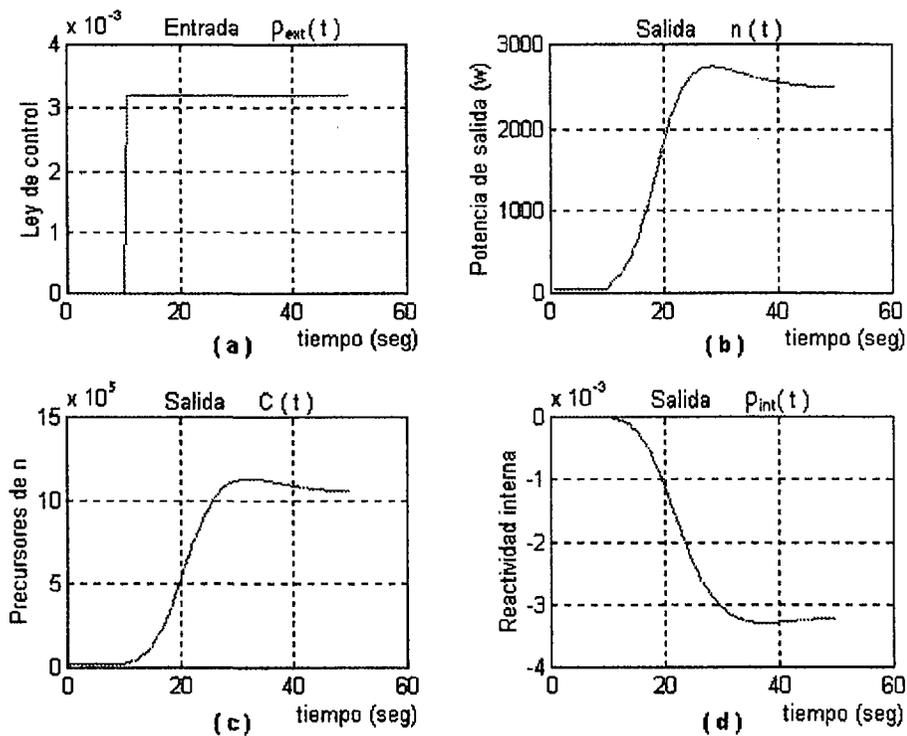


Figura B.6. Entrada y salidas del sistema en la *Simulación #5*.

B.4 ESPECIFICACIONES DEL FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA

El estado transitorio del sistema o el funcionamiento con respecto al tiempo es la respuesta de principal interés para los sistemas de control [DOR 89]. La respuesta a una señal estándar de prueba (señal específica) proporciona varias medidas del funcionamiento.

Se aplican señales semejantes de prueba a sistemas estables, con una potencia inicial de: (1) 0.5 MW, y (2) 50 W. Con la finalidad de alcanzar una potencia de 1 MW, se emplean señales del tipo escalón con amplitudes de: (1) 0.6525, y (2) 1.17444. Para cada escalón se proponen diferentes pendientes arbitrarias, m , con la finalidad de enriquecer las comparaciones.

Simulación #6: Respuesta a un escalón de $\rho_{\text{ext}}(t)$ de 0.6525 (con $m=0.0362$ y $n_0=0.5$ MW).

La señal de entrada es un escalón con pendiente igual a 0.0362, para alcanzar 0.6525 de reactividad, y la misma pendiente pero negativa para regresar a la potencia inicial. Esta señal como las señales de salida se muestran en la Figura B.7. Para el flanco de subida se tiene una potencia máxima de $1.1386e+06$ W, valor alcanzado en un tiempo igual a 18 s, por lo que el sobretiro es de 27.72 %. El tiempo de estabilización es de 18.5 segundos. Para el flanco de bajada se tiene una potencia mínima de $36.2403e+04$ W, valor alcanzado en un tiempo igual a 18 s, por lo que el sobretiro negativo es de 27.51 %. El tiempo de estabilización es de 18.5 segundos.

Simulación #7: Respuesta a un escalón de $\rho_{\text{ext}}(t)$ de 0.6525 (con $m=0.6525$ y $n_0=0.5$ MW).

La señal de entrada presenta una rampa con pendiente igual a 0.6525, para alcanzar 0.6525 de reactividad, y la misma pendiente pero negativa para regresar a la potencia inicial. Esta señal como las señales de salida se muestran en la Figura B.8. Para el flanco de subida se tiene una potencia máxima de $3.5016e+06$ W, valor alcanzado en un tiempo igual a 1 segundo, por lo que el sobretiro es de 500 %. El tiempo de estabilización es de 1.5 segundos. Para el flanco de bajada se tiene una potencia mínima de $1.0856e+04$ W, valor

alcanzado en un tiempo igual a 2 segundos, por lo que el sobretiro negativo es de 97.82 %. El tiempo de estabilización es de 4 segundos.

Simulación #8: Respuesta a un escalón de $\rho_{ext}(t)$ de 0.6525 (con $m=0.3262$ y $n_0=0.5$ MW).

La señal de entrada presenta una rampa con pendiente igual a 0.3262, para alcanzar 0.6525 de reactividad, y la misma pendiente pero negativa para regresar a la potencia inicial. Esta señal como las señales de salida se muestran en la Figura B.9. Para el flanco de subida se tiene una potencia máxima de $2.2504e+06$ W, valor alcanzado en un tiempo igual a 2 segundos, por lo que el sobretiro es de 250 %. El tiempo de estabilización es de 2.5 segundos. Para el flanco de bajada se tiene una potencia mínima de $1.2015e+04$ W, valor alcanzado en un tiempo igual a 2 segundos, por lo que el sobretiro negativo es de 97.6 %. El tiempo de estabilización es de 4 segundos.

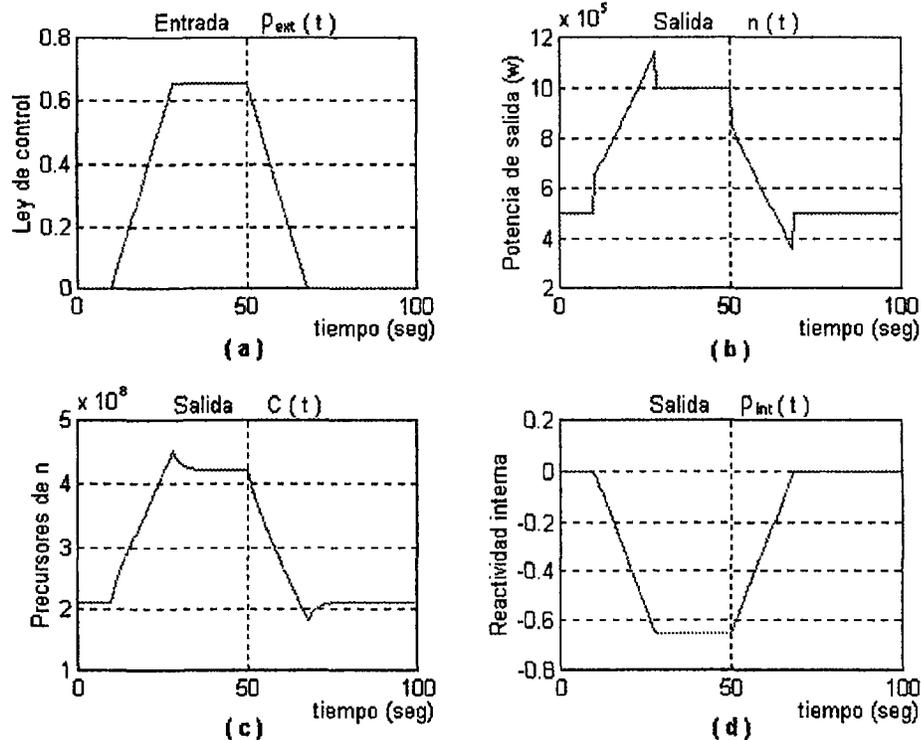


Figura B.7. Entrada y salidas del sistema en la Simulación #6.

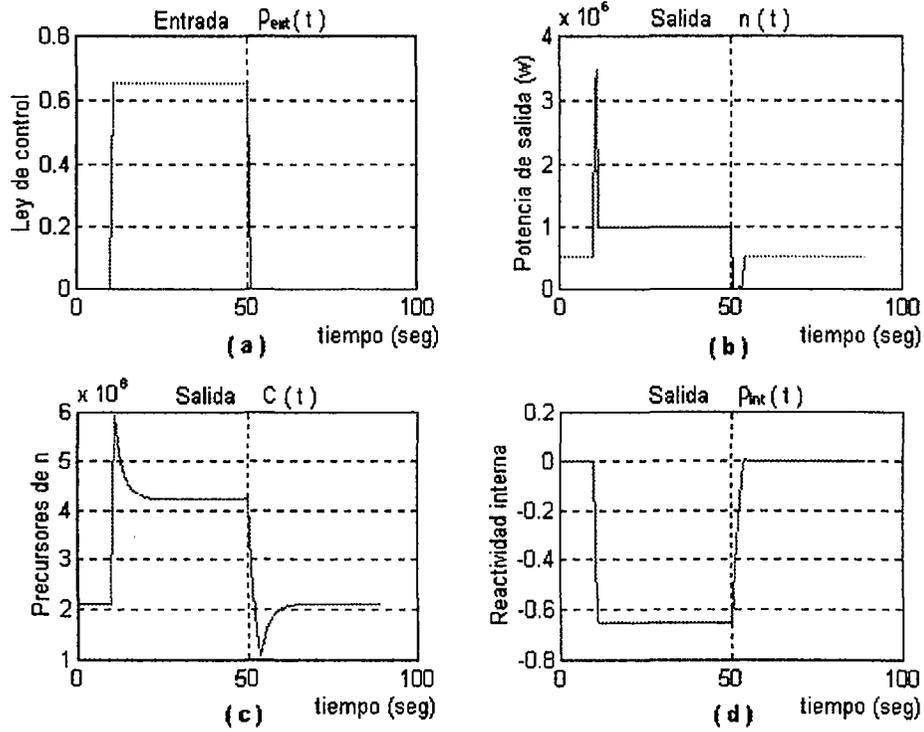


Figura B.8. Entrada y salidas del sistema en la *Simulación #7*.

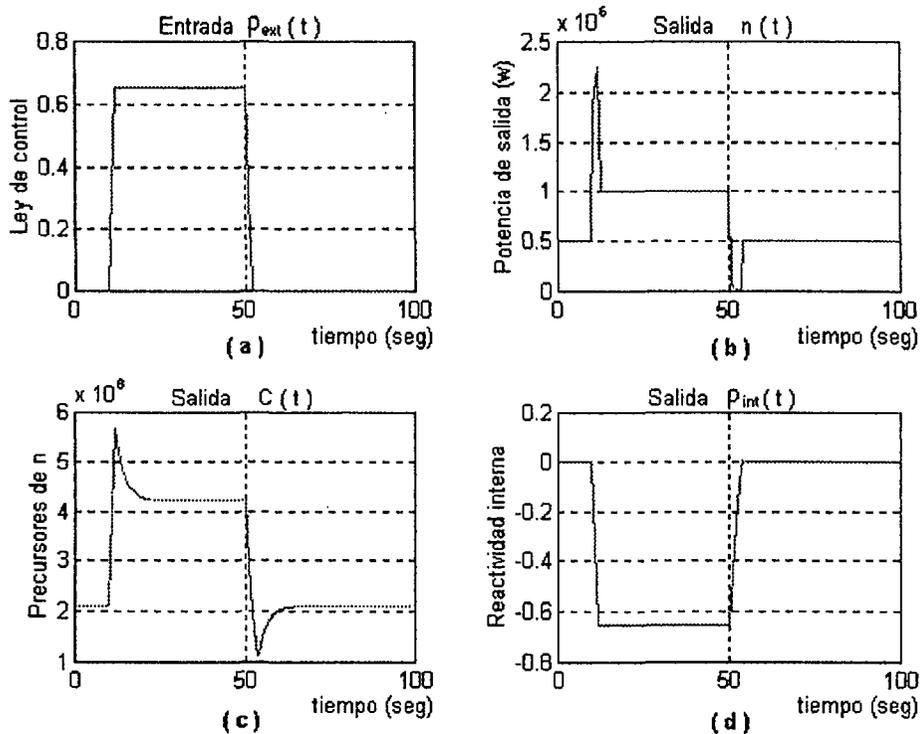


Figura B.9. Entrada y salidas del sistema en la *Simulación #8*.

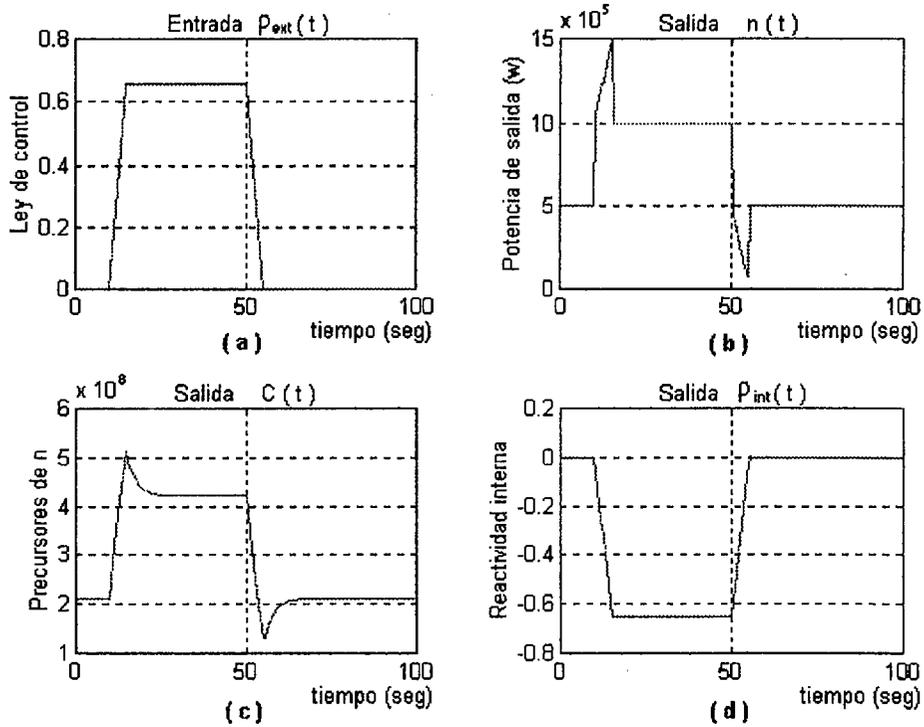


Figura B.10. Entrada y salidas del sistema en la *Simulación #9*.

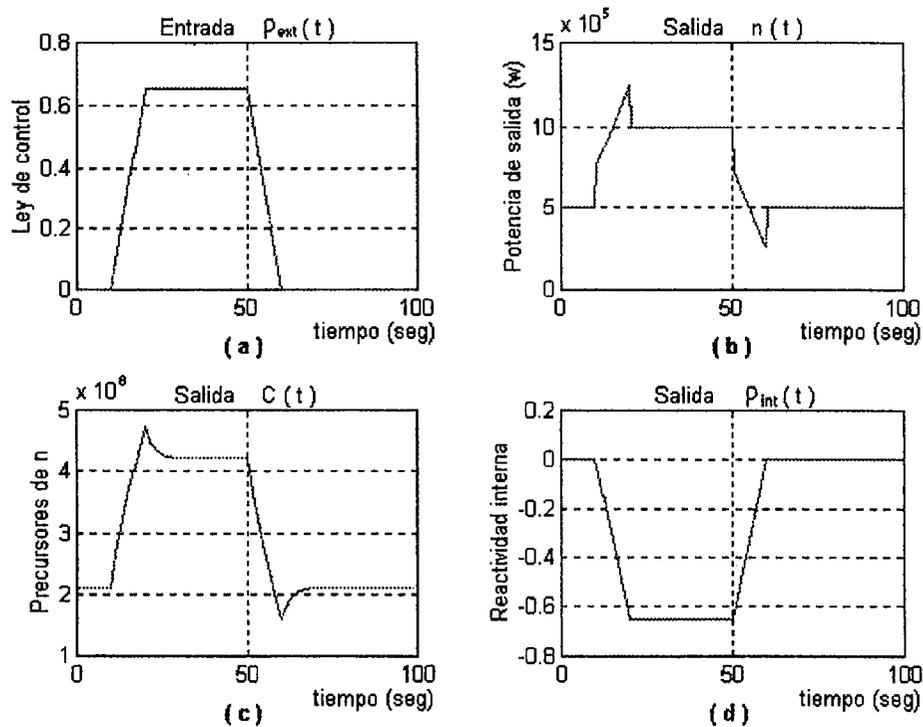


Figura B.11. Entrada y salidas del sistema en la *Simulación #10*.

Simulación #9: Respuesta a un escalón de $\rho_{\text{ext}}(t)$ de 0.6525 (con $m=0.1304$ y $n_0=0.5$ MW).

La señal de entrada presenta una rampa con pendiente igual a 0.1304, para alcanzar 0.6525 de reactividad, y la misma pendiente pero negativa para regresar a la potencia inicial. Esta señal como las señales de salida se muestran en la Figura B.10. Para el flanco de subida se tiene una potencia máxima de $1.4996e+06$ W, valor alcanzado en un tiempo igual a 5 segundos, por lo que el sobretiro es de 99.92 %. El tiempo de estabilización es de 5.5 segundos. Para el flanco de bajada se tiene una potencia mínima de $6.8175e+04$ W, valor alcanzado en un tiempo igual a 5 segundos, por lo que el sobretiro negativo es de 86.36 %. El tiempo de estabilización es de 5.5 segundos.

Simulación #10: Respuesta a un escalón de $\rho_{\text{ext}}(t)$ de 0.6525 (con $m=0.0652$ y $n_0=0.5$ MW).

La señal de entrada presenta una rampa con pendiente igual a 0.0652, para alcanzar 0.6525 de reactividad, y la misma pendiente pero negativa para regresar a la potencia inicial. Esta señal como las señales de salida se muestran en la Figura B.11. Para el flanco de subida se tiene una potencia máxima de $1.2496e+06$ W, valor alcanzado en un tiempo igual a 10 segundos, por lo que el sobretiro es de 49.92 %. El tiempo de estabilización es de 10.5 segundos. Para el flanco de bajada se tiene una potencia mínima de $2.5460e+05$ W, valor alcanzado en un tiempo igual a 10 segundos, por lo que el sobretiro negativo es de 49.07 %. El tiempo de estabilización es de 10.5 segundos.

Simulación #11: Respuesta a un escalón de $\rho_{\text{ext}}(t)$ de 1.1744 (con $m=0.3914$ y $n_0=0.1$ MW).

La señal de entrada presenta una rampa con pendiente igual a 0.3914, para alcanzar 1.1744 de reactividad, y la misma pendiente pero negativa para regresar a la potencia inicial. Esta señal como las señales de salida se muestran en la Figura B.12. Para el flanco de subida se tiene una potencia máxima de $2.3803e+06$ W, valor alcanzado en un tiempo igual a 2.5 segundos, por lo que el sobretiro es de 153.36 %. El tiempo de estabilización es de 3 segundos. Para el flanco de bajada se tiene una potencia mínima de $1.9819e+03$ W, valor alcanzado en un tiempo igual a 8 segundos, por lo que el sobretiro negativo es de 10.89 %.

El tiempo de estabilización es de 12 segundos.

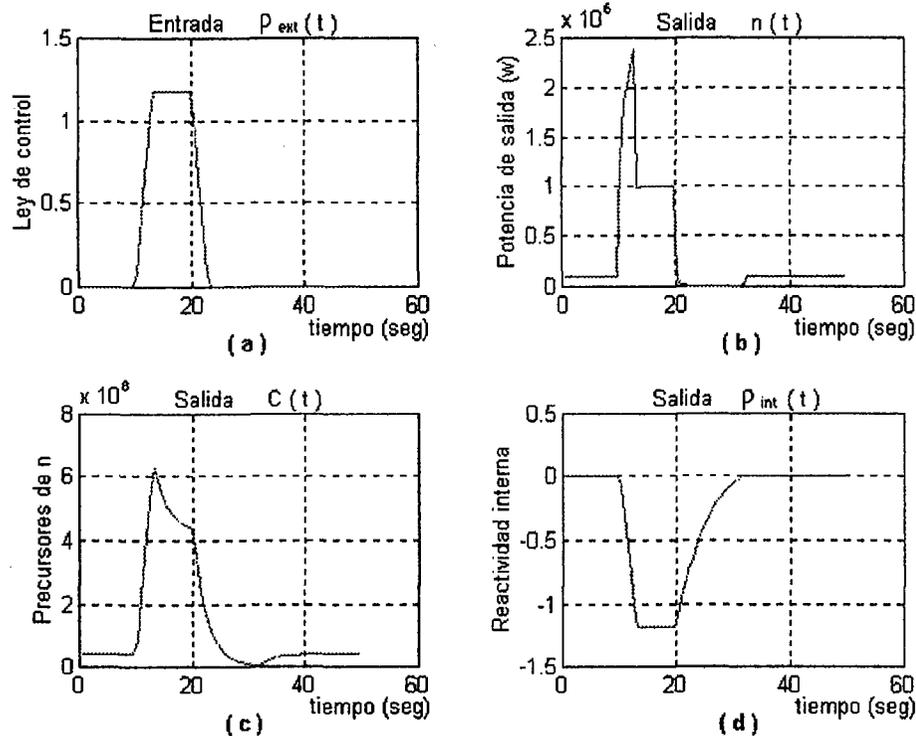


Figura B.12. Entrada y salidas del sistema en la *Simulación #11*.

Simulación #12: Respuesta a un escalón de $\rho_{ext}(t)$ de 1.1744 (con $m=0.2348$ y $n_0=0.1$ MW).

La señal de entrada presenta una rampa con pendiente igual a 0.2348, para alcanzar 1.1744 de reactividad, y la misma pendiente pero negativa para regresar a la potencia inicial. Esta señal como las señales de salida se muestran en la Figura B.13. Para el flanco de subida se tiene una potencia máxima de $1.8996e+06$ W, valor alcanzado en un tiempo igual a 5 segundos, por lo que el sobretiro es de 99.96 %. El tiempo de estabilización es de 5.5 segundos. Para el flanco de bajada se tiene una potencia mínima de $1.9606e+03$ W, valor alcanzado en un tiempo igual a 8.5 segundos, por lo que el sobretiro negativo es de 10.89 %. El tiempo de estabilización es de 12.5 segundos.

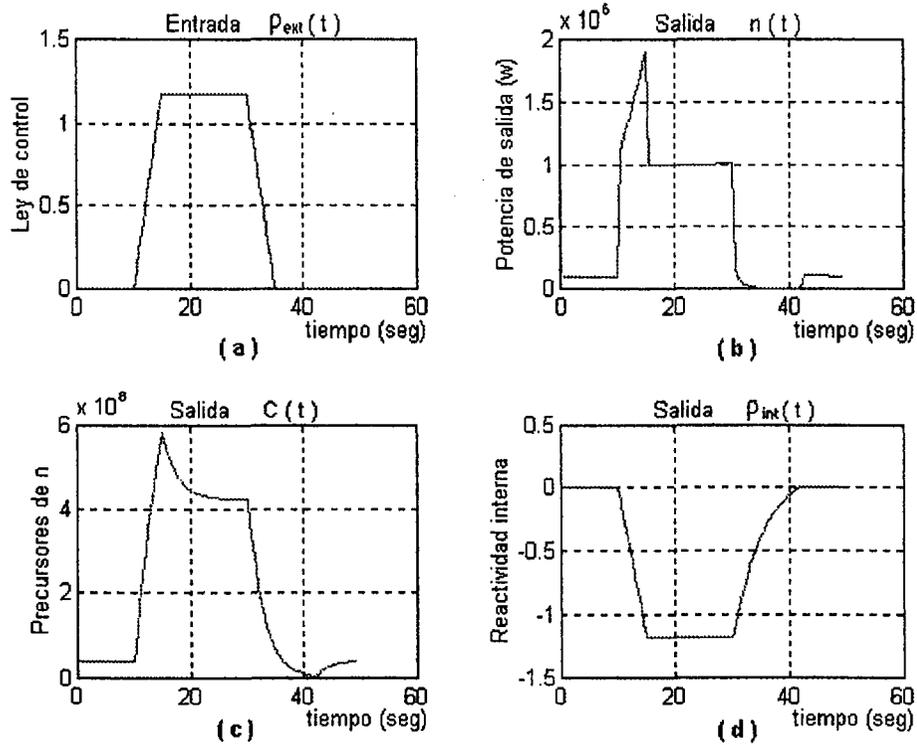


Figura B.13. Entrada y salidas del sistema en la *Simulación #12*.

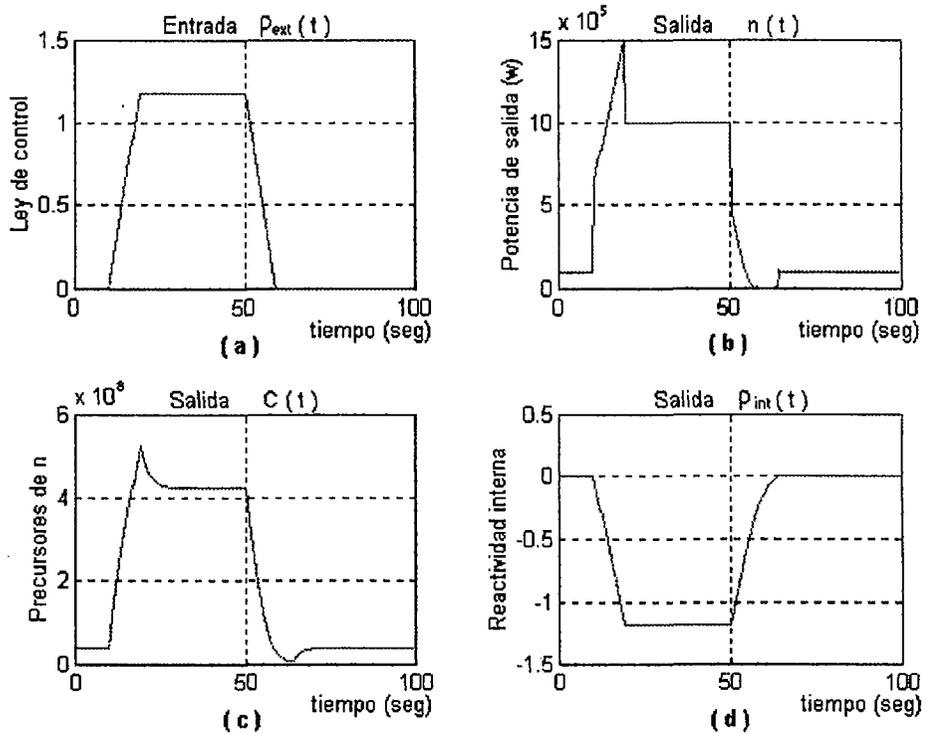


Figura B.14. Entrada y salidas del sistema en la *Simulación #13*.

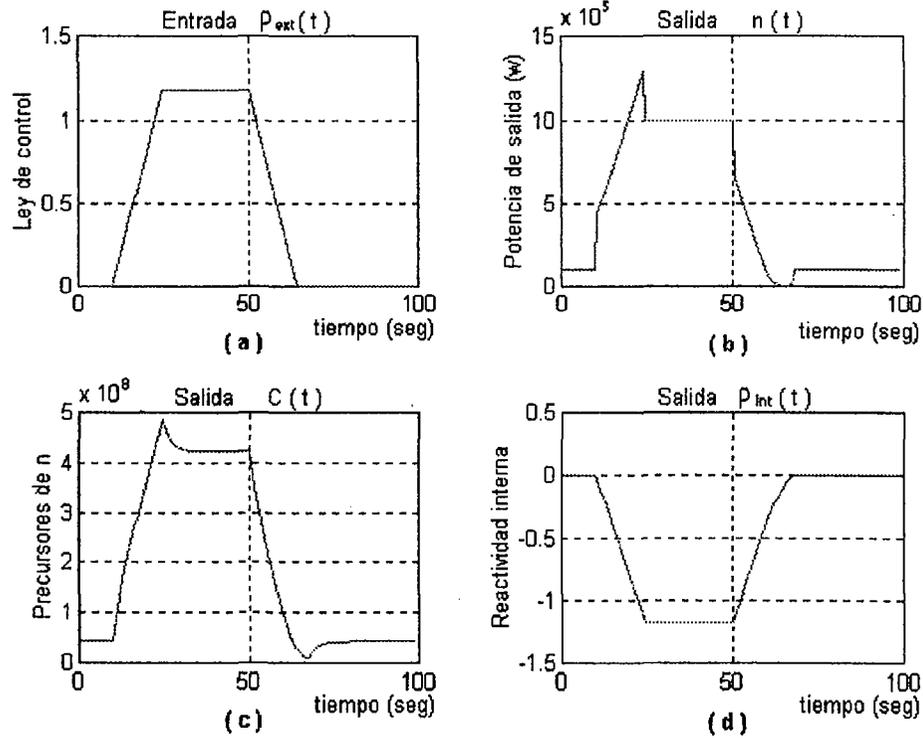


Figura B.15. Entrada y salidas del sistema en la *Simulación #14*.

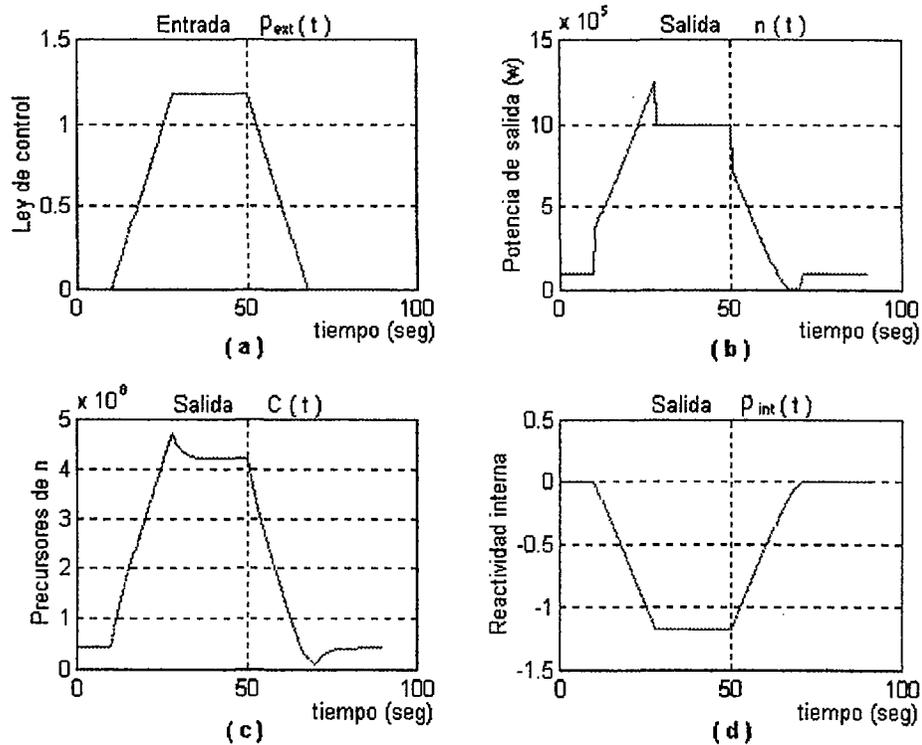


Figura B.16. Entrada y salidas del sistema en la *Simulación #15*.

Simulación #13: Respuesta a un escalón de $\rho_{\text{ext}}(t)$ de 1.1744 (con $m=0.1304$ y $n_0=0.1$ MW).

La señal de entrada presenta una rampa con pendiente igual a 0.1304, para alcanzar 1.1744 de reactividad, y la misma pendiente pero negativa para regresar a la potencia inicial. Esta señal como las señales de salida se muestran en la Figura B.12. Para el flanco de subida se tiene una potencia máxima de $1.4995e+06$ W, valor alcanzado en un tiempo igual a 9 segundos, por lo que el sobretiro es de 55.5 %. El tiempo de estabilización es de 9.5 segundos. Para el flanco de bajada se tiene una potencia mínima de $2.3533e+03$ W, valor alcanzado en un tiempo igual a 10 segundos, por lo que el sobretiro negativo es de 10.85 %. El tiempo de estabilización es de 14 segundos.

Simulación #14: Respuesta a un escalón de $\rho_{\text{ext}}(t)$ de 1.1744 (con $m=0.0838$ y $n_0=0.1$ MW).

La señal de entrada presenta una rampa con pendiente igual a 0.0838, para alcanzar 1.1744 unidades de reactividad, y la misma pendiente pero negativa para regresar a la potencia inicial. Esta señal como las señales de salida se muestran en la Figura B.15. Para el flanco de subida se tiene una potencia máxima de $1.2870e+06$ W, valor alcanzado en un tiempo igual a 14 segundos, por lo que el sobretiro es de 31.89 %. El tiempo de estabilización es de 14.5 segundos. Para el flanco de bajada se tiene una potencia mínima de $0.3525e+04$ W, valor alcanzado en un tiempo igual a 14.5 segundos, por lo que el sobretiro negativo es de 10.71 %. El tiempo de estabilización es de 14.5 segundos.

Simulación #15: Respuesta a un escalón de $\rho_{\text{ext}}(t)$ de 1.1744 (con $m=0.0652$ y $n_0=0.1$ MW).

La señal de entrada presenta una rampa con pendiente igual a 0.0652, para alcanzar 1.1744 unidades de reactividad, y la misma m pero negativa para regresar a n_0 . Esta señal como las señales de salida se muestran en la Figura B.16. Para el flanco de subida se tiene una potencia máxima de $1.2496e+06$ W, en 18 segundos, por lo que el sobretiro es de 27.73 %. El tiempo de estabilización es de 18.5 segundos. Para el flanco de bajada se tiene una potencia mínima de $0.4648e+04$ W, valor alcanzado en un tiempo igual a 18 segundos, por lo que el sobretiro negativo es de 10.59 %. El tiempo de estabilización es de 21 segundos.

B.5 DETERMINACIÓN DEL ORDEN DE LA PENDIENTE PARA $\rho_{\text{ext}}(t)$

En las siguientes simulaciones el objetivo principal es determinar el orden de la pendiente para la señal de entrada $\rho_{\text{ext}}(t)$, con el cual se reduce la parte impulsiva de la respuesta, al igual que el valor del sobretiro correspondiente, cuando la potencia inicial es de 50 W. Inicialmente, el sistema está estable a 50 W. En el tiempo t igual a 10 segundos, se aplica la señal de entrada con diferente pendiente para cada simulación, hasta alcanzar una reactividad externa de 1.3049, la cual provocará una potencia final estable de 1.0 MW.

Simulación #16: Respuesta a un escalón de $\rho_{\text{ext}}(t)$ de 1.3049 (con $m=1.0037$ y $n_0=50$ W).

La señal de entrada es un escalón de reactividad de 1.3049 con pendiente igual a 1.0037. La potencia final estable es de $1.0e+06$ W. En la Figura B.17 se puede observar que la respuesta del sistema presenta una parte impulsiva con amplitud de 9 MW, correspondiente al inicio de la señal de entrada, y una parte correspondiente al sobretiro de la respuesta de aproximadamente 500 %.

Simulación #17: Respuesta a un escalón de $\rho_{\text{ext}}(t)$ de 1.0349 (con $m=0.5018$ y $n_0=50$ W).

La señal de entrada es un escalón de reactividad de 1.3049 con pendiente igual a 0.5018. La potencia final estable es de $1.0e+06$ W. En la Figura B.18, se puede observar que la amplitud de la parte impulsiva de la respuesta es de 2.9 MW y el valor del sobretiro es del 300 %, aproximadamente.

Simulación #18: Respuesta a un escalón de $\rho_{\text{ext}}(t)$ de 1.0349 (con $m=0.1000$ y $n_0=50$ W).

La señal de entrada es un escalón de reactividad de 1.3049 con pendiente igual a 0.1000. La potencia final estable es de $1.0e+06$ W. En la Figura B.19, se puede observar que la amplitud de la parte impulsiva de la respuesta es de 0.7 MW y el valor del sobretiro es del 40 %, aproximadamente.

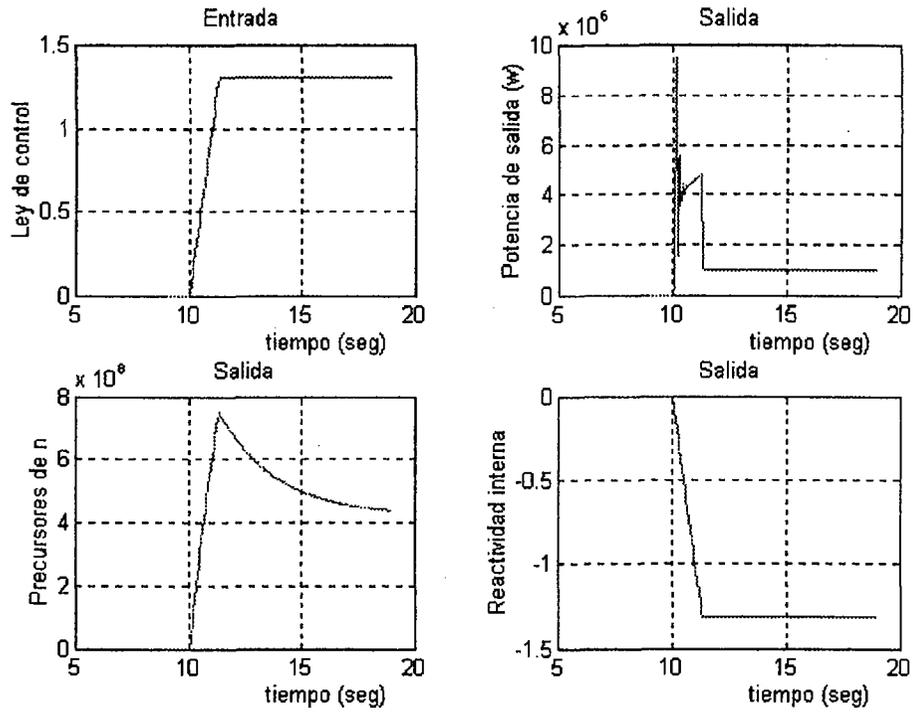


Figura B.17. Entrada y salidas del sistema en la *Simulación #16*.

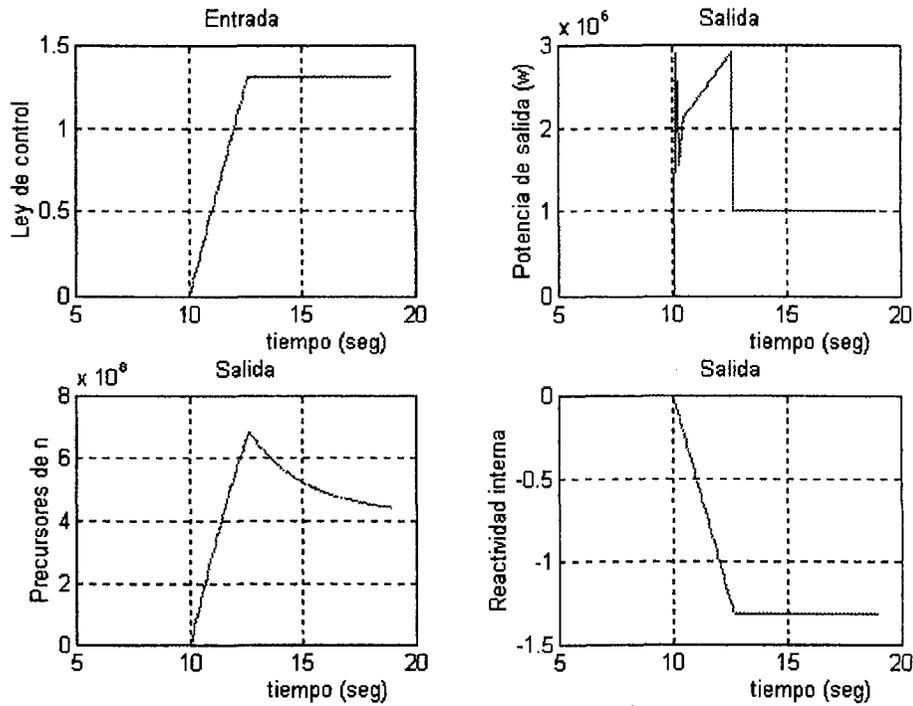


Figura B.18. Entrada y salidas del sistema en la *Simulación #17*.

Simulación #19: Respuesta a un escalón de $\rho_{ext}(t)$ de 1.0349 (con $m=0.0600$ y $n_0=50$ W).

La señal de entrada es un escalón de reactividad de 1.3049 con pendiente igual a 0.0600. La potencia final estable es de $1.0e+06$ W. En la Figura B.20, se puede observar que la amplitud de la parte impulsiva de la respuesta es de 0.4 MW y el valor del sobretiro es del 20 %, aproximadamente.

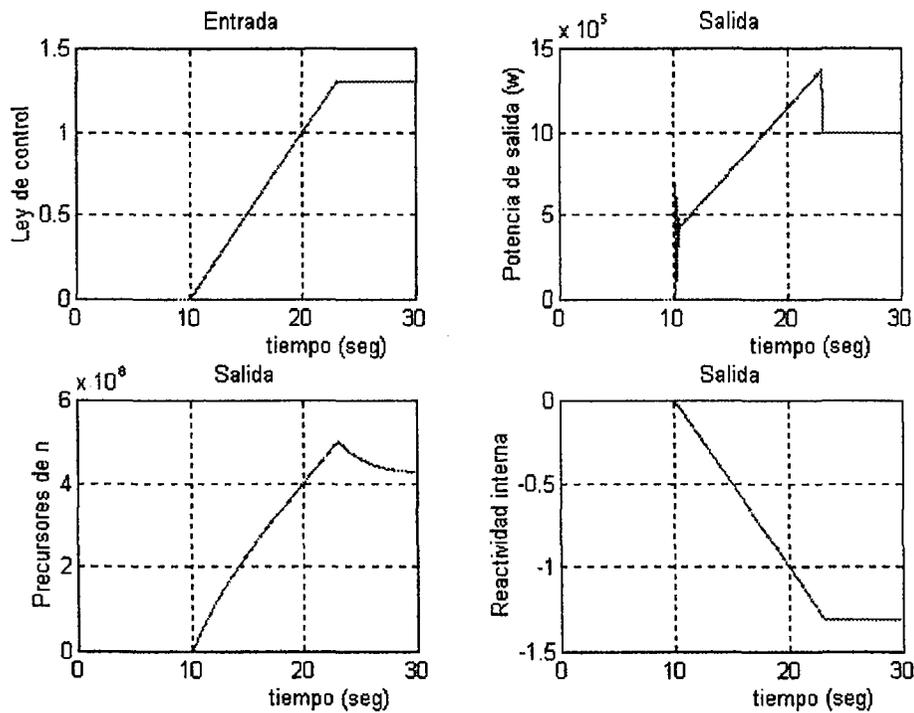


Figura B.19. Entrada y salidas del sistema en la *Simulación #18*.

Simulación #20: Respuesta a un escalón de $\rho_{ext}(t)$ de 1.0349 (con $m=0.0400$ y $n_0=50$ W).

La señal de entrada es un escalón de reactividad de 1.3049 con pendiente igual a 0.0400. La potencia final estable es de $1.0e+06$ W. En la Figura B.21, se puede observar que la amplitud de la parte impulsiva de la respuesta es de 0.2 MW y el valor del sobretiro es del 15 %, aproximadamente.

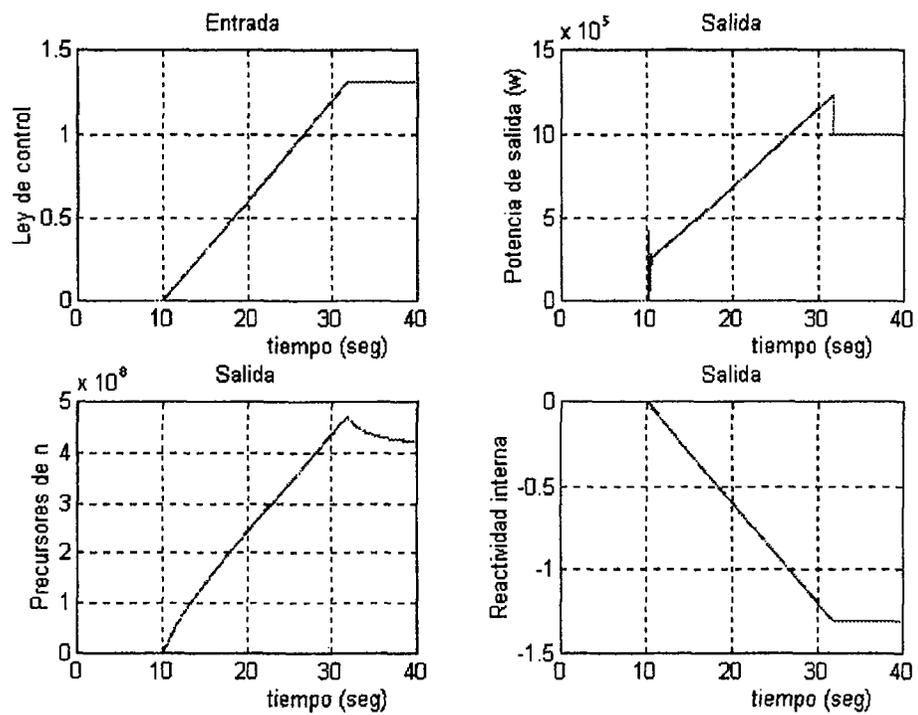


Figura B.20. Entrada y salidas del sistema en la *Simulación #19*.

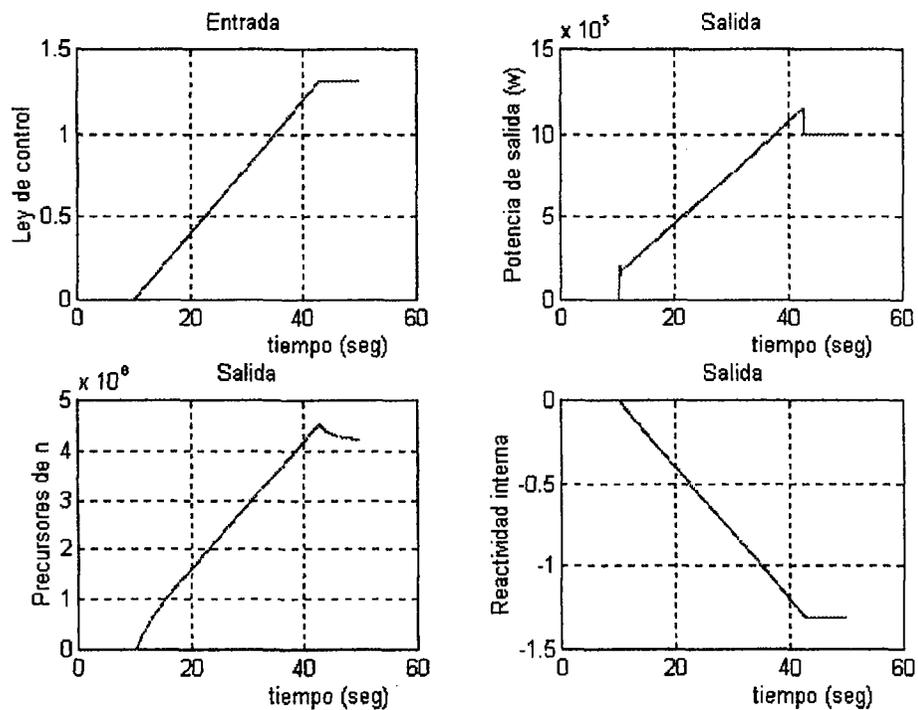


Figura B.21. Entrada y salidas del sistema en la *Simulación #20*.

B.6 CONCLUSIONES

La relación que se determinó entre el incremento de potencia y la reactividad externa está dada por

$$\Delta n(t) = 7.663 \times 10^5 \times \rho_{ext}(t) \quad , \quad (B.4)$$

o bien, si deseamos un cierto incremento en la potencia, entonces la reactividad externa necesaria es

$$\rho_{ext}(t) = 1.305 \times 10^{-6} \times \Delta n(t) \quad . \quad (B.5)$$

Las características de la respuesta $n(t)$, valor pico, tiempo para lograr el valor pico, sobretiro porcentual, y tiempo de estabilización, están en función de la potencia inicial, potencia final, y la pendiente de la reactividad externa, $\rho_{ext}(t)$.

En las Figuras B.22(a) y B.24(a) se muestran los tiempos en alcanzar el valor pico en función de la pendiente de la $\rho_{ext}(t)$; estas funciones son inversas no lineales. Estos tiempos son mayores cuando la diferencia entre la potencia inicial y la potencia final es mayor. Resultados similares se observan en las Figuras B.23(a) y B.25(a) cuando la excursión de la potencia es de 1 a 0.5 MW y de 1 a 0.1 MW, respectivamente.

En las Figuras B.22(b) y B.24(b) se muestran los valores pico de la respuesta en función de la pendiente de la $\rho_{ext}(t)$; estas funciones son linealmente proporcionales. Se puede observar que los valores pico alcanzados son independientes de la diferencia entre la potencia inicial y la potencia final. Sin embargo, cuando la excursión de la potencia es de bajada, los resultados sí dependen de la diferencia de potencias inicial y final, como se puede ver en las Figuras B.23(b) y B.25(b).

En las Figuras B.22(c) y B.24(c) se muestran los valores para el sobretiro porcentual en

función de la pendiente de la $\rho_{ext}(t)$; estas funciones son linealmente proporcionales. Se puede observar que los valores alcanzados son menores cuando la diferencia entre la potencia inicial y la potencia final es mayor. En el caso cuando la excursión de la potencia es de bajada los resultados son similares, excepto que la relación no es lineal como se observa en las Figuras B.23(c) y B.25(c).

En las Figuras B.22(d) y B.24(d) se muestran los tiempos en alcanzar la estabilización en función de la pendiente de la $\rho_{ext}(t)$; estas funciones son inversas no lineales. Estos tiempos son mayores cuando la diferencia entre la potencia inicial y la potencia final es mayor. Resultados similares se observan en las Figuras B.23(d) y B.25(d) cuando la excursión de la potencia es de 1 a 0.5 MW y de 1 a 0.1 MW, respectivamente.

Finalmente, los órdenes de magnitud para la pendiente deben ser menores a 10^{-3} para evitar la parte impulsiva de la respuesta, cuando la potencia inicial es de 50 W.

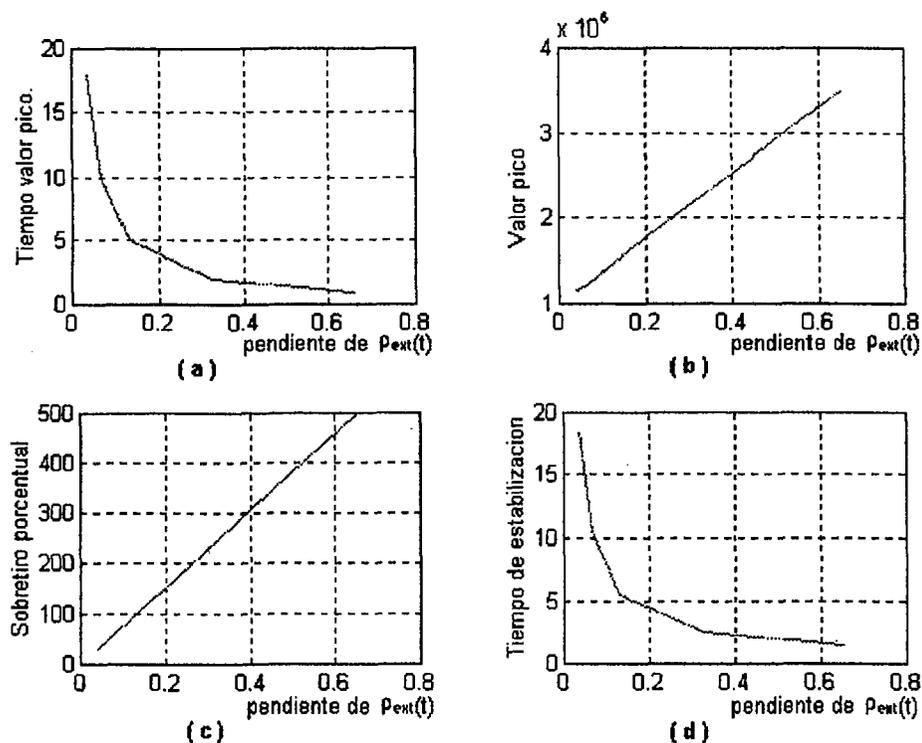


Figura B.22. Características de $n(t)$, para la subida de potencia de 0.5 MW a 1 MW.

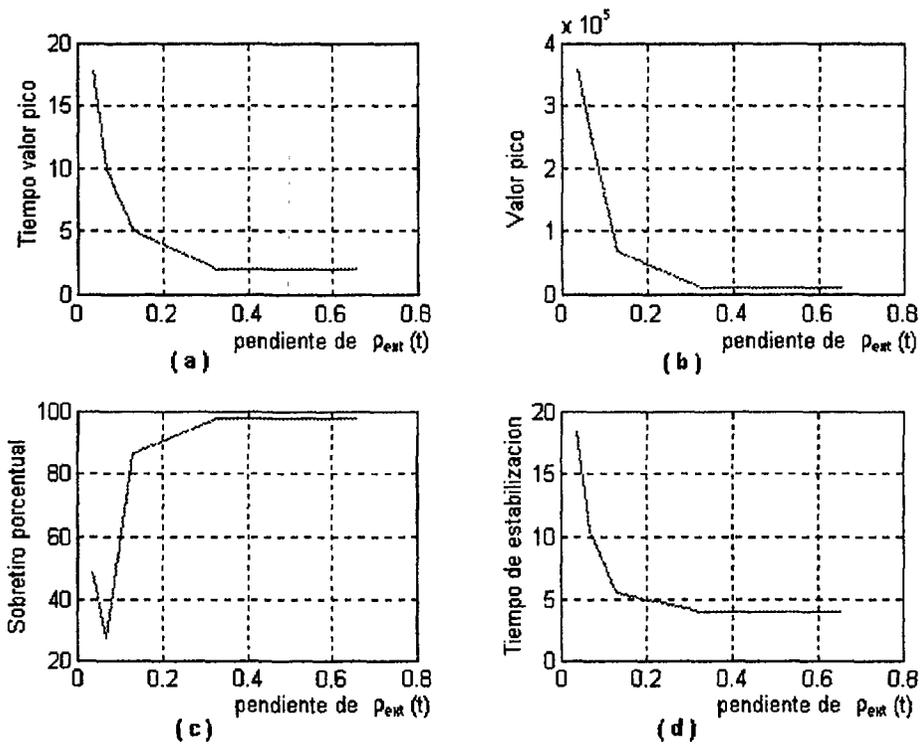


Figura B.23. Características de $n(t)$, para la bajada de potencia de 1.0 MW a 0.5 MW.

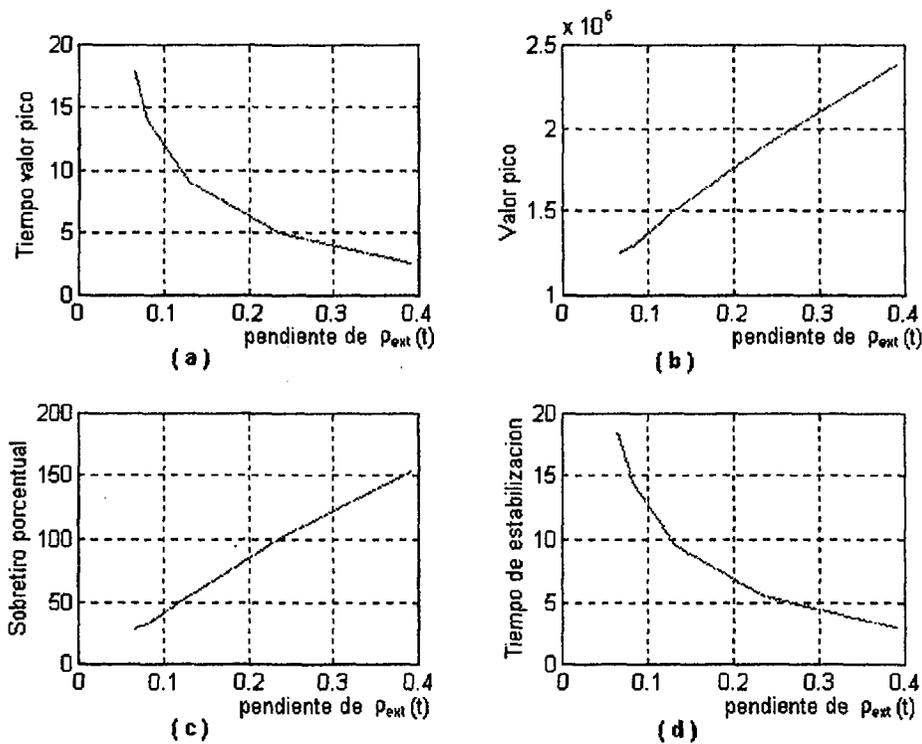


Figura B.24. Características de $n(t)$, para la subida de potencia de 0.1 MW a 1.0 MW.

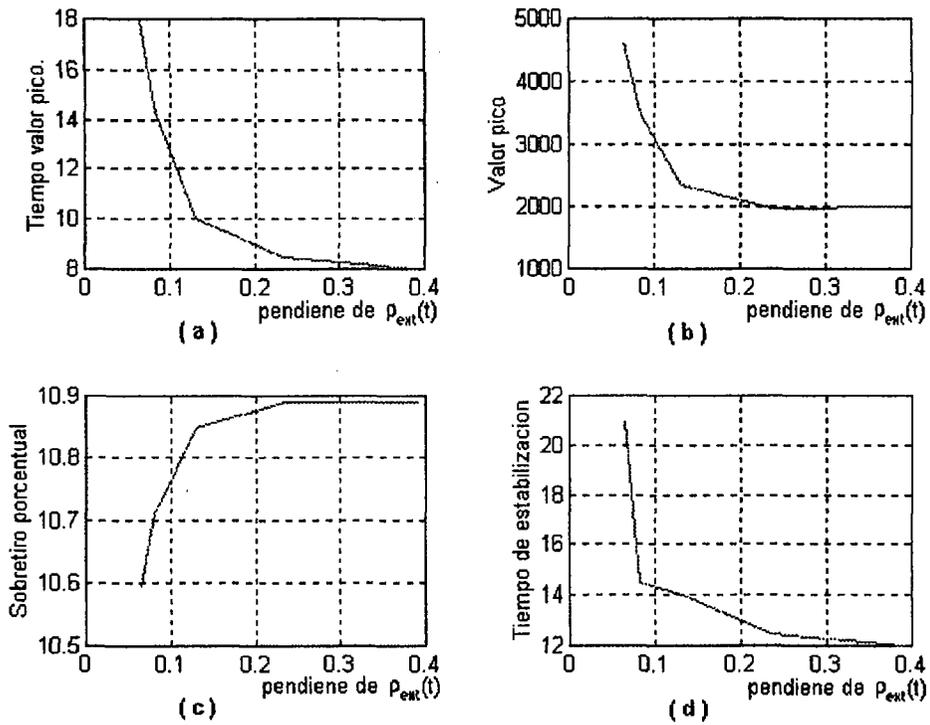


Figura B.25. Características de $n(t)$, para la bajada de potencia de 1.0 MW a 0.1 MW.

APÉNDICE C

COEFICIENTES PARA EL MODELO PUNTUAL DEL REACTOR EN LA FUNCIÓN "ascr_coe.m"

En particular, para el estudio del comportamiento del reactor de investigación Triga Mark III se consideran los valores mostrados en la Tabla C.1, correspondientes a los coeficientes de las ecuaciones (B.1).

Tabla C.1.

β	0.006433
Λ	38 μs
α	0.01359875 ($^{\circ}\text{C}$) $^{-1}$
K	$1/5.21045 \times 10^4$ $^{\circ}\text{C}/(\text{W s})$
γ	0.2 s^{-1}
β_1	0.240×10^{-7}
β_2	1.410×10^{-3}
β_3	1.255×10^{-3}
β_4	2.525×10^{-3}
β_5	0.737×10^{-3}
β_6	0.266×10^{-3}
λ_1	0.0124 s^{-1}
λ_2	0.0305 s^{-1}
λ_3	0.1140 s^{-1}
λ_4	0.3013 s^{-1}
λ_5	1.1360 s^{-1}
λ_6	3.0130 s^{-1}

% LAMBDA SUB 4 : Constante de decaimiento del grupo # 4 de
% precursores de neutrones retardados (1 / seg).

$$L(4) = 0.3013 ;$$

% LAMBDA SUB 5 : Constante de decaimiento del grupo # 5 de
% precursores de neutrones retardados (1 / seg).

$$L(5) = 1.1360 ;$$

% LAMBDA SUB 6 : Constante de decaimiento del grupo # 6 de
% precursores de neutrones retardados (1 / seg).

$$L(6) = 3.0130 ;$$

% BETA SUB 1 : Fracción de neutrones retardados del grupo # 1 de
% precursores de neutrones retardados (adimensional).

$$B(1) = 0.240e-03;$$

% BETA SUB 2 : Fracción de neutrones retardados del grupo # 2 de
% precursores de neutrones retardados (adimensional).

$$B(2) = 1.410e-03;$$

% BETA SUB 3 : Fracción de neutrones retardados del grupo # 3 de
% precursores de neutrones retardados (adimensional).

$$B(3) = 1.255e-03;$$

% BETA SUB 4 : Fracción de neutrones retardados del grupo # 4 de
% precursores de neutrones retardados (adimensional).

$$B(4) = 2.525e-03;$$

% BETA SUB 5 : Fracción de neutrones retardados del grupo # 5 de
% precursores de neutrones retardados (adimensional).

$$B(5) = 0.737e-03;$$

% BETA SUB 6 : Fracción de neutrones retardados del grupo # 6 de
% precusores de neutrones retardados (adimensional).

$$B(6) = 0.266e-03;$$

$$\text{sum} = 0 ;$$

for i = 1 : 6,

$$\text{sum} = \text{sum} + B(i) * L(i) ;$$

end;

% LAMBDA : Constante del tiempo de decaimiento cuando se considera
% un sólo grupo equivalente de neutrones retardados. Este
% valor se utiliza cuando se tienen transitorios rápidos.

$$LAMBDA = \text{sum} / BETA ;$$

$$D(3) = LAMBDA ;$$

% ALFA : Negativo del coeficiente de reactividad por temperatura
% (1 / grados centigrados).

$$A = 0.01359875 ;$$

$$D(4) = A ;$$

% Recíproco de la capacidad calorífica del reactor

% (grados centigrados / watts * seg).

$$K = 1 / 5.21045e+04 ;$$

$$D(5) = K ;$$

% GAMMA : Inverso del tiempo medio para la transferencia de calor
% al enfriador (1/ seg).

$$G = 0.2 ;$$

$$D(6) = G ;$$

% Producto ALFA x K (1/watts * seg).

$$AK = 2.6099e-07;$$

$$D(7) = AK ;$$

% Potencia inicial del reactor en estado estable (watts).

$$D(8) = 50 ;$$

% Reactividad inicial externa :

$$x2 = (D(8) * D(1)) / (D(2) * D(3)) ;$$

$$D(9) = D(1) - (D(2) * D(3) * x2 / D(8)) ;$$

% Potencia final del reactor

$$D(10) = 1.0e+06 ;$$

%*****